PRINCÍPIO DA INDUÇÃO FINITA

01. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = [n(n + 1)(2n + 1)]/6$

02. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$1^3+2^3+3^3+...+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

03. Prove que a soma dos cubos de 3 números naturais consecutivos é divisível por 9.

04. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\left(1-\frac{1}{2}\right).\left(1-\frac{1}{3}\right).\left(1-\frac{1}{4}\right)...\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{n+1}$$

05. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: $1 . 4 + 2 . 7 + 3 . 10 + ... + n . (3n + 1) = n . (n + 1)^2$

06. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: $1 . 1! + 2 . 2! + 3 . 3! + ... + n . n! = (n + 1)! - 1$

07. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: $(n + 1) (n + 2) (n + 3) ... (n + n) = 2^n . 1 . 3 . 5 ... (2n - 1)$

08. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$7+77+777+...+\underbrace{777...7}_{n\,dígitos}=7.\frac{(10^{n+1}-9n-10)}{81}$$

09. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\frac{a+1}{2}+\frac{a+3}{4}+\frac{a+7}{8}+...+\frac{a+2^n-1}{2^n}=\frac{(a-1)(2^n-1)}{2^n}+n$$

10. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\frac{a+1}{2}+\frac{a+3}{4}+\frac{a+7}{8}+...+\frac{a+2^n-1}{2^n}=\frac{(a-1)(2^n-1)}{2^n}+n$$

11. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: $(6^{2n} - 1) \vdots 35$

12. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: $(4^n + 15n - 1) \vdots 9$

13. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: $(7^{n+2} + 8^{2n+1}) \vdots 57$

14. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: $(11^{n+2} + 12^{2n+1}) \vdots 133$

15. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}+\frac{1}{3.4.5}+...+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}.\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$$

16. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$2.1^2+3.2^2+4.3^2+...+(n+1).n^2=\frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{12}$$

17. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\frac{0}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+...+\frac{n-1}{n!}=1-\frac{1}{n!}$$

18. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\left(1-\frac{1}{4}\right).\left(1-\frac{1}{9}\right).\left(1-\frac{1}{16}\right)...\left(1-\frac{1}{(n+1)^2}\right)=\frac{n+2}{2n+2}$$

19. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$1+x+x^2+...+x^n=\frac{x^{n+1}-1}{x-1},x\neq 1$$

20. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\frac{1}{1.2.3.4}+\frac{1}{2.3.4.5}+...+\frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}=$$
$$\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)}\right)$$

21. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\frac{1^2}{1.3}+\frac{2^2}{3.5}+...+\frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

22. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: Se $x > -1$, $n \geq 2$, então $(1 + x)^n \geq 1 + nx$

23. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: Se $n \geq 5$, então $2^n > n^2$

24. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: Se $n \geq 10$, então $2^n > n^3$

25. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação: $2\ 2^0 + 3 . 2^1 + 4 . 2^2 + 5 . 2^3 + ... + (n + 1) . 2^{n-1} = n .2^n$

26. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\frac{1}{1.3}+\frac{2^2}{3.5}+\frac{3^2}{5.7}+...+\frac{n^2}{(2n-1).(2n+1)}=\frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

27. Utilizando o PIF, demonstrar a seguinte afirmação:
$$\sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+...\sqrt{n}>n$$