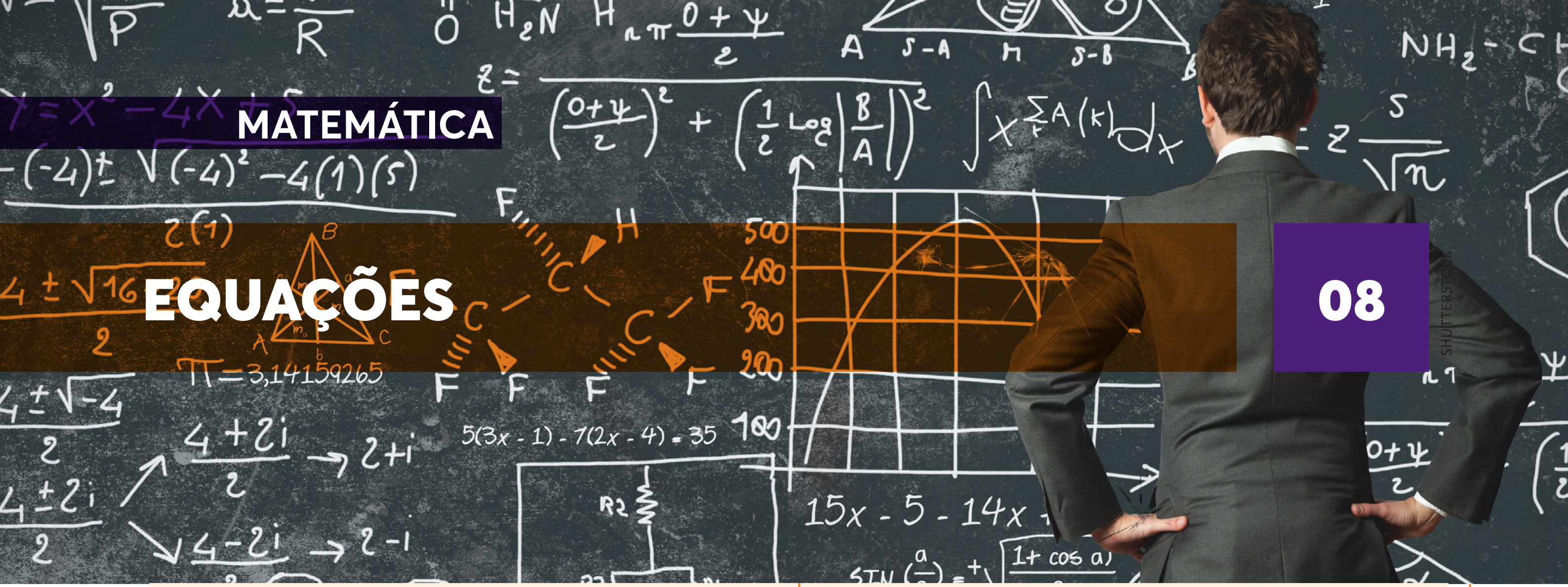


MATEMÁTICA

EQUAÇÕES

08

EQUAÇÕES

01| Uma senhora foi ao shopping e gastou a metade do dinheiro que tinha na carteira e pagou R\$ 10,00 de estacionamento. Ao voltar para casa parou numa livraria e comprou um livro que custou a quinta parte do que lhe havia sobrado, ficando com R\$ 88,00.

Se ela tivesse ido apenas à livraria e comprado o mesmo livro, ter-lhe-ia restado:

A R\$ 218,00

B R\$ 186,00

C R\$ 154,00

D R\$ 230,00

E R\$ 120,00

02| No concurso CPCAR foi concedido um tempo T para a realização de todas as provas: Língua Portuguesa, Matemática e Língua Inglesa; inclusive marcação do cartão-resposta.

Um candidato gastou $\frac{1}{3}$ deste tempo T com as questões de Língua Portuguesa e 25% do tempo restante com a parte de Língua Inglesa.

