



**LIVRO 1**



<b>CAPÍTULO 1.</b>	<b>CONJUNTOS</b>	<b>5</b>
	Conectivos	7
	Operações entre conjuntos	8
	Problemas envolvendo conjuntos	10
	Princípio da Inclusão-Exclusão	13
	Diagrama Matricial	16
<b>CAPÍTULO 2.</b>	<b>RAZÃO E PROPORÇÃO</b>	<b>37</b>
	Razão	37
	Proporção	40
	Grandezas Diretamente Proporcionais	41
	Grandezas Inversamente Proporcionais	42
	Regra de Três	44
	Trabalho Harmônico	46
	Escala	47
<b>CAPÍTULO 3.</b>	<b>TEOREMA DE TALES</b>	<b>81</b>
	Teorema de Tales	83
<b>CAPÍTULO 4.</b>	<b>SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS</b>	<b>89</b>
	Semelhança de Triângulos	91
	Relações Métricas no Triângulo Retângulo	93
<b>CAPÍTULO 5.</b>	<b>PORCENTAGEM</b>	<b>109</b>
	Porcentagem	111
	Aumentos	113
	Descontos	115
<b>CAPÍTULO 6.</b>	<b>DIVISIBILIDADE</b>	<b>141</b>
	Divisão Euclidiana	143
	Crterios de Divisibilidade	143
	Decomposição em Fatores Primos	144
	Quantidade de Divisores Naturais de um Número Natural	144
	Mínimo Múltiplo Comum	145
	Máximo Divisor Comum	147
<b>CAPÍTULO 7.</b>	<b>PROGRESSÃO ARITMÉTICA</b>	<b>161</b>
	Progressão Aritmética	163
	Notação Especial	165
	Propriedades das Progressões Aritméticas	166
	Representação Gráfica de uma P.A.	166
	Soma dos Termos de uma P.A.	167
<b>CAPÍTULO 8.</b>	<b>PROGRESSÃO GEOMÉTRICA</b>	<b>185</b>
	Progressão Geométrica	187
	Notação Especial	190
	Propriedades das Progressões Geométricas	190
	Representação Gráfica de uma P.G.	191
	Soma dos Termos de uma P.G.	191
	Soma dos Infinitos Termos de uma P.G.	192
	Produto dos Termos de uma P.G.	194
<b>CAPÍTULO 9.</b>	<b>MATEMÁTICA FINANCEIRA</b>	<b>205</b>
	Matemática Financeira	207
	Regimes de Capitalização	208
	Juros Simples	208
	Juros Compostos	209
	Montante de uma Sequência Uniforme de Depósitos	212
	Antecipação de Parcelas	213





# CONJUNTOS





# CONJUNTOS



George Cantor  
Precursor da Teoria dos Conjuntos

Na matemática existem conceitos que já trazem consigo uma definição arraigada, é como se eles dispensassem uma construção formal de definição, são chamados de conceitos primitivos. Eles constituem a base de todas as outras definições estudadas em Matemática. A exemplo disso, temos o ponto, a reta e o plano. Um ponto não precisa de definição, mas a partir dele há todo um estudo da Geometria. Semelhantemente, dizemos que “conjunto” é um conceito primitivo.

Diante do exposto, podemos dizer que a partir de uma noção intuitiva, conjunto é uma coleção ou agrupamento de números, objetos, animais, etc., onde cada integrante é chamado de elemento.

Assim, se  $A$  é um conjunto e  $x$  é um elemento de  $A$ , dizemos que  $x$  pertence a  $A$  ( $x \in A$ ). Caso  $x$  não seja um elemento de  $A$ , diremos que  $x$  não pertence a  $A$  ( $x \notin A$ ).

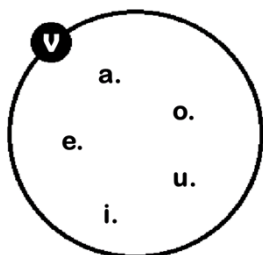
Exemplos:

- ◆ Conjunto dos Dias da Semana;
- ◆ Conjunto das Letras do Alfabeto;
- ◆ Conjunto dos Números Naturais;

Se pensarmos no Conjunto das Vogais, podemos representá-lo da seguinte forma:

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

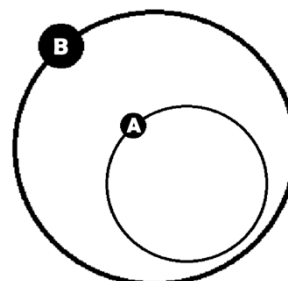
Outra maneira de representá-lo é usando o Diagrama de Venn:



## RELAÇÃO DE INCLUSÃO:

Dizemos que um conjunto  $A$  é subconjunto de  $B$  se, e somente se, todo elemento de  $A$  for também elemento de  $B$ . Nesse caso dizemos que  $A$  está contido em  $B$  e escrevemos  $A \subset B$ .

Por exemplo, o conjunto  $A = \{1, 2, 5\}$  está contido no conjunto  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .



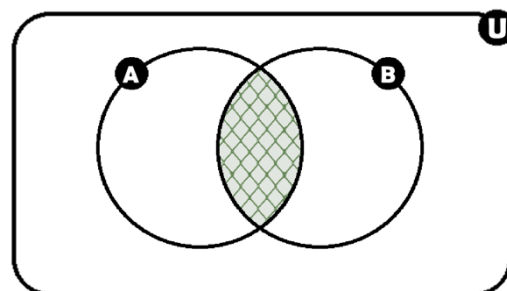
Obs.: Dizemos que um conjunto  $A$  não está contido no conjunto  $B$  se, e somente se, existir pelo menos um elemento de  $A$  que não seja elemento de  $B$ .

## CONNECTIVOS

Para compreendermos bem os problemas e operações envolvendo conjuntos é de fundamental importância que saibamos identificar e interpretar corretamente os conectivos presentes no texto, são eles:

### ☞ Conectivo “e” - Conjuncção

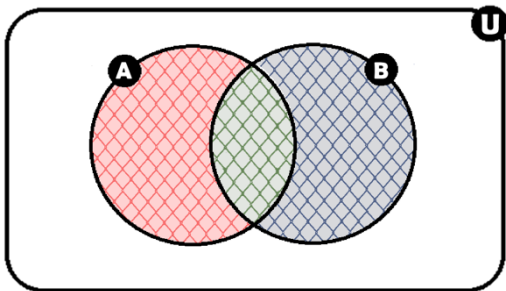
Está ligado a ideia de intersecção (simultaneidade).



Na frase: Aline é bonita e inteligente, temos que Aline faz parte, simultaneamente, do conjunto das pessoas que são bonitas e do conjunto das pessoas que são inteligentes.

**Conectivo “ou” – Disjunção**

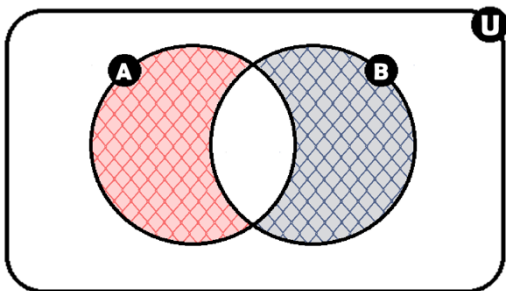
Está ligado a ideia de união, de modo que podemos estar falando de um, de outro ou de ambos.



Na frase: A festa será dada em homenagem aos alunos que passaram para medicina ou para engenharia, temos que os alunos que serão homenageados podem ser aqueles que passaram apenas para medicina, apenas para engenharia, ou mesmo que passaram para ambos os cursos.

**Conectivo “ou ... ou”: Disjunção Exclusiva**

Trata-se de uma situação ou da outra, nunca das duas.



Na frase: Bruna, ou você vai ao shopping ou você vai à praia, temos que Bruna deve fazer uma escolha exclusiva, de modo que se ela for ao shopping, não vai à praia, se ela for à praia, não irá ao shopping, devendo, obrigatoriamente, escolher um deles e não podendo escolher ambos.

Formalmente, esse conectivo está associado a uma operação matemática chamada Diferença Simétrica. De modo que a diferença simétrica entre os conjuntos A e B, representada por  $A \Delta B$ , é o conjunto formado pelos elementos que pertencem somente a A ou somente a B.

**OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS**

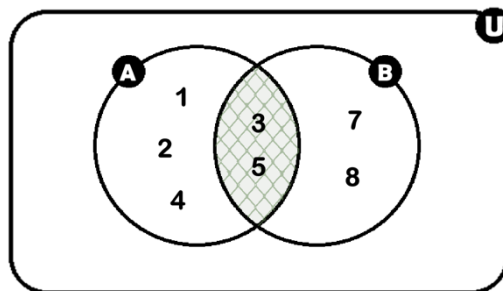
**INTERSECÇÃO:**

Sejam A e B são dois conjuntos, a intersecção dos conjuntos A e B, denotada por  $A \cap B$ , é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B.

$$A \cap B = \{x: x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Exemplo:

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B &= \{3, 5, 7, 8\} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad A \cap B = \{3, 5\}$$



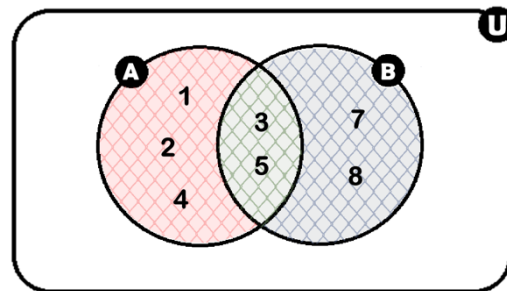
**UNIÃO:**

Sejam A e B são dois conjuntos, a união dos conjuntos A e B, denotada por  $A \cup B$ , é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B.

$$A \cup B = \{x: x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Exemplo:

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B &= \{3, 5, 7, 8\} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$$



**DIFERENÇA:**

Sejam A e B dois conjuntos. O conjunto  $A - B$  é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

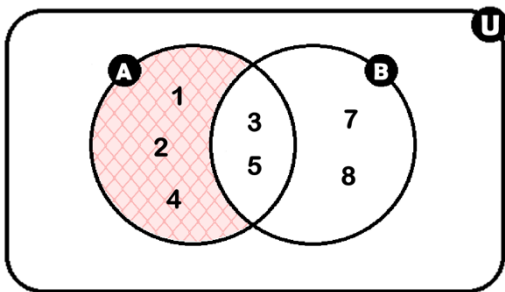
$$A - B = \{x: x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Exemplo:

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B &= \{3, 5, 7, 8\} \end{aligned} \rightarrow A - B = \{1, 2, 4\}$$

Observe que os elementos de  $A - B$  são elementos que pertencem exclusivamente a A, assim, podemos dizer que

$$A - B = A - (A \cap B).$$



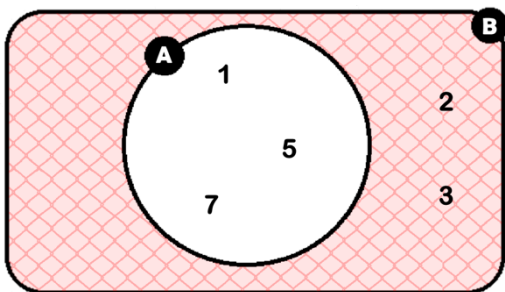
**COMPLEMENTAR:**

Sejam A e B dois conjuntos, tais que  $A \subset B$ . O conjunto  $C_B^A$  é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a B e não pertencem a A.

$$C_B^A = B - A = \{x: x \in B \text{ e } x \notin A\}$$

Exemplo:

$$\begin{aligned} A &= \{1, 5, 7\} \\ B &= \{1, 2, 3, 5, 7\} \end{aligned} \rightarrow C_B^A = B - A = \{2, 3\}$$



Observe que os elementos de  $C_B^A = \bar{A}$  são todos aqueles que não pertencem a A, assim:

$$x \notin A \Rightarrow x \in \bar{A}$$

**RECONHECENDO AS REGIÕES DO DIAGRAMA**

De posse das operações, para nos ajudar na resolução dos problemas envolvendo conjuntos, é importante que saibamos interpretar corretamente cada uma das regiões do diagrama de Euler-Venn, para isso, seguem alguns exemplos como as respectivas descrições das regiões:

	ESTÁ EM A
	ESTÁ APENAS EM A = ESTÁ EM A, MAS NÃO ESTÁ EM B
	NÃO ESTÁ EM A
	ESTÁ EM B
	ESTÁ APENAS EM B = ESTÁ EM B, MAS NÃO ESTÁ EM A
	NÃO ESTÁ EM B
	NÃO ESTÁ EM A NEM EM B

	ESTÁ EM A E EM B
	ESTÁ EM A OU EM B = SÓ A, SÓ B OU EM AMBOS
	OU ESTÁ EM A OU EM B (NÃO PODE ESTÁ EM AMBOS) = SÓ A OU SÓ B
	ESTÁ EM EXATAMENTE DOIS CONJUNTOS
	ESTÁ EM PELO MENOS DOIS CONJUNTOS
	ESTÁ EM APENAS UM CONJUNTO
	ESTÁ EM A E EM B
	ESTÁ EM A E EM B, MAS NÃO ESTÁ EM C

### PROBLEMAS ENVOLVENDO CONJUNTOS

Uma primeira forma que temos de resolver problemas envolvendo conjuntos é preenchendo o diagrama de Venn. Mas ainda nesse capítulo apresentaremos uma maneira mais prática e interessante de atacar boa parte dos problemas dessa natureza.

**Problema 01: (Ronæbson)** Uma pesquisa foi realizada com um grupo de pessoas para avaliar duas campanhas publicitárias, A e B. Ao final da pesquisa, constatou-se que, dos entrevistados, precisamente:

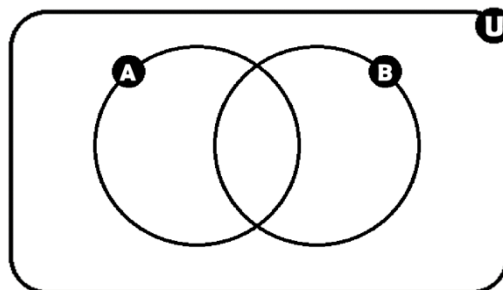
- 220 pessoas gostaram da campanha A.
- 160 pessoas gostaram da campanha B.
- 100 pessoas gostaram das duas campanhas.
- 20 pessoas não gostaram de nenhuma das campanhas.

Qual o número de pessoas entrevistadas?

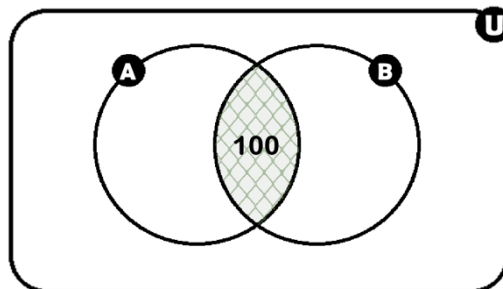
#### Solução:

Por meio de um diagrama de Venn, representamos os conjuntos:

- U, conjunto universo das pessoas entrevistadas.
- A, conjunto das pessoas entrevistadas que gostaram da campanha A.
- B, conjunto das pessoas entrevistadas que gostaram da campanha B.

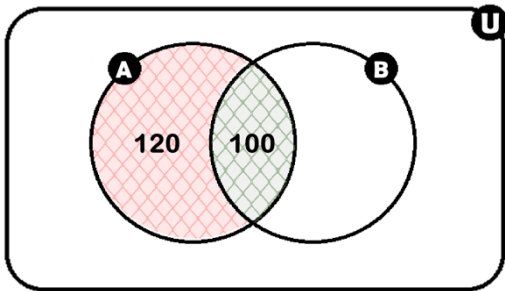


O conjunto  $A \cap B$ , das pessoas que gostaram de ambas as campanhas, possui 100 elementos. Para nos orientar, escrevemos o número 100 na região correspondente a  $A \cap B$ .

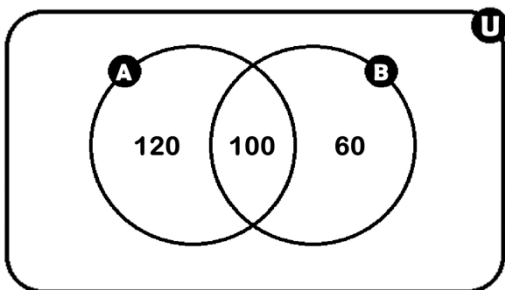


O conjunto A possui 220 elementos, mas na etapa anterior já foram consideradas 100 pessoas desse total. Portanto, faltam  $220 - 100 = 120$  pessoas para completar o conjunto.

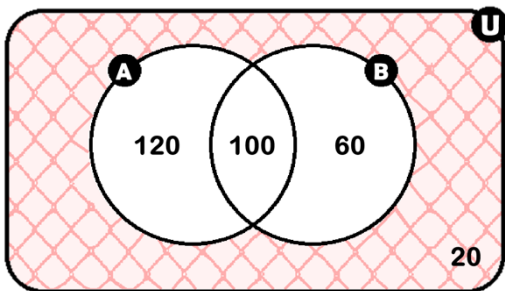
O número 120 deve ser escrito na região que corresponde a  $A - B$ .



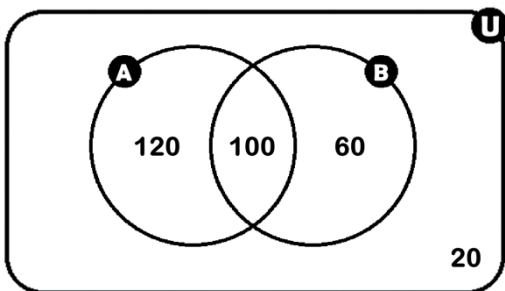
O conjunto B possui 160 elementos, mas na primeira etapa já foram consideradas 100 pessoas desse total. Portanto, faltam  $160 - 100 = 60$  pessoas para completar o conjunto. O número 60 deve ser escrito na região que corresponde a  $B - A$ .



20 pessoas não gostaram de nenhuma das campanhas, ou seja, elas não fazem parte dos conjuntos A ou B.



Logo, o total de pessoas entrevistadas será igual a  $120 + 100 + 60 + 20 = 300$ .



**Problema 02: (Ronaebson)** Numa pesquisa realizada por uma agência de turismo do Rio de Janeiro, constatou-se que, dos entrevistados,

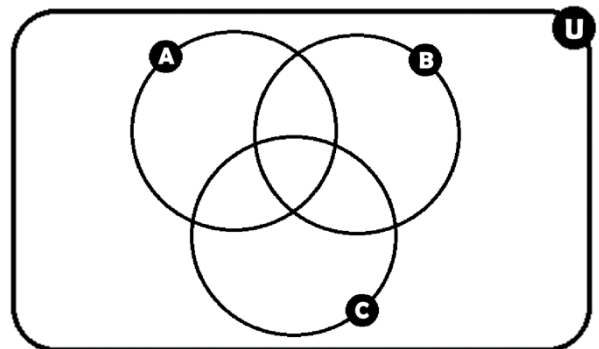
- 420 já conheciam os Arcos da Lapa;
- 380 já conheciam a Barra da Tijuca;
- 300 já conheciam o Cristo;
- 240 conheciam os Arcos da Lapa e a Barra da Tijuca.
- 160 conheciam os Arcos da Lapa e o Cristo;
- 150 conheciam a Barra da Tijuca e o Cristo;
- 100 pessoas conheciam os Arcos da Lapa, a Barra da Tijuca e o Cristo.

Sabendo-se que 30 entrevistados não conheciam nenhum dos pontos turísticos, determine o total pessoas entrevistadas por essa agência.

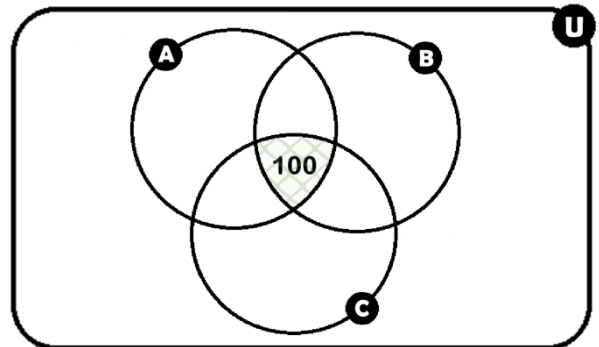
**Solução:**

Vamos considerar:

- U, conjunto universo das pessoas entrevistadas.
- A, conjunto das pessoas entrevistadas que conheciam os Arcos da Lapa.
- B, conjunto das pessoas entrevistadas que conheciam a Barra da Tijuca.
- C, o conjunto das pessoas entrevistadas que conheciam o Cristo.



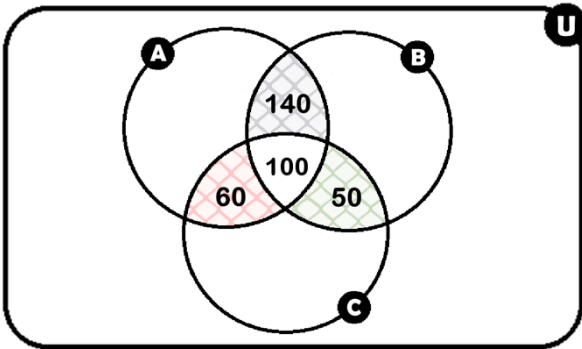
Nesse tipo de problema, convém iniciar indicando o número de elementos da intersecção dos três conjuntos. Assim, o número 100 será escrito na região correspondente a  $A \cap B \cap C$ .



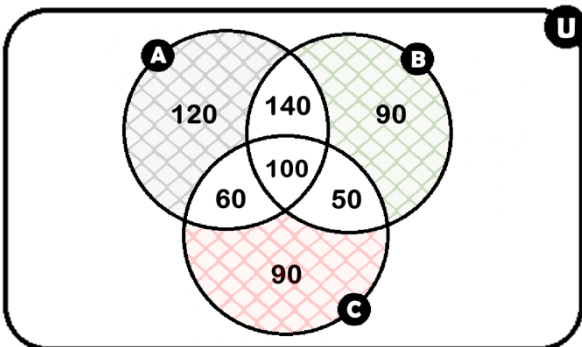
A seguir, devemos trabalhar com o número de elementos das intersecções dos conjuntos dois a dois. Como o número de elementos de  $A \cap B$  é 240 e desses, 100 já foram inseridos, restam apenas 140 elementos nessa intersecção. Como o conjunto  $A \cap C$  tem 160 elementos e já indicamos 100 elementos nessa



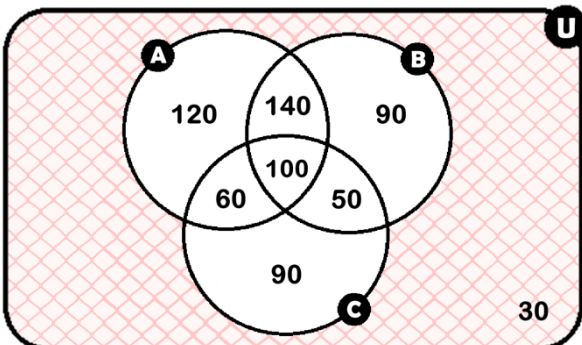
intersecção, faltam apenas 60 elementos para serem inseridos em  $A \cap C$ . Como  $B \cap C$  tem 150 elementos e desses, 100 já foram colocados, restam 50 elementos, os quais estarão apenas em B e C, mas não estarão em A.



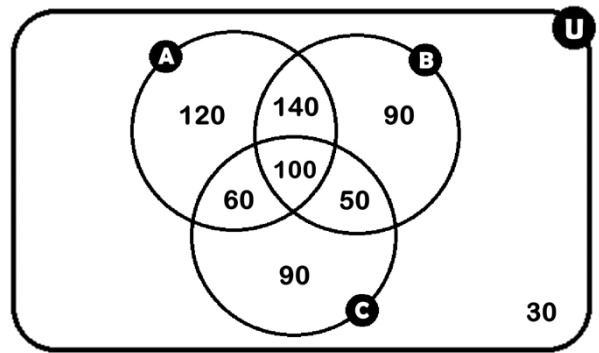
Como o número de elementos de A é 420 e já inserimos  $140 + 100 + 60 = 300$  elementos em A, faltam 120 elementos para completar o conjunto. Como o número de elementos do conjunto B é 380 e já foram indicados  $140 + 100 + 50 = 290$  deles, ainda restam 90 elementos para inserir em B. Como o número de elementos do conjunto C é 300, e desses, já foram colocados  $60 + 100 + 50 = 210$  elementos, ainda faltam 90 elementos para completar o conjunto C.



Por fim, o número de pessoas que não conhecem nenhum dos pontos turísticos é 30.



Logo, o total de pessoas entrevistadas foi  $120 + 140 + 100 + 60 + 90 + 50 + 90 + 30 = 680$ .

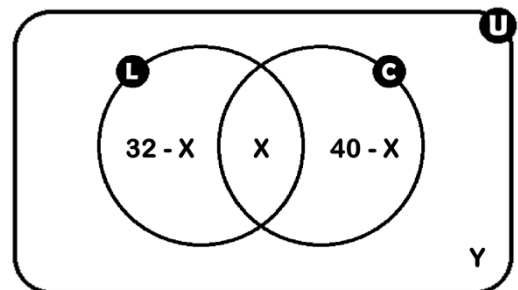


**Problema 03:** Num grupo de pesquisa com 60 membros, 32 integrantes gostam de pesquisas laboratoriais e 40 gostam de pesquisas de campo. O número de membros dessa classe que gostam de pesquisas laboratoriais e de pesquisas de campo é

- A** exatamente 32.
- B** exatamente 20.
- C** no máximo 12.
- D** no mínimo 12.
- E** exatamente 36.

**Solução:**

Denotando por  $x$  o número de membros que gostam de pesquisas laboratoriais e de campo, e por  $y$  o número de membros que não gostam de pesquisas laboratoriais nem de campo, podemos organizar as informações no diagrama abaixo, vejamos:



Como grupo tem 60 alunos, temos:

$$32 - x + x + 40 - x + y = 60 \Rightarrow y = x - 12.$$

Como  $y \geq 0$ , temos que  $x - 12 \geq 0 \therefore x \geq 12$ .

Assim, o número de alunos desta classe que gostam de pesquisas laboratoriais e de campo é no mínimo 12 e, no caso, no máximo 32.



**PRINCÍPIO DA INCLUSÃO-EXCLUSÃO**

*Princípio da Adição:* Se A e B são dois conjuntos disjuntos<sup>1</sup> com p e q elementos, respectivamente, então  $A \cup B$  possui  $p + q$  elementos.

Exemplo:

$$A = \{a, b, c, d\} \text{ e } B = \{e, f, g\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

Observe que  $n(A) = 4$ ,  $n(B) = 3$  e

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 4 + 3 = 7.$$

Veja agora o seguinte exemplo:

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

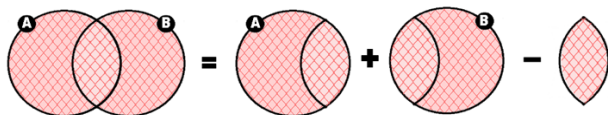
$$B = \{d, e, f\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

Ele nos mostra que mesmo  $n(A) = 5$  e  $n(B) = 3$ , temos que  $n(A \cup B) = 6$  e não 8 como esperávamos, isso porque a intersecção seria contada duas vezes.

Perceba, assim, que se A e B não forem conjuntos disjuntos, temos que

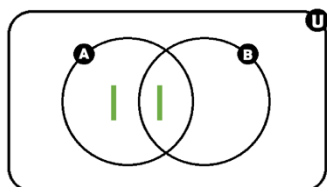
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B).$$



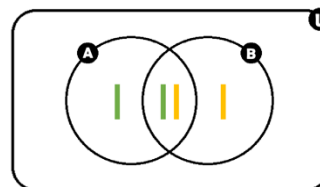
Outra maneira de compreendermos o Princípio da Inclusão-Exclusão dentro dos problemas é tentando compor as informações dadas para chegar no total de elementos do universo em questão.

Um primeiro tipo de problema que nos leva a usar essa técnica é aquele em que as “regiões” do diagrama que serão trabalhadas são A, B, (A e B), nenhum e total.

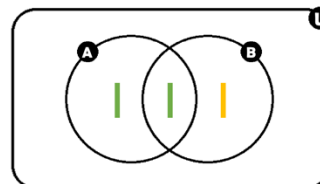
Assim, para chegarmos no total de elementos, devemos inserir todos os elementos de A, os quais representamos em verde.



Agora, acrescente todos os elementos do conjunto B, os quais estão representados em amarelo.

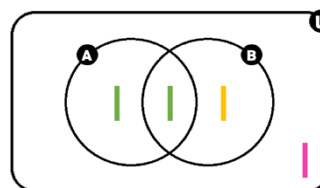


Note que a parte intersecção foi contabilizada duas vezes. Logo, para que não haja uma dupla contagem dos elementos dessa região, devemos excluí-la uma vez.



Observe que fazendo isso, a intersecção não deixará de ser contada.

Por fim, devemos colocar o “nenhum” (os elementos que não estão em A nem em B), o qual estaremos representando com a cor rosa. Dessa forma chegaremos no total de elementos do nosso universo.



Esse processo pode ser resumido da seguinte forma:

Região	O que devo fazer?	Operação
A	BOTA	(+)
B	BOTA	(+)
A e B	TIRA	(-)
Nenhum	BOTA	(+)
TOTAL	IGUALA	(=)



ANOTAÇÕES:

<sup>1</sup> Dois conjuntos são ditos disjuntos quando eles não possuem elementos em comum.

**Problema 04: (Ronaebson)** Em uma cooperativa de agricultores do município de Cajazeiras, foi realizada uma consulta em relação ao cultivo da cultura de milho e do feijão. Constatou-se que 145 associados cultivam milho, 95 cultivam o feijão e 55 cultivam ambos.

Sabendo que 20 cooperativados não cultivam milho nem feijão, qual é o número de agricultores da cooperativa?

- A** 315
- B** 260
- C** 240
- D** 205
- E** 185

**Solução:**

Seja *M* o conjunto dos cooperativados que cultivam milho, *F* daqueles que cultivam feijão, podemos organizar os dados da seguinte forma:

Região	Número de Elementos	Operação
<b>M</b>	145	(+)
<b>F</b>	95	(+)
<b>M e F</b>	55	(-)
<b>Nenhum</b>	20	(+)
<b>TOTAL</b>	<i>x</i>	(=)

Do esquema, temos a seguinte equação

$$145 + 95 - 55 + 20 = x$$

$$x = 205.$$

*Resposta: [D]*

Aproveite e tente resolver o **Problema 01** utilizando o Princípio da Inclusão-Exclusão.

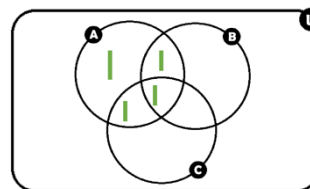
Para três conjuntos, o Princípio da Inclusão-Exclusão pode ser representado pela expressão:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

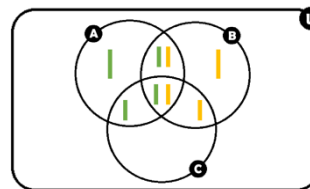
Claro que essa expressão pode ser vista a partir de uma perspectiva mais simples e prática, tentando compor as informações dadas para se chegar ao total de elementos do universo em questão.

Outro tipo de problema que nos leva a usar essa técnica é aquele em que as “regiões” do diagrama que serão trabalhadas são *A*, *B*, *C*, (*A* e *B*), (*A* e *C*), (*B* e *C*), (*A*, *B* e *C*), nenhum e total.

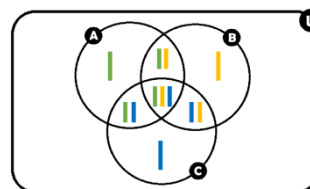
Assim, para chegarmos no total de elementos, devemos inserir todos os elementos de *A*, os quais representamos em verde;



depois todos os elementos do conjunto *B*, representados em amarelo;

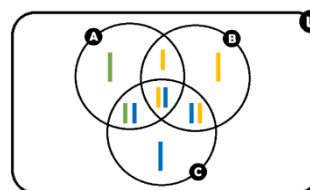


depois todos os elementos do conjunto *C*, representados em azul.

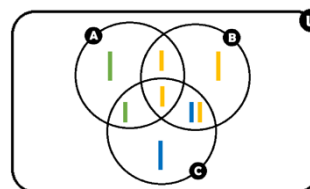


Note que algumas regiões foram contadas mais de uma vez. Para tanto, devemos eliminar essa múltipla contagem de uma mesma região.

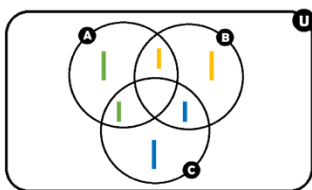
Vamos retirar, uma única vez, a região correspondente a  $A \cap B$ :



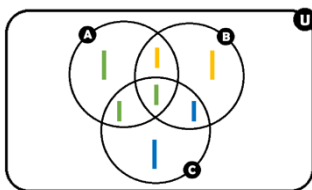
Retiremos agora, também uma única vez, a região correspondente a  $A \cap C$ .



