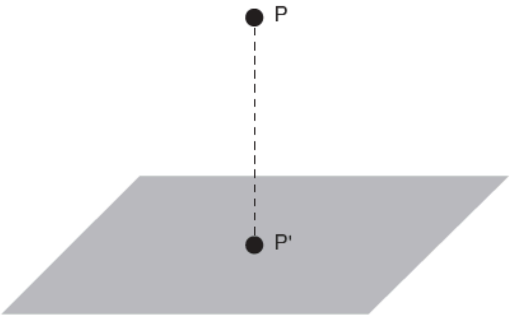
GABARITO SIMULADO 03 ENEM 2021

46.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C2H6

Como o pacote foi abandonado em queda livre, ele se desloca apenas na direção vertical, para baixo. Assim, o trajeto do pacote corresponde a um segmento de reta vertical perpendicular ao plano do chão. Desse modo, a projeção ortogonal da trajetória (reta vertical) no plano do chão corresponde a um ponto, conforme a imagem a seguir.



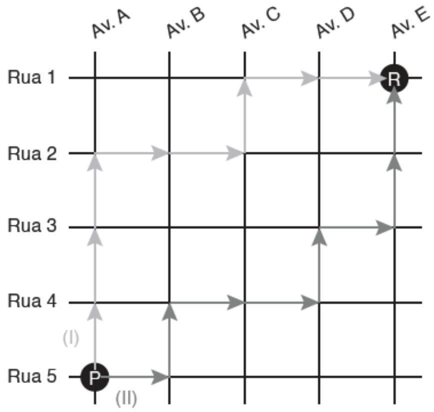
Alternativa A: incorreta. O aluno considerou a trajetória de queda do pacote (segmento de reta vertical), em vez da projeção no plano do chão.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que a situação descrita corresponderia a um lançamento horizontal e que, portanto, o pacote descreveria a trajetória de um arco de parábola no ar. Assim, concluiu-se que a projeção dessa trajetória no plano do chão seria um segmento de reta horizontal.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o pacote seria abandonado do helicóptero em movimento (horizontal) e cairia com velocidade constante até atingir o chão, resultando em uma trajetória formada por um segmento de reta oblíquo ao solo. Além disso, desconsiderou-se a necessidade de se avaliar a projeção ortogonal dessa trajetória sobre a planície.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que a situação descrita corresponderia a um lançamento horizontal e que, portanto, o pacote descreveria a trajetória de um arco de parábola no ar. Além disso, desconsiderou-se a necessidade de se avaliar a projeção ortogonal dessa trajetória sobre a planície.

47.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C1H2

De acordo com as condições descritas, a pessoa deverá se deslocar por quatro quarteirões no sentido norte (N) e por quatro quarteirões no sentido leste (L) para chegar ao restaurante. A figura a seguir representa dois possíveis trajetos, com as seguintes sequências de deslocamentos ao longo dos quarteirões: (I) NNNLLNLL; (II) LNLLNLNN.



Os possíveis trajetos distintos são determinados pela troca de ordem dos quatro deslocamentos no sentido norte (N, N, N, N) e dos quatro deslocamentos no sentido leste (L, L, L, L). Assim, para contabilizar o total de trajetos distintos, calcula-se o número de permutações com repetição de oito elementos, com quatro letras L e quatro letras N:

$$P_8^{4,4} = \frac{8!}{4!\cdot 4!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot \cancel{4!}}{4!\cdot \cancel{4!}} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{24} = 70$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, após notar que a pessoa deve realizar quatro deslocamentos no sentido norte e quatro deslocamentos no sentido leste, aplicou-se o princípio multiplicativo: 4 · 4 = 16.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, por serem realizados oito deslocamentos ao longo dos quarteirões, com duas opções de sentido (norte ou leste) para cada deslocamento, seria necessário calcular o número de combinações simples de oito elementos, tomados dois a dois: $C_{8,2} = \frac{8!}{2!\cdot(8-2)!} = \frac{8!}{2!\cdot 6!} = 28$.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, por serem realizados oito deslocamentos ao longo dos quarteirões, com duas opções de sentido (norte ou leste) para cada deslocamento, seria necessário calcular o número de arranjos simples de oito elementos, tomados dois a dois: $A_{8,2} = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{6!} = 56$.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, por serem realizados oito deslocamentos ao longo dos quarteirões, com duas opções de sentido (norte ou leste) para cada deslocamento, o total de possibilidades seria dado por $2^8 = 256$.

48.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias
C6H25

Os homens com 60 anos ou mais de idade correspondem aos cinco grupos etários à direita na parte superior do primeiro gráfico, totalizando o seguinte percentual da população:
0,8% + 0,8% + 1,1% + 1,6% + 2,1% = 6,4%
Do segundo gráfico, conclui-se que a população parda ou preta corresponde a 46,8% + 8,6% = 55,4% da população brasileira. Logo, tendo em vista que, dentro de cada grupo de idade, as raças ou cores da população se distribuem de acordo com os dados do segundo gráfico, conclui-se que 55,4% dos homens com 60 anos ou mais de idade são pardos ou pretos, o que corresponde ao seguinte percentual da população brasileira em 2017:
$55{,}4\% \cdot 6{,}4\% \cong 0{,}0354 \cong 3{,}5\%$

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, consideraram-se os percentuais relativos às mulheres com 60 anos ou mais de idade, obtendo um total de 8,2%. Assim, calculou-se $55{,}4\% \cdot 8{,}2\% \cong 0{,}0454 \cong 4{,}5\%$.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, ao relacionar os percentuais, calculou-se $\frac{55{,}4\%}{6{,}4\%} \cong 8{,}7$, associando o resultado a um percentual de 8,7%.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o percentual de 55,4% estaria igualmente dividido entre os cinco grupos etários que representam os homens com 60 anos ou mais de idade. Assim, calculou-se $\frac{55{,}4\%}{5} \cong 11{,}1\%$.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, ao relacionar os percentuais, calculou-se $\frac{6{,}4\%}{55{,}4\%} \cong 0{,}1155 \cong 11{,}6\%$.

49.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C4H16

Como o preparo do reboco exige a mistura de 1 parte de cimento, 9 partes de areia e 2 partes de cal e chamando de Q_{ci}, Q_{ar} e Q_{ca}, respectivamente, as quantidades de cimento, areia e cal necessárias para produzir 336 kg de reboco, tem-se:

$$\frac{Q_{ci}}{1} = \frac{Q_{ar}}{9} = \frac{Q_{ca}}{2} = k \begin{cases} Q_{ci} = k \\ Q_{ar} = 9k \\ Q_{ca} = 2k \end{cases}$$

Como a soma das quantidades dos três materiais deve ser igual à quantidade de reboco necessária, tem-se:

$$Q_{ci} + Q_{ar} + Q_{ca} = k + 9k + 2k \Rightarrow 336 = 12k \Rightarrow k = \frac{336}{12} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow k = 28$$

Assim, serão necessários k = 28 kg de cimento, $9k = 9 \cdot 28 = 252$ kg de areia e $2k = 2 \cdot 28 = 56$ kg de cal para produzir 336 kg de reboco.
Portanto, considerando as quantidades desses materiais disponíveis no canteiro de obras, conclui-se que o mestre de obras necessita de 28 – 20 = 8 kg de cimento e 252 – 240 = 12 kg de areia.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, após constatar que os materiais disponíveis somam 16 kg a menos do que a quantidade de reboco que se quer produzir e que a cal está em excesso, considerou-se que a areia deveria inteirar essa quantidade, por ser o material com maior proporção na mistura.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, após constatar que os materiais disponíveis somam 16 kg a menos do que a quantidade de reboco que se quer produzir e que a cal está em excesso, considerou-se que o cimento deveria inteirar essa quantidade, por ser o material disponível em menor quantidade.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, determinou-se a quantidade de cal disponível em excesso e desconsiderou-se o fato de que o cimento disponível é insuficiente.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, determinou-se a quantidade de cal disponível em excesso. Além disso, confundiram-se as quantidades de cimento e de areia necessárias.

50.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias
C1H5

De acordo com a correspondência apresentada, os dados da matriz T podem ser observados da seguinte forma:

	A	B	C	D	E	F
A	100	100	150	250	200	100
B	100	100	150	300	100	100
C	150	150	50	350	200	250
D	250	300	350	50	150	100
E	200	100	200	150	100	250
F	100	100	250	100	250	50

Nesse caso, os elementos destacados correspondem às taxas de manutenção. Assim, para cada um dos trajetos predeterminados, têm-se:

- Trajeto 1: A + B + D + F + AB + BD + DF = 100 + 100 + + 50 + 50 + 100 + 300 + 100 = 800 reais.
- Trajeto 2: A + C + E + F + AC + CE + EF = 100 + 50 + + 100 + 50 + 150 + 200 + 250 = 900 reais.
- Trajeto 3: A + B + C + F + AB + BC + CF = 100 + 100 + 50 + + 50 + 100 + 150 + 250 = 800 reais.
- Trajeto 4: A + C + D + F + AC + CD + DF = 100 + 50 + + 50 + 50 + 150 + 350 + 100 = 850 reais.
- Trajeto 5: A + B + E + F + AB + BE + EF = 100 + 100 + + 100 + 50 + 100 + 100 + 250 = 800 reais.

Portanto, o trajeto mais caro é o trajeto 2.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o trajeto 1, que custa 800 reais, seria o mais caro.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o trajeto 3, que custa 800 reais, seria o mais caro.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o trajeto 4, que custa 850 reais, seria o mais caro.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o trajeto 5, que custa 800 reais, seria o mais caro.

51.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C1H1

De acordo com o enunciado, a produção de celulose aumenta 10% a cada ano a partir de 2018, ano em que a produção registrada foi de 15,8 milhões de toneladas. Assim, em 2021, ou seja, três anos após 2018 (2021 − 2018 = 3), a produção será dada por:

$$(110\%)^3 \cdot 15{,}8 \cdot 10^6 = 1{,}331 \cdot 15{,}8 \cdot 10^6 \cong 21{,}03 \cdot 10^6 \text{ toneladas}$$

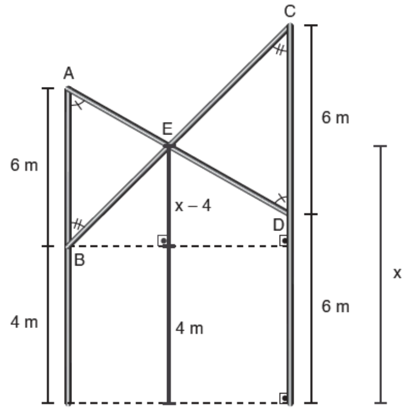
Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, ao calcular a produção em 2021, efetuou-se 130% + 15,8 = 1,3 + 15,8 = = 17,10.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, calculou-se um único aumento de 10% sobre a produção de 2018, efetuando 110% · 15,8 = 17,38.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, ao calcular a produção em 2021, efetuou-se 110% · 3 + 15,8 = 3,3 + + 15,8 = 19,10.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que três aumentos sucessivos de 10% seriam equivalentes a um único aumento de 30%. Assim, efetuou-se 130% · 15,8 = = 1,3 · 15,8 = 20,54.

