AULA 03

Produtos Notáveis e Fatoração

CN - 2020

Prof. Ismael Santos

Sumário

1- Introdução

Olá, querido aluno!

Agora sim, a matéria começa a ficar mais interessante, rsrsrsrs!!

Os seguintes temas são muito presentes em sua prova, mais especificamente, cai **TODO ANO**. Neste ano, não será diferente, então, foco total!

Quero deixar claro que esta aula foi dividida em duas partes, uma parte mais base (que é que está lendo agora) e outra mais aprofundada (que será postada em breve, com pontos mais interessantes e questões do seu certame em mais quantidade).

Espero que gostem.

" O segredo do sucesso é a constância no objetivo"

2 – Produtos Notáveis

1 – Conceito

Existem alguns produtos que aparecem frequentemente na álgebra, aritmética e geometria, que, por esta razão, foram criadas regras especiais para os mesmos de forma a facilitar o cálculo.

A grosso modo, calcular produtos notáveis é transformar um produto de dois ou mais fatores em uma adição de parcelas.

2 – Produtos Notáveis em Espécie

Veremos agora, cada possível caso de cobrança na sua prova, no que tange ao tema: produtos notáveis.

Ressalto a importância de não só decorar, mas também de entender cada desdobramento desse. Isso fará toda diferença na sua prova.

Informo ainda que, para quaisquer dos casos apresentado a seguir, há a possibilidade se utilizar a propriedade da distributiva para encontrar a expressão correspondente. É claro que nem sempre ela será a melhor alternativa. Por este motivo, faz-se necessário decorar o desenvolvimento.

Vamos aos principais casos!!

1º Caso:

O quadrado da soma de dois termos $(a+b)^2$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$$

Exemplo:

a) $(x+6)^2 = x^2 + 2.x.6 + 6^2 = x^2 + 12x + 36$

2º Caso:

O quadrado da diferença de dois termos $(a-b)^2$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o quadrado do primeiro termo menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2.a.b + b^2$$

Exemplo:

a) $(3x-5)^2 = (3x)^2 - 23x.5 + 5^2 = 9x^2 - 30x + 25$

3º Caso:

O quadrado da soma ou diferença de três termos $(a+b+c)^2$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: separar os três termos em dois; em seguida aplicar regra do 1º ou 2º caso duas vezes.

$$(a+b+c)^2 = \left[(a+b)+c\right]^2 \rightarrow (a+b+c)^2 = [(a+b)]^2 + 2.(a+b).c + c^2] = [a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2]$$

Logo:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)$$

Exemplo:

a) $(x+2y-3)^2 = x^2 + (2y)^2 + (-3)^2 + 2.[x.2y + x.(-3) + 2y.(-3)] = x^2 + 4y^2 + 9 + 4xy - 6x - 12y$

Logo: $(x+2y-3)^2 = x^2 + 4y^2 + 9 + 4xy - 6x - 12y$

Fique ligado a seguinte propriedade:

$$(a_1 + a_2 + \ldots + a_k)^2 = a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_k^2 + 2a_1a_2 + 2a_1a_3 + \ldots + 2a_1a_k + \ldots + 2a_{(k-1)}a_k$$

Na situação acima, perceba que cada elemento é elevado ao quadrado, após, pega-se o dobro da soma do produto de dois a dois. Este desenvolvimento é aplicável para quaisquer quantidades de termos, ainda que seja superior a 4.

4º Caso:

O produto da soma pela diferença de dois termos ou vice-versa $(a+b).(a-b)$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo termo.

$$(a-b).(a+b) = a^2 - b^2$$

Exemplo:

a) $(6x^3+3y).(6x^3-3y) = (6x^3)^2 - (3y)^2 = 36x^6 - 9y^2$

5º Caso:

Produto tipo $(a+b)^m.(a-b)^m$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo elevado ao expoente comum “m”.

$$(a+b)^m.(a-b)^m = (a^2-b^2)^m$$

Exemplo:

a) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{800}.(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{800}=[(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2]^{800}=(3-2)^{800}=1^{800}=1$

6º Caso:

Produto tipo $(x^n+p).(x^n+q)$ **- Stevin**

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir o exemplo abaixo:

$$(x^n+p).(x^n+q)=x^{2n}+(p+q)x^n+p.q$$

Exemplo:

a) $(x-4).(x+1)=x^2+(-4+1)x+(-4).(+1)=x^2-3x-4$

b) $(x^3+8).(x^3-5)=x^{2.3}+(8-5)x^3+(+8).(-5)=x^6+3x^3-40$

7º Caso:

Produto tipo $(a+b).(a^2-a.b+b^2)$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: cubo do primeiro mais o cubo do segundo. Perceba que, a operação que rege o primeiro fator do produto notável será a mesma do resultado. Ou seja, se começa com soma (a+b), o resultado será uma soma de cubos. Ressalto ainda que, se o produto notável começa com soma, o segundo fator terá sinais de soma e subtração intercalados (a^2 – a.b + b^2)

$$(a+b).(a^2-a.b+b^2)=a^3+b^3$$

Exemplos:

a) $(a+1).(a^2-a.(1)+1^2)=a^3+1$

a) $(x+3).(x^2-x.(3)+3^2)=x^3+27$

8º Caso:

Produto tipo $(a-b).(a^2+a.b+b^2)$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: cubo do primeiro menos o cubo do segundo. Perceba que, a operação que rege o primeiro fator do produto notável será a mesma do resultado. Ou seja, se começa com subtração, o resultado será uma subtração de cubos. Ressalto ainda que, se o produto notável começa com uma subtração (a-b), o segundo fator terá somente sinal de soma (a^2 + a.b + b^2).

$$(a-b).(a^2+a.b+b^2)=a^3-b^3$$

Exemplos:

a) $(a-2).(a^2+a.(2)+2^2)=a^3-8$

b) $(x-3).(x^2+x.(3)+3^2)=a^3-27$

9º Caso:

O cubo da soma de dois termos $(a+b)^3$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o cubo do primeiro termo mais o triplo do quadrado do primeiro pelo segundo termo mais o triplo do primeiro pelo quadrado do segundo termo, mais o cubo do segundo termo.

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

Exemplos:

a) $(a+2)^3 = a^3 + 3a^2.(2) + 3a(2)^2 + 2^3 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8$

b) $(3x+4)^3 = (3x)^3 + 3.(3x)^2.4 + 3.3x.4^2 + 4^3 = 27x^3 + 108x^2 + 144x + 64$

Perceba que este produto notável também pode ser escrito na forma de **Identidade de Cauchy:**

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

<u>10º Caso:</u>

O cubo da diferença de dois termos $(a-b)^3$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o cubo do primeiro termo menos o triplo do quadrado do primeiro pelo segundo termo mais o triplo do primeiro pelo quadrado do segundo termo menos o cubo do segundo termo.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3a.b^2 - b^3$$

Exemplos:

a) $(a-1)^3 = a^3 - 3a^2(1) + 3a.(1)^2 - 1^3 = a^3 - 3a^2 + 3a - 1$

b) $(2x-1)^3 = (2x)^3 - 3.(2x)^2.1 + 3.2x.1^2 - 1^3 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

Perceba que este produto notável também pode ser escrito na forma de **Identidade de Cauchy:**:

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

<u>11º Caso</u>

Quadrado da soma de três números quando há sinais negativos - $(a-b-c)^2$

Para desenvolver este produto notável basta se atentar para os sinais negativos, colocando assim os parênteses, para que não caiam em erro.

$$(a-b-c)^2 = (a+(-b)+(-c))^2 = a^2+(-b)^2+(-c)^2+2a(-b)+2a(-c)+2(-b)(-c) =$$
$$= a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc$$

Perceba que este produto notável também pode ser escrito da forma:

$$(a-b-c)^2 = a^2+b^2+c^2-2(ab+ac-bc)$$

<u>12º Caso:</u>

O cubo da soma ou diferença de três termos $(a+b+c)^3$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: separar os três termos em dois; em seguida aplicar regra do 9º ou 10º caso duas vezes.

$$(a+b+c)^3 = a^3+b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+3b^2a+3b^2c+3c^2a+3c^2b+6abc$$

