Prova de Logaritmo e Função Exponencial – ITA

1 - (ITA-99) Seja *a* $\in \Re$ com *a* > 1. Se b = $\log_2 a$, então o valor de

$$\log_4 a^3 + \log_2 4a + \log_2 \frac{a}{a+1} + (\log_8 a)^2 - \log_{\frac{1}{2}} \frac{a^2-1}{a-1} \quad \text{é:}$$

a) $2b-3$ b) $\frac{65}{18}b+2$ c) $\frac{2b^2-3b+1}{2}$

d) $\frac{2b^2+63b+36}{18}$ e) $\frac{b^2+9b+7}{9}$

2 - (ITA-98) O valor de y $\in \Re$ que satisfaz a igualdade:

$$\log_y 49 = \log_{y^2} 7 + \log_{2y} 7, \quad \text{é:}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 3 d) $\frac{1}{8}$ e) 7

3 - (ITA-98) A inequação:

$$4x \log_5(x+3) \geq (x^2+3) \log_{\frac{1}{5}}(x+3)$$

é satisfeita para todo x $\in$ S. Então:

a) S = $]-3, -2] \cup [-1, +\infty[$
b) S = $]-\infty, -3[\cup [-1, +\infty[$
c) S = $]-3, -1]$
d) S = $]-2, +\infty]$
e) S = $]-\infty, -3[\cup]-3, +\infty[$

4 - (ITA-97) Dado um número real a com a > 1, seja S o conjunto solução da inequação

$$\log_{1/a} \log_a \left(\frac{1}{a}\right)^{x-7} \leq \log_{1/a}(x-1)$$

Então S é o intervalo:

a) $[4, +\infty[$ b) $[4, 7[$ c) $]1, 5]$
d) $]1, 4]$ e) $[1, 4[$

5 - (ITA-96) Seja a $\in \Re$, a > 1. Para que:

$]4, 5[= \{x \in \Re^*_+ ; \log_{1/a}[\log_a(x^2-15)] > 0\}$. O valor de a é:

a) 2 b) 3 c) 5 d) 9 e) 10

6 - (ITA-96) Se (x_0, y_0) é uma solução real do sistema

$$\begin{cases} \log_2(X+Y) - \log_3(X-2Y) = 2 \\ X^2 - 4Y^2 = 4 \end{cases}$$

então $x_0 + y_0$ é igual a:

a) $7/4$ b) $9/4$ c) $11/4$ d) $13/4$ e) $17/4$

7 - (ITA-95) Se x é um número real positivo com x $\neq$ 1 e x $\neq$ 1/3, satisfazendo

$$\frac{2+\log_3 x}{\log_{(x+2)} x} - \frac{\log_x(x+2)}{1+\log_3 x} = \log_x(x+2)$$

então x pertence ao intervalo I, onde:

a) I = (0, 1/9) b) I = (0, 1/3) c) I = (1/2, 1)
d) I = (1, 3/2) e) I = (3/2, 2)

8 - (ITA-94) Sejam x e y números reais, positivos e ambos diferentes de 1, satisfazendo o sistema:

$$\begin{cases} x^y = \dfrac{1}{y^2} \\ \log x + \log y = \log \dfrac{1}{\sqrt{x}} \end{cases}$$

. Então o conjunto (x, y) está contido no intervalo:

a) [2, 5] b)]0, 4[c) [-1, 2]
d) [4, 8[e) [5, ∞[

9 - (ITA-93) O conjunto solução da inequação

$\log_x[(1-x)x] < \log_x[(1+x)x^2]$ é dado por:

a) 1 < x < 3/2 c) 0 < x < $(\sqrt{2}-1)/2$ e) 0 < x < $\sqrt{2}-1$

b) 0 < x < 1 d) 0 < x < $\sqrt{2}/2$

10 - (ITA-92) Seja $\alpha = \frac{1}{2}\frac{\log 2}{\log 2 - \log 3}$. O conjunto solução da desigualdade $2^{\text{sen}\, x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{\alpha}$ no intervalo $[0, 2\pi)$ é:

a) $]0, \pi/3] \cup [2\pi/3, 2\pi)$ b) $[0, 7\pi/6] \cup [11\pi/6, 2\pi)$
c) $[0, 4\pi/3] \cup [5\pi/3, 2\pi)$ d) $[0, \pi/6] \cup [5\pi/6, 2\pi)$
e) n.d.a.