A partir daí resolveu as questões de Matemática empregando 80% do tempo que ainda lhe restava. Imediatamente a seguir, ele gastou 5 minutos preenchendo o cartão-resposta e entregou a prova faltando 22 minutos para o término do tempo T estabelecido.

É correto afirmar que o tempo T, em minutos, é tal que

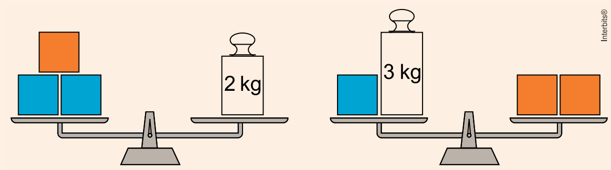
A $T < 220$

B $220 \leq T < 240$

C $240 \leq T < 260$

D $T \geq 260$

03| Três cubos laranjas idênticos e três cubos azuis idênticos estão equilibrados em duas balanças de pratos, também idênticas, conforme indicam as figuras.



A massa de um cubo laranja supera a de um cubo azul em exato

A 1,3 kg.

B 1,5 kg.

C 1,2 kg.

D 1,4 kg.

E 1,6 kg.

04| Ao entrar na sala de aula, um aluno perguntou ao seu professor de Matemática que horas eram. O professor então respondeu: desde que começou este dia, as horas que já se passaram excedem as que faltam transcorrer em 3 horas e 16 minutos.

Assim, a hora em que o aluno fez a pergunta ao professor é

A 12h 36min.

B 13h 38min.

C 14h 38min.

D 15h 16min.

05| Determine o valor de k para que a equação $x^2 + kx + 6 = 0$ tendo como raízes os valores 2 e 3.

A 0.

B 5.

C 6.

D –5.

E –6.

06| Atribui-se aos pitagóricos a regra para a determinação da tríade que fornece os três lados de um triângulo retângulo. Essa regra é dada por $\left(\frac{m^2-1}{2}, m, \frac{m^2+1}{2}\right)$ sendo m um número inteiro ímpar e $m \geq 3$.

Fonte: Carl B. Boyer: História da matemática – Editora Edgard Blücher – 1974 (Adaptado)

Considere um triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos b e c, com $b > c$, cujos lados obedeçam a essa regra. Se $a + b + c = 90$, o valor de $a \cdot c$, é

A 327

B 345

C 369

D 381

07| Uma grande empresa de publicidade, responsável pela divulgação de um show de rock, recebeu 180 convites da organização geral do evento para distribuir entre seus funcionários. Decidiu-se que, somente, os setores de Atendimento e de Planejamento da empresa receberiam, cada um, 90 convites. Dentro de cada setor, os convites seriam divididos igualmente pelos respectivos funcionários.

Feita a distribuição, cada funcionário do atendimento acabou recebendo 4 convites a mais do que cada funcionário do planejamento.

Sabendo que os dois setores da empresa possuem, juntos, 60 funcionários, podemos afirmar que

A cada funcionário do atendimento recebeu 6 convites.

B cada funcionário do planejamento recebeu 4 convites.

C o setor de atendimento possui mais de 20 funcionários.

D o setor de planejamento possui menos de 40 funcionários.

08| Um grupo de n alunos sai para lanchar e vai a uma pizzaria. A intenção do grupo é dividir igualmente a conta entre os n alunos, pagando, cada um, p reais. Entretanto, 2 destes alunos vão embora antes do pagamento da referida conta e não participam do rateio. Com isto, cada aluno que permaneceu teve que pagar $(p + 10)$ reais.

Sabendo que o valor total da conta foi de 600 reais, marque a opção INCORRETA.

A O valor que cada aluno que permaneceu pagou a mais corresponde a 20% de p.

B n é um número maior que 11.

C p é um número menor que 45.

D O total da despesa dos dois alunos que saíram sem pagar é maior que 80 reais.