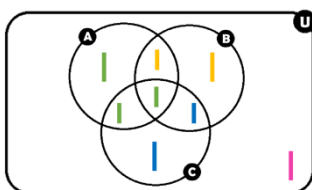
Retiremos também, uma única vez, a região correspondente a  $B \cap C$ .



Perceba, no entanto, que ao retirarmos as interseções duas a duas, a região  $A \cap B \cap C$  deixou de ser contabilizada, logo devemos inseri-la novamente.



Para em fim chegarmos ao total, basta inserir a região "nenhum" correspondente aos elementos que não pertencem a A, B ou C, representados em rosa.



Agora sim, cada região foi contada uma única vez, preenchendo todo o universo.

Esse processo pode ser resumido da seguinte forma:

Região	O que devo fazer?	Operação
<b>A</b>	BOTA	(+)
<b>B</b>	BOTA	(+)
<b>C</b>	BOTA	(+)
<b>A e B</b>	TIRA	(-)
<b>A e C</b>	TIRA	(-)
<b>B e C</b>	TIRA	(-)
<b>A, B e C</b>	BOTA	(+)
<b>Nenhum</b>	BOTA	(+)
<b>TOTAL</b>	IGUALA	(=)

**Problema 05: (Ronaebson)** A NETFLIX fez uma pesquisa com um grupo de espectadores para saber acerca da aprovação de três de suas séries de sucesso e obteve os seguintes dados:

Aprovaram	Número de Espectadores
<i>La Casa de Papel</i>	900
<i>13 Reasons Whay</i>	800
<i>The Crown</i>	700
<i>La Casa de Papel e 13 Reasons Whay</i>	500
<i>La Casa de Papel e The Crown</i>	400
<i>13 Reasons Whay e The Crown</i>	300
<i>As três series</i>	150

Sabendo que todos os espectadores entrevistados aprovaram pelo menos uma das três séries, o número de pessoas entrevistadas foi

- A** 1200.
- B** 1350.
- C** 2250.
- D** 2400.
- E** 3750.

**Solução:**

Observe que o número de pessoas que não aprovaram a qualquer uma das séries é zero. Logo, pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, temos:

Aprovaram	Número de Espectadores
<i>La Casa de Papel</i>	900 +
<i>13 Reasons Whay</i>	800 +
<i>The Crown</i>	700 +
<i>La Casa de Papel e 13 Reasons Whay</i>	500 -
<i>La Casa de Papel e The Crown</i>	400 -
<i>13 Reasons Whay e The Crown</i>	300 -
<i>As três series</i>	150 +
<b>Total de entrevistados</b>	<b>1350 =</b>

Resposta: [B]



ANOTAÇÕES:

**Problema 06: (Ronaebson)** Durante a reformulação do PPC do curso técnico em informática, os membros da comissão fizeram uma pesquisa com um grupo de potenciais alunos sobre os perfis do curso que eles teriam interesse, a saber: Hardware (*H*), Software (*S*) e Redes (*R*). Durante a pesquisa, os entrevistados podiam escolher pelo menos uma das áreas de interesse ou mesmo não esboçar interesse algum por elas. Ao final do processo os dados sobre os interesses foram compilados na tabela a seguir.

Perfil	Número de Interessados
Hardware	200
Software	300
Redes	150
Hardware e Software	100
Hardware e Redes	80
Software e Redes	70
Hardware, Software e Redes	50
Nenhum	30

Diante dos dados, temos que o número de entrevistados foi igual a

- A 450
- B 480
- C 650
- D 950
- E 980

**Solução:**

Pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, temos:

Perfil	Número de Interessados	Operação
H	200	+
S	300	+
R	150	+
H e S	100	-
H e R	80	-
S e R	70	-
H, S e R	50	+
Nenhum	30	+
Total	$x$	=

Do esquema, temos:

$$x = 200 + 300 + 150 - 100 - 80 - 70 + 50 + 30$$

$$x = 480.$$

Logo, o número de entrevistados foi 480.

Resposta: [B]

**Diagrama Matricial**

Alguns problemas envolvendo conjuntos podem ser resolvidos de maneira mais rápida e simples através da organização dos dados numa tabela, que aqui chamaremos de diagrama matricial.

Em geral, as situações que nos levarão ao uso dessa estratégia serão aquelas em que implícita ou explicitamente aparecer o conectivo "...ou...ou...". Por exemplo, quando olhamos para o conjunto dos fumantes e dos não fumantes, temos uma situação de disjunção (intersecção vazia), de modo que ou a pessoa é fumante ou não fumante, nunca ambos.

Vejamos uma aplicação desse método.

**Problema 07: (Ronaebson)** Dentre os inscritos no concurso público para professor do IFPB constatou-se que 60% são homens e 80% destes já possuem emprego. Além disso, sabe-se que 70% das mulheres não possuem emprego. Qual a porcentagem dos candidatos que já têm emprego?

- A 110%
- B 60%
- C 40%
- D 30%
- E 24%

**Solução:**

Do exposto temos que, se 60% são homens, então 40% são mulheres. Além disso, 80% dos homens possuem emprego, ou seja,  $0,8 \times 0,6 = 48\%$  do total são homens empregados. Logo, para completar os 60%, restam 12% que representam os homens desempregados.

Do problema, também temos que 70% das mulheres não possuem emprego, isto é,  $0,7 \times 0,4 = 28\%$  do total são mulheres desempregadas. Consequentemente, para completar os 40% referente às mulheres, faltam 12% que representam as mulheres empregadas.

Compilando as informações numa tabela, temos:

	EMPREGADOS	DESEMPREGADOS	TOTAL
HOMENS	48%	12%	60%
MULHERES	12%	28%	40%
TOTAL	60%	40%	100%

Logo, a porcentagem dos candidatos que já têm emprego é 60%.

Resposta: [B]

**Problema 08: (Ronaebson)** O curso Matemática Criativa tem hoje 1600 alunos. Eles estão distribuídos nas modalidades presencial ou online, não havendo intersecções entre elas. Além disso, na modalidade presencial, os alunos podem estar matriculados numa das duas sedes: ou em João Pessoa ou em Campina Grande.

A secretaria do curso fez um levantamento e constatou que:

- 400 são homens;
- 500 estudam na modalidade presencial na sede de João Pessoa, dos quais 100 são homens;
- 220 mulheres estudam na modalidade presencial na sede de Campina Grande;
- 800 alunos estudam na modalidade online.

Escolhendo-se um aluno ao acaso, a probabilidade de que seja um homem matriculado no curso online é

- Ⓐ 13,75%.
- Ⓑ 25,00%.
- Ⓒ 27,50%.
- Ⓓ 32,25%.
- Ⓔ 55,00%.

**Solução:**

	Presencial JP	Presencial CG	On-line	Total
<b>Homens</b>	100	80	220	<b>400</b>
<b>Mulheres</b>	400	220	580	<b>1200</b>
<b>Total</b>	<b>500</b>	<b>300</b>	<b>800</b>	<b>1600</b>

A probabilidade de que seja um homem matriculado no curso online é

$$\frac{220}{1600} = 13,75\%.$$

*Resposta: [A]*

Uma outra coletânea de problemas envolvendo conjuntos é aquela em que eles não conseguem ser resolvidos aplicando de forma direta o “bota e tira” tradicional e que, normalmente utilizamos o preenchimento do Diagrama de Veen. Esses problemas, em geral apresentam maiores especificidades com relação às regiões fornecidas. Nesses casos, você pode elaborar um “bota e tira” específico para os referidos problemas, quando for conveniente, claro.

Vejamos alguns exemplos.

**Problema 09: (Ronaebson)** Um levantamento foi feito com os alunos de um Centro de Matérias Isoladas de Natureza e todos faziam pelo menos um dos cursos isolados: Física, Química ou Biologia.

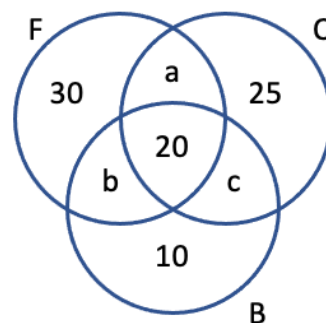
Os dados obtidos foram os seguintes:

- dos 80 alunos que faziam a isolada de Física, 30 não faziam as demais;
- dos 75 alunos que faziam a isolada de Química, 25 não faziam as demais;
- dos 60 alunos que faziam a isolada de Biologia, 10 não faziam as demais;
- 20 alunos faziam os cursos isolados das três disciplinas.

O total de alunos matriculados nesse centro é

- Ⓐ 130.
- Ⓑ 145.
- Ⓒ 195.
- Ⓓ 215.
- Ⓔ 260.

**Solução:**



Das informações, temos:

$$n(F) = 80 \Rightarrow a + b + 30 + 20 = 80$$

$$a + b = 30 \quad (*)$$

$$n(Q) = 75 \Rightarrow a + c + 25 + 20 = 75$$

$$a + c = 30 \quad (**)$$

$$n(B) = 60 \Rightarrow b + c + 10 + 20 = 60$$

$$b + c = 30 \quad (***)$$

Somando as equações (\*), (\*\*) e (\*\*\*) membro a membro, temos:

$$2a + 2b + 2c = 90 \Rightarrow a + b + c = 45.$$

Logo, o total de alunos matriculados nesse centro é

$$a + b + c + 20 + 30 + 25 + 10 = 45 + 85 = 130.$$

Outra maneira de resolver esse item é construindo um “Bota e Tira” para ele, da seguinte maneira:

Sugestão, desenhe o diagrama vazio e preencha as regiões observando o desenrolar do processo.

Conjuntos	Número de Alunos	Ação
F	80	+
Q	75	+
B	60	+
Só F	30	+
Só Q	25	+
Só B	10	+
S, T e C	20	-
<b>Dobro do Total</b>	<b>260</b>	<b>=</b>

Logo, o total será  $\frac{260}{2} = 130$ .

Resposta: [A]

**Problema 10: (Ronaebson)** Num grupo de jovens de uma comunidade foi feita uma pesquisa sobre uso de certos tipos de cigarros, a saber: cigarro eletrônico, cigarro de tabaco e cigarro de maconha.

Sabe-se que:

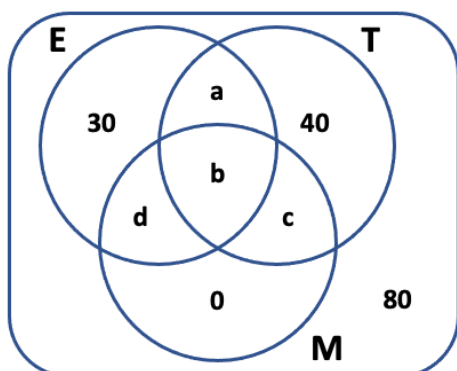
- 30 jovens indicaram usar apenas cigarro eletrônico;
- 40 jovens indicaram fumar apenas o cigarro de tabaco;
- a quantidade de jovens que fumam apenas o cigarro de maconha é zero;
- 25 jovens fumam o cigarro eletrônico e o cigarro de tabaco;
- 75 jovens usam pelo menos dois dos cigarros;
- 80 jovens disseram não usar qualquer um dos cigarros.

Diante dos dados da pesquisa, o número de jovens que fazem uso do cigarro eletrônico ou do cigarro de tabaco é igual a

- A** 70.
- B** 95.
- C** 120.
- D** 145.
- E** 225.

**Solução:**

Organizando os dados no diagrama de Venn, temos:



Como 75 jovens usam pelo menos dois dos cigarros, temos que

$$a + b + c + d = 75.$$

O número de jovens que fazem uso do cigarro eletrônico ou do cigarro de tabaco é igual a

$$a + b + c + d + 30 + 40 = 75 + 70 = 145.$$

Você também poderia responder essa questão construindo um “bota e tira” exclusivo para o problema, da seguinte forma:

Só E: 30	(+)
Só T: 40	(+)
Pelo menos dois: 75	(+)
E ou T: 145	(=)

Resposta: [D]

ANOTAÇÕES:

## **R** Hora de Praticar

### Questão 01

(Ronaebson)

Na rede social Instagram, cada publicação dispõe de um relatório acerca dos números associados às impressões, interações com o conteúdo e da atividade do perfil.

Um influencer fez um post e percebeu no relatório que, dentre todas as contas alcançadas, os números relacionados a compartilhamentos e comentários eram tais que:

- 2400 pessoas compartilharam;
- 4000 pessoas comentaram;
- 1800 pessoas compartilharam e comentaram;
- 28000 pessoas não compartilharam nem comentaram.

O número de contas alcançadas por essa publicação foi igual a

- A** 4600.
- B** 29800.
- C** 34400.
- D** 32600.
- E** 36200.

### Questão 02

(Ronaebson)

Um levantamento socioeconômico feito com os habitantes de Queimadas constatou que 800 têm plano de saúde e plano odontológico, 2000 têm plano odontológico e 2800 têm plano de saúde.

Considerando-se que 300 dos habitantes dessa cidade não têm plano de saúde nem plano odontológico, o total de habitantes de Queimadas é

- A** 4000.
- B** 4300.
- C** 4800.
- D** 5600.
- E** 6100.

### Questão 03

(Ronaebson)

Dos 50 alunos matriculados no primeiro período do Curso de Medicina da UFPB, 45 alunos foram aprovados na disciplina Anatomia, 43 na disciplina de Fisiologia e 41 foram aprovados em ambas.

O número de alunos que foram reprovados nas duas disciplinas simultaneamente foi igual a

- A** 3.
- B** 5.
- C** 9.
- D** 14.
- E** 47.

### Questão 04

(Ronaebson)

Uma entrevista foi realizada com um grupo de alunos de certa escola sobre suas preferências de postagens, a saber, se postavam no *feed* do Instagram ou no *storie*.

Os resultados da pesquisa foram compilados na tabela a seguir.

Tipos de Postagens	Número de Alunos
Feed	220
Storie	360
Feed e Storie	180

Sabendo que 40 alunos disseram que não postavam no feed nem no storie, o total de alunos entrevistados foi

- A** 400.
- B** 440.
- C** 580.
- D** 620.
- E** 800.

### Questão 05

(UNICHRISTUS\_2022)

Uma escola possui duas modalidades esportivas: vôlei e futebol. Na modalidade vôlei, atualmente, há 100 meninas e 80 meninos. Já na modalidade futebol, atualmente, há 80 meninas e 100 meninos matriculados. 60 meninas praticam vôlei e futebol. Ao todo, 230 alunos estão em qualquer prática esportiva, ou seja, vôlei ou futebol ou ambos os esportes.

Com base nas informações, o número de meninos que praticam vôlei e não praticam futebol é:

- A** 10.
- B** 20.
- C** 30.
- D** 50.
- E** 70.

### Questão 06

(UECE\_2022)

Em uma pesquisa que envolveu 120 alunas de uma academia de dança, foram obtidos os seguintes dados: 80 delas querem ser atrizes, 70 querem ser cantoras e 50 querem ser atrizes e cantoras. Considerando estes dados, é correto concluir que o número de alunas que não querem ser cantoras nem atrizes é

- A** 30.
- B** 20.
- C** 50.
- D** 40.



**Questão 07**

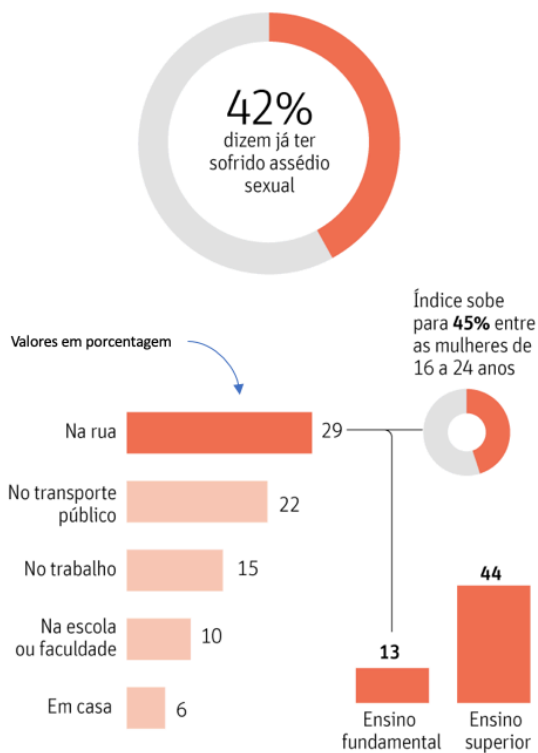
(Ronaebson)

"O assédio sexual tem um problema que é a falta de entendimento de que ele é uma violência. As mulheres vivenciam isso, mas entendem que é algo que faz parte de ser mulher. Essa identificação precisa ser trabalhada", afirma Juliana de Faria, fundadora da ONG Think Olga.

Os dados ligados ao tema costumam variar em diferentes pesquisas. Um estudo feito em 2016 pela organização ActionAid, por exemplo, mostrou um índice ainda maior: 86% das 503 brasileiras entrevistadas já haviam sofrido assédio em público.

**ASSÉDIO NO BRASIL**

% de mulheres que dizem já terem sido assediadas sexualmente



\*Uma entrevistada pode ter sofrido assédio em mais de um lugar  
Fonte: Pesquisa Datafolha que entrevistou 1.427 brasileiras com 16 anos ou mais, nos dias 29 e 30.nov, com margem de erro de 2 pontos percentuais

Seja R o conjunto das mulheres que já sofreram assédio sexual nas ruas, T o conjunto das mulheres que já sofreram assédio sexual em transportes públicos e assumindo que 38% das mulheres fazem parte do conjunto R ou do conjunto T, tem-se que a porcentagem de mulheres que fazem parte do conjuntos R e T simultaneamente é igual a

- A 11%.
- B 13%.
- C 25%.
- D 40%.
- E 51%.

**Questão 08**

(Ronaebson)

As principais tessituras vocais de um coro, do grave ao agudo, são as vozes dos baixos, barítonos, tenores, contraltos e sopranos. Normalmente, com raras exceções, os homens são designados para cantar como baixos, barítonos ou tenores, e as mulheres como contraltos ou sopranos.

Um coral famoso em Bayeux é composto de 34 homens e 28 mulheres, sendo que, dentre os homens, nenhum é capaz de cantar como baixo, 16 são capazes de cantar como barítonos, e 22 como tenores; dentre as mulheres, 18 são capazes de cantar como sopranos, e 13 como contraltos. Se nenhuma pessoa desse coral pode ser designada para cantar em uma tessitura comumente atribuída a uma pessoa do sexo oposto, o número de integrantes desse coral que são capazes de cantar em duas tessituras vocais diferentes é

- A 3.
- B 4.
- C 7.
- D 8.
- E 9.

**Questão 09**

(Ronaebson)

O professor História aplicou um conjunto de três atividades com seus 200 alunos do Ensino Médio do IFPB, a saber, uma prova escrita, uma prova oral e um trabalho de pesquisa. Sabe-se que todos os alunos fizeram pelo uma das atividades. Dos 200 alunos avaliados, 84 fizeram a prova escrita, 72 fizeram prova oral e 24 fizeram tanto a prova escrita como a prova oral.

Como o professor perdeu a lista dos alunos que fizeram o trabalho de pesquisa, se atrapalhou um pouco na contabilidade, entretanto, depois de alguns cálculos pode inferir que o número de alunos que fizeram apenas o trabalho de pesquisa e não participaram das outras duas provas foi

- A 20.
- B 34.
- C 68.
- D 72.
- E 132.



**Questão 10**

(Ronaebson)

Foi recomendado a um grupo de 300 alunos que eles praticassem atividades físicas com o intuito de melhorar a saúde, o bem estar emocional e gerar mais disposição. As atividades recomendadas foram corrida ou natação.

Um pesquisa foi realizada com os alunos do grupo para saber seus gostos em relação aos dois esportes, de modo que 180 indicaram gostar de corrida, 150 disseram gostar de natação e 30 disseram não gostar de qualquer um esportes.

Um aluno do grupo é selecionado ao acaso, a probabilidade de que ele tenha sinalizado gostar de ambos os esportes, isto é, corrida e natação, é igual a

- A 2%.
- B 20%.
- C 40%.
- D 60%.
- E 80%.

**Questão 11**

(Ronaebson)

Em virtude da pandemia do coronavírus e do isolamento social, as escolas e cursinhos tiveram que se adequar a modalidade de ensino a distância.

Um determinado curso aplicou uma enquete entre seus alunos para saber suas aprovações em relação aos momentos síncronos e assíncronos. Sabe-se que 540 disseram aprovar os momentos síncronos, 460 aprovaram os momentos assíncronos, 300 alunos aprovaram os dois momentos e 160 disseram não aprovar qualquer um dos momentos por não se adaptarem a modalidade de ensino à distância.

Dado que todos os alunos responderam à enquete, temos que o total de alunos do curso é

- A 700.
- B 840.
- C 860.
- D 1140.
- E 1460.

**Questão 12**

(FCM-MG\_2022)

Com a finalidade de conhecer a preferência de seus clientes em relação a três diferentes tipos de vacina, utilizadas na prevenção de doenças causadas por determinado vírus, a equipe de *marketing* de um laboratório fez uma pesquisa com 900 pessoas, as quais foram questionadas sobre:

**Qual vacina você gostaria de receber?  
A, B ou C?**

Com as informações coletadas, elaborou-se o seguinte quadro:

Tipo de vacina	Número de Pessoas
A	468
B	367
C	284
A e B	145
A e C	105
B e C	137
A, B e C	68

De posse dessas informações, é CORRETO inferir que a porcentagem de pessoas que não responderam à pergunta ou afirmaram que não receberiam vacina foi, aproximadamente, de:

- A 26%.
- B 22%.
- C 13%.
- D 11%.

**Questão 13**

(Ronaebson)

Durante um estudo sobre a utilização do ChatGPT numa comunidade comercial, foram entrevistados um grupo de pessoas e todas elas faziam parte de pelo menos um dos três grupos de usuários: S, A e R. O conjunto S representa usuários que utilizam o ChatGPT para suporte técnico, o conjunto A representa usuários que utilizam o ChatGPT para atendimento ao cliente, e o conjunto R representa usuários que utilizam o ChatGPT para recomendação de produtos.

No conjunto S, foram entrevistados 130 usuários, dos quais 70 também utilizam o ChatGPT para atendimento ao cliente. No conjunto A, foram entrevistados 120 usuários, dos quais 60 também utilizam o ChatGPT para recomendação de produtos. No conjunto R, foram entrevistados 140 usuários, dos quais 50 também utilizam o ChatGPT para suporte técnico.

Dado que o número de entrevistados que usam o ChatGPT para suporte técnico, atendimento ao cliente e recomendação de produtos é 20, o número de usuários dentre os entrevistados que não utilizam o ChatGPT para recomendação de produtos é

- A 270.
- B 230.
- C 180.
- D 140.
- E 90.

**Questão 14**

(Ronaebson)

“A atividade física oferece importantes benefícios à população da terceira idade, tais como, a prevenção e diminuição de problemas cardiovasculares, pulmonares, auxílio no controle da diabetes, artrite, doenças cardíacas, fortalecimento muscular, manutenção da densidade óssea entre outros benefícios; proporcionando melhorias significativas no equilíbrio, na velocidade de andar, no reflexo, na ingestão alimentar, diminuição da depressão, e prevenindo a tão temida osteoporose e suas consequências degenerativas.”

<https://www.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/fisioterapia/a-importancia-da-atividade-fisica-na-terceira-idade/18853>

Um grupo de senhoras, preocupadas com o bem estar físico e mental, decidiram praticar atividades físicas dentre as modalidades: dança, ioga e pilates. Sabe-se que todas as senhoras do grupo praticam pelo menos uma das atividades citadas e, além disso, algumas praticam mais de uma atividade conforme mostra a tabela a seguir.

Atividade(s) Física(s)	Nº de Senhoras que praticam
Dança	52
Ioga	68
Pilates	45
Dança e Ioga	18
Dança e Pilates	15
Ioga e Pilates	12
Dança, Ioga e Pilates	5

Com base nos dados, o número de senhoras que participam do grupo é igual a

- A 115.
- B 120.
- C 125.
- D 165.
- E 215.

ANOTAÇÕES:

**Questão 15**

Devido ao aumento do tráfego aéreo durante a Copa do Mundo, uma companhia aérea contratou, para esse período, 100 funcionários temporários, que falam ao menos uma dentre as seguintes línguas estrangeiras: inglês, espanhol e francês.

A empresa revelou que, entre eles, o número de falantes das línguas era:

Língua(s)	Nº de Falantes
Inglês	80
Espanhol	55
Francês	30
Inglês e Espanhol	40
Inglês e Francês	21
Espanhol e Francês	17

De acordo com os dados da tabela, o número de funcionários temporários que falam as três línguas estrangeiras citadas é

- A 4.
- B 8.
- C 11.
- D 13.
- E 16.

**Questão 16**

(Ronaebson)

Um empreendedor resolveu fazer uma pesquisa de mercado para decidir em qual segmento abriria sua empresa de eventos. As pessoas entrevistadas poderiam indicar um ou mais tipos de festas elas promoveriam se tivessem condições, a saber: festa infantil, festa de formatura e festa de casamento.

Os resultados da pesquisa foram compilados na tabela a seguir:

Tipo de Festa	Número de Interessados
Infantil	130
Formatura	200
Casamento	150
Infantil e Formatura	80
Infantil e Casamento	90
Formatura e Casamento	100
Infantil, Formatura e Casamento	60

Dado que 40 pessoas disseram não ter interesse em promover festas, o número de pessoas entrevistadas foi

- A 270.
- B 300.
- C 310.
- D 330.
- E 480.

**Questão 17**

(Ronaebson)

Um empreendedor resolveu fazer uma pesquisa de mercado para decidir em qual segmento abriria seu restaurante. As pessoas entrevistadas poderiam indicar um ou mais tipos de restaurantes que elas iriam se tivessem condições, a saber: japonês, churrascaria e italiano.

Os resultados da pesquisa foram compilados na tabela a seguir:

Tipo de Restaurante	Número de Interessados
Japonês	140
Churrascaria	210
Italiano	160
Japonês e Churrascaria	90
Japonês e Italiano	100
Churrascaria e Italiano	80
Japonês, Churrascaria e Italiano	50

Dado que 10 pessoas disseram não ter interesse em qualquer um dos tipos de restaurante, o número de pessoas entrevistadas foi

- A 250.
- B 290.
- C 300.
- D 320.
- E 510.

**Questão 18**

(Ronaebson)

Durante o período de pandemia e distanciamento social, uma escola de classe alta de Minas Gerais teve suas aulas presenciais suspensas, ficando todas remotas. Para poder se planejar, fez uma pesquisa junto a seus alunos para saber quais dispositivos eletrônicos eles possuíam, dentre smartphone, tablet ou computador.

Dentre os 270 alunos que responderam a pesquisa obteve-se que:

- 230 alunos possuem smartphone;
- 200 alunos possuem tablets;
- 220 alunos possuem computador;
- 190 alunos possuem smartphone e computador;
- 180 alunos possuem smartphone e tablet;
- 170 alunos possuem computador e tablet;

Dado que todos os alunos dessa escola possuem pelo menos um dos itens, o número de alunos que possuem computador e tablet mas não possuem smartphone é

- A 10.
- B 20.
- C 30.
- D 90.
- E 150.

**Questão 19**

(Ronaebson)

As únicas marcas de celulares vendidas em uma loja de um shopping da Paraíba, em um certo mês, foram Tony (T), Landung (L) e Napple (N). Os vendedores constataram que a venda se deu de acordo com a tabela abaixo.

Marcas vendidas	Número de compradores
T	35
L	40
N	40
T e L	15
T e N	12
L e N	10
T, L e N	5

A partir do que foi exposto, o número de pessoas que não levaram a marca Tony (T) é igual a

- A 115
- B 83
- C 48
- D 40
- E 35

**Questão 20**

(Ronaebson)

Foi feita uma pesquisa com alguns alunos do curso de Informática do campus Campina Grande acerca do domínio de três linguagens de programação e os resultados foram os seguintes:

- 90 dominam HTML;
- 100 dominam Java;
- 110 dominam Python;
- 60 dominam HTML e Java;
- 50 dominam HTML e Python;
- 40 dominam Java e Python;
- 30 dominam as três linguagens;
- 20 não dominam qualquer uma das três linguagens.

Se um aluno é escolhido ao acaso, a probabilidade de que ele domine HTML e não domine Java é

- A 15%.
- B 20%.
- C 25%.
- D 30%.
- E 45%.

**Questão 21**

(Ronaebson)

Um pesquisador está estudando a presença de um tipo específico de gene em uma população de aves. Ele divide as aves em dois conjuntos disjuntos (sem intersecção): A e B. O conjunto A representa as aves de um determinado habitat florestal, enquanto o conjunto B representa as aves de um habitat costeiro. Após realizar análises genéticas em ambas as populações, o pesquisador compilou os seguintes dados:

- o conjunto A é composto por 50 aves, das quais 30 possuem o referido tipo de gene;
- O conjunto B é composto por 60 aves;
- 70 aves não apresentaram o referido tipo específico de gene;

Considerando as aves dos dois habitats estudados, o número de aves que possuem o referido tipo específico de gene é

- A** 10.
- B** 20.
- C** 30.
- D** 40.
- E** 110.

**Questão 22**

(Ronaebson)

Influenciado pelo clima de início de ano e recomeço, um grupo de 200 alunos fez uma votação para eleger que animal seria o futuro mascote do Curso de Veterinária que seria estampado na camisa e como ele seria chamado. As opções finais para a escolha do animal foram golfinho e papacu, e os nomes Pierre e Mendel.

Os alunos fizeram outra votação, em que cada um precisaria escolher um animal e um nome. Os resultados da eleição final foram:

- 18 votos para Pierre.
- 90 votos para papacu.
- 102 votos para golfinho chamada Mendel.

Considerando que todos os alunos votaram em exatamente um animal e em um único nome para o mascote, o número de votos para o papacu chamado Pierre foi

- A** 8.
- B** 10.
- C** 18.
- D** 80.
- E** 98.

**Questão 23**

(Ronaebson)

Um avião fretado por uma operadora de turismo de Santa Catarina partiu de Florianópolis com destino a João Pessoa, na Paraíba, com 140 passageiros. Durante o vôo, cada passageiro respondeu a um questionário com as seguintes perguntas:

- ☞ Já voou antes?
- ☞ Já esteve em João Pessoa?

Depois que os dados foram compilados, percebeu-se que 105 passageiros não conheciam João Pessoa e desses, 83 voaram pela primeira vez, além disso, 12 passageiros já haviam voado e conheciam João Pessoa.

A agência de viagens decidiu sortear entre os turistas um pacote de diárias numa suíte presidencial. Um passageiro é selecionado ao acaso e verificou-se que ele nunca tinha viajado de avião.

Qual a probabilidade de que ele conhecesse João Pessoa?

- A** 23/140
- B** 23/106
- C** 1/4
- D** 23/35
- E** 53/70

**Questão 24**

(Ronaebson)

Preocupada com o rendimento da sua turma de 6º Ano, tia Ray fez um levantamento dos alunos que passaram na etapa e daqueles que foram para a recuperação, além disso ela fez uma avaliação disciplinar de cada um deles, classificando-os como disciplinado ou indisciplinado.

Os dados coletados indicaram que dos 30 alunos da turma:

- 20 foram aprovados;
- 21 eram disciplinados e destes, 3 foram para recuperação;

Dentre os que foram para a recuperação, o percentual de indisciplinados é

- A** 70%.
- B** 50%.
- C** 30%.
- D** 20%.
- E** 10%.

**Questão 25**

(Ronaebson)

Após uma pesquisa realizada na Paraíba com um grupo de 120 alunos que estão se formando em Medicina sobre setores que eles gostariam de atuar, devendo escolher apenas um dentre PSF, SAMU ou UTI, constatou-se que

- 58 eram mulheres;
- 33 pessoas gostariam de atuar na UTI, das quais 17 eram homens;
- 12 homens gostariam de atuar no PSF;
- 19 mulheres gostariam de atuar no SAMU;

O número de alunos que gostariam de atuar no PSF é

- A** 16.
- B** 23.
- C** 33.
- D** 35.
- E** 52.

**Questão 26**

(Ronaebson)

Num grupo de 60 escoteiros, 11 sabem escalar, 31 são homens ou sabem escalar e 3 mulheres sabem escalar.

Um escoteiro foi escolhido ao acaso e percebeu-se que ele não sabe escalar. Qual a probabilidade de ser uma mulher?

- A** 29/60
- B** 29/49
- C** 29/32
- D** 32/49
- E** 49/32

**Questão 27**

(UERJ\_2003)

Considere um grupo de 50 pessoas que foram identificadas em relação a duas categorias: quanto à cor dos cabelos, loiras ou morenas; quanto à cor dos olhos, azuis ou castanhos. De acordo com essa identificação, sabe-se que 14 pessoas no grupo são loiras com olhos azuis, que 31 pessoas são morenas e que 18 têm olhos castanhos.