52.

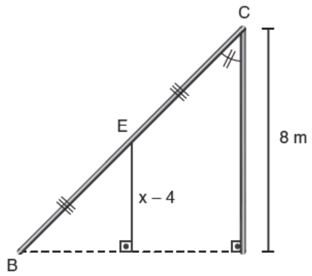
GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias
C2H8

Seja x a altura do ponto E, a ser determinada. Tendo em vista que as retas-suporte dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são paralelas, sendo $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ transversais, conclui-se que os ângulos $B\hat{A}E$ e $C\hat{D}E$ são congruentes, assim como os ângulos $A\hat{B}E$ e $D\hat{C}E$, pois são pares de ângulos alternos internos. Desse modo, conclui-se que os triângulos ABE e DCE são congruentes, pelo caso ângulo-lado-ângulo (ALA).



Pela congruência dos triângulos ABE e DCE, tem-se BE = CE, e é possível estabelecer a semelhança de triângulos mostrada a seguir, conforme destaque na figura anterior.



Portanto, conclui-se, da semelhança de triângulos, que:

$\frac{x-4}{8} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{x-4}{8} = \frac{BE}{2 \cdot BE} \Rightarrow \frac{x-4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow x - 4 = 4 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 8$ m

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o ponto E estaria à mesma altura do ponto médio do segmento $\overline{AB}$. Assim, calculou-se $4 + \frac{6}{2} = 7$ m.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o ponto E estaria à mesma altura do ponto médio do segmento $\overline{CD}$. Assim, calculou-se $6 + \frac{6}{2} = 9$ m.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, após observar a diferença de altura entre os pontos C e A (12 – 10 = 2 m), considerou-se que o ponto E estaria 2 m abaixo do ponto C. Assim, calculou-se 12 – 2 = 10 m.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que a altura do ponto E corresponderia à média entre as alturas dos pontos A (10 m) e C (12 m). Assim, calculou-se $\frac{10+12}{2} = 11$ m.

53.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C7H30

Se 90% das crianças do município foram vacinadas, então 10% não foram. Assim, escolhendo uma criança ao acaso, ela tem 90% de chance de ter sido vacinada e 10% de chance de não ter sido. Desse modo, para a escolha aleatória de três crianças, têm-se:

- Probabilidade de todas terem sido vacinadas:
  $0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}729 = 72{,}9\%$
- Probabilidade de nenhuma ter sido vacinada:
  $0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}001 = 0{,}1\%$

A probabilidade de as três crianças terem sido vacinadas ou de nenhuma ter sido vacinada (união dos eventos) é dada pela soma das duas probabilidades calculadas: 72,9% + + 0,1% = 73%.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, multiplicaram--se as probabilidades de 90% e 10% pela quantidade de crianças. Assim, efetuou-se $0{,}9 \cdot 0{,}1 \cdot 3 = 0{,}27 = 27\%$.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o número total de crianças nesse município seria igual a 100. Assim, efetuou-se $\frac{90}{100} \cdot \frac{89}{99} \cdot \frac{88}{98} + \frac{10}{100} \cdot \frac{9}{99} \cdot \frac{8}{98} = \frac{705\,600}{970\,200} = 0{,}\overline{72} \cong 72{,}7\%$.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, após obter a probabilidade de 72,9% corretamente, considerou-se a probabilidade de 0,001 equivalente a 1%. Assim, efetuou--se 72,9% + 1% = 73,9%.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que os eventos "todas as crianças terem sido vacinadas" e "nenhuma das crianças ter sido vacinada" seriam complementares. Assim, como a probabilidade da união de um evento com seu complementar é 100%, concluiu-se que essa seria a resposta correta.

54.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias
C4H17

I. Das 12h35min às 13h50min, passaram-se 75 minutos. Somente a mangueira estava aberta, e o nível do líquido subiu 90 cm. Desse modo, a vazão da mangueira é dada por:

$$V_{mang} = \frac{90 \text{ cm}}{75 \text{ min}} = 1{,}2 \text{ cm/min}$$

II. Das 13h50min às 14h40min, passaram-se 50 minutos. Com a mangueira e o cano de escoamento abertos, o nível do líquido diminuiu de 90 cm para 60 cm, ou seja, houve uma redução de 30 cm em 50 minutos. Desse modo, a vazão do cano de escoamento (V_{esco}) é dada por:

$$V_{mang} + V_{esco} = -\frac{30 \text{ cm}}{50 \text{ min}} = -0{,}6 \text{ cm/min}$$

$$1{,}2 \text{ cm/min} + V_{esco} = -0{,}6 \text{ cm/min}$$

$$V_{esco} = -1{,}8 \text{ cm/min}$$

III. A partir das 14h40min, somente o cano de escoamento permaneceu aberto. Como a vazão de escoamento é de –1,8 cm/min, então o nível do líquido diminuía 1,8 cm a cada minuto. Assim, calcula-se o tempo necessário para o escoamento completo dos 60 cm que restavam no reservatório:

1,8 cm ——— 1 min
60 cm ——— x

$$x = \frac{60}{1{,}8} = \frac{600}{18} = \frac{100}{3} = 33{,}33\ldots \text{min}$$

Desse modo, o líquido terminou de escoar cerca de 33 minutos após o horário de 14h40min, ou seja, aproximadamente às 15h13min.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, após observar a variação de 90 cm em 75 minutos no primeiro intervalo de tempo, calculou-se:

90 cm ——— 75 min
60 cm ——— x

$$\Rightarrow \quad x = \frac{60 \cdot 75}{90} = 50 \text{ min}$$

Assim, concluiu-se que o escoamento terminaria 50 minutos após o horário de 14h40min, ou seja, às 15h30min.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, após observar que a mangueira ficou aberta por um tempo total de 125 minutos (das 12h35min às 14h40min) e, tendo em vista que o nível do líquido subiu 90 cm em 75 min, calculou-se:

75 min ——— 90 cm
125 min ——— h

$$\Rightarrow \quad h = \frac{90 \cdot 125}{75} = 150 \text{ cm}$$

Desse modo, concluiu-se que o nível do líquido que foi escoado corresponde a 150 – 60 = 90 cm; porém, considerou-se equivocadamente que o líquido diminui 90 cm a cada intervalo de 125 minutos, calculando:

90 cm ——— 125 min
60 cm ——— x

$$\Rightarrow \quad x = \frac{60 \cdot 125}{90} = 83{,}33 \text{ min}$$

Assim, concluiu-se que o escoamento terminaria cerca de 83 minutos após o horário de 14h40min, ou seja, aproximadamente às 16h03min.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, após observar a diminuição de 30 cm em 50 minutos do segundo intervalo de tempo, considerou-se que o líquido diminui 30 cm a cada 50 minutos, calculando:

30 cm ——— 50 min
60 cm ——— x

$$\Rightarrow \quad x = \frac{60 \cdot 50}{30} = 100 \text{ min}$$

Assim, concluiu-se que o escoamento terminaria 100 minutos após o horário de 14h40min, ou seja, às 16h20min.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, após observar a variação de 90 cm em 75 minutos do primeiro intervalo de tempo, relacionaram-se esses dados ao nível de líquido restante para escoamento (60 cm), calculando:

$$x = \frac{90 \text{ cm} \cdot 75 \text{ min}}{60 \text{ cm}} = 112{,}5 \text{ min}$$

Assim, concluiu-se que o escoamento terminaria cerca de 112 minutos após o horário de 14h40min, ou seja, aproximadamente às 16h32min.

55.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C3H11

A área real do terreno é de 809 hectares. Dado que 1 hectare = 10 000 m², a área do terreno equivale a $809 \cdot 10\,000 = 809 \cdot 10^4$ m². Como a área na maquete deve ser expressa em dm², é necessário converter a área de m² para dm², multiplicando o valor encontrado por 100. Logo, a área real do terreno, em dm², é:

$$A_{real} = 809 \cdot 10^4 \cdot 100 = 809 \cdot 10^6 \text{ dm}^2$$

Como a escala linear é de 1 : 5 000, a relação entre as áreas é expressa do seguinte modo:

$$\frac{A_{maquete}}{A_{real}} = \text{Escala}^2 = \left(\frac{1}{5000}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_{maquete}}{A_{real}} = \frac{1}{25 \cdot 10^6}$$

Assim, calcula-se a área do terreno na maquete, expressa em dm²:

$$\frac{A_{maquete}}{809 \cdot 10^6} = \frac{1}{25 \cdot 10^6} \Rightarrow A_{maquete} = \frac{809 \cdot 10^6}{25 \cdot 10^6} = \frac{809}{25} = 32{,}36$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se o valor da área real do terreno em m² ($809 \cdot 10^4$ m²), sem converter para dm², ao relacionar a escala com as áreas. Assim, efetuou-se:

$$\frac{A_{maquete}}{809 \cdot 10^4} = \frac{1}{25 \cdot 10^6} \Rightarrow A_{maquete} = \frac{809 \cdot 10^4}{25 \cdot 10^6} = 0{,}3236$$

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, como a conversão de metro para decímetro é feita multiplicando-se por 10, considerou-se que a conversão de m² para dm² também seria feita multiplicando-se por 10. Assim, após concluir que a área real do terreno seria $809 \cdot 10^5$ dm², efetuou-se:

$$\frac{A_{maquete}}{809 \cdot 10^5} = \frac{1}{25 \cdot 10^6} \Rightarrow A_{maquete} = \frac{809 \cdot 10^5}{25 \cdot 10^6} = 3{,}236$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se o valor da área real do terreno em m² ($809 \cdot 10^4$ m²), sem converter para dm², ao relacionar a escala com as áreas. Além disso, desconsiderou-se a necessidade de se elevar a escala ao quadrado ao fazer essa relação. Assim, efetuou-se:

$$\frac{A_{maquete}}{809 \cdot 10^4} = \frac{1}{5000} \Rightarrow A_{maquete} = \frac{809 \cdot 10^4}{5000} = 1618$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, desconsiderou-se a necessidade de se elevar a escala ao quadrado ao relacionar as áreas. Assim, efetuou-se:

$$\frac{A_{maquete}}{809 \cdot 10^6} = \frac{1}{5000} \Rightarrow A_{maquete} = \frac{809 \cdot 10^6}{5000} = 161\,800$$