09| No conjunto dos números reais, se dois valores têm o mesmo quadrado, então eles são iguais ou simétricos, ou seja, $a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = b$ ou $a = -b$. Desse modo, se $a^2 = 4^2$, podemos garantir que $a = 4$ ou $a = -4$.

Na equação do segundo grau $(2x - 200)^2 = (x + 500)^2$, a soma das soluções é:

A –100

B 600

C 700

D 800

10| Considere a equação $x^2 + px + q = 0$, onde p e q são números reais. Se as raízes desta equação são dois números inteiros consecutivos, positivos e primos, então, o valor de $(p+q)^2$ é igual a

A 1.

B 4.

C 9.

D 16.

11| Em março de 2016, Jorge, professor de Matemática, desejava comprar certa quantidade de calculadoras modelo “X” para poder realizar algumas atividades com seus alunos em sala de aula. Após algumas buscas pela internet, observou, na época, que gastaria R\$ 300,00 no total.

Como o professor achou que o preço unitário do produto não aumentaria ao longo do ano e como as atividades em que usaria as calculadoras só ocorreriam em setembro, resolveu esperar um pouco. Lembrou-se de fazer uma segunda verificação em julho, quando descobriu que o preço unitário da mercadoria tinha sofrido um acréscimo de R\$ 20,00. Como pretendia gastar ainda os mesmos R\$ 300,00, percebeu que acabaria comprando, no total, menos quatro peças do que compraria em março.

Sabe-se que o professor pretendia que cada aluno de sua turma recebesse uma calculadora para realizar as atividades planejadas. Sendo assim, podemos afirmar que

A em março, ele compraria mais de 8 calculadoras.

B em março, cada peça custaria menos que R\$ 30,00.

C em julho, cada peça custaria mais que R\$ 50,00.

D em julho, ele compraria menos de 6 calculadoras.

12| Na resolução de um problema que recaía em uma equação do 2º grau, um aluno errou apenas o termo independente da equação e encontrou como raízes os números 2 e -14. Outro aluno, na resolução do mesmo problema, errou apenas o coeficiente do termo de primeiro grau e encontrou como raízes os números 2 e 16.

As raízes da equação correta eram:

A -2 e -14

B -4 e -8

C -2 e 16

D -2 e -16

E 4 e 14

13| Considere, em □, a equação $(m+2)x^2-2mx+(m-1)=0$ na variável x, em que m é um número real diferente de -2. Analise as afirmativas abaixo e classifique-as em V (verdadeira) ou F (falsa).

( ) Para todo $m>2$ a equação possui conjunto solução vazio.

( ) Existem dois valores reais de m para que a equação admita raízes iguais.

( ) Na equação, se Ä >0, então m só poderá assumir valores positivos.

A sequência correta é

A V – V – V

B F – V – F

C F – F – V

D V – F – F

14| Se as raízes da equação $x^2-5|x|-6=0$ são também raízes de $x^2-ax-b=0$, então, os valores dos números reais a e b são respectivamente

A -1 e 6.

B 5 e 6.

C 0 e 36.

D 5 e 36.

15| Para certos valores reais de k, o polinômio $P(x)=x^2-6x+|2k-7|$ é divisível por $x-1$. A soma de todos esses valores é igual

A 8.

B 7.

C 5.

D –1.

E –5.

16| A soma das raízes da equação $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{6}$ é igual a:

A 1

B 4

C –3

D 0

E –1

17| Sobre a equação $\dfrac{2}{x+\sqrt{2-x^2}}+\dfrac{2}{x-\sqrt{2-x^2}}=x,$ respeitando sua validade no universo dos números reais, analise as afirmativas.

I. Possui duas raízes irracionais.

II. Não possui raízes negativas.

III. Possui conjunto solução com um único elemento.

Pode-se afirmar, então, que

A todas são verdadeiras.

B apenas a I é falsa.

C todas são falsas.

D apenas a III é verdadeira.

