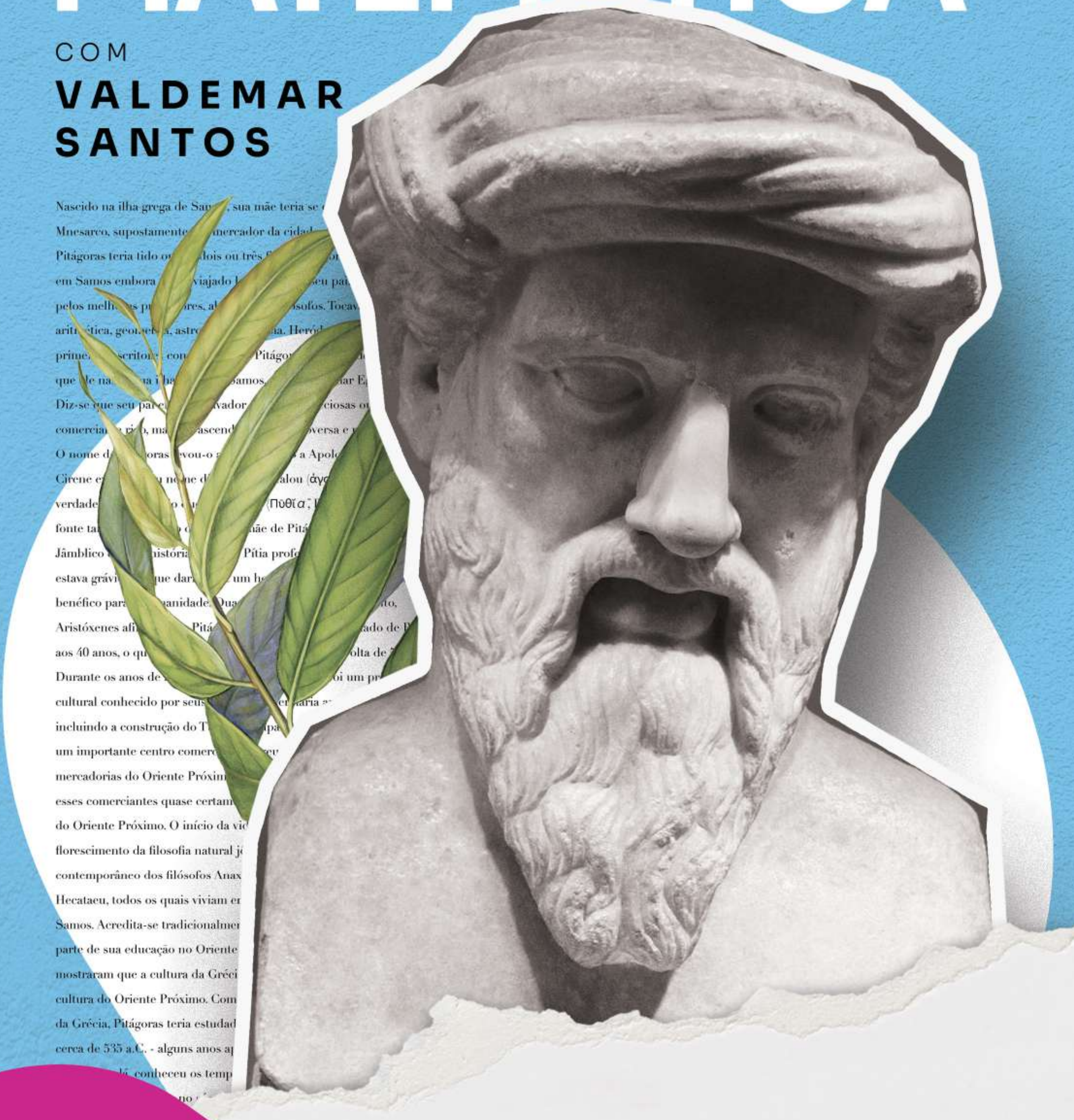
MATEMÁTICA

COM
VALDEMAR SANTOS



RAZÃO E PROPORÇÃO PARTE 01

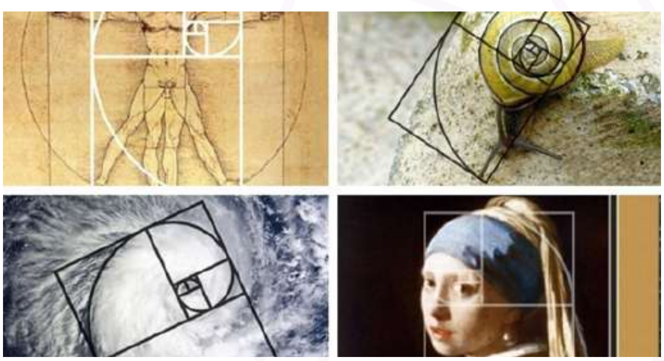
GRANDEZAS DIRETAMENTE E INVERSAMETNE PROPORCIONAIS

CURSO FERNANDA PESSOA ONLINE

RAZÃO E PROPORÇÃO
PARTE 01

- CONCEITOS BÁSICOS
- ESCALAS
- GRANDEZAS PROPORCIONAIS

RAZÃO E PROPORÇÃO



O conceito de razão é a forma mais comum e prática de fazer a comparação relativa entre duas grandezas. Ao dividir uma grandeza por outra, estamos comparando a primeira com a segunda, que passa a ser a base da comparação. Por exemplo, se a área de um retângulo mede 300 cm^2 e a área de um outro retângulo mede 210 cm^2, ao fazermos a razão das áreas, temos:

210/300=7/10=0,7

Estamos calculando o quanto a área menor representa da maior. Em outras palavras, a área menor representa 0,7, ou 70%, da área maior. Isso é uma comparação muito significativa e fácil de ser feita.

RAZÃO

Dados dois números reais a e b, com b diferente de zero, chamamos de razão entre a e b ao quociente a/b=k

Observe que k é um número real. O numerador a chamamos de antecedente, e o denominador b chamamos de consequente dessa razão (lê-se "a está para b"). A razão k indica o valor do número a quando comparado ao número b, tomando-o como unidade.

ESCALA

Ao compararmos mapas com os lugares a serem representados por eles, representamos as distâncias em escala menor que a real. O conceito é dado pela seguinte razão:

