Matemática Comercial

1 - Razões e Proporções

1.1 - Razão

O conceito de razão também pode, de algum modo, ser usado como forma de mensurar tamanho, quantidade, peso, valor, entre outras grandezas. Entretanto, esse raciocínio envolve a comparação entre duas medidas, de modo que o quociente entre elas é a razão de uma pela outra. Por exemplo:

1) Consideremos a existência de duas áreas A e B. A área A possui 600 m² e a área B apenas 300 m². Se quisermos calcular o quanto a área menor representa da maior, devemos dividir a primeira pela última, de modo que teremos o produto:

$$\frac{300}{600} = 0{,}5m^2$$

Dizemos, nesse caso, que a área B representa 0,5 ou 50% da área A. Em outras palavras, 0,5 ou 50% é a razão entre a área A e a área B; ao quociente $\frac{A}{B}$.

O mesmo raciocínio é válido, por exemplo, para comparar a quantidade de pessoas de grupos diferenciados em um encontro, em uma entrevista, em um evento, entre outras situações. Consideremos, como exemplo, a existência de 27 homens em uma festa que possui 73 pessoas. Dizemos, nesse caso, que a razão de homens na festa é de $\frac{27}{73}$, ou de 27 em 73.

Observações:

I. Indicamos a razão entre dois números **a** e **b**, com $b \neq 0$, por a/b ou a:b.

II. Chamamos a de numerador e b de denominador.

III. Atribuímos o nome de porcentagem a razões cujo denominador é 100.

IV. Propriedade: em uma razão, podemos multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número (diferente de zero) que ela não se altera: Exemplo: $\frac{3}{5} = \frac{4}{4} x \frac{3}{5} = \frac{12}{20}$.

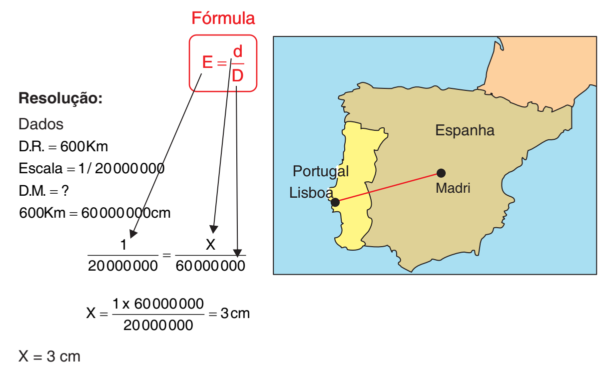
Curiosidade

Entre as várias situações cotidianas que exigem o domínio do conceito de razão, podemos destacar, por exemplo, o cálculo de distâncias espaciais que se baseia em informações fornecidas por mapas. A análise de certa distância representada em um mapa é, na verdade, uma comparação entre uma medida menor (a representada em cm, no desenho) e uma medida maior (a real, geralmente dada em metro ou km). Desse modo, o conceito de escala é dado pela seguinte fórmula:

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida do mapa}}{\text{Medida Real}} \Rightarrow E = \frac{d}{D}$$

Tendo em vista isso, podemos realizar o cálculo da distância real de um determinado ponto do mapa até outro, ou até mesmo a distância representada nele em cm, como no exemplo a seguir:

- A distância real entre Lisboa e Madrid é de 600 km. A que distância se encontram separadas estas duas cidades em um mapa com Escala de 1/20 000 000?



Disponível em: http://image.slidesharecdn.com/escalast-pitgorasnotaocientfica-110317121633-phpapp01/95/escalas-t-pitgoras-notao-cientfica-3-728.jpg?cb=1300382236

Acesso em: 10 de nov. de 2014.

1.2. Proporção

Ao acompanhar no box anterior o desenvolvimento de um cálculo de distâncias baseado em informações de um mapa, o qual foi analisado a partir do estudo do conceito de razão, você deve, entretanto, ter percebido que não basta apenas colocar a distância da área do mapa, medida em cm, sobre a distância real, medida em km, para calcular o dado que faltava (a distância entre Madrid e Lisboa representada no mapa em cm). Foi preciso, antes, realizar a conversão das medidas, como aprendemos no início deste capítulo. Em seguida, foi realizada uma espécie de comparação entre a razão da escala fornecida pelo mapa (1/20 000 000) e a razão da distância entre Madrid e Lisboa (X/60 000 00). Em outras palavras, a comparação entre essas razões foi feita para que fosse encontrado um valor de proporcionalidade. Por isso, podemos dizer que uma proporção é a igualdade entre razões, já que a/b = c/d, assim como no exemplo dado 1/20 000 000 = 3/60 000 000.

É válido destacar que essa relação exige que a, b, c e d sejam números reais, assim como b e d precisam ser diferentes de zero. E, nessa relação, chamamos a e d de extremos e b e c de meios. Outra característica importante é o fato de que, em uma proporção, o produto dos extremos será sempre igual ao produto dos meios. Essa propriedade pode ser usada como uma verificação que confirma a validade da proporção.

Exemplo:

$$\frac{20}{25} = \frac{4}{5} \rightarrow 20 \text{x} 5 = 25 \text{x} 4 \rightarrow 100 = 100$$

Logo, tendo em vista a importância de algumas propriedades para a síntese de certos raciocínios, destacamos, para os conceitos e cálculos a serem desenvolvidos em nosso curso, as três a seguir (válidas para b $\neq$ 0 e d $\neq$ 0):

I. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = b.c$

II. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

III. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a.c}{b.d} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$

De um modo geral, as proporções podem ser, basicamente, classificadas de duas formas distintas: as proporções diretas e as proporções indiretas; como veremos a seguir.