18| Um polinômio de quinto grau tem 2 como uma raiz de multiplicidade $3.$ A razão entre o coeficiente do termo de quarto grau e o coeficiente do termo de quinto grau é igual a $-7.$ A razão entre o termo independente e o coeficiente do termo de quinto grau é igual a $96.$

A menor raiz desse polinômio vale

A 0

B -1

C -2

D -3

19| Sobre uma equação linear de grau n é **INCORRETO** afirmar que

A terá n raízes complexas.

B se n for ímpar, sempre terá, ao menos, uma raiz real.

C se um número complexo $z=a+bi,$ $b\neq 0$ for raiz, então seu conjugado também o será.

D a equação não pode ter raízes repetidas.

E uma equação acima de grau 4 pode ter todas as raízes reais.

20| As três raízes da equação $x^3-6x^2+21x-26=0$ são $m,$ n e $p.$ Sabendo que m e n são complexas e que p é uma raiz racional, o valor de m^2+n^2 é igual a

A -18

B -10

C 0

D 4

E 8

21| A equação algébrica $x^3-7x^2+kx+216=0,$ em que k é um número real, possui três raízes reais. Sabendo-se que o quadrado de uma das raízes dessa equação é igual ao produto das outras duas, então o valor de k é igual a

A $-64.$

B $-42.$

C $-36.$

D $18.$

E $24.$

22| Se os números de divisores positivos de $6,$ de 9 e de 16 são as raízes da equação $x^3+ax^2+bx+c=0,$ onde os coeficientes a, b e c são números reais, então, o valor do coeficiente b é

A $41.$

B $45.$

C $43.$

D $47.$

23| Considere a equação $x^4-2ax^3+9ax^2-6ax+9a=0.$ Sabendo que a é raiz dupla dessa equação e não é nulo, determine o valor de $a.$

A $a=-1$

B $a=1$

C $a=2$

D $a=3$

E $a=4$

24| O número real $\sqrt[3]{\frac{25}{8}+\frac{11\sqrt{2}}{4}}+\sqrt[3]{\frac{25}{8}-\frac{11\sqrt{2}}{4}}$ pertence ao conjunto

A $[-5, -3)$

B $[-3, -1)$

C $[-1, 1)$

D $[1, 3)$

E $[3, 5)$

25| Sejam $P(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ um polinômio e M o conjunto dos números reais k tais que $P(k) = 0.$ O número de elementos de M é

A 1.

B 2.

C 4.

D 5.

GABARITO

01| A

Seja x a quantia que a senhora dispunha ao sair de casa. Logo, sabendo que a quantia que restou após as despesas é igual a R\$ 88,00, temos

$$\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{x}{2}-10\right) = 88 \Leftrightarrow x = \text{R\$ } 240{,}00.$$

Portanto, como o livro custava $\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{240}{2}-10\right) = \text{R\$ } 22{,}00,$ se ela tivesse ido apenas à livraria e comprado o mesmo livro, ter-lhe-ia restado $240 - 22 = \text{R\$ } 218{,}00.$

02| D

Tempo utilizado para as questões de Língua Portuguesa: $\frac{T}{3}$

Tempo utilizado para as questões de Língua Inglesa:

$$\frac{1}{4}\cdot\frac{2\cdot T}{3} = \frac{T}{6}$$

Tempo utilizado para as questões de Matemática:

$$\frac{80}{100}\cdot\left(1-\frac{T}{3}-\frac{T}{6}\right) = \frac{2\cdot T}{5}$$

Tempo utilizado para o preenchimento do cartão de respostas: 5 minutos.

Tempo que sobrou depois de ter entregado a prova: 22 minutos.