O número de pessoas morenas com olhos castanhos é

- A** 5
- B** 13
- C** 14
- D** 18
- E** 31

**Questão 28**

(Ronaebson)

Dos 130 alunos do 3º Ano do IFPB Campus Santa Rita, sabe-se que:

- 45 moram na Zona Rural, recebem auxílio transporte e recebem auxílio alimentação.
- 9 alunos moram na Zona Rural, recebem auxílio transporte, mas não recebem auxílio alimentação.
- 27 não moram na Zona Rural, não recebem auxílio transporte e não recebem auxílio alimentação.
- 55 moram na Zona Rural e recebem auxílio alimentação.
- 65 moram na Zona Rural.
- 68 recebem auxílio transporte e recebem auxílio alimentação.
- 80 recebem auxílio transporte.

Quantos alunos recebem o auxílio alimentação?

- A** 12
- B** 22
- C** 78
- D** 80
- E** 90

**Questão 29**

(Ronaebson)

Numa empresa com 32 funcionários, sabe-se que:

- 5 funcionários moram no Bessa, vão de ônibus e almoçam na empresa.
- 3 funcionários moram no Bessa, vão de ônibus, mas não almoçam na empresa.
- 9 funcionários não moram no Bessa, não vão de ônibus e não almoçam na empresa.
- 11 funcionários moram no Bessa e almoçam na empresa.
- 16 funcionários moram no Bessa.
- 9 funcionários vão de ônibus e almoçam na empresa.
- 13 funcionários vão de ônibus.

Quantos funcionários almoçam na empresa?

- A** 11
- B** 15
- C** 17
- D** 18
- E** 19

**Questão 30**

(Ronaebson)

Um avião europeu viajava com 148 passageiros, dos quais:

- 76 eram holandeses;
- 54 eram mulheres;
- 40 eram alcóolatrás;
- 38 eram mulheres holandesas;
- 22 eram mulheres alcóolatrás;
- 20 eram holandeses alcóolatrás;
- 18 eram mulheres holandesas alcóolatrás.

O número de homens não holandeses e não alcóolatrás é

- A** 8.
- B** 22.
- C** 40.
- D** 58.
- E** 108.

**Questão 31**

(Ronaebson)

A NETFLIX é uma provedora global de *filmes*, *séries* e *documentários* via streaming, que podem ser acessados através de várias plataformas como notebooks, tablets, smartphones, videogames e, claro, a TV. Numa pesquisa feita com um grupo de 5000 potenciais clientes sobre suas preferências acerca das categorias (filmes, séries ou documentários), a administração constatou que

- 3000 deles mostraram interesse em pelo menos duas das categorias oferecidas;
- 1900 interessaram-se pelas três categorias ofertadas.
- 200 não tinham interesse por qualquer uma delas.

O número de pessoas, dentre os entrevistados, que disseram ter preferência por exatamente uma das categorias oferecidas foi

- A** 1800.
- B** 2000.
- C** 2100.
- D** 3200.
- E** 4800.



ANOTAÇÕES:

**Questão 32**

(Ronaebson)

De uma escola de Cajazeiras, partiu uma excursão para João Pessoa com 40 alunos. Ao chegar em João Pessoa, 2 alunos adoeceram e não frequentaram as praias. Todos os demais alunos frequentaram as praias, sendo 20 pela manhã e à tarde, 12 somente pela manhã, 3 somente à noite e 8 pela manhã, à tarde e à noite. Se ninguém frequentou as praias somente no período da tarde, quantos alunos frequentaram as praias à noite?

- A** 3
- B** 6
- C** 11
- D** 14
- E** 37

**Questão 33**

(Ronaebson)

Um curso isolado fez uma pesquisa com seus alunos para saber que tipo de atendimento para tirar dúvidas eles gostariam de ter nos horários extra classe. Na pesquisa feita com os 860 alunos sobre suas preferências acerca das possibilidades (monitoria presencial, monitoria na plataforma ou dúvidas pelo WhatsApp), foi constatado que

- todos os alunos indicaram pelo menos uma das modalidades;
- 240 alunos optaram apenas por monitoria presencial;
- 300 alunos indicaram que gostariam de ter a três modalidades à disposição;
- 350 alunos indicaram que gostariam de ter a monitoria presencial e a monitoria na plataforma;
- Apenas 10 alunos optaram exclusivamente pela monitoria na plataforma.
- 120 alunos indicaram que gostariam do atendimento apenas pelo WhatsApp.

Quantos alunos indicaram que gostariam de poder tirar dúvidas pelo WhatsApp?

- A** 120
- B** 420
- C** 500
- D** 560
- E** 580



**Questão 34**

(Ronaebson)

Em uma escola foi realizada uma pesquisa para saber quais redes sociais seus alunos usavam, se Facebook, Instagram ou Twitter. Os resultados obtidos foram os seguintes:

- 200 alunos usam o Facebook;
- 40 alunos usam as três redes sociais;
- 60 alunos usam o Facebook e o Instagram;
- 50 alunos usam Facebook e Twitter;
- 20 alunos usam somente o Twitter;
- 120 alunos usam o Instagram;
- Todos os alunos usam pelo menos uma rede social;

Com base no exposto, o número de alunos da escola é

- A** 230 alunos.
- B** 240 alunos.
- C** 250 alunos.
- D** 270 alunos.
- E** 280 alunos.

**Questão 35**

(Ronaebson)

Para melhor planejamento do próximo ano letivo, os gestores do IFPB-Santa Rita fizeram um levantamento sobre o número de projetos de pesquisa desenvolvidos no campus. Esses projetos poderiam ser da área de Exatas, de Humanas ou área Técnica.

Dos 240 alunos matriculados na instituição, constatou-se que:

- 40 desenvolveram projetos da área de exatas e da área de humanas, mas não da área técnica.
- 30 desenvolveram projetos das três áreas.
- 120 construíram projetos da área de Exatas.
- 80 construíram projetos da área de Humanas.

Sabendo que 30 alunos não desenvolveram projetos de pesquisa, o número de alunos que desenvolveram projetos apenas da área Técnica foi

- A** 70.
- B** 80.
- C** 100.
- D** 140.
- E** 170.

**Questão 36**

(Ronaebson)

Numa pesquisa para a testagem de um novo medicamento, um grupo de pacientes idosos é classificado quanto a presença das patologias: diabetes, hipertensão e arteriosclerose.

Sabe-se que desses pacientes:

- 20 não possuem qualquer uma dessas doenças;
- 120 possuem diabetes ou hipertensão, mas não possuem arteriosclerose;
- 50 possuem diabetes e arteriosclerose;
- 60 têm hipertensão e arteriosclerose;
- 30 têm apenas arteriosclerose;
- 40 são acometidos com as três patologias.

Se um desses pacientes é escolhido ao acaso, a probabilidade dele possuir arteriosclerose é

- A** 1/12.
- B** 5/12.
- C** 6/25.
- D** 7/12.
- E** 1/2.

**Questão 37**

(Ronaebson)

Uma prova continha dois problemas: 30 alunos acertaram somente um problema, 22 alunos acertaram o segundo problema, 10 alunos acertaram os dois problemas e 17 alunos erraram o primeiro problema.

O número de alunos que fizeram a prova é

- A** 5
- B** 10
- C** 12
- D** 18
- E** 45

**Questão 38**

(Ronaebson)

Supondo que em um levantamento entre discentes, acerca do conhecimento de idiomas, constatou-se que 57 são fluentes em alemão, 63 são fluentes em italiano, 40 em libras, 14 em alemão e italiano, mas não em libras, 6 em alemão e libras, mas não em italiano, 10 em italiano e libras, mas não em alemão, e apenas 7 alunos são fluentes nos três idiomas.

Dado que todos os alunos são fluentes em pelo menos um dos idiomas citados, o número de discentes fluentes em libras mas não em italiano é

- A** 17.
- B** 23.
- C** 27.
- D** 32.
- E** 37.

**Questão 39**

Através de uma pesquisa sobre a frequência de uso das especialidades de ortopedia, dermatologia e pediatria, oferecidas numa dada clínica infantil, constatou-se que:

- 15 pacientes já fizeram consulta com a ortopedia e dermatologia, mas nunca utilizaram a pediatria.
- 30 pacientes já fizeram consulta com a ortopedia e a pediatria.
- 20 pacientes já fizeram consulta com a ortopedia, dermatologia e com a pediatria.
- 265 utilizaram a dermatologia.
- 180 utilizaram apenas a dermatologia.
- 145 já fizeram consulta com a ortopedia.

Sabendo que a clínica tem o registro de 605 pacientes, quantos deles utilizaram apenas a pediatria?

- A** 230
- B** 240
- C** 245
- D** 250
- E** 280

**Questão 40**

(UFPE\_2011)

Os alunos de uma turma cursam alguma(s) dentre as disciplinas Matemática, Física e Química.

Sabendo que:

- o número de alunos que cursam Matemática e Física excede em 5 o número de alunos que cursam as três disciplinas;
- existem 7 alunos que cursam Matemática e Química, mas não cursam Física;
- existem 6 alunos que cursam Física e Química, mas não cursam Matemática;
- o número de alunos que cursam exatamente uma das disciplinas e 150;
- o número de alunos que cursam pelo menos uma das três disciplinas e 190.

Quantos alunos cursam as três disciplinas?

- A** 5
- B** 18
- C** 22
- D** 168
- E** 190

**Questão 41**

(PUC-RS\_2022)

Uma rede de farmácias fez uma pesquisa de mercado com consumidores para descobrir suas preferências em relação a dois tipos de analgésicos, tipo 1 e tipo 2. Os resultados da pesquisa indicam que

- 190 pessoas compram o analgésico do tipo 1;
- 130 pessoas compram o analgésico do tipo 2;
- 60 pessoas compram os dois tipos de analgésicos;
- 230 pessoas não compram nenhum dos dois tipos.

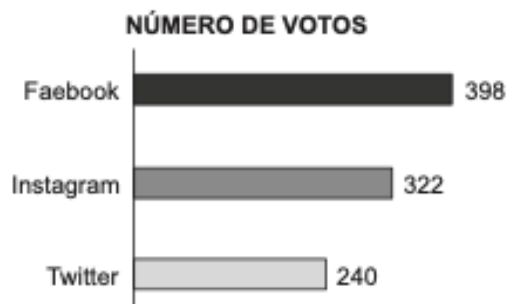
De acordo com essas informações, o número de entrevistados foi

- A** 230
- B** 320
- C** 490
- D** 610

**Questão 42**

(INSPER)

Uma pesquisa foi feita com 500 jovens, usuários de redes sociais, para identificar quais costumam ser as opções utilizadas com maior frequência por esse público quando navegam pela internet. A distribuição dos votos está descrita a seguir:



Dado que todo participante da pesquisa votou em pelo menos uma das três opções e que 28% responderam que utilizam as três redes sociais indicadas na pesquisa, então o número de participantes que respondeu que navega em apenas duas das três redes sociais presentes na pesquisa é igual a

- A** 250
- B** 220
- C** 280
- D** 180
- E** 320



**Questão 43**

(UFMG)

Uma pesquisa foi feita com um grupo de pessoas que frequentam, pelo menos, uma das três livrarias, A, B e C.

Foram obtidos os seguintes dados:

- das 90 pessoas que frequentam a Livraria A, 28 não frequentam as demais;
- das 84 pessoas que frequentam a Livraria B, 26 não frequentam as demais;
- das 86 pessoas que frequentam a Livraria C, 24 não frequentam as demais;
- oito pessoas frequentam as três livrarias.

O número total de pessoas ouvidas nessa pesquisa foi

- A** 25.
- B** 54.
- C** 79.
- D** 158.
- E** 165.

**Questão 44**

(PUC-RJ)

Uma prova com duas questões foi dada a uma classe de quarenta alunos. Dez alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira e 20 acertaram a segunda questão.

Quantos alunos erraram as duas questões?

- A** 1
- B** 5
- C** 8
- D** 10
- E** 40

**Questão 45**

Para testar a popularidade de três revistas (A, B e C), vendidas em uma determinada comunidade, a editora responsável pelas publicações fez uma pesquisa na qual entrevistou vários leitores, estatisticamente selecionados. Os resultados foram os seguintes:

- 20% leem as revistas A e B;
- 20% leem as revistas A e C;
- 20% leem as revistas B e C;
- 30% leem somente uma revista;
- 20% não lê nenhuma das três revistas.

Logo, a porcentagem do total de pessoas entrevistadas que leem as três revistas é

- A** 0.
- B** 5%.
- C** 10%.
- D** 15%.
- E** 20%.

**Questão 46**

(Ronaebson)

Uma agência de investimentos realizou uma análise dos investimentos de um grupo de clientes cujo perfil é conservador. Os resultados apontaram que, desse grupo, 80% investem em CDB, 55% em previdência privada e 25% no tesouro direto. A equipe de análise descobriu que 15% dos clientes operavam com essas três opções e que todos os clientes operam em pelo menos um dos tipos de investimentos citados.

Cláudio é um funcionário dessa agência e dará início a um plano de ação voltado para apresentar novas opções de investimentos a esses clientes. Sorteando um dos clientes que participou da análise feita, a probabilidade de esse cliente operar somente em duas das opções de investimentos é igual a

- A** 15%.
- B** 65%.
- C** 50%.
- D** 45%.
- E** 30%.

**Questão 47**

(UFSC\_Adaptada)

Preocupado com a saúde de seus funcionários, o dono de uma empresa realizou uma pesquisa sobre os hábitos alimentares de seus empregados. Ele constatou que todos se alimentam ao menos uma vez ao dia e que, devido à rotina familiar e de trabalho, os únicos momentos de alimentação são: café da manhã, almoço e jantar. Os funcionários deveriam responder quando se alimentavam com algum tipo de proteína de origem animal. A pesquisa revelou que:

- 12 ingerem algum tipo de proteína animal apenas no café da manhã;
- 17 ingerem algum tipo de proteína animal apenas no jantar;
- 147 ingerem algum tipo de proteína animal no almoço;
- 97 ingerem algum tipo de proteína animal no café da manhã e no almoço;
- 94 ingerem algum tipo de proteína animal no café da manhã e no jantar;
- 87 ingerem algum tipo de proteína animal no almoço e no jantar; e
- 66 ingerem algum tipo de proteína animal no café da manhã, no almoço e no jantar.

Dado que o total de funcionários da empresa for 260, do número de funcionários que não se alimentam com proteína animal em nenhuma das refeições é

- A** 49.
- B** 56.
- C** 61.
- D** 68.
- E** 70.

**Questão 48**

(Ronaebson)

Uma pesquisa feita entre os estudantes de medicina da UFCG buscou avaliar as preferências entre duas disciplinas do 5º período, dos 45 alunos, 20 gostavam de cardiologia e pneumologia, 30 de pneumologia, 8 gostavam apenas de cardiologia e 7 alunos não gostam de nenhuma das duas disciplinas. Um aluno foi escolhido ao acaso, sabendo que ele não gosta de cardiologia, qual a probabilidade dele gostar apenas de pneumologia?

- A 2/9
- B 17/45
- C 7/10
- D 10/17
- E 1/3

**Questão 49**

(UERJ)

Em uma escola circulam dois jornais: *Correio do Grêmio* e *O Estudante*. Em relação à leitura desses jornais, por parte dos 840 alunos da escola, sabe-se que:

- 10% não leem esses jornais;
- 520 leem o jornal *O Estudante*;
- 440 leem o jornal *Correio do Grêmio*.

O número total de alunos do colégio que leem os dois jornais é

- A 84.
- B 124.
- C 164.
- D 204.
- E 244.

**Questão 50**

(Ronaebson)

O coordenador de uma assessoria de estudos fez um levantamento da adesão dos alunos às isoladas de Ciências da Natureza, a saber: Física, Química e Biologia. Depois de compilados, os resultados foram os seguintes:

- 40% fazem Física e Química;
- 35% fazem Física e Biologia;
- 30% fazem Química e Biologia;
- 30% fazem apenas uma das isoladas;
- 20% fazem as três isoladas.

O percentual do total de pessoas que não fazem qualquer uma das três isoladas é

- A 0%.
- B 5%.
- C 10%.
- D 15%.
- E 20%.

**Questão 51**

(FUVEST)

Dentre os candidatos que fizeram provas de matemática, português e inglês num concurso, 20 obtiveram nota mínima para aprovação nas três disciplinas. Além disso, sabe-se que:

- 14 não obtiveram nota mínima em matemática;
- 16 não obtiveram nota mínima em português;
- 12 não obtiveram nota mínima em inglês;
- 5 não obtiveram nota mínima em matemática e em português;
- 3 não obtiveram nota mínima em matemática e em inglês;
- 7 não obtiveram nota mínima em português e em inglês e
- 2 não obtiveram nota mínima em português, matemática e inglês.

A quantidade de candidatos que participaram do concurso foi

- A 44.
- B 46.
- C 47.
- D 48.
- E 49.

**Questão 52**

(Ronaebson)

Numa colônia espacial futurista, os habitantes têm uma ampla variedade de hobbies para passar o tempo. Uma pesquisa realizada com 200 residentes para catalogar suas atividades de lazer preferidas, dentre as modalidades, hologame, esportes gravitacionais e meditação interdimensional, indicou que:

- 80 gostam de jogar hologame;
- 90 gostam de esportes gravitacionais;
- 40 gostam de jogar hologame e esportes gravitacionais;
- 20 só gostam de meditação interdimensional.

O número de residentes, dentre os pesquisados nessa colônia, que indicaram não gostar de qualquer uma das três atividades mencionadas é

- A 30.
- B 40.
- C 50.
- D 70.
- E 150.

**Questão 53**

(Ronaebson)

Em uma terra encantada, três guildas mágicas protegem as regiões dos elementos da natureza: Guilda das Chamas, Guilda das Águas e Guilda dos Ventos. Cada guilda é composta por feiticeiros e feiticeiras com poderes únicos e habilidades mágicas e, para pertencer a determinada guilda, ele deve dominar o respectivo elemento da natureza, da mesma forma que, se ele dominar aquele elemento, ele já fará parte da referida guilda. Alguns membros pertencem a mais de uma guilda, pois dominam mais de um elemento, enquanto outros se dedicam exclusivamente a uma guilda específica, além disso, todos os feiticeiros pertencem a pelo menos uma das guildas.

Nessa terra encantada, sabe-se que:

- 20 feiticeiros pertencem a Guilda das Águas e não pertencem a Guilda dos Ventos;
- 30 feiticeiros pertencem a Guilda das Chamas e não pertencem a Guilda dos Ventos;
- 10 feiticeiros pertencem simultaneamente a Guilda das Águas e das Chamas;
- apenas 6 feiticeiros são ditos supremos, pois pertencem simultaneamente as três guildas.

Ao todo, são 70 feiticeiros que protegem essa terra. Assim, o número de feiticeiros que dominam o elemento Vento, ou seja, o número de feiticeiros que pertencem a Guilda dos Ventos é igual a

- A** 4.
- B** 10.
- C** 16.
- D** 18.
- E** 24.

**Questão 54**

(Ronaebson)

Um studio de fotografia fará uma coletânea de fotos de vários modelos. Sobre esses modelos, sabe-se que:

- 75% das mulheres da turma não são loiras;
- 60% dos alunos de turma são homens, dos quais 15% são loiros;

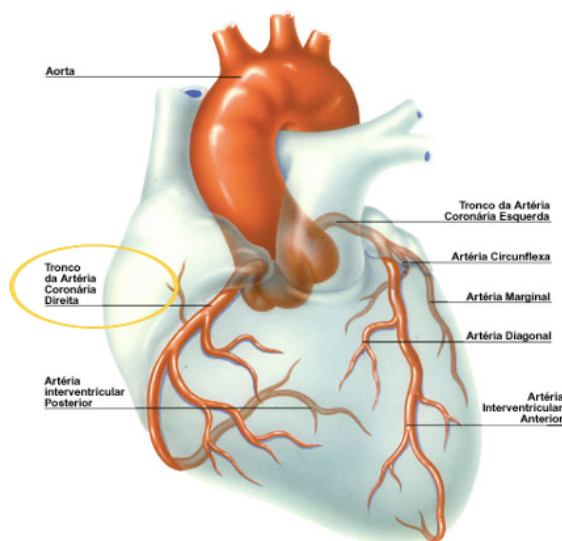
Em relação ao total de modelos desse grupo, o percentual de pessoas loiras é igual a

- A** 16%.
- B** 17%.
- C** 18%.
- D** 19%.
- E** 20%.

**Questão 55**

(Ronaebson)

A distribuição da circulação coronariana pode variar de coração para coração. Para padronizar esta distribuição utiliza-se o conceito da dominância, que determina qual a artéria dominante emite o ramo interventricular posterior (RIP). Se a artéria coronária direita for a única a emitir o RIP, dizemos que o coração tem dominância direita. Caso seja a artéria coronária esquerda a única que emita o RIP, dizemos que o coração tem dominância esquerda. Já se ambas emitirem ramos interventriculares posteriores, dizemos que o coração tem codominância. A figura abaixo ilustra um coração de dominância direita.



Em 84% dos corações a coronária direita consegue emitir o RIP, e em 30% das pessoas a coronária esquerda emite o RIP. Sabendo que a irrigação do sulco interventricular posterior vem da coronária direita ou da esquerda, a porcentagem de pessoas com dominância direita é

- A** 14%.
- B** 16%.
- C** 30%.
- D** 70%.
- E** 84%.

**Questão 56**

(Ronaebson)

Em uma pesquisa sobre a duas prestadoras de serviços, foram entrevistadas 970 pessoas. Dessas, 525 afirmaram contratar a prestadora A, 250 a prestadora B e 319 não contratam nenhuma dessas prestadoras. O número de pessoas que contratam as duas prestadoras é

- A** 124.
- B** 250.
- C** 525.
- D** 527.
- E** 775.

**Questão 57**

(PUC-PR\_2021)

Todos os 300 vestibulandos de uma das turmas de um curso pré-vestibular prestaram vestibular apenas para o curso de medicina em ao menos uma das universidades A, B ou C. Desses alunos, exatamente 240 fizeram as provas do vestibular da universidade A; 180 fizeram as provas do vestibular da universidade B; 150 fizeram as provas do vestibular da universidade C; m alunos prestaram vestibular na universidade A e também na C.

Quantos são, ao todo, os possíveis valores de m?

- A** 61
- B** 60
- C** 90
- D** 120
- E** 150

**Questão 58**

(UNIFOR\_2021)

O curso de Medicina da Universidade de Fortaleza prepara o aluno para exercer uma profissão complexa, com muitas opções de atuação profissional no campo clínico, nas várias especialidades e espaços de prática (hospitais, ambulatorios e consultórios), na pesquisa, na saúde pública e na gestão. Considera-se que a saúde não é apenas a ausência de doenças, mas sim um estado de bem-estar em que a pessoa se encontra em plenas condições físicas, psicológicas, emocionais e até mesmo sociais. No curso de Medicina, o aluno tem disciplinas básicas e clínicas da graduação integradas em módulos, com conteúdo orientado por sistemas orgânicos, ciclos de vida e apresentações clínicas, com inserção precoce nos campos de prática e interação ensino-serviço-comunidade. Na matriz curricular do curso de Medicina da Universidade de Fortaleza, constam disciplinas obrigatórias e disciplinas optativas. Suponha que um grupo de 63 alunos do curso Medicina pretende se matricular em duas disciplinas optativas, Política de Saúde e Educação Ambiental. Sabe-se que cada um pretende fazer sua matrícula em pelo menos uma das disciplinas. Além disso, 20% dos alunos que pretendem se matricular em Política de Saúde também pretendem se matricular em Educação Ambiental e 80% dos alunos que pretendem se matricular em Educação Ambiental também pretendem se matricular em Política de Saúde.

O número de alunos que pretende se matricular nas duas disciplinas é igual a

- A** 12.
- B** 14.
- C** 15.
- D** 16.
- E** 18.

**Questão 59**

(Colégio Naval\_2021)

Para a seleção de Alunos monitores do Colégio Naval foram abertas inscrições para as disciplinas de Matemática, Português e Física. No entanto, não foi permitida a candidatura para Português e Física, simultaneamente por incompatibilidade de horário. O total de inscritos para Português foi de 19 alunos, já para Física, foram 42. Dos 84 inscritos para Matemática, 49 são candidatos apenas para Matemática. Foi constatado que o número de inscritos apenas para Português é de 10 alunos a menos que o número de inscritos apenas para Física.

O número de alunos que se inscreveram para Matemática e Física ao mesmo tempo foi

- A** 21.
- B** 22.
- C** 23.
- D** 24.
- E** 25.

**Questão 60**

(PUC\_2022)

Em uma turma de uma escola, há 90 alunos. Eles escolheram de 1 a 3 disciplinas optativas dentre as seguintes: Tópicos de Biologia, Tópicos de Geografia, Tópicos de História e Tópicos de Química. Sabe-se que:

- 48 alunos escolheram Tópicos de Biologia;
- 12 escolheram Tópicos de Geografia;
- 55 escolheram Tópicos de História;
- 14 escolheram Tópicos de Química;
- Todos os alunos que escolheram Tópicos de Geografia escolheram, também, Tópicos de História;
- Todos os alunos que escolheram Tópicos de Química escolheram, também, Tópicos de Biologia;
- Nenhum dos alunos que escolheu Tópicos de Biologia escolheu, também, Tópicos de Geografia;
- 6 alunos escolheram 3 disciplinas optativas.

Nessas condições, o número de alunos que escolheu apenas Tópicos de Biologia e Tópicos de História foi

- A** 7.
- B** 6.
- C** 5.
- D** 4.
- E** 8.

**Questão 61**

(UCPEL)

A professora de Matemática aplicou duas provas para a sua turma a fim de compor a nota do bimestre. A primeira prova era sobre o conteúdo de Geometria Espacial e a segunda, contemplava os conteúdos de Geometria Analítica. Todos os alunos da turma realizaram as duas provas, sendo que 80% dos alunos aprovaram na prova de Geometria Espacial e que 60% aprovaram na prova de Geometria Analítica.

Dado que todos os alunos foram aprovados em pelo menos uma das provas, a porcentagem de alunos que aprovaram em ambas as provas, corresponde a

- A** 40%.
- B** 50%.
- C** 60%.
- D** 70%.
- E** 80%.

**Questão 62**

(UNIFOR\_2023)

Como parte do trabalho de conclusão de curso, um aluno do curso de Comunicação Social entrevistou 100 pessoas no *campus* onde estuda. As pessoas foram perguntadas se usavam a rede social A, a rede social B ou nenhuma delas. As respostas colhidas foram dispostas na seguinte tabela.

	Total de pessoas
Usa a rede social A	87
Usa a rede social B	73
Nenhuma delas	12

A porcentagem das pessoas entrevistadas que usam ambas as redes sociais A e B é de

- A** 25%.
- B** 43%.
- C** 57%.
- D** 65%.
- E** 72%.

**Questão 63**

(UNISC\_2023)

A empresa WXYZSE Soluções Empreendedoras quer saber quais são os esportes preferidos de seus colaboradores. Para isso contratou uma pesquisa que apresentou o seguinte resultado: 32 jogam futebol, 27 treinam voleibol, 19 praticam golfe, 7 jogam futebol e voleibol, 5 treinam voleibol e golfe, 8 praticam golfe e futebol, 1 joga os três esportes.

Quantos colaboradores trabalham nessa empresa?

- A** 59
- B** 51
- C** 50
- D** 69
- E** 61

**Questão 64**

(IFCE\_2020)

Pedro e Marta são os pais de Ana. A família quer viajar nas férias de julho. Pedro conseguiu tirar suas férias na fábrica do dia 4 ao dia 27. Marta obteve licença no escritório de 5 a 30. As férias de Ana na escola vão de 2 a 25. A família poderá viajar sem faltar as suas obrigações por

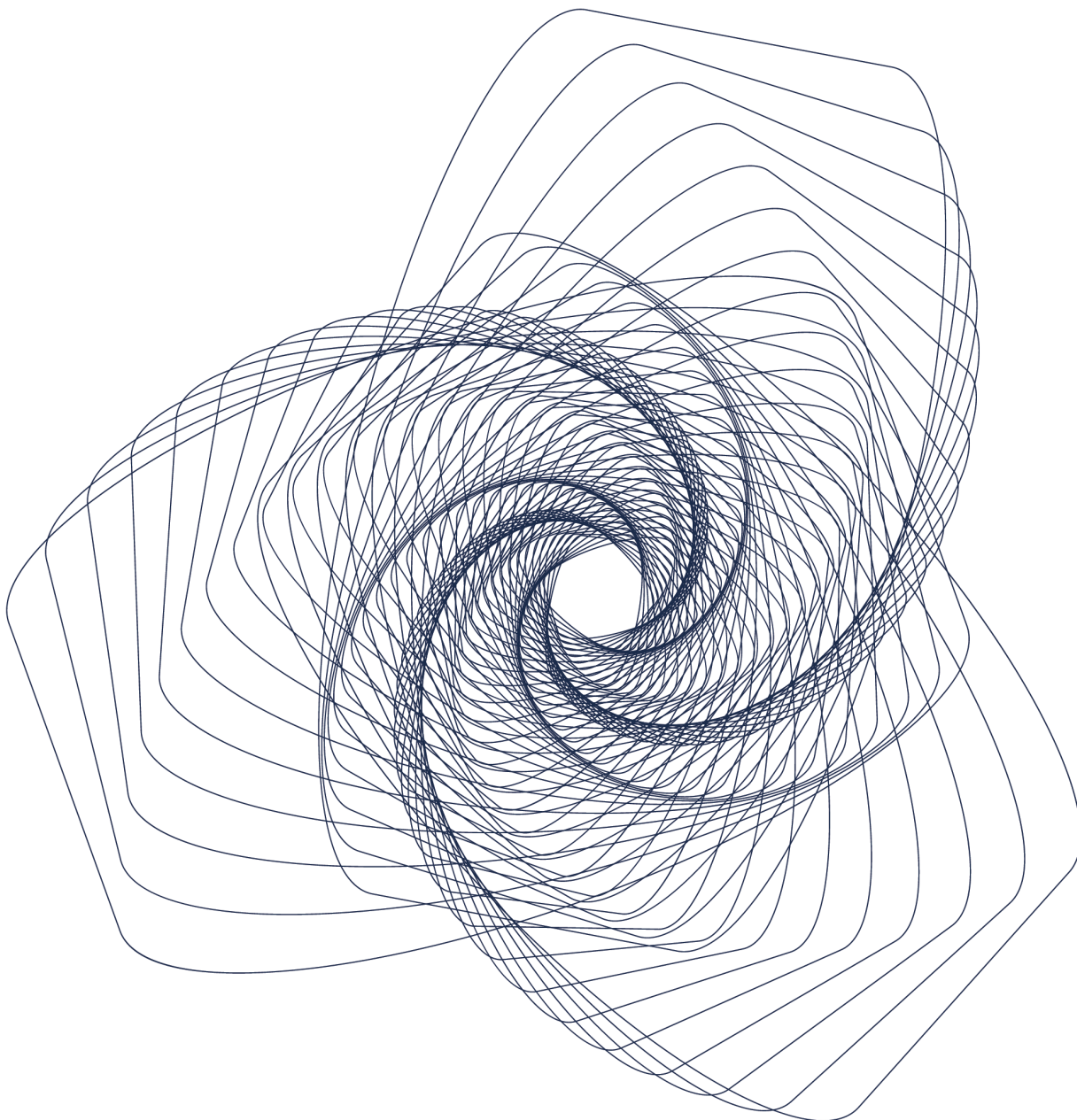
- A** 20 dias.
- B** 21 dias.
- C** 22 dias.
- D** 23 dias.
- E** 24 dias.

Gabarito _ Conjuntos			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	D	33	D
02	B	34	E
03	A	35	B
04	B	36	B
05	A	37	E
06	B	38	B
07	B	39	A
08	C	40	C
09	C	41	C
10	B	42	D
11	C	43	E
12	D	44	B
13	E	45	B
14	C	46	E
15	D	47	B
16	C	48	D
17	C	49	D
18	A	50	B
19	C	51	E
20	D	52	C
21	A	53	E
22	B	54	D
23	B	55	D
24	A	56	A
25	D	57	A
26	B	58	A
27	B	59	D
28	E	60	A
29	C	61	A
30	C	62	E
31	A	63	A
32	D	64	B





# ▶▶▶ RAZÃO E PROPORÇÃO ◀◀◀







## RAZÃO E PROPORÇÃO

A ideia central desse capítulo é de compararmos grandezas e logo você perceberá que esse é um dos assuntos da Matemática que mais utilizamos na vida diária e que aparecem com maior frequência na prova do ENEM.

Imagine que Richard ganha R\$ 6.000,00 de salário, enquanto Valéria ganha R\$ 2.000,00. Naturalmente, quando comparamos esses salários dizemos que Richard ganha R\$ 4.000,00 a mais do que Valéria. Todavia, essa comparação pode perder o sentido diante de outros contextos, nesse caso percebemos um ganho muito mais significativo de Richard em relação a Valéria. Mas se os salários fossem R\$ 94.000,00 e R\$ 90.000,00, teríamos a mesma diferença de R\$ 4.000,00 nos salários, entretanto, poderíamos entender que os dois ganham praticamente a mesma coisa, ou seja, os salários podem proporcionar praticamente a mesma “qualidade de vida”.

