

Prova de Logaritmo e Função Exponencial – ITA

1 - (ITA-99) Seja $a \in \mathfrak{R}$ com $a > 1$. Se $b = \log_2 a$, então o valor de

$$\log_4 a^3 + \log_2 4a + \log_2 \frac{a}{a+1} + (\log_8 a)^2 - \log_{\frac{1}{2}} \frac{a^2 - 1}{a - 1} \text{ é:}$$

- a) $2b - 3$ b) $\frac{65}{18}b + 2$ c) $\frac{2b^2 - 3b + 1}{2}$
 d) $\frac{2b^2 + 63b + 36}{18}$ e) $\frac{b^2 + 9b + 7}{9}$

2 - (ITA-98) O valor de $y \in \mathfrak{R}$ que satisfaz a igualdade: $\log_y 49 = \log_{y^2} 7 + \log_{2y} 7$, é:

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 3 d) $\frac{1}{8}$ e) 7

3 - (ITA-98) A inequação:

$$4x \log_5(x + 3) \geq (x^2 + 3) \log_{\frac{1}{5}}(x + 3)$$

é satisfeita para todo $x \in S$. Então:

- a) $S =] - 3, - 2[\cup] - 1, + \infty[$
 b) $S =] - \infty, - 3[\cup] - 1, + \infty[$
 c) $S =] - 3, - 1[$
 d) $S =] - 2, + \infty[$
 e) $S =] - \infty, - 3[\cup] - 3, + \infty[$

4 - (ITA-97) Dado um número real a com $a > 1$, seja S o conjunto solução da inequação

$$\log_{1/a} \log_a \left(\frac{1}{a} \right)^{x-7} \leq \log_{1/a} (x - 1)$$

Então S é o intervalo:

- a) $[4, +\infty[$ b) $[4, 7[$ c) $]1, 5]$
 d) $]1, 4]$ e) $[1, 4]$

5 - (ITA-96) Seja $a \in \mathfrak{R}$, $a > 1$. Para que:

$$]4, 5[= \{x \in \mathfrak{R}_+^* ; \log_{1/a} [\log_a(x^2 - 15)] > 0\}. \text{ O valor de } a \text{ é:}$$

- a) 2 b) 3 c) 5 d) 9 e) 10

6 - (ITA-96) Se (x_0, y_0) é uma solução real do sistema

$$\begin{cases} \log_2(X + Y) - \log_3(X - 2Y) = 2 \\ X^2 - 4Y^2 = 4 \end{cases} \text{ então } x_0 + y_0 \text{ é igual a:}$$

- a) $\frac{7}{4}$ b) $\frac{9}{4}$ c) $\frac{11}{4}$ d) $\frac{13}{4}$ e) $\frac{17}{4}$

7 - (ITA-95) Se x é um número real positivo com $x \neq 1$ e $x \neq 1/3$, satisfazendo

$$\frac{2 + \log_3 x}{\log_{(x+2)} x} - \frac{\log_x(x+2)}{1 + \log_3 x} = \log_x(x+2) \text{ então } x \text{ pertence}$$

ao intervalo I , onde:

- a) $I = (0, 1/9)$ b) $I = (0, 1/3)$ c) $I = (1/2, 1)$
 d) $I = (1, 3/2)$ e) $I = (3/2, 2)$

8 - (ITA-94) Sejam x e y números reais, positivos e ambos diferentes de 1, satisfazendo o sistema:

$$\begin{cases} x^y = \frac{1}{y^2} \\ \log x + \log y = \log \frac{1}{\sqrt{x}} \end{cases} \text{ . Então o conjunto } (x, y) \text{ está}$$

contido no intervalo:

- a) $[2, 5]$ b) $]0, 4[$ c) $[-1, 2]$
 d) $[4, 8[$ e) $[5, \infty[$

9 - (ITA-93) O conjunto solução da inequação $\log_x[(1-x)x] < \log_x[(1+x)x^2]$ é dado por:

- a) $1 < x < 3/2$ c) $0 < x < (\sqrt{2} - 1)/2$ e) $0 < x < \sqrt{2} - 1$
 b) $0 < x < 1$ d) $0 < x < \sqrt{2}/2$

10 - (ITA-92) Seja $\alpha = \frac{1}{2} \frac{\log 2}{\log 2 - \log 3}$. O conjunto solução

da desigualdade $2^{\sin x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^\alpha$ no intervalo $[0, 2\pi)$ é:

- a) $]0, \pi/3[\cup]2\pi/3, 2\pi[$ b) $]0, 7\pi/6[\cup]11\pi/6, 2\pi[$
 c) $]0, 4\pi/3[\cup]5\pi/3, 2\pi[$ d) $]0, \pi/6[\cup]5\pi/6, 2\pi[$
 e) n.d.a.

