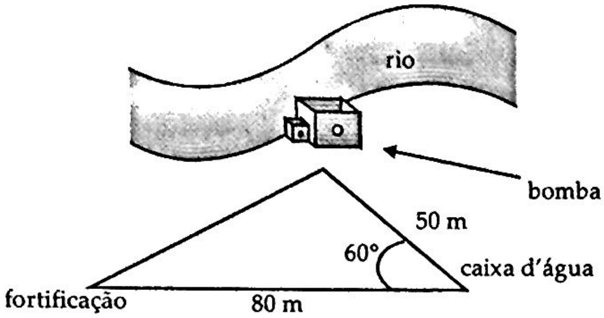
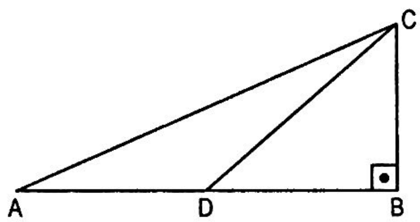
1. **(EsPCEX)** A água utilizada em uma fortificação é captada e bombeada do rio para uma caixa d'água localizada a 50 m de distância da bomba. A fortificação está a 80 m de distância da caixa d'água e o ângulo formado pelas direções bomba - caixa d'água e caixa d'água - fortificação é de 60°, conforme mostra a figura abaixo. Para bombear água do mesmo ponto de captação, diretamente para fortificação, quantos metros de tubulação são necessários?



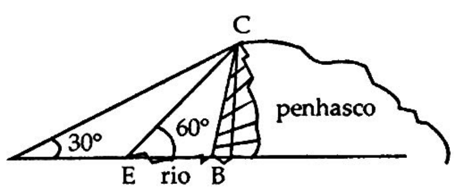
A. ( ) 54 metros B. ( ) 55 metros C. ( ) 65 metros
D. ( ) 70 metros E. ( ) 75 metros

2. Na figura a seguir AD = d, BC = h, $C\hat{A}D = \alpha$, $C\hat{D}B = \beta$. Calcule h.



3. Num triângulo retângulo ABC, a hipotenusa BC mede 10 cm e $\cos\hat{B} = 0{,}6$. Calcular a soma dos catetos.

4. **(EsPCEX)** Um topógrafo, querendo conhecer a altura de um penhasco, mediu a distância do ponto A até a beira do rio (ponto E), obtendo 20 metros. A largura do rio (EB) é desconhecida. A figura abaixo mostra os ângulos $B\hat{A}C = 30°$ e $B\hat{E}C = 60°$. A altura do penhasco encontrado pelo topógrafo foi:

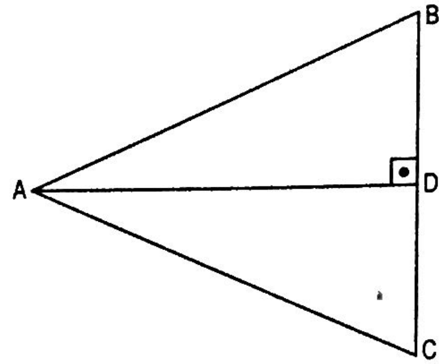


A. ( ) $15\sqrt{3}$m B. ( ) $12\sqrt{3}$m C. ( ) $10\sqrt{3}$m
D. ( ) $20\sqrt{3}$m E. ( ) $40\sqrt{3}$m

5. Num triângulo ABC tem-se BC = 6, $A\hat{B}C = 30°$ e $B\hat{C}A = 45°$. Calcular a medida da altura relativa ao lado BC.

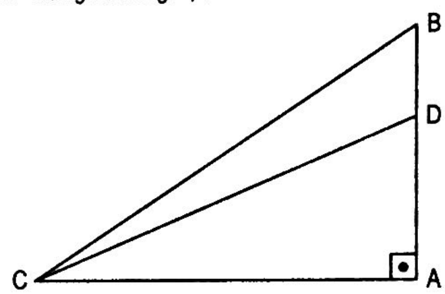
6. Obter M tal que $\cos x = \dfrac{1}{M}$ e $\text{sen}\, x = \dfrac{\sqrt{M+1}}{M}$.

7. Obter a medida de BC em:



Dados: CD = L
$B\hat{A}D = \alpha$
$C\hat{A}D = \beta$

8. Na figura a seguir, obter a medida de BD.



Dados: AC = 20
$A\hat{C}B = 45°$
$A\hat{C}D = 30°$

9. Resolver a equação na variável x

$$x^2 \cdot \text{sen}\,\alpha - 2x\cos\alpha - \text{sen}\,\alpha = 0, \text{ com } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

10. Dado que $\text{sen}\, x = \dfrac{-24}{25}$ e $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$, calcular as demais funções circulares de x.