Assim, uma outra maneira de compararmos os salários de Richard e Valéria é através de um quociente, ou seja,

$$\frac{6000}{2000} = 3,$$

isso significa que Richard ganha o triplo do que Valéria ganha, em outras palavras, que a razão entre a remuneração de Richard e a de Valéria é igual a 3, isto é, para cada R\$ 3,00 de Richard, Valéria tem R\$ 1,00.

### Razão

*Dados dois números,  $a$  e  $b$ , com  $b \neq 0$ , a razão de  $a$  para  $b$  é o quociente da divisão*

$$a : b = \frac{a}{b},$$

*onde  $a$  é chamado de antecedente e  $b$ , conseqüente.*

A razão de 3 para 5 pode ser escrita das seguintes maneiras:

$$3 : 5 = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Já a razão de 7 para 2 pode ser escrita como

$$7 : 2 = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Assim, se numa palestra comparecem 300 homens e 700 mulheres, dizemos que a razão entre o número de homens e de mulheres na palestra é igual a

$$\frac{300}{700} = \frac{3}{7},$$

e isso nos diz que para cada 3 homens há 7 mulheres presentes na palestra.

Já se quisermos comparar o número de homens em relação ao total de pessoas na palestra, basta fazermos calcularmos a razão

$$\frac{300}{300 + 700} = \frac{300}{1000} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Ou seja, para cada 10 pessoas na palestra, 3 são homens.

A palavra razão vem do termo em latim *ratio*, que significa divisão. Daí temos as expressões *rateio* (de um prêmio) e *racional* (números racionais são aqueles que podem ser escritos como uma divisão de inteiros).

Vamos agora a algumas aplicações:

### VELOCIDADE MÉDIA:

A velocidade média de um móvel é a razão entre a distância percorrida ( $\Delta S$ ) e o tempo gasto ( $\Delta t$ ) nesse percurso.

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

Por exemplo, Alberto viaja de João Pessoa a Recife e percorre uma distância de 120 km em 2h. A velocidade média por ele desenvolvida no percurso é de

$$V_m = \frac{120}{2} = 60 \text{ km/h}.$$

Isso quer dizer que, a cada hora de percurso, Alberto percorre 60 km.

### DENSIDADE DEMOGRÁFICA:

Densidade demográfica, densidade populacional ou população relativa é a medida expressa pela relação entre a população e a superfície do território, ou seja, é a quantidade de habitantes dividida pela área do local, e o resultado é dado em habitantes por  $km^2$ .

Por exemplo, a cidade de Bayeux (PB) tem uma área de aproximadamente  $27,5 \text{ km}^2$  e uma população estimada em 96600 habitantes. Sua densidade demográfica é de

$$\frac{96550}{27,5} \cong 3510,9 \text{ hab/km}^2.$$

### TAXA DE MORTALIDADE:

A taxa de mortalidade ou coeficiente de mortalidade é um índice demográfico que reflete o número de mortes registradas, em média, por mil habitantes, em uma determinada região em um período de tempo. Essa taxa é comumente expressa em unidades de mortes por 1000 pessoas ao ano.

Veja que uma taxa de mortalidade de 4,6 numa população de 100.000 pessoas significa 460 mortes por ano em toda área estudada, de fato,

$$\frac{4,6}{1000} = \frac{460}{100000}.$$

## AUTONOMIA X CONSUMO

Um erro comum é confundirmos o conceito de autonomia de um veículo com o seu consumo. Claro que um está intimamente ligado ao outro.

Autonomia é razão entre a distância percorrida por um veículo e o quanto de combustível ele consumiu nesse percurso. Por exemplo, João fez uma viagem de 220 km com 20 litros de combustível, logo a autonomia do seu veículo é de

$$\frac{220}{20} = 11 \text{ km/l.}$$

O consumo pode ser entendido como a razão inversa correspondente a autonomia, isto é, a razão entre a quantidade de combustível que o veículo gasta para percorrer dada distância. No exemplo acima, dizemos que o carro de João consome 1 litro de combustível para cada 11 km rodados.

Vamos a alguns problemas:

**Problema 01:** Dos alunos presentes numa sala de aula, sabe-se que a razão entre o número de homens e de mulheres, nessa ordem é de 2 para 3. Qual a razão entre o número de homens e o total de pessoas na sala?

### Solução:

De cada  $2 + 3 = 5$  pessoas, 2 são homens, logo a razão entre o número de homens e o total de pessoas na sala é de  $\frac{2}{5}$ .

**Problema 02:** Ao fazer seu planejamento diário, Rute decidiu que a razão entre o número de horas de estudo e as de descanso será  $\frac{5}{3}$ . Que fração do dia ela dedica a estudar?

### Solução:

De cada  $5 + 3 = 8$  horas do dia, 5 são dedicadas aos estudos. Logo, a fração do dia que ela dedica aos estudos é  $\frac{5}{8}$ .



ANOTAÇÕES:

**Problema 03: (Ronaebson)** A diferença entre vinho seco, meio seco, suave e doce está ligada à doçura do vinho, uma característica tão importante que tem até classificação própria.

Esses termos são utilizados para identificar a **quantidade de açúcar** que a bebida contém e a sua consequente intensidade no paladar. O açúcar que encontramos nos vinhos de qualidade tem origem na sua matéria prima, a uva. Portanto, o seu sabor doce não vem da adição de açúcares de outras origens.

O artifício de adoçar propositalmente o vinho é usado em geral para rótulos produzidos com uvas mais apropriadas para o consumo in natura

Disponível em <https://winepedia.com.br/sommelier-wine/qual-a-diferenca-entre-vinho-seco-meio-seco-suave-doce/>  
Acesso em 19/08/2018.

Quanto ao teor de açúcares totais, calculados em gramas de glicose por litro de vinho, o INMETRO designará os vinhos de mesa de:

Teor de Açúcar ( $x$ ) em (g/l)	
Seco	$0 \leq x \leq 5$
Meio Seco	$5 < x \leq 20$
Doce ou Suave	$x > 20$

Uma amostra de 750 ml de vinho foi analisada e as medições indicaram que ela possuía 18g de glicose. Assim, o teor de açúcar desse vinho era de

- A** 2,4 g/l e ele é classificado como seco.
- B** 18 g/l e ele é classificado como doce.
- C** 18 g/l e ele é classificado como meio seco.
- D** 24 g/l e ele é classificado como meio seco.
- E** 24 g/l e ele é classificado como suave.

### Solução:

$$\text{Teor de açúcar} = \frac{18g}{750ml} = \frac{6g}{250ml} = \frac{24g}{1000} \text{ ml}$$

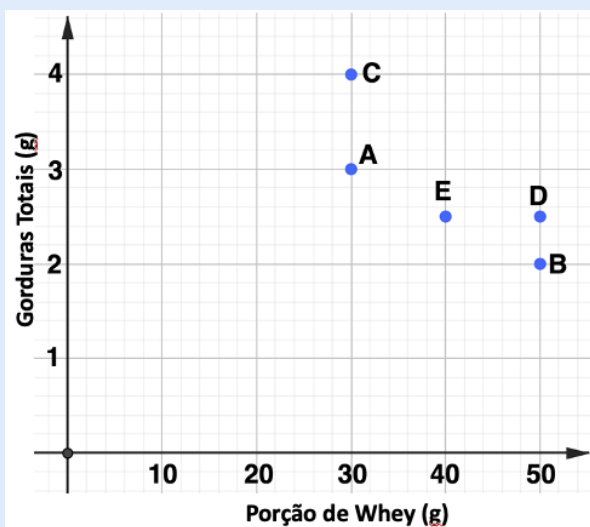
Isto é, o teor de açúcar no vinho é de 24g/l, daí ele será classificado como suave.

Resposta: [E]



ANOTAÇÕES:

**Problema 04: (Ronaebson)** Tendo por base as informações nutricionais de cinco marcas de Whey Protein (A, B, C, D e E), construiu-se um gráfico que relaciona quantidades de gorduras totais em diferentes porções de Whey.



Qual das marcas de Whey apresentadas tem a menor quantidade de gorduras totais por grama do produto?

- A A
- B B
- C C
- D D
- E E

**Solução:**

As concentrações de gordura por porção de whey para cada uma das marcas são:

$$A = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$B = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$$

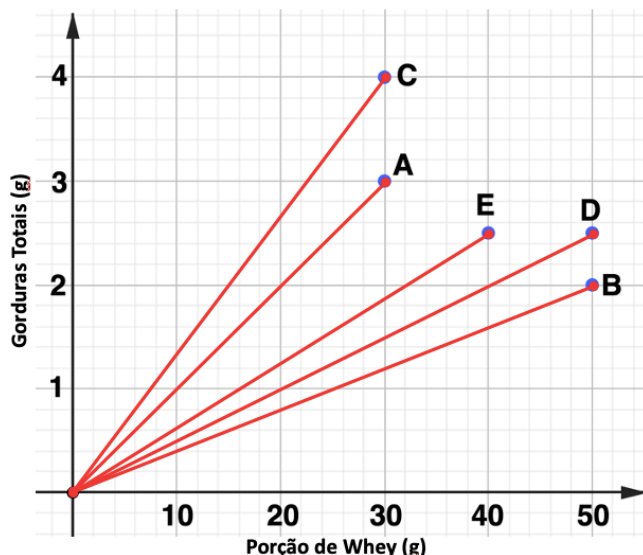
$$C = \frac{4}{30} = \frac{1}{7,5}$$

$$D = \frac{2,5}{50} = \frac{1}{20}$$

$$E = \frac{2,5}{40} = \frac{1}{16}$$

A marca de menor concentração é a marca B.

De forma mais simples, vamos traçar as retas que passam pela origem e por cada um dos pontos do gráfico, aquele que tiver a menor inclinação indicará a marca que tem a menor concentração de gordura por porção de Whey, pois a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo horizontal corresponde a referida concentração.



Dessa forma, a marca B é a que tem a menor quantidade de gorduras totais por grama de produto.

*Resposta: [B]*

**Problema 05: (Ronaebson)** Num levantamento feito com os alunos do 1º Ano do Ensino Médio de uma escola, obteve-se que 4 em cada 7 alunos disseram que gostariam de empreender.

Sabendo que essa escola tem um total de 126 alunos na referida série, o número de alunos que disseram que gostariam de empreender é igual a

- A 18.
- B 28.
- C 36.
- D 72.
- E 108.

**Solução:**

O número de alunos que disseram que gostariam de empreender é igual a

$$\frac{4}{7} \cdot 126 = 72.$$

*Resposta: [D]*



ANOTAÇÕES:

### Proporção

Proporção é igualdade entre duas razões.

A proporção

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Pode ser lida da seguinte forma: “**a** está para **b** assim como **c** está para **d**”.

Observe a sequência de igualdades a seguir:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \dots = \frac{20}{30} = \dots$$

Ela constitui uma proporção. Além disso, quando isolamos, por exemplo, a igualdade

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 3},$$

Percebemos que existe uma igualdade na quantidade de porções de 2 e de 3, no caso, são quatro de cada.

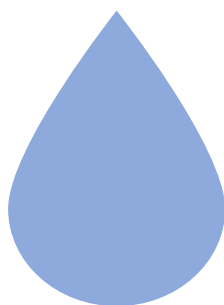
Mais ainda,

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \dots = \frac{10 \cdot 2}{10 \cdot 3} = \dots$$

Observe a “gota” desenhada a seguir, ela tem 1,5 cm de largura por 2 cm de altura.



Ao ampliarmos sem distorcer, dobrando suas dimensões, obteremos uma gota de 3 cm de largura por 4 cm de altura, no mesmo formato da anterior.



Observe que a proporção entre a largura e a altura foi mantida:

$$\frac{1,5}{3} = \frac{2}{4}$$

Entretanto, se alterássemos as dimensões de modo que a largura passasse a 2,1 cm por 3,5 cm, teríamos o desenho de uma gota não mais idêntica a primeira,

pois a largura e altura não mais seriam proporcionais, veja:



$$\frac{1,5}{3} \neq \frac{2,1}{3,5}$$

Vale lembrar que numa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow b \cdot c = a \cdot d$$

**Problema 06:** Uma indústria prepara combustível utilizando uma mistura de álcool e gasolina em quantidades proporcionais a 3 e 7, respectivamente. Sabendo que foram utilizados 2100 litros de álcool, quantos litros de gasolina foram adicionados à mistura?

**Solução:**

Considerando que a mistura tinha  $x$  litros de gasolina, temos que 2100 e  $x$  são proporcionais a 3 e 7, logo:

$$\frac{2100}{x} = \frac{3}{7} \Rightarrow 3x = 7 \cdot 2100$$

$$x = \frac{7 \cdot 2100}{3} \Rightarrow x = 4900$$

Portanto, foram adicionados a mistura 4900 litros de gasolina.



ANOTAÇÕES:

**GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS**

Dois grandezas  $y$  e  $x$  são diretamente proporcionais (d.p.) quando a divisão direta entre  $y$  e  $x$  for constante, isto é,

$$\frac{y}{x} = k$$

Por exemplo, se o preço de uma pizza brotinho é R\$ 4,00, vamos construir uma tabela que relacione o total a ser pago por um consumidor com o número de pizzas brotinhos que ele comprar.

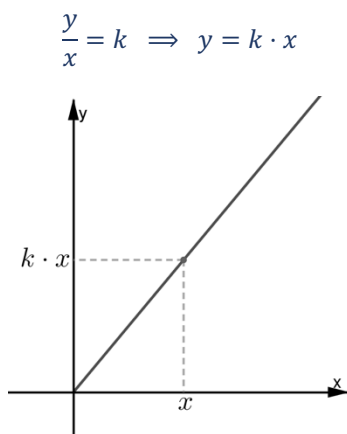
Nº de Pizzas	Total a pagar (R\$)
0	0
1	4
2	8
3	12
4	16
5	20
...	...
x	4x

Observe que:

$$\frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = \frac{20}{5} = \dots = 4$$

Como a divisão é sempre constante e igual a 4, podemos dizer que o total a ser pago por um consumidor é proporcional ao número de pizzas brotinhos que ele comprar.

Observe que quando duas grandezas são diretamente proporcionais elas estão relacionadas por uma função linear, logo o gráfico que as relaciona corresponde a uma reta que passa pela origem.



Note também que se  $y$  e  $x$  são diretamente proporcionais, quanto maior for  $x$ , maior será  $y$ , além disso, se  $x$  for multiplicado por uma constante,  $y$  também ficará multiplicado pela mesma constante, isto é, se dobrarmos o valor de  $x$ ,  $y$  também dobrará, se triplicarmos o valor de  $x$ ,  $y$  também triplicará.

**⚠️ Atenção ⚠️**

Nem sempre que uma grandeza aumentar e a outra grandeza também aumentar, poderemos dizer que elas são proporcionais. Um exemplo disso é quando relacionamos o valor a ser pago por uma corrida de táxi com a distância percorrida.

Suponha que um táxi cobre R\$ 4,00 de bandeira e um adicional de R\$ 2,00 por km rodado, façamos uma tabela para analisar a situação:

Distância Percorrida (km)	Valor a ser Pago (R\$)
1	4 + 1.2 = 6
2	4 + 2.2 = 8
3	4 + 3.2 = 10
4	4 + 4.2 = 12

Veja que:

$$\frac{6}{1} = 6$$

$$\frac{8}{2} = 4$$

$$\frac{10}{3} = 3,333 \dots$$

$$\frac{12}{4} = 3$$

Daí, como as divisões entre o valor a ser pago e a distância percorrida **não** são iguais, temos que as grandezas **não** são diretamente proporcionais.

Retomando a definição de proporção, dizemos que  $x$ ,  $y$  e  $z$  são diretamente proporcionais a  $a$ ,  $b$  e  $c$ , respectivamente, quando:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k.$$

Note que,

$$\begin{aligned} x &= a \cdot k \\ y &= b \cdot k \\ z &= c \cdot k \end{aligned}$$

Daí,

$$\frac{x + y + z}{a + b + c} = \frac{a \cdot k + b \cdot k + c \cdot k}{a + b + c} = \frac{k(a + b + c)}{a + b + c} = k$$

ou seja,

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x + y + z}{a + b + c} = k$$

sendo  $k$  é uma constante de proporcionalidade.

O que foi exposto nos diz que numa proporção, a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, mantendo a constante de proporcionalidade.

**Problema 07:** Os três sócios de uma empresa decidem dividir o lucro de um determinado período, de modo que cada um receba uma parte diretamente proporcional ao tempo de serviço diário que cada um dedica ao trabalho.

Sabendo que o lucro que será dividido é de R\$ 36.000,00 e que os tempos de serviço diário que cada um deles dedica são, respectivamente, 4, 6 e 8 horas, quanto receberá cada um dos sócios?

**Solução 1:**

Denotando por  $x$ ,  $y$  e  $z$  o valor que cada um dos sócios receberá, temos que  $x + y + z = 36000$  e  $x$ ,  $y$  e  $z$  são proporcionais a 4, 6 e 8. Logo:

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{8} = \frac{x + y + z}{4 + 6 + 8} = \frac{36000}{18} = 2000$$

Donde,

$$\frac{x}{4} = 2000 \Rightarrow x = 8000$$

$$\frac{y}{6} = 2000 \Rightarrow y = 12000$$

$$\frac{z}{8} = 2000 \Rightarrow z = 16000$$

Portanto, o valor que cada um dos sócios receberá será R\$ 8000,00, R\$ 12000,00 e R\$ 16000,00, respectivamente.

**Solução 2:**

Uma saída mais rápida e eficiente é você perceber que o valor total será dividido em  $4 + 6 + 8 = 18$  partes. Logo, valor correspondente a cada uma dessas partes será

$$\frac{36000}{18} = 2000.$$

Sendo assim, um sócio receberá quatro dessas partes, o que corresponde a R\$ 8000,00, o segundo sócio receberá seis dessas partes, o que corresponde a R\$ 12000,00 e, por fim, o terceiro sócio receberá oito dessas partes, o que corresponde a R\$ 16000,00.

**GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS**

*Duas grandezas  $y$  e  $x$  são inversamente proporcionais (i.p.) quando a divisão de  $y$  pelo inverso  $x$  for constante, isto é,*

$$\frac{y}{1/x} = k \Rightarrow y \cdot x = k$$

*Em outras,  $y$  e  $x$  são i.p. quando o produto entre eles é constante.*

Por exemplo, o prêmio de R\$ 240.000,00 de uma loteria será dividido pelo número de ganhadores. O valor que cada um dos ganhadores receberá pode ser relacionado ao número de ganhadores de acordo com a tabela:

Nº de Ganhadores	Valor a receber (R\$)
1	240.000
2	120.000
3	80.000
4	60.000
5	48.000
...	...
n	120.000/n

Observe que:

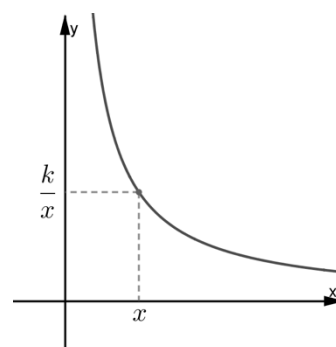
$$1 \cdot 240000 = 2 \cdot 120000 = 3 \cdot 80000 = \dots$$

Como o produto é sempre constante, podemos dizer que o valor que cada ganhador receberá é inversamente proporcional ao número de ganhadores.

Observe que quando duas grandezas são inversamente proporcionais elas estão relacionadas por uma função do tipo

$$y \cdot x = k \Rightarrow y = \frac{k}{x}$$

Logo o gráfico que as relaciona corresponde ao ramo de uma hipérbole.



Note também que se  $y$  e  $x$  são inversamente proporcionais, quanto maior for  $x$ , menor será  $y$ , além disso, se  $x$  for multiplicado por uma constante,  $y$  ficará dividido pela mesma constante, isto é, se dobrarmos o valor de  $x$ ,  $y$  será reduzido a metade, se triplicarmos o valor de  $x$ ,  $y$  ficará reduzido a terça parte.



**⚠ Atenção ⚠**

Nem sempre que uma grandeza aumentar e a outra grandeza diminuir, poderemos dizer que elas são inversamente proporcionais.

Retornando à definição, dizemos que  $x$ ,  $y$  e  $z$  são inversamente proporcionais a  $a$ ,  $b$  e  $c$ , respectivamente, quando:

$$\frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} = k$$

ou mesmo,

$$x \cdot a = y \cdot b = z \cdot c = k$$

Note que,

$$x = \frac{k}{a}$$

$$y = \frac{k}{b}$$

$$z = \frac{k}{c}$$

Donde,

$$\frac{x + y + z}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{\frac{k}{a} + \frac{k}{b} + \frac{k}{c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{k \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = k$$

ou seja,

$$\frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} = \frac{x + y + z}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = k$$

sendo  $k$  é uma constante de proporcionalidade.

**Problema 08:** Um pai vai dividir entre seus três filhos um saco com 94 jujubas em partes inversamente proporcionais as suas idades, que são 3, 4 e 5, respectivamente.

Quantas jujubas receberá cada filho?

**Solução:**

Denotando por  $x$ ,  $y$  e  $z$  o número de jujubas que cada um dos filhos receberá, temos que  $x + y + z = 94$  e  $x$ ,  $y$  e  $z$  são inversamente proporcionais a 3, 4 e 5. Logo:

$$\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{5}} = \frac{x + y + z}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} = \frac{94}{\frac{47}{60}} = 120$$

Daí,

$$\frac{x}{1/3} = 120 \Rightarrow x = 40$$

$$\frac{y}{1/4} = 120 \Rightarrow y = 30$$

$$\frac{z}{1/5} = 120 \Rightarrow z = 24$$

Portanto, a quantidade de jujubas recebida por cada um dos filhos será 40, 30 e 24, respectivamente.

**Montando Expressões**

Um problema clássico presente nas provas do ENEM é o de montar uma expressão que relacione grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Para atacarmos tal problema, basta definir qual grandeza será nossa referência (ela será colocada em cima do traço de fração), depois analisaremos quem é direta ou inversamente proporcional a ela (se diretamente será colocada embaixo do traço de fração, pois a divisão deve ser constante, se inversamente, será colocada em cima do traço de fração, pois a multiplicação deve ser constante). Lembrando que como estamos lidando com uma proporção devemos igualar tudo a uma constante de proporcionalidade.

Por exemplo, a lei da atração universal de Newton diz que “a matéria atrai a matéria na razão direta das massas e na razão inversa do quadrado da distância”, isto é, a força  $F$  de atração entre dois corpos de massas  $M$  e  $m$ , respectivamente, é diretamente proporcional as massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância  $d$  entre eles, assim,

$$\frac{F \cdot d^2}{M \cdot m} = G \Rightarrow F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

onde  $G$  é a constante de proporcionalidade.

Resumindo, se  $w$  é diretamente proporcional a  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e inversamente proporcional a  $u$  e  $v$ , temos:

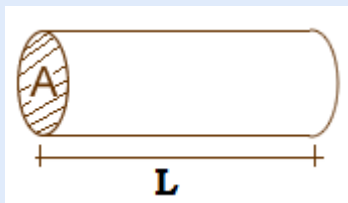
$$\frac{w \cdot u \cdot v}{x \cdot y \cdot z} = k \Rightarrow w = k \cdot \frac{x \cdot y \cdot z}{u \cdot v}$$

com  $k$  sendo uma constante de proporcionalidade.

Você poderá utilizar tranquilamente esse argumento para resolver problemas de regra de três composta.



**Problema 09: (Ronaebson)** A resistência elétrica é a capacidade de um corpo qualquer se opor à passagem da corrente elétrica mesmo quando existe uma diferença de potencial aplicada. Sabe-se que a resistência elétrica de um condutor é diretamente proporcional ao seu comprimento  $L$  e inversamente proporcional à área  $A$  de sua seção transversal. A constante de proporcionalidade  $\rho$  é chamada resistividade do material do condutor.



Considerando um fio cilíndrico de raio  $r$ , a expressão que traduz a resistência elétrica  $R$  desse fio é

- A**  $R = \rho \cdot L \cdot r^{-2}$
- B**  $R = \rho \cdot \pi^{-1} \cdot L \cdot r^{-2}$
- C**  $R = \rho \cdot L \cdot r^2$
- D**  $R = \rho \cdot \pi \cdot L \cdot r^2$
- E**  $R = \rho \cdot \pi \cdot L^{-1} \cdot r^2$

**Solução:**

$R$  é diretamente proporcional a  $L$ ;  
 $R$  é inversamente proporcional a  $A$ ;

Assim:

$$\frac{R \cdot A}{L} = \rho \Rightarrow R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

$$R = \frac{\rho \cdot L}{\pi \cdot r^2} \Rightarrow R = \rho \cdot \pi^{-1} \cdot L \cdot r^{-2}$$

Resposta: [B]

ANOTAÇÕES:

**REGRA DE TRÊS**

Existem várias regras práticas que nos permitem relacionar dois valores de uma grandeza inicial com dois valores de outras grandezas direta ou inversamente proporcionais à primeira.

Nesse texto, escolheremos uma delas para atacarmos os problemas, seja de regra de três simples ou composta.

Vejamos quais são os passos:

**Passo 1:** Montamos uma tabela, colocando em cada coluna, ordenadamente, os valores de cada grandeza.

**Passo 2:** Escolhemos uma grandeza para servir de referência (de preferência a primeira da tabela).

**Passo 3:** Comparamos a grandeza de referência a cada uma das outras, isoladamente, identificando se há proporcionalidade direta (d.p.) ou inversa (i.p.). Lembrando que quando duas grandezas são comparadas, as demais são consideradas constantes.

**Passo 4:** Montamos as expressões correspondentes a cada linha da tabela, depois igualamos.

Observe que se o problema envolve apenas duas grandezas, temos uma regra de três simples, caso ele envolva três ou mais grandezas, temos uma regra de três composta.

**Problema 10:** Uma roda dá 70 voltas completas em 30 minutos, quantas voltas ela dará 45 minutos?

**Solução:**

Nº de Voltas	d.p. Tempo (min)
70	30
x	45

Naturalmente, quanto mais voltas a roda der, mais tempo ela irá gastar, o que nos sugere a proporção direta entre as grandezas, logo:

$$\frac{70}{30} = \frac{x}{45} \Rightarrow x = 105$$

ou seja, a roda dará 105 voltas completas em 45 minutos.

**Problema 11:** Viajando a uma velocidade média de 70 km/h, gastei 16 horas. Se a velocidade fosse 80 km/h, em quanto tempo eu faria essa viagem?

**Solução:**

Velocidade (km/h)	i.p. Tempo (h)
70	16
80	x

Naturalmente, quanto maior a velocidade, menor será o tempo gasto, o que nos sugere a proporção inversa entre as grandezas, logo:

$$70 \cdot 16 = 80 \cdot x \Rightarrow x = 14$$

ou seja, a viagem duraria 14h.

**Problema 12:** Em três horas, duas torneiras despejam 2100 litros de água num tanque. Em quantas horas, cinco dessas torneiras despejam 7000 litros de água.

**Solução:**

Torneiras	i.p. Tempo (h)	d.p. Volume (L)
2	3	2100
5	x	7000

Comparando, isoladamente, o número de torneiras com o tempo gasto para encher o tanque e com o volume que elas conseguem despejar, temos que esse número é inversamente proporcional ao tempo e diretamente proporcional ao volume, daí

$$\frac{2 \cdot 3}{2100} = \frac{5 \cdot x}{7000} \Rightarrow x = 4$$

ou seja, o tempo gasto será de 4h.

**Problema 13:** Quarenta operários, em seis dias, trabalhando quatro horas por dia, conseguem levantar todas as paredes de uma casa. Quantos operários serão necessários para levantar as mesmas paredes em 12 dias, se eles trabalharem oito horas por dia?

**Solução:**

Operários	i.p. Dias	i.p. Horas por dia
40	6	4
x	12	8

Comparando, isoladamente, o número de operários com o número de dias e com a quantidade de horas por dia, temos que esse número é inversamente proporcional ao tempo em dias e a quantidade de horas por dia, daí

$$40 \cdot 6 \cdot 4 = x \cdot 12 \cdot 8 \Rightarrow x = 10$$

ou seja, serão necessários 10 operários para levantar as paredes em 12 dias, trabalhando 8 horas por dia.

**Problema 14: (Ronaebson)** O departamento responsável pela produção do material didático de um Sistema de Ensino foi acionado no início de fevereiro de 2018 para realizar a confecção de todo o material a ser utilizado em 2019. Os funcionários deveriam elaborar e digitar todas as apostilas que seriam usadas no ano seguinte até o final de setembro, para que o trabalho de diagramação, revisão, impressão e entrega pudesse ser finalizado até o início do ano letivo, em janeiro do próximo ano.

Para realizar essa tarefa, o diretor do departamento selecionou 6 funcionários que, trabalhando 8 horas por dia, nos dias “úteis”, conseguiriam cumprir a tarefa exatamente no prazo estipulado. Entretanto, em função da campanha de vendas, no final de abril, o diretor antecipou o prazo de entrega para o final de julho. Com o objetivo de cumprir esse novo prazo, o responsável pelo trabalho propôs escalar para o serviço mais dois funcionários com a mesma eficiência dos outros 6, além de aumentar em uma hora a carga horária de trabalho.

Assumindo que todos os meses considerados possuem 21 dias úteis, com base no exposto, a proposta

- Ⓐ terá êxito, uma vez que eles conseguirão terminar o trabalho, rigorosamente, dentro novo do prazo estabelecido.
- Ⓑ será satisfatória, uma vez que eles conseguirão terminar o trabalho com 10 dias úteis de antecedência do novo prazo estabelecido.
- Ⓒ não terá êxito, uma vez que eles só conseguirão terminar o trabalho 3 dias úteis depois do novo prazo estabelecido.
- Ⓓ não terá êxito, uma vez que eles só conseguirão terminar o trabalho 7 dias úteis depois do novo prazo estabelecido.
- Ⓔ não será satisfatória, uma vez que eles só conseguirão terminar o trabalho 10 dias úteis depois do novo prazo estabelecido.

**Solução:**

Primeiro perceba que, com a equipe inicial, todo o trabalho seria realizado em 8 meses, assim, até o final de abril, foram finalizados  $\frac{3}{8}$  do trabalho, restando ainda  $\frac{5}{8}$ .

Assim, temos a seguinte regra de três composta:

Funcionários	Horas/Dia	Meses	Trabalho
6	8	8	1
8	9	x	$\frac{5}{8}$

Tomando o número de funcionários trabalhando como referência, temos que o número de funcionário é inversamente proporcional a jornada diária de trabalho, inversamente proporcional ao tempo gasto (em meses) e diretamente proporcional ao trabalho produzido, assim:

$$\frac{6 \cdot 8 \cdot 8}{1} = \frac{8 \cdot 9 \cdot x}{5/8} \Rightarrow x = \frac{10}{3} \text{ meses}$$

que corresponde a 3 meses inteiros mais 1/3 do mês.

Como a quantidade de dias úteis do mês é de 21 dias, temos que 1/3 de 21 é igual a 7. Logo o trabalho foi concluído na segunda fase em 3 meses inteiros (de maio a julho) mais 7 dias úteis de agosto.

Portanto, a nova proposta não terá êxito, uma vez que eles só conseguirão terminar o trabalho 7 dias úteis depois do novo prazo estabelecido

Resposta: [D]

### TRABALHO HARMÔNICO

Para começarmos a falar da ideia de trabalho harmônico, vamos discutir o problema clássico das torneiras.

**Problema 15:** Uma torneira sozinha enche um tanque em 4h enquanto outra, também sozinha, enche o mesmo tanque em 6h. Abrindo ambas simultaneamente, em quanto tempo o tanque estará cheio?



#### Solução:

Se a 1ª torneira enche o tanque em 4h, então em 1h ela enche o equivalente a 1/4 do tanque. Se a 2ª torneira enche o tanque em 6h, então em 1h ela enche 1/6 do tanque.

Assim, se as duas torneiras são abertas simultaneamente, em 1h elas encherão o equivalente a  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$  do tanque.

TEMPO	FRAÇÃO DO TANQUE
1h →	$\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$
t →	1

Como as grandezas acima relacionadas são diretamente proporcionais, temos:

$$\frac{t}{1} = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}} \Rightarrow t = \frac{1}{\frac{4+6}{4 \cdot 6}}$$

$$t = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} \Rightarrow t = 2,4 \text{ h} = 2 \text{ h } 24 \text{ min}$$

Primeiramente observe que se a torneira mais rápida levava quatro horas para encher o tanque era de se esperar que se ela recebe “ajuda”, então o tempo final ficaria menor. Além disso, no processo de resolução, deixei, propositalmente, as contas para serem feitas no final, para que você percebesse que, de maneira prática, para calcularmos o tempo que as duas torneiras levariam para encher o tanque juntas, basta fazer o produto pela soma dos tempos individuais. Mas é importante destacar, que essa última técnica citada, só vale para duas torneiras.