$$Escala = \frac{medida\ no\ mapa}{medida\ real};$$

Ambos na mesma unidade de medida.

Exemplo: a escala da planta de um terreno na qual o comprimento de 60 metros foi representado por um segmento de 3 cm é:

A) 1 : 10.000

B) 1 : 2.000

C) 1 : 3.000

D) 1 : 6.000

E) 1 : 4.000

Solução:

Primeiramente, transformamos os 60 m para centímetros, para trabalharmos no mesmo sistema de unidades:

60 m=60·100 cm=6000 cm60 m=60·100 cm=6000 cm

Portanto,

Escala =

3cm/6000cm=1/2000=1:2000

VELOCIDADE MÉDIA

É a razão entre a distância percorrida e o tempo total de percurso. A velocidade média será sempre acompanhada de uma unidade que depende das unidades escolhidas para calcular distância e tempo. Alguns exemplos de unidades para a velocidade média são km/h, m/s, cm/s etc.

Velocidade média = distância percorrida/tempo total de percurso

$$Velocidade_{média} = \frac{distância\ percorrida}{tempo\ total\ de\ percuso}$$

Exemplo: A distância entre as cidades do Rio de Janeiro e São Paulo é de, aproximadamente, 400 km. Um carro levou 5 horas para percorrer esse trajeto. Determine sua a velocidade média.

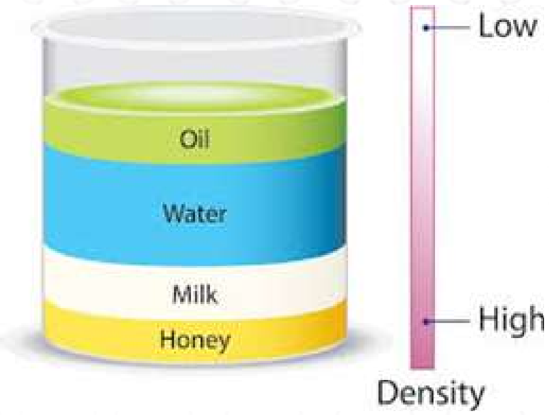
Solução

$$Velocidade_{média} = \frac{distância\ percorrida}{tempo\ total\ de\ percuso} = \frac{400\ km}{5h} = 80\frac{km}{h}$$

O significado desse valor é que a cada hora o carro percorreu, aproximadamente, 80 km.