56.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C6H25

O rendimento médio do portfólio nos últimos 12 meses deve ser obtido por meio do cálculo da média ponderada dos rendimentos dos ativos, de acordo com os percentuais de alocação patrimonial. Logo:

$$M_R = \frac{10\% \cdot 3 + 30\% \cdot (-4) + 20\% \cdot 7 + 20\% \cdot (-5) + 10\% \cdot 7 + 10\% \cdot 5}{100\%} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_R = 0{,}3 - 1{,}2 + 1{,}4 - 1 + 0{,}7 + 0{,}5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_R = 2{,}9 - 2{,}2 \Rightarrow M_R = 0{,}7\%$$

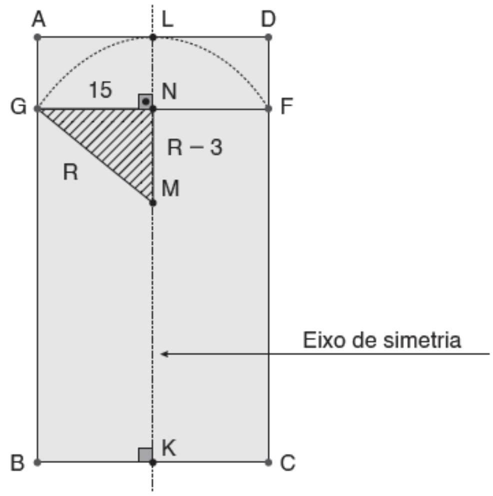
Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que todos os rendimentos indicados na tabela seriam positivos.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se positivo o rendimento da renda variável.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se positivo o rendimento do fundo multimercado.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, calculou-se a média aritmética dos rendimentos dos ativos.

57.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C2H8

Com base nas informações do enunciado, constrói-se o triângulo retângulo GNM a seguir, cuja medida R de sua hipotenusa corresponde ao raio do arco $\overset{\frown}{GLF}$.



Aplicando o teorema de Pitágoras, tem-se:

$$R^2 = (R-3)^2 + 15^2 \Rightarrow R^2 = R^2 - 6R + 9 + 225 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6R = 234 \Rightarrow R = 39 \text{ cm}$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, ao fazer o desenvolvimento do produto notável, efetuou-se:

$$R^2 = (R-3)^2 + 15^2 \Rightarrow R^2 = R^2 - 9R + 9 + 225 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9R = 234 \Rightarrow R = 26 \text{ cm}$$

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, calculou-se a diferença entre as medidas de $\overline{AD}$ e $\overline{AG}$, efetuando 30 – 3 = 27 cm.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, ao fazer o desenvolvimento do produto notável, efetuou-se:

$$R^2 = (R-3)^2 + 15^2 \Rightarrow R^2 = R^2 - 6R - 9 + 225 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6R = 216 \Rightarrow R = 36 \text{ cm}$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, ao fazer o desenvolvimento do produto notável, efetuou-se:

$$R^2 = (R-3)^2 + 15^2 \Rightarrow R^2 = R^2 - 6R - 3 + 225 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6R = 222 \Rightarrow R = 37 \text{ cm}$$

58.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias
C1H4

Como o grupo é formado por 12 alunos, há $C_{12,4} = \frac{12!}{4!8!}$ maneiras distintas de se montar a equipe inicial.

Em seguida, como restam 8 alunos, há $C_{8,4} = \frac{8!}{4!4!}$ maneiras distintas de se montar mais uma equipe.

Por fim, como restam apenas 4 alunos, há $C_{4,4} = \frac{4!}{4!0!}$ maneiras distintas de se montar a última equipe.

Aplicando o princípio fundamental da contagem e considerando que a ordem dos componentes de cada conjunto de três equipes não importa, a quantidade de maneiras distintas de se formar um conjunto de três equipes com os 12 alunos é dada por:

$$\frac{\frac{12!}{4!8!} \cdot \frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{4!0!}}{3!} = \frac{12!}{3!4!4!4!} = \frac{12!}{3!(4!)^3}$$

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, desconsiderou-se o fato de que a ordem das equipes em cada conjunto não importa. Assim, efetuou-se:

$$\frac{12!}{4!8!} \cdot \frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{4!0!} = \frac{12!}{(4!)^3}$$

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, ao determinar o número de maneiras possíveis de se montar cada uma das três equipes, utilizou-se arranjo simples, em vez de combinação. Assim, efetuou-se:

$$\frac{\frac{12!}{8!} \cdot \frac{8!}{4!} \cdot \frac{4!}{0!}}{3!} = \frac{12!}{3!}$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, as quantidades de equipes (3) e de alunos em cada equipe (4) foram invertidas na montagem do problema. Assim, efetuou-se:

$$\frac{\frac{12!}{3!9!} \cdot \frac{9!}{3!6!} \cdot \frac{6!}{3!3!} \cdot \frac{3!}{3!0!}}{4!} = \frac{12!}{4!3!3!3!3!} = \frac{12!}{4!(3!)^4}$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, as quantidades de equipes (3) e de alunos em cada equipe (4) foram invertidas na montagem do problema. Além disso, desconsiderou-se o fato de que a ordem das equipes em cada conjunto não importa. Assim, efetuou-se:

$$\frac{12!}{3!9!} \cdot \frac{9!}{3!6!} \cdot \frac{6!}{3!3!} \cdot \frac{3!}{3!0!} = \frac{12!}{3!3!3!3!} = \frac{12!}{(3!)^4}$$

59.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C4H17

Considerando que, nessa profissão, em média, os homens brasileiros recebem 2 200 reais por oito horas de trabalho, então os 1 705 reais que as mulheres brasileiras recebem são equivalentes a x horas de trabalho.

Montando a relação de proporção, tem-se:

$$\frac{1\,705}{2\,200} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \frac{13\,640}{2\,200} \Rightarrow x = 6{,}2 \text{ h} = 6\text{h}12\text{min}$$

Portanto, o horário de saída dessa trabalhadora deve ser às 7 h + 1 h (almoço) + 6h12min = 14h12min.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, o horário de entrada da trabalhadora em questão e a jornada de oito horas foram invertidos. Além disso, desconsiderou-se o intervalo de uma hora para o almoço. Assim, efetuou-se:

$$\frac{1\,705}{2\,200} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = 5{,}425 \text{ h} \cong 5\text{h}25\text{min}$$

Horário de saída: 8 h + 5h25min = 13h25min.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, ao montar a relação de proporção, trocou-se a jornada de oito horas pelo horário de entrada da trabalhadora em questão. Assim, efetuou-se:

$$\frac{1\,705}{2\,200} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = 5{,}425 \text{ h}$$

Em seguida, associou-se o resultado obtido ao tempo de 5 horas e 42 minutos. Assim, adotando o horário de entrada da trabalhadora como 8 h da manhã (inversão com o tempo de jornada) e desconsiderando o intervalo de uma hora para o almoço, concluiu-se que o horário de saída seria 8 h + 5h42min = 13h42min.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, associou-se o resultado de 6,2 h ao tempo de 6 horas e 20 minutos. Assim, concluiu-se que o horário de saída seria 7 h + 1 h (almoço) + + 6h20min = 14h20min.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, o horário de entrada da trabalhadora em questão e a jornada de oito horas foram invertidos. Assim, efetuou-se:

$$\frac{1\,705}{2\,200} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = 5{,}425 \text{ h} \cong 5\text{h}25\text{min}$$

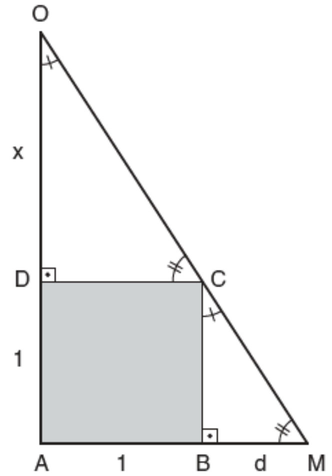
Horário de saída: 8 h + 1 h (almoço) + 5h25min = 14h25min.

60.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias
C2H8

Seja O a posição do objeto. Como $\overline{DC} \parallel \overline{BM}$ e $\overline{OD} \parallel \overline{BC}$, os triângulos CDO e BCM são semelhantes entre si pelo caso AA (ângulo-ângulo), conforme a figura a seguir:



Aplicando a relação de semelhança entre os triângulos CDO e BCM, tem-se:

$$\frac{OD}{BC} = \frac{CD}{BM} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{d} \Rightarrow xd = 1$$

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, ao estabelecer a relação entre as medidas, efetuou-se:

$$\frac{x+1}{1} = \frac{1}{d} \Rightarrow (x+1)d = 1$$

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, ao estabelecer a relação entre as medidas, efetuou-se:

$$\frac{x+1}{1} = \frac{1}{d+1} \Rightarrow (x+1)(d+1) = 1$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, ao estabelecer a relação entre as medidas, considerou-se AO = x e efetuou-se:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{1}{d} \Rightarrow (x-1)d = 1$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, ao estabelecer a relação entre as medidas, considerou-se AM = d e efetuou-se:

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{d-1} \Rightarrow x(d-1) = 1$$

61.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C5H19

Dado que N é uma função do 1º grau de variável p, então a função tem a forma N = a · p + b, em que a e b são constantes. De acordo com a tabela, N(20) = 32 e N(24) = = 37. Substituindo os valores na função, obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 20a + b = 32 \\ 24a + b = 37 \end{cases}$$

Subtraindo, membro a membro, a primeira equação da segunda, tem-se: $4a = 5 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}$. Substituindo o valor de a em qualquer uma das equações, obtém-se b = 7. Logo, a expressão da função é $N = \frac{5}{4} \cdot p + 7$.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, após observar que 20 + 12 = 32, considerou-se que a função seria expressa por N = p + 12.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, após observar que 24 + 13 = 37, considerou-se que a função seria expressa por N = p + 13.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, após obter o coeficiente angular da função, inverteu-se o sinal do coeficiente linear ao realizar o seu cálculo. Assim, obteve-se $N = \frac{5}{4} \cdot p - 7$.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, inverteu-se o coeficiente angular da função ao resolver o sistema, encontrando $a = \frac{4}{5}$. Substituindo esse valor na equação 20a + b = 32, obteve-se b = 16.

