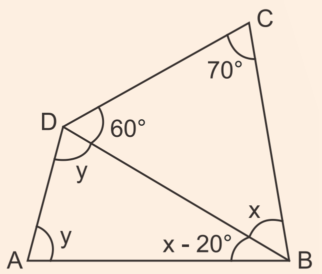
MATEMÁTICA

GEOMETRIA PLANA

04

01|



No quadrilátero $ABCD$, o valor de $y - x$ é igual a

A $2x$

B $2y$

C $\frac{x}{2}$

D $\frac{y}{2}$

02| Em um triângulo ABC, $B\hat{A}C$ é o maior ângulo e $A\hat{C}B$ é o menor ângulo. A medida do ângulo $B\hat{A}C$ é $70°$ maior que a medida de $A\hat{C}B$. A medida de $B\hat{A}C$ é o dobro da medida de $A\hat{B}C$.

Portanto, as medidas dos ângulos são

A $20°, 70°$ e $90°$.

B $20°, 60°$ e $100°$.

C $10°, 70°$ e $100°$.

D $30°, 50°$ e $100°$.

E $30°, 60°$ e $90°$.

03| No plano, seja $XYZW$ um quadrado e E um ponto exterior a esse quadrado tal que o triângulo YZE seja equilátero. Assim, é correto afirmar que a medida do ângulo $X\hat{E}W$ é

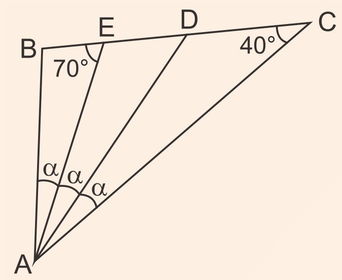
A $45°$.

B $40°$.

C $35°$.

D $30°$.

04|



Se ABC é um triângulo, o valor de á é

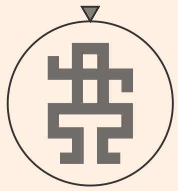
A $10°$

B $15°$

C $20°$

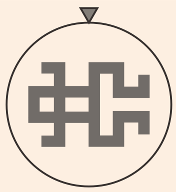
D $25°$

05| Em um círculo recortado em papel cartão foi feito o desenho de um homem estilizado. Esse círculo foi utilizado para montar uma roleta, conforme a figura 1, fixada em uma parede. Quando a roleta é acionada, o círculo gira livremente em torno do seu centro, e o triângulo indicador permanece fixo na parede.

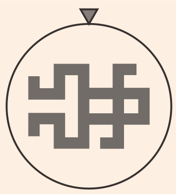


Considerando, inicialmente, a imagem do homem na posição da figura 1, obtém-se, após a roleta realizar uma rotação de três quartos de volta, no sentido horário, a figura representada em

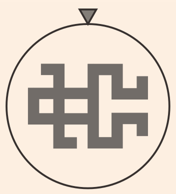
A



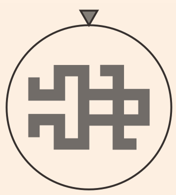
B



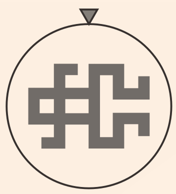
C



D



E



06| Sejam UVW um triângulo isósceles com base VW; E e F dois pontos nos lados UV; e UW, respectivamente, tais que as medidas dos segmentos de reta VW, WE, EF e FU são iguais.

Nessas condições, pode-se afirmar corretamente que a medida do ângulo $V\hat{U}W$ é

A menor do que $21°$.

B maior do que $21°$ e menor do que $25°$.

C maior do que $25°$ e menor do que $27°$.

D maior do que $27°$ e menor do que $32°$.

07| Considere o triângulo ABC, em que os segmentos $\overline{AC}, \overline{CB}$ e $\overline{AB}$ medem, respectivamente, $10\text{ cm}, 15\text{ cm}$ e 20 cm. Seja D um ponto do segmento $\overline{AB}$ de tal modo que $\overline{CD}$ é bissetriz do ângulo $A\hat{C}B$ e seja E um ponto do prolongamento de $\overline{CD}$, na direção de D, tal que $D\hat{B}E = D\hat{C}B$. A medida, em cm, de $\overline{CE}$ é

A $\dfrac{11\sqrt{6}}{3}$.

B $\dfrac{13\sqrt{6}}{3}$.

C $\dfrac{17\sqrt{6}}{3}$.

D $\dfrac{20\sqrt{6}}{3}$.

E $\dfrac{25\sqrt{6}}{3}$.

08| Ao somar o número de diagonais e o número de lados de um dodecágono obtém-se

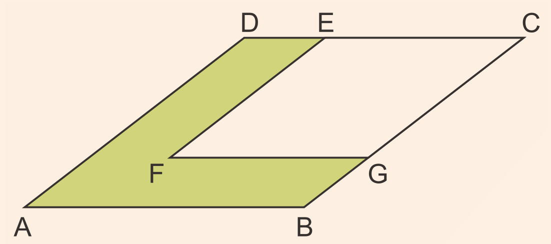
A 66

B 56

C 44

D 42

09| Na figura, o losango $FGCE$ possui dois lados sobrepostos aos do losango $ABCD$ e sua área é igual à área indicada em verde.



Se o lado do losango $ABCD$ mede 6 cm, o lado do losango $FGCE$ mede

A $2\sqrt{5}$ cm.

B $2\sqrt{6}$ cm.

C $4\sqrt{2}$ cm.

D $3\sqrt{3}$ cm.

E $3\sqrt{2}$ cm.

10| Dado um quadrado $ABCD$, de lado a, marcam-se os pontos E sobre o lado AB, F sobre o lado BC, G sobre o lado CD e H sobre o lado AD, de modo que os segmentos formados AE, BF, CG, e DH tenham comprimento igual a $\dfrac{3a}{4}$.

A área do novo quadrilátero formado pelas interseções dos segmentos AF, BG, CH, e DE mede:

A $\dfrac{a^2}{25}$

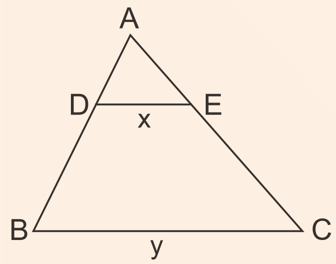
B $\dfrac{a^2}{18}$

C $\dfrac{a^2}{16}$

D $\dfrac{a^2}{9}$

E $\dfrac{2a^2}{9}$

11| Seja um triângulo ABC, conforme a figura. Se D e E são pontos, respectivamente, de AB e AC, de forma que $\overline{AD} = 4$, $\overline{DB} = 8$, $\overline{DE} = x$, $\overline{BC} = y$, e se DE □ BC, então



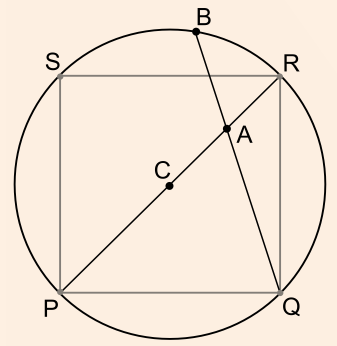
A $y = x + 8$

B $y = x + 4$

C $y = 3x$

D $y = 2x$

12| O quadrado $PQRS$ está inscrito em um círculo de centro C. A corda intersecta a diagonal do quadrado em A, sendo que $\overline{QA} = 6$ cm e $\overline{AB} = 4$ cm.



