# SIMULADO 04: FUVEST - 19.abr

## QUESTÃO 01

Um número natural p, maior do que 1, é chamado *número primo* quando seus únicos divisores positivos são o número 1 e o próprio p. Se K é o conjunto de todos os números naturais primos e menores do que 20, então, o número de subconjuntos de K é

(A) 64

(B) 128

[✓ (C) 256]

(D) 420

(E) 512

8 elementos

$K = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

SUBCONJUNTOS : $2^8 = 256$

ou

$\frac{2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{2}{13} \cdot \frac{2}{17} \cdot \frac{2}{19}$

✓ x

## QUESTÃO 02

Uma ONG decidiu preparar sacolas, contendo 4 itens distintos cada, para distribuir entre a população carente. Esses 4 itens devem ser escolhidos entre 8 tipos de produtos de limpeza e 5 tipos de alimentos não perecíveis. Em cada sacola, deve haver pelo menos um item que seja alimento não perecível e pelo menos um item que seja produto de limpeza. Quantos tipos de sacolas distintas podem ser feitos?

qual?

∴ s/ordem

comb

(A) 360

(B) 420

(C) 540

(D) 600

[✓ (E) 640]

$$\begin{array}{r} 715 \\ -\ 75 \\ \hline 640 \end{array}$$

TOTAL :

8 L + 5A

= 13

$$C_{13,4} = \frac{13!}{4!\,9!} = \frac{13 \cdot \cancel{12} \cdot 11 \cdot \overset{⑤}{\cancel{10}} \cdot \cancel{9!}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{9!}}$$

$$= 715$$

RESTRIÇÃO :

. 4L : $C_{8,4} = \frac{8!}{4!\,4!} = \frac{\overset{②}{\cancel{8}} \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{4!}} = 70$

ou

. 4A : $C_{5,4} = \frac{5!}{4!\,1!} = 5$

+

75

## QUESTÃO 03

Uma função f de variável real satisfaz a condição $f(x+1) = f(x) + f(1)$, qualquer que seja o valor da variável x. Sabendo-se que $f(2) = 1$, podemos concluir que $f(5)$ é igual a:

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 1

[✓ (C) $\frac{5}{2}$]

(D) 5

(E) 10

$x = 4$: $f(4+1) = f(4) + f(1)$

$f(5) = \overset{2}{f(4)} + \overset{1/2}{f(1)} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$x = 3$: $f(3+1) = f(3) + f(1)$

$f(4) = \overset{3/2}{\cancel{f(3)}} + \overset{1/2}{\cancel{f(1)}} = 2$

$x = 2$: $f(2+1) = f(2) + f(1)$

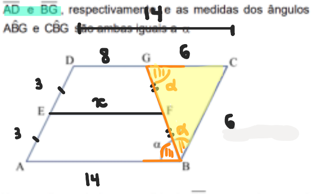
$f(3) = \overset{1}{\cancel{f(2)}} + \overset{1/2}{\cancel{f(1)}} = \frac{3}{2}$

$x = 1$: $f(1+1) = f(1) + f(1)$

$\overset{1}{f(2)} = 2 \cdot f(1) \Rightarrow f(1) = \frac{1}{2}$

## QUESTÃO 04

Na figura, ABCD é um paralelogramo em que AB = 14 cm e BC = 6 cm. Os pontos E e F são os pontos médios de $\overline{AD}$ e $\overline{BG}$, respectivamente, e as medidas dos ângulos $A\hat{B}G$ e $C\hat{B}G$ são ambas iguais a α.



Nas condições dadas, a medida de $\overline{EF}$, em centímetros, é igual a

(A) 12

(B) 9

(C) 7

[✓ (D) 11]

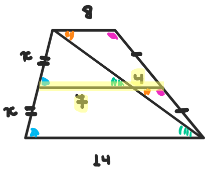
(E) 10

ΔCBG : isósceles

$\overline{EF}$ : base média do trapézio

$EF = \frac{14+8}{2}$

$= 11cm$



☺ : $\frac{a}{14} = \frac{\cancel{x}}{2\cancel{x}}$

$a = 7$

## QUESTÃO 05

Um estacionamento cobra R$ 6,00 pela primeira hora de uso, R$ 3,00 por hora adicional e tem uma despesa diária de R$ 320,00. Considere-se um dia em que sejam