Perceba que este produto notável também pode ser escrito da forma:

- **$(a+b+c)^3 \equiv a^3+b^3+c^3+3(a+b)(b+c)(c+a)$**
- **$(a+b+c)^3 = a^3+b^3+c^3+(a+b+c)(ab+bc+ca)-3abc$**
- **$(a+b+c)^3 = a^3+b^3+c^3+3a^2(b+c)+3b^2(a+c)+3c^2(a+b)+6abc$**

<u>13º Caso:</u>

Observe o caso abaixo, que é uma forma de representação de uma diferente de representar uma diferença de cubos:

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

Agora, podemos generalizar da seguinte forma:

$$(x-y)(x^{n-1}+x^{n-2}.y+x^{n-3}.y^{2}+...+x^{2}.y^{n-3}+x.y^{n-2}+y^{n-1})\Rightarrow x^{n}-y^{n}$$

Sempre para $\forall n\in\mathbb{N}^{*}$

<u>14º Caso:</u>

Observe o caso abaixo, que é uma forma de representação de uma diferente de representar uma soma de cubos:

$$(a+b)(a^{2}-ab+b^{2})=a^{3}+b^{3}$$

Agora, podemos generalizar da seguinte forma:

$$(x+y)(x^{n-1}-x^{n-2}.y+x^{n-3}y^{2}-...+x^{2}y^{n-3}-x.y^{n-2}+y^{n-1})\Rightarrow x^{n}+y^{n}$$

Sempre para n **ímpar**

3 – Triângulo de Pascal

A partir do Triângulo de Pascal, podemos calcular expressões como $(a+b)^{4},(a+b)^{5},(a+b)^{6},...$

Para isso, usaremos o triângulo de Pascal (figura desenhada abaixo):

1							
1	**1**						
1	**2**	**1**					
1	**3**	**3**	**1**				
1	**4**	**6**	**4**	**1**			
1	**5**	**10**	**10**	**5**	**1**		
1	**6**	**15**	**20**	**15**	**6**	**1**	
1	**7**	**21**	**35**	**35**	**21**	**7**	**1**

Uma linha do triângulo de Pascal é formada a partir da soma de elementos consecutivos da linha anterior. Veja, por exemplo, que $5=1+4;10=4+6;10=6+4;5=4+1$ e assim por diante. A linha do número K corresponde aos coeficientes de expansão de $(a+b)^k$ (veja que começamos a contagem da primeira linha a partir do 0). Temos assim:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$
$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$
$$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

Exemplo:

$$(a+1)^5 = a^5 + 5a^4.1 + 10a^3.1^2 + 10a^2.1^3 + 5a.1^4 + 1^5 = a^5 + 5a^4 + 10a^3 + 10a^2 + 5a + 1$$

E aí, meu guerreiro!! Tá acompanhando? Esses foram alguns casos possíveis de cair na sua prova. Que tal parar um pouco com a teoria e partir para uns exercícios de fixação? Bora? Showw!!

3- FATORAÇÃO

1. Introdução

Polinômio, a grosso modo, é uma expressão algébrica que é representada por uma soma de monômios. Fatorar um Polinômio nada mais é que transformar duas ou mais parcelas dessa soma, em um produto de dois ou mais fatores, no caso, de menor grau que o original.

Exemplo:

- ✓ $2x+6=2(x+3)$

Por sua vez, Fatoração de um Monômio nada mais é que uma transformação de um número com ou sem variáveis em dois ou mais fatores.

Exemplos:

- ✓ $6 = 2.3$
- ✓ $15x^2 = 3.5.x.x$
- ✓ $8x^2y^3 = 2.2.2.x.x.y.y.y$

2. Formas de Fatoração

Veremos agora, algumas técnicas muito importantes para sua prova. Sem mais delongas, vamos a elas!!

1º Caso: Fator Comum

É formado pelo M.D.C (máximo divisor comum), que é o produto dos coeficientes e/ou pelas variáveis comuns com menores expoentes. Colocamos o fator comum encontrado em evidência (em destaque) e em seguida dividimos todos os termos de polinômio pelo mesmo.

Colocar em evidência, é a mesma coisa que por fora do par de parênteses, além de dividir cada termos existente por este fator. Lembre-se que colocar em evidência é o processo inverso da distributiva. Vamos ver alguns exemplos práticos para fins de aprendizado.

Exemplo:

- ✓ $6x^3y^3 - 9x^2y^8 + 12x^6y^7 = 3x^2y^3.(2x - 3y^3 + 4x^4y^2)$

Fator comum: $3x^2y^3 \rightarrow$ perceba que este fator comum aparece em todas as parcelas do polinômio. Porém com um detalhe: ele representa o produto de todos os coeficientes/variáveis comuns, com os menores expoentes.

- ✓ $x^3 + x^2 + x = x(x^2 + x + 1)$

Fator comum: $x \rightarrow$ perceba que este fator comum aparece em todas as parcelas do polinômio. Porém com um detalhe: ele representa o produto de todos os coeficientes/variáveis comuns, com os menores expoentes.

- ✓ $2x^2 + 4y = 2(x^2 + 2y)$

Fator comum: $2 \rightarrow$ perceba que este fator comum aparece em todas as parcelas do polinômio. Porém com um detalhe: ele representa o produto de todos os coeficientes/variáveis comuns, com os menores expoentes.

2º Caso: Agrupamento

Agrupamos os termos de dois em dois, três em três etc, e aplicamos a regra do fator comum duplamente. Ou seja, este caso representa uma série de aplicações do processo de evidenciação. Ressalto que para fazer de forma correta é necessário dividir os termos dois a dois ou três a três, conforme o caso, para que você consiga visualizar de fato o MDC.

Exemplos:

- ✓ $6xy^2 - 3xy - 4y + 2 \Rightarrow$

$$6xy^2 - 3xy - 4y + 2 = (6xy^2 - 3xy) - (4y - 2) \rightarrow$$

$$\rightarrow 3xy(2y-1) - 2(2y-1) = (2y-1)(3xy-2)$$

- ✓ $2a + 2b + 2c + ax + bx + cx \Rightarrow$

$$2(a+b+c) + x(a+b+c) = (a+b+c)(2+x)$$

3º Caso: Diferença de dois quadrados $(a^2 - b^2)$

Nesta propriedade, a dica é: toda vez que você vir na prova uma diferença de quadrados, poderá abrir num produto de dois fatores, sendo eles um da soma e outro da diferença dos termos, sendo que, cada termo será a raiz quadrada dos termos originais.

Exemplos:

✓ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$\sqrt{a^2} = a$ e $\sqrt{b^2} = b \rightarrow$ cada termo aqui é a raiz quadrada do original respectivo.

✓ $9x^2 - 16y = (3x-4y)(3x+4y)$

$\sqrt{9x^2} = 3x$ e $\sqrt{16y^2} = 4y \rightarrow$ cada termo aqui é a raiz quadrada do original respectivo.

4º Caso: Trinômio do quadrado perfeito

Imagine agora, um trinômio da forma: $ax^2 + bx + c$ $,com$ $(a,b,c) \neq 0$; e ainda, com a e c quadrados perfeitos e $b = \pm 2\sqrt{ac}$. Toda vez que isso acontecer, estaremos diante de um desenvolvimento completo de um quadrado da soma ou da diferença de dois termos. Pode ser que ao ler esta definição não tenha ficado tão claro, para isso, faremos dois exemplos, ok?

Exemplos:

✓ $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 \rightarrow$ perceba que estamos fazendo o caminho inverso do Produto Notável.

$\sqrt{x^2} = x$ e $\sqrt{y^2} = y \rightarrow$ os extremos precisam ser quadrados perfeitos. Além disso, o termo central precisa ser o dobro do produto da raiz dos extremos, com sinal de positivo ou negativo ($b = \pm 2\sqrt{ac}$)

- ✓ $9x^2-24x+16=(3x-4)^2 \rightarrow$ perceba que estamos fazendo o caminho inverso do Produto Notável.