Nas condições descritas, a medida do lado do quadrado $PQRS$, em cm, é igual a

A $2\sqrt{10}$.

B $5\sqrt{2}$.

C $2\sqrt{15}$.

D $6\sqrt{2}$.

E $7\sqrt{2}$.

13| Os lados de um triângulo medem 13 cm, 14 cm e 15 cm, e sua área mede 84 cm^2.

Considere um segundo triângulo, semelhante ao primeiro, cuja área mede $336\ \text{cm}^2$.

A medida do perímetro do segundo triângulo, em centímetros, é

A) 42

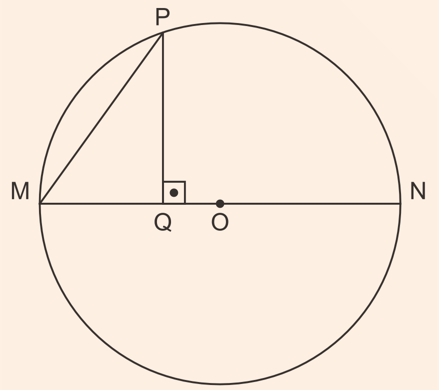
B) 84

C) 126

D) 168

E) 336

14| 2017) Na figura, o raio da circunferência de centro O é $\frac{25}{2}$ cm e a corda MP mede 10 cm.



desenho ilustrativo – fora de escala

A medida, em centímetros, do segmento PQ é

A) $\frac{25}{2}$

B) 10

C) $5\sqrt{21}$

D) $\sqrt{21}$

E) $2\sqrt{21}$

15| 2017) Se o perímetro de um triângulo equilátero inscrito em um círculo é 3 cm, a área do círculo (em cm^2) é igual a

A) $\frac{ð}{3}$

B) 3ð

C) ð

D) $3\sqrt{3}$ð

E) 81ð

16| Seja ABC um triângulo cujos lados $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ medem 6 cm, 8 cm e 10 cm, respectivamente. Considere os pontos M e N sobre o lado $\overline{BC}$ tais que $\overline{AM}$ é a altura relativa a $\overline{BC}$ e N é o ponto médio de $\overline{BC}$. A área do triângulo AMN, em cm^2, é

A) 3,36.

B) 3,60.

C) 4,20.

D) 4,48.

E) 6,72.

17| Em um triângulo retângulo, o maior e o menor lado medem, respectivamente, 12 cm e 4 cm. Qual é a área desse triângulo?

A) $4\sqrt{2}\ \text{cm}^2$.

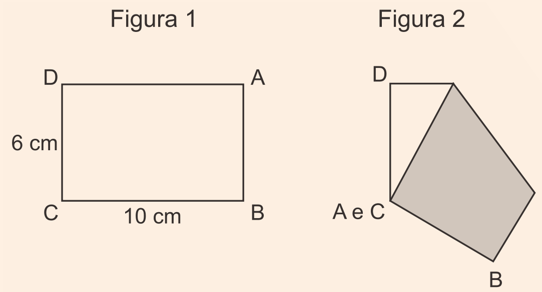
B) $16\ \text{cm}^2$.

C) $8\sqrt{2}\ \text{cm}^2$.

D) $16\sqrt{2}\ \text{cm}^2$.

E) $24\ \text{cm}^2$.

18| Os lados de uma folha retangular ABCD de papel medem 10 cm e 6 cm, como indica a Figura 1. Essa folha, que é branca de um dos lados e cinza do outro, será dobrada perfeitamente de tal forma que o vértice A irá coincidir com o vértice C, como mostra a Figura 2.



A área do trapézio cinza indicado na Figura 2, em cm^2, é igual a

A 23.

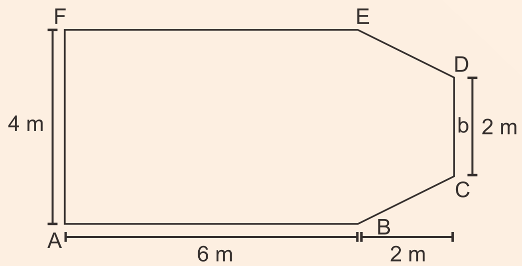
B 30.

C 25.

D 40.

E 45.

19| Marcos comprou a quantidade mínima de piso para colocar em toda a sua sala que tem o formato abaixo e pagou R$ 48,00 o metro quadrado.



Quanto ele gastou comprando o piso para essa sala?

A R$ 288,00

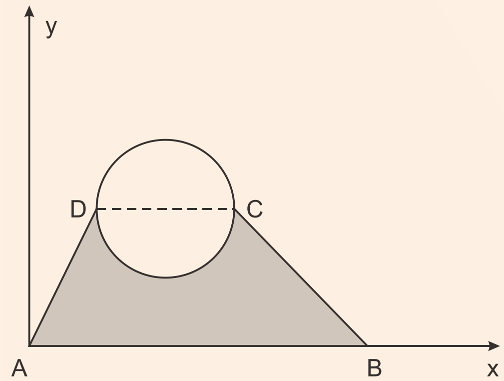
B R$ 672,00

C R$ 1.152,00

D R$ 1.440,00

E R$ 2.304,00

20| José quer calcular a área da região hachurada da figura abaixo, ela representa uma região localizada em seu sítio. O círculo representa um lago que tem 20 metros de diâmetro. Fixando-se um sistema de coordenadas conforme a figura, sabe-se que o segmento AD está sobre a reta cuja equação é dada por $y = 2x$ e que o segmento BC está sobre a reta cuja equação é $y = -x + 50$. Sabe-se ainda que CD é igual ao diâmetro do círculo e que a coordenada x do ponto D é igual a 10.



Assim, é CORRETO afirmar que a área da região, em metros quadrados, é igual a

A 700.

B 700 – 50ð.

C 700 – 100ð.

D 700 – 200ð.

E 700 – 400ð.

21| No triângulo MPQ, seja PH a altura relativa ao vértice P. O ponto H, no lado MQ, divide-o em dois segmentos cujas medidas são respectivamente 3 cm e 2 cm. Se a medida da altura (segmento PH) é 6 cm, então, a medida do ângulo interno do vértice P é igual a

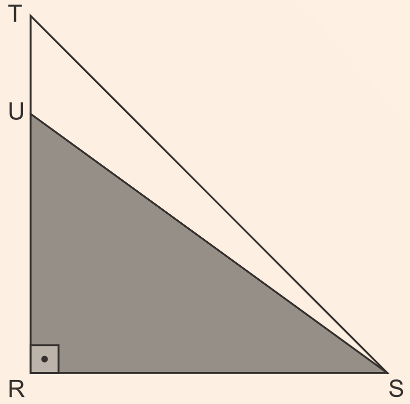
A 45°.

B 30°.

C 60°.

D 50°.

22| No triângulo SRT, representado a seguir, os lados RT e RS tem medidas iguais. Sabendo que o segmento RU mede 6 cm e o segmento ST mede $8\sqrt{2}$ cm, a área do triângulo SRU é quantos por cento da área do triângulo SRT?



A) 60%

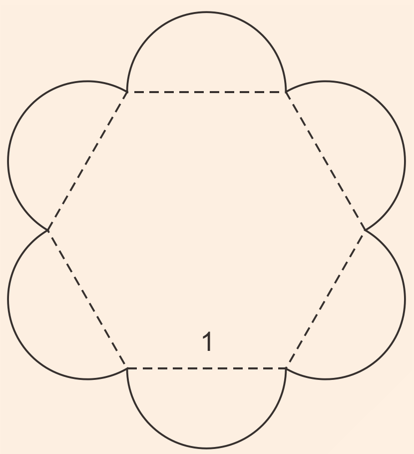
B) 70%

C) 75%

D) 80%

E) 85%

23| Uma pessoa desenhou uma flor construindo semicírculos sobre os lados de um hexágono regular de lado 1, como na figura abaixo.