1.2.1. Proporção Direta

Em nosso cotidiano, é comum nos depararmos com situações que exigem aplicar o conceito de proporção direta. Por exemplo, quando vamos a um supermercado e queremos saber se há uma equivalência de preços entre um pacote de feijão de 2 kg e um pacote de 5 kg, procuramos descobrir mentalmente o valor de 5 kg de feijão tendo como referência a compra de 2,5 pacotes, ou vice-versa. Por exemplo, consideremos que o pacote de 2 kg custe R$ 5,00 e o pacote de 5 kg, R$ 12,50. Logo, realizamos mentalmente uma proporção direta para encontrar o valor a ser pago. Geralmente, o raciocínio é o seguinte: Se 2 kg custa R$ 5,00, logo 1 kg custa R$ 2,50. Nesse caso, 5 kg = 5 x 2,50 = R$ 12,50. Isto é, há uma equivalência de preços, de modo que, do ponto de vista econômico, tanto faz comprar o pacote de 5kg ou o de 2 kg.

Podemos, então, afirmar que duas grandezas são diretamente proporcionais se, aumentando (ou diminuindo) a primeira, a segunda aumenta (ou diminui) na mesma razão.

Exemplo:

A tabela abaixo mostra a posição de um móvel em função do tempo.

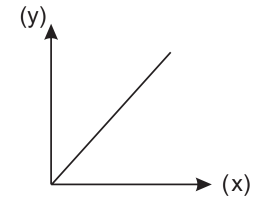
Posição (metros)	5	10	15	20
Tempo (segundos)	2	4	6	8

Observe que, quando o tempo dobra, a posição também dobra; se o tempo triplica, a posição também triplica e assim por diante. Nesse caso, dizemos que posição e tempo são grandezas diretamente proporcionais. A razão entre posição e tempo é constante e é chamada coeficiente de proporcionalidade.

O coeficiente de proporcionalidade, na situação descrita, é

$$\frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{15}{6} = \frac{20}{8} = 2,5$$

Gráfico:



O gráfico da relação entre as duas grandezas diretamente proporcionais sempre é uma semirreta com origem no ponto (0, 0).

1.2.2 - Proporção Inversa

Duas grandezas são inversamente proporcionais se, aumentando (ou diminuindo) a primeira, a segunda diminui (ou aumenta) na mesma razão.

Exemplo:

A tabela a seguir mostra o número de operários para realizar determinado serviço em função do tempo.

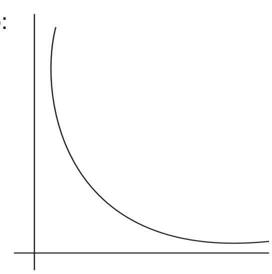
Número de Operários	10	20	30	40
Tempo (dias)	12	6	3	1,5

Observe que, à medida que o número de operários dobra, o tempo fica dividido por dois; se o número de operários triplica, o tempo fica dividido por três, e assim por diante. Desse modo, dizemos que as grandezas são inversamente proporcionais. O produto entre o número de operários e o tempo é constante e é chamado constante de proporcionalidade.

O coeficiente de proporcionalidade, dessa forma, é

10 x 12 = 20 x 6 = 30 x 3 = 40 x 1,5 = 60

Gráfico:



O gráfico da relação entre duas grandezas inversamente proporcionais é sempre uma hipérbole.

Observação

Não basta que duas grandezas aumentem (ou diminuam) para que sejam proporcionais. Isso deve acontecer na mesma razão.

2.0 Divisão em Partes Proporcionais

2.1 - Divisão em Partes Diretamente Proporcionais

Suponha que um prêmio no valor de R$ 360,00, referente a um concurso de natação, tenha de ser dividido entre os 3 primeiros lugares e que a divisão do valor seja proporcional à nota que cada candidato tenha obtido na prova. João foi classificado em primeiro lugar por obter nota 12; Pedro em segundo, por obter nota 4 e Carlos em terceiro, por obter nota 2.

Você conseguiria calcular o valor que cada candidato receberia segundo uma lógica proporcional à sua nota obtida no exame?

Situações como essas são comuns em nosso cotidiano e envolvem o conhecimento das propriedades de uma proporção direta para serem solucionadas. Em outras palavras, dividir um número qualquer **n** em partes diretamente proporcionais a outros números (no caso apresentado, 3 pessoas) **x**, **y**, **z**... é achar partes de **n** diretamente proporcionais a esses outros números cuja soma seja **n**, isto é, queremos encontrar valores **a**, **b**, **c** ... tais que:

$a + b + c + ... = n$

$$\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=...=\frac{a+b+c+...}{x+y+z+...}=\frac{n}{x+y+z+...}$$

Desse modo, para encontrar os valores referentes ao prêmio que cada concorrente teria de receber, devemos dividir o número 360 em partes diretamente proporcionais a 2, 4 e 12.

Exemplo:

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z}{12}=\frac{x+y+z}{2+4+12}=\frac{360}{18}=20$$

Logo, x=40, y=80 e z=240.

Na situação apresentada, João receberia R$ 240,00; Pedro R$ 80,00 e Carlos R$ 40,00.