$\sqrt{9x^2}=3x$ e $\sqrt{16}=4 \rightarrow$ os extremos precisam ser quadrados perfeitos. Além disso, o termo central precisa ser o dobro do produto da raiz dos extremos, com sinal de positivo ou negativo ($b=\pm 2\sqrt{ac}$)

5º Caso: Trinômio do 2º grau

Todo trinômio da forma ax^2+bx+c, sendo a = 1, b e c $\neq 0$, podermos encontrar sua forma fatorada pela soma e produto das possíveis raízes. Para ficar um pouco mais claro, além dos exercícios, deixo aqui uma remissão ao caso 6º, do tipo $(x^n+p)(x^n+q)$.

Lembre-se sempre que o termo central (coeficiente b) é a soma dos termos constantes e o termo independente (coeficiente c) é o produto dos termos constantes.

Exemplos:

- ✓ $x^2-8x\ +12$

$x^2-8x+12=\left(x-p\right)\left(x-q\right)=x^2-(p+q)+p.q \rightarrow$

$\rightarrow Assim,\ (p+q)=8\quad e\quad p.q=12 \rightarrow$

$\rightarrow Podemos\ \ perceber\ \ que:\ \ p=6\ \ ,q=2$

Veja que, na resolução acima, fiz de uma forma mais direta. Basta perceber que a soma dos termos p e q precisa resultar 8 e que o produto deles resulte 12. Assim, para que o produto de 12, os números precisam ter o mesmo sinal, ou positivos ou negativos. Vou além, para que a soma dê 8, eles devem ser, necessariamente, positivos. Logo: 6 e 2.

Poderíamos pensar da seguinte forma, também: Ver todas as possibilidades do produto de dois números que seja 12.

- 1ª possibilidade: 12 e 1 ⇔ 12 . 1 = 12
- 2ª possibilidade: 3 e 4 ⇔ 3 . 4 = 12

- 3ª possibilidade: 2 e 6 ⇔ 2 . 6 = 12

Pegar possibilidade em que a soma ou diferença entre dois números seja igual a soma 8, no caso a 3ª pois 6 + 2 = 8

Logo: $x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$

✓ $x^4 - 2x^2 - 15$

No exemplo acima, podemos pensar de uma forma mais direta, qual seja: achar dois números cuja soma dê 2 (sempre o sinal contrário do que for dado) e produto dê -15 (sempre o mesmo sinal do que for dado). Você já deve ter achado, certo?? Rsrsrs. Isso mesmo, 5 e -3.

Logo, $x^4 - 2x^2 - 15 = (x^2+3)(x^2-5)$.

Observe bem que sempre que for fazer esta técnica, os termos encontrados entram TAMBÉM COM SINAL CONTRÁRIO, OS DOIS TERMOS, OK????

6º Caso: A soma de dois cubos (a^3+b^3)

Perceba que, se a expressão dada é composta por uma soma da dois cubos perfeitos, a sua forma fatorada será um produto de outros dois fatores, sendo o primeiro formado pela soma da raiz cúbica desses termos iniciais, multiplicado pelo segundo membro que possuirá sinais intercalados. Veja os exemplos abaixo.

Exemplos:

a) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$\sqrt[3]{a^3} = a \ , \sqrt[3]{b^3} = b$

b) $8x^3 + 125 = (2x+5)(4x^2 - 10x + 25)$

$\sqrt[3]{8x^3} = 2x$ e $\sqrt[3]{125} = 5$

7º Caso: A diferença de dois cubos $(a^3 - b^3)$

Fique atento quando se tratar de uma diferença de cubos perfeitos. Neste caso, a sua forma fatorada terá, em seu primeiro membro, uma diferença das raízes cúbicas dos termos iniciais, multiplicada pelo segundo membro que possuirá somente termos positivos.

Exemplos:

a) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

b) $64k^6 - 8x^3 = (4k^2 - 2x)(16k^4 + 8k^2x + 4x^2)$

$\sqrt[3]{64k^6} = 4k^2$ e $\sqrt[3]{8x^3} = 2x$

Vamos praticar mais...que tal?? Agora, sobre o tema FATORAÇÃO.

4- Lista de Questões

01. O número 250 000 000 é o mesmo que:

a) $2,5.10^6$

b) $2,5.10^7$

c) $2,5.10^8$

d) $2,5.10^9$

---

02. Dados os números $m = 9,84.10^{15}$ e $n = 1,23.10^{16}$, pode-se afirmar que:

a) $m < n$

b) $m = n$

c) $m + n = 1,07.10^{16}$

d) $m.n = 1,21.10^{31}$

---

03. Se $a = 2^3, b = a^2, c = 2^a$, o valor de $2abc$ é:

a) 2^{15}

b) 8^{18}

c) 2^{18}

d) 4^{15}

e) 2^{12}

---

04. O quociente de $\dfrac{\sqrt[7]{3^5}.\sqrt[6]{3^5}}{\sqrt[21]{3^8}}$ é igual a:

a) $\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[3]{6}$

c) $3\sqrt[3]{3}$

d) $3\sqrt[6]{3}$

e) $5\sqrt[3]{3}$

---

05. O valor da expressão $\left(\sqrt{\dfrac{1}{5}} - \dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999}$ é:

a) 0

b) 1

c) $\left(\sqrt{\frac{5}{5}}\right)^{1999}$

d) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

e) 10

---

06. Calculando-se o valor da expressão $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$ obtemos:

a) a^{16}

b) a^{-16}

c) a^{-15}

d) $a^{-\frac{16}{15}}$

e) $a^{\frac{15}{16}}$

Questões 7 a 14 – problemas de desenvolver (Vide resoluções a partir da página 33)

---

15. A expressão $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$ equivale a:

a) a^3-b^3

b) $a-b$

c) a^3+b^3

d) $(a+b)^3$

---

16. (EsSA) E expressão $(a+b)^2.(a-b)^2$ é equivalente a:

a) a^4-b^4

b) a^4+b^4

c) $a^4+2a^2b^2+b^4$

d) $a^4-2a^2b^2+b^4$

e) $a^4-2a^2b^2-b^4$

17. (CEFET) O resultado de $(-x-\sqrt{2})^2$

a) $x^2-2\sqrt{x}+2$

b) $x^2+2\sqrt{2}x+2$

c) $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

d) x^3-2

e) x^3+2

---

18. (EsSA) Sendo $x=(2+\sqrt{3})^{89}$ e $y=(2-\sqrt{3})^{89}$, então o procedimento $x.y$ é igual a:

a) $(4-2\sqrt{3})^{89}$

b) 2^{90}

c) 1

d) 2^{198}

e) $(4+2\sqrt{3})^{89}$

---

19. (EsSA) A forma simplificada da expressão $(x-y)^2-(x+y)(x-y)$ é:

a) $-2xy$

b) $2xy$

c) $2x^2-2xy$

d) y^2-2xy

e) $2y(y-x)$

---

20. Sendo **x** e **y** números naturais, com x > y, a expressão $\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-y^2}}$ equivale a:

a) $\sqrt{x}+\sqrt{y}$

b) $\sqrt{x+y}+\sqrt{y}$

c) $\sqrt{x}+\sqrt{x-y}$

d) $\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}$

e) $2\sqrt{x+y}+2\sqrt{x-y}$

---

21. O número $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ é:

a) irracional

b) inteiro

c) uma potência de 7

d) imaginário

e) racional não inteiro

---

22. Sendo a e b números naturais com a> b então $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ é:

a) $\sqrt{a}+2\sqrt{b}$

b) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

d) $\sqrt{a}-2\sqrt{b}$

e) $\sqrt{b}-2\sqrt{a}$

(EAM-2004)

26. O valor simplificado da expressão $\dfrac{1,3636\overline{36}.2\frac{1}{5}-(0,5)^2}{(\sqrt{2})^{-4}}$ é:

a) $\dfrac{9}{5}$

b) $\dfrac{31}{5}$

c) 7

d) 9

e) 11

(EAM-2005)

27. Fatorando-se a expressão $ac+2bc-ad-2bd$,obtém-se

a) $(a+2b)(c-d)$

b) $(a-2b)(c-d)$

c) $(a-2b)(c+d)$

d) $(a+c)^2(a-d)$

e) $(a-c)(a+2b)$

(EAM-2007)