A área dessa flor é

A) $\frac{3}{2}\left(\sqrt{3}+\frac{ð}{2}\right).$

B) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}+ð).$

C) $\frac{3}{4}\left(\sqrt{3}+\frac{ð}{2}\right).$

D) $\frac{3}{4}(\sqrt{3}+ð).$

E) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}+2ð).$

24| Em uma aula de geometria, o professor passou a seguinte instrução:

Desenhe um retângulo de lados 8 cm por 14 cm. Nomeie os vértices desse retângulo de A, B, C e D, sendo que AB deve ser um dos menores lados. Determine o ponto médio do lado AB e nomeie esse ponto pela letra M. A partir do ponto M trace um segmento paralelo aos lados maiores e que tenha 3 cm de comprimento. Nomeie esse segmento de MN. Determine a área do triângulo NCD.

Natália e Mariana seguiram as instruções dadas, porém chegaram a resultados diferentes. Se o professor considerou corretas as duas resoluções, a diferença, em cm^2, entre as áreas obtidas por Natália a Mariana foi

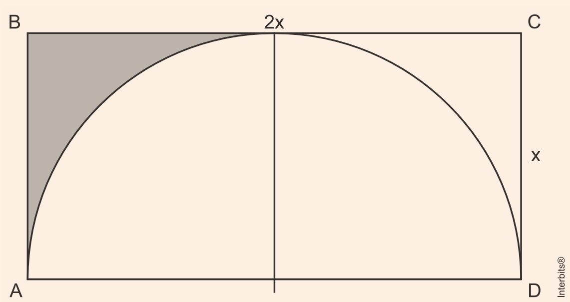
A) 16

B) 20

C) 24

D) 28

25| O retângulo ABCD, representado a seguir, tem área cuja medida é de $18\ cm^2$. Qual é a razão entre a medida da área da parte pintada e a medida da área total do retângulo? Considere $ð = 3,0$.



A) 1/4

B) 1/5

C) 1/6

D $1/7$

E $1/8$

26| Considere a circunferência com centro no ponto O e cuja medida do raio é 2 m. Se AB é um diâmetro desta circunferência e C é um ponto sobre a circunferência tal que a medida do ângulo $C\hat{O}B$ é $60°$, então, a medida da área da região interior à circunferência, limitada pela corda AC e pelo menor arco determinado por A e C, é

A $\frac{4\text{ð}}{6} - \sqrt{3}$

B $\frac{4\text{ð}}{6} + \sqrt{3}$

C $\frac{4\text{ð}}{3} - \sqrt{3}$

D $\frac{4\text{ð}}{3} + \sqrt{3}$

27| Em torno de um canteiro retangular de 12 m de comprimento por 8 m de largura, pretende-se construir uma calçada. Qual deve ser a largura máxima dessa calçada, se o material disponível só é suficiente para cimentar uma área de 69 m^2?

A $1{,}0\text{ m}$

B $1{,}5\text{ m}$

C $2{,}0\text{ m}$

D $2{,}5\text{ m}$

E $3{,}0\text{ m}$

28| Em muitas igrejas e casas antigas de Porto Alegre, podemos observar janelas de forma retangular encimadas por um semicírculo, como na figura.

Considerando que a parte retangular da figura possui $x\text{ cm}$ na base e altura correspondente a uma vez e meia essa medida, a função em que $A = f(x)$ e que determina a área total da janela, em cm^2, é

A $1{,}5x^2 + \text{ð}r^2$

B $(1{,}5 + \text{ð})x^2$

C $1{,}5x^2 + \frac{\text{ð}}{8}$

D $\left(1{,}5 + \frac{\text{ð}}{8}\right)x^2$

E $1{,}5 + \frac{\text{ð}}{8}x^2$

29| A área do triângulo de vértices $A(4, 5), B(1, 2)$ e $C(3, 2)$ é:

A 2

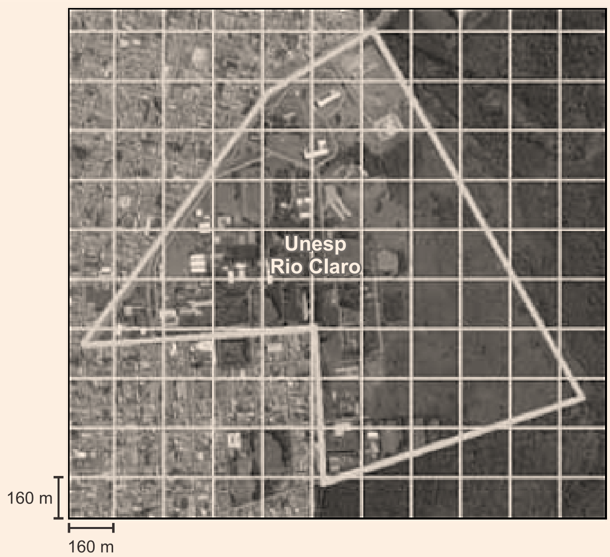
B 3

C 4

D 5

E 6

30| O hexágono marcado na malha quadriculada sobre a fotografia representa o contorno do câmpus da Unesp de Rio Claro, que é aproximadamente plano.



A área aproximada desse câmpus, em km^2, é um número pertencente ao intervalo

A $[0,8;\ 1,3[$

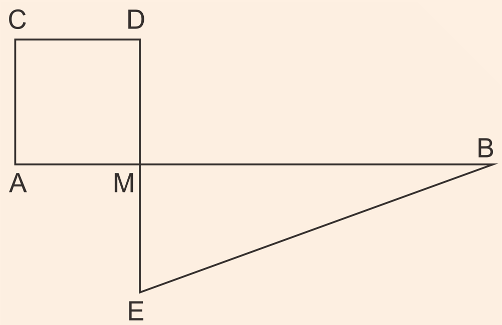
B $[1,8;\ 2,3[$

C $[2,3;\ 2,8[$

D $[1,3;\ 1,8[$

E $[0,3;\ 0,8[$

31| Considere $\overline{AB}$ um segmento de comprimento 10 e M um ponto desse segmento, distinto de A e de B, como na figura abaixo. Em qualquer posição do ponto M, $AMDC$ é quadrado e BME é triângulo retângulo em M.



Tomando x como a medida dos segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{EM}$, para que valor(es) de x as áreas do quadrado $AMDC$ e do triângulo BME são iguais?

A 0 e $\frac{10}{3}$.

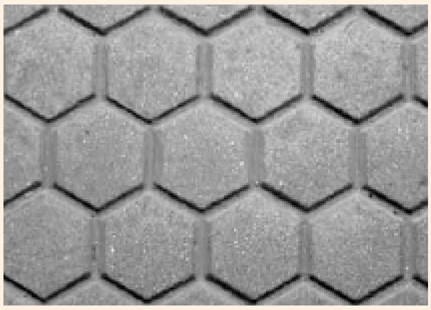
B $0,2$ e 3.

C $\frac{10}{3}$.

D $0, \frac{10}{3}$ e 10.

E 5.