2.2 - Divisão em Partes Inversamente Proporcionais

Diferente do que ocorre no exemplo anterior, em que quanto maior é a nota do candidato em relação à prova de natação maior é o valor do prêmio a ser recebido, existem situações que exigem uma relação proporcional inversa, isto é, quanto mais aumenta dado valor mais um outro diminui. Considere, como exemplo, que uma empresa fará a distribuição de 11 cestas para três funcionários, de um de seus setores, de modo a beneficiar aqueles que possuem menor salário. Nesse caso, quanto menor o salário, mais cestas o funcionário receberá, e quanto maior o salário, menor será o número de cestas. Sabe- se que Ana Flávia recebe 1 salário mínimo, Breno recebe 2 salários e Cíntia 3.

Observe que, nesse caso, dividir 11 em partes que sejam inversamente proporcionais a 1, 2 e 3 é dividi-lo em 1, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.

Exemplo:

$$\frac{A}{1}+\frac{B}{\frac{1}{2}}+\frac{C}{\frac{1}{3}}=\frac{11}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=\frac{11}{\frac{6+3+2}{6}}=\frac{11}{\frac{11}{6}}=6$$

$$\frac{A}{1}=6 \qquad \frac{B}{\frac{1}{2}}=6 \qquad \frac{C}{\frac{1}{3}}=6$$

$$A=6 \qquad B=3 \qquad C=2$$

A divisão resultaria 6 cestas para Ana Flávia, que recebe apenas 1 salário, 3 cestas para Breno, que recebe 2 salários, e 2 cestas para Cíntia, que recebe 3 salários.

Esse raciocínio permite considerar o seguinte fundamento para as divisões em partes inversamente proporcionais: dividir um número **n** em partes inversamente proporcionais a outros **x**, **y**, **z**... é achar partes de **n**, diretamente proporcionais aos inversos desses números, cuja soma seja **n**, ou seja, é equivalente a dividir **n** em partes diretamente proporcionais a $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}, ...$

2.3 - Divisão Proporcional Composta

Nem sempre as divisões proporcionais são simples. Elas podem envolver conjuntos de números, isto é, um dado número **n** terá de ser dividido em partes direta ou inversamente proporcionais a certos números **a**, **b**, **c**, simultaneamente a outros tantos números **d**, **e**, **f**...

Nesse caso, devemos considerar a seguinte propriedade da proporção: se as partes **x**, **y** e **z** são proporcionais a **a**, **b** e **c** e também a **d**, **e**, **f**, então são também proporcionais aos produtos: **a**.**d**, **b**.**e**, **c**.**f**. Logo,

$$\begin{cases} \frac{x}{a.d}=\frac{y}{b.e}=\frac{z}{c.f} \\ x+y+z=n \end{cases}$$

Exemplo:

Vamos dividir 392 em partes ao mesmo tempo proporcionais a 2 e 3; 4; 3 e 5; 7.

Nesse caso, temos:

2 x 3 = 6

3 x 5 = 15

4 x 7 = 28

Soma total: 6 + 15 + 28 = 49.

$$\frac{392}{49}=8 \Rightarrow \begin{cases} x=6 x 8=48 \\ y=15 x 8=120 \\ z=28 x 8=224 \end{cases}$$

Logo, as partes procuradas são 48,120 e 224.

Esse raciocínio é válido tanto para as divisões em partes diretamente proporcionais a um conjunto de números quanto em partes inversamente proporcional a outro conjunto de números, de modo que

1) Se x é inversamente proporcional a y, é diretamente proporcional a $\frac{1}{y}$.

2) Se **x** é proporcional a **y** e **z**, então **x** é proporcional a **y**.**z**.

Exemplo:

Dividir o número 360 em partes diretamente proporcionais a 8, 20, 24 e inversamente proporcionais a 4, 5 e 2, respectivamente.

Esse problema é equivalente a dividir o número 360 em partes diretamente proporcionais a $8.\frac{1}{4}$, $20.\frac{1}{5}$ e $24.\frac{1}{2}$, ou seja, a 2, 4 e 12. A resolução desenvolve-se com base naquilo que já foi exposto nos exemplos anteriores.

3.0 Regra de Três

Dadas duas grandezas A e B proporcionais, e conhecidos os valores correspondentes a_1 e b_1 das grandezas A e B respectivamente, a regra para determinar um valor a_2 da grandeza A, por exemplo, que corresponde a um valor b_2 de B é conhecida como **regra de três**, pelo fato de determinarmos o valor de A a partir de três valores conhecidos.

Quando o problema envolve apenas duas grandezas, a regra é chamada **regra de três simples**. Quando há mais de duas grandezas envolvidas, chamamos de **regra de três composta.**

3.1 - Regra de Três Simples

É a regra de três que envolve apenas duas grandezas. A resolução de uma regra de três simples consiste em calcular um termo desconhecido numa proporção. Para montar a proporção, procedemos da seguinte forma:

1º) Dê nome às grandezas e coloque os respectivos valores a elas associadas.

2º) Compare as grandezas, verificando se são direta ou inversamente proporcionais.

3º) Monte a proporção invertendo a razão, caso a grandeza seja inversamente proporcional e conserve a razão, caso seja diretamente proporcional.

Exemplo:

Uma equipe composta por 4 padeiros produz uma determinada quantidade de pães em 7 horas. Quanto tempo gastará uma equipe de 10 padeiros para produzir a mesma quantidade de pães?

Solução:

1º) Definição das grandezas envolvidas: número de padeiros e tempo.

2º) Comparação das grandezas: observe que, quanto menos tempo para produzir os pães, mais padeiros serão necessários, ou seja, as grandezas são inversamente proporcionais.