Temos então a seguinte equação:

$$\frac{T}{3}+\frac{T}{6}+\frac{2T}{5}+5+22 = T \Rightarrow \frac{10T+5T+12T+150+660}{30} = \frac{30T}{30} \Rightarrow 3T = 810 \Rightarrow T = 270 \text{ minutos.}$$

Portanto, $T \geq 260.$

03| D

Sejam a e ℓ, respectivamente, a massa de um cubo azul e a massa de um cubo laranja. Assim, temos

$$\begin{cases} 2a+\ell = 2 \\ a+3 = 2\ell \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2\ell - 3 \\ 4\ell - 6 + \ell = 2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0{,}2 \text{ kg} \\ \ell = 1{,}6 \text{ kg} \end{cases}.$$

Portanto, a resposta é $\ell - a = 1{,}4$ kg.

04| B

Horas que passaram: x

Horas que faltam passar: $24 - x$

De acordo com o enunciado, podemos escrever que:

$$x - (24 - x) = 3 \text{ horas} + 16 \text{ minutos.}$$
$$2x = 27 \text{ horas} + 16 \text{ minutos}$$
$$x = 13 \text{ horas} + 30 \text{ minutos} + 8 \text{ minutos}$$

Portanto, o horário em que o aluno fez a pergunta foi $13\text{h }38\text{min}.$

05| D

Sabendo que uma equação de segundo grau é da forma,

$$ax^2 - Sx + P = 0$$
$$ax^2 + \left(\frac{-b}{a}\right)x + \left(\frac{c}{a}\right) = 0$$

Onde S é soma das raízes e P é o produto das raízes. Logo, temos que k representa a soma das raízes.

$$k = -S = -(2+3) = -5$$

06| C

Calculando:

$$a+b+c=90$$
$$b>c$$
$$a=\frac{m^2+1}{2};\quad b=\frac{m^2-1}{2};\quad c=m$$
$$\frac{m^2+1}{2}+\frac{m^2-1}{2}+m=90\rightarrow\frac{m^2+1}{2}+\frac{m^2-1}{2}+\frac{2m}{2}=90\rightarrow m^2+m-90=0$$
$$\Delta=1^2-4\cdot 1\cdot(-90)=361$$
$$m=\frac{-1\pm\sqrt{361}}{2\cdot 1}\rightarrow\begin{cases}m'=9\\ m''=-10\ \ \text{(não convém)}\end{cases}$$

Logo,

$$a=\frac{9^2+1}{2}\rightarrow a=41;\quad c=9$$
$$a\cdot c=41\cdot 9=369$$

07| A

Sendo x o número de convites de recebeu cada funcionário de planejamento, podemos escrever que:

Número de funcionários do atendimento será dado por: $\frac{90}{x+4}$

Número de funcionários do atendimento será dado por: $\frac{90}{x}$

Podemos então escrever que:

$$\frac{90}{x+4}+\frac{90}{x}=60(\div 30)$$
$$\frac{3}{x+4}+\frac{3}{x}=2$$
$$3\cdot x+3\cdot(x+4)=2\cdot x\cdot(x+4)$$
$$3x+3x+12=2x^2+8x$$
$$2x^2+2x-12=0(\div 2)$$
$$x^2+x-6=0$$
$$x=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{2\cdot 1}$$
$$x=2 \text{ ou } x=-3$$

Portanto, cada funcionário do planejamento recebeu dois convites e cada funcionário do atendimento recebeu 6 convites.

[A] Verdadeira, pois $4+2=6$.

[B] Falsa, pois $x=2$.

[C] Falsa, pois $\frac{90}{2+4}=15$.

[D] Falsa, pois $\frac{90}{2}=45$.

08| C

Valor que cada aluno deveria pagar: $p=\frac{600}{n}$

Valor referente aos alunos que foram embora: $2p=2\cdot\frac{600}{n}$

Os outros alunos pagaram 10 a mais cada um pra suprir a dívida dos colegas que foram embora, portanto:

$$(n-2)\cdot 10=2\cdot\frac{600}{n}\Rightarrow n^2-2n-120=0\Rightarrow n=12\ \text{ ou }\ n=-10\ \text{(não convém)}$$

Considerando, então, $n=12$, temos $p=50$.