32| Rafael decidiu colocar cerâmicas com a forma de hexágonos regulares no piso da sala de seu escritório. Sabendo que a área do piso do escritório mede $25,5\ m^2$, que a cerâmica mede $10\ cm$ de lado, desconsiderando a área ocupada pelos rejuntes, quantas pedras de cerâmica serão necessárias para cobrir todo o piso dessa sala?



Considere $\sqrt{3} = 1,7$.

A 225

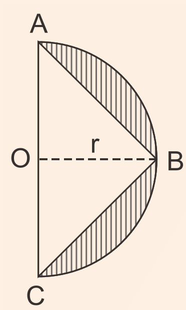
B 425

C 765

D 1.000

E 1.250

33. (Eear 2017)



Na figura, O é o centro do semicírculo de raio $r = 2$ cm. Se A, B e C são pontos do semicírculo e vértices do triângulo isósceles, a área hachurada é ______ cm². (Use $ð \cong 3{,}14$)

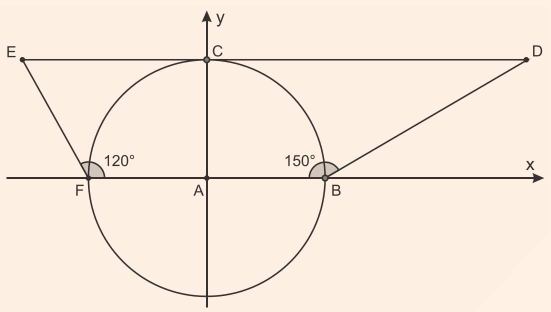
A 2,26

B 2,28

C 7,54

D 7,56

34| Os pontos B e F são extremidades da circunferência de equação $x^2 + y^2 = 81$ e o segmento DE é tangente à circunferência dada no ponto $C(0, 9)$.



No trapézio $BDEF$ o ângulo F mede $120°$ e o ângulo B mede $150°$, conforme mostra a figura.

A área do trapézio $BDEF$ vale

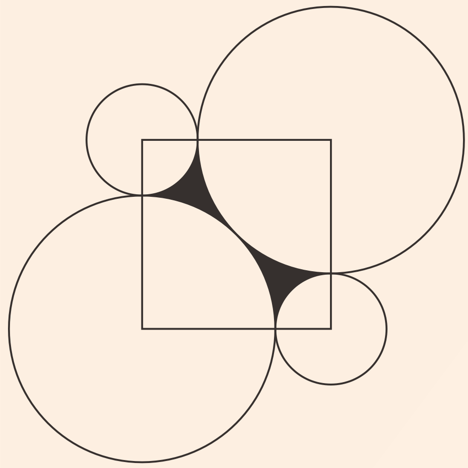
A $27\,(3\sqrt{3} - 1)$

B $54\,(2\sqrt{3} - 1)$

C $27\,(2\sqrt{3} + 3)$

D $54\,(\sqrt{3} + 3)$

35| Considere um quadrado de lado 1. Foram construídos dois círculos de raio R com centros em dois vértices opostos do quadrado e tangentes entre si; dois outros círculos de raio r com centros nos outros dois vértices do quadrado e tangentes aos círculos de raio R, como ilustra a figura abaixo.



A área da região sombreada é

A $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)ð.$

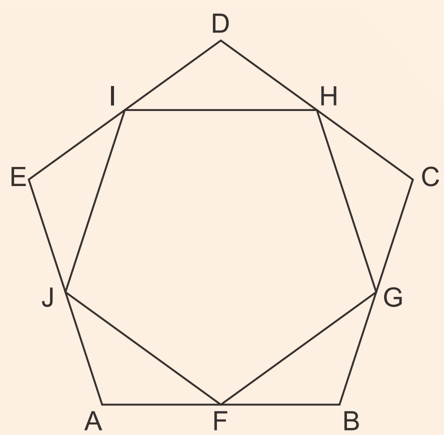
B $(\sqrt{2} - 1)ð.$

C $1 + \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)ð.$

D $1 + (\sqrt{2} - 1)ð.$

E $1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)ð.$

36| Considere um pentágono regular $ABCDE$ de lado 1. Tomando os pontos médios de seus lados, constrói-se um pentágono $FGHIJ$, como na figura abaixo.



A medida do lado do pentágono $FGHIJ$ é

A sen 36°.

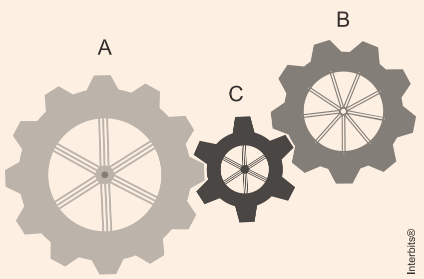
B $\cos 36^\circ$.

C $\dfrac{\text{sen } 36^\circ}{2}$.

D $\dfrac{\cos 36^\circ}{2}$.

E $2\cos 36^\circ$.

37| Num sistema de engrenagens, cada uma tem seu raio, de forma que a engrenagem "A" tem raio com medida R; a "B" tem raio com medida igual à metade do raio da engrenagem "A", e a "C" tem raio com medida igual a um quarto do raio da engrenagem "A". Sendo a medida do raio de "A" igual a 4 cm, quantas voltas "A" dará, quando "C" percorrer o equivalente a 3.600 cm?



A 2.400

B 1.200

C 600

D 300

E 150

38| Suponha que fosse possível dar uma volta completa em torno da linha do Equador caminhando e que essa linha fosse uma circunferência perfeita na esfera terrestre. Nesse caso, se uma pessoa de 2 m de altura desse uma volta completa na Terra pela linha do Equador, o topo de sua cabeça, ao completar a viagem, teria percorrido uma distância maior que a sola dos seus pés em, aproximadamente,

A 63 cm.

B 12,6 m.

C 6,3 km.

D 12,6 km.

E 63 km.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Leia o texto publicado em maio de 2013 para responder à(s) questão(ões) a seguir.

Os Estados Unidos se preparam para uma invasão de insetos após 17 anos

Elas vivem a pelo menos 20 centímetros sob o solo há 17 anos. E neste segundo trimestre, bilhões de cigarras (*Magicicada septendecim*) emergirão para invadir partes da Costa Leste, enchendo os céus e as árvores, e fazendo muito barulho.

Há mais de 170 espécies de cigarras na América do Norte, e mais de 2 mil espécies ao redor do mundo. A maioria aparece todos os anos, mas alguns tipos surgem a cada 13 ou 17 anos. Os visitantes deste ano, conhecidos como *Brood II* (Ninhada II, em tradução livre) foram vistos pela última vez em 1996. Os moradores da Carolina do Norte e de Connecticut talvez tenham de usar rastelos e pás para retirá-las do caminho, já que as estimativas do número de insetos são de 30 bilhões a 1 trilhão.

Um estudo brasileiro descobriu que intervalos baseados em números primos ofereciam a melhor estratégia de sobrevivência para as cigarras.

<http://tinyurl.com/zh8daj6> Acesso em: 30.08.2016. Adaptado.

39| O texto afirma que os habitantes das áreas próximas às da população de cigarras da Ninhada II talvez tenham que retirá-las do caminho. Imagine que 30 bilhões dessas cigarras ocupem totalmente uma estrada em formato retangular, com 10 metros de largura. Nesse cenário hipotético, as cigarras estariam posicionadas lado a lado, sem sobreposição de indivíduos.