Números de Padeiros	Tempo (horas)
4	7
10	x

3º) Vamos montar a proporção, invertendo uma das razões, já que são inversamente proporcionais.

$$\frac{x}{7} = \frac{4}{10} \Rightarrow 10x = 28 \Rightarrow x = 2{,}8h. \text{ ou } 2h.48min$$

3.2 - Regra de Três Composta

São aquelas que relacionam três ou mais grandezas. Para resolvê-las, procedemos da seguinte forma:

1º) Dispomos as grandezas e seus respectivos valores em colunas.

2º) Classificamos as grandezas como diretamente ou inversamente proporcionais, comparando-as sempre com a grandeza cujo valor é desconhecido.

3º) Montamos a igualdade, de um lado, colocando a grandeza que apresenta a incógnita e, do outro, o produto das demais grandezas, invertendo a ordem daquelas classificadas como inversamente proporcionais.

Exemplo:

Quatro máquinas trabalhando 8 horas por dia, gastam 6 dias para asfaltar uma estrada. Quantas horas por dia devem trabalhar 6 máquinas para fazer o mesmo serviço em 8 dias?

Solução:

1º) Definição das grandezas envolvidas: número de máquinas, número de dias, e horas por dia.

2º) Classificação das grandezas: observe que, quanto mais máquinas trabalharem, menos horas por dia elas precisam funcionar, logo essas grandezas são inversamente proporcionais. Temos também que quanto maior o número de dias, menos horas por dia serão necessários para realizar o serviço, ou seja, essas grandezas também são inversamente proporcionais.

Número de Máquinas	Número de Dias	Horas por Dia
4 ↑	6 ↑	8 ↓
6	8	x

3º) Montando a proporção $\frac{8}{x} = \frac{8}{6} \cdot \frac{6}{4} \Rightarrow x = 4$ horas/dia (invertemos a ordem das razões inversamente proporcionais).

4 - Porcentagem

É muito comum em nosso cotidiano ouvirmos ou vermos nos noticiários, em lojas, em trabalhos publicitários, entre outros, informações que envolvem porcentagem, como por exemplo: "o salário mínimo teve um aumento de 4,5%"; "a taxa de juros está de 2,5% a.m."; "estamos com ofertas de até 50% de desconto"; "pesquisa revela que Dilma Rousseff tem a preferência de 53% do eleitorado brasileiro".

Mas o que é **porcentagem**? Você saberia formular um conceito que a defina?

O termo porcentagem tem origem latina e deriva de *Per centum*, que significa, em português, por cento. Em outras palavras, a própria origem da palavra aponta para o seu sentido, já que o conceito envolve uma relação de comparação por cem, isto é, porcentagem consiste na comparação do valor de dada grandeza com cem elementos.

Desse modo, quando afirmamos que 53% do eleitorado brasileiro apoia o governo de Dilma Rousseff, estamos afirmando que 53 em cada 100 eleitores brasileiros votam nessa candidata. Isto é, de forma simplificada, a porcentagem pode ser representada como uma razão expressa com um denominador 100.

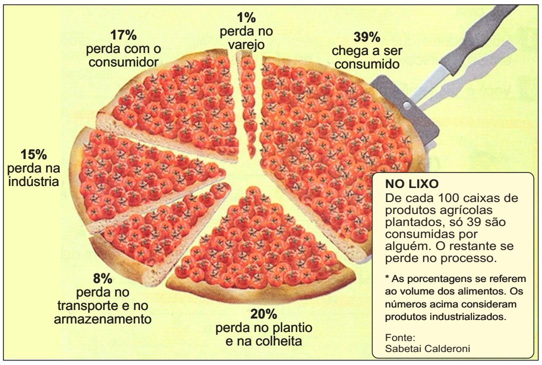
Exemplo:

$\frac{1}{2} = 50\%$, visto que, se 100% representa a totalidade, 50% representa a metade.

$\frac{1}{4} = 25\%$, visto que, se 1/4 significa a quarta parte de um todo, isso corresponde a $\frac{25}{100}$.

É devido a essa propriedade que é comum em jornais, em revistas, em dados estatísticos o uso de gráficos para ilustrar a proporção de valores dados em porcentagem, como ocorre no exemplo a seguir:

Gráfico da Pizza

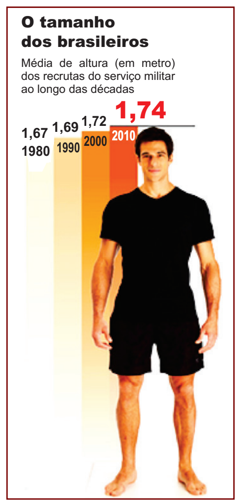


Em nosso País, 39.000 Toneladas de Comida sem Condições de Ser Aproveitada Vão para o Lixo todo Santo Dia em Mercados, Feiras, Fábricas, Restaurantes, Quitandas, Açougues, Fazendas.

VELLOSO, Rodrigo. *Superinteressante*, São Paulo: Abril, n.174, p.48, mar. 2002.

Se a porcentagem pode ser representada por uma fração, é legítimo considerar que ela também pode ser representada pela divisão da fração. Isto é, se o eleitorado de Dilma Rousseff é representado por $\frac{53}{100}$, logo, podemos afirmar que este é correspondente a 0,53, representação a qual denominamos **forma centesimal**.

Assim como as representações por meio de fração e de gráfico possibilitam uma melhor compreensão e visualização de certos valores porcentuais, a forma centesimal tem por finalidade facilitar certos raciocínios, já que ela é uma representação de partes de um dado elemento/objeto/valor e é cotidianamente usada como referência, sobretudo, para medidas e preços.