30. Se o valor de $A=[(x^2-2x+4).(x+2)-(x^3+x^2+8)]$ é igual a:

a) $-x^2$

b) x^2

c) $2x^3-x^2$

d) $-x^2+8x$

e) 16

(EAM-2008)

32. O valor da expressão $\dfrac{0,555...-\sqrt{0,25}}{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2.10^{-1}}$ é:

a) 0,75

b) 0,85

c) 0,95

d) 1,15

e) 1,25

(EAM-2008)

33. Se $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$, o valor de $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ é:

a) 4

b) 9

c) 16

d) 25

e) 36

(EAM-2008)

34. Reduzindo-se os termos semelhantes da expressão $b(a-b)+(b+a)(b-a)-a(b-a)+(b-a)^2$, obtém-se

a) $(a-b)^2$

b) $(a+b)^2$

c) b^2-a^2

d) a^2-b^2

e) a^2+b^2

(EAM-2009)

35. Qual das expressões algébricas abaixo NÃO está corretamente fatorada?

a) $a^2-2ab+b^2=(a-b)(a-b)$

b) $a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)$

c) $a^2+b^2=(a+b)(a+b)$

d) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

e) $a^4-b^4=(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

(EAM-2009)

36. O valor de $\sqrt[3]{\frac{(a+b).a.b}{a-b}}$ para a = 12 e b = 6 é:

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

(EAM-2010)

37. Que número deve ser adicionado a 2009^2 para obter 2010^2

a) 8019

b) 6010

c) 4019

d) 3019

e) 2010

(EAM-2010)

38. O valor da expressão $\frac{x^3+x^2-4x-4}{(x+1)(x-2)}$ quando $x=987$ é:

a) 987

b) 988

c) 989

d) 990

e) 991

(EAM-2010)

39. O resultado da expressão $\sqrt{96+\sqrt{7+\sqrt{81}}}$ é:

a) 18

b) 16

c) 14

d) 12

e) 10

(EAM-2011)

40. O valor da expressão $(0,11)^2 + 2.(0,11).(0,89) + (0,89)^2$ é:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

(EAM-2011)

41. Observe a resolução de um aluno para a expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

Linha 1 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

Linha 2 $(\cancel{2})^2 + (-\cancel{2})^2 - 2^2$

Linha 3 -2^2

Linha 4 $-(2.2)$

Linha 5 -4

Constatou-se, acertadamente, que o aluno errou pela primeira vez ao escrever a LINHA:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

(EAM-2011)

42. Na equação $\frac{(a+b)^2 - a - b}{a^2 + ab - a} = 3,$ sendo **a** e **b** números reais não nulos. O valor de $\frac{a}{b}$ é:

a) 0,8

b) 0,7

c) 0,5

d) 0,4

e) 0,3

(EAM-2012)

43. Simplificando a expressão $E = (\sqrt{2+\sqrt{3}}).(\sqrt{2-\sqrt{3}}),$ que valor obtém-se para E?

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

e) 0

(EAM-2012)

44. Qual é o valor de $y = \sqrt{32} - \sqrt{8}$?

a) 1

b) $\sqrt{2}$

c) $6\sqrt{2}$

d) $2\sqrt{6}$

e) $2\sqrt{2}$

(EAM-2012)

45. O valor da expressão $\sqrt{13+\sqrt[3]{25+\sqrt{8-\sqrt[3]{64}}}}$ é:

a) 4

b) 6

c) 8

d) 12

e) 18

(EAM-2013)

46. Quanto vale a metade de 2^{2014} ?

a) 2^{2}

b) 2^{7}

c) 2^{2017}

d) 2^{2013}

e) 2^{2015}

(EAM-2014)

47. O produto $(\sqrt{3}-\sqrt{2}).(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ é igual a:

a) 6

b) 1

c) 0

d) -1

e) -6

(EAM-2015)

48. $\sqrt{75}$ é equivalente a:

a) $37,5$

b) 75

c) $5\sqrt{5}$

d) $3\sqrt{5}$

e) $5\sqrt{3}$

(EAM-2017)

49. Sendo $x-\frac{2}{x}=a$, então $x^2+\frac{4}{x^2}$ é igual a:

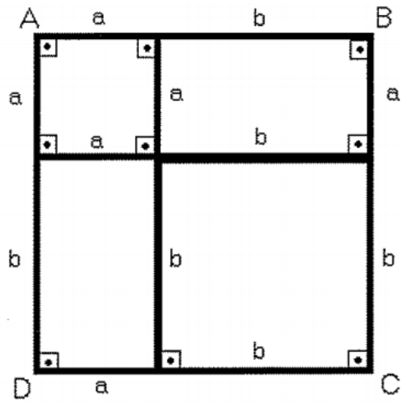
a) a^2+4

b) a^2-4

c) a^2

d) $a+4$

e) $a-4$



50. (CN 2005) Qual é o produto notável representado, geometricamente, na figura acima, na qual ABCD é um retângulo?

(A) a^3+b^3
(B) $(a+b)^3$
(C) $(a+b)^2$
(D) $(a^2+b^2)^2$
(E) $(a+b)^4$

---

51. (CN 1999) Se $m+n+p=6$, $mnp=2$ e $mn+mp+np=11$, podemos dizer que o valor de $\frac{m}{np}+\frac{n}{mp}+\frac{p}{mn}$ é:

a) 1

b) 3

c) 7

d) 18

e) 22

---

52. (CN 1998) A expressão $\frac{\left(x^3+y^3+z^3\right)^2-\left(x^3-y^3-z^3\right)^2}{y^3+z^3}$, $x\cdot y\cdot z\neq 0$, é equivalente a:

(A) $4x^3$
(B) $4yzx^3$
(C) $4yx^3$
(D) $4xyz$
(E) $4xz^3$

---

5 – Questões Comentadas

(Exercício Modelo)

01. O número 250 000 000 é o mesmo que:

a) $2,5.10^6$

b) $2,5.10^7$

c) $2,5.10^8$

d) $2,5.10^9$

Comentário:

Simples questão de potência de base 10. Lembro-vos que a quantidade de zeros corresponde ao expoente da base 10. Assim:

$$250.000.000 \Rightarrow (25).(10.000.000) \Rightarrow (25).(10)^7 \Rightarrow$$

Agora, perceba que 25 =2,5 .10, logo:

$$\Rightarrow (2,5).(10).(10)^7 \Rightarrow 2,5.10^8$$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

02. Dados os números $m = 9,84.10^{15}$ e $n = 1,23.10^{16}$, pode-se afirmar que:

a) $m < n$

b) $m = n$

c) $m + n = 1,07.10^{16}$

d) $m.n = 1,21.10^{31}$

Comentário:

O enunciado nos traz que: $m = (9,84).10^{15}$ e $n = (1,23).10^{16}$.

Sabemos que:

$$(1,23).10^{16} \Rightarrow (1,23).10.10^{15} \Rightarrow 12,3.10^{15}$$

Assim:

$$(12,3).10^{15} > (9,84).10^{15} \Rightarrow n > m$$

Gabarito: A

(Exercício Modelo)

03. Se $a = 2^3, b = a^2, c = 2^a$, o valor de $2abc$ é:

a) 2^{15}

b) 8^{18}

c) 2^{18}

d) 4^{15}

e) 2^{12}

Comentário:

Questão de simples troca de dados do enunciado com o que se pede. A partir daí, basta utilizar as regras de potenciação.

$$2.a.b.c \Rightarrow 2.(2^3).(a^2).(2^a) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2.(2^3).(2^3)^2.(2)^{2^3} \Rightarrow 2.2^3.2^6.2^8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{1+3+6+8} \Rightarrow 2^{18}$$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

04. O quociente de $\dfrac{\sqrt[7]{3^5}.\sqrt[6]{3^5}}{\sqrt[21]{3^8}}$ é igual a:

a) $\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[3]{6}$

c) $3\sqrt[3]{3}$

d) $3\sqrt[6]{3}$

e) $5\sqrt[3]{3}$

Comentário:

$$\sqrt[7]{3^5} = 3^{5/7}; \sqrt[6]{3^5} = 3^{5/6}; \sqrt[21]{3^8} = 3^{8/21}$$

Assim:

- Numerador: $3^{5/7}.3^{5/6} \Rightarrow 3^{5/7+5/6} \Rightarrow 3^{5.6+5.7/42} \Rightarrow 3^{65/42}$

- Denominador: $3^{8/21} \Rightarrow 3^{8.2/21.2} \Rightarrow 3^{16/42}$

Logo:

$$\frac{3^{65/42}}{3^{16/42}} \Rightarrow 3^{\frac{65}{42}-\frac{16}{42}} \Rightarrow 3^{49/47} \Rightarrow 3^{7/6} = \sqrt[6]{3^7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt[6]{3^6.3^1} \Rightarrow \sqrt[6]{3^6}.\sqrt[6]{3} \Rightarrow 3\sqrt[6]{3}$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

05. O valor da expressão $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999}$ é:

a) 0

b) 1

c) $\left(\sqrt{\frac{5}{5}}\right)^{1999}$

d) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

e) 10

Comentário:

Questão para simples racionalização e simplificação dos termos semelhantes.

$$\left(\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow 0^{1999} = 0$$

Gabarito: A

(Exercício Modelo)

06. Calculando-se o valor da expressão $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$ obtemos:

a) a^{16}

b) a^{-16}

c) a^{-15}

d) $a^{-\frac{16}{15}}$

e) $a^{\frac{15}{16}}$

Comentário:

Questão de sucessão de radicais finitos. Bem interessantes sua construção. Neste tipo de questão, caso venha em sua prova, a ideia é fazer com calma e de dentro para fora...passo a passo. OK?

Veja abaixo como ficou a construção de sua resolução.

$$\sqrt{\underbrace{a\sqrt{\underbrace{a\sqrt{\underbrace{a\sqrt{a}}_{\text{I}}}}_{\text{II}}}}_{\text{III}}}$$

I- $\sqrt{a\sqrt{a}} \to \sqrt{\sqrt{a^2.a}} \to \sqrt{\sqrt{a^3}} \to \sqrt[4]{a^3}$

II- $\sqrt{a\sqrt[4]{a^3}} \to \sqrt{\sqrt[4]{a^4.a^3}} \to \sqrt[8]{a^7}$

III- $\sqrt{a\sqrt[8]{a^7}} \to \sqrt[16]{a^8.a^7} \to \sqrt[16]{a^{15}} \Rightarrow a^{15/16}$

Poderíamos também pensar no macete, certo? Vamos a ele:

$$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} = a^{\frac{2^4-1}{2^4}} = a^{\frac{16-1}{16}} = a^{\frac{15}{16}}$$

Gabarito: E

(Exercício de Fixação)

07. Desenvolva os produtos notáveis:

a) $(x+3)^2 =$

b) $(3x+5)^2 =$

Comentário:

Nesta questão, temos dois casos simples de quadrado da soma de dois termos. Já é sabido que para questões deste tipo basta aplicarmos o seguinte desenvolvimento: o quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Assim:

a) $(x+3)^2 = x^2 + 2.(x).(3) + 3^2 \Rightarrow x^2 + 6x + 9$

b) $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2.(3x).(5) + 5^2 \Rightarrow 9x^2 + 30x + 25$

Ressalto que, como estamos diante de produtos notáveis da soma de dois termos, o resultado terá em todos os seus termos o sinal positivo (sinal de +).

(Exercício de Fixação)

08. Calcular os produtos notáveis:

a) $(x-1)^2 =$

b) $(3x^3-1)^2 =$

c) $(3x-2)^2 =$

d) $(2ab-a)^2 =$

Comentário:

Nesta questão, temos quatro casos simples de quadrado da diferença de dois termos. Já é sabido que para questões deste tipo basta aplicarmos o seguinte desenvolvimento: o quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Assim:

a) $(x-1)^2 = x^2 - 2.(x).(1) + (1)^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1$

b) $(3x^3-1)^2 = (3x^3)^2 - 2.(3x^3).(1) + (1)^2 \Rightarrow 9x^6 - 6x^3 + 1$

c) $(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2.(3x).(2) + (2)^2 \Rightarrow 9x^2 - 12x + 4$

d) $(2ab-a)^2 = (2ab)^2 - 2.(2ab).(a) + (a)^2 \Rightarrow 4a^2b^2 - 4a^2b + a^2$

Ressalto que, como estamos diante de produtos notáveis da diferença de dois termos, o resultado terá sinais intercalados entre os da adição e subtração.

Perceba que, no exemplo da letra d), aparece o fator ***a*** em ambos os termos, isso implica os termos centrais do resultado ter aparecido com o ***a*** elevado ao quadrado.

(Exercício de Fixação)

09. Desenvolva o produto notável:

a) $(3x+2y+z)^2 =$

Comentário:

Nesta questão, temos um caso não tão simples de quadrado da soma de três termos. Já é sabido que para questões deste tipo basta aplicarmos o seguinte desenvolvimento: separar os três termos em dois; em seguida aplicar regra do quadrado da soma duas vezes.

Assim:

a) $(3x+2y+z)^2 =$

$$(3x+2y+z)^2 = \left[(3x+2y)+z\right]^2 = (3x+2y)^2 + 2.(3x+2y).(z)+(z)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[(3x)^2 + 2.(3x).(2y)+(2y)^2\right] + 2.z.(3x)+2.z(2y)+z^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 9x^2 + 12xy + 4y^2 + 6xz + 4yz + z^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 9x^2 + 4y^2 + z^2 + 12xy + 6xz + 4yz \rightarrow$$

$$Logo: (3x+2y+z)^2 \Rightarrow 9x^2 + 4y^2 + z^2 + 2(6xy + 3xz + 2yz)$$

(Exercício de Fixação)

10. Calcular os produtos notáveis:

a) $(2ab - x).(2ab + x) =$

b) $(3a+1).(3a-1) =$

c) $(4ab-2).(4ab+2) =$

d) $(5a^2x^3 - 4).(5a^2x^3 + 4) =$

Comentário:

Essa questão traz exercícios de pura aplicação do produto da soma pela diferença, que resulta sempre no quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo termo.

a) $(2ab - x).(2ab + x) = (2ab)^2 - (x)^2 \Rightarrow 4a^2b^2 - x^2$

b) $(3a+1).(3a-1) = (3a)^2 - (1)^2 \Rightarrow 9a^2 - 1$

c) $(4ab-2).(4ab+2) = (4ab)^2 - (2)^2 \Rightarrow 16a^2b^2 - 4$

d) $(a^2x^3-4).(a^2x^3+4)=(a^2x^3)^2-(4)^2 \Rightarrow a^4x^6-16$

Este tópico é muito comum na sua prova. Desta forma, toda vez que perceber um produto da soma com a diferença, sempre lembre da DIFERENÇA DE QUADRADOS.

(Exercício de Fixação)

11. Resolva os produtos notáveis:

a) $(\sqrt{5}+2)^{13}.(\sqrt{5}-2)^{13}=$

b) $(x^2-y^2)^3.(x^2+y^2)^3=$

Comentário:

Essa questão traz exercícios de pura aplicação do produto da soma pela diferença, que resulta sempre no quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo termo, REPETINDO O EXPOENTE INICIAL.

a) $(\sqrt{5}+2)^{13}.(\sqrt{5}-2)^{13}=\left[(\sqrt{5})^2-2^2\right]^{13}=(5-4)^{13}=1^{13}\Rightarrow 1$

b) $(x^2-y^2)^3.(x^2+y^2)^3=\left[(x^2)^2-(y^2)^2\right]^3=(x^4-y^4)^3$

(Exercício de Fixação)

12. Desenvolva os produtos notáveis:

a) $(x-6).(x+9)=$

b) $(y+5).(y-4)=$

c) $(x+3).(x+1)=$

d) $(y-6).(y+5)=$

Comentário:

Essa questão traz exercícios de pura aplicação do seguinte desenvolvimento: $(x^n+p).(x^n+q)=x^{2n}+(p+q)x^n+p.q$.

a) $(x-6).(x+9)=x^2+(-6+9)x+(-6)(+9)\Rightarrow x^2+3x-54$

b) $(y+5).(y-4)=y^2+(5-4)y+(5).(-4)\Rightarrow y^2+y-20$

c) $(x+3).(x+1)=x^2+(3+1)x+(3).(1)\Rightarrow x^2+4x+3$

Perceba que neste desenvolvimento, o termo central será sempre a soma dos termos constantes, porém, o termo independente do resultado será sempre o produto deles.