Considerando que a área ocupada por uma cigarra dessa espécie é igual a 7×10^{-4} metros quadrados, então N quilômetros dessa estrada ficarão ocupados por essa população.

O menor valor de N será igual a

A) 2,1

B) 21

C) 210

D) 2.100

E) 21.000

GABARITO

01| C

Do triângulo BCD, temos

$x + 70° + 60° = 180° \Leftrightarrow x = 50°.$

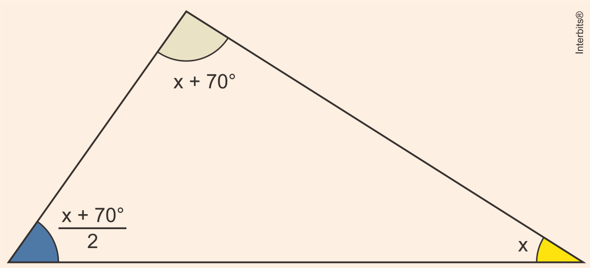
Logo, vem $D\hat{B}A = 50° - 20° = 30°$ e, portanto, segue que

üüü‡üü ° – ° ⇔ = °

Em consequência, a resposta é $y - x = 75° - 50° = 25° = \frac{x}{2}.$

02| D

De acordo com as informações do problema e considerando que $A\hat{C}B = x$, temos:



$$x + 70° + \frac{x + 70°}{2} + x = 180°$$
$$2x + 140° + x + 70° + 2x = 360°$$
$$5x = 150°$$
$$x = 30°$$

Portanto, as medidas dos ângulos são:

$x = 30°$

$$\frac{x + 70°}{2} = \frac{30° + 70°}{2} = 50°$$

$x + 70° = 100°$

03| D

Desde que $\overline{WZ} = \overline{ZE}$ e $W\hat{Z}E = W\hat{Z}Y + Y\hat{Z}E = 90° + 60° = 150°$, temos

$$Z\hat{W}E \equiv Z\hat{E}W = \frac{180° - 150°}{2} = 15°.$$

Ademais, sendo congruentes por LAL os triângulos WZE e XYE, vem $Y\hat{E}X \equiv Z\hat{E}W = 15°$. Portanto, o resultado é igual a

$$\begin{aligned} XEW &= Y\hat{E}Z - 2 \cdot Z\hat{E}W \\ &= 60° - 2 \cdot 15° \\ &= 30°. \end{aligned}$$

04| B

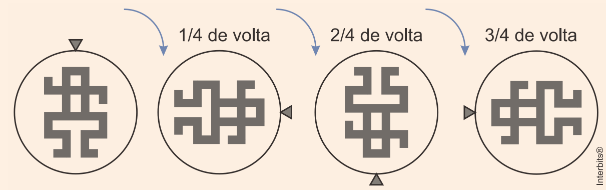
Pelo Teorema do Ângulo Externo aplicado no triângulo ACD, temos

$$\begin{aligned} A\hat{D}E &= C\hat{A}D + D\hat{C}A \\ &= á + 40°. \end{aligned}$$

Logo, aplicando novamente o teorema no triângulo ADE, vem

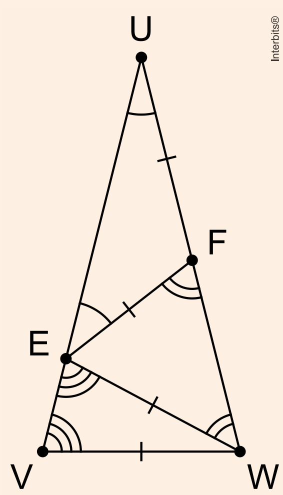
$$\begin{aligned} A\hat{E}B = A\hat{D}E + D\hat{A}E &\Leftrightarrow 70° = á + 40° + á \\ &\Leftrightarrow á = 15°. \end{aligned}$$

05| 'E



06| C

Considere a figura:



Se $\overline{EF} = \overline{FU}$, então o triângulo EFU é isósceles de base EU. Daí, tomando $E\hat{U}F \equiv U\hat{E}F = \theta$, pelo Teorema do Ângulo Externo, vem $EFW = 2\theta$. Ademais, $\overline{EF} = \overline{EW}$ implica em EFW isósceles de base FW e, assim, temos $E\hat{W}F = 2$è.

Tomando o triângulo EUW, pelo Teorema do Ângulo Externo, concluímos facilmente que $VEW = 3\theta$. Portanto, sendo $\overline{VW} = \overline{EW}$ e $\overline{VU} = \overline{WU}$, temos $U\hat{V}W \equiv V\hat{W}U = 3\theta$.

Finalmente, do triângulo UVW, encontramos

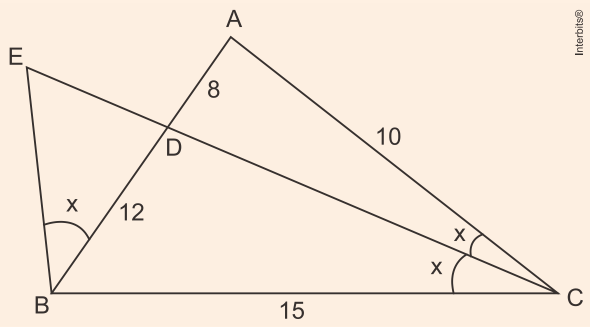
$$\theta + 3\theta + 3\theta = 180° \Leftrightarrow \theta = \frac{180°}{7}.$$

Em consequência, temos

$$25° = \left(\frac{175}{7}\right)° < V\hat{U}W < \left(\frac{182}{7}\right)° = 26° < 27°.$$

07| E

Pelo teorema das bissetrizes pode-se encontrar as medidas dos segmentos AD e DB. Assim, desenhando a figura, tem-se:



Calculando (teorema de Stewart):

$$15^2 \cdot 8 + 10^2 \cdot 12 = 20 \cdot \left(\overline{DC}^2 + 12 \cdot 8\right) \Rightarrow \overline{DC}^2 = 54 \Rightarrow \overline{DC} = 3\sqrt{6}$$

$$\overline{AD} \cdot \overline{DB} = \overline{ED} \cdot \overline{DC}$$

$$8 \cdot 12 = \overline{ED} \cdot 3\sqrt{6} \Rightarrow \overline{ED} = \frac{16\sqrt{6}}{3}$$

$$\overline{EC} = \overline{ED} + \overline{DC} = \frac{16\sqrt{6}}{3} + 3\sqrt{6} \Rightarrow \overline{EC} = \frac{25\sqrt{6}}{3}$$

07| A

Sabendo que um dodecágono possui doze lados, temos

$$\frac{12 \cdot (12-3)}{2} + 12 = 66.$$

09| E

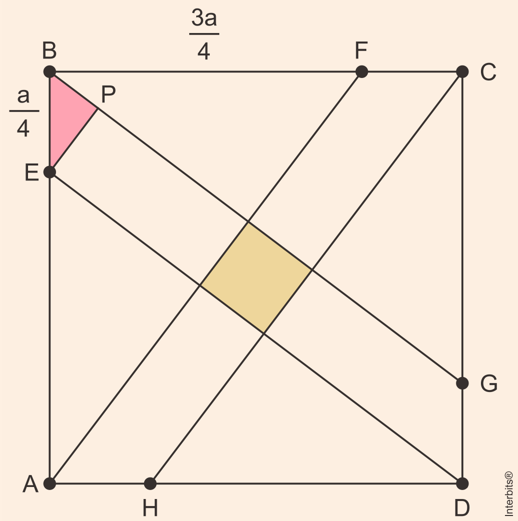
Desde que os losangos FGCE e ABCD são semelhantes, temos

$$\frac{(FGCE)}{(ABCD)} = \frac{1}{2} = k^2,$$ com k sendo a razão de semelhança.