Disponível em: http://arquivo.medplan.com.br/site/imagens/geral/img_20120423_093727.jpg

Acesso em: 01 de Dez.de 2014.

4-1 - Cálculo de Uma Porcentagem

O cálculo de porcentagem é muito usado no mercado financeiro para avaliar as (des)vantagens de certas taxas de juros relacionadas a mercadorias, empréstimos ou outros serviços. Sua realização é simples e prática, visto que, para calcularmos uma porcentagem p% de um valor V, basta multiplicarmos V por p%.

Exemplos:

24% de 50 = 0,24 . 50 = 12

15% de 80 = 0,15 . 80 = 12

4.2 - Porcentagem de Lucro

Denominamos lucro a diferença entre o preço de venda e o preço de custo em uma transação comercial. Se essa diferença for negativa, ela é chamada de prejuízo.

Podemos expressar o lucro em forma de porcentagem:

$$\text{Lucro sobre o custo} = \frac{\text{lucro}}{\text{preço de custo}}$$

$$\text{Lucro sobre a venda} = \frac{\text{lucro}}{\text{preço de venda}}$$

Exemplo:

Uma peça foi comprada por R$ 500,00 e vendida por R$ 800,00.

Calcule:

A) Lucro em reais na transação.

B) Porcentagem de lucro sobre o custo.

C) Porcentagem de lucro sobre a venda.

Solução:

A) Lucro = 800 – 500 = R$ 300,00

B) $L_C = \frac{300}{500} = 0{,}6 = 60\%$

C) $L_V = \frac{300}{800} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

5 - Aumentos e Descontos Sucessivos

5.1 - Aumentos Percentuais

Sempre que um preço recebe um aumento existe um fator (número que multiplicará o preço) que representa esse aumento.

Fator de aumento = 100% + aumento.

- aumento de 10% = 1,10.
- aumento de 20% = 1,20.
- aumento de 8% = 1,08.
- aumento de 200% = 3.

5.2 - Descontos Percentuais

Da mesma forma que um preço em processo de aumento tem um fator para representar, quando se tem um desconto também há um fator.

Fator de desconto: 100% de desconto

- desconto de 10% = 0,90
- desconto de 20% = 0,80

5.3 - Aumentos e Descontos Sucessivos

Numa situação em que um preço sofre aumentos sucessivos, ou até um aumento e um desconto, basta multiplicar os fatores.

Exemplo:

O preço de uma mercadoria sofreu um aumento de 20% e em seguida um aumento de 30%. Podemos representar essa operação da seguinte forma:

Sendo x o preço da mercadoria, temos:

1º aumento de 20% = 1,20.x

2º aumento de 30%= 1,30.1,20.x

O que resulta em 1,56.x, ou seja, um único aumento de 56%.

Exemplo:

O preço de uma mercadoria sofreu um desconto de 20% e em seguida sofreu um desconto de 10%. Podemos representar essa operação da seguinte forma:

Sendo x o valor da mercadoria, temos:

1º desconto de 20%: 0,80.x

2º desconto de 10%: 0,90.0,80x

O que resulta em 0,72.x, ou seja, um único desconto de 28%.

Exemplo:

O preço de uma mercadoria sofreu dois descontos: um de 20% e em seguida um de 5%. Podemos representar essa operação da seguinte forma:

Sendo x o valor da mercadoria, temos:

1º desconto de 20%: 0,80.x

2º desconto de 5%: 0,95.0,80.x

O que resulta em 0,76.x, ou seja, corresponde a um único desconto de 24%.

Observação: Como estamos multiplicando, não importa a ordem do aumento e do desconto. Tanto faz aumentar 20% e depois descontar 10% ou descontar primeiro 10% e depois aumentar 20%.

6 - Juros Simples e Compostos

Quando fazemos um empréstimo, em geral combinamos o prazo para o pagamento total e um valor que será pago pelo empréstimo realizado. Esse acréscimo ao capital emprestado é o que chamamos de juros.

Geralmente, é comum expressar o juro através de uma taxa, o que chamamos de taxa de juros.

6.1 - Juros simples

Se a taxa de juros é fixa e se o juro for sempre calculado sobre a quantia inicial, este é chamado de juros simples.

Cálculo dos juros simples:

$$(1)\ J = \frac{C.i.t}{100}, \text{ onde } \begin{cases} J: \text{Juros} \\ C: \text{Capital} \\ i: \text{Taxa} \\ t: \text{Tempo} \end{cases}$$

(A taxa e o tempo devem estar na mesma unidade)

Observação: Se a taxa i estiver na sua forma decimal, podemos escrever

(2) J = C.i.t

Se somarmos o capital aplicado com os juros, encontramos um valor chamado **montante** (**M**).

M = C + J

Exemplo:

Um capital de R$100,00 foi aplicado a uma taxa de juros simples de 10% ao mês. Qual será o montante daqui a 4 meses?

Temos que: C=100, i=10 e t=4. Logo, pela fórmula (1), temos:

$$J = \frac{100 \times 10 \times 4}{100} = 40$$

Portanto o montante será 100+ 40 = R$140,00.

6.2 - Juros Compostos

Juro composto é aquele que, em cada período financeiro (a partir do segundo), é calculado sobre o montante relativo ao período anterior.