DENSIDADE

A densidade de um corpo é a razão entre a sua massa e o seu volume. A densidade também será sempre acompanhada de uma unidade que depende das unidades escolhidas para medir a massa e o volume. Alguns exemplos de unidades para a densidades são g/cm^3, kg/m^3 etc



$$Densidade = \frac{massa}{volume}$$

Exemplo: Uma quantidade de óleo de cozinha ocupava completamente uma jarra com 1 litro de volume. Sabe-se que a densidade do óleo é de, aproximadamente, 0,86 g/cm^3. Determine a massa do óleo, em gramas.

Solução

Como a densidade é dada em g/cm^3, isso significa que o volume deve ser dado em cm^3. Assim, fazendo a conversão, 1l = 1 dm^3 = 1000 cm^3.

Daí,

densidade=massa/volume⇒0,86=m/1000⇒m=0,86·1000 = 860 g

Portanto, a massa de óleo contida na jarra é de 860 g.

Chamamos de proporção a igualdade de duas razões.

a1/b1=a2/b2=k (também escrito por a1:b1 :: a2:b2),

onde a1, a2, b1, b2 são números reais com b1 e b2 diferentes de zero. O número k é o que chamamos de constante da proporção (Lê-se "a1 está para b1 assim como a2 está para b2).

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Exemplo: Um forno tem sua produção de ferro fundido de acordo com a tabela abaixo:

TEMPO (MINUTOS)	PRODUÇÃO (KG)
5	100
10	200
15	300
20	400

Observe que uma grandeza varia de acordo com a outra. Essas grandezas são variáveis dependentets. Observe que:
Quando duplicamos o tempo, a produção também duplica.
5 min ----> 100 Kg
10 min ----> 200 Kg
Quando triplicamos o tempo, a produção também triplica.
5 min ----> 100 Kg
15 min ----> 300 Kg
Assim: “Duas grandezas variáveis dependentes são diretamente proporcionais quando a razão entre os valores da 1ª grandeza é igual à razão entre os valores correspondentes da 2ª.”
Verifique na tabela que a razão entre dois valores de uma grandeza é igual à razão entre os dois valores correspondentes da outra grandeza.

$$\frac{5}{15}=\frac{100}{300}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{10}{20}=\frac{200}{400}=\frac{1}{2}$$

OBS.: Se os números a, b e c são diretamente proporcionais a x, y e z, então:

$$\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=k$$

Assim, os números 4, 12 e 10 são, nesta ordem, diretamente proporcionais a 6, 18 e 15, pois:

$$\frac{4}{6}=\frac{12}{18}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$$

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Exemplo: Um ciclista faz um treino para a prova de "1000 metros contra o relógio", mantendo em cada volta uma velocidade constante e obtendo, assim, um tempo correspondente, conforme a tabela abaixo:

VELOCIDADE (M/S)	TEMPO (S)
5	200
8	125
10	100
16	62,5
20	50

Observe que uma grandeza varia de acordo com a outra. Essas grandezas são também, como no exemplo anterior, variáveis dependentes. Porém, observe que:
Quando duplicamos a velocidade, o tempo fica reduzido à metade.
5 m/s ----> 200 s
10 m/s ----> 100 s
Quando quadriplicamos a velocidade, o tempo fica reduzido à quarta parte.
5 m/s ----> 200 s
20 m/s ----> 50 s
Assim: “Duas grandezas variáveis dependentes são inversamente proporcionais quando
a razão entre os valores da 1ª grandeza é igual ao inverso da razão entre os
valores correspondentes da 2ª.”
Verifique na tabela que a razão entre dois valores de uma grandeza é igual ao inverso da razão entre os dois valores correspondentes da outra grandeza.

Razão inversa

$$\frac{10}{16}=\frac{5}{8} \qquad \frac{100}{62,5}=\frac{8}{5}$$

Razão inversa

$$\frac{8}{20}=\frac{2}{5} \qquad \frac{125}{50}=\frac{5}{2}$$

OBS.: Se os números a, b e c são inversamente proporcionais a x, y e z, então:

$$\frac{a}{\frac{1}{x}}=\frac{b}{\frac{1}{y}}=\frac{c}{\frac{1}{z}} \Rightarrow a.x=b.y=c.z=k$$

Assim, os números 2, 5 e 4 são, nesta ordem, inversamente proporcionais a 50, 20 e 25 pois:
2.50 = 5.20 = 4.25 = 100.
OBSERVAÇÃO: Se não for citado se a divisão é direta ou inversa, fica subentendido que a divisão é direta.