Por conseguinte, dado que $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, vem $\frac{\overline{FG}}{\overline{AB}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \overline{FG} = 3\sqrt{2}$ cm.

10| A

Pode-se desenhar, segundo o enunciado:



$$\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = \frac{3a}{4}$$

$$\overline{EB} = \overline{FC} = \overline{GD} = \overline{AH} = \frac{a}{4}$$

$\Delta AED \equiv \Delta BFA \equiv \Delta CGB \equiv \Delta DHC$

Quadrilátero amarelo → quadrado de lado x

$$\frac{PE}{DG} = \frac{AD}{DE} \rightarrow \frac{x}{a/4} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2}} \rightarrow x = \frac{a}{5} \rightarrow \text{Área} = x^2 = \frac{a^2}{25}$$

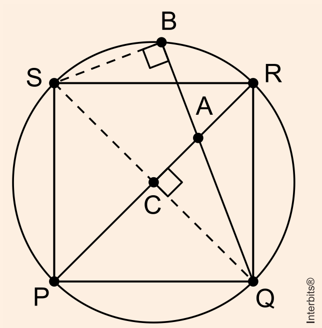
11| C

Sendo DE ∥ BC, tem-se que os triângulos ABC e ADE são semelhantes por AA. Portanto, segue que

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \frac{4}{12} = \frac{x}{y} \Leftrightarrow y = 3x.$$

12| C

Considere a figura, em que ℓ é a medida do lado do quadrado PQRS.



É fácil ver que os triângulos BQS e CQS são semelhantes por AA. Ademais, como $\overline{QS} = \ell\sqrt{2}\,\text{cm}$ e C é ponto médio de QS, temos

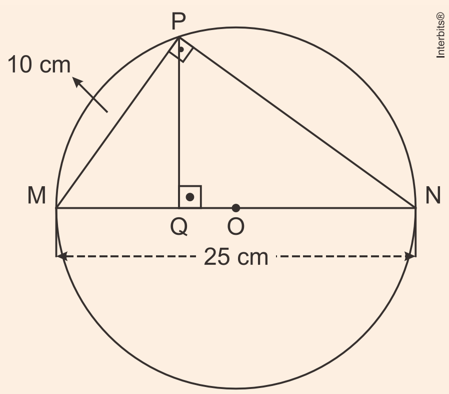
$$\frac{\overline{QC}}{\overline{QB}} = \frac{\overline{QA}}{\overline{QS}} \Leftrightarrow \frac{\frac{\ell\sqrt{2}}{2}}{10} = \frac{6}{\ell\sqrt{2}}$$
$$\Leftrightarrow \ell^2 = 60$$
$$\Rightarrow \ell = 2\sqrt{15}\,\text{cm}.$$

13| B

Seja $2p$ o perímetro desejado. Como os triângulos são semelhantes e o perímetro do primeiro triângulo é igual a $13+14+15=42\,\text{cm}$, temos

$$\left(\frac{2p}{42}\right)^2 = \frac{336}{84} \Leftrightarrow \left(\frac{2p}{42}\right)^2 = 4$$
$$\Rightarrow 2p = 84\,\text{cm}.$$

14| E



Considerando que todo triângulo inscrito numa semicircunferência, com lado coincidindo com o diâmetro, é retângulo. Temos:

$$PM^2 = 25 \cdot MQ$$
$$10^2 = 25 \cdot MQ \Rightarrow MQ = 4.$$
$$PQ^2 = MQ \cdot QN$$
$$PQ^2 = 4 \cdot (25-4)$$
$$PQ^2 = 84$$
$$PQ = 2\sqrt{21}$$

15| A

Considere um triângulo equilátero de lado a, com perímetro $3\,\text{cm}$ e inscrito numa circunferência de raio R.

$$R = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\cdot\sqrt{3}}{2} = \frac{a\cdot\sqrt{3}}{3} = \frac{1\cdot\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$$

Portanto, a área do círculo será dada por:

$$A = \eth \cdot R^2 \Rightarrow A = \eth \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow A = \frac{\eth}{3}\,\text{cm}^2$$

16| A

Calculando:

$$6,\,8,\,10 \Rightarrow \text{Pitagórico}$$
$$10 \cdot h = 6 \cdot 8 \Rightarrow h = \frac{24}{5}$$
$$\Delta AMB \Rightarrow 6^2 = h^2 + (5 - \overline{MN})^2 \Rightarrow 36 = \frac{576}{25} + 25 - 10\overline{MN} + \overline{MN}^2 \Rightarrow \overline{MN} = 1{,}4$$
$$S_{\Delta AMN} = \frac{\overline{MN}\cdot h}{2} = \frac{1{,}4\cdot\frac{24}{5}}{2} \Rightarrow S_{\Delta AMN} = 3{,}36$$

17| D

Seja b a medida do outro cateto. Logo, pelo Teorema de Pitágoras, temos

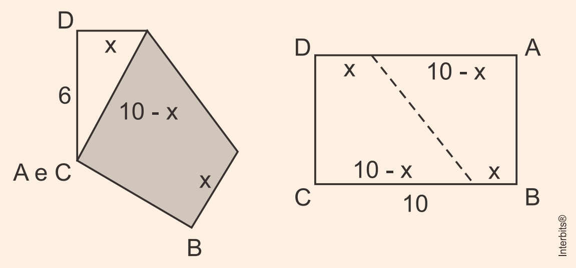
$$b^2 = 12^2 - 4^2 \Rightarrow b = 8\sqrt{2}\,\text{cm}.$$

A resposta é dada por

$$\frac{4\cdot 8\sqrt{2}}{2} = 16\sqrt{2}\,\text{cm}^2.$$

18| B

Abrindo-se novamente a folha de papel, tem-se:



Assim, pode-se escrever:

$$\left.\begin{array}{l} B_{maior} = 10 - x \\ b_{menor} = x \\ h = 6 \end{array}\right\} S = \frac{(10 - x + x) \cdot 6}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

19| D

Calculando:

$$S_{sala} = S_{AFEB} + S_{BEDC} = 4 \cdot 6 + \frac{4+2}{2} \cdot 2 \rightarrow S_{sala} = 30\ m^2$$

$$\text{Custo} = 30 \cdot 48 = 1440 \text{ reais}$$

20| B

Tem-se que

$$D = (10, 2 \cdot 10) = (10, 20)$$

e

$$C = (10 + 20, -(10 + 20) + 50) = (30, 20).$$

Ademais, sendo $y_B = 0$, vem

$$0 = -x_B + 50 \Leftrightarrow x_B = 50.$$

Portanto, segue que o resultado é dado por

$$\frac{1}{2} \cdot (50 + 20) \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot \eth \cdot \left(\frac{20}{2}\right)^2 = (700 - 50\eth)\ m^2.$$

21| A

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo MHP, temos

$$\overline{MP}^2 = \overline{MH}^2 + \overline{HP}^2 \Leftrightarrow \overline{MP}^2 = 3^2 + 6^2$$
$$\Rightarrow \overline{MP} = 3\sqrt{5}\,\text{cm}.$$