LUCRO : VENDA − CUSTO > 0 → $3x + 240 - 320 > 0$

$3x > 80$

## QUESTÃO 05

Um estacionamento cobra R$ 6,00 pela primeira hora de uso, R$ 3,00 por hora adicional e tem uma despesa diária de R$ 320,00. Considere-se um dia em que sejam cobradas, no total, 80 horas de estacionamento. O número mínimo de usuários necessário para que o estacionamento obtenha lucro nesse dia é:

(A) 25
(B) 26
[✓ (C) 27]
(D) 28
(E) 29

LUCRO: VENDA - CUSTO > 0 → $3x + 240 - 320 > 0$

$3x > 80$

$x > \frac{80}{3}$

$x > 26,\ldots$

↓

MENOR:

$\underbrace{27}$ "

🟪 CUSTO: 320

🟧 VENDA:

$1^{as}$ horas: $x$ → $6x$

\+

outras: $80 - x$ → $3.(80-x)$

$6x + 240 - 3x$

$= 3x + 240$

qntd usuários

## QUESTÃO 06

Um automóvel, modelo *flex*, consome 34 litros de gasolina para percorrer 374 km. Quando se opta pelo uso do álcool, o automóvel consome 37 litros deste combustível para percorrer 259 km. Suponha que um litro de gasolina custe R$ 2,20. Qual deve ser o preço do litro do álcool para que o custo do quilômetro rodado por esse automóvel, usando somente gasolina ou somente álcool como combustível, seja o mesmo?

(A) R$ 1,00
(B) R$ 1,10
(C) R$ 1,20
(D) R$ 1,30
[✓ (E) R$ 1,40]

G: $\frac{374\,km}{34\,L} = 11\,km/L$ ⇝ 2,20 —— 11 km

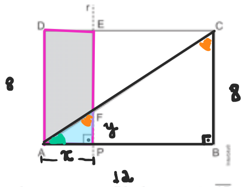
E: $\frac{259\,km}{37\,L} = 7\,km/L$ p —— 7 km

$11p = 2{,}20 \cdot 7$

$\underbrace{p = 1{,}40}$ "

## QUESTÃO 07

Considere um retângulo ABCD, de lados $\overline{AB} = 12$ e $\overline{AD} = 8$, e um ponto P construído sobre o lado $\overline{AB}$. Traçando a reta r perpendicular ao lado $\overline{AB}$ que passa pelo ponto P, determina-se o polígono ADEF, em que E e F são pontos de interseção de r com os segmentos $\overline{DC}$ e $\overline{AC}$, respectivamente, como mostra a figura abaixo.



Tomando x como a medida do segmento $\overline{AP}$, a função A(x) que expressa a área de ADEF em função de x, entre as alternativas abaixo, é

(A) $A(x) = 8x - \frac{x^2}{6}$, para $0 \le x \le 12$.
(B) $A(x) = 8x - \frac{2x^2}{3}$, para $0 \le x \le 12$.
(C) $A(x) = 16x - \frac{2x^2}{3}$, para $0 \le x \le 12$
[✓ (D) $A(x) = 8x - \frac{x^2}{3}$, para $0 < x < 12$.]
(E) $A(x) = 8x - \frac{3x^2}{4}$, para $0 \le x \le 12$.

$A(x) = A_{\square} - A_{\triangle}$

$\underbrace{= 8x - \frac{x^2}{3}}$ "

$A_{\triangle} = \frac{xy}{2} = \frac{x}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}x}{3} = \underbrace{\frac{x^2}{3}}$

②: $\frac{y}{8} = \frac{x}{12}$

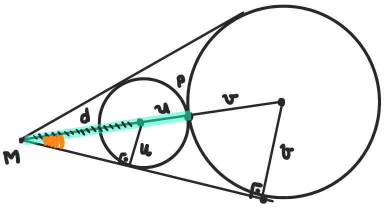
$y = \frac{8x}{12} = \underbrace{\frac{2x}{3}}$.