Genericamente, se uma torneira sozinha leva um tempo  $t_1$  para encher um tanque e outra torneira sozinha leva um tempo  $t_2$ , então, as duas juntas levam um tempo

$$t_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2}$$

Caso tenhamos mais de duas torneiras, seguindo os mesmos passos do problema, teremos que o tempo que todas elas juntas levarão será

$$t = \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \dots + \frac{1}{t_n}}$$

**Problema 16:** Uma torneira sozinha enche um tanque em 4h enquanto um ralo, também sozinho, esvazia esse mesmo tanque em 5h. Abrindo ambos simultaneamente, em quanto tempo o tanque estará cheio?

#### Solução:

Se a torneira enche o tanque em 4h, então em 1h ela enche o equivalente a 1/4 do tanque. Se o ralo esvazia o tanque em 5h, então em 1h ela escoar 1/5 do volume do tanque.

Assim, se a torneira e o ralo são abertos simultaneamente, em 1h o que se conseguirá encher do tanque equivale a  $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$  do tanque.

TEMPO	FRAÇÃO DO TANQUE
1h →	$\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$
t →	1

Como as grandezas acima relacionadas são diretamente proporcionais, temos:

$$\frac{t}{1} = \frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}} \Rightarrow t = \frac{1}{\frac{5-4}{5 \cdot 4}}$$

$$t = \frac{5 \cdot 4}{5 - 4} \Rightarrow t = 20 \text{ h}$$

É importante destacar que o tanque só será cheio se a vazão da torneira for maior do que a do ralo, em outras palavras, se o tempo que a torneira leva para encher for menor do que o que o ralo leva para esvaziar, do contrário, o tanque nunca encherá. Além disso, no processo de resolução, mais uma vez deixei, propositalmente, as contas para serem realizadas no final, para que você percebesse que, de maneira prática, para calcularmos o tempo de encher o tanque quando se tem uma torneira e um ralo, basta fazer o produto pela diferença dos tempos individuais.

Genericamente, se uma torneira sozinha leva um tempo  $t$  para encher um tanque e um ralo sozinho leva um tempo  $r$  para esvaziá-lo, então, o sistema (torneira – ralo) levará um tempo

$$T = \frac{1}{\frac{1}{t} - \frac{1}{r}} \Rightarrow T = \frac{t \cdot r}{r - t}$$

Caso tenhamos várias torneiras e ralos e, claro, o tanque puder ser cheio, a expressão que nos proporciona o tempo que o tanque levará para ser cheio será

$$T = \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \dots + \frac{1}{t_n} - \frac{1}{r_1} - \dots - \frac{1}{r_m}}$$

**Problema 17: (Ronaebson)** Depois de brincar com seus brinquedos e jogos, Samuel leva 16 minutos para arrumar seu quarto e todas as suas coisas. Certo dia, seu amigo Bernardo foi a sua casa para se divertirem. Ao final da brincadeira, ambos arrumaram o quarto. Sabendo que eles levaram 9 minutos e 36 segundos para juntos, arrumarem o quarto, o tempo que Bernardo levaria, sozinho, para arrumar todas as coisas após a brincadeira seria de

- A** 25,6 min.
- B** 24,0 min.
- C** 18,5 min.
- D** 12,8 min.
- E** 6,0 min.

**Solução:**

O tempo que Samuel e Bernardo levam, juntos, para arrumar o quarto é  $9\text{min } 36\text{s} = 9,6\text{min}$ . Samuel, sozinho, leva  $16\text{min}$ . Denotemos por  $x$ , o tempo gasto por Bernardo para, sozinho, arrumar o quarto.

Observe que o problema trata de trabalho harmônico, assim:

$$\frac{16 \cdot x}{16 + x} = 9,6 \Rightarrow 16x = 9,6x + 9,6 \cdot 16$$

$$x = 24 \text{ min.}$$

Logo, o tempo que Bernardo levaria, sozinho, para arrumar todas as coisas após a brincadeira seria de 24 min.

Resposta: [B]

**ESCALAS**

O trabalho com escalas está diretamente ligado aos estudos da Cartografia (na construção de mapas), na Engenharia e na Arquitetura (maquetes e plantas), navegações terrestres, marítimas e aéreas, entre outras situações referentes à localização de coordenadas e cálculo de distâncias através de mapas referenciais.

Uma escala ( $E$ ) é a razão entre o comprimento no desenho ( $d$ ) e o seu correspondente comprimento no tamanho real ( $D$ ), medidas na mesma unidade.

$$E = \frac{d}{D}$$

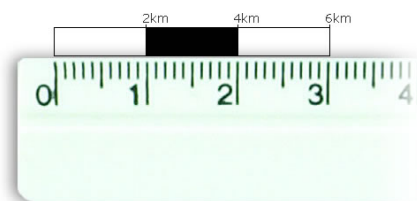
Nesse sentido, uma escala numérica nada mais é do que uma constante de proporcionalidade que usada na transformação de distâncias representadas num projeto para seu respectivo valor real e vice-versa.

Por exemplo, o desenho de uma pessoa de 1,8 m de altura aparece medindo 6 cm. Nessas condições, a imagem está numa escala

$$E = \frac{6 \text{ cm}}{1,8 \text{ m}} = \frac{6 \text{ cm}}{180 \text{ cm}} = \frac{1}{30} = 1:30,$$

ou seja, essa escala nos diz que cada 1 cm do desenho corresponde a 30 cm na realidade.

Veja agora o desenho a imagem a seguir:



A escala representada acima é

$$E = \frac{1 \text{ cm}}{2 \text{ km}} = \frac{1 \text{ cm}}{200000 \text{ cm}} = \frac{1}{200000}$$

**Problema 18:** Um mapa tem uma escala na indicação de 1:2.500.000. Nesse mapa, uma distância em linha reta de exatos 75 km reais entre duas cidades é representada por um segmento de reta. Qual a medida desse segmento em centímetros?

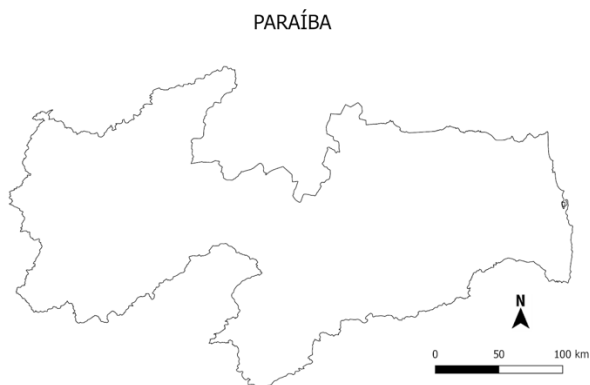
**Solução:**

Seja  $x$  a medida do segmento em questão.

A distância real é de 75 km = 7.500.000 cm. Como a escala é de 1:2.500.000, temos:

$$\frac{x}{7500000} = \frac{1}{2500000} \Rightarrow x = 3 \text{ cm.}$$

O mapa da Paraíba a seguir traz uma escala e nela podemos identificar que pedacinho que tomarmos no mapa correspondente ao comprimento em destaque (preto + branco) corresponde a 100 km na realidade. Assim, para precisar o valor da escala, basta medir com uma régua o comprimento desse seguimento para então realizar o quociente. Nesse caso, temos uma *escala gráfica*.



É importante destacarmos também que às vezes uma mesma imagem pode ser representada em escalas diferentes, naturalmente, uma corresponderá a uma ampliação (vista com mais detalhes) da outra, ou mesmo, uma corresponderá a uma redução (vista com menos detalhes) da outra.

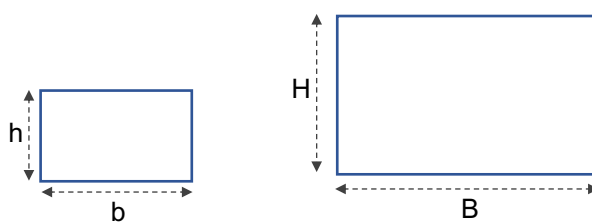
Considere que um mapa foi desenhado numa escala de 1:100.000 e depois foi desenhado numa escala de 1:20.000. Primeiramente observe que a segunda escala é maior do que a primeira, logo, o segundo desenho representa uma ampliação do primeiro. E para calcularmos quantas vezes ele foi ampliando, basta dividirmos uma escala (maior) pela outra (menor), vejamos:

$$\frac{\frac{1}{20000}}{\frac{1}{100000}} = \frac{100000}{20000} = 5,$$

ou seja, o segundo mapa teve suas dimensões aumentadas cinco vezes em relação ao primeiro.

Vale destacar que, em geral, quando falamos de escalas, estamos comparando medidas lineares, a saber, comprimento, altura, largura, profundidade. Entretanto, pode ser que nos deparemos com a necessidade de compararmos áreas ou volumes, sendo assim, é importante ter um certo cuidado, pois o processo não é tão direto quanto se pensa.

Consideremos que o retângulo menor é uma representação do maior nas mesmas proporções. Diremos que a escala da figura é igual a  $E$ .



Assim:

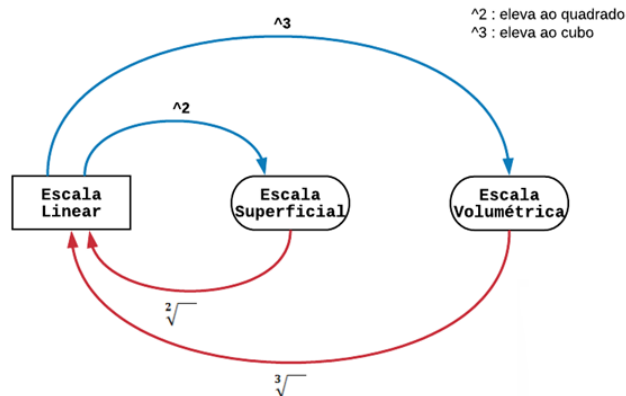
$$E = \frac{b}{B} \text{ e } E = \frac{h}{H}.$$

Daí,

$$E \cdot E = \frac{b}{B} \cdot \frac{h}{H} \Rightarrow E^2 = \frac{\text{Área do menor}}{\text{Área do maior}}.$$

De modo geral, para duas figuras semelhantes na escala  $E$ , a razão entre suas áreas será  $E^2$ . Analogamente, se tivermos dois sólidos semelhantes numa escala  $E$ , a razão entre seus volumes será  $E^3$ .

### Transformações de Escalas



**Problema 19:** A planta baixa de um terreno feita numa escala de 1:400. Se na planta o terreno tem uma área de  $20 \text{ cm}^2$ , qual a sua área real em metros quadrados?

**Solução:**

Note que quando nos referimos a escala 1:400, estamos trabalhando com a comparação de medidas lineares. Assim, para cada 1 cm na planta, temos 400 cm = 4 m na realidade.

$$1 \text{ cm} \rightarrow 4 \text{ m}$$

Elevando ambos os membros ao quadrado, temos:

$$1 \text{ cm}^2 \rightarrow 16 \text{ m}^2$$

ou seja, cada  $1 \text{ cm}^2$  na planta corresponde a  $16 \text{ m}^2$  na realidade. Sendo assim, como a área na planta é de  $20 \text{ cm}^2$ , temos que a área real será

$$20 \times 16 \text{ m}^2 = 320 \text{ m}^2.$$

De outra forma, bastava lembrar que a razão entre as áreas é igual a  $E^2$ , daí



$$\frac{A_{Planta}}{A_{Real}} = E^2 \Rightarrow \frac{20 \text{ cm}^2}{A_{Real}} = \left(\frac{1}{400}\right)^2$$

$$A_{Real} = 160000 \cdot 20 \text{ cm}^2 = 3200000 \text{ cm}^2$$

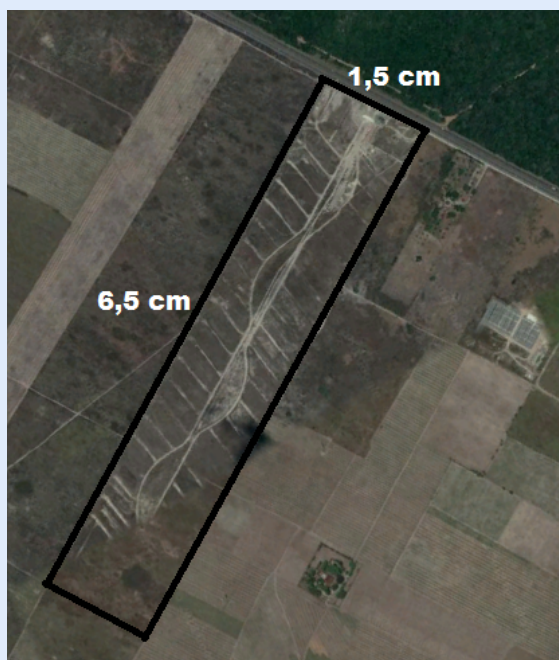
$$A_{Real} = 320 \text{ m}^2.$$

**Problema 20: (Ronaebson)** “A quadra ou quarteirão é a menor área de espaço urbano delimitada por ruas, rios ou avenidas, caracterizando a unidade básica de formação destes espaços.

O tamanho de um quarteirão ou de uma quadra pode variar muito, mas frequentemente em cidades brasileiras podem ser vistos quarteirões de 10.000 metros quadrados (100 metros em cada lado). Neste último caso a área delimitada corresponde a um hectare.”

Disponível em <https://pt.wikipedia.org/wiki/Quarteir%C3%A3o>  
Acesso em 09/09/2018.

O Eco Park Condominium & Resort é um condomínio horizontal construído às margens da BR 230 no Km 42 em Santa Rita-PB, região metropolitana de João Pessoa. No mapa a seguir, cuja escala é de 1:20000, está destacado o terreno correspondente ao condomínio fechado com dimensões aproximadas.



A área real de todo o terreno desse condomínio é de aproximadamente

- A 10 quarteirões.
- B 16 quarteirões.
- C 32 quarteirões.
- D 39 quarteirões.
- E 45 quarteirões.

**Solução:**

Escala: 1:20000

Dimensões reais do terreno:

$$1,5 \times 20000 = 30000 \text{ cm} = 300\text{m}$$

$$6,5 \times 20000 = 130000 \text{ cm} = 1300\text{m}$$

Área real do terreno:

$$A = 300\text{m} \times 1300\text{m} = 390000\text{m}^2$$

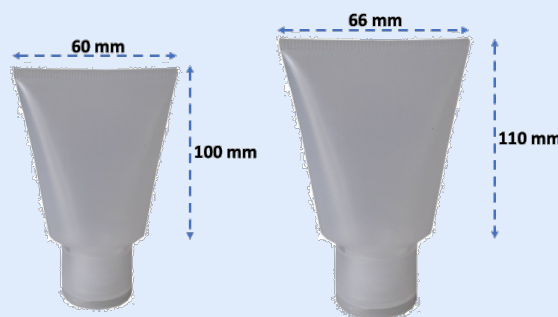
↓

$$A = 39 \text{ quarteirões}$$

Resposta: [D]

**Problema 21: (Ronaebson)** Um hidratante é vendido em duas embalagens de tamanhos diferentes, porém de formatos semelhantes, ou seja, de modo que as suas dimensões são proporcionais.

A figura indica algumas medidas dessas embalagens.



Dado que a capacidade da embalagem menor é de 100 mL, a capacidade da embalagem maior é de

- A 121,0 mL
- B 110,0 mL
- C 130,0 mL
- D 133,1 mL
- E 136,5 mL

**Solução:**

Observe que as dimensões lineares da figura foram aumentadas em 10%, ou seja, foram multiplicadas por 1,1, pois  $\frac{66}{60} = 1,1$  e  $\frac{110}{100} = 1,1$ .

Dessa forma, o volume original ficará multiplicado por  $1,1^3 = 1,331$ .

Sendo assim, o novo volume será igual a

$$100 \cdot 1,331 = 133,1 \text{ mL}.$$

Resposta: [D]

Outros problemas correlatos, são aqueles que envolvem escalas termométricas ou mesmo escalas temporais.

**Problema 22: (Ronaebson)** Em 1942, nascia na cidade de Oxford, na Inglaterra, Stephen Hawking, considerado o mais brilhante físico teórico desde Albert Einstein. Hawking foi responsável por contribuições fundamentais no estudo dos buracos negros. Sua história foi marcada pela superação de limites. Dentre vários importantes prêmios, em 1999, Stephen recebeu o prêmio “Julius Edgar Lilienfeld” da Sociedade Americana de Física. Hawking faleceu em 2018, aos 76 anos, por complicações da esclerose lateral amiotrófica. Segundo informe da família, ele faleceu em sua casa em Cambridge, no Reino Unido.

Supondo uma escala de 0h a 24h correspondente aos 76 anos de vida Stephen Hawking, onde seu nascimento ocorreu exatamente à 0h e sua morte às 24h, o prêmio “Julius Edgar Lilienfeld” teria sido concedido a ele aproximadamente às

- A** 12h.
- B** 16h 30min.
- C** 18h.
- D** 18h 45min.
- E** 21h.

**Solução:**

Seja  $x$  a hora pedida. Existe uma relação de proporção direta entre o tempo transcorrido na escala criada e na original. Assim:

$$\frac{x}{57} = \frac{24}{76} \Rightarrow x = 18h$$

Assim, o prêmio “Julius Edgar Lilienfeld” teria sido concedido a ele aproximadamente às 18h na nova escala temporal considerada.

Resposta: [C]

**Hora de Praticar**

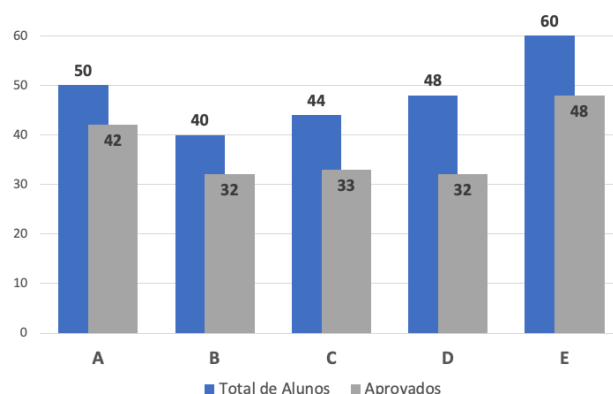
::: Razão :::

**Questão 01**

(Ronaebson)

Cinco metodologias pedagógicas foram aplicadas em cinco turmas diferentes (A, B, C, D e E), uma em cada turma, sendo todas as turmas com o mesmo perfil. O rendimento de cada metodologia é calculado como sendo a razão entre o número de alunos aprovados e o total de alunos da turma. O objetivo é avaliar qual metodologia pedagógica mais eficiente para aprimorá-la e aplicá-la nos próximos anos e qual a metodologia menos eficiente para descartá-la.

O gráfico a seguir traz os resultados coletados ao longo do processo.



As metodologias mais eficientes e menos eficientes são as que foram aplicadas, respectivamente, nas turmas

- A** A e D.
- B** A e C.
- C** B e D.
- D** C e D.
- E** E e D.

**Questão 02**

(Ronaebson)

Uma das métricas que o Youtube proporciona para uma transmissão ao vivo é a *taxa de chat* que indica o número de mensagens enviadas por minuto no chat ao vivo. Outra métrica disponível é a *duração* que nada mais é do que o tempo de duração da transmissão.

Ao final de uma de suas lives, o professor Ronaebson, obteve depois de 2h 40min de transmissão, uma taxa de chat igual a 6,25 mensagens por minuto.

O número de mensagens enviadas durante essa live foi igual a

- A** 625.
- B** 800.
- C** 1000.
- D** 1200.
- E** 1500.

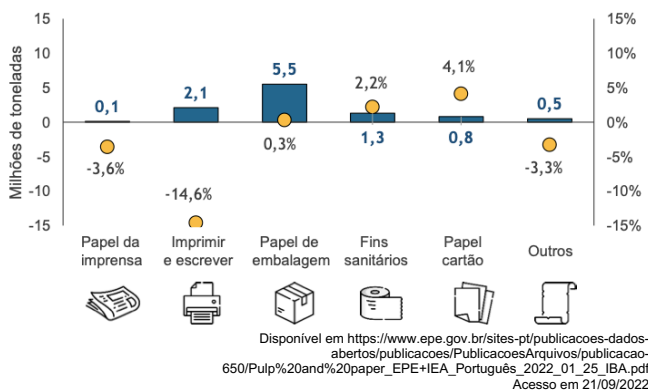


**Questão 03**

(Ronaebson)

A produção de papel no Brasil caiu 2,8% em 2020, para 10,2 milhões de toneladas. No entanto, esta queda não foi homogênea para todos os tipos de papel produzidos no País. Em 2020, com a eclosão da pandemia do Covid-19, muitas instituições de ensino básico e superior, migraram forçadamente para o modo de ensino remoto. Muitas empresas também se viram obrigadas a adotar o regime de teletrabalho. Com isso, houve uma queda significativa da produção de papel de imprimir e escrever, com recuo superior a 14%. Por outro lado, a adaptação de milhões de brasileiros a nova rotina provocou o aumento do consumo de bens essenciais, como alimentos e itens de higiene pessoal.

O gráfico a seguir traz a produção de papel por tipo no Brasil em 2020 e a variação em relação a 2019.



Considerando o ano de 2020, a razão entre a produção de papel de embalagem e a produção de papel cartão é igual a

- A 55/8.
- B 55/13.
- C 55/41.
- D 13/8.
- E 21/13.

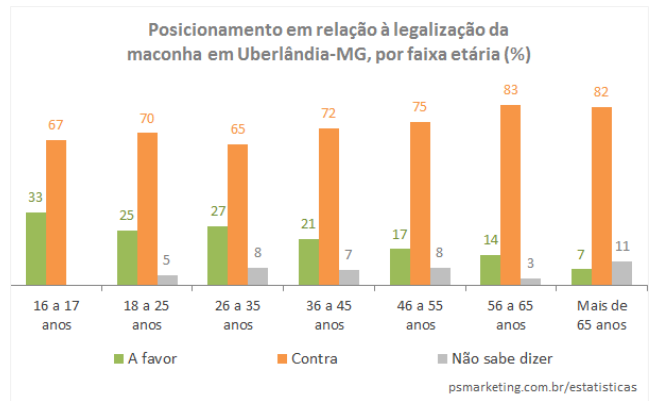
**Questão 04**

(Ronaebson)

O debate sobre a legalização da maconha está em voga no mundo todo, principalmente quando são discutidos segurança pública e saúde. O Instituto PS Marketing não poderia deixar de ouvir o que a população de Uberlândia-MG pensa sobre o tema.

Cruzando as respostas com a faixa etária dos respondentes, vemos que é entre os mais jovens que a legalização da maconha obteve maior aprovação.

Disponível em <https://www.psmarketing.com.br/estatisticas/opiniao-publica/legalizacao-da-maconha-em-uberlandia-mg>  
Acesso em 30 de junho de 2021.



Dentre as pessoas de 18 a 25 anos que se posicionaram em relação a legalização da maconha em Uberlândia, o percentual daquelas que indicaram ser contra é

- A 14 vezes maior do que o daquelas que não sabiam dizer.
- B 10 vezes maior do que o daquelas que não sabiam dizer.
- C 3 vezes maior do que o daquelas que indicaram ser a favor.
- D 2 vezes maior do que o daquelas que indicaram ser a favor ou não sabiam dizer.
- E 7 vezes menor do que o daquelas que não sabiam dizer.

**Questão 05**

(Ronaebson)

Nem todo mundo considera a relação massa-potência na hora de comprar um carro, mas ela pode interferir diretamente no prazer e na segurança que o veículo proporcionará ao ser guiado. A conta é simples: basta dividir a massa do veículo pela potência (cv) máxima de seu motor. Os dados podem ser encontrados no manual do proprietário. Quanto menor o resultado, melhor será o desempenho.

Disponível em <https://jornaldocarro.estadao.com.br/carros/relacao-pesopotencia-diz-muito-do-carro/>  
Acesso em: 16/05/2021

Considere os cinco modelos de veículos com os respectivos valores de massa e potência descritos na tabela a seguir:

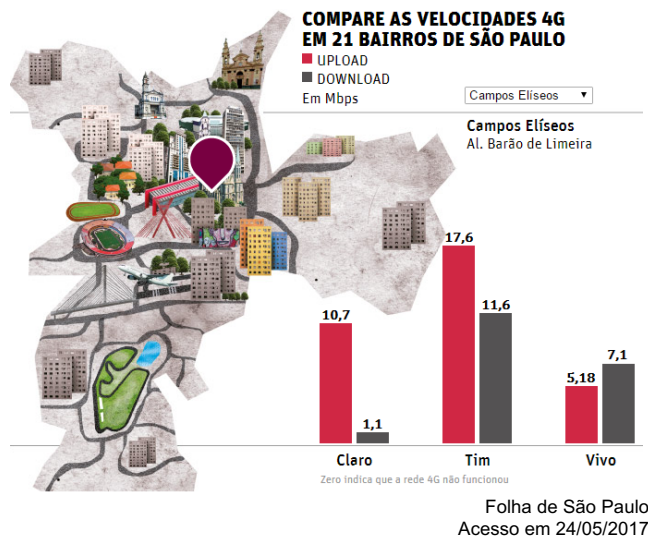
Modelo	Massa (kg)	Cavalos de Potência
Honda Civic 2.0	1291	150
Honda Civic 1.5 Turbo	1326	173
Corolla 2.0 Flex	1405	169
Corolla Híbrido	1440	98
Cruze 1.4 Turbo	1321	150

Dentre os cinco modelos listados, aquele que apresenta o melhor desempenho é o

- A Honda Civic 2.0.
- B Honda Civic 1.5 Turbo.
- C Corolla 2.0 Flex.
- D Corolla Híbrido.
- E Cruze 1.4 Turbo.

**Questão 06**

(Ronaebson)



Observando o infográfico que compara as velocidades 4G de upload e download das operadoras Claro, Tim e Vivo no bairro Campos Eliseos em São Paulo, temos que a velocidade de *upload* da TIM comparada com a velocidade de *download* da CLARO é

- A 17 vezes maior.
- B 16 vezes maior.
- C 16 vezes menor.
- D 10 vezes maior
- E 1,6 vezes maior.

**Questão 07**

(Ronaebson)

Um supermercado tem três caixas disponíveis para atender à pequenas compras (até 20 unidades). Um dos caixas atende 3 clientes a cada 5 minutos, o outro atende 2,5 clientes a cada cinco minutos e por fim, o terceiro atende 0,8 cliente a cada dois minutos. Inicialmente os caixas estão desocupados e a fila de clientes está com 50 pessoas. Passados 10 minutos, quantos clientes foram ao todo atendidos pelos três caixas?

- A 15
- B 13
- C 12
- D 11
- E 10

**Questão 08**

(Ronaebson)

As castanhas têm vitaminas, minerais e antioxidantes. Já é comprovado que comer castanhas faz bem ao coração e que estas estão relacionadas com melhorias na síndrome metabólica. Com o intuito de inserir castanha na sua dieta, um jovem faz uma pesquisa de preços em três supermercados e obteve os seguintes valores:

- No supermercado Compre Bem, as castanhas são vendidas em pacotes de 1 kg a R\$ 30,00.
- O supermercado Compre Mais vende pacotes de castanhas de 400 gramas a R\$ 14,00.
- O supermercado Compre Fácil vende pequenos pacotes de 250 gramas a R\$ 8,50.

Depois de calcular os valores proporcionais do quilograma da castanha em cada um dos supermercados, o jovem indicou que o quilograma da castanha no supermercado

- A Compre Bem é R\$ 5,00 mais barato que no Compre Mais.
- B Compre Mais é R\$ 1,00 mais barato que no Compre Fácil.
- C Compre Bem é R\$ 4,00 mais caro que no Compre Fácil.
- D Compre Fácil é R\$ 1,00 mais caro que no Compre Bem.
- E Compre Fácil é vendido pelo mesmo preço no Compre Mais.

**Questão 09**

(Ronaebson)

Os finlandeses nos deram o saudoso Nokia 1100, o viciante jogo Angry Birds e o emblemático (e destrutivo) coquetel molotov.

Disponível em <https://www.bbc.com/portuguese/internacional-42250927>  
Acesso em 30/03/2019.

Mas uma curiosidade que realmente nos chama atenção é o fato de que, apesar da população da Finlândia ser de apenas 5,4 milhões de habitantes, existem cerca de 3 milhões de saunas em todo país. Outro fato interessante é que a palavra “sauna” é a única palavra finlandesas incorporada em todas as outras línguas.

Considerando os dados expostos, a razão entre o número de habitantes e o número de saunas existentes nesse país é

- A 1,8.
- B 2,0.
- C 2,4.
- D 2,7.
- E 3,0.

**Questão 10**

(Ronaebson)

Um supermercado vende determinada lata de leite em pó em cinco embalagens diferentes. A tabela a seguir mostra a quantidade de leite em cada embalagem e o respectivo preço.

Tipo de Embalagem	Quantidade de Leite (em gramas)	Preço (R\$)
Lata Pequena	400g	14,00
Lata Grande	600g	21,30
Refil Pequeno	250g	8,00
Refil Médio	500g	15,50
Refil Grande	800g	24,00

Em relação ao custo benefício (preço / quantidade de leite), o tipo de embalagem mais vantajosa para o comprador é a(o)

- A) lata pequena.
- B) lata grande.
- C) refil pequeno.
- D) refil médio.
- E) refil grande.

**Questão 11**

(Ronaebson)

Em virtude das recomendações da OMS, no início de determinado dia, uma escola dispõe de várias máscaras descartáveis para uso. Ao término desse dia, a razão entre o número de máscaras não utilizadas e o de utilizadas era  $\frac{2}{9}$ . Se 30 das máscaras utilizadas não tivessem sido usadas no referido dia, a razão entre o número de máscaras não utilizadas e o de utilizadas teria sido  $\frac{1}{3}$ .

O número de máscaras descartáveis disponíveis no início desse dia era

- A) 180.
- B) 220.
- C) 240.
- D) 360.
- E) 440.

**Questão 12**

(Ronaebson)

A razão entre homens e mulheres, nessa ordem, em uma turma com 143 pessoas da FGV equivale à dízima periódica  $0,8\bar{3}$ . O número de mulheres dessa turma supera o de homens em

- A) 37.
- B) 31.
- C) 27.
- D) 19.
- E) 13.

**Questão 13**

(Ronaebson)

O Índice de Facilidade (IF) (às vezes também denominado de Índice de Dificuldade) mede o quanto a questão foi fácil ou difícil, para um conjunto de indivíduos que se submetem àquela prova. Este índice varia de zero a um, sendo que o IF próximo de zero indica que a questão foi considerada muito difícil pelos candidatos; enquanto IF próximo de um mostra que a questão foi muito fácil, para aquele grupo.

No caso das provas de múltipla escolha, o cálculo do índice de facilidade é a proporção de acertos de cada questão, isto é,

$$IF = \frac{\text{Número de estudantes que acertaram o item}}{\text{Número de estudantes que se submeteram ao item}}$$

Para um determinado grupo de alunos de um estado, foi aplicado um teste e o índice de facilidade de determinada questão foi  $0,12727272\dots$  e o mesmo revela que as quantidades relativas de alunos que acertaram o item e os estudantes que responderam o teste são

- A) 14 em cada 110 e que o item é considerado difícil para aquele grupo.
- B) 14 em cada 110 e que o item é considerado fácil para aquele grupo.
- C) 14 em cada 111 e que o item é considerado difícil para aquele grupo.
- D) 42 em cada 330 e que o item é considerado fácil para aquele grupo.
- E) 42 em cada 333 e que o item é considerado difícil para aquele grupo.

**Questão 14**

(Ronaebson)

A descrição de administração de um anti-inflamatório para um paciente é de  $57 \text{ mg/kg/dia}$ . O médico prescreveu que sejam administrados  $285 \text{ mg}$  por quatro vezes ao dia.

O massa do referido paciente é igual a

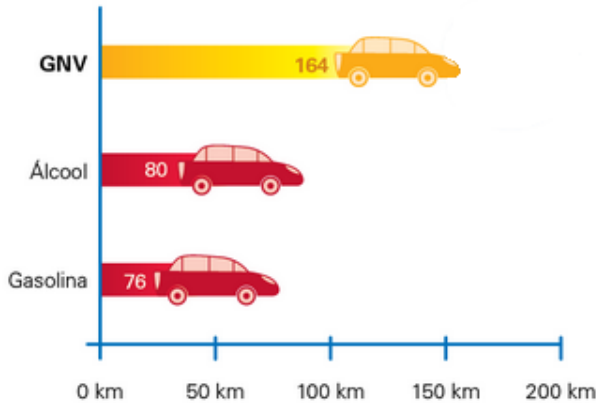
- A)  $10,00 \text{ kg}$ .
- B)  $14,25 \text{ kg}$ .
- C)  $20,00 \text{ kg}$ .
- D)  $28,50 \text{ kg}$ .
- E)  $57,00 \text{ kg}$ .