Ademais, do triângulo QHP, encontramos

$$\overline{QP}^2 = \overline{QH}^2 + \overline{HP}^2 \Leftrightarrow \overline{QP}^2 = 2^2 + 6^2$$
$$\Rightarrow \overline{QP} = 2\sqrt{10}\,\text{cm}.$$

Portanto, observando que $\overline{MP} > \overline{MQ}$, vem

$$\frac{1}{2} \cdot \overline{MP} \cdot \overline{QP} \cdot \text{sen}\,M\hat{P}Q = \frac{1}{2} \cdot \overline{MQ} \cdot \overline{PH} \Leftrightarrow 3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{10} \cdot \text{sen}\,M\hat{P}Q = 5 \cdot 6$$
$$\Leftrightarrow \text{sen}\,M\hat{P}Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\Leftrightarrow M\hat{P}Q = 45°.$$

22| C

$$RS^2 + RT^2 = \left(8\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow RS^2 + RS^2 = 128 \Rightarrow RS^2 = 64 \Rightarrow RS = 8$$

Portanto, a razão entre as áreas dos triângulos será dada por:

$$\frac{A_{SRU}}{A_{SRT}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6}{\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8} = \frac{6}{8} = 0{,}75 = 75\%$$

23| A

A área A da figura é igual a soma das áreas de um hexágono de lado 1 com 3 círculos de raio $\frac{1}{2}$.

$$A = 6 \cdot \frac{1^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \eth \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$A = \frac{3}{2} \cdot \left(\sqrt{3} + \frac{\eth}{2}\right)$$

24| C

Desde que o ponto N pode ser interno ou externo ao retângulo $ABCD$, temos

$$\frac{1}{2} \cdot 17 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 8 = 24\,\text{cm}^2.$$

25| E

Calculando:

$$\text{Raio} = x$$

$$S_{semicirc} = \frac{\eth R^2}{2} = \frac{\eth x^2}{2} \approx \frac{3x^2}{2}$$

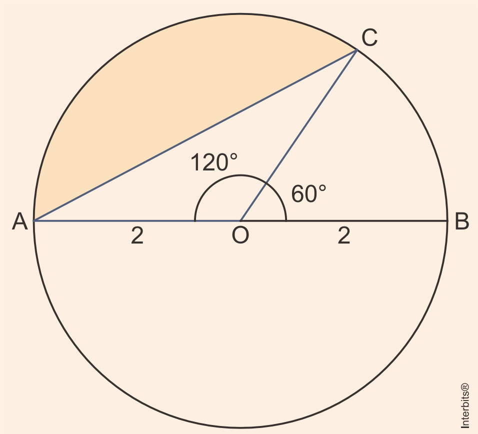
$$S_{retâng} = 2x \cdot x = 2x^2$$

$$S_{hachurada} = \frac{S_{retâng}}{2} - \frac{S_{semicirc}}{2} = \frac{2x^2}{2} - \frac{3x^2}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4x^2 - 3x^2}{4} = \frac{x^2}{4}$$

$$\frac{S_{hachurada}}{S_{retâng}} = \frac{\frac{x^2}{4}}{2x^2} = \frac{x^2}{4} \cdot \frac{1}{2x^2} \Rightarrow \frac{S_{hachurada}}{S_{retâng}} = \frac{1}{8}$$

26| C

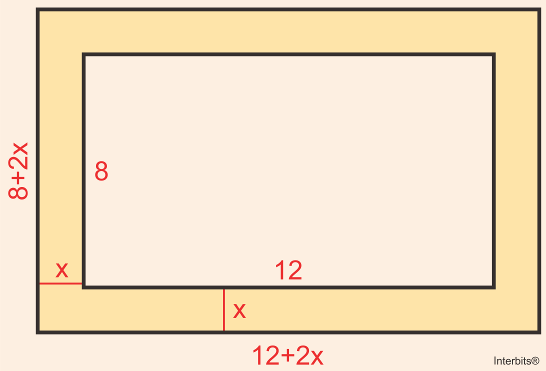
De acordo com as informações do enunciado, a área pedida corresponde à região destacada na figura abaixo, ou seja, a área de um segmento circular de $120°$.



$$A = \frac{ð \cdot 2^2 \cdot 120°}{360°} - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \text{sen}120° = \frac{4ð}{3} - \sqrt{3}.$$

27| B

Sendo x a largura da calçada, pode-se desenhar:



Calculando:

$$S_{\text{calçada}} = 69\ m^2 = ((8+2x)\cdot(12+2x)) - 8 \cdot 12 \Rightarrow 69 = 96 + 16x + 24x + 4x^2 - 96$$
$$0 = 4x^2 + 40x - 69$$
$$\Delta = 40^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-69) = 2704$$
$$x = \frac{-40 \pm \sqrt{2704}}{2 \cdot 4} = \frac{-40 \pm 52}{8} \Rightarrow \begin{cases} x' = -11{,}5 \ \ (\text{não convém}) \\ x'' = 1{,}5\ m \end{cases}$$

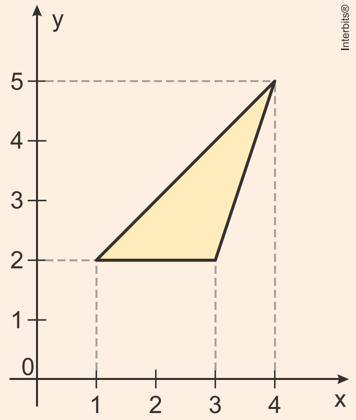
28| D

Se a altura do retângulo é $1{,}5x$, então a resposta é

$$üüüüü \quad + \frac{1}{2} \cdot ð \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(\quad + \frac{ð}{8} \right) 2$$

29| B

Desenhando o triângulo no plano cartesiano:



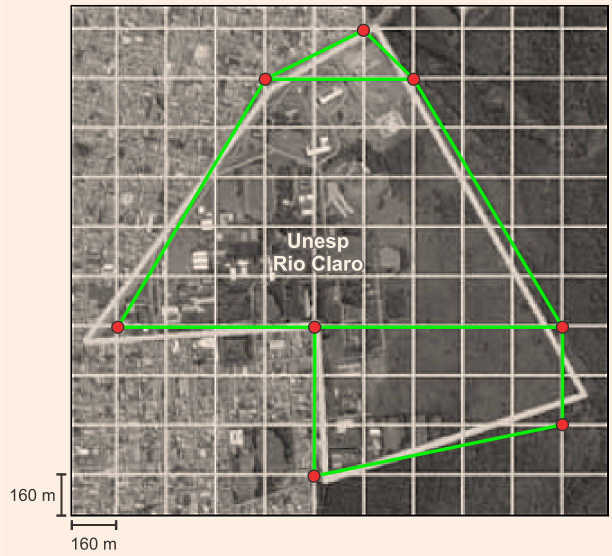
Assim, percebe-se que o mesmo tem altura 3 e base 2. Assim, pode-se escrever:

$$S = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

30| A

Seja u a unidade de área da malha, de tal modo que

$$1\,u = 160^2 = 25.600\ m^2 = 0{,}0256\,km^2.$$

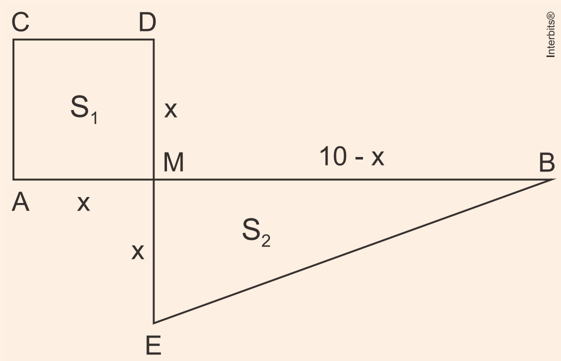


Dividindo o hexágono em um triângulo e dois trapézios, como indicado acima, segue que a área aproximada desse polígono é dada por

$$\begin{aligned} \frac{3 \cdot 1}{2} + \left(\frac{9+3}{2}\right) \cdot 5 + \left(\frac{3+2}{2}\right) \cdot 5 &= 44\ u \\ &= 44 \cdot 0{,}0256 \\ &\cong 1{,}1 km^2. \end{aligned}$$

Portanto, temos $1{,}1 \in [0{,}8; 1{,}3[$.