Cálculo dos juros compostos:

$$(3)\ M = C(1+i)^t, \text{ onde } \begin{cases} M: \text{Juros} \\ C: \text{Capital} \\ i: \text{Taxa (na sua forma decimal)} \\ t: \text{Tempo} \end{cases}$$

(A taxa e o tempo devem estar na mesma unidade)

Exemplo:

Um capital de R$100,00 foi aplicado a uma taxa de juros compostos de 10% ao mês. Qual será o montante daqui a 4 meses?

Temos que: C=100, i=0,10 e t=4.

Logo, pela fórmula (3), temos:

M=100.(1+0,10)^4= R$146,41.

Observação: A fórmula 3 só pode ser usada se em todo o período não houver nenhuma retirada ou acréscimo de capital.

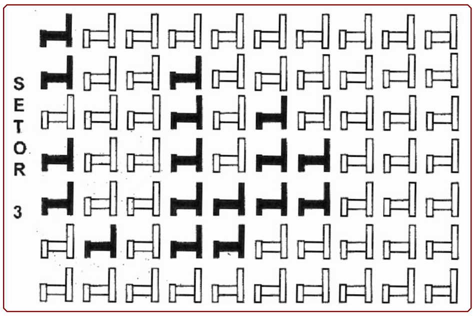
MATEMÁTICA COMERCIAL

QUESTÕES DE RAZÕES E PROPORCÕES

1. (UTFPR-2014) Em um exame de seleção concorreram 4.800 candidatos para 240 vagas. A razão entre o número de vagas e o número de candidatos foi de

A) $\frac{1}{2000}$
B) $\frac{1}{200}$
C) $\frac{1}{20}$
D) $\frac{1}{2}$
E) 1

2. (ENEM-2013) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é

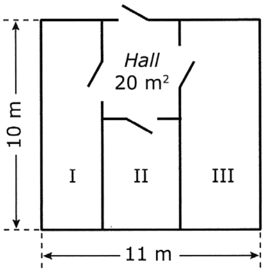
A) $\frac{17}{70}$
B) $\frac{17}{53}$
C) $\frac{53}{70}$
D) $\frac{53}{17}$
E) $\frac{70}{17}$

QUESTÕES DE GRANDEZAS / DIRETAMENTE

1. (CEFET-2011) Uma herança de R$ 60.000,00 foi dividida entre três filhos A, B e C, de maneira inversamente proporcional às respectivas idades 10, 15 e 18 anos. A quantia, em reais, que o filho B recebeu foi

A) 12.000,00
B) 14.000,00
C) 18.000,00
D) 27.000,00

2. (ENEM-2000) Em uma empresa, existe um galpão que precisa ser dividido em três depósitos e um *hall* de entrada de 20 m², conforme a figura a seguir. Os depósitos I, II e III serão construídos para o armazenamento de, respectivamente, 90, 60 e 120 fardos de igual volume, e suas áreas devem ser proporcionais a essas capacidades.



A largura do depósito III dever ser, em metros, igual a

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

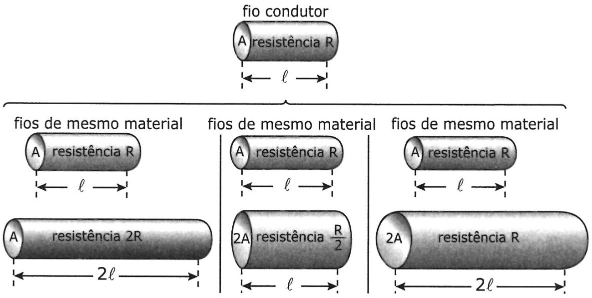
3. (ENEM-2010)

A resistência elétrica e as dimensões do condutor

A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre:

- Resistência **R** e comprimento ℓ, dada a mesma secção transversal **A**;
- Resistência R e área da secção transversal **A**, dado o mesmo comprimento ℓ e
- Comprimento ℓ e área da secção transversal **A**, dada a mesma resistência **R**.

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando-se as figuras seguintes:



Disponível em: <http://www.efeitojoule.com>. Acesso em: abr. de 2010 (Adaptação)

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência **R** e comprimento ℓ, resistência **R** e área da secção transversal **A**, e entre comprimento ℓ e área da secção transversal **A** são, respectivamente,

A) direta, direta e direta.

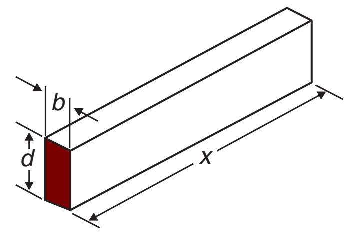
B) direta, direta e inversa.

C) direta, inversa e direta.

D) inversa, direta e direta.

E) inversa, direta e inversa.

4. (ENEM-2012) A resistência mecânica S de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (*b*) e ao quadrado de sua altura (*d*)e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (*x*), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k é chamada de resistência da viga.



BUSHAW, D. el al. *Aplicações da Matemálica Escolar*. São Paulo: Atual. 1997

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

A) $S = \dfrac{k.b.d^2}{x^2}$

B) $S = \dfrac{k.b.d}{x^2}$

C) $S = \dfrac{k.b.d^2}{x}$

D) $S = \dfrac{k.b^2.d}{x}$

E) $S = \dfrac{k.b.2d}{2x}$

5. (ENEM-2014) Uma ponte precisa ser dimensionada de forma que possa ter três pontos de sustentação. Sabe-se que a carga máxima suportada pela ponte será de 12t. O ponto de sustentação central receberá 60 % da carga da ponte, e o restante da carga será distribuído igualmente entre os outros dois pontos de sustentação. No caso de carga máxima, as cargas recebidas pelos três pontos de sustentação serão, respectivamente,

A) 1,8t; 8,4t; 1,8t

B) 3,0t; 6,0t; 3,0t

C) 2,4t; 7,2t; 2,4t

D) 3,6t; 4,8t; 3,6t

E) 4,2t; 3,6t; 4,2t

QUESTÕES DE REGRA DE TRÊS

1. (CEFET-2011) Uma moto, com velocidade constante de 80 km/h, percorre a distância de 180 km entre Belo Horizonte e Santa Rita do Rio do Peixe, em um tempo de

A) 2h 15 min.