11. Sabendo que $\text{cotg}\, x = \dfrac{2\sqrt{M}}{M-1}$, $M > 1$, calcular cos x.

12. Calcular sec x sabendo que $\text{sen}\, x = \dfrac{2ab}{a^2+b^2}$, $a > b > 0$.

13. Se $\text{sen}\, x = \dfrac{1}{3}$ e $x \in$ 1° quadrante, qual o valor de

$$y = \frac{1}{\text{cossec}\, x + \text{cotg}\, x} + \frac{1}{\text{cossec}\, x - \text{cotg}\, x}?$$

14. Sabendo que $\text{cotg}\, x = \dfrac{24}{7}$ e $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$, calcule o valor de

$$y = \frac{\text{tg}\, x \cdot \cos x}{(1+\cos x)\cdot(1-\cos x)}$$

15. Sabendo que $3\cos x + \text{sen}\, x = -1$, calcular sen x e cos x.

16. Dado que $5\sec x - 3\,\text{tg}^2 x = 1$, calcular sen x e cos x.

17. Simplifique: $y = (\text{tg}\, x - \text{sen}\, x)^2 + (1-\cos x)^2 - (\sec x - 1)^2$

18. A equação $2x^2 + px - 1 = 0$ admite as raízes $\text{sen}\,\alpha$ e $\cos\alpha$. Obter p.

19. Simplifique: $y = \dfrac{\cos^4 x - \operatorname{sen}^4 x}{1 - \operatorname{tg}^4 x} + \dfrac{\operatorname{cossec} x - \operatorname{sen} x}{\sec x - \cos x}$

20. Verificar que:
a) sen 1474° = sen 34°
b) cos(−2754°) = −cos 54°
c) tg(−2734°) = −tg 34°
d) $\operatorname{sen}\dfrac{27\pi}{8} = -\operatorname{sen}\dfrac{3\pi}{8}$
e) $\cos\left(\dfrac{-37\pi}{7}\right) = -\cos\dfrac{2\pi}{7}$
f) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{-85\pi}{9}\right) = -\operatorname{tg}\dfrac{4\pi}{9}$

21. Simplifique as expressões:
a) $A = \dfrac{\cos^4 a + 2\operatorname{sen}^2 a - \operatorname{sen}^4 a}{(\operatorname{sen} a + \cos a)^2 + (\operatorname{sen} a - \cos a)^2}$
b) $B = \operatorname{cossec}^2 a + \dfrac{\operatorname{cotg}^2 a \cdot \sec a}{\operatorname{cossec} a} - \operatorname{cotg} a - 1$

22. Sabendo que $\operatorname{tg} x = \sqrt[3]{\dfrac{a}{b}}$, $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, calcular em função de a e b, a expressão $y = b \cdot \sec x + a \cdot \operatorname{cossec} x$

23. Simplifique $\dfrac{\operatorname{sen}^4 1 + \cos^4 1 - 1}{\operatorname{sen}^6 1 + \cos^6 1 - 1}$

24. Supondo que $0° < x < 90°$ e $2\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = \dfrac{25}{16}$, o valor de sen x é igual a:

A. ( ) $1/2$
B. ( ) $2/3$
C. ( ) $3/4$
D. ( ) $4/5$
E. ( ) $5/6$

25. Supondo que $\sec x + tg\, x = \dfrac{22}{7}$ e que $\operatorname{cossec} x + \cot g\, x = \dfrac{m}{n}$ com *m* e *n* primos entre si, o valor de $m + n$ é igual a:

A. ( ) 40.
B. ( ) 42.
C. ( ) 44.
D. ( ) 46.
E. ( ) 48.

26. Utilizando um triângulo retângulo de hipotenusa igual a 1 e um dos ângulos agudos de medida θ encontre $\operatorname{tg}\dfrac{\theta}{2}$ em função de senos e cossenos.

27. Seja E o pé da perpendicular baixada do vértice C à diagonal BD do retângulo ABCD. Se as medidas dos segmentos das perpendiculares baixadas de E a AD e a AB são iguais a a e b, respectivamente, a medida da diagonal BD é igual a:

28. Dado que
$$\begin{cases} a \cdot \cos^3 \alpha + 3a \cos\alpha \operatorname{sen}^2 \alpha = M \\ a \cdot \operatorname{sen}^3 \alpha + 3a \cos^2 \alpha \operatorname{sen}\alpha = n \end{cases}$$
prove a igualdade
$$\sqrt[3]{(M+n)^2} + \sqrt[3]{(M-n)^2} = 2\sqrt[3]{a^2}$$

Gabarito

1. D
2. $h = \dfrac{d \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha}$
3. 14 cm
4. C
5. $3\left(\sqrt{3} - 1\right)$
6. M = 2 ou M = −1
7. $BC = \dfrac{\ell \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)}{\operatorname{tg}\beta}$
8. $BD = 20 \cdot \left(1 - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$
9. S = {cotg α − cossec α, cotg α + cossec α}
10. $\cos x = -\dfrac{7}{25}$, $\operatorname{cotg} x = \dfrac{7}{24}$
$\operatorname{tg} x = \dfrac{24}{7}$, $\sec x = -\dfrac{25}{7}$
$\operatorname{cossec} x = -\dfrac{25}{24}$
11. $\cos x = \pm\dfrac{2\sqrt{M}}{M+1}$
12. $\sec x = \pm\dfrac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$
13. y = 6
14.
15. cos x = 0 e sen x = −1 ou $\cos x = -\dfrac{3}{5}$ e $\operatorname{sen} x = \dfrac{4}{5}$
16. $\cos x = \dfrac{1}{2}$ e $\operatorname{sen} x = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
16. y = 0
18. p = 0
19. $y = \cos^4 x + \cot g^3 x$
20. Demonstração
21.
a) $A = \dfrac{1}{2}$
b) $B = \operatorname{cotg}^2 a$
22. $\left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$
23. $\dfrac{2}{3}$
24. C
25. -
26. $\dfrac{\operatorname{sen}\theta}{1 + \cos\theta}$
27. $\left(a^{2/3} + b^{2/3}\right)^{3/2}$
28. Demonstração