62.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C1H3

Como 60% dos membros da família são mulheres, 40% são homens. Além disso, atualmente, 25% dos homens da família têm menos de 25 anos e 75% têm 25 anos ou mais. Assim, 40% · 75% = 30% dos membros dessa família são, atualmente, homens com 25 anos ou mais.
No próximo ano, três homens dessa família completarão 25 anos, e, com isso, o número de homens com 25 anos ou mais na família aumentará 5% em relação ao número atual. Chamando de x o número atual de homens com 25 anos ou mais, pode-se expressar algebricamente esse aumento da seguinte maneira:

$$x+3=x+5\%x \Rightarrow x+3=1{,}05x \Rightarrow x=\frac{3}{0{,}05} \Rightarrow x=60$$

Assim, atualmente, há 60 homens na família com 25 anos ou mais. Como esse número corresponde a 30% de todos os membros da família, tem-se:

$$60=0{,}3n \Rightarrow n=\frac{60}{0{,}3} \Rightarrow n=200$$

Em que n = 200 é o número total de pessoas nessa família.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, determinou-se apenas o número de homens nessa família.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, após obter o número atual de homens com 25 anos ou mais nessa família (60), considerou-se esse número equivalente a 60% do número total de membros do grupo familiar.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, determinou-se apenas o número de mulheres nessa família.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, após obter o número atual de homens com 25 anos ou mais nessa família (60), considerou-se esse número equivalente a 40% do número total de membros do grupo familiar.

63.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias
C1H3

Inicialmente, a proporção entre o número de meninos e o de meninas, nessa ordem, era 2 : 3. Pode-se supor, então, que as quantidades de meninos e de meninas no início do curso eram 2x e 3x, respectivamente. No fim do curso, havia 6 meninos e 6 meninas a menos, de modo que a proporção entre o número de meninos (2x – 6) e o de meninas (3x – 6) passou a ser 3 : 5. Dessa forma, tem-se:

$$\frac{2x-6}{3x-6}=\frac{3}{5} \Leftrightarrow 10x-30=9x-18 \Leftrightarrow x=12$$

Assim, no grupo matriculado em 2016, havia 2x = 2 · 12 = = 24 meninos e 3x = 3 · 12 = 36 meninas, totalizando 60 crianças. Logo, tendo em vista a saída de 6 meninos e 6 meninas, 60 – 12 = 48 crianças concluíram o curso.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, como a proporção inicial era 2 : 3, considerou-se que havia 20 meninos e 30 meninas no início do curso, totalizando 50 crianças. Assim, contabilizando a saída de 6 meninos e 6 meninas, concluiu-se que 50 – 12 = 38 crianças concluíram o curso.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, assinalou-se a alternativa com o número total de crianças matriculadas no início do curso, em 2016.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a proporção 3 : 5 como relativa às quantidades de meninos e meninas no início do curso, as quais, por suposição, seriam respectivamente iguais a 30 e 50, totalizando 80 crianças. Assim, contabilizando a saída de 6 meninos e 6 meninas, concluiu-se que 80 – 12 = 68 crianças concluíram o curso.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, como a proporção em 2019 passou a ser 3 : 5, considerou-se que 30 meninos e 50 meninas concluíram o curso, totalizando 80 crianças.

64.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C7H28

A porcentagem dos lotes que formam o espaço amostral da probabilidade solicitada, correspondente ao conjunto dos lotes adimplentes (com ou sem edificação), é dada pela soma dos produtos das porcentagens de lotes com e sem edificações pelas respectivas porcentagens de lotes adimplentes. Logo:

(60% · 75%) + (40% · 87,5%) = 45% + 35% = 80%

Assim, a probabilidade de o lote sorteado ter uma casa construída é dada por:

$$\frac{75\% \cdot 60\%}{80\%} = \frac{45\%}{80\%} = 56{,}25\%$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, efetuou-se o cálculo para determinar 87,5% de 40%.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, calculou-se a probabilidade de o lote sorteado não ter uma casa edificada. Assim, efetuou-se:

$$\frac{87{,}5\% \cdot 40\%}{80\%} = \frac{35\%}{80\%} = 43{,}75\%$$

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, efetuou-se o cálculo para determinar 75% de 60%.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, calculou-se apenas o espaço amostral da probabilidade solicitada.

65.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C2H8

A capacidade do vaso de pressão mostrado na imagem corresponde à soma dos volumes internos de cada uma de suas partes: um cilindro (com 240 cm de altura e 60 cm de raio da base) e duas semiesferas (com raio de 60 cm). Essa capacidade é igual ao volume interno do segundo modelo de vaso de pressão, que é um cilindro com 80 cm de raio da base. Desse modo, calcula-se:

$$V_{cilindro_2} = V_{cilindro_1} + 2 \cdot V_{semiesfera}$$

$$\cancel{\pi} \cdot 80^2 \cdot h = \cancel{\pi} \cdot 60^2 \cdot 240 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4\cancel{\pi} \cdot 60^3}{3}$$

$$80^2 \cdot h = 60^2 \cdot 3 \cdot 80 + \frac{4 \cdot \overset{80}{\cancel{60}} \cdot 60^2}{\cancel{3}}$$

$$\cancel{80} \cdot 80h = 60^2 \cdot 3 \cdot \cancel{80} + \cancel{80} \cdot 60^2$$

$$80h = 60^2 \cdot 3 + 60^2 = 4 \cdot 60^2$$

$$h = \frac{4 \cdot \overset{3}{\cancel{60}} \cdot 60}{\cancel{80}} = 180\text{ cm}$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, efetuou-se uma proporção entre as medidas dos raios e das alturas das partes cilíndricas dos vasos, calculando:

$$\begin{array}{lcl} 60\text{ cm} & — & 240\text{ cm} \\ 80\text{ cm} & — & h \end{array} \Rightarrow h = 320\text{ cm}$$

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o volume da esfera seria dado pela fórmula $V = 4\pi R^3$, calculando:

$$\pi \cdot 80^2 \cdot h = \pi \cdot 60^2 \cdot 240 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 60^3 \Rightarrow h = 270\text{ cm}$$

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se cada parte semiesférica do primeiro vaso como uma esfera completa no cálculo, efetuando:

$$\pi \cdot 80^2 \cdot h = \pi \cdot 60^2 \cdot 240 + 2 \cdot \frac{4\pi \cdot 60^3}{3} \Rightarrow h = 225\text{ cm}$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, consideraram-se apenas as partes cilíndricas dos vasos no cálculo, efetuando:

$$\pi \cdot 80^2 \cdot h = \pi \cdot 60^2 \cdot 240 \Rightarrow h = 135\text{ cm}$$

66.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C4H15

A formulação matemática da lei de Boyle–Mariotte, estabelece que, sob temperatura constante, "o produto entre os valores da pressão e do volume de um gás ideal confinado é constante". Assim, tem-se:
$P \cdot V = \text{constante}$
Como o produto entre pressão e volume é constante, conclui-se que essas grandezas são inversamente proporcionais. Dessa forma, o gráfico que representa a relação entre elas deve ser um ramo de hipérbole.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, inferiu-se que, pelo fato de o produto ser constante, as grandezas seriam diretamente proporcionais. Assim, considerou-se que o gráfico seria uma reta crescente passando pela origem.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, após observar que quando uma grandeza cresce a outra decresce, considerou-se que o decrescimento ocorreria de forma linear.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, quando uma grandeza cresce, a outra também cresce. Além disso, inferiu-se que o crescimento ocorreria na forma de um arco de parábola.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, após observar que quando uma grandeza cresce a outra decresce, considerou-se que o decrescimento ocorreria na forma de um arco de parábola.

67.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias
C1H3

Seja x o novo preço do produto definido pelo dono da loja, que deseja "anular" o valor repassado para a operadora da maquininha, por meio da taxa, ao fazer uma venda no cartão. Como a taxa é de 4% e o valor que ele receberia pela venda do produto sem o uso da maquininha é de R$ 480,00, tem-se:

$$x - 4\%x = 480 \Rightarrow x - 0{,}04x = 480 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0{,}96x = 480 \Rightarrow x = \frac{480}{0{,}96} \Rightarrow x = 500 \text{ reais}$$

Portanto, o novo preço do produto será de R$ 500,00.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, calculou-se o valor que seria recebido pela operadora da maquininha antes do reajuste do preço e, em seguida, adicionou-se o resultado obtido ao preço inicial do produto. Assim efetuou-se $0{,}04 \cdot 480 + 480 = 499{,}20$ reais.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, calculou-se um aumento de 4% sobre o valor recebido pela venda do produto no cartão caso não houvesse a definição de um novo preço. Além disso, converteu-se 4% para a forma decimal com uma casa a menos depois da vírgula. Assim, efetuou-se $1{,}4 \cdot (0{,}96 \cdot 480) = 645{,}12$ reais.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o novo preço seria 4% maior do que o preço anterior. Além disso, ao modelar o problema algebricamente, definiu-se o fator de aumento incorretamente, efetuando $480 \cdot 1{,}4 = 672$ reais.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, ao modelar o problema algebricamente, converteu-se 4% para a forma decimal com uma casa a menos depois da vírgula. Assim, efetuou-se:

$$x - 4\%x = 480 \Rightarrow x - 0{,}4x = 480 \Rightarrow x = \frac{480}{0{,}6} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = 800 \text{ reais}$$

68.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C6H26

Por se tratar de uma taxa, calcula-se o aumento relativo (razão) para cada um dos planos:

$$\text{I: } \frac{33-27{,}5}{27{,}5}=\frac{5{,}5}{27{,}5}=\frac{55}{275}=\frac{1}{5}=20\%$$

$$\text{II: } \frac{33{,}8-26}{26}=\frac{7{,}8}{26}=\frac{78}{260}=\frac{3}{10}=30\%$$

$$\text{III: } \frac{20{,}7-18}{18}=\frac{2{,}7}{18}=\frac{27}{180}=\frac{3}{20}=15\%$$

$$\text{IV: } \frac{32{,}4-24}{24}=\frac{8{,}4}{24}=\frac{84}{240}=\frac{7}{20}=35\%$$

$$\text{V: } \frac{24{,}5-17{,}5}{17{,}5}=\frac{7}{17{,}5}=\frac{70}{175}=\frac{2}{5}=40\%$$

Logo, conclui-se que a maior taxa de aumento foi a do plano V.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, associou-se o valor da taxa à média aritmética entre o número de adesões dos dois meses. Assim, concluiu-se que o maior aumento seria o do plano I $\left(\frac{27{,}5+33}{2}=30{,}25\right)$.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, associou-se a maior taxa de aumento ao maior número absoluto de adesões no mês da atualização. Assim, concluiu-se que o maior aumento seria o do plano II (33,8).