B) 2 h 25 min.

C) 2 h 30 min.

D) 2 h 45 min.

2. (UNESP-2014) Semanalmente, o apresentador de um programa televisivo reparte uma mesma quantia em dinheiro igualmente entre os vencedores de um concurso. Na semana passada, cada um dos 15 vencedores recebeu R$ 720,00. Nesta semana, houve 24 vencedores; portanto, a quantia recebida por cada um deles, em reais, foi de

A) 675,00

B) 600,00

C) 450,00

D) 540,00

E) 400,00

QUESTÕES DE REGRA DE TRÊS COMPOSTA

1. (ENEM-2009) Uma cooperativa de colheita propôs a um fazendeiro um contrato de trabalho nos seguintes termos: a cooperativa forneceria 12 trabalhadores e 4 máquinas, em um regime de trabalho de 6 horas diárias, capazes de colher 20 hectares de milho por dia, ao custo de R$ 10,00 por trabalhador por dia de trabalho, e R$ 1.000,00 pelo aluguel diário de cada máquina. O fazendeiro argumentou que fecharia contrato se a cooperativa colhesse 180 hectares de milho em 6 dias, com gasto inferior a R$ 25.000,00.

Para atender às exigências do fazendeiro e supondo que o ritmo dos trabalhadores e das máquinas seja constante, a cooperativa deveria

A) manter sua proposta.

B) oferecer 4 máquinas a mais.

C) oferecer 6 trabalhadores a mais.

D) aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias.

E) reduzir em R$ 400,00 o valor do aluguel diário de uma máquina.

QUESTÕES DE PORCENTAGEM

1. (UFMG-1995) Dois caminhões-tanque carregam o mesmo volume de misturas de álcool e gasolina. A mistura de um contém 3% de álcool e a do outro, 5% de álcool. Os dois caminhões descarregam sua carga em um reservatório que estava vazio. A razão do volume de álcool para o de gasolina na mistura formada no reservatório, após os caminhões terem descarregado, é

A) 1/25 B) 1/24 C) 1/16 D) 1/12 E) 1/8

2. (CEFET/MG-2014) Uma concessionária anunciou um veículo no valor de R$ 30.000,00 à vista. Após negociação, um cliente adquiriu o veículo pagando R$ 20.000,00 de entrada e R$11.200,00 após 30 dias. A taxa mensal de juros cobrada nessa venda foi de

A) 4% B) 6,6% C) 11,2% D) 12%

3. (UEM-2014) Três lojas, A, B e C, vendem um mesmo produto cujo preço é R$ 900,00, mas oferecem formas de pagamento diferentes, conforme descrito abaixo.

- Loja A – Dá um desconto de 10 % para pagamento à vista.
- Loja B – Parcela o valor em 2 meses, sem juros, com o primeiro pagamento para 1 mês após a compra.
- Loja C – Dá um desconto de 10 % em metade do valor, que deve ser pago à vista, e deixa o pagamento da outra metade para 1 mês após a compra.

João tem exatamente R$ 900,00 depositados em uma aplicação que lhe rende 10 % ao mês. Suponha que João pretenda utilizar esse dinheiro para comprar tal produto e que, feita a escolha da loja, ele irá realizar saques mensais da sua aplicação no dia de vencimento e no valor exato da parcela que deve pagar.

Nessa situação, assinale o que for CORRETO.

01) Se João comprar na loja A, então, 2 meses após a compra, ele terá R$ 110,00 aplicados.

02) Se João comprar na loja B, então, exatamente após efetuar o primeiro pagamento, ele terá R$ 540,00 aplicados.

04) Se João comprar na loja C, então, logo após terminar de pagar pelo produto, restarão a ele R$ 94,50 aplicados.

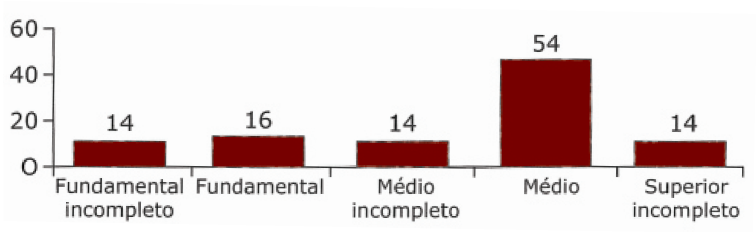
08) Se comprar na loja B, João levará mais tempo para pagar o produto, mas, para ele, essa opção é financeiramente melhor do que comprar na loja C.

16) Financeiramente, a melhor opção de compra é sempre pagar à vista com desconto, independentemente de como se pode aplicar o dinheiro.

Resposta:

4. (ENEM-2005) A escolaridade dos jogadores de futebol nos grandes centros é maior do que se imagina, como mostra a pesquisa a seguir, realizada com os jogadores profissionais dos quatro principais clubes de futebol do Rio de Janeiro.