**Questão 15**

(Ronaebson)

Matheus sempre foi muito controlado com relação às suas despesas. Por isso decidiu fazer anotações sobre a autonomia do seu carro que é flex, isto é, pode ser abastecido tanto com álcool como com gasolina, e também tem um kit de GNV (Gás Natural Veicular) instalado.

Ele fez três abastecimentos diferentes, sendo um com R\$ 28,00 de álcool, outro com R\$ 28,00 de gasolina e, por último, R\$ 28,00 de GNV. As respectivas autonomias estão representadas no gráfico a seguir.



Sabendo que ele comprou a gasolina a um preço de R\$ 3,50 por litro, a autonomia do carro com esse combustível será de

- A 8,0 km/l.
- B 9,0 km/l.
- C 9,5 km/l.
- D 10,0 km/l.
- E 14,0 km/l.

**Questão 16**

(Ronaebson)

No mês de abril a razão entre o número de alunos matriculados no curso Matemática Criativa e o número de monitores disponíveis era de 45 para 1. No mês de maio, foi aberta uma nova turma com 70 alunos e foram contratados mais 3 monitores e assim, a razão entre o número de alunos e o número de monitores ficou em 40 para 1.

Qual o número total de alunos depois que a nova turma foi aberta?

- A 400
- B 450
- C 490
- D 520
- E 550

**Questão 17**

Muitos motoristas utilizam aparelhos com tecnologia GPS (Global Positioning System, ou Sistema de Posicionamento Global) para saber o caminho até certo endereço. Essa tecnologia permite saber onde o carro se encontra e, com as informações do mapa do sistema viário das cidades, o aparelho indica em qual rua o carro está naquele momento.



Num dado dia, Hernandez estava num carro com GPS em um ponto C situado em uma rua reta que vai do ponto A ao ponto B. O GPS indicava que o carro já havia percorrido 55 m desde o ponto A e que ainda faltam 45 m até chegar ao ponto B, mas o aparelho apresenta uma imprecisão de 5 m.

Assim, o ponto C divide o segmento  $\overline{AB}$  numa razão que  $k = \frac{AC}{CB}$ , tal que

- A  $0 < k \leq 0,6$ .
- B  $0,6 < k < 1$ .
- C  $1 \leq k \leq 1,5$ .
- D  $1,5 < k \leq 2$ .
- E  $k > 2$ .

**Questão 18**

(Ronaebson)

O “pace” é o ritmo médio de um corredor em determinado trajeto, medido em minutos por quilômetro. Dessa forma, para calcular o pace basta dividir o tempo gasto no treino pela distância percorrida.

A tabela a seguir traz as distâncias percorridas por cada um dos integrantes de um grupo de corrida e os respectivos tempos para percorrê-las.

Corredor	Distância	Tempo Total
Luiz	5,0 km	40 min
Josélio	6,0 km	42 min
Marcelo	7,0 km	49 min
Medeiros	8,0 km	52 min
Ronaldo	9,0 km	54 min

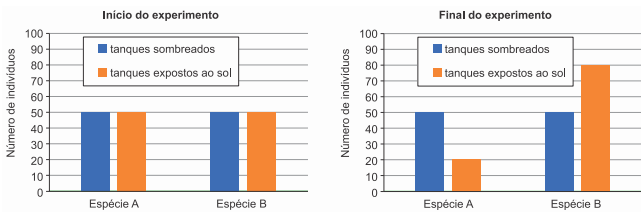
O corredor que obteve a maior velocidade foi

- A Luiz.
- B Josélio.
- C Marcelo.
- D Medeiros.
- E Ronaldo.

**Questão 19**

(FUVEST\_Adaptada)

Os gráficos mostram o número de indivíduos de duas espécies de peixes (espécie A e espécie B), no início e no final de um experimento realizado em tanques (cinco sombreados e cinco expostos ao sol). Nos tanques expostos ao sol, os microcrustáceos, alimento exclusivo dos peixes, atingem maior tamanho devido à maior abundância de fitoplâncton. Por outro lado, nos tanques sombreados, há menos fitoplâncton e os microcrustáceos atingem tamanho menor. Os peixes da espécie A alimentam-se somente de microcrustáceos pequenos, enquanto os peixes da espécie B alimentam-se de microcrustáceos de todos os tamanhos. A quantidade de larvas de microcrustáceos colocadas mensalmente foi a mesma em todos os tanques. A capacidade de suporte de cada um dos tanques foi de 100 peixes.



Qual foi a razão, ao final do experimento, entre o número de indivíduos da espécie B nos tanques expostos ao sol em relação ao número de indivíduos dessa mesma espécie nos tanques sombreados?

- A 0,625
- B 0,800
- C 1,500
- D 1,600
- E 1,800

**Questão 20**

(FCMSC-SP)

Um anestesiologista prescreve 1 litro de solução salina para diminuir os efeitos colaterais indesejáveis da anestesia em um paciente.

Se a solução salina deve ser administrada ao longo de 8h, ao final de 6h e 15 minutos o paciente terá recebido dessa solução

- A 762,75 ml.
- B 765,25 ml.
- C 768,75 ml.
- D 775,25 ml.
- E 781,25 ml.

CONSTRUINDO EXPRESSÕES

**Questão 21**

(Ronaebson)

Na Física, um *corpo negro* é um objeto hipotético que absorve toda a radiação eletromagnética que nele incide: nenhuma luz o atravessa e nem é refletida. Um corpo com essa propriedade, em princípio, não poderia ser visto, daí o nome corpo negro. Apesar do nome, corpos negros emitem radiação, o que permite determinar sua temperatura.

A Lei de Stefan-Boltzmann estabelece que a energia total radiada ( $E$ ) por unidade de área superficial de um corpo negro na unidade de tempo é diretamente proporcional à quarta potência da sua temperatura termodinâmica ( $T$ ).

Dado que, para essa lei, a constante de proporcionalidade, chamada de constante de Stefan-Boltzmann, é  $\sigma = 5,6697 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ , a energia total radiada  $E$  pode ser escrita em termos de  $T$  por meio da expressão

- A  $E = \sigma \cdot T^4$ .
- B  $E = \sigma \cdot T$ .
- C  $E = \sigma \cdot \sqrt[4]{T}$ .
- D  $E = \sigma \cdot T^{-4}$ .
- E  $E = (\sigma \cdot T)^{\frac{1}{4}}$ .

**Questão 22**

(Ronaebson)

Durante uma corrida, o gasto calórico  $g$ , em calorias por minuto, é proporcional a massa corporal  $m$  do corredor e inversamente proporcional ao "pace"  $\rho$  (ritmo do corredor medido em minutos por quilômetro), além disso, a constante de proporcionalidade é 1,05.

Uma fórmula que permite calcular o gasto total  $G$  de calorias numa corrida cuja duração é de  $T$  minutos é dada por

- A  $G = \frac{1,05 \cdot m \cdot T}{\rho}$ .
- B  $G = \frac{1,05 \cdot \rho \cdot T}{m}$ .
- C  $G = \frac{1,05 \cdot m \cdot \rho}{T}$ .
- D  $G = \frac{1,05 \cdot T}{m \cdot \rho}$ .
- E  $G = \frac{0,0175 \cdot \rho \cdot T}{m}$ .

ANOTAÇÕES:



**Questão 23**

(Ronaebson)

Quando uma carga é lançada no interior de um campo magnético e entra com uma velocidade perpendicular a esse campo, temos uma força magnética perpendicular ao campo magnético e perpendicular à velocidade da carga. Assim, considerando que a força magnética é a única que atua sobre a carga, temos a força magnética como uma resultante centrípeta e, dessa forma, a carga realiza um movimento circular uniforme.

Esse fato traz algumas inferências interessantes, uma delas é que o período  $T$  da carga elétrica em seu movimento circular dentro do campo magnético é proporcional a massa  $m$  da carga e é inversamente proporcional à intensidade ( $B$ ) do campo magnético  $\vec{B}$  e ao valor absoluto da carga  $|q|$ .

Sabendo que a constante de proporcionalidade é igual a  $2\pi$ , temos que o período  $T$  é expresso por

- A  $T = \frac{2\pi m}{|q| \cdot B}$ .
- B  $T = \frac{2\pi |q| \cdot B}{m}$ .
- C  $T = \frac{|q| \cdot B}{2\pi m}$ .
- D  $T = \frac{2\pi |q|}{m \cdot B}$ .
- E  $T = \frac{2\pi \cdot B}{|q| \cdot m}$ .

**Questão 24**

(Ronaebson)

Em Mecânica Clássica, a norma  $G$  do campo gravitacional gerado por um corpo de massa  $m$  em um ponto a uma distância  $d > 0$  do corpo é diretamente proporcional a  $m$  e inversamente proporcional ao quadrado de  $d$ .

Seja  $G = f(d)$  a função que descreve a norma  $G$  do campo gravitacional, gerado por um corpo de massa constante  $m$  em um ponto a uma distância  $d > 0$  desse corpo.

É correto afirmar que  $f(2d)$  é igual a:

- A  $\frac{f(d)}{4}$
- B  $\frac{f(d)}{2}$
- C  $4f(d)$
- D  $2f(d)$
- E  $f(d)$

**Questão 25**

(Ronaebson)

Além da viscosidade, outros fatores afetam o fluxo de sangue nos vasos sanguíneos: a diferença de pressão de uma extremidade outra, o comprimento do vaso e seu raio. Para entender as leis que controlam o fluxo de sangue no sistema circulatório, Poiseuille no século dezenove estudou o fluxo de água em tubos de tamanhos diferentes.

A Lei de Poiseuille estabelece que o fluxo ( $Q$ ) através de um tubo é diretamente proporcional a diferença de pressão ( $P_a - P_b$ ) de uma extremidade à outra e a quarta potência do raio ( $R$ ) do tubo, além de ser inversamente proporcional ao comprimento ( $L$ ) do tubo e à viscosidade ( $\eta$ ) do fluido.

Experimentos mostraram que a constante de proporcionalidade é igual a  $\frac{\pi}{8}$ , assim, a Lei de Poiseuille pode ser descrita pela equação

- A  $Q = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{(P_a - P_b) \cdot R^4}{\eta \cdot L}$ .
- B  $Q = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{(P_a - P_b) \cdot R}{\eta \cdot L}$ .
- C  $Q = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{(P_a - P_b) \cdot \sqrt[4]{R}}{\eta \cdot L}$ .
- D  $Q = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{\eta \cdot L}{(P_a - P_b) \cdot R^4}$ .
- E  $Q = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{\eta \cdot L}{(P_a - P_b) \cdot \sqrt[4]{R}}$ .

**Questão 26**

(Ronaebson)

Para uma área a ser cultivada, a quantidade de adubo recomendada é um número  $Q_h$  expresso na unidade kg/ha (quilograma por hectare). Normalmente, a adubação é realizada em sulcos, nesse caso, transforma-se a quantidade  $Q_h$ , dada em kg/ha, para a quantidade  $Q_s$ , dada em g/m, de modo que, para cada sulco, temos

$$Q_s = \frac{Q_h \cdot E}{10},$$

onde  $E$  é o espaçamento entre os sulcos dado em metro.

Considerando que seja recomendada uma adubação de 350 kg/ha, sendo o espaçamento entre os sulcos de 60 cm, a massa de adubo, em kg, que deverá ser utilizada em um sulco com 200m de comprimento é de

- A 2,1 kg.
- B 4,2 kg.
- C 21,0 kg.
- D 42,0 kg.
- E 420,0 kg.

**Questão 27**

(Ronaebson)

Infusão (gotejamento intravenoso) é usada para administrar fluidos e medicamento a pacientes. O cálculo de medicação e gotejamento é o procedimento necessário para garantir a administração por via endovenosa dos medicamentos e demais volumes prescritos pela equipe médica na quantidade correta e pelo período de tempo adequado. Trata-se de uma etapa importante do tratamento de saúde, mostrando-se fundamental tanto para a recuperação dos pacientes quanto para a prevenção de eventuais problemas ao longo da abordagem terapêutica.



Para uma administração correta do medicamento, os enfermeiros precisam calcular a taxa de gotejamento,  $\tau$ , em gotas por minutos. Para tanto, eles sabem que

$$\tau = \frac{d \cdot v}{60n},$$

onde

- $d$  é o fator da gota, em gotas por mililitro;
- $v$  é o volume da infusão em  $ml$ ;
- $n$  é o número de horas necessárias de infusão.

Diante do exposto, infere-se que a taxa de gotejamento  $\tau$  é

- A** diretamente proporcional a  $d$  e a  $v$  e inversamente proporcional a  $n$ .
- B** diretamente proporcional a  $n$  e inversamente proporcional a  $d$  e a  $v$ .
- C** diretamente proporcional a  $v$  e inversamente proporcional a  $d$  e a  $n$ .
- D** inversamente proporcional ao produto  $d \cdot v$  e diretamente proporcional a  $n$ .
- E** inversamente proporcional a  $v$  e diretamente proporcional a  $\frac{d}{n}$ .

**Questão 28**

(Ronaebson)

Uma das maneiras de produzir energia limpa, preservando os recursos naturais, é através da utilização de moinhos de vento ou turbinas eólicas. Experimentos mostraram que a potência  $P$ , em watts, gerada por certo tipo de turbina eólica doméstica, é diretamente proporcional ao cubo do módulo da velocidade  $V$  do vento, em  $km/h$ , e a constante de proporcionalidade é igual a 3,6.

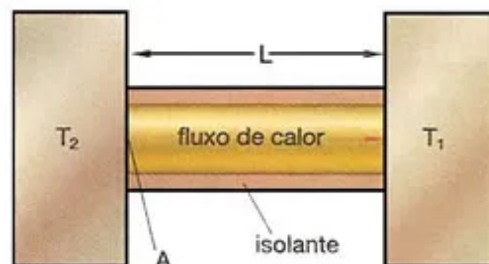
Se a velocidade dos ventos variar de 10  $km/h$  para 20  $km/h$ , a variação da potência será igual a

- A** 3600 watts.
- B** 14400 watts.
- C** 18000 watts.
- D** 25200 watts.
- E** 28800 watts.

**Questão 29**

(Ronaebson)

O fluxo de calor  $\phi$  é a quantidade de calor  $Q$  transferido entre as duas extremidades de uma barra metálica cilíndrica num dado intervalo de tempo. Esse fluxo de calor é diretamente proporcional a área  $S$  de uma seção da barra e a diferença  $\Delta T$  da temperatura entre as suas extremidades e inversamente proporcional à distância  $L$  entre as duas extremidades.



Um estudante decidiu fazer um experimento com várias barras cilíndricas de mesmo material, mesma área de seção e mesma diferença de temperatura entre suas extremidades, mudando apenas o comprimento  $L$  da barra que corresponde à distância entre suas as extremidades. Quando ele plotou num gráfico os valores obtidos para o fluxo de calor  $\phi$  em função de  $L$ , percebeu que os pontos pertenciam a um gráfico correspondente a um(a)

- A** reta.
- B** parábola.
- C** arco de circunferência.
- D** curva exponencial.
- E** hipérbole.

**Questão 30**

(Ronaebson)

A resistência elétrica  $R$ , dada em ohm, é uma propriedade do corpo que é percorrido por uma corrente elétrica. A segunda Lei de Ohm garante que, para um fio cilíndrico, a resistência é diretamente proporcional ao comprimento desse fio, em metro, e inversamente proporcional à área de sua seção, em  $m^2$ .

A constante de proporcionalidade  $\rho$  é chamada de resistividade e depende do material que constitui o fio. Assim, a unidade de medida adequada para a resistividade é

- A**  $\Omega \cdot m$
- B**  $\Omega \cdot m^2$
- C**  $\frac{\Omega}{m}$
- D**  $\frac{\Omega}{m^2}$
- E**  $\frac{m}{\Omega}$



**Questão 31**

Considere a seguinte fórmula para calcular o consumo de energia elétrica de um aparelho eletroeletrônico:

$$\text{Consumo} = \frac{t \cdot P}{1000}$$

- A variável  $t$  é dada em horas (h) e refere-se ao tempo.
- A variável  $P$  é dada em watts (W) e refere-se à potência elétrica.
- O consumo é dado em quilowatt-hora (kWh).

De acordo com a fórmula dada, o consumo é

- A** diretamente proporcional ao tempo e à potência.
- B** diretamente proporcional ao tempo e inversamente proporcional à potência.
- C** inversamente proporcional ao tempo e diretamente proporcional à potência.
- D** inversamente proporcional ao tempo e à potência.
- E** diretamente proporcional ao quociente entre o tempo e a potência.

**Questão 32**

(UERJ)

**O MENINO MALUQUINHO**

Ziraldo



A definição apresentada pelo personagem não está correta, pois, de fato, duas grandezas são inversamente proporcionais quando, ao se multiplicar o valor de uma delas por um número positivo, o valor da outra é dividido por esse mesmo número.

Admita que a nota em matemática e a altura do personagem da tirinha sejam duas grandezas,  $x$  e  $y$ , inversamente proporcionais.

A relação entre  $x$  e  $y$  pode ser representada por:

- A**  $y = \frac{3}{x^2}$
- B**  $y = \frac{5}{x}$
- C**  $y = \frac{2}{x+1}$
- D**  $y = \frac{2x+4}{3}$

**Questão 33**

(Ronaebson)

Relacionando as Leis de Boyle, Charles Gay-Lussac e de Charles, a Equação de Clapeyron estabelece uma relação entre as variáveis de estado: pressão ( $P$ ), volume ( $V$ ) e temperatura ( $T$ ), de modo que

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

onde  $n$  é o número de mols do gás e  $R$  é uma constante universal dos gases perfeitos.

Uma transformação gasosa é dita isotérmica quando a temperatura do gás permanece constante, assim, a pressão ( $P$ ) e o volume ( $V$ ) do gás são ditos

- A** diretamente proporcionais e o gráfico que relaciona ambas as grandezas é uma reta.
- B** diretamente proporcionais e o gráfico que relaciona ambas as grandezas é uma hipérbole.
- C** inversamente proporcionais e o gráfico que relaciona ambas as grandezas é uma reta.
- D** inversamente proporcionais e o gráfico que relaciona ambas as grandezas é uma parábola.
- E** inversamente proporcionais e o gráfico que relaciona ambas as grandezas é um ramo de hipérbole.

**Questão 34**

(Ronaebson)

Numa construtora local, o administrador constatou que 3 operários, trabalhando 6 horas por dia, constroem um muro de 36m em 5 dias.

Dentro dessas condições, o número  $D$  de dias necessários para a construção de um muro de comprimento  $C$  em função do número  $n$  de operários e do número  $h$  de horas trabalhadas por dia é dada por

- A**  $D = \frac{2,5 \cdot C}{n \cdot h}$
- B**  $D = \frac{0,4 \cdot C}{n \cdot h}$
- C**  $D = \frac{2,5 \cdot n \cdot h}{C}$
- D**  $D = \frac{0,8 \cdot n \cdot h}{C}$
- E**  $D = 0,4 \cdot n \cdot h \cdot C$

**Questão 35**

(ProfMat)

Uma grandeza  $G$  que depende das variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ , é diretamente proporcional ao quadrado de  $x$ , diretamente proporcional à quarta potência de  $y$  e inversamente proporcional ao cubo de  $z$ .

Se as três grandezas,  $x$ ,  $y$  e  $z$ , dobrarem de valor, teremos que a grandeza  $G$  terá seu valor

- A** multiplicado por 8.
- B** multiplicado por 12.
- C** multiplicado por 16.
- D** inalterado.
- E** reduzido à quarta parte.

**Questão 36**

(FATEC)

Douglas, aluno do curso de Instalações Elétricas, sabe que a resistência elétrica de um fio é diretamente proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional ao quadrado do diâmetro de sua seção transversal.

Durante uma atividade prática do curso, Douglas precisou realizar uma melhoria em uma máquina. Para isso um fio deveria ser trocado por outro do mesmo material, mas cujo

- comprimento seria 60% maior; e
- diâmetro seria 20% menor.

A relação entre a resistência do fio retirado ( $R_1$ ) e a resistência do novo fio ( $R_2$ ) é expressa por

- A**  $R_2 = 0,20 \cdot R_1$
- B**  $R_2 = 0,30 \cdot R_1$
- C**  $R_2 = 0,75 \cdot R_1$
- D**  $R_2 = 1,50 \cdot R_1$
- E**  $R_2 = 2,50 \cdot R_1$

**Questão 37**

(ETEC)

A caminho da erradicação da pobreza, para poder contemplar a todos com o direito à habitação, as novas edificações devem ser construídas com o menor custo e demandar cuidados mínimos de manutenção.

Um acontecimento sempre presente em edificações, e que torna necessária a manutenção, é o surgimento de rachaduras. Há muitas formas de surgirem rachaduras como, por exemplo, pela acomodação do terreno ou ocorrência de terremotos. Algumas rachaduras, ainda, ocorrem devido à dilatação térmica.

A dilatação térmica é um fenômeno que depende diretamente do material do qual o objeto é feito, de suas dimensões originais e da variação de temperatura a que ele é submetido.

Para um objeto como um muro, o acréscimo ou decréscimo da área da superfície do muro é calculado pela expressão:

$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta \theta$$

em que:

$\Delta S$ : representa a variação (acrécimo ou diminuição) da área da superfície que o muro apresentará;

$S_0$ : é a área original da superfície do muro, antes de ocorrer a dilatação térmica;

$\beta$ : é uma constante que está relacionada com o material que foi utilizado em sua construção;

$\Delta \theta$ : é a variação de temperatura à qual o muro é submetido.

Considere dois muros feitos com o mesmo material, sendo que o menor deles possui uma área de superfície igual a  $100 \text{ m}^2$ , enquanto o maior tem  $200 \text{ m}^2$ . Se o muro menor sofrer uma variação de temperatura de  $+20^\circ\text{C}$  e o maior sofrer uma variação de  $+40^\circ\text{C}$ , a variação da área da superfície do muro maior em relação à variação da área da superfície do muro menor, é

- A** quatro vezes menor.
- B** duas vezes menor.
- C** a mesma.
- D** duas vezes maior.
- E** quatro vezes maior.

**Questão 38**

(Ronaebson)

A quantidade de calor que flui por condução entre dois corpos durante certo intervalo de tempo é definida como fluxo de calor. Dessa forma, o fluxo de calor é a razão entre a quantidade de calor (em caloria) que flui por um corpo e o tempo (em segundo).

A Lei de Fourier diz que o fluxo de calor numa placa, por exemplo, é diretamente proporcional a área da placa (em  $\text{m}^2$ ), diretamente proporcional a variação de temperatura (em  $^\circ\text{C}$ ) e inversamente proporcional a espessura da placa (em m), sendo  $k$  a constante de proporcionalidade que representa a condutividade térmica do material que constitui a placa.

Dessa forma, a unidade de medida adequada para a condutividade térmica do material é

- A**  $\text{cal} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot (^\circ\text{C})^{-1}$ .
- B**  $\text{cal} \cdot \text{s} \cdot \text{m} \cdot (^\circ\text{C})^{-1}$ .
- C**  $\text{cal} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m} \cdot (^\circ\text{C})^{-1}$ .
- D**  $\text{cal} \cdot \text{s} \cdot \text{m} \cdot (^\circ\text{C})$ .
- E**  $\text{cal} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot (^\circ\text{C})^{-1}$ .

**Questão 39**

(ETEC)

O coeficiente de isolamento é uma medida da capacidade de isolamento térmico de um material, de modo que, quanto maior esse coeficiente, melhor o material protege do frio. Além disso, a quantidade de calor  $Q$  perdida por uma parede em uma hora depende não só do material utilizado para construí-la, mas também de sua área e da diferença de temperaturas interna e externa.  $Q$  é dado pela fórmula:

$$Q = \frac{A \times \Delta T}{I},$$

onde  $A$  é área,  $\Delta T$  é a diferença de temperatura e  $I$  é o coeficiente de isolamento.  $Q$  é dado em BTU por hora, a área da parede é dada em pés quadrados e a diferença de temperatura é dado em graus Fahrenheit. A unidade BTU é a abreviatura de British Thermal Unit. Sendo essa uma unidade de origem britânica, a fórmula acima utiliza unidades do antigo sistema de medidas desenvolvido no Reino Unido.

Na casa de Anttoni, na Finlândia, a parede que separa a sala e o lado de fora tem 9 pés de altura e 12 pés de largura.

Em certo dia no inverno, a temperatura interna da casa era de 68°F e a temperatura externa era de -4°F. Se a parede foi construída com blocos de coeficiente de isolamento igual a 1,8, temos que a perda de calor através dela é de

- A 3840 BTUs por hora.
- B 4080 BTUs por hora.
- C 4320 BTUs por hora.
- D 4800 BTUs por hora.
- E 7200 BTUs por hora.

∴ REGRA DE TRÊS ∴

**Questão 40**

(Ronaebson)

Uma empresa de serigrafia consegue produzir o equivalente a 15 camisas por hora se trabalhasse ininterruptamente ao longo de um mês (30 dias). Assim, com as oito máquinas que a empresa possui funcionando, ela consegue entregar um total de 10800 camisas.

Se a referida empresa de serigrafia agregar mais duas máquinas de mesmo rendimento das que já possui a sua linha de produção, ela terá uma capacidade de produtiva mensal de até

- A 2,7 mil camisas.
- B 12,0 mil camisas.
- C 13,5 mil camisas.
- D 15,0 mil camisas.
- E 18,6 mil camisas.

**Questão 41**

(Ronaebson)

O prefeito da cidade João Pessoa (PB), preocupado com a mobilidade, implantou corredores exclusivos para ônibus a fim de diminuir o tempo de viagens urbanas.



Antes da existência dos corredores, um ônibus de uma determinada linha demorava 2 horas e 30 minutos para percorrer todo o trajeto de sua linha, desenvolvendo uma velocidade média de 8 km/h.

Se os corredores conseguirem garantir que a velocidade média dessa viagem aumente para 15 km/h, o tempo para que um ônibus percorra todo o trajeto dessa mesma linha será

- A 1h.
- B 1h 15min.
- C 1h 20min.
- D 1h 30min.
- E 2h.

**Questão 42**

(Ronaebson)

Para a confecção das provas trimestrais da **NEW WAY**, a gráfica disponha de 15 impressoras que demorariam 18 horas para imprimir todas as provas. Entretanto, no preparo para dar início às impressões, percebeu-se que só havia 10 impressoras funcionando.

Qual será o tempo gasto para a confecção de todas as provas trimestrais?

- A 12h
- B 15h
- C 24h
- D 27h
- E 30h

**Questão 43**

(Ronaebson)

Um fazendeiro possui ração suficiente para alimentar 160 bodes durante 58 dias. Passados 10 dias, ele vendeu 40 bodes. A ração que ele ainda possui será suficiente para alimentar os bodes restantes por mais

- A 16 dias.
- B 30 dias
- C 48 dias.
- D 64 dias.
- E 72 dias.

**Questão 44**

(Ronaebson)

Um grupo de 40 pessoas fará uma viagem longa de ônibus por vários países da Europa durante 21 dias. Eles precisam comprar uma quantidade suficiente de suprimentos para esses dias e já sabem que, em média, oito pessoas consomem o equivalente a R\$ 3080,00 por semana.

Qual a quantia, em reais, será necessária para manter todo o grupo durante toda a viagem?

- A R\$ 3.080,00.
- B R\$ 12.320,00.
- C R\$ 15.400,00.
- D R\$ 30.800,00.
- E R\$ 46.200,00.

**Questão 45**

(UNIFOR\_2023)

Os Jogos Escolares do Ceará têm por finalidade promover ampla mobilização do segmento escolar, incentivando o esporte como forma de inclusão social e estimulando a participação do aluno em atividades esportivas dentro da escola além de identificar e desenvolver novos talentos esportivos. Para a reforma do ginásio de esporte de uma determinada escola, selecionada para receber os jogos escolares, foram contratados 24 operários. Eles iniciaram a reforma no dia 18 de abril de 2022 (segunda-feira) e executaram 40% do trabalho em 10 dias, trabalhando 7 horas por dia. No final do 10º dia, 4 operários foram dispensados. No dia seguinte, os operários restantes retomaram o trabalho, trabalhando 6 horas por dia e concluíram a reforma. Sabendo-se que o trabalho foi executado nos dois momentos sem folgas em nenhum dia, o dia da semana correspondente ao último dia do término de todo o trabalho é

- A domingo.
- B segunda-feira.
- C terça-feira.
- D quarta-feira.
- E quinta-feira.

**Questão 46**

(UEG\_2023)

Para pintar a sala de 16 m<sup>2</sup> de medida de um apartamento, com uma demão, foram gastos litros de tinta e um pintor demorou uma hora e meia para executar o serviço. Considerando que os pintores possuem o mesmo desempenho para executar o serviço, serão pintados com uma demão três quartos de 12m<sup>2</sup> cada, por dois pintores. Assim, verifica-se que a pintura dos quartos será feita

- A em até uma hora.
- B entre duas a três horas.
- C entre uma a duas horas.
- D entre três a quatro horas.
- E em mais de quatro horas.

**Questão 47**

(MACKENZIE\_2023)

Se são necessários 1.680 g de *mix* de sementes para alimentar 14 calopsitas durante 12 dias, então, para alimentar 6 calopsitas durante 60 dias serão necessários

- A 1.200g
- B 1.580g
- C 2.400g
- D 3.600g
- E 4.200g

**Questão 48**

(Ronaebson)

A empresa Construções Criativas construirá uma quadra de esportes na cidade de Bayeux e depois de planejar todos os aspectos do projeto, percebeu que com 19 operários, trabalhando 6 horas por dia, terminaria toda a obra em 16 dias.

Entretanto, o engenheiro da obra verificou que o terreno para a construção da quadra apresentava o triplo da dificuldade prevista. Diante do replanejamento, a construtora dobrou o número de operários e aumentou a jornada de trabalho para 8 horas diárias.

Seguindo o novo planejamento, a quadra de esportes ficará pronta em

- A 8 dias.
- B 12 dias.
- C 18 dias.
- D 19 dias.
- E 24 dias.

**Questão 49**

(VUNESP)

Numa editora, 8 digitadores, trabalhando 6 horas por dia, digitaram 3/5 de um determinado livro em 15 dias. Então, 2 desses digitadores foram deslocados para um outro serviço, e os restantes passaram a trabalhar apenas 5 horas por dia na digitação desse livro. Mantendo-se a mesma produtividade, para completar a digitação do referido livro, após o deslocamento dos 2 digitadores, a equipe remanescente terá de trabalhar ainda

- A 18 dias.
- B 16 dias.
- C 15 dias.
- D 14 dias.
- E 12 dias.

**Questão 50**

(VUNESP)

Já que em determinadas situações e também para algumas pessoas “*Tempo é dinheiro*”, uma ação na Bolsa de Valores apresentou a seguinte evolução: nos primeiros 30 minutos do pregão o seu preço, para ser comprada, passou de R\$ 12,00 para R\$ 12,75. Um investidor comprou 1000 dessas ações ao preço de R\$ 12,00 no início do pregão e vendeu todas elas após 18 minutos.

Supondo que a variação desse preço tenha ocorrido igualmente distribuída nos 30 minutos iniciais do pregão, o lucro bruto alcançado por esse investidor, em 18 minutos, foi de

- A R\$ 450,00.
- B R\$ 325,00.
- C R\$ 750,00.
- D R\$ 900,00.
- E R\$ 250,00.

**Questão 51**

(Ronaebson)

Para campanha publicitária do Colégio New Way, encomendou-se a uma gráfica a impressão de 140.000 folhetos. A metade desses folhetos foi impressa em três dias por duas máquinas de mesmo rendimento, funcionando 3 horas por dia cada uma. Em virtude de uma grande avaria numa dessas máquinas, a outra metade dos panfletos que restam deverá ser impressa apenas pela outra impressora. Além disso, essa metade restante deve ser impressa em dois dias.

Para que o prazo seja atendido, a impressora que continuará em atividade deverá funcionar numa jornada diária de

- A 3h.
- B 4h.
- C 5h.
- D 6h.
- E 9h.



ANOTAÇÕES:

**Questão 52**

(Ronaebson)

Na construção de um conjunto habitacional na cidade de Salgado de São Félix, trinta operários, trabalhando oito horas por dia, constroem 72 casas em 12 meses. Mantendo o mesmo ritmo de trabalho de cada funcionário, ao construir 25 casas em 5 meses, vinte operários precisariam trabalhar

- A 6h por dia.
- B 8h por dia.
- C 9h por dia.
- D 10 por dia.
- E 11 por dia.

**Questão 53**

(Ronaebson)

A empresa Carga Criativa utiliza um caminhão para transportar dois tipos de produtos. A carga máxima permitida é de 300 caixas do produto X ou 210 caixas do produto W. Se já foram colocadas no caminhão 180 caixas do produto X, então o número máximo de caixas do produto W que o caminhão pode transportar sem ultrapassar sua capacidade máxima é

- A 42.
- B 84.
- C 98.
- D 105.
- E 120.