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, calculou-se a taxa como a razão entre o número de adesões no mês anterior e o número de adesões no mês da atualização. Assim, concluiu-se que o maior aumento seria o do plano III $\left(\frac{18}{20{,}7}\cong 87\%\right)$.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se o aumento absoluto do número de adesões, em vez do aumento relativo (taxa de aumento). Assim, concluiu-se que o maior aumento seria o do plano IV (32,4 – 24 = 8,4).

69.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias
C7H27

Organizando o rol das notas em ordem crescente, tem-se:

$$0;1;2;3;3;3;4;4;4;\underbrace{5;\cdots;5}_{\text{X vezes}};\boxed{6;7};8;8;8;8;\underbrace{9;\cdots;9}_{\text{Y vezes}};10;10$$

Como o conjunto de dados é composto apenas de valores inteiros e a mediana é 6,5, então os valores 6 e 7 (destacados) são os termos centrais do rol, de modo que a mediana é a média entre eles. Desse modo, existe a mesma quantidade de dados à esquerda do 6 e à direita do 7, ou seja:

$1 + 1 + 1 + 3 + 3 + X = 4 + Y + 2 \Rightarrow 9 + X = 6 + Y \Rightarrow Y = X + 3$

Como o conjunto das notas é unimodal e a moda é 8 (valor que mais se repete – 4 vezes), então os valores X e Y não podem ser maiores que 4, ou seja:

$0 \leq X \leq 3$ e $0 \leq Y \leq 3$ (com $X, Y \in \mathbb{Z}$)

Mas, como Y = X + 3, o único par de valores que satisfaz essas condições é X = 0 e Y = 3. Assim, de acordo com os dados da tabela, calcula-se a média das notas:

$$M = \frac{0\cdot1+1\cdot1+2\cdot1+3\cdot3+4\cdot3+5X+6\cdot1+7\cdot1+8\cdot4+9Y+10\cdot2}{1+1+1+3+3+X+1+1+4+Y+2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = \frac{5X+9Y+89}{X+Y+17} = \frac{5\cdot0+9\cdot3+89}{0+3+17} = \frac{116}{20} = \frac{58}{10} = 5{,}8$$

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, ao analisar os possíveis valores para X e Y na relação Y = X + 3, considerou-se X = 1 e Y = 2. Assim, calculou-se:

$$\frac{5X+9Y+89}{X+Y+17} = \frac{5\cdot1+9\cdot2+89}{1+2+17} = \frac{112}{20} = 5{,}6$$

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, ao analisar os possíveis valores para X e Y na relação Y = X + 3, considerou-se X = 2 e Y = 1. Assim, calculou-se:

$$\frac{5X+9Y+89}{X+Y+17} = \frac{5\cdot2+9\cdot1+89}{2+1+17} = \frac{108}{20} = 5{,}4$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, ao analisar os possíveis valores para X e Y na relação Y = X + 3, considerou-se X = 3 e Y = 0. Assim, calculou-se:

$$\frac{5X+9Y+89}{X+Y+17} = \frac{5\cdot3+9\cdot0+89}{3+0+17} = \frac{104}{20} = 5{,}2$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a média das 11 notas que aparecem na tabela (0, 1, 2, 3, ..., 9, 10). Assim, calculou-se:

$$\frac{0+1+2+3+\cdots+9+10}{11} = \frac{55}{11} = 5{,}0$$

70.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C1H3

Dois meses após a liberação do empréstimo, o saldo devedor era:
$16\,000 \cdot (1+10\%)^2 = 19\,360$ reais

Como a primeira parcela paga tinha valor equivalente à metade desse saldo devedor, a pessoa pagou $\frac{19\,360}{2} = 9\,680$ reais.

Um mês após o pagamento da primeira parcela, o novo saldo devedor era:
$9\,680 \cdot (1 + 10\%) = 10\,648$ reais
Como esse valor foi pago integralmente na segunda parcela, quitando a dívida, a pessoa pagou um valor total de 9 680 + + 10 648 = 20 328 reais pelo empréstimo.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se um empréstimo de R$ 16 000,00 contraído sob o regime de juros simples de 10% ao mês e cuja quitação seria feita em parcela única dois meses após a liberação do crédito. Assim, efetuou-se:
$16\,000 \cdot (1 + 10\% + 10\%) = 19\,200$ reais
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, após calcular o valor da primeira parcela (R$ 9 680,00), considerou-se que a segunda parcela teria o mesmo valor, totalizando $2 \cdot 9\,680 = 19\,360$ reais pelo empréstimo.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se um empréstimo de R$ 16 000,00 contraído sob o regime de juros simples de 10% ao mês. Assim, considerando as condições de pagamento das duas parcelas, efetuou-se:

$$\left.\begin{array}{l} 1^{\text{a}}\ \text{parcela: } \dfrac{16\,000 \cdot (1+10\%+10\%)}{2} = 9\,600 \\ 2^{\text{a}}\ \text{parcela: } 9\,600 \cdot (1+10\%) = 10\,560 \end{array}\right\} 9\,600 + 10\,560 = 20\,160 \text{ reais}$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se um empréstimo de R$ 16 000,00 contraído sob o regime de juros simples de 10% ao mês e cuja quitação seria feita em parcela única três meses após a liberação do crédito. Assim, efetuou-se:
$16\,000 \cdot (1 + 10\% + 10\% + 10\%) = 20\,800$ reais

71.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C5H20

De acordo com o enunciado, o *lift slope* é dado pela relação $\frac{\Delta c_l}{\Delta\alpha}$, que corresponde ao coeficiente angular da função afim cuja reta é representada no gráfico. Assim, escolhendo os pontos de coordenadas (0; 0) e (0,3; 1,8), tem-se:

$$\frac{\Delta c_l}{\Delta\alpha} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1{,}8 - 0}{0{,}3 - 0} = \frac{1{,}8}{0{,}3} = 6$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, porque o dividendo e o divisor apresentam uma casa decimal após a vírgula, o quociente também deveria ser um número com uma casa decimal.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o ponto de abscissa 0,3 teria ordenada 2. Além disso, ao fazer a divisão por um número decimal menor do que 1, considerou-se que o resultado também deveria ser inferior a uma unidade.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o ponto de abscissa 0,3 teria ordenada 2.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, porque o dividendo e o divisor apresentam uma casa decimal após a vírgula, o quociente deveria ser um número inteiro da ordem das dezenas, ou seja, com duas casas antes da vírgula.

72.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C2H7

De acordo com o enunciado, a estrutura da barraca corresponde a um poliedro convexo com 1 face de 5 lados e 15 faces de 3 lados. Assim, a quantidade total de arestas é dada por:

$$A = \frac{5 + 3 \cdot 15}{2} = 25$$

A quantidade de conectores necessários corresponde à quantidade de vértices do poliedro representado pela estrutura da barraca. Desse modo, aplicando a relação de Euler, tem-se:

$$F + V = 2 + A \Rightarrow (15 + 1) + V = 2 + 25 \Rightarrow V = 11$$

Portanto, serão necessários 11 conectores de aço para concluir a estrutura.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, ao aplicar a relação de Euler, efetuou-se:

$$F + V = A - 1 \Rightarrow 16 + V = 24 \Rightarrow V = 8$$

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, ao aplicar a relação de Euler, efetuou-se:

$$F + V = A \Rightarrow 16 + V = 25 \Rightarrow V = 9$$

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, para determinar o número de vértices da estrutura situados fora do plano que contém sua base, efetuou-se $\frac{15}{3} = 5$. Em seguida, esse resultado foi somado aos 5 vértices do polígono que forma a base da barraca, obtendo 5 + 5 = 10 vértices.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, desconsiderou-se a face correspondente à base da estrutura na aplicação da relação de Euler. Assim, efetuou-se:

$$F + V = 2 + A \Rightarrow 15 + V = 2 + 25 \Rightarrow V = 12$$

73.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C4H18

Seja M a massa, em grama, da amostra de 310 L de álcool 96 °INPM.
De acordo com o enunciado, essa amostra tem 0,96M de álcool em sua constituição. Como a densidade do álcool é 0,8 g/cm³, tem-se:

$$d_{etanol} = \frac{m_{etanol}}{V_{etanol}} \Rightarrow 0,8 = \frac{0,96M}{V_{etanol}} \Rightarrow V_{etanol} = 1,2M\ cm^3$$

Como a densidade da água é 1,0 g/cm³, tem-se:

$$d_{água} = \frac{m_{água}}{V_{água}} \Rightarrow 1 = \frac{0,04M}{V_{água}} \Rightarrow V_{água} = 0,04M\ cm^3$$

Sabendo que 1 cm³ = 1mL, como a soma dos volumes das partes de etanol e de água nessa mistura deve resultar em 310 L = 310 000 cm³, tem-se:

$$1,2M + 0,04M = 310\ 000 \Rightarrow M = \frac{310\ 000}{1,24} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = 250\ 000\ g = 250\ kg$$

Desse modo, o volume de etanol na mistura é 1,2M = 1,2 · 250 = 300 L, e o volume de água é 0,04M = 0,04 · 250 = 10 L.
Seja V o volume, em litro, de álcool 40 °GL a ser adicionado aos 310 L de álcool 96 °INPM.
O volume de etanol presente em V litros de álcool 40 °GL é 0,4V.
Assim, como a mistura final deve ter 80 °GL, tem-se:

$$\frac{0,4V + 300}{310 + V} = 0,8 \Rightarrow 0,4V + 300 = 248 + 0,8V \Rightarrow 52 = 0,4V \Rightarrow V = 130\ L$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, após obter o volume de etanol presente na amostra com 310 L, determinou-se 40% desse volume, efetuando 40% · 300 = = 120 L.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que seria necessário calcular 40% do volume da amostra com 96 °INPM, efetuando 40% · 310 = 124 L.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, após obter o volume de etanol presente na amostra com 310 L, efetuou-se $\frac{0,4 \cdot 300}{0,8} = 150$ L.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, efetuou-se $\frac{0,4 \cdot 310}{0,8} = 155$ L.