Total: 112 Jogadores



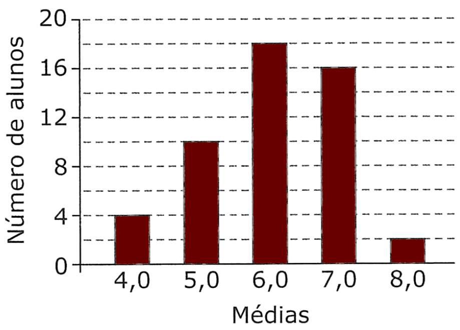
O Globo, 24 jul. 2005.

De acordo com esses dados, o percentual dos jogadores dos quatro clubes que concluíram o Ensino Médio é de, aproximadamente,

A) 14%　B) 48%　C) 54%

D) 60%　E) 68%

5. (ENEM-2009) Considere que as médias finais dos alunos de um curso foram representadas no gráfico a seguir:



Sabendo que a média para aprovação nesse curso era maior ou igual a 6,0, qual foi a porcentagem de alunos aprovados?

A) 18%　B) 21%　C) 36%

D) 50%　E) 72%

6. (ENEM-2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro.

	Rendimento Mensal (%)	IR (Imposto de Renda)
Poupança	0,560	Isento
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

A) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 502,80.

B) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 500,56.

C) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,38.

D) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,21.

E) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 500,87.

QUESTÕES DE JUROS SIMPLES

1. (UFSJ-2012) Para adquirir uma certa mercadoria, são oferecidos ao consumidor três planos de pagamento possíveis:

I. Pagamento no ato da compra, com 15% de desconto à vista.

II. Três parcelas mensais fixas iguais, com pagamento da primeira no ato da compra.

III. Seis parcelas mensais fixas iguais, com juros simples de 2% ao mês, com pagamento da primeira 30 dias após a compra.

Se cada uma das parcelas do plano II é de x reais, é CORRETO afirmar que

A) no plano III, cada prestação é de 0,5x reais.

B) no plano I, o valor pago pela mercadoria é de 2,75x reais.

C) a diferença entre o valor pago pela mercadoria nos planos I e III é de 0,81x reais.

D) a diferença entre o valor pago pela mercadoria nos planos II e III foi de 0,3x reais.

2. (ESPM-2013) Um empréstimo de R$ 10.000,00 foi pago em 5 parcelas mensais, sendo a primeira, de R$ 2.000,00, efetuada 30 dias após e as demais com um acréscimo de 10% em relação à anterior. Pode-se concluir que a taxa mensal de juros simples ocorrida nessa transação foi de aproximadamente

A) 2,78% B) 5,24% C) 3,28%

D) 6,65% E) 4,42%

QUESTÕES DE JUROS COMPOSTOS

1. (MACKENZIE-2012) Maria fez um empréstimo bancário a juros compostos de 5% ao mês. Alguns meses após ela quitou a sua dívida, toda de uma só vez, pagando ao banco a quantia de R$10.584,00. Se Maria tivesse pago a sua dívida dois meses antes, ela teria pago ao banco a quantia de

A) R$ 10.200,00

B) R$ 9.800,00

C) R$ 9.600,00

D) R$ 9.200,00

E) R$ 9.000,00

2. (UFRN-2013) Maria pretende comprar um computador cujo preço é R$ 900,00. O vendedor da loja ofereceu dois planos de pagamento: parcelar o valor em quatro parcelas iguais de R$ 225,00, sem entrada, ou pagar à vista, com 5% de desconto. Sabendo que o preço do computador será o mesmo no decorrer dos próximos quatro meses, e que dispõe de R$ 855,00, ela analisou as seguintes possibilidades de compra:

Opção 1	Comprar à vista, com desconto.
Opção 2	Colocar o dinheiro em uma aplicação que rende 1% de juros compostos ao mês e comprar, no final dos quatro meses, por R$ 900,00.
Opção 3	Colocar o dinheiro em uma aplicação que rende 1% de juros compostos ao mês e comprar a prazo, retirando, todo mês, o valor da prestação.
Opção 4	Colocar o dinheiro em uma aplicação que rende 2,0% de juros compostos ao mês e comprar, três meses depois, pelos R$ 900,00.

Entre as opções analisadas por Maria, a que oferece maior vantagem financeira no momento é a

A) opção 2.

B) opção 1.

C) opção 4.

D) opção 3.

3. (FGV-2013) Uma mercadoria é vendida com entrada de R$ 500,00 mais 2 parcelas fixas mensais de R$ 576,00. Sabendo-se que as parcelas embutem uma taxa de juros compostos de 20% ao mês, o preço à vista dessa mercadoria, em reais, é igual a

A) 1.380,00

B) 1.390,00

C) 1.420,00

D) 1.440,00

E) 1.460,00

4. (ENEM-2000) João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R$ 21.000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João deverá esperar

A) dois meses, e terá a quantia exata.

B) três meses, e terá a quantia exata.

C) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R$ 225,00.

D) quatro meses, e terá a quantia exata.

E) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R$ 430,00.

GABARITO
MATEMÁTICA MODERNA

Questões de Razões e Proporcões

1	2
C	A

Questões de Grandezas Inversamente / Diretamente

1	2	3	4	5
C	D	C	A	C

Questões de Regra de Três

1	2
A	C

Questões de Regra de Três Composta

1
D

Questões de Porcentagem

1	2	3	4	5	6
B	D	02 + 04 + 08 = 14	04	E	D

Questões de Juros Simples

1	2
C	E

Questões de Juros Compostos

1	2	3	4
C	C	A	C