**Questão 54**

(Ronaebson)

Júlia e Caio irão se casar e desejam presentear seus padrinhos, madrinhas e familiares com lindas lembranças artesanais. Para tanto, eles contrataram uma cooperativa que, com oito artesãos, trabalhando 3 horas por dia, gastam 4 dias para fabricar 16 lembrancinhas no modelo solicitado pelo casal.

O casal fez um pedido de 100 lembrancinhas. Entretanto, em virtude da urgência, a cooperativa contratou mais 7 artesãos que trabalham no mesmo ritmo dos que já existem e solicitou que todos, os novos e os antigos, passassem a trabalhar 4 horas por dia.

Assim, a cooperativa conseguirá atender a solicitação em

- A 5 dias.
- B 10 dias.
- C 12 dias.
- D 15 dias.
- E 20 dias.



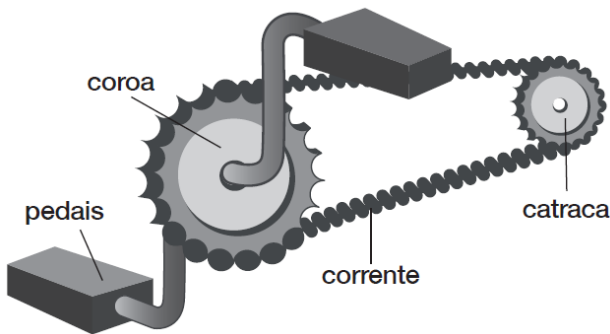
**Questão 55**

**Ciência nas pedaladas**

Em uma bicicleta, a coroa é maior do que a catraca. Como o pedal fica preso na coroa, isso significa que, quando ele dá uma volta completa, a coroa faz o mesmo. Mas, em uma pedalada completa, a catraca dá algumas voltas a mais por ser menor do que a coroa. Isso faz com que os pneus também girem mais rápido do que a coroa, o que explica a velocidade da bicicleta.

Disponível em: <https://luciana1206.wordpress.com/2009/04/17/ciencia-nas-pedaladas/>. Acesso em: 22 mar 2018 (Adapt).

A imagem a seguir representa o esquema que envolve os pedais, a coroa, a corrente e a catraca de uma bicicleta.



Se uma bicicleta tem 42 dentes em sua coroa e 24 dentes em sua catraca, a cada pedalada completa, ou seja, a cada giro de 360° da coroa, a catraca gira uma volta completa e mais

- A  $\frac{3}{4}$  voltas
- B  $\frac{7}{4}$  voltas
- C  $\frac{4}{7}$  voltas
- D  $\frac{4}{3}$  voltas
- E  $\frac{3}{7}$  voltas

**Questão 56**

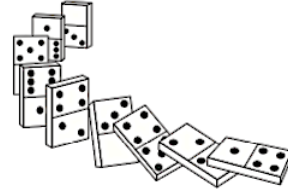
(Ronaebson)

Uma indústria metalúrgica produz 40000 peças em 20 dias, com 12 máquinas operando 10 horas por dia. Quantos dias serão necessários para produzir 60000 peças com 18 dessas máquinas trabalhando 8 horas por dia?

- A 18 dias
- B 24 dias
- C 25 dias
- D 30 dias
- E 36 dias

**Questão 57**

Simone está organizando fileiras de dominós espaçados, de modo a criar um efeito dominó, isto é, o primeiro dominó, ao ser derrubado, derruba o segundo, que derruba o terceiro, e assim sucessivamente.



Para estimar o tempo que levaria e o total de peças que conseguiria enfileirar, ela dispôs sozinha 7.200 peças de dominó, o que lhe tomou 3 dias, cada qual com 4 horas trabalhadas.

Assim, Simone estimou que três pessoas trabalhando no mesmo ritmo, durante 6 horas por dia, conseguiriam, em 2 dias, enfileirar

- A 14.400 peças.
- B 21.600 peças.
- C 28.800 peças.
- D 36.000 peças.
- E 86.400 peças.

**Questão 58**

(Ronaebson)

Para incentivar o interesse dos alunos em utilizar a biblioteca da escola, um professor propôs um projeto pedagógico: um mutirão para organizar os livros da biblioteca. Nos primeiros 3 dias, um grupo de 20 alunos, dedicando 3 horas por dia, conseguiu organizar a metade dos livros nas estantes. Empolgados com esse resultado, mais 10 alunos, trabalhando no mesmo ritmo, se juntaram ao grupo anterior, de forma que em mais 2 dias a tarefa foi concluída.

Para registrar a carga horária investida nesse projeto, o professor que liderou o mutirão precisou calcular o número de horas que os alunos dedicaram a essa tarefa nos últimos 2 dias. Qual foi o valor, em horas, encontrado pelo professor?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

**Questão 59**

(Ronaebson)

Uma empresa foi contratada para executar a pintura do novo prédio de salas de aula de uma determinada escola. O prazo estabelecido no contrato para a conclusão do serviço foi de 10 dias. O serviço começou a ser executado por uma equipe de 6 funcionários da empresa, cada um trabalhando 6 horas por dia. Ao final do 8º dia de serviço somente  $\frac{3}{5}$  do serviço de pintura havia sido executado. Para terminar o serviço dentro do prazo, a equipe de serviço recebeu mais dois novos funcionários e todos passaram a trabalhar 9 horas por dia. Além disso, a produtividade da equipe duplicou e assim, a nova equipe, para concluir o trabalho, gastou mais de 1 dia, porém menos de 2 dias.

O tempo que cada funcionário da nova equipe trabalhou no 10º dia de trabalho foi igual

- A 1h
- B 2h
- C 3h
- D 6h
- E 8h

**Questão 60**

Uma empresa do ramo hoteleiro contratou 30 funcionários temporários para atender ao crescimento da demanda nos três meses de alta temporada. Estimava-se que, durante esse período, houvesse um aumento na taxa de ocupação dos quartos, a qual passaria de 40% para 100%. Entretanto, passado um mês da contratação, percebeu-se que a ocupação, na verdade, aumentou para apenas 60%. Dessa forma, o gerente decidiu não renovar alguns desses contratos com os funcionários temporários para os últimos dois meses da alta temporada.

Considerando a proporcionalidade entre o aumento da taxa de ocupação e o número de funcionários contratados e supondo a manutenção da taxa de ocupação nos outros dois meses, o gerente concluiu que seria necessário manter apenas

- A 5 funcionários temporários.
- B 10 funcionários temporários.
- C 15 funcionários temporários.
- D 20 funcionários temporários.
- E 25 funcionários temporários.

**Questão 61**

Em uma certa linha de montagem, foi verificado que dois operários, trabalhando cinco horas por dia, produzem 100 peças em dois dias. Considerando que todos os operários produzem no mesmo ritmo e com a mesma qualidade, quatro operários, trabalhando oito horas por dia, produzi- riam 1.000 peças em

- A 4,25 dias.
- B 5,75 dias.
- C 6,25 dias.
- D 8,25 dias.
- E 8,5 dias.

**Questão 62**

Em uma fábrica, há 5 máquinas que, operando 10 horas por dia durante 8 dias, produzem 4000 peças. Um cliente encomendou 12 000 peças, que devem ser entregues em 20 dias. Após 8 dias de produção, nas mesmas condições descritas, o proprietário alugou mais 3 máquinas de mesmo desempenho das que já possuía, que passaram a operar juntamente com as primeiras.

Considerando que o desempenho dessas máquinas não se altere com as horas por dia em que operam, para que a encomenda seja entregue no prazo estipulado, a jornada diária de todas as máquinas, após o aluguel, deve passar a ser de

- A 7 horas e 10 min
- B 8 horas e 20 min
- C 8 horas e 40 min
- D 9 horas e 30 min
- E 9 horas e 50 min

**Questão 63**

(Ronaebson)

Em um hospital, numa noite de plantão, 2 pediatras atendem, em média, 36 crianças ao longo de 6 horas. Numa certa noite, trabalharam 3 pediatras com o mesmo desempenho dos anteriores, durante 8 horas.

O número de crianças a mais que foram atendidas nessa noite, em relação à média, é:

- A 180.
- B 144.
- C 108.
- D 72.
- E 36.



**Questão 64**

(Ronaebson)

Pedro, Fábio e Otávio se uniram para comprar um terreno. Pedro entrou com R\$ 3.600,00, Fábio com R\$ 4.500,00 e Otávio com R\$ 6.300,00. Um ano após o início desta sociedade, constatou-se que o terreno havia valorizado R\$ 1.920,00. Dividindo esse lucro proporcionalmente ao investimento inicial dos sócios, quanto Pedro, Fábio e Otávio deverão receber, respectivamente?

- A R\$ 480,00, R\$ 600,00 e R\$ 840,00.
- B R\$ 340,00, R\$ 650,00 e R\$ 930,00.
- C R\$ 520,00, R\$ 640,00 e R\$ 760,00.
- D R\$ 420,00, R\$ 680,00 e R\$ 820,00.
- E R\$ 540,00, R\$ 685,00 e R\$ 695,00.

**Questão 65**

(Colégio Naval)

Adão, Beto e Caio uniram-se num mesmo investimento e combinaram que, em janeiro de cada ano, repartiriam o lucro obtido em partes diretamente proporcionais ao tempo de investimento e ao valor investido. Adão investiu R\$ 10000,00 há nove meses; Beto R\$ 15000,00 há oito meses e Caio R\$ 12000,00 há cinco meses. Se o lucro a ser repartido é de R\$ 54000,00 o maior recebimento será de

- A R\$ 10.000,00.
- B R\$ 12.000,00.
- C R\$ 15.000,00.
- D R\$ 18.000,00.
- E R\$ 24.000,00.

**Questão 66**

(PUC-RJ)

Os sócios de uma empresa decidem dividir o lucro de um determinado período, pelos seus três gerentes, de modo que cada um receba uma parte diretamente proporcional ao seu tempo de serviço.

Sabendo que o lucro que será dividido é de R\$ 18.500,00 e que o tempo de serviço de cada um deles é, respectivamente 5, 7 e 8 anos, podemos afirmar que o mais antigo na empresa receberá:

- A R\$ 4625,00
- B R\$ 5125,00
- C R\$ 6475,00
- D R\$ 7400,00
- E R\$ 9250,00

**Questão 67**

Para o investimento de uma empresa, três sócios (João, Paulo e Maria) contribuíram com capitais diferentes e em momentos distintos. Com isso, a fim de realizar uma divisão justa do valor do lucro do negócio, foi acordada a utilização da chamada regra de sociedade, que consiste em repartir os dividendos em partes diretamente proporcionais aos capitais aplicados e ao tempo em que o capital permaneceu na empresa até o momento da divisão. O cenário ficou da seguinte forma:

- João aplicou na empresa um capital de R\$ 10.000,00 há um ano;
- Paulo aplicou um capital de R\$ 15.000,00 há dois anos;
- Maria aplicou um capital de R\$ 20.000,00 há três anos.

Considerando que, no momento da partilha dos dividendos, foram totalizados R\$ 30.000,00, a parte que cabe a Maria é de

- A R\$ 10.000,00.
- B R\$ 12.000,00.
- C R\$ 15.000,00.
- D R\$ 18.000,00.
- E R\$ 21.000,00.

**Questão 68**

(Ronaebson)

Três colegas investiram certo capital para a abertura de uma açaiteria. O sócio Artmi investiu R\$ 12000,00, o sócio Bilbo investiu R\$ 18000,00 e o sócio Cléo investiu R\$ 30000,00. Ao fim de três anos, perceberam que seria possível fazer uma retirada de R\$ 420000,00. Sabendo que cada sócio recebeu uma parte desses R\$ 420000,00 e que essa parte era diretamente proporcional ao seu investimento, o sócio Cléo recebeu

- A R\$ 42000,00.
- B R\$ 84000,00.
- C R\$ 126000,00.
- D R\$ 210000,00.
- E R\$ 300000,00.

ANOTAÇÕES:

**Questão 69**

(Ronaebson)

Um determinado studio tem três modalidades de atividades que podem ser praticadas pelos seus clientes, a saber: yoga, pilates e tai-chi-chuan. Sabe que todos os clientes praticam apenas uma das atividades citadas e que as quantidades desses clientes que praticam yoga, pilates e tai-chi-chuan, respectivamente, são proporcionais a 7, 6 e 5.

Dado que a diferença do número de clientes que praticam ioga e tai-chi-chuan é igual a 24, o número de clientes desse studio é igual a

- A** 108.
- B** 180.
- C** 216.
- D** 240.
- E** 300.

**Questão 70**

(Ronaebson)

Num jantar em família, Suzana pediu uma pizza para suas três filhas, Ana, Bianca e Clara. Ela dividiu essa pizza em setores circulares de modo que suas áreas são diretamente proporcionais às idades de cada uma delas.

Sabendo que Ana, Bianca e Clara têm, respectivamente, 10, 12 e 18 anos de idade e que a superfície superior da pizza tem a forma de uma circunferência de raio 20 cm, a área da parte superior da fatia de Ana é igual a

- A**  $90\pi \text{ cm}^2$ .
- B**  $100\pi \text{ cm}^2$ .
- C**  $108\pi \text{ cm}^2$ .
- D**  $120\pi \text{ cm}^2$ .
- E**  $400\pi \text{ cm}^2$ .

**Questão 71**

(Ronaebson)

Dr. Miguel irá administrar 42 ml de um determinado medicamento a um paciente ao longo de três dias consecutivos, de tal forma que as dosagens diárias a serem administradas sejam proporcionais a 3, 4 e 7, nessa ordem.

Assim, a dosagem administrada no segundo dia deve ser

- A** 3 ml.
- B** 9 ml.
- C** 12 ml.
- D** 14 ml.
- E** 21 ml.

**Questão 72**

(Ronaebson)

Em The Walking Dead, em meio ao apocalipse zumbi, os personagens Rick, Daryl e Michonne enfrentam uma horda de 420 zumbis. Ao final da luta, eles perceberam que as quantidades de zumbis que foram mortos por Rick, Daryl e Michonne eram proporcionais a 5, 4 e 6, respectivamente.

O número de zumbis que foram mortos por Rick foi igual a

- A** 28.
- B** 112.
- C** 140.
- D** 168.
- E** 170.

**Questão 73**

(Ronaebson)

Sara e Thayse estão saindo juntas da assessoria depois de um longo dia de estudos e ambas desejam pegar um UBER para voltar para suas respectivas casas. Após consultar seus aplicativos, Sara percebe que sua corrida custará R\$ 16,00 e Thayse nota que a sua custará R\$ 24,00. Como o caminho até a casa de Thayse passa pela casa de Sara, elas resolvem dividir o mesmo UBER e acordam a divisão do preço da corrida mais longa, de modo que o valor que cada uma deverá pagar será proporcional ao que cada uma gastaria, caso fizessem corridas individuais.

A diferença entre os valores de Thayse e Sara é igual a

- A** R\$ 3,20
- B** R\$ 4,80.
- C** R\$ 5,60.
- D** R\$ 9,60.
- E** R\$ 14,40.

**Questão 74**

(Ronaebson)

Um pai decidiu dividir uma grande porção de terras em partes inversamente proporcionais as idades de seus três filhos: Alberto, Bento e Cláudio.

Dado que a área total a ser dividida é de 74 hectares e que as idades de Alberto, Bento e Cláudio são respectivamente, 24, 30 e 36 anos, a área que o filho mais velho recebeu foi de

- A** 20 hectares.
- B** 24 hectares.
- C** 30 hectares.
- D** 36 hectares.
- E** 37 hectares.

**Questão 75**

Ao pesquisar uma receita de Panetone, Ana observou que os ingredientes frutas cristalizadas, uvas-passas sem sementes e castanhas de caju trituradas apareciam na proporção, em massa, 3:1:2, respectivamente.

Se, para produzir um Panetone, Ana utilizou 500 gramas de castanha de caju triturada, a soma das massas de frutas cristalizadas e uvas-passas sem sementes utilizadas, de acordo com a receita, em quilogramas, de ser

- A 0,75
- B 0,8
- C 1
- D 10
- E 1000

**Questão 76**

(UPE)

As famílias Tatu, Pinguim e Pardal realizaram uma viagem juntas, cada uma em seu carro. Cada família sabe muito bem o quanto o seu carro consome de gasolina. O quadro a seguir mostra o carro de cada uma das famílias, com as respectivas autonomias médias.

Família	Carro	Autonomia
Tatu	Penault	20 Km/l
Pinguim	Pevrolet	15 Km/l
Pardal	Piat	12 Km/l

Nessa viagem, eles sempre pagaram a gasolina com o mesmo cartão de crédito. Ao final da viagem, eles perceberam que consumiram 1 200 litros de gasolina e gastaram 3 mil reais com esses abastecimentos. Como eles decidiram dividir a despesa de forma proporcional ao que cada família consumiu, quanto deverá pagar a família Pardal?

- A R\$ 750,00
- B R\$ 1 000,00
- C R\$ 1 050,00
- D R\$ 1 250,00
- E R\$ 1 800,00



ANOTAÇÕES:

**Questão 77**

(UPE\_SSA)

A Pizzaria Italiana vende pizzas inteiras ou em porções (fatias). A tabela abaixo apresenta o número de fatias e o diâmetro de acordo com o tipo da pizza.

TIPO DA PIZZA	NÚMERO DE FATIAS	DIÂMETRO (CM)
BROTO	6	30
GRANDE	8	35
GIGANTE	10	40

Se uma pizza **Broto** inteira custa R\$ 27,00, qual deve ser o preço de cada fatia da pizza **Gigante**?

- A R\$ 6,50
- B R\$ 4,80
- C R\$ 4,50
- D R\$ 3,90
- E R\$ 3,50

**Questão 78**

(UNESC)

Os professores de matemática e educação física de uma escola organizaram um campeonato de damas entre os alunos.

Pelas regras do campeonato, cada colocação admitia apenas um ocupante. Para premiar os três primeiros colocados, a direção da escola comprou 310 chocolates, que foram divididos entre os 1.º, 2.º e 3.º colocados no campeonato, em quantidades inversamente proporcionais aos números 2, 3 e 5, respectivamente. As quantidades de chocolates recebidas pelos alunos premiados, em ordem crescente de colocação no campeonato, foram:

- A 155, 93 e 62.
- B 155, 95 e 60.
- C 150, 100 e 60.
- D 150, 103 e 57.
- E 150, 105 e 55.

**Questão 79**

(Ronaebson)

Rayenne precisa pagar uma quantia de R\$ 1.140,00 em três parcelas A, B e C, respectivamente.

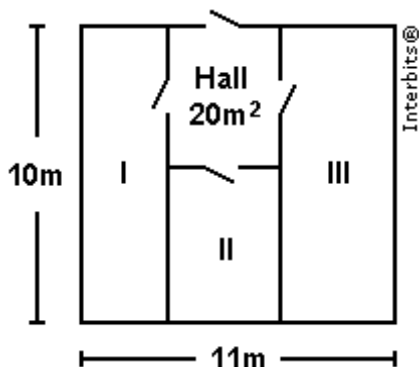
Dado que os valores correspondentes a cada uma dessas parcelas são inversamente proporcionais aos números 5, 4 e 2, respectivamente, tem-se que ela irá pagar pela parcela A o valor de

- A R\$ 900,00.
- B R\$ 600,00.
- C R\$ 540,00.
- D R\$ 300,00.
- E R\$ 240,00.

**Questão 80**

(ENEM)

Em uma empresa, existe um galpão que precisa ser dividido em três depósitos e um *hall* de entrada de  $20\text{m}^2$ , conforme a figura abaixo. Os depósitos I, II e III serão construídos para o armazenamento de, respectivamente, 90, 60 e 120 fardos de igual volume, e suas áreas devem ser proporcionais a essas capacidades.



A largura do depósito III deve ser, em metros, igual a:

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

**Questão 81**

(UPE\_SSA-1)

A margem de erro em uma pesquisa eleitoral é inversamente proporcional à raiz quadrada do tamanho da amostra. Se, em uma pesquisa com 8100 eleitores, a margem de erro é de 4%, em uma pesquisa com 25600 eleitores, ela será de

- A 2,25%
- B 2,50%
- C 2,80%
- D 3,00%
- E 3,50%

**Questão 82**

(IFPE)

O Homem-Escorpião, o Menino-Vespa e a Garota-Abelha já derrotaram, juntos, 600 vilões na proporção 13, 2 e 5, respectivamente. Quantos vilões o Homem-Escorpião derrotou a mais que o Menino-Vespa?

- A 240 vilões.
- B 330 vilões.
- C 90 vilões.
- D 360 vilões.
- E 210 vilões.

**Questão 83**

(Ronaebson)

O *baião de dois* é um prato típico da região Nordeste e partes da região Norte. Consiste na mistura de arroz e feijão, de preferência feijão verde ou feijão novo. Na Paraíba e no Ceará há uma variação desse prato chamada de *rubacão*.

Dona Mônica e dona Otávia, para recepcionar seus netos que chagaria de viagem para visitá-las, prepararam, cada uma, um quilo de baião de dois. Entretanto, dona Mônica preparou sua receita contando com uma porção de feijão para quatro porções de arroz, enquanto que dona Otávia preparou sua receita contando com duas porções de feijão para cinco de arroz.

Elas decidiram colocar todo baião de dois numa única panela e misturar bem toda a comida. Feito isso, a nova razão entre as quantidades de feijão e arroz na mistura é

- A  $1/3$ .
- B  $17/35$ .
- C  $12/35$ .
- D  $17/53$ .
- E  $13/20$ .

**Questão 84**

Um carro cujo tanque possui um volume  $Q$  de combustível contém gasolina e álcool na razão de 2 para 3. Um outro carro, cujo tanque possui o mesmo volume  $Q$ , também contém gasolina e álcool, porém, na razão de 3 para 7. Os volumes de combustível desses dois carros foram totalmente retirados para serem colocados em um único caminhão cujo volume do tanque é igual a  $2Q$ .

Feita a transferência, foi obtida uma mistura que contém gasolina e álcool, na razão de

- A 5 para 10
- B 5 para 15
- C 7 para 13
- D 7 para 15
- E 8 para 13

**Questão 85**

(Ronaebson)

Uma pizzaria recebeu um pedido incomum para uma única pizza e a descrição era a seguinte: “quero que  $\frac{5}{8}$  da pizza seja de calabresa,  $\frac{1}{8}$  de frango e  $\frac{2}{8}$  de chocolate”.



Entretanto, após finalizar a pizza, o pizzaiolo percebeu que a pizza ficou com as seguintes características:

- $\frac{9}{16}$  era de calabresa;
- $\frac{3}{16}$  era de frango;
- $\frac{4}{16}$  era de chocolate.

Para ajustar a pizza feita ao que foi pedido, que fração da parte referente a de frango deve ser substituída por calabresa?

- A**  $\frac{1}{16}$
- B**  $\frac{1}{4}$
- C**  $\frac{1}{8}$
- D**  $\frac{1}{3}$
- E**  $\frac{1}{2}$

**Questão 86**

(Ronaebson)

Para fazer 800 ml de um detergente, deve-se misturar 100 ml da substância X, 200 ml da substância Y e 500 ml da substância Z.

Deseja-se aumentar o tamanho da embalagem do detergente e o produto agora deverá ter 1 litro. Assim, para manter a proporcionalidade entre as substâncias X, Y e Z as quantidades usadas serão (em ml), respectivamente,

- A** 125; 250 e 625.
- B** 120; 240 e 640.
- C** 166,6; 266,6 e 566,8.
- D** 140; 260 e 600.
- E** 130; 250 e 620.

**Questão 87**

(EAM\_2022)

Considere duas fontes de luz, A e B, situadas no eixo das abscissas, com A na origem. A fonte B é 4 vezes mais brilhante do que a fonte A e distam 15 m entre si. Suponha que um objeto C é posto no eixo das abscissas entre A e B. Sabendo que a luminosidade em C é diretamente proporcional à intensidade da fonte e inversamente proporcional ao quadrado da distância desse ponto à mesma fonte. A que distância de A deve estar C para que seja iluminado igualmente por ambas as fontes?

- A** 1 m
- B** 3 m
- C** 5 m
- D** 6 m
- E** 7 m

**TRABALHO HARMÔNICO**

**Questão 88**

(Ronaebson)

Em virtude do número de alunos e da grande demanda de materiais entregues semanalmente, o curso Matemática Criativa tem dois tipos de impressoras, sendo quatro máquinas de referência L395 e três máquinas de referência HP8610.

Sabe-se que as quatro máquinas L395 juntas, imprimem todo o material de uma semana em 7 horas, enquanto as três máquinas HP8610 imprimem todo o material da mesma semana em 3 horas.

Se todas as sete máquinas trabalharem juntas, em quanto tempo elas terminarão de imprimir todo o material?

- A** 10,0 horas
- B** 5,0 horas
- C** 3,0 horas
- D** 2,1 horas
- E** 1,4 horas

**Questão 89**

(Ronaebson)

Levam dez dias para o Pirata Fogaça Acabar com um barril de cachaça. Mas um barril para o Pirata Machadinhas Dura duas semanas inteirinhas. Quanto tempo vai durar um barril Se os dois beberem juntos no covil?

- A** 5 dias e 5 horas
- B** 5 dias e 6 horas
- C** 5 dias e 20 horas
- D** 12 dias
- E** 24 dias

**Questão 90**

(Ronaebson)

Uma torneira, sozinha, leva 6h para encher completamente um tanque. Outra torneira, também sozinha, leva 14h para encher completamente o mesmo tanque.

Arthur encontrou o tanque com líquido até a metade de sua capacidade. Dado que naquele momento ele abriu ambas as torneiras simultaneamente, o tempo que ele esperou até o que o tanque ficasse completamente cheio para então fechar novamente as torneiras foi

- A** 5h 00min.
- B** 4h 20min.
- C** 4h 12min.
- D** 2h 10min.
- E** 2h 06min.

**Questão 91**

(Ronaebson)

Para pintar as paredes da quadra de uma escola, Lucas disse que, sozinho, leva 4 dias e Gustavo disse que, sozinho, leva 6 dias, ambos trabalhando 8h corridas em cada um dos dias.

Se os dois forem contratados para juntos pintarem as paredes dessa quadra, mantendo a jornada diária de trabalho, no último dia eles trabalharão

- A 2h 40min
- B 3h 12min
- C 3h 20min
- D 9h 06min
- E 9h 36min

**Questão 92**

(UNEMAT\_2023)

Duas torneiras de mesma vazão, quando abertas ao mesmo tempo, enchem uma caixa d'água em 3 horas. Esta mesma caixa tem um registro em sua base capaz de esvaziá-la, quando completamente cheia, em 4 horas.

Considere que a caixa d'água esteja completamente vazia e com o registro de saída fechado. Logo em seguida, a primeira torneira é acionada, e, no exato momento em que a caixa d'água atinge a metade do seu volume, a segunda torneira e o registro de saída são acionados, simultaneamente.

Assinale a alternativa correta em relação ao tempo, em horas, necessário para que a caixa d'água esteja completamente cheia.

- A 9 horas.
- B 6 horas.
- C 12 horas.
- D 3 horas.
- E 8 horas.

**Questão 93**

(CEFET-CE)

Três torneiras enchem um tanque: a primeira em 15 horas; a segunda em 20 horas; e a terceira em 30 horas. Há um escoadouro que pode esvaziar o tanque em 40 horas. Estando as três torneiras e o escoadouro a funcionar, em quantas horas o tanque poderá ficar cheio?

- A 5h
- B 8h
- C 10h
- D 15h
- E 25h

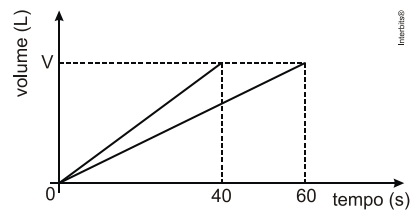
**Questão 94**

(UERJ)

Em um laboratório, duas torneiras enchem dois recipientes, de mesmo volume  $V$ , com diferentes soluções aquosas. Observe os dados da tabela:

Recipiente	Solução	Tempo de enchimento (s)
R1	ácido clorídrico	40
R2	hidróxido de sódio	60

O gráfico abaixo mostra a variação do volume do conteúdo em cada recipiente em função do tempo.



Considere que as duas torneiras foram abertas no mesmo instante a fim de encher um outro recipiente de volume  $V$ . O gráfico que ilustra a variação do volume do conteúdo desse recipiente está apresentado em:

- A
- B
- C
- D



**Questão 95**

(CEFET-MG)

Um tanque possui duas torneiras, sendo uma de entrada, que o enche em 5 horas, e outra de saída, que o esvazia em 7 horas.

Supondo que esse tanque esteja totalmente vazio e que as torneiras sejam abertas, ao mesmo tempo, às 15 horas, então, ele ficara totalmente cheio às

- A 8h 30min.
- B 8h 50min.
- C 20h 30min.
- D 20h 50min.

**Questão 96**

Um computador faz 20.000.000 de operações matemáticas simples (adição, subtração, multiplicação e divisão) em 60 segundos. Outro computador faz essa mesma quantidade de operações no dobro do tempo.

Um matemático, utilizando esses dois computadores simultaneamente, necessita efetuar um bilhão de operações simples.

Em quanto tempo, aproximadamente, os computadores terão terminado de efetuar essas operações?

- A 3 minutos
- B 25 minutos
- C 33 minutos
- D 50 minutos
- E 75 minutos

**Questão 97**

(UNICAMP)

Duas impressoras funcionando simultaneamente imprimem certa quantidade de páginas em 36 segundos. Sozinha, uma delas imprime a mesma quantidade de páginas em 90 segundos. Funcionando sozinha, para imprimir a mesma quantidade de páginas, a outra impressora gastaria

- A 48 segundos.
- B 54 segundos.
- C 60 segundos.
- D 72 segundos.

ESCALA

**Questão 98**

(Ronaebson)

A vista aérea de um dos blocos da Estação Ciências, em João Pessoa, mostra que ele tem a forma de um octógono regular.



Na imagem descrita acima, a escala utilizada é de 1:1000 e a medida do lado do octógono é 1,8 cm.

Assim, a medida real do perímetro desse bloco octogonal é

- A 18 m.
- B 72 m.
- C 90 m.
- D 144 m.
- E 180 m.

**Questão 99**

(Ronaebson)

Todos os primos da família Ferreira organizaram uma caça ao tesouro no sítio Serragem em Cajazeiras-PB. Cada um tinha um mapa e sabiam para que direção exatamente ficavam os pontos cardeais. A escala do mapa era de 1:4500 e, após analisá-lo no ponto de partida, Paulo encontrou um caminho em linha reta até o tesouro, que no mapa era representado por um segmento de 30 cm e, quando o trilhou, contou exatamente 1800 passos do início do trajeto ao tesouro.

O comprimento médio do passo de Paulo é, em centímetro, igual a

- A 50 cm.
- B 60 cm.
- C 75 cm.
- D 80 cm.
- E 90 cm.



**Questão 100**

(Ronaebson)

Para calcular a distância aproximada entre Natal-RN e Recife-PE, Eliúde verificou num mapa rodoviário que a estrada que liga essas duas cidades é praticamente uma linha reta com 2,9cm.



Dado que o mapa está numa escala 1:10000000, ela concluiu corretamente que a distância real aproximada entre as referidas cidades é de

- A 29 km.
- B 145 km.
- C 290 km.
- D 2900 km.
- E 29000 km.

**Questão 101**

Maria tirou uma foto de seu irmão João de pé ao lado de uma árvore. Depois de revelar a foto, ela mediu a imagem com uma régua e viu que o tamanho de João na imagem era de 5 cm e da árvore era 12 cm. Sabendo que a altura real de João é 1,70 metros, qual é a altura real da árvore?

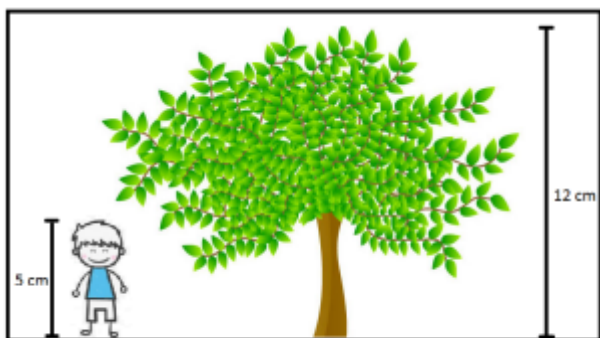


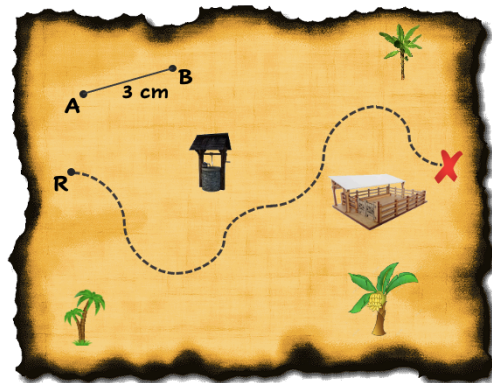
Foto tirada por Maria.