(Exercício de Fixação)

13. Desenvolva os produtos notáveis:

a) $(x+a)(x^2-ax+a^2)=$

b) $(x+5)(x^2-5x+25)=$

c) $(x-6)(x^2+6x+36)=$

Comentário:

Essa questão traz exercícios de pura aplicação do seguinte desenvolvimento: cubo do primeiro menos o cubo do segundo, para produtos da forma $(a-b).(a^2+a.b+b^2)=\mathrm{a}^3-b^3$ e cubo do primeiro mais o cubo do segundo, para produtos da forma $(a+b).(a^2-a.b+b^2)=a^3+b^3$.

Assim,

a) $(x+a)(x^2-ax+a^2)=x^3+a^3$

b) $(x+5)(x^2-5x+25)=x^3+\left(5\right)^3 \Rightarrow x^3+125$

c) $(x-6)(x^2+6x+36)=x^3-(6)^3 \Rightarrow x^3-216$

(Exercício de Fixação)

14. Calcule os produtos notáveis:

a) $(3x-1)^3=$

b) $(4x^3-2)^3=$

Comentário:

Neste exercício, basta aplicarmos o cubo da diferença de dois termos. Lembrando que basta seguir a seguinte regra: o cubo do primeiro termo menos o triplo do quadrado do primeiro pelo segundo termo mais o triplo do primeiro pelo quadrado do segundo termo menos o cubo do segundo termo, ficando da seguinte forma $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3a.b^2-b^3$.

a) $(3x-1)^3=(3x)^3-3.(3x)^2(1)+3.(3x)(1)^2-1^3 \Rightarrow 27x^3-9x^2+9x-1$

b) $(x^3-2)^3=(x^3)^3-3.(x^3)^2(2)+3.(x^3)(2)^2-(2)^3 \Rightarrow x^9-6x^6+12x^3-8$

(Exercício Modelo)

15. A expressão $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$ equivale a:

a) a^3-b^3

b) $a-b$

c) a^3+b^3

d) $(a+b)^3$

Comentário:

Questão bem interessante, que pode ser objeto de prova. Vamos a sua resolução.

Num primeiro momento, de forma a ficar mais didático, irei fazer uma troca de variável, ou seja,

$$\sqrt[3]{a} \to x$$
$$\sqrt[3]{b} \to y$$

Utilizando deste técnica, ficaremos com: $(x-y)(x^2+xy+y^2) \to$ o que já é uma expressão mais conhecida, certo? Como já é sabido, a expressão $(x-y)(x^2+xy+y^2) \to$ resultará numa diferença de cubos da forma: $x^3 - y^3$

Voltando para os termos da expressão original, ou seja, desfazendo a troca de variáveis, teremos:

$$(\sqrt[3]{a})^3 - (\sqrt[3]{b})^3 \to a - b$$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

16. (EsSA) E expressão $(a+b)^2.(a-b)^2$ é equivalente a:

a) $a^4 - b^4$

b) $a^4 + b^4$

c) $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

d) $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

e) $a^4 - 2a^2b^2 - b^4$

Comentário:

Questão bem interessante, que pode ser objeto de prova. Vamos a sua resolução. Perceba que estamos diante de um produto da soma pela diferença, com um pequeno detalhe: os fatores estão elevados a segunda potência. Sabemos ainda que num produto da soma pela diferença basta fazer o quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo, repetindo-se o expoente dos fatores. Assim, temos:

$$(a+b)^2.(a-b)^2 = [(a+b).(a-b)]^2 \Rightarrow (a^2-b^2)^2$$

$$\Rightarrow (a^2-b^2)^2 = (a^2)^2 - 2.(a^2)(b^2) + (b^2)^2 \to a^4 - 2a^2b^2 + b^4$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

17. (CEFET) O resultado de $(-x-\sqrt{2})^2$

a) $x^2-2\sqrt{x}+2$

b) $x^2+2\sqrt{2}x+2$

c) $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

d) x^3-2

e) x^3+2

Comentário:

Questão de simples aplicação do quadrado de dois termos. Nesta questão a banca tenta confundir o aluno nos jogos dos sinais. Não dê mole. Fique sempre atento.

Veja na solução como é importante o conceito de potenciação.

Perceba que eu posso escrever a expressão do enunciado da seguinte forma:

$$\left[(-1).(-x-\sqrt{2})\right]^2=(-1)^2.(x+\sqrt{2})^2=1.[x^2+2\sqrt{2}x+(\sqrt{2})^2]\rightarrow$$
$$\rightarrow x^2+2\sqrt{2}x+2$$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

18. (EsSA) Sendo $x=(2+\sqrt{3})^{89}$ e $y=(2-\sqrt{3})^{89}$, então o procedimento $x.y$ é igual a:

a) $(4-2\sqrt{3})^{89}$

b) 2^{90}

c) 1

d) 2^{198}

e) $(4+2\sqrt{3})^{89}$

Comentário:

Vamos a sua resolução. Perceba que estamos, mais uma vez, diante de um produto da soma pela diferença, com um pequeno detalhe: os fatores estão elevados a 89. Sabemos ainda que num produto da soma pela diferença basta fazer o quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo, repetindo-se o expoente dos fatores.

Assim, temos:

$x=(2+\sqrt{3})^{89}$ e $y=(2-\sqrt{3})^{89} \to x.y=(2+\sqrt{3})^{89}(2-\sqrt{3})^{89} \to \left[(2)^2-(\sqrt{3})^2\right]^{89} \to$

$\to (4-3)^{89} \to (1)^{89} \Rightarrow 1$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

19. (EsSA) A forma simplificada da expressão $(x-y)^2-(x+y)(x-y)$ é:

a) $-2xy$

b) $2xy$

c) $2x^2-2xy$

d) y^2-2xy

e) $2y(y-x)$

Comentário:

Pegando a expressão dada e fazendo seu desenvolvimento natural, qual seja: um quadrado da diferença combinado com um produto da soma pela diferença, chagaremos a resposta correta. Vamos a sua resolução!

$$(x-y)^2-(x+y)(x-y)=\left(x^2-2xy+y^2\right)-(x^2-y^2)\to$$

$$\to \left(x^2-2xy+y^2\right)-x^2+y^2=x^2-x^2-2xy+y^2+y^2\to$$

$$\Rightarrow 2y^2-2xy=2y(y-x)$$

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

20. Sendo **x** e **y** números naturais, com x > y, a expressão $\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-y^2}}$ equivale a:

a) $\sqrt{x}+\sqrt{y}$

b) $\sqrt{x+y}+\sqrt{y}$

c) $\sqrt{x}+\sqrt{x-y}$

d) $\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}$

e) $2\sqrt{x+y}+2\sqrt{x-y}$

Comentário:

O radical interno possui uma diferença de quadrados que pode ser aberta como um produto da soma pela diferença.

$$\sqrt{2x+2.\sqrt{x^2-y^2}} \Rightarrow \sqrt{2x+2.\sqrt{(x+y)(x-y)}}$$

Vamos utilizar a técnica da troca de variável, ou seja, reescrever a expressão de uma forma mais simples.

$$a=(x+y) \text{ e } b=(x-y)$$

É notório que:

$$a+b=(x+y)+(x-y)=2x$$
$$a.\mathrm{b}=(\mathrm{x}+\mathrm{y}).(\mathrm{x}-\mathrm{y})$$

Temos então:

$$\sqrt{a+b+2.\sqrt{a.b}} \Rightarrow \sqrt{a+2\sqrt{ab}+b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} \Rightarrow \sqrt{a}+\sqrt{b} \Rightarrow \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

21. O número $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ é:

a) irracional

b) inteiro

c) uma potência de 7

d) imaginário

e) racional não inteiro

Comentário:

Dica para radical duplo:

$$\sqrt{(a+b)+2.\sqrt{ab}}=\sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

ou

$$\sqrt{(a+b)-2.\sqrt{ab}}=\sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

Assim, em regra, toda expressão que aparecer na sua prova na forma acima, poderá ser reescrita como uma soma de radicais acima.