74.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C7H28

A média das alturas das cinco modelos contratadas inicialmente é de 1,74 m. Chamando de S a soma das medidas das alturas dessas cinco modelos, tem-se:

$$Média_{início} = \frac{S}{5} = 1,74 \Rightarrow S = 1,74 \cdot 5 \Rightarrow S = 8,70\ m$$

Seja x a altura da modelo substituta. Para o cálculo da média das alturas das cinco modelos após a substituição, deve-se subtrair da soma S a altura da modelo substituída (1,79 m) e somar a altura da nova modelo (x), em seguida, dividindo-se o resultado por 5. Como a média após a substituição passou a ser de 1,72 m, tem-se:

$$\frac{S - 1,79 + x}{5} = 1,72 \Rightarrow S - 1,79 + x = 1,72 \cdot 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 8,60 - S + 1,79 \Rightarrow x = 8,60 - 8,70 + 1,79 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1,79 - 0,10 \Rightarrow x = 1,69\ m$$

Portanto, a altura da modelo substituta é igual a 1,69 m.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, após concluir que houve uma redução de (1,74 – 1,72) · 5 = 0,10 m na soma das alturas das modelos após a substituição, subtraiu-se essa medida da média inicial das alturas (1,74 m), em vez de subtrair da altura da modelo substituída (1,79 m). Assim, calculou-se 1,74 – 0,10 = 1,64 m.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que a média entre as alturas da modelo substituída e da modelo substituta seria igual a 1,72 m. Assim, calculou-se:

$$\frac{x + 1,79}{2} = 1,72 \Rightarrow x = 1,65\ m$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, após obter S = 8,70 m e subtrair desse resultado a altura da modelo substituída (8,70 – 1,79 = 6,91 m), considerou-se que, para determinar a altura da modelo substituta, seria necessário dividir 6,91 m por 4, "eliminando" da divisão a modelo que foi substituída. Assim, calculou-se:

$$\frac{6,91}{4} \cong 1,73\ m$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, após observar a diferença entre as médias (1,74 – 1,72 = 0,02 m), considerou-se que a altura da modelo substituta seria 0,02 m menor do que a da modelo substituída. Assim, calculou-se 1,79 – 0,02 = 1,77 m.

75.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C1H2

Segundo o processo de construção descrito, a partir do estágio 1, há um acréscimo de dois quadrados para cada quadrado acrescentado no estágio anterior. Dessa forma, analisando a sequência formada pelo número de quadrados em cada estágio, tem-se:

$$\text{Quadrados} \quad 1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+4} 7 \xrightarrow{+8} 15 \xrightarrow{+16} 31 \xrightarrow{+32} \cdots$$
$$\text{Estágio} \quad 0 \quad\quad 1 \quad\quad 2 \quad\quad 3 \quad\quad 4$$

Como os acréscimos são potências de 2, pode-se obter o número de quadrados em cada estágio pela soma dos termos de uma PG de razão q = 2 e primeiro termo a_1 = 1, conforme descrito a seguir.

Estágio 0: 1
Estágio 1: 1 + 2 = 3
Estágio 2: $1 + 2 + 2^2 = 7$
Estágio 3: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$
Estágio 4: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 31$
⋮ ⋮
Estágio 10: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + ... + 2^{10}$

Dado que a soma dos n primeiros termos de uma PG é expressa por $S_n = \dfrac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$, conclui-se que, para o estágio 10, o número de quadrados é:

$$\underbrace{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}}_{11 \text{ termos}} = \frac{1 \cdot (2^{11} - 1)}{2 - 1} = 2^{11} - 1 = 2047$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se $S_n = \dfrac{a_1 \cdot q^{n-1}}{q - 1}$ como expressão da soma dos termos da PG. Além disso, supondo que a soma $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{10}$ seria composta de 10 termos, em vez de 11, calculou-se $\dfrac{1 \cdot 2^{10-1}}{2 - 1} = 2^9 = 512$.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que a soma $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{10}$ seria composta de 10 termos, em vez de 11. Assim, calculou-se $\dfrac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 1023$.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se $S_n = \dfrac{a_1 \cdot q^{n-1}}{q - 1}$ como expressão da soma dos termos da PG. Assim, considerando os 11 termos da soma relativa ao estágio 10, obteve-se $\dfrac{1 \cdot 2^{11-1}}{2 - 1} = 2^{10} = 1024$.

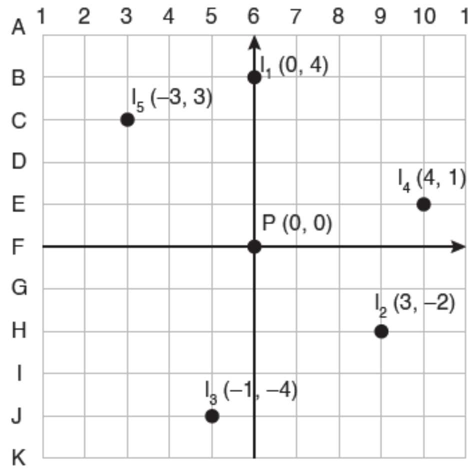
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se $S_n = \dfrac{a_1 \cdot q^n}{q - 1}$ como expressão da soma dos termos da PG. Assim, considerando os 11 termos da soma relativa ao estágio 10, obteve-se $\dfrac{1 \cdot 2^{11}}{2 - 1} = 2048$.

76.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C2H6

Considerando a posição do porto no mapa (F6) como a origem de um sistema cartesiano, a posição de cada uma das ilhas (B6, H9, J5, E10, C3) nesse sistema pode ser representada conforme a figura a seguir:



De acordo com as coordenadas das ilhas, calcula-se a distância de cada uma delas ao porto (origem):

- $d(P, I_1) = \sqrt{(0-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{0+16} = \sqrt{16}$
- $d(P, I_2) = \sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$
- $d(P, I_3) = \sqrt{(-1-0)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$
- $d(P, I_4) = \sqrt{(4-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$
- $d(P, I_5) = \sqrt{(-3-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

Como a última ilha a ser explorada é a mais distante do porto, conclui-se que ela será a ilha I_5.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, amparando-se unicamente pelo critério visual, considerou-se o ponto mais distante na parte superior do mapa, ou seja, o ponto que tem a maior ordenada: I_1 (0, 4).

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, assinalou-se a alternativa correspondente à ilha mais próxima do porto (I_2), em vez da mais distante.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, amparando-se unicamente pelo critério visual, considerou-se que as ilhas mais distantes seriam I_1 e I_3. Assim, comparando apenas a distância das duas ao porto ($I_1 - \sqrt{16}$; $I_3 - \sqrt{17}$), concluiu-se que a mais distante seria I_3.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, amparando-se unicamente pelo critério visual, considerou-se o ponto mais distante à direita no mapa, ou ainda, o ponto que tem a maior abscissa: I_4 (4, 1).

77.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C3H13

Como a função que converte temperaturas entre as escalas Celsius e Kelvin é linear e apresenta coeficiente angular igual a 1, tem-se:
$T_C = 1 \cdot T_K + b$
De acordo com o enunciado, o zero absoluto (0 K) corresponde a −273,15 °C. Logo:
$T_C = T_K + b \Rightarrow -273{,}15 = 0 + b \Rightarrow b = -273{,}15$
Assim, a função que relaciona as temperaturas nas escalas Kelvin e Celsius é dada por:
$T_C = T_K - 273{,}15 \quad (I)$
Com base na função dada no enunciado, pode-se determinar sua inversa, ou seja, a função que fornece a temperatura na escala Fahrenheit com base na temperatura na escala Celsius. Logo:

$$T_C = \frac{5(T_F - 32)}{9} \Rightarrow T_F = \frac{9}{5}T_C + 32 \Rightarrow T_F = 1{,}8T_C + 32 \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II), tem-se:
$T_F = 1{,}8T_C + 32 \Rightarrow T_F = 1{,}8(T_K - 273{,}15) + 32 \Rightarrow T_F =$
$= 1{,}8T_K - 491{,}67 + 32 \Rightarrow T_F = 1{,}8T_K - 459{,}67$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, como as unidades das escalas Kelvin e Celsius apresentam a mesma variação, bastaria substituir T_C por T_K na equação fornecida no enunciado e, em seguida, isolar a variável T_F.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, como as unidades das escalas Kelvin e Celsius apresentam a mesma variação, bastaria substituir T_C por T_K na equação fornecida no enunciado e, em seguida, isolar a variável T_F. Além disso, cometeu-se um erro algébrico ao não inverter o sinal do 32.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, ao aplicar a propriedade distributiva na última passagem da resolução, desconsiderou-se o produto entre 1,8 e −273,15.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, ao calcular o coeficiente linear da função que relaciona as escalas Kelvin e Celsius, obteve-se b = +273,15.

78.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C3H12

Individualmente, o irmão que consome um frasco em 15 dias utiliza $\frac{1}{15}$ de um frasco por dia. Já o outro irmão, que consome um frasco em 30 dias, utiliza $\frac{1}{30}$ de um frasco por dia. Desse modo, o que os irmãos consumirão por dia, conjuntamente, corresponde a $\frac{1}{15} + \frac{1}{30}$ de um frasco.
Portanto, para um período de 180 dias, a quantidade mínima de frascos consumidos em conjunto é dada por:

$$180 \cdot \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{30}\right) = \frac{180}{15} + \frac{180}{30} = 12 + 6 = 18$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, somaram-se os números de dias que cada irmão demora para consumir um frasco (15 + 30 = 45) e, em seguida, considerando o período de 180 dias, efetuou-se a divisão de 180 por 45, obtendo 4 como resultado.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o consumo diário conjunto seria condicionado pelo consumo do irmão que utiliza 1 frasco em 30 dias (maior número de dias para consumo de um frasco entre os dois). Em seguida, considerando o período de 180 dias, efetuou-se a divisão de 180 por 30, obtendo 6 como resultado.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a média entre os números de dias que cada irmão demora para consumir um frasco, calculando $\frac{15+30}{2} = 22{,}5$. Em seguida, considerando o período de 180 dias, efetuou-se a divisão de 180 por 22,5, obtendo 8 como resultado.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que o consumo diário conjunto seria condicionado pelo consumo do irmão que utiliza 1 frasco em 15 dias (maior consumo entre os dois). Em seguida, considerando o período de 180 dias, efetuou-se a divisão de 180 por 15, obtendo 12 como resultado.