Analisando cada uma das alternativas, temos:

[A] Correta, pois 20% de $50=10$.

[B] Correta, pois $n=12>11$.

[C] Incorreta, pois $p=50>45$.

[D] Correta, pois $2\cdot 50=100>80$.

09| B

$$(2x-200)^2=(x+500)^2\Rightarrow$$
$$2x-200=x+500 \text{ ou } 2x-200=-x-500\Rightarrow$$
$$x=700 \text{ ou } 3x=-300\Rightarrow$$
$$x=700\ \text{ ou }\ x=-100$$

Portanto, a soma das raízes será: $700+(-100)=600$.

10| A

Os únicos primos que são positivos e consecutivos são os números 2 e 3, já que existe apenas o 2 como sendo par e primo.

Portanto, 2 e 3 são as raízes da equação $x^2+px+q=0$.

Utilizando a ideia de soma e produto das raízes, podemos considerar que:

$$\frac{-p}{1}=2+3\Rightarrow p=-5$$
$$\frac{q}{1}=6\Rightarrow q=6$$

Logo,

$$(p+q)^2 = (-5+6)^2 = 1^2 = 1.$$

11| A

Quantidade de calculadoras: x

Preço de cada calculadora: $\dfrac{300}{x}$

De acordo com o enunciado, podemos escrever:

$$\left(\frac{300}{x}+20\right)\cdot(x-4) = 300 \Rightarrow 300 + 20x - \frac{1200}{x} - 80 = 300 \Rightarrow$$
$$20x - \frac{1200}{x} - 80 = 0 \Rightarrow x - \frac{60}{x} - 4 = 0 \Rightarrow$$
$$x^2 - 4x - 60 = 0 \Rightarrow x = 10 \text{ ou } x = -6 \text{ (não convém)}$$

Portanto, em março ele compraria mais de 8 calculadoras.

12| B

Calculando:

Aluno 1:

$$ax^2 + bx + c_i = 0 \Rightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ x'' = -14 \end{cases} \Rightarrow \text{Girard} \Rightarrow \begin{cases} b = 12 \\ c_i = -28 \end{cases}$$
$$4a + 12\cdot 2 - 28 = 0 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

Aluno 2:

$$ax^2 + b_i x + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ x'' = 16 \end{cases} \Rightarrow \text{Girard} \Rightarrow \begin{cases} b_i = -18 \\ c = 32 \end{cases}$$

Equação correta:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x^2 + 12x + 32 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x' = -4 \\ x'' = -8 \end{cases}$$

13| D

Calcularemos, inicialmente, o discriminante da equação:

$$\Delta = (-2m)^2 - 4\cdot(m+2)\cdot(m-1)$$
$$\Delta = 4m^2 - 4\cdot\left(m^2 - m + 2m - 2\right)$$
$$\Delta = -4m + 8$$

Verdadeira. A equação dada terá como solução o conjunto vazio se:

$$-4m + 8 < 0 \Rightarrow -4m < -8 \Rightarrow m > 2$$

Falsa. Para que a equação admita duas raízes reais e iguais devemos ter:

$$-4m + 8 = 0 \Rightarrow -4m = -8 \Rightarrow m = 2$$

Falsa. Existem números negativos neste intervalo.

$$-4m + 8 > 0 \Rightarrow -4m > -8 \Rightarrow m < 2$$

Logo, a sequência pedida é a V – F – F.

14| C

Sabendo que $|x|^2 = x^2$, para todo x real, temos

$$\begin{aligned} x^2 - 5|x| - 6 = 0 &\Leftrightarrow |x|^2 - 5|x| - 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow (|x| - 6)(|x| + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = \pm 6. \end{aligned}$$

Em consequência, das Relações de Girard, vem $a = 0$ e $b = 36$.