11 - (ITA-91) O conjunto dos números reais que verificam a inequação $3 \log x + \log(2x + 3)^3 \leq 3 \log 2$, é dado por:

- a) $\{x \in \mathfrak{R} : x > 0\}$ b) $\{x \in \mathfrak{R} : 1 \leq x \leq 3\}$
 c) $\{x \in \mathfrak{R} : 0 < x \leq \frac{1}{2}\}$ d) $\{x \in \mathfrak{R} : \frac{1}{2} \leq x < 1\}$
 e) n.d.a.

12 - (ITA-91) Sejam $A = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 3^k$ e $B = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} 1^k$.

Se $\ln B - \ln A = \ln \frac{6561}{4}$ então n é igual a:

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) n.d.a.

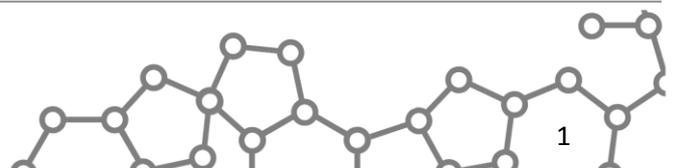
13 - (ITA-90) Sabendo-se que $3x - 1$ é fator de $12x^3 - 19x^2 + 8x - 1$ então as soluções reais da equação $12(3^{3x}) - 19(3^{2x}) + 8(3^x) - 1 = 0$ somam:

- a) $-\log_3 12$ b) 1 c) $-\frac{1}{3} \log_3 12$ d) -1 e) $\log_3 7$

14 - (ITA-89) Sobre a expressão $M = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_5 x}$,

onde $2 < x < 3$, qual das afirmações abaixo está correta?

- a) $1 \leq M \leq 2$ b) $2 < M < 4$ c) $4 \leq M \leq 5$



- d) $5 < M < 7$ e) $7 \leq M \leq 10$

15 - (ITA-88) Seja α um número real, $\alpha > \sqrt{5}$ tal que $(\alpha + 1)^m = 2^p$, onde m é um inteiro positivo maior que 1 e $p = m[\log_2] [(\log_m (\alpha^2 - 5))]$. O valor de α é:

- a) 3 b) 5 c) $\sqrt{37}$ d) 32
e) Não existe valor de α nestas condições

16 - (ITA-88) Seja a um número real com $0 < a < 1$. Então, os valores reais de x para os quais $a^{2x} - (a + a^2)a^x + a^3 < 0$ são:

- a) $a^2 < x < a$ b) $x < 1$ ou $x > 2$ c) $1 < x < 2$
d) $a < x < \sqrt{a}$ e) $0 < x < 4$

17 - (ITA-87) Acrescentando 16 unidades a um número, seu logaritmo na base 3 aumenta de 2 unidades. Esse número é:

- a) 5 b) 8 c) 2 d) 4 e) 3

18 - (ITA-87) Considere $u = x \cdot \ln(3)$, $v = x \cdot \ln(2)$ e $e^u \cdot e^v = 36$. Nestas condições, temos:

- a) $x = -4$ b) $x = 12$ c) $x = -3$ d) $x = 9$ e) $x = 2$

19 - (ITA-87) Se x e y são números reais e $\ln[(y^2 + 1) \cdot e^x] - \ln(y^2 + 1)^4 = x - 3$ então:

- a) $y = 1 + \sqrt{e-1}$ b) $y = 10 - \sqrt{e-1}$ c) $y = \pm \sqrt{e-1}$
d) $y = \pm \sqrt{e-1}$ e) $y = \sqrt{e-1}/2$

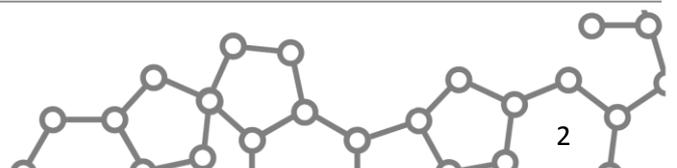
20 - (ITA-85) Dada a equação $3^{2x} + 5^{2x} - 15^x = 0$, podemos afirmar que:

- a) Não existe x real que a satisfaça.
b) $x = \log_3 5$ é uma solução desta equação.
c) $x = \log_5 3$ é uma solução desta equação.
d) $x = \log_3 15$ é uma solução desta equação.
e) $x = 3 \cdot \log_5 15$ é uma solução desta equação.

21 - (ITA-84) Os valores de a e k reais que tornam verdadeira a expressão

$$\log_a 2a + \frac{\log_{2a} k}{\log_{6a} k} \log_a 2a = (\log_a 2a)(\log_a 3) \text{ são:}$$

- a) $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e qualquer valor de k , $k > 0$
b) $a = 2$ e qualquer valor de k , $k > 0$, $k \neq 1$
c) $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e qualquer valor de k , $k > 0$, $k \neq 1$
d) quaisquer valores de a e k com $k \neq 6a$
e) qualquer valor de a positivo com $a \neq 1$ e $a \neq 1/6$, e qualquer valor positivo de k



GABARITO

1	D
2	D
3	A
4	D
5	E
6	D
7	B
8	B
9	E
10	D
11	C
12	E
14	B
15	A
16	C
17	C
18	E
19	C
20	A
21	C