79.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias
C1H3

Devido ao atraso no pagamento, deve-se acrescentar a multa de 2% mais os juros de 0,02% por dia de atraso. Assim, o total acrescido ao valor original do boleto é dado por:

$2\% + 0{,}02\% \cdot 20 = 2\% + 0{,}4\% = 2{,}4\%$

O valor pago (R$ 271,36) corresponde ao valor original (V) do boleto mais o acréscimo de 2,4%. Desse modo, calcula-se:

$V + 2{,}4\% \cdot V = 271{,}36 \Leftrightarrow 1{,}024V = 271{,}36 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V = \dfrac{271{,}36}{1{,}024} = 265$

Portanto, caso o pagamento fosse feito em dia, o valor pago seria R$ 265,00.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, após obter o acréscimo de 2,4%, associou-se esse percentual ao valor de R$ 2,40. Em seguida, subtraiu-se esse valor da quantia paga, efetuando:

271,36 – 2,40 = R$ 268,96

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, após obter o acréscimo de 2,4%, descontou-se esse percentual da quantia paga, efetuando:

$271{,}36 - 2{,}4\% \cdot 271{,}36 \cong$ R$ 264,85

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, ao determinar o valor percentual dos juros de mora correspondente aos 20 dias de atraso, calculou-se $0{,}02\% \cdot 20 = 4\%$. Assim, concluiu-se que o percentual de acréscimo seria $2\% + 4\% = 6\%$, efetuando:

$1{,}06V = 271{,}36 \cong V = \dfrac{271{,}36}{1{,}06} =$ R$ 256,00

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, ao determinar o valor percentual dos juros de mora correspondente aos 20 dias de atraso, calculou-se $0{,}02\% \cdot 20 = 4\%$. Assim, concluiu-se que o percentual de acréscimo seria $2\% + 4\% = 6\%$. Em seguida, descontou-se esse percentual da quantia paga, efetuando:

$271{,}36 - 6\% \cdot 271{,}36 \cong$ R$ 255,08

80.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C1H4

Partindo da área de trabalho do computador, a pessoa abre a pasta "Férias 2020", dentro da qual há outras sete pastas, uma para cada dia do passeio. Como ela não sabe em qual dessas pastas está a foto procurada, na pior das hipóteses, a pessoa terá que abrir essas sete pastas até encontrar a foto. Dentro das pastas destinadas a cada dia do passeio, há uma pasta com fotos tiradas na praia e outra pasta com fotos tiradas no hotel. Como a pessoa sabe que a foto procurada foi tirada na praia, na pior das hipóteses, ela precisará abrir as sete pastas com fotos tiradas na praia até encontrar a foto. Finalmente, ao localizar o arquivo de imagem desejado, a pessoa poderá abri-lo.

Nota-se, portanto, que a ação de abrir uma pasta ou arquivo seria desempenhada, no máximo, $1 + 7 + 7 + 1 = 16$ vezes pela pessoa. Como essa ação requer 2 cliques com o *mouse*, tem-se um total de $2 \cdot 16 = 32$ cliques.

Porém, é necessário contabilizar ainda os cliques gerados pela ação de retornar de uma pasta para outra. Por exemplo, ao verificar que a foto procurada não está na pasta "Praia" do 1º dia de viagem, a pessoa tem que retornar para a pasta do 1º dia, depois retornar para a pasta "Férias 2020" e, assim, passar para a pasta do dia seguinte. Como há sete pastas referentes a cada dia da viagem, na pior das hipóteses, ela abrirá a pasta "Praia" errada seis vezes, uma vez que a foto procurada necessariamente estará na sétima pasta "Praia".

Nota-se, portanto, que a ação de retornar de uma pasta para outra seria desempenhada, no máximo, $6 \cdot (1 + 1) = 12$ vezes pela pessoa. Como essa ação requer apenas 1 clique com o *mouse*, tem-se um total de 12 cliques.

Portanto, a pessoa precisaria dar, no máximo, $32 + 12 = 44$ cliques com o *mouse* para abrir o arquivo desejado.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, somaram-se o número de ações para abrir uma pasta ou arquivo e o número de ações para retornar de uma pasta para outra.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, desconsideraram-se os casos em que a pessoa precisaria retornar de uma pasta para outra.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, inverteram-se os números de cliques com o *mouse* requeridos pelas ações de abrir uma pasta ou arquivo e retornar de uma pasta para outra.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que a ação de retornar de uma pasta para outra também seria realizada com dois cliques no *mouse*.

81.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C6H24

De acordo com o gráfico, conclui-se que a temperatura no interior do recipiente esteve acima da temperatura de ebulição do líquido (50 °C) durante três intervalos de 4 minutos cada: 8-12 min, 12-16 min e 16-20 min. Logo, o tempo total corresponde a $4 \cdot 3 = 12$ minutos.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se apenas o intervalo de maior temperatura no gráfico (12-16 min), contabilizando um total de 4 minutos.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, consideraram-se os intervalos em que a temperatura foi exatamente 50 °C (4-8 min e 28-32 min), contabilizando um total de 8 minutos.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se todo o trecho com temperatura decrescente (16-24 min) como correspondente ao terceiro intervalo, ao qual foram somados os dois primeiros intervalos (8-12 min e 12-16 min), contabilizando um total de 16 minutos.
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, consideraram-se todos os intervalos com temperatura igual ou superior a 50 °C (4-20 min e 28-32 min), contabilizando um total de 20 minutos.

82.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias
C5H22

O volume de um prisma é expresso por $V = A_{base} \cdot$ altura. Analisando as variações informadas para as medidas da segunda embalagem, em relação às medidas da primeira, têm-se:

- A redução de 20% na altura corresponde à multiplicação da altura original por um fator de 0,8 (ou seja, 80%).
- O aumento de 20% na medida do lado da base corresponde à multiplicação da medida original por um fator de 1,2 (ou seja, 120%). No entanto, como a área é uma grandeza bidimensional, o aumento na medida do lado (unidimensional) deve ser elevado ao quadrado; desse modo, o aumento relativo à área da base corresponde à multiplicação da área original por um fator de $1{,}2^2$.

Assim, o volume da segunda embalagem equivale ao volume da primeira multiplicado pelos fatores 0,8 (relativo à variação da altura) e $1{,}2^2 = 1{,}44$ (relativo à variação da área da base). Logo, tem-se:

$V_2 = 0{,}8 \cdot 1{,}44 \cdot V_1$

$V_2 = 1{,}152V_1$

Como 1,152 corresponde a 115,2%, conclui-se que o volume da segunda embalagem sofreu um acréscimo de 15,2% em relação ao volume da primeira.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, após observar que deveriam ser considerados dois aumentos de 20% relativos à área da base, efetuou-se a soma direta dos percentuais de variação, calculando –20% + 20% + 20% = +20%. Assim, concluiu-se que o volume da segunda embalagem teria um acréscimo de 20% em relação ao volume da primeira.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, efetuou-se a soma direta dos percentuais de variação informados, calculando –20% + 20% = 0. Assim, concluiu-se que o volume da segunda embalagem não sofreu alteração em relação ao volume da primeira e que seria, portanto, equivalente.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, desconsiderou-se o fato de a área ser bidimensional e, consequentemente, aplicou-se apenas um fator de 1,2 relativo à base, calculando $1{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}96 = 96\%$. Assim, concluiu-se que o volume da segunda embalagem teria uma redução de 4% em relação ao volume da primeira.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, após observar que deveriam ser considerados dois aumentos de 20% relativos à área da base, efetuou-se o produto direto dos percentuais de variação, calculando: $(-0{,}2) \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = -0{,}008 = -0{,}8\%$. Assim, concluiu-se que o volume da segunda embalagem teria uma redução de 0,8% em relação ao volume da primeira.

83.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias
C5H21

Para determinar a temperatura da substância após uma hora (60 minutos) de aquecimento, substitui-se x = 60 na função:

$$T(60) = 12 + \frac{60}{6} + \text{sen}\left(\frac{60\pi}{18}\right) = 22 + \text{sen}\ 600°$$

Como sen(600°) = sen(240°) = –sen(60°) = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, conclui-se que:

$$T(60) = 22 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 22 - \frac{1{,}73}{2} \cong 21{,}1\ °C$$

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, ao considerar que o valor do seno de 600° seria $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, calculou-se:

$$T(60) = 22 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 22 - \frac{1{,}41}{2} \cong 21{,}3\ °C$$

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, ao considerar que o valor do seno de 600° seria $-\frac{1}{2}$, calculou-se:

$$T(60) = 22 - \frac{1}{2} = 21{,}5\ °C$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, ao considerar que o valor do seno de 600° seria $\frac{1}{2}$, calculou-se:

$$T(60) = 22 + \frac{1}{2} = 22{,}5\ °C$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, não se observou a variação de sinal da função seno ao analisar a congruência dos arcos. Assim, ao considerar que o valor do seno de 600° seria $\frac{\sqrt{3}}{2}$, calculou-se:

$$T(60) = 22 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 22 + \frac{1{,}73}{2} \cong 22{,}9\ °C$$

84.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C2H8

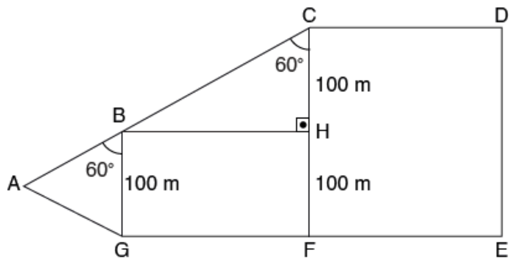
A área do parque corresponde à soma das áreas do triângulo ABG, do trapézio BCFG e do quadrado CDEF. Assim, calculando cada área separadamente, têm-se:

Área do triângulo equilátero ABG:

$$A_{triangular} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_{triangular} = \frac{(100)^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{triangular} = \frac{10\,000 \cdot 1{,}7}{4} \Rightarrow A_{triangular} = 4\,250\ m^2$$

Área do trapézio retângulo BCFG:
Para esse cálculo, é preciso saber a altura do trapézio. Traçando o segmento $\overline{BH}$, correspondente a essa altura, e sabendo que $med(A\hat{B}C) = med(B\hat{C}H) = 60°$, uma vez que $\overline{BG}$ e $\overline{CF}$ são paralelos, obtém-se a figura a seguir:



Aplicando a definição de tangente no ângulo $B\hat{C}H$, tem-se:

$$tg(B\hat{C}H) = \frac{BH}{CH} \Rightarrow tg(60°) = \frac{BH}{100} \Rightarrow BH = 100 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow BH = 170\ m$$

Conhecendo a altura do trapézio e as medidas de suas bases, pode-se calcular sua área:

$$A_{trapezoidal} = \frac{(BG + CF)BH}{2} \Rightarrow A_{trapezoidal} = \frac{(100 + 200)170}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{trapezoidal} = 25\,500\ m^2$$

Área do quadrado CDEF:

$$A_{quadrada} = CF^2 \Rightarrow A_{quadrada} = (200)^2 \Rightarrow A_{quadrada} = 40\,000\ m^2$$

Assim, a área total do parque é igual a 4 250 + 25 500 + + 40 000 = 69 750 m^2.
Portanto, como há, em média, uma árvore a cada 10 m^2 nesse parque, tem-se um total de $\frac{69\,750}{10} = 6\,975$ árvores plantadas.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se apenas a área trapezoidal da figura.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, desconsiderou-se a área quadrada da figura.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se apenas a área quadrada da figura.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, desconsiderou-se a área triangular da figura.

