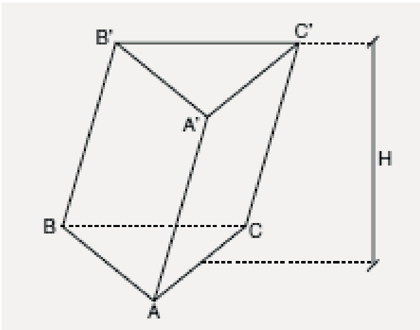
MESTRES
DA MATEMÁTICA

Geometria Espacial

GEOMETRIA ESPACIAL

I) PRISMAS

1) ELEMENTOS



$$\begin{cases} \text{Bases: } ABC \text{ e } A'B'C'. \\ \text{Arestas das bases: } AB,\ BC, AC \text{ e } A'B',\ A'C',\ B'C'. \\ \text{Arestas laterais: } AA',\ BB' \text{ e } CC'. \\ \text{Faces laterais: } ABB'A'\ ACC'A'',\ BCCB', \end{cases}$$

1.1) PRISMA RETO: O prisma pode ser classificado em reto quando suas arestas laterais são perpendiculares às bases, ou seja, sua aresta lateral é paralela à altura.

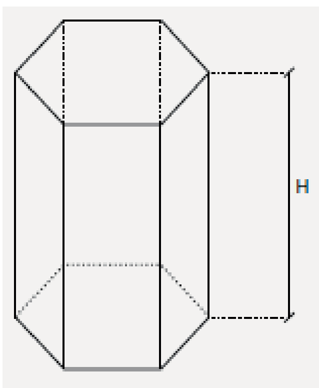
1.2) PRISMA REGULAR: É todo prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

$$\text{Área da base } (A_B) \Rightarrow \text{área do polígono da base}$$

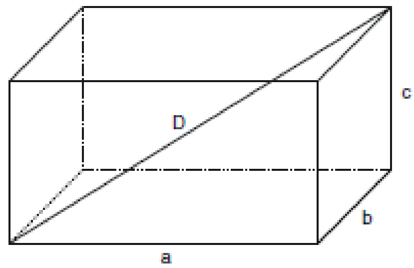
$$\text{Área lateral}(A_L) \Rightarrow A_L = n \cdot A_F \text{ , onde } \begin{cases} A_F = \text{área de uma face lateral} \\ n = \text{número de faces} \end{cases}$$

$$\text{Área Total } (A_T) \Rightarrow A_T = 2A_B + A_L$$

$$\text{Volume } (V) \Rightarrow V = A_B \cdot H$$

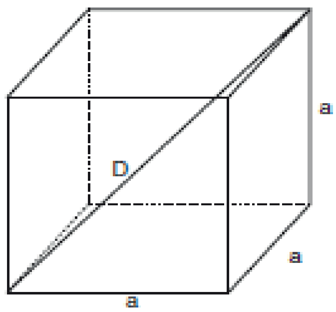


1.3) PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO (ORTOEDRO)



$$\begin{cases} \text{Área total} \Rightarrow A_T = 2ab + 2ac + 2bc \\ \text{Volume} \Rightarrow V = a \cdot b \cdot c \\ \text{Diagonal} \Rightarrow D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases}$$

1.4) CUBO (HEXAEDRO REGULAR)

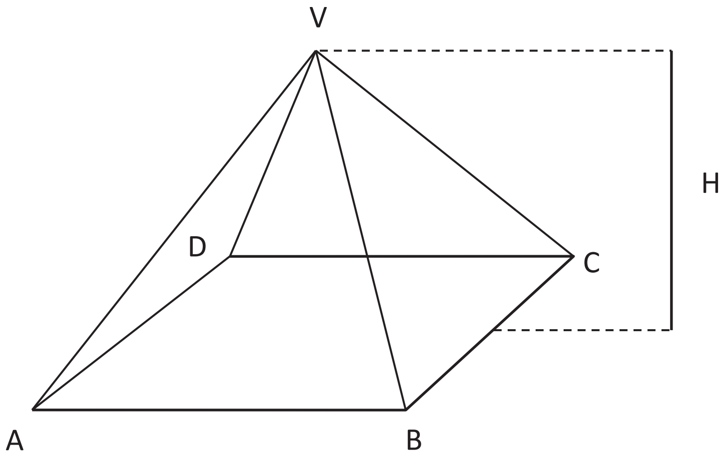


$$\begin{cases} \text{Área total} \Rightarrow A_T = 6a^2 \\ \text{Volume} \Rightarrow V = a^3 \\ \text{Diagonal} \Rightarrow D = a\sqrt{3} \end{cases}$$