Logo:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2.\sqrt{4.3}}=\sqrt{(4+3)+2.\sqrt{4.3}}=\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$$

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{7-2.\sqrt{4.3}}=\sqrt{(4+3)-2.\sqrt{4.3}}=\sqrt{(\sqrt{4}-\sqrt{3})^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\sqrt{4}-\sqrt{3}=2-\sqrt{3}$$

Desta forma:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}} \Rightarrow (2+\sqrt{3})=(2-\sqrt{3})=4$$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

22. Sendo a e b números naturais com a> b então $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ é:

a) $\sqrt{a}+2\sqrt{b}$

b) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

d) $\sqrt{a}-2\sqrt{b}$

e) $\sqrt{b}-2\sqrt{a}$

Comentário:

Olhe abaixo uma simples aplicação do tópico Radical Duplo:

$$\sqrt{a+b-2.\sqrt{ab}}=\sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

Essa é a prova real: perceba que, se eu elevar ao quadrado e extrair a raiz quadrada, não altera o resultado. Assim:

$$\sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}=\sqrt{a-2.\sqrt{ab}+b}=\sqrt{a+b-2.\sqrt{ab}}$$

Gabarito: C

(EAM-2005)

27. Fatorando-se a expressão $ac+2bc-ad-2bd$,obtém-se

a) $(a+2b)(c-d)$

b) $(a-2b)(c-d)$

c) $(a-2b)(c+d)$

d) $(a+c)^2(a-d)$

e) $(a-c)(a+2b)$

Comentário:

Questão de pura aplicação do processo de agrupamento. Vamos a sua solução!

$$ac+2bc-ad-2bd \Rightarrow (ac+2bc)-)ad-2bd) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c.(a+2b)-d(a+2b) \Rightarrow)a+2b)(c-d)$$

Gabarito: A

(EAM-2007)

30. Se o valor de $A=[(x^2-2x+4).(x+2)-(x^3+x^2+8)]$ é igual a:

a) $-x^2$

b) x^2

c) $2x^3-x^2$

d) $-x^2+8x$

e) 16

Comentário:

Olhando para o termo abaixo, podemos perceber que seu primeiro elemento é um produto notável que corresponde à soma de dois cubos. Assim:

$$A=[(x^2-2x+4)(x+2)-(x^3+x^2+8)]$$

Sabemos que:

$$(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+8$$

Logo:

$$A=[x^3+8-x^3-x^2-8]=-x^2$$

Gabarito: A

(EAM-2008)

33. Se $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$, o valor de $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ é:

a) 4

b) 9

c) 16

d) 25

e) 36

Comentário:

Se $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$, então $2a=b$. Podemos assim, fazer uma substituição de variáveis.

Assim:

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2=\left(\frac{a+2a}{a-2a}\right)^2=\left(\frac{3a}{-a}\right)^2=(-3)^2=9$$

Gabarito: B

(EAM-2008)

34. Reduzindo-se os termos semelhantes da expressão $b(a-b)+(b+a)(b-a)-a(b-a)+(b-a)^2$, obtém-se

a) $(a-b)^2$

b) $(a+b)^2$

c) b^2-a^2

d) a^2-b^2

e) a^2+b^2

Comentário:

Essa questão é pura aplicação do processo de agrupamento. Veja, abaixo, que postei duas possíveis soluções.

$$b.(a-b)+[(b+a)(b-a)-a(b-a)]+(b-a)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b.(a-b)+[(b-a)(b+a-a)]+(b-a)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [b.(a-b)+b(b-a)]+(b-a)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b(a-b+b-a)+(b-a)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0+(b-a)^2 \Rightarrow (b-a)^2=(a-b)^2$$

2ª Solução:

$$b.(a-b)+(b+a)(b-a)-a.(b-a)+(b-a) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (ab-b^2)+(b^2-a^2)-ab+a^2+(b^2-2ab+a^2) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow ab-ab+b^2+b^2-a^2+a^2+a^2-2ab+b^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (a-b)^2$$

Gabarito: A

(EAM-2009)

35. Qual das expressões algébricas abaixo NÃO está corretamente fatorada?

a) $a^2-2ab+b^2=(a-b)(a-b)$

b) $a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)$

c) $a^2+b^2=(a+b)(a+b)$

d) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

e) $a^4-b^4=(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

Comentário:

Questão interessante, onde a banca pede para analisar qual desenvolvimento está incorreto. Basta lembrar dos tópicos ensinados na teoria. Vamos a eles.

a) $a^2-2ab+b^2 \Rightarrow (a-b)^2 \Rightarrow (a-b)(a-b)$

b) $a^2+2ab+b^2 \Rightarrow (a+b)^2$

c) $a^2+b^2 \Rightarrow (a+b)^2-2ab \rightarrow$ Não está correta

d) $a^2-b^2 \Rightarrow (a-b)(a+b)$

e) $a^4.b^4 \Rightarrow (a^2-b^2)(a^2+b^2) \Rightarrow (a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

Gabarito: C

(EAM-2009)

36. O valor de $\sqrt[3]{\dfrac{(a+b).a.b}{a-b}}$ para a = 12 e b = 6 é:

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

Comentário:

Vamos apenas substituir os valores nos lugares de suas respectivas variáveis.

$$\sqrt[3]{\frac{(a+b).ab}{a-b}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{(12+6).12.6}{12-6}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{18.12.6}{6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{18.12} = \sqrt[3]{6.3.4.3} = \sqrt[3]{2^3.3^3} = 2.3 = 6$$

Gabarito: B

(EAM-2010)

37. Que número deve ser adicionado a 2009^2 para obter 2010^2

a) 8019

b) 6010

c) 4019

d) 3019

e) 2010

Comentário:

Como não sabemos qual é este número, chamaremos de x. Assim, caímos numa diferença de quadrados.

$$x+2009^2=2010^2$$

$$x=2010^2-2009^2\Rightarrow(2010-2009)(2010+2009)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=1.4019\Rightarrow x=4019$$

Gabarito: C

(EAM-2010)

38. O valor da expressão $\dfrac{x^3+x^2-4x-4}{(x+1)(x-2)}$ quando $x=987$ é:

a) 987

b) 988

c) 989

d) 990

e) 991

Comentário:

Este é o tipo de questão que não se pode começar substituindo direto. Precisa, antes de tudo, realizar algumas simplificações, para que a cona fique mais fácil.

$$\frac{(x^3+x^2)-(4x+4)}{(x+1)(x-2)}=\frac{x^2(x+1)-4(x+1)}{(x+1)(x-2)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{(x+1)(x^2-4)}{(x+1)(x-2)}\Rightarrow\frac{(x+1)(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-2)}=x+2\Rightarrow 987+2=989$$

Gabarito: C

(EAM-2011)

39. O resultado da expressão $\sqrt{96+\sqrt{7+\sqrt{81}}}$ é:

a) 18

b) 16

c) 14

d) 12

e) 10

Comentário:

$\sqrt{96+\sqrt{7+\sqrt{81}}} \Rightarrow$ Sabemos que $\sqrt{81}=9,$ logo:

$\sqrt{96+\sqrt{7+9}} \Rightarrow \sqrt{96+\sqrt{16}} \Rightarrow$ e $\sqrt{16=4} \Rightarrow$ Assim:

$\Rightarrow \sqrt{96+4}=\sqrt{100}=10$

Gabarito: E

(EAM-2011)

40. O valor da expressão $(0,11)^2+2.(0,11).(0,89)+(0,89)^2$ é:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

Comentário:

Vamos utilizar a técnica da troca de variável, ok?

$$a=0,11$$
$$b=0,89$$

Assim:

$$a^2+2a.b+b^2 \Rightarrow (a+b)^2=(0{,}11+0{,}89)^2=1^2=1$$

Gabarito: B

(EAM-2011)

41. Observe a resolução de um aluno para a expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+(-2)^2-2^2$

Linha 1 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+(-2)^2-2^2$

Linha 2 $(\cancel{2})^2+(-\cancel{2})^2-2^2$

Linha 3 -2^2

Linha 4 $-(2.2)$

Linha 5 -4

Constatou-se, acertadamente, que o aluno errou pela primeira vez ao escrever a LINHA:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

Comentário:

Na linha 1 o aluno apenas repetiu a expressão. Logo, nenhum erro

Na linha 2, houve o primeiro erro, pois sabemos que:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=2^2$$

$$(-2)^2=2^2$$

Logo: 2^2 não é simétrico de $(-2)^2$, não podendo assim, simplificar.