85.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C1H4

Para determinar o desconto percentual concedido em cada promoção, deve-se calcular a razão entre a quantidade de unidades "descontadas" (ou seja, não pagas) e o total de unidades compradas, convertendo o resultado em porcentagem.

Promoção	Unidades compradas	Unidades descontadas	Desconto (%)
I	3	1	$\frac{1}{3} \cong 33{,}3\%$
II	2	0,5	$\frac{0{,}5}{2} = \frac{1}{4} = 25\%$
III	4	1	$\frac{1}{4} = 25\%$

Logo, a promoção I é a que concede o maior desconto percentual entre as três, e as promoções II e III oferecem exatamente o mesmo desconto.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, após calcular corretamente os percentuais de desconto das promoções I e III, considerou-se que o desconto na promoção II seria de 50% e concluiu-se que ela ofereceria o maior desconto.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, como a promoção III é a que apresenta a maior diferença entre o número de unidades compradas e descontadas (4 – 1 = 3 unidades), ela ofereceria o maior desconto.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, calculou-se o desconto para as promoções I e III como a razão entre as unidades descontadas e as unidades pagas, obtendo $\frac{1}{2} = 50\%$ para a promoção I e $\frac{1}{3} \cong 33{,}3\%$ para a promoção III. Assim, considerando que o desconto na promoção II também seria de 50%, concluiu-se que os descontos concedidos pelas promoções I e II seriam iguais.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que, como é descontada uma unidade tanto na promoção I quanto na promoção III, então os descontos oferecidos por ambas as promoções seriam iguais.

86.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C3H10

Como o dano infligido (D) é proporcional à soma do nível do personagem (N) com seus pontos de habilidade com o equipamento de ataque (H), para cada jogador, vale a relação D = k · (N + H), em que k é a constante de proporcionalidade. De acordo com os dados do jogador A, tem-se:

$D_A = k \cdot (N_A + H_A) \Rightarrow 360 = k \cdot (6 + 24) \Rightarrow k = \dfrac{360}{6+24} = \dfrac{360}{30} \Rightarrow$

$\Rightarrow k = 12$

Para determinar o dano infligido pelo ataque do jogador B, calcula-se:

$D_B = k \cdot (N_B + H_B) = 12 \cdot (10 + 15) = 12 \cdot 25 = 300$

Portanto, o ataque do jogador B inflige um dano de 300 pontos de vida ao oponente.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, ao determinar o dano infligido pelo jogador B, multiplicou-se a constante de proporcionalidade somente pelos pontos de habilidade com o equipamento de ataque. Assim, calculou-se $D_B = 12 \cdot 15 = 180$.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a proporcionalidade somente entre o dano e os pontos de habilidade com o equipamento de ataque, por meio da seguinte proporção:

$$\begin{array}{ccc} 360 & \text{——} & 24 \\ D_B & \text{——} & 15 \end{array} \Rightarrow D_B = \frac{360 \cdot 15}{24} = 225$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se uma relação de proporcionalidade inversa entre o dano e a soma do nível do personagem com os pontos de habilidade com o equipamento de ataque. Assim, calculou-se:

$$360 \cdot (6 + 24) = D_B \cdot (10 + 15) \Rightarrow D_B = \frac{360 \cdot 30}{25} = 432$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a proporcionalidade somente entre o dano e o nível do personagem, por meio da seguinte proporção:

$$\begin{array}{ccc} 360 & \text{——} & 6 \\ D_B & \text{——} & 10 \end{array} \Rightarrow D_B = \frac{360 \cdot 10}{6} = 600$$

87.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
C2H9

O hexágono regular inscrito em uma circunferência pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros cujo lado L tem a mesma medida do raio R da circunferência. Assim, a área do hexágono é dada por:

$$A_{hex} = 6 \cdot \frac{L^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2} \cong \frac{3R^2 \cdot 1{,}7}{2} = 2{,}55R^2$$

A área visível da base circular de granito (0,1125 m²) corresponde à diferença entre a área da circunferência e a área do hexágono. Assim, tem-se:

$$\pi R^2 - A_{hex} = 0{,}1125 \Rightarrow 3R^2 - 2{,}55R^2 = 0{,}1125$$

$$0{,}45R^2 = 0{,}1125 \Rightarrow R^2 = \frac{0{,}1125}{0{,}45} = \frac{1125}{4\,500} = \frac{1}{4}$$

$$R = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow R = 0{,}5\text{ m}$$

Portanto, a medida do diâmetro da circunferência correspondente à base de granito é 2R = 2 · 0,5 = 1 m.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se $R^2 = \frac{1}{4} = 0{,}25$ o resultado final para a medida, em metro, do raio da circunferência. Além disso, desconsiderou-se a necessidade de dobrar essa medida para obter o diâmetro.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se $R^2 = \frac{1}{4} = 0{,}25$ o resultado final para a medida, em metro, do raio da circunferência.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, ao determinar o raio da circunferência, efetuou-se $R^2 = \frac{0{,}1125}{0{,}45} = \frac{1125}{45} =$ $= 25 \Rightarrow R = 5\text{ m}$. Além disso, desconsiderou-se a necessidade de dobrar essa medida para obter o diâmetro.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, ao determinar o raio da circunferência, efetuou-se $R^2 = \frac{0{,}1125}{0{,}45} = \frac{1125}{45} = 25 \Rightarrow R = 5\text{ m}$.

88.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C3H14

Sejam L e C, respectivamente, a largura e o comprimento reais do terreno, medidos em cm. Como a figura apresentada e o terreno real são geometricamente semelhantes, tem-se:

$$\frac{L}{10\text{ cm}} = \frac{C}{20\text{ cm}} \Rightarrow C = 2L$$

Assim, o perímetro e a área do terreno real são dados, em função de L, como segue:

- Perímetro: $2 \cdot (L + C) = 2 \cdot (L + 2L) = 6L$
- Área: $L \cdot C = L \cdot 2L = 2L^2$

Como a razão entre a área da figura no projeto e a área real do terreno é igual a $25 \cdot 10^{-8}$, tem-se:

$$\frac{A_{figura}}{A_{real}} = 25 \cdot 10^{-8} \Rightarrow \frac{200\text{ cm}^2}{2L^2} = 25 \cdot 10^{-8}$$

$$L^2 = \frac{200}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-8}} = 4 \cdot 10^8\text{ cm}^2 \Rightarrow L = 2 \cdot 10^4\text{ cm}$$

Portanto, conclui-se que o perímetro real do terreno é dado por:

$6L = 6 \cdot 2 \cdot 10^4\text{ cm} = 120\,000\text{ cm} = 1\,200\text{ m}$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se o perímetro da figura apresentada, calculando $2 \cdot (10 + 20) = 2 \cdot 30 = 60$, sem atentar à unidade de medida.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a área da figura apresentada, calculando $10 \cdot 20 = 200$, sem atentar à unidade de medida.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, após obter as medidas reais do terreno (200 m e 400 m), efetuou-se apenas a soma dessas duas medidas para determinar o perímetro, sem duplicar o resultado ao final.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, após obter a largura real do terreno (200 m), quadruplicou-se essa medida para determinar o perímetro, em vez de multiplicá-la por 6.

89.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias
C5H23

O valor correto deveria levar em conta um aumento de 15%, uma diminuição de 20% e uma diminuição de 10%. Assim, o valor que deveria ter sido pago é dado por:

$300 \cdot (1 + 0{,}15) \cdot (1 - 0{,}2) \cdot (1 - 0{,}1) = 300 \cdot 1{,}15 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 =$
$=$ R\$ 248,40

O valor incorreto, que foi utilizado de fato, levou em conta uma diminuição de 15%, um aumento de 20% e um aumento de 10%. Assim, o valor que de fato foi pago é dado por:

$300 \cdot (1 - 0{,}15) \cdot (1 + 0{,}2) \cdot (1 + 0{,}1) = 300 \cdot 0{,}85 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}1 =$
$=$ R\$ 336,60

Dessa forma, como 1 000 unidades foram compradas, o prejuízo total da compra em relação ao valor correto que deveria ter sido pago é dado por:

$1\,000 \cdot (336{,}6 - 248{,}4) =$ R\$ 88 200,00

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, não se inverteu o sinal da mudança de 10% no cálculo do preço incorreto.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que as mudanças corretas no preço do produto seriam diminuição de 15%, aumento de 20% e diminuição de 10%.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, inverteu-se apenas o sinal da mudança de 10% no cálculo do preço incorreto.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se que as mudanças corretas no preço do produto seriam diminuição de 15%, diminuição de 20% e aumento de 10%.

90.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias
C7H29

Em um grupo formado por 16 alunos, o número total de duplas distintas que podem ser formadas é dado por:

$$C_{16,2} = \frac{16!}{14! \cdot 2!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot \cancel{14!}}{\cancel{14!} \cdot 2} = 120$$

Como há duas possibilidades de líder para cada dupla, o número de duplas distintas possíveis será o dobro do número de combinações obtido anteriormente, ou seja, $2 \cdot 120 = 240$ duplas.

Após a formação das duplas e a definição das lideranças em cada uma delas, os 8 pares de alunos serão organizados, por meio de um sorteio, em grupos com 4 duplas cada, formando as equipes adversárias na gincana. Calculando a combinação dos 8 pares de alunos, tomados 4 a 4, obtém-se o número de resultados possíveis para o sorteio. Logo:

$$C_{8,4} = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$$

Portanto, o número de maneiras distintas com as quais os 16 alunos podem se organizar em equipes é dado pelo produto entre o número de duplas distintas possíveis e o número de resultados possíveis para o sorteio: $240 \cdot 70 = 16\,800$ maneiras.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, determinou-se o número de resultados possíveis para o sorteio das 4 duplas que formarão uma das equipes, desconsiderando a distinção relacionada à escolha do(a) líder em cada dupla.
Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, determinou-se o número de duplas distintas que podem ser formadas a partir de um grupo de 16 alunos, desconsiderando a distinção relacionada à escolha do(a) líder em cada dupla.
Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, após determinar o número de resultados possíveis para o sorteio e o número de duplas distintas que podem ser formadas (desconsiderando, em ambos os casos, a distinção relacionada à escolha do(a) líder em cada dupla), calculou-se a soma desses valores.
Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, após determinar o número de resultados possíveis para o sorteio e o número de duplas distintas que podem ser formadas (desconsiderando, em ambos os casos, a distinção relacionada à escolha do(a) líder em cada dupla), calculou-se o produto desses valores.