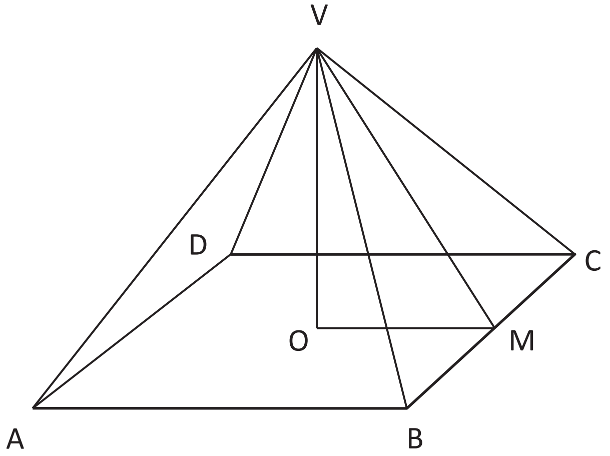
II) PIRÂMIDE

1) ELEMENTOS

$$\begin{cases} \text{Base: } ABCD \\ \text{Arestas da base: } AB,\ BC,\ CD \text{ e } DA \\ \text{Arestas laterais: } VA,\ VB,\ VC \text{ e } VD \\ \text{Faces laterais: } VAB,\ VBC,\ VCD \text{ e } VAD \\ \text{Altura} = H \end{cases}$$



1.1) PIRÂMIDE REGULAR: É toda pirâmide cuja base é um polígono regular e a projeção ortogonal do vértice V sobre a base for o centro do círculo circunscrito ao polígono da base.



$$\text{Temos que: } \begin{cases} (VM)^2 = (VO)^2 + (OM)^2 \\ OM = \text{ apótema da base } (\text{raio do círculo inscrito no polígono da base}) \\ VM = \text{ apótema da pirâmide } (\text{altura da face lateral da pirâmide}) \\ VO = \text{ altura da pirâmide} \end{cases}$$

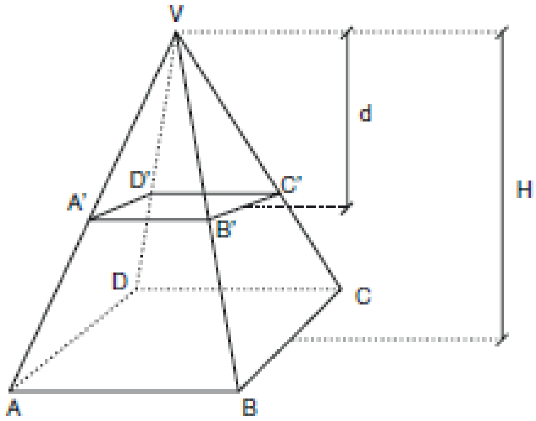
Área da base $\left(A_B\right) \Rightarrow$ área do polígono da base

Área lateral $\left(A_L\right) \Rightarrow A_L = n \cdot A_F$, onde $\begin{cases} A_F = \text{área de uma face lateral} \\ n = \text{número de faces} \end{cases}$

Área Total $\left(A_T\right) \Rightarrow A_T = A_B + A_L$

Volume $\left(V\right) \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$

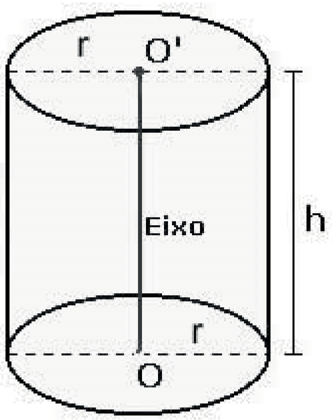
2) SEÇÃO TRANSVERSAL



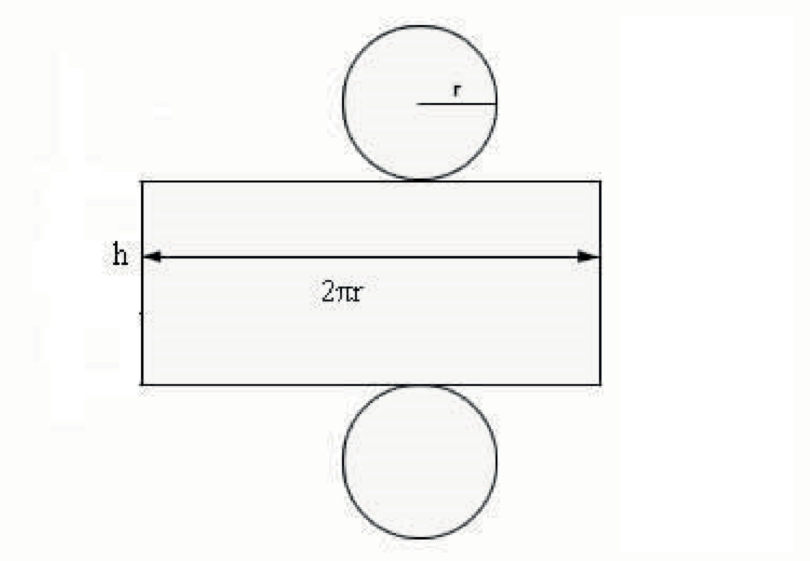
- $\frac{VA'}{VA} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{d}{H}$
- $\frac{\text{Área } A'B'C'D'}{\text{Área } ABCD} = \left(\frac{d}{H}\right)^2$
- $\frac{\text{Volume } VA'B'C'D'}{\text{Volume } VABCD} = \left(\frac{d}{H}\right)^3$

III) CILINDRO

1) ELEMENTOS



2) PLANIFICAÇÃO



3) CILINDRO RETO OU DE REVOLUÇÃO: Um cilindro circular reto, também chamado com menos frequência de cilindro de revolução, é um cilindro cujas geratrizes são perpendiculares às bases. Além do cilindro reto, dentro do estudo de geometria espacial há ainda o cilindro circular oblíquo.