11 - (ITA-91) O conjunto dos números reais que verificam a inequação $3\log x + \log(2x+3)^3 \leq 3 \log 2$, é dado por:

a) $\{x \in \Re : x > 0\}$ b) $\{x \in \Re : 1 \leq x \leq 3\}$

c) $\{x \in \Re : 0 < x \leq \frac{1}{2}\}$ d) $\{x \in \Re : \frac{1}{2} \leq x < 1\}$

e) n.d.a.

12 - (ITA-91) Sejam $A = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 3^k$ e $B = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} 11^k$.

Se $\ln B - \ln A = \ln \frac{6561}{4}$ então n é igual a:

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) n.d.a.

13 - (ITA-90) Sabendo-se que 3x – 1 é fator de $12x^3 - 19x^2 + 8x - 1$ então as soluções reais da equação $12(3^{3x}) - 19(3^{2x}) + 8(3^x) - 1 = 0$ somam:

a) $-\log_3 12$ b) 1 c) $-\frac{1}{3}\log_3 12$ d) – 1 e) $\log_3 7$

14 - (ITA-89) Sobre a expressão $M = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_5 x}$, onde 2 < *x* < 3, qual das afirmações abaixo está correta?

a) $1 \leq M \leq 2$ b) $2 < M < 4$ c) $4 \leq M \leq 5$

d) $5 < M < 7$ e) $7 \leq M \leq 10$

15 - (ITA-88) Seja α um número real, $\alpha > \sqrt{5}$ tal que $(\alpha + 1)^m = 2^p$, onde m é um inteiro positivo maior que 1 e $p = m[\log_2] [(\log_m (\alpha^2 - 5)]$. O valor de α é:

a) 3 b) 5 c) $\sqrt{37}$ d) 32

e) Não existe valor de α nestas condições

16 - (ITA-88) Seja a um número real com $0 < a < 1$. Então, os valores reais de x para os quais $a^{2x} - (a + a^2)a^x + a^3 < 0$ são:

a) $a^2 < x < a$ b) $x < 1$ ou $x > 2$ c) $1 < x < 2$

d) $a < x < \sqrt{a}$ e) $0 < x < 4$

17 - (ITA-87) Acrescentando 16 unidades a um número, seu logaritmo na base 3 aumenta de 2 unidades. Esse número é:

a) 5 b) 8 c) 2 d) 4 e) 3

18 - (ITA-87) Considere $u = x.\ln(3)$, $v = x.\ln(2)$ e $e^u.e^v = 36$. Nestas condições, temos:

a) $x = -4$ b) $x = 12$ c) $x = -3$ d) $x = 9$ e) $x = 2$

19 - (ITA-87) Se x e y são números reais e $\ln[(y^2 + 1).e^x] - \ln(y^2 + 1)^4 = x - 3$ então:

a) $y = 1 + \sqrt{e-1}$ b) $y = 10 - \sqrt{e-1}$ c) $y = \pm \sqrt{e-1}$ d) $y = \pm\sqrt{e-1}$ e) $y = \sqrt{e-1}/2$

20 - (ITA-85) Dada a equação $3^{2x} + 5^{2x} - 15^x = 0$, podemos afirmar que:

a) Não existe x real que a satisfaça.
b) $x = \log_3 5$ é uma solução desta equação.
c) $x = \log_5 3$ é uma solução desta equação.
d) $x = \log_3 15$ é uma solução desta equação.
e) $x = 3.\log_5 15$ é uma solução desta equação.

21 - (ITA-84) Os valores de *a* e *k* reais que tornam verdadeira a expressão

$$\log_a 2a + \frac{\log_{2a} k}{\log_{6a} k} \log_a 2a = (\log_a 2a)(\log_a 3)$$ são:

a) $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e qualquer valor de *k*, $k > 0$

b) $a = 2$ e qualquer valor de *k*, $k > 0$, $k \neq 1$

c) $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e qualquer valor de *k*, $k > 0$, $k \neq 1$

d) quaisquer valores de *a* e *k* com $k \neq 6a$

e) qualquer valor de *a* positivo com $a \neq 1$ e $a \neq 1/6$, e qualquer valor positivo de *k*

GABARITO

1	D
2	D
3	A
4	D
5	E
6	D
7	B
8	B
9	E
10	D
11	C
12	E
14	B
15	A
16	C
17	C
18	E
19	C
20	A
21	C