15| B

Se P é divisível por $x - 1$, então

$$\begin{aligned} P(1) = 0 &\Leftrightarrow 1^2 - 6\cdot 1 + |2k - 7| = 0 \\ &\Leftrightarrow |2k - 7| = 5 \\ &\Leftrightarrow 2k - 7 = \pm 5 \\ &\Leftrightarrow k = 1 \text{ ou } k = 6. \end{aligned}$$

A resposta é $1 + 6 = 7$.

16| E

Sendo $x \neq -1$ e $x \neq 0$, temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6} &\Rightarrow 6(x+1) - 6x = x(x+1) \\ &\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0. \end{aligned}$$

Portanto, pelas Relações de Girard, segue que o resultado é -1.

17| B

Condição de Existência:

$$\begin{cases} x + \sqrt{2 - x^2} \neq 0 \\ x - \sqrt{2 - x^2} \neq 0 \\ 2 - x^2 > 0 \end{cases}$$

Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{2}{x+\sqrt{2-x^2}}+\frac{2}{x-\sqrt{2-x^2}}=x\Rightarrow$$

$$\frac{2\cdot\left(x-\sqrt{2-x^2}\right)+2\cdot\left(x+\sqrt{2-x^2}\right)}{\left(x+\sqrt{2-x^2}\right)\cdot\left(x-\sqrt{2-x^2}\right)}=\frac{x\cdot\left(x+\sqrt{2-x^2}\right)\cdot\left(x-\sqrt{2-x^2}\right)}{\left(x+\sqrt{2-x^2}\right)\cdot\left(x-\sqrt{2-x^2}\right)}\Rightarrow$$

$$\frac{4x}{\left(x+\sqrt{2-x^2}\right)\cdot\left(x-\sqrt{2-x^2}\right)}=\frac{2x^3-2z}{\left(x+\sqrt{2-x^2}\right)\cdot\left(x-\sqrt{2-x^2}\right)}\Rightarrow$$

$$2x^3-6x=0\Rightarrow 2x\cdot\left(x^3-3\right)=0\Rightarrow x=0\ \text{ ou }\ x=\pm\sqrt{3}$$

Considerando $x=0,$ a condição de existência é verificada, mas para $x=\pm\sqrt{3}$ a condição $2-x^2>0$ não é verificada, pois $2-\left(\pm\sqrt{3}\right)^2<0.$

Logo, o conjunto solução desta equação será dado por: $S=\{0\}.$

Estão corretas as afirmações [II] e [III]. Apenas a [I] é falsa.

18| D

Seja $p(x)=(x-2)^3(x-a)(x-b),$ em que a e b são raízes de $p.$ Logo, temos

$$\begin{aligned}p(x)&=(x^3-6x^2+12x-8)(x^2-(a+b)x+ab)\\&=x^5-(a+b+6)x^4+(ab+6(a+b)+12)x^3-(6ab+12(a+b)+8)x^2+\\&\quad+(12ab+8(a+b))x-8ab.\end{aligned}$$

Em consequência, vem

$$\left|\begin{array}{l}-\dfrac{a+b+6}{1}=-7\\ -\dfrac{8ab}{1}=96\end{array}\right.\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}a+b=1\\ ab=-12\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}a=4\\ b=-3\end{array}\right..$$

Portanto, segue que a menor raiz de p é $-3.$

19| ANULADA

Questão anulada no gabarito oficial.

[A] Verdadeira: O teorema fundamental da Álgebra nos garante isso.

[B] Falsa: Seria verdadeira se a equação tivesse apenas coeficientes reais.

[C] Falsa: A equação deverá ter coeficientes reais.

[D] Falsa: Algumas equações apresentam raízes com multiplicidade maior que 1; Ex: $(x-1)^4=0,$ o número 1 é raiz quatros vezes desta equação.

[E] Verdadeira: A equação $(x-1)^4$ possui as 4 raízes iguais a 1.

A questão foi anulada, pois há duas opções corretas, [A] e [E].