31| C



$$S_1 = S_2$$
$$x^2 = \frac{x\cdot(10-x)}{2}$$
$$2x^2 = 10x - x^2$$
$$3x^2 - 10x = 0$$
$$x\cdot(3x-10) = 0$$
$$x = 0 \text{ (não convém) ou } x = \frac{10}{3}$$

32| D

$10 \text{ cm} = 0{,}1\,\text{m}$

área de cada cerâmica em m^2 :

$$A = 6\cdot\frac{(0{,}1)^2\cdot\sqrt{3}}{4} \cong 6\cdot\frac{(0{,}1)^2\cdot 1{,}7}{4} \cong 0{,}0255\ m^2$$

Número de cerâmicas $= \dfrac{25{,}5}{0{,}0255} = 1000$

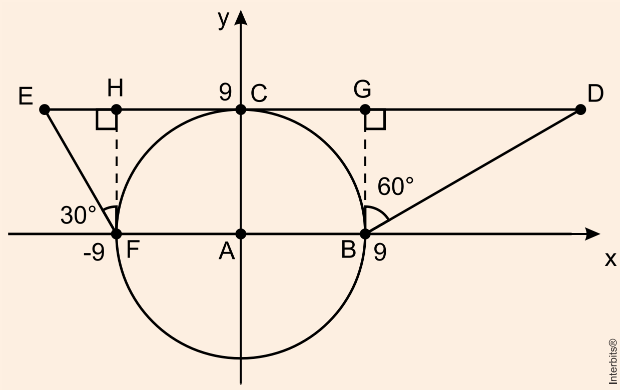
33| B

Desde que ABC está inscrito no semicírculo, temos $A\hat{B}C = 90°$, ou seja, o triângulo ABC é retângulo isósceles. Portanto, segue que a resposta é

$$\frac{1}{2}\cdot \text{ð} r^2 - \frac{1}{2}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{OB} = \frac{r^2}{2}\cdot(\text{ð}-2)$$
$$\cong 2\cdot 1{,}14$$
$$\cong 2{,}28\,\text{cm}^2.$$

34| D

Considere a figura.



Do triângulo FHE, vem

$$\text{tg}\,E\hat{F}H = \frac{\overline{EH}}{\overline{FH}} \Leftrightarrow \text{tg}\,30° = \frac{\overline{EH}}{9} \Leftrightarrow \overline{EH} = 3\sqrt{3}.$$

Do triângulo BDG, encontramos

$$\text{tg}\,D\hat{B}G = \frac{\overline{DG}}{\overline{BG}} \Leftrightarrow \text{tg}\,60° = \frac{\overline{DG}}{9} \Leftrightarrow \overline{DG} = 9\sqrt{3}.$$

Portanto, desde que $\overline{BF} = 18$ e $\overline{DE} = 18 + 12\sqrt{3}$, temos

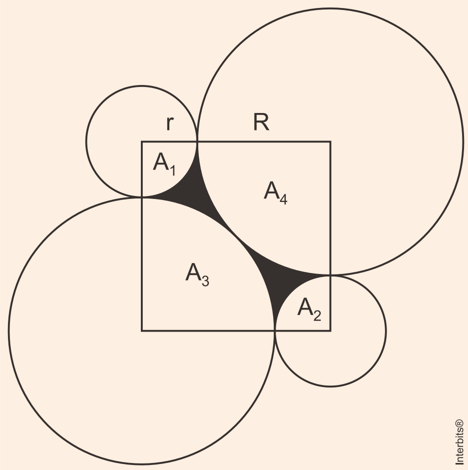
$$(BDEF) = \frac{1}{2}\cdot(18 + 18 + 12\sqrt{3})\cdot 9$$
$$= 54\cdot(3+\sqrt{3}).$$

35| E

$2R = 1\cdot\sqrt{2}$ (diagonal do quadrado)

$$R = \frac{\sqrt{2}}{2} \ \text{ e } \ r = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

A área medida é dada pela diferença entre a área do quadrado e as áreas dos quartos de círculos indicados por A_1, A_2, A_3, A_4.



$$A = 1^2 - (A_1 + A_2) - (A_3 + A_4)$$

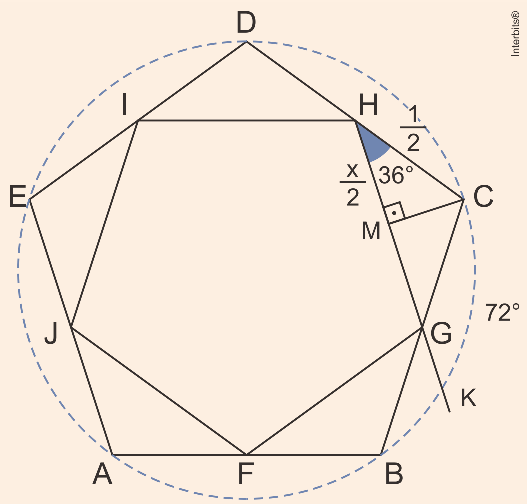
$$A = 1 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$A = 1 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{4 - 4\sqrt{2} + 2}{4} + \frac{2}{4}\right)$$

$$A = 1 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(2 - \sqrt{2}\right)$$

$$A = 1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\pi.$$

36| B



Considerando a circunferência circunscrita no pentágono regular, concluímos que:

$$G\hat{H}C = \frac{72°}{2} = 36°$$

Admitindo que x seja a medida do lado pedido e considerando o triângulo HMC, podemos escrever que:

$$\cos 36° = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}} = x$$

Portanto,

$$x = \cos 36°$$

37| E

Considerando n o número de voltas da engrenagem A e $2 \cdot \pi \cdot 4 = 8\pi$ a distância percorrida por um de seus pontos quando esta engrenagem executa uma volta, temos:

$$n \cdot 8\pi = 3600 \Rightarrow n = \frac{3600}{8\pi} \Rightarrow n \cong 150$$

38| B

Seja r a medida do raio da Terra na linha do Equador, em metros. Tem-se que a distância percorrida pelo topo da cabeça da pessoa é igual a

$$2\pi \cdot (r + 2) \cong (2\pi \cdot r + 12{,}6)\text{ m}.$$

Em consequência, sendo $2\pi \cdot r$ a distância percorrida pela sola dos pés da pessoa, podemos concluir que o resultado é $12{,}6\text{ m}$.

39| D

Área ocupada por 30 bilhões de cigarras:

$$30 \cdot 10^9 \cdot 7 \cdot 10^{-4} = 210 \cdot 10^5\ \text{m}^2.$$

O comprimento N da estrada será dado por:

$$10 \cdot n = 210 \cdot 10^5$$
$$n = 2.100.000\text{ m}$$
$$n = 2.100\text{ km}$$