Área da base $(A_B) \Rightarrow A_B = \pi r^2$

Área lateral $(A_L) \Rightarrow A_L = 2\pi rh$

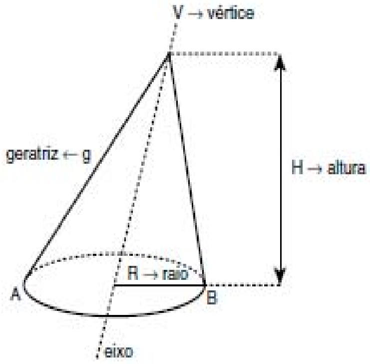
Área Total $(A_T) \Rightarrow A_T = 2A_B + A_L = 2\pi r^2 + 2\pi rh$

Volume $(V) \Rightarrow V = A_B \cdot h = \pi r^2 h$

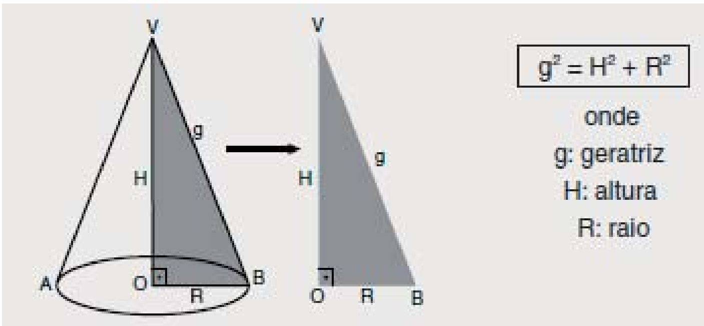
OBS: O Cilindro é chamado equilátero quando H = 2R, ou seja, a seção meridiana for um quadrado.

IV) CONE

1) ELEMENTOS



2) CONE RETO OU CONE DE REVOLUÇÃO



Área da base $(A_B) \Rightarrow A_B = \pi R^2$

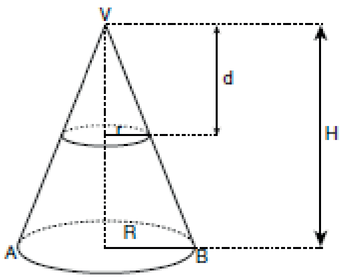
Área lateral $(A_L) \Rightarrow A_L = \pi R g$

Área Total $(A_T) \Rightarrow A_T = A_B + A_L = \pi R^2 + \pi R g$

Volume $(V) \Rightarrow V = \dfrac{A_B \cdot H}{3} = \dfrac{\pi R^2 H}{3}$

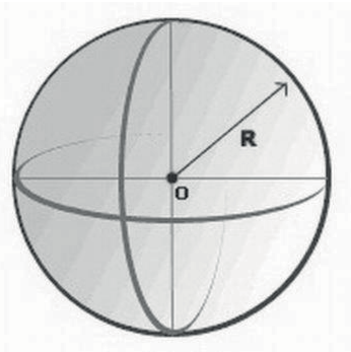
OBS: O Cone é chamado equilátero quando $g = 2R$, ou seja, a seção meridiana for um triângulo equilátero.

3) SEÇÃO TRANSVERSAL



- $\dfrac{r}{R} = \dfrac{d}{H}$
- $\dfrac{\text{Área da seção}}{\text{Área da base}} = \left(\dfrac{d}{H}\right)^2$
- $\dfrac{V_{\text{cone menor}}}{V_{\text{cone maior}}} = \left(\dfrac{d}{H}\right)^3$

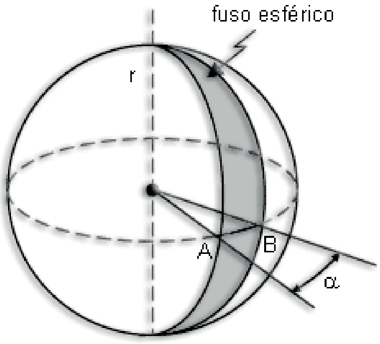
V) ESFERA



ÁREA DA SUPERFÍCIE ESFÉRICA: $A = 4\pi R^2$

VOLUME DA ESFERA: $V = \dfrac{4\pi R^3}{3}$

FUSO ESFÉRICO: $\begin{cases} 360^\circ & 4\pi R^2 \\ \alpha & A_{FUSO} \end{cases}$



CUNHA ESFÉRICA: $\begin{cases} 360^\circ & \dfrac{4\pi R^3}{3} \\ \alpha & V_{FUSO} \end{cases}$