20| B

O número 2 é raiz da equação, pois $2^3-6\cdot2^2+21\cdot2-26=0.$

Aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini, podemos fatorar o primeiro membro da equação $x^3-6x^2+21x-26=0$.

2	1	-6	+21	-26
	1	-4	+13	0

$$(x-2)\cdot(x^2-4x+13)=0$$

A equação produto acima possui uma raiz real $x=2$ e duas raízes imaginárias m e $n,$ obtidas com a resolução da equação $(x^2-4x+13)=0.$

Sabemos que:

$$(m+n)^2=m^2+n^2+2\cdot m\cdot n$$

Utilizando as relações de Girard, podemos escrever que:

$$4^2=m^2+n^2+2\cdot13\Rightarrow m^2+n^2=-10.$$

21| B

Sejam a, b e c as raízes da equação, com $a^2=bc.$ Logo, pelas Relações de Girard, segue que

$$\left|\begin{array}{l}a+b+c=7\\ ab+ac+bc=k\\ abc=-216\end{array}\right.\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}a+b+c=7\\ a(b+c)+a^2=k\\ a^3=-216\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}b+c=13\\ -6\cdot13+36=k\\ a=-6\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}b+c=13\\ k=-42\\ a=-6\end{array}\right..$$

22| **D**

É imediato que 6 possui 4 divisores positivos, 9 possui 3 divisores positivos e 16 possui 5 divisores positivos. Logo, temos

$$\begin{aligned}(x-4)(x-3)(x-5) &= x^3 - 12x^2 + 47x - 60 \\ &= x^3 + ax^2 + bx + c.\end{aligned}$$

Portanto, comparando os coeficientes dos termos de mesmo grau, vem $b = 47$.

23| **ANULADA**

Questão anulada no gabarito oficial.

Se a é raiz dupla podemos dividir o polinômio $x^4 - 2ax^3 + 9ax^2 - 6ax + 9a$ consecutivamente

por $(x - a)$.

a	1	-2a	+9a	-6a	9a
a	1	-a	$9a - a^2$	$9a^2 - a^3 - 6a$	$9a^3 - a^4 - 6a^2 + 9a$
	1	0	$9a - a^2$	$18a^2 - 2a^3 - 6a$	zero
				zero	

Interbits®

Resolvendo a equação, temos:

$$18a^2 - 2a^3 - 6a = 0 \Rightarrow -2a \cdot (a^2 - 9a + 3) = 0$$

Resolvendo a equação, temos: $a = 0$ ou

$$a^2 - 9a + 3 = 0$$
$$a = \frac{9 \pm \sqrt{69}}{2}$$

Portanto, não há alternativa correta.

24| **D**

Considerando que $x = \sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}}$, temos:

$$x^3 = \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)^3 + 3 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}} + 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)^2 + \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)^3$$

$$x^3 = \frac{50}{8} + 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)$$

$$x^3 = \frac{50}{8} + 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{-343}{64}} \cdot x$$

$$x^3 = \frac{25}{4} - \frac{21}{4} \cdot x$$

$$4 \cdot x^3 + 21 \cdot x - 25 = 0$$

Sabemos que 1 é raiz da equação acima, pois a soma de seus coeficientes é nula.

Aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini, podemos fatorar a equação.

1	4	0	21	-25
2	4	4	25	0

Interbits®

$$(x - 1) \cdot (4x^2 + 4x - 25) = 0$$

O fator do segundo grau não possui raiz real, pois seu discriminante é negativo. Portanto, $x = 1$ é a única raiz real da equação. Logo:

$$x = \sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}} = 1 \in [1, 3).$$

25| **A**

É fácil ver, por inspeção, que $x = -1$ é raiz de P.

Logo, temos $P(x) = (x + 1)(x^4 + x^2 + 1)$. Daí, como $x^4 + x^2 + 1 = 0$ não possui raízes reais, podemos concluir que a única raiz real de P é $x = -1$.

Portanto, sendo M o conjunto das raízes reais de P, vem que a resposta é 1.