## QUESTÃO 08

Se dois círculos cujas medidas dos raios são respectivamente u e v com u < v são tangentes exteriormente no ponto P e se estes círculos também tangenciam os lados de um ângulo com vértice no ponto M, então, o comprimento do segmento MP é

(A) $\frac{2u+v}{v-u}$.
(B) $\frac{uv}{v-u}$.
[✓ (C) $\frac{2uv}{v-u}$.]
(D) $\frac{2(u+v)}{v-u}$.
(E) $\frac{u+2v}{}$

MP = d + u



② $\frac{d}{d+u+v} = \frac{u}{v}$

MP = d + u

$= \frac{u^2 + uv}{\phantom{x}} + u \cdot (v-u)$

[✓ (C) $\frac{2uv}{v-u}$.]

(D) $\frac{2(u+v)}{v-u}$.

(E) $\frac{u+2v}{v-u}$

$\sim$ $\frac{d}{d+u+v} = \frac{u}{v}$

$dv = du + u^2 + uv$

$dv - du = u^2 + uv$

$d.(v-u) = u^2 + uv$

$$\boxed{d = \frac{u^2 + uv}{v-u}}$$

$MP = d + u$

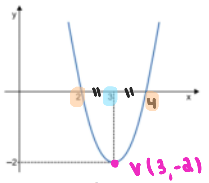
$= \frac{u^2 + uv}{v-u} + \frac{u}{1}\frac{.(v-u)}{(v-u)}$

$= \frac{\cancel{u^2} + uv + uv - \cancel{u^2}}{v-u}$

$= \underbrace{\frac{2uv}{v-u}}$ "

## QUESTÃO 09

O gráfico da função real $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a > 0$, é a parábola representada na figura.



Sabendo-se que $x' + x'' = -\frac{b}{2}$, onde $x'$ e $x''$ são as raízes de $f(x) = 0$, é correto afirmar que a parábola intersecta o eixo das ordenadas no ponto

(A) (0, 4)

[✓ (B) (0, 16)]

(C) (0, 12)

(D) (0, 8)

(E) (0, 10)

$\underbrace{(0,16)}$

1, $x' + x'' = -\frac{b}{2}$

$2 + 4 = -\frac{b}{2}$

$\therefore \underbrace{b = -12}.$

2, $x_v = -\frac{b}{2a}$

$3 = -\frac{(-12)}{2a}$

$6a = 12$

$\underbrace{a = 2}$

$\therefore \overset{y}{\cancel{f(x)}} = 2x^2 - 12x + c$

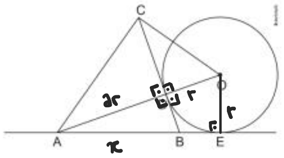
$V(3,-2)$: $-2 = 2\cdot3^2 - 12\cdot3 + c$

$-2 = 18 - 36 + c$

$\underbrace{c = 16}.$

## QUESTÃO 10

Na figura abaixo, a circunferência de centro em O e raio r tangencia o lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC no ponto D e tangencia a reta $\overline{AB}$ no ponto E. Os pontos A, D e O são colineares e AD = 2r. A medida do lado $\overline{AB}$, do triângulo ABC, em função de r, é



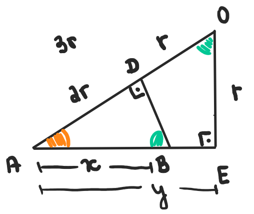
(A) $\frac{r\sqrt{2}}{2}$

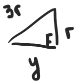
(B) $r\sqrt{2}$

[✓ (C) $\frac{3r\sqrt{2}}{2}$]

(D) $2r\sqrt{2}$

(E) $\frac{5r\sqrt{2}}{2}$





$y^2 + r^2 = (3r)^2$

$y^2 = 9r^2 - r^2$

$= 8r^2$

$y = \underbrace{2r\sqrt{2}}$

$\sim$: $\frac{x}{3r} = \frac{2r}{\cancel{y}\ 2r\sqrt{2}}$

$\frac{x}{3r} = \frac{\cancel{2r}}{\cancel{2r}\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{3r}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \underbrace{\frac{3\sqrt{2}\cdot r}{2}}$ "