Gabarito: B

(EAM-2011)

42. Na equação $\frac{(a+b)^2-a-b}{a^2+ab-a}=3,$ sendo **a** e **b** números reais não nulos. O valor de $\frac{a}{b}$ é:

a) 0,8

b) 0,7

c) 0,5

d) 0,4

e) 0,3

Comentário:

$$\frac{(a+b)^2-a-b}{a^2+ab-a}=3,$$

Olhando para o numerador da expressão acima, podemos escrever de uma forma mais conveniente, qual seja:

$$\Rightarrow \frac{(a+b)^2-(a+b)}{a(a+b-1)}=3\Rightarrow$$

Assim, podemos realizar uma fatoração da forma:

$$\Rightarrow \frac{(a+b)(a+b-1)}{a.(a+b-1)}=3\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a}=3\Rightarrow a+b=3a\Rightarrow$$

$$b=3a-a\Rightarrow 2a=b\Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{1}{2}=0,5$$

Gabarito: C

(EAM-2011)

43. Simplificando a expressão $E=(\sqrt{2+\sqrt{3}}).(\sqrt{2-\sqrt{3}}),$ que valor obtém-se para E?

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

e) 0

Comentário

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2.\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2} \Rightarrow \sqrt{4-3} = \sqrt{1} = 1$$

Gabarito: D

(EAM-2012)

44. Qual é o valor de $y = \sqrt{32} - \sqrt{8}$?

a) 1

b) $\sqrt{2}$

c) $6\sqrt{2}$

d) $2\sqrt{6}$

e) $2\sqrt{2}$

Comentário:

Questão de simples retirada de fatores primos de dentro do radical.

$$y = \sqrt{32} - \sqrt{8} \Rightarrow \sqrt{2^5} - \sqrt{2^3} \Rightarrow 2^2.\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \Rightarrow 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Gabarito: E

(EAM-2012)

45. O valor da expressão $\sqrt{13+\sqrt[3]{25+\sqrt{8-\sqrt[3]{64}}}}$ é:

a) 4

b) 6

c) 8

d) 12

e) 18

Comentário:

$$\sqrt{13+\sqrt[3]{25+\sqrt{8-\sqrt[3]{64}}}}$$ Sabemos que $\sqrt[3]{65}=4,$ logo:

$$\sqrt{13+\sqrt[3]{25+\sqrt{8-4}}} \Rightarrow \sqrt{13+\sqrt[3]{25+\sqrt{4}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{13+\sqrt[3]{25+2}} = \sqrt{13+\sqrt[3]{27}} = \sqrt{13+3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{16} = 4$$

Gabarito: A

(EAM-2013)

46. Quanto vale a metade de 2^{2014} ?

a) 2^2

b) 2^7

c) 2^{2017}

d) 2^{2013}

e) 2^{2015}

Comentário:

Calcular a metade é o mesmo que dividir por dois o elemento dado! Assim, temos:

$$\frac{2^{2014}}{2} = 2^{2014}.2^{-1} = 2^{2014-1} = 2^{2013}$$

Gabarito: D

(EAM-2014)

47. O produto $(\sqrt{3}-\sqrt{2}).(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ é igual a:

a) 6

b) 1

c) 0

d) -1

e) -6

Comentário:

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$$

Gabarito: B

(EAM-2015)

48. $\sqrt{75}$ é equivalente a:

a) $37,5$

b) 75

c) $5\sqrt{5}$

d) $3\sqrt{5}$

e) $5\sqrt{3}$

Comentário:

$$\sqrt{75}=\sqrt{25.3}=\sqrt{25}.\sqrt{3}=5\sqrt{3}$$

Gabarito: E

(EAM-2017)

49. Sendo $x-\frac{2}{x}=a$, então $x^2+\frac{4}{x^2}$ é igual a:

a) a^2+4

b) a^2-4

c) a^2

d) $a+4$

e) $a-4$

Comentário:

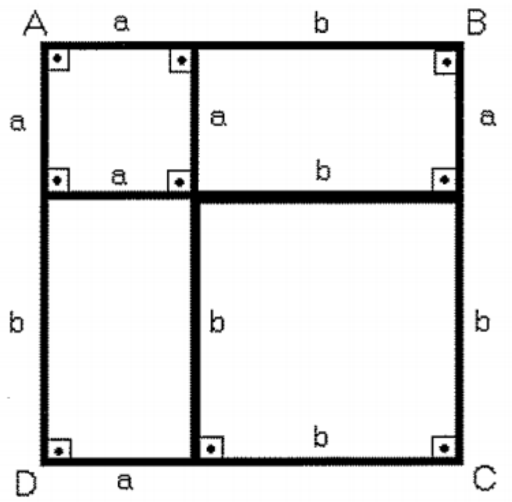
Vamos pegar o primeiro termo dado e elevar ao quadrado.

$$x-\frac{2}{x}=a \Rightarrow \left(x-\frac{2}{x}\right)^2=a^2 \Rightarrow x^2-2x.\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}=a^2 \Rightarrow$$

A partir daí, basta substituir os termos semelhantes.

$$\Rightarrow x^2+\frac{4}{x^2}-4=a^2 \Rightarrow x^2+\frac{4}{x^2}=a^2+4$$

Gabarito: A



50. (CN 2005) Qual é o produto notável representado, geometricamente, na figura acima, na qual ABCD é um retângulo?

(A) a^3+b^3

(B) $(a+b)^3$

(C) $(a+b)^2$

(D) $(a^2+b^2)^2$

(E) $(a+b)^4$

Comentário:

A área do quadrado maior é igual à área dos dois quadrados menores somadas às áreas dos dois retângulos. Assim,

$$(a+b)^2=a^2+b^2+ab+ab=a^2+b^2+2ab\,.$$

Gabarito: C

---

51. (CN 1999) Se $m+n+p=6$, $mnp=2$ e $mn+mp+np=11$, podemos dizer que o valor de $\frac{m}{np}+\frac{n}{mp}+\frac{p}{mn}$ é:

a) 1

b) 3

c) 7

d) 18

e) 22

Comentário:

$$\frac{m}{np}+\frac{n}{mp}+\frac{p}{mn}=\frac{m^2+n^2+p^2}{mnp}=$$
$$=\frac{(m+n+p)^2-2(mn+mp+np)}{mnp}=\frac{6^2-2\cdot 11}{2}=7$$

Gabarito: C

---

52. (CN 1998) A expressão $\frac{\left(x^3+y^3+z^3\right)^2-\left(x^3-y^3-z^3\right)^2}{y^3+z^3}$, $x\cdot y\cdot z\neq 0$, é equivalente a:

(A) $4x^3$
(B) $4yzx^3$
(C) $4yx^3$
(D) $4xyz$
(E) $4xz^3$

Comentário:

$$\frac{\left(x^3+y^3+z^3\right)^2-\left(x^3-y^3-z^3\right)^2}{y^3+z^3}=$$
$$=\frac{\left(x^3+y^3+z^3+x^3-y^3-z^3\right)\left(x^3+y^3+z^3-x^3+y^3+z^3\right)}{y^3+z^3}=$$
$$=\frac{2x^3\cdot 2\left(\cancel{y^3+z^3}\right)}{\cancel{y^3+z^3}}=4x^3$$

Gabarito: A

Bom, é isso, meu aluno!!!

Espero que tenha gostado!!

Toda esta aula foi idealizada com muito carinho, para que, de fato, possa ter o melhor para sua preparação!

Não esqueça de acessar o fórum para sanar quaisquer dúvidas pendentes.