- A 0,34 m
- B 3,40 m
- C 4,00 m
- D 4,08 m
- E 4,80 m

**Questão 102**

(Ronaebson)

Paulo construiu um mapa do tesouro para uma brincadeira com seus primos no sítio. No mapa, ele indicou que a distância entre dois pontos de referência A e B é de 3cm, além disso, todos os envolvidos sabem que a distância real entre esses dois pontos é de 33m.



Sabe-se que o ponto R corresponde ao início do trajeto, o tesouro está no ponto identificado com um X e que o comprimento da linha que liga o ponto R ao local do tesouro, no mapa, é de 21 cm.

A distância real que a pessoa deve percorrer do ponto R ao tesouro, seguindo a linha indicada no mapa, é de

- A 210 m.
- B 231 m.
- C 330 m.
- D 363 m.
- E 393 m.

**Questão 103**

(Ronaebson)

O mapa a seguir representa uma região do estado da Paraíba, onde o segmento  $\overline{AB}$  destacado representa um trecho da BR-230 que é praticamente uma linha reta.



Sabendo que o mapa está na escala 1:800.000, qual a distância real, em quilômetro, entre os pontos A e B na região representada?

- A 32,0 km
- B 25,0 km
- C 20,0 km
- D 3,2 km
- E 2,0 km

**Questão 104**

(Ronaebson)

O escalímetro é um instrumento na forma de um prisma triangular que possui seis réguas com diferentes escalas. É utilizado para medir e conceber desenhos em escalas ampliadas ou reduzidas.



Um determinado escalímetro apresenta as escalas 1:20, 1:25, 1:50, 1:75, 1:100 e 1:125. Dentre elas, se um arquiteto quiser confeccionar a planta de apartamento com maior riqueza de detalhes, ele deverá escolher a escala

- A 1:20.
- B 1:25.
- C 1:50.
- D 1:100.
- E 1:125.

**Questão 105**

(Ronaebson)

As vendas de lotes de terrenos para o condomínio *Morada Criativa* começaram e no stand de vendas há uma planta baixa na escala 1:600.

Um cliente se interessa por um lote retangular que, nessa planta, tem 2 cm de largura por 5 cm de comprimento.

Se o metro quadrado do terreno custa R\$ 1250,00, a quantia que esse cliente terá que dispor para comprar o referido lote é

- A R\$ 150.000,00
- B R\$ 360.000,00
- C R\$ 375.000,00
- D R\$ 420.000,00
- E R\$ 450.000,00

**Questão 106**

(Ronaebson)

A nova sede da Escola de Sargentos do Exército (ESE) será construída na região metropolitana de Recife-PE. O marco zero dessa belíssima cidade encontra-se na região portuária denominada "Recife Antigo". Ao realizar a medição em um mapa de escala 1: 95000 cm, a distância entre o marco zero de Recife e o local de construção da nova sede da ESE, encontramos 55 cm. A distância real, em quilômetros, entre esses dois pontos citados é de:

- A 45,2 Km
- B 42,5 Km
- C 52,25 Km
- D 5,225 Km
- E 42,25 Km

**Questão 107**

(Ronaebson)

Um aluno do Curso de Engenharia Mecânica da UFPB, recebeu o desenho de uma peça e, após fazer as devidas medições, a partir de sua escala, fabricou a peça.

Dado que a largura da peça no desenho tinha 1,5 mm e a largura da peça já fabricada tinha 45 cm, qual a escala do desenho?

- A 1:3
- B 1:30
- C 1:300
- D 1:3.000
- E 1:30.000

**Questão 108**

(Ronaebson)

É fato que a bela e esteticamente perfeita *Avenida 9 de Julio*, considerada pelos argentinos a avenida mais larga do mundo com seus 140 metros de largura, é também, por inúmeros motivos a serem citados, uma das principais e mais importantes de Buenos Aires, se tornando uma espécie de emblema do centro da cidade. Ela carrega em seu nome uma homenagem a declaração da independência argentina, efetuada em 09 de Julho de 1816.

Adaptado de <https://aguiarbuenosaires.com/avenida-9-de-julio-a-avenida-mais-larga-do-mundo/>  
Acesso em 26/05/2019

Num mapa da cidade de Buenos Aires, a *Avenida 9 de Julio* aparece desenhada com 2,8 mm de largura. Assim, esse mapa está desenhado numa escala de

- A 1:20000
- B 1:50000
- C 1:100000
- D 1:140000
- E 1:250000

**Questão 109**

(Ronaebson)

Augusto contratou um desenhista para fazer uma caricatura. Para tanto, ele enviou uma foto na escala 1:10. Para visualizar melhor os detalhes do rosto de Augusto, o desenhista solicitou que ele enviasse a mesma foto ampliada 2,5 vezes.

A nova foto enviada por Augusto estará na escala

- A 1:4.
- B 1:25.
- C 1:40.
- D 1:250.
- E 1:10000.

**Questão 110**

(Ronaebson)

A planta de um apartamento cujas dimensões são 7m x 8m foi desenhada num papel A3 numa escala de 1:80. Depois essa mesma planta foi ampliada de modo que o desenho passou a estar numa escala de 1:25.

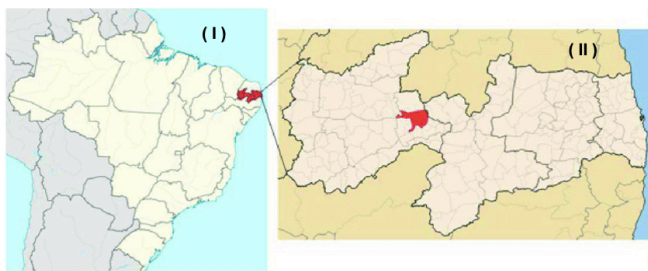
Do primeiro projeto para o segundo projeto, a área do desenho aumentou

- A** 3,20 vezes.
- B** 5,12 vezes.
- C** 6,40 vezes.
- D** 10,24 vezes.
- E** 31,25 vezes.

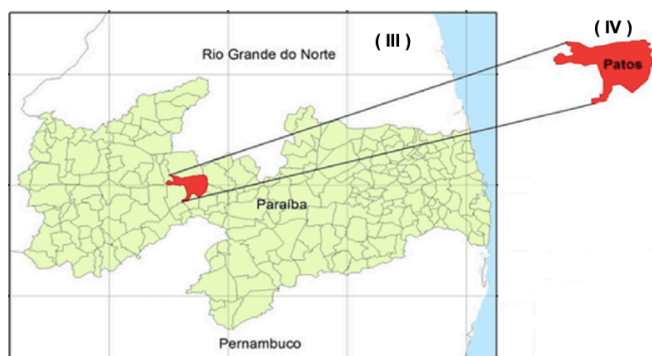
**Questão 111**

(Ronaebson)

Um estudante abriu um aplicativo de mapas e identificou o mapa do Brasil (I), destacando a Paraíba. Logo depois ampliou esse mapa para observar com mais nitidez o estado da Paraíba (II), no qual destacou a cidade de Patos.



Querendo observar com mais riqueza de detalhes, conseguiu outro aplicativo com o mapa da Paraíba ainda mais ampliado em relação ao mapa (II), obtendo o mapa III. Depois disso, com o intuito de observar com mais detalhes os contornos da cidade de Patos, aumentou o zoom focando apenas na cidade e observou Patos no mapa IV.



Dado que as escalas dos mapas I, II, III e IV são, respectivamente, 1: x, 1: y, 1: w e 1: z, tem-se que

- A**  $x > y > w > z$ .
- B**  $x < y < w < z$ .
- C**  $x = y > w = z$ .
- D**  $x = y < w = z$ .
- E**  $x < y = w < z$ .

**Questão 112**

(Ronaebson)

O Arco do Triunfo é um monumento localizado na cidade de Paris, construído em comemoração às vitórias de Napoleão Bonaparte, o qual ordenou sua construção em 1806. O arco localiza-se na praça Charles de Gaulle, no encontro da avenida Champs-Élysées. Nas extremidades da avenida encontram-se a Praça da Concórdia e, na outra, La Défense.

Projetado pelo arquiteto francês Jean Chalgrin, o monumento tem 50 metros de altura por 45 metros de largura e 22 metros de profundidade.



Um projetista resolveu construir um protótipo do Arco do Triunfo com dimensões 25 cm de altura, 22,5 cm de largura e 11 cm de profundidade. A escala linear utilizada pelo projetista na construção desse protótipo foi

- A** 1:2.
- B** 1:20.
- C** 1:200.
- D** 1:500.
- E** 1:2000.

**Questão 113**

(Ronaebson)

Um estúdio de TV, cujas dimensões são 12 m x 10 m, tem sua planta baixa desenhada numa escala de 1:75. Depois essa mesma planta foi ampliada de modo que o desenho passou a estar numa escala de 1:25.

Quando comparamos as duas escalas, percebemos que, do primeiro para o segundo projeto, houve uma ampliação de

- A** 100%.
- B** 150%.
- C** 200%.
- D** 250%.
- E** 300%.

**Questão 114**

(Ronaebson)

A figura mostra o Estado de Goiás em diferentes escalas:



Sabe-se que num dos mapas o estado de Goiás está representado numa escala 1:84000 e no outro mapa, ele está representado na escala 1:60000. Há interesse em estimar a porcentagem que foi ampliada a área correspondente ao referido estado. Essa porcentagem é aproximadamente

- A 14%.
- B 40%.
- C 66%.
- D 80%.
- E 96%.

**Questão 115**

(Ronaebson)

Para a confecção do projeto arquitetônico da escola NEW WAY, que terá uma das fachadas com 96m de comprimento, Marisley Albino, a arquiteta responsável pela obra, representou em folha A4 a vista frontal dessa fachada com 24 cm. Entretanto, buscando promover uma melhor visualização dos detalhes da fachada, ela decidiu refazer o esboço do projeto em uma folha A3, de modo que essa vista frontal da fachada tivesse suas dimensões lineares 60% maiores que as do esboço anterior.

Qual a escala utilizada por Marisley no segundo esboço?

- A 1:500
- B 1:400
- C 1:360
- D 1:250
- E 1:160

**Questão 116**

O Cristo Redentor é uma estátua *art déco* que retrata Jesus Cristo, localizado no bairro de Santa Tereza, na cidade do Rio de Janeiro, Brasil. Em 2007, foi eleito uma das novas sete maravilhas do mundo. O monumento situa-se no topo do morro do Corcovado, a 709 metros acima do nível do mar, no Parque Nacional da Tijuca, tem 30 metros de altura e pesa 800 toneladas.

Disponível em: <wikipedia.org/wiki/Cristo\_Redentor> Acesso em: 04 fev. 2016

Uma miniatura perfeita do Cristo Redentor, feita exatamente do mesmo material da estátua original e com 1,5 m de altura, terá massa igual a

- A 100 toneladas
- B 100 quilogramas
- C 40 quilogramas
- D 40 toneladas
- E 100 gramas

**Questão 117**

(Ronaebson)

Um fotógrafo deseja ampliar digitalmente uma fotografia sem a distorcer, isto é, pretende produzir uma imagem semelhante à original.



Considere que ao ampliar uma fotografia, para que não haja perda de qualidade de imagem, o tamanho do arquivo virtual, em megabytes, será proporcional à área da imagem.

Uma fotografia possui forma retangular de dimensões 11cm x 15cm e o arquivo digital da foto possui 3,2 MB. Se o fotógrafo pretende ampliar as dimensões lineares em 2,5 vezes, sem que haja perda de qualidade, o novo arquivo digital da foto possuirá

- A 3,20 MB
- B 6,25 MB
- C 8,00 MB
- D 16,5 MB
- E 20,0 MB



**Questão 118**

(Ronaebson)

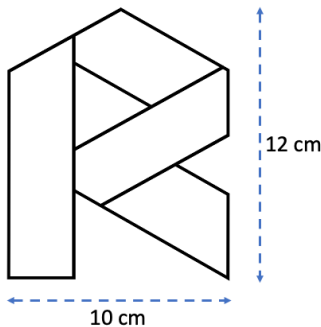
Admita que uma célula tenha a forma de uma esfera e que sua capacidade de absorção de nutrientes é proporcional a área de sua superfície. A partir de um determinado momento, se uma célula crescer até que seu volume seja oito vezes o inicial, sua capacidade de absorção de nutrientes será

- A) metade do que era inicialmente.
- B) igual a que era inicialmente.
- C) o dobro da que era inicialmente.
- D) o quádruplo da que era inicialmente.
- E) oito vezes a que era inicialmente.

**Questão 119**

(Ronaebson)

O professor Ronaebson decidiu pintar numa das paredes quadradas da sala de monitoria do seu curso o símbolo descrito na imagem de referência a seguir.



Para reproduzir o ícone na parede, ele fará uma ampliação da imagem de referência utilizando uma escala de 1:20.

Sabendo que deve haver uma sobra de pelo menos 10 cm entre qualquer ponto do ícone a qualquer uma das bordas da parede, a área mínima que a parede deve ter para que as condições sejam atendidas é

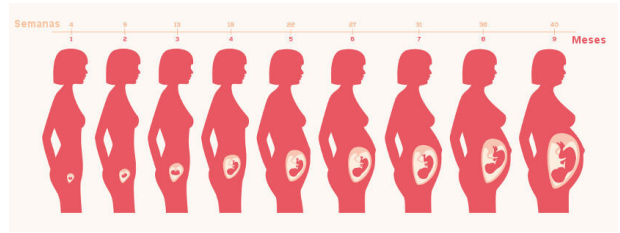
- A)  $4,00 m^2$ .
- B)  $4,84 m^2$ .
- C)  $5,72 m^2$ .
- D)  $5,76 m^2$ .
- E)  $6,76 m^2$ .

**Questão 120**

(Ronaebson)

O útero é um órgão encontrado no corpo da mulher e que faz parte do sistema genital feminino. Ele está localizado na região inferior do abdome, na frente do reto e acima da bexiga.

Durante a gravidez, várias modificações acontecem no útero. Uma dessas modificações é o aumento considerável do órgão, que, aos poucos, distende-se para alojar o feto em crescimento. Vale destacar que, após a gestação, o útero diminui significativamente de tamanho, porém não retorna ao tamanho original de uma mulher que nunca teve filhos.



Disponível em <https://escolakids.uol.com.br/ciencias/Utero.htm>  
Acesso em 28/09/2019

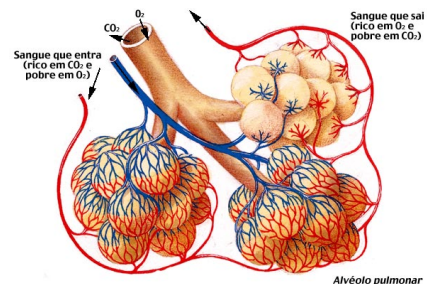
Considerando que o útero de uma mulher tem o formato aproximadamente esférico, para que seu volume aumente cerca de 125 vezes, é necessário que a área de sua superfície aumente aproximadamente

- A) 5 vezes.
- B) 15 vezes.
- C) 25 vezes.
- D) 45 vezes.
- E) 125 vezes.

**Questão 121**

(Ronaebson)

Os alvéolos pulmonares possuem formato esférico e se expandem na inspiração e contraem na expiração.



Os pneumócitos tipo II são as células responsáveis pela produção e secreção de surfactante, um tipo de fosfolipídio que reduz a tensão superficial alveolar e que permite evitar o colapso da superfície alveolar (membrana delgada de espessura desprezível) no final da expiração, quando as forças que causam o colapso alveolar estão maximizadas, mantendo assim o formato esférico, tanto na inspiração, quanto na expiração.



Sabe-se que no final de uma expiração normal, com a presença de surfactante, um alvéolo diminui a área da sua superfície em 19%. A redução do volume de ar no interior de um alvéolo, ao final de uma expiração normal, é de

- A) 19,0%.
- B) 27,1%.
- C) 28,5%.
- D) 72,9%.
- E) 82,8%.

**Questão 122**

(Ronaebson)

A seguir, temos duas miniaturas da Torre Eiffel, a menor representada na escala 1:1200 e a maior na escala 1:800.



Há interesse em estimar a porcentagem que foi aumentada a massa da menor miniatura para a maior. Essa porcentagem é de

- A 37,5%.
- B 137,5%.
- C 237,5%.
- D 337,5%.
- E 375,0%.

**Questão 123**

(Ronaebson)

A piscina privativa de um apartamento na cobertura de um prédio tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo com volume igual a 3600 L. Na maquete que representa esse apartamento, a piscina tem dimensões  $1\text{cm} \times 0,75\text{cm} \times 0,6\text{cm}$ .

A escala usada pelo arquiteto para construir essa maquete foi

- A 1 : 100.
- B 1 : 200.
- C 1 : 800.
- D 1 : 2 000 000.
- E 1 : 8 000 000.

**Questão 124**

(Ronaebson)

Um clube esportivo contratou uma empresa especializada para construir uma quadra, em formato retangular, com 125 metros de perímetro. Foi elaborada uma planta para esse campo na escala 1:1000.

Na planta, a medida do perímetro da quadra de futsal, em centímetros, é

- A 0,05.
- B 12,5.
- C 800.
- D 25000.
- E 50000000.

::: ESCALA TEMPORAL :::

**Questão 125**

(ENEM\_2ª Aplicação-2010)

Em abril de 2009, o observatório espacial americano *Swift* captou um feixe de raios gama proveniente de uma explosão no espaço. Cientistas italianos e ingleses apresentaram conclusões de que as luzes captadas provêm do colapso de uma estrela ocorrido há 13 bilhões de anos, apenas 630 milhões de anos após o *Big Bang*, expansão súbita que originou o Universo. Batizada de GRB 090423, a estrela é o objeto celeste mais antigo já observado pelo homem.

*Revista Veja*. 4 nov. 2009 (adaptado).

Suponha uma escala de 0h a 24h e considere que o *Big Bang* ocorreu exatamente à 0h. Desse modo, a explosão da estrela GRB 090423 teria ocorrido à(s)

- A 1,10 h.
- B 1,16 h.
- C 1,22 h.
- D 1,84 h.
- E 2,01 h.

**Questão 126**

(ENEM\_Cancelado\_2009)

Os calendários usados pelos diferentes povos da Terra são muito variados. O **calendário islâmico**, por exemplo, é lunar, e nele cada mês tem sincronia com a fase da lua. O **calendário maia** segue o ciclo de Vênus, com cerca de 584 dias, e cada 5 ciclos de Vênus corresponde a 8 anos de 365 dias da Terra.

MATSUURA, Oscar. *Calendários e o fluxo do tempo*. Scientific American Brasil. Disponível em: <http://www.uol.com.br>. Acesso em: 14 out. 2008 (adaptado).

Quantos ciclos teria, em Vênus, um período terrestre de 48 anos?

- A 30 ciclos.
- B 40 ciclos.
- C 73 ciclos.
- D 240 ciclos.
- E 384 ciclos



ANOTAÇÕES:

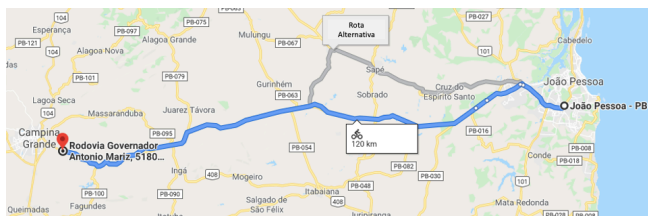


::: MISCELÂNEA :::

**Questão 127**

(Ronaebson)

Samuel, situado na cidade de João Pessoa (JP), e Renan, situado na cidade de Campina Grande (CG), partem de bicicleta pela BR-230, um no sentido JP-CG, com velocidade de 21 Km/h e o outro, no sentido CG-JP, com velocidade de 15 km/h.



Dado que a distância entre os ciclistas era de 120 km e que os dois partiram exatamente ao mesmo tempo, no momento em que os dois ciclistas se cruzarem na estrada, eles terão viajado durante um tempo de

- A 2h 40min.
- B 3h 20min.
- C 3h 45min.
- D 4h 00min.
- E 4h 30min.

**Questão 128**

(Ronaebson)

Robervaldo, tio de Bia, mediu o comprimento da mesa da cozinha com sua mão e contou 9 palmos. Bia também mediu o comprimento da mesa do mesmo modo e contou 14 palmos.



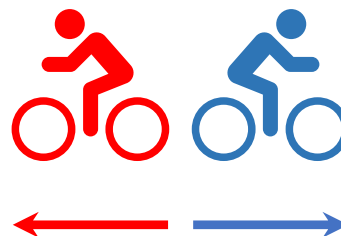
Sabendo que o palmo de Robervaldo mede 21 cm, o tamanho do palmo do Bia é

- A 13,0 cm.
- B 13,5 cm.
- C 14,0 cm.
- D 15,0 cm.
- E 16,5 cm.

**Questão 129**

(Ronaebson)

Dois ciclistas, João e Américo, partem em sentidos opostos do mesmo ponto e no mesmo instante. Sabe-se que Américo é 8 quilômetros por hora mais veloz do que João.



Sabendo que eles seguiram numa estrada retilínea com velocidades constantes e que, depois de duas horas, eles estavam a 80 km um do outro, temos que a velocidade de Américo era

- A 12 km/h.
- B 16 km/h.
- C 24 km/h.
- D 30 km/h.
- E 32 km/h.

**Questão 130**

(Ronaebson)

No jogo de cartas SpaceMon, os pequenos monstros são classificados de acordo com os pontos de Vida (V), Ataque (A), Defesa (D), Habilidades (H) e Fraquezas (F). Numa rodada com dois jogadores, cada jogador escolhe uma carta e a pontuação obtida por cada deles no duelo é proporcional as pontuações de vida e habilidade do SpaceMonster e ao quadrado da diferença entre seu ataque e a defesa do oponente e, inversamente proporcional a sua pontuação de fraqueza, sendo 2 a constante de proporcionalidade.

BabyMonster	
V	5
A	4
D	2
H	6
F	1

DolyMonster	
V	3
A	5
D	3
H	4
F	2

Um dos oponentes colocou na mesa a carta do BabyMonster e o outro oponente colocou a carta do DolyMonster. Nesse duelo, a carta com maior pontuação, portanto a carta vencedora é a

- A BabyMonster com 30 pontos.
- B BabyMonster com 60 pontos.
- C DolyMonster com 27 pontos.
- D DolyMonster com 108 pontos.
- E DolyMonster com 120 pontos.

**Questão 131**

(Ronaebson)

Os gases de importância respiratória são todos muito solúveis nos lípidos e conseqüentemente são altamente solúveis nas membranas celulares. Por conseguinte, a principal limitação ao movimento dos gases nos tecidos é a intensidade com que os gases conseguem se difundir pela água tecidual em vez de através das membranas celulares. Para tanto, é possível quantificar a intensidade efetiva  $D$  de difusão nos líquidos, uma vez que ela é diretamente proporcional à diferença de pressão parcial  $\Delta P$  entre as duas extremidades da via de difusão, diretamente proporcional à área de corte transversal  $A$  da via de difusão, diretamente proporcional à solubilidade  $S$  do gás, inversamente proporcional à distância  $d$  de difusão e é inversamente proporcional à raiz quadrada do peso molecular  $PM$  do gás.

Sendo  $k$ , uma constante própria da situação, a expressão algébrica que exprime a intensidade efetiva  $D$  de difusão nos líquidos é

- A**  $D = \frac{k \cdot \Delta P \cdot A \cdot S}{d \cdot PM}$
- B**  $D = \frac{d \cdot \sqrt{PM}}{k \cdot \Delta P \cdot A \cdot S}$
- C**  $D = \frac{PM \cdot A \cdot S}{k \cdot d \cdot \Delta P}$
- D**  $D = \frac{k \cdot \Delta P \cdot d \cdot S}{A \cdot \sqrt{PM}}$
- E**  $D = \frac{k \cdot \Delta P \cdot A \cdot S}{d \cdot \sqrt{PM}}$

**Questão 132**

(Ronaebson)

A légua é uma unidade de comprimento que não pertence ao Sistema Métrico, cuja ideia base era de que corresponderia aproximadamente ao caminho percorrido por um homem caminhando a pé durante uma hora.

No Brasil, segundo o dicionário Houssais, uma légua equivale a 6,6 km. Já em Portugal, de acordo com o dicionário Priberam, ela equivale a 5 km.

Estima-se que uma légua brasileira é maior que uma légua portuguesa cerca de

- A** 32%.
- B** 60%.
- C** 66%.
- D** 80%.
- E** 132%.

**Questão 133**

(Ronaebson)

No interior de um condomínio horizontal há uma pista de cooper de 6 km de comprimento, na qual sempre se retorna ao ponto de partida caso seja percorrida num único sentido. Renan e Samuel partem de um mesmo ponto com velocidades constantes de 7 km/h e 9 km/h, respectivamente, em sentidos opostos. Quando se encontram pela primeira vez, o que estava caminhando a 7 km/h aumenta para 9 km/h e o que estava a 9 km/h diminui para 7 km/h.

Sobre a chegada ao ponto de partida, infere-se que

- A** Samuel esperará por Renan 22,5 minutos.
- B** Samuel esperará por Renan 15 minutos.
- C** Renan esperará por Samuel 17,5 minutos.
- D** Renan esperará por Samuel 5 minutos.
- E** Samuel e Renan chegarão simultaneamente.

**Questão 134**

(Ronaebson)

Yanne precisava comprar 20 lapiseiras e tinha apenas duas opções de locais para a compra: a loja do Amauri e a loja do Amadeu. Ao comparar os preços, descobriu que, na loja do Amadeu, cada lapiseira custa 4 reais, mas a cada 5 compradas, como brinde ela pode levar até mais 2 lapiseiras. Já na loja do Amauri, cada lapiseira custa 3, mas há uma promoção de 5 lapiseiras pelo preço de 4.

Tentando fazer a melhor escolha, ela resolveu comprar somente em uma das lojas. Dessa forma, Yanne poderá economizar uma quantia igual a

- A** R\$ 6,00.
- B** R\$ 8,00.
- C** R\$ 10,00.
- D** R\$ 12,00.
- E** R\$ 14,00.

**Questão 135**

(FPM)

Um recém-nascido com peso de 3600 g foi internado com quadro de infecção. O médico prescreveu um antibiótico na dose de 50 mg para cada quilograma de peso do paciente, a cada 12 horas, por via endovenosa.

A diluição da medicação é de 1 grama para cada 25 mL de água destilada.

A dose que deve ser prescrita por dia, é de, em mL,

- A** 4,5.
- B** 6,0.
- C** 9,0.
- D** 5,0.
- E** 7,2.

### Questão 136

(FGV)

Em uma escola, a razão entre o número de alunos e o de professores é de 50 para 1. Se houvesse mais 400 alunos e mais 16 professores, a razão entre o número de alunos e o de professores seria de 40 para 1. Podemos concluir que o número de alunos da escola é:

- A 1000
- B 1050
- C 1100
- D 1150
- E 1200

### Questão 137

Um dos grandes problemas da poluição dos mananciais (rios, córregos e outros) ocorre pelo hábito de jogar óleo utilizado em frituras nos encanamentos que estão interligados com o sistema de esgoto. Se isso ocorrer, cada 10 litros de óleo poderão contaminar 10 milhões de litros de água potável.

Manual de Etiqueta. Parte integrante das revistas Veja (ed. 2055) e Cláudia (ed. 555), National Geographic (ed. 93) e Nova Escola (ed. 208). (Adaptação.)

Suponha que todas as famílias de uma cidade descartem os óleos de frituras através dos encanamentos e consomem 1000 litros de óleo em frituras por semana. Qual seria, em litros, a quantidade de água potável contaminada por semana nessa cidade?

- A  $10^{-2}$
- B  $10^3$
- C  $10^4$
- D  $10^6$
- E  $10^9$

### Questão 138

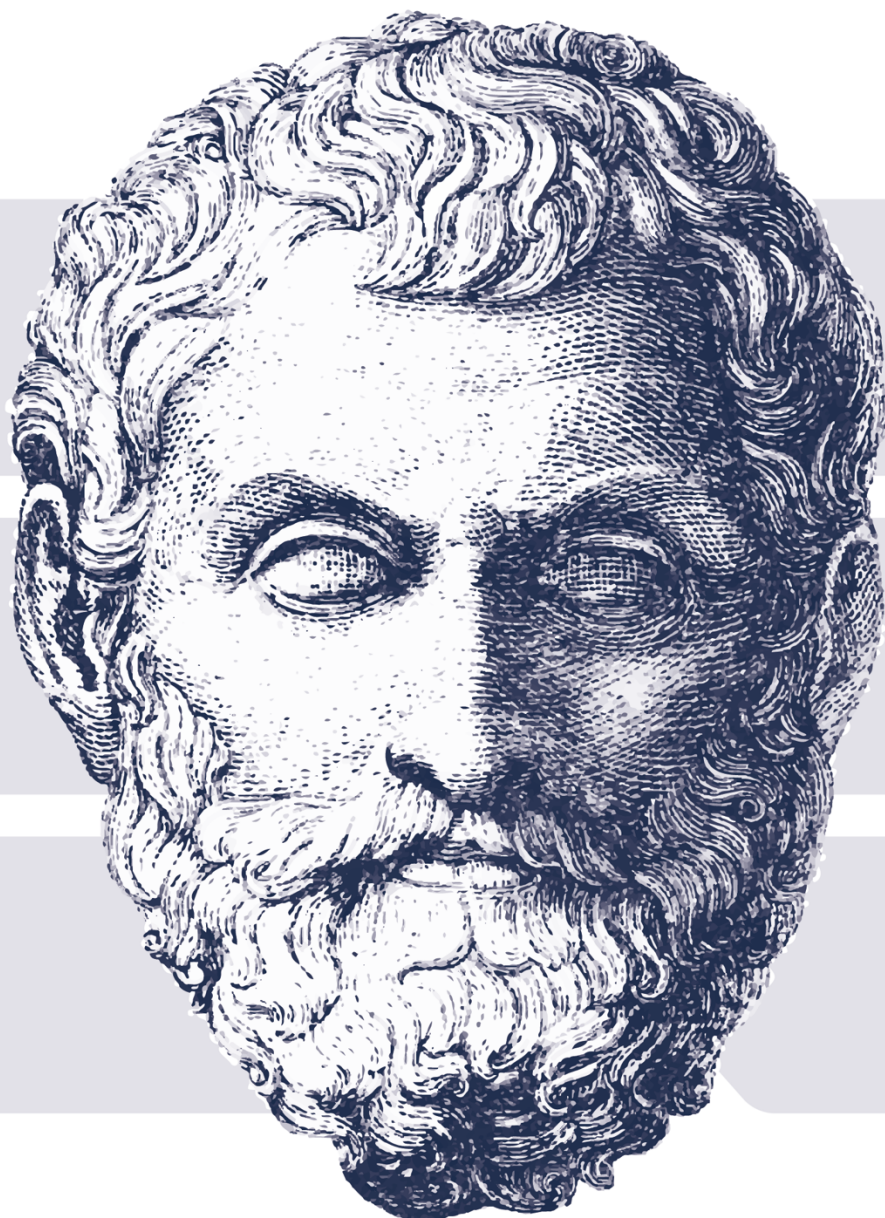
(UEG)

Com a alta da inflação e para não repassar aos clientes o aumento dos gastos na produção de suco de laranja, um empresário decidiu que no próximo mês 10% do volume desse suco será composto por água, volume que atualmente é de apenas 4%. Se hoje são consumidos 10.000 litros de água no volume de suco de laranja produzido, mantendo-se a mesma quantidade produzida, no próximo mês a quantidade de água consumida no volume desse suco será de

- A 10.000 litros.
- B 12.500 litros.
- C 16.000 litros.
- D 25.000 litros.

Gabarito _ Razão e Proporção			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	A	70	B
02	C	71	C
03	A	72	C
04	A	73	B
05	B	74	A
06	B	75	C
07	A	76	D
08	A	77	B
09	A	78	C
10	E	79	E
11	E	80	D
12	E	81	A
13	A	82	B
14	C	83	D
15	C	84	C
16	B	85	D
17	C	86	A
18	E	87	C
19	D	88	D
20	E	89	C
21	A	90	E
22	A	91	B
23	A	92	A
24	A	93	B
25	A	94	C
26	B	95	A
27	A	96	C
28	D	97	C
29	E	98	D
30	A	99	C
31	A	100	C
32	B	101	D
33	E	102	B
34	A	103	C
35	A	104	A
36	E	105	E
37	D	106	C
38	A	107	C
39	C	108	B
40	C	109	A
41	C	110	D
42	D	111	A
43	D	112	C
44	E	113	C
45	D	114	E
46	C	115	D
47	D	116	B
48	C	117	E
49	B	118	D
50	A	119	E
51	E	120	C
52	D	121	B
53	B	122	C
54	B	123	B
55	A	124	B
56	C	125	A
57	B	126	A
58	C	127	B
59	C	128	B
60	B	129	C
61	C	130	D
62	B	131	E
63	E	132	A
64	A	133	E
65	E	134	D
66	D	135	C
67	D	136	E
68	D	137	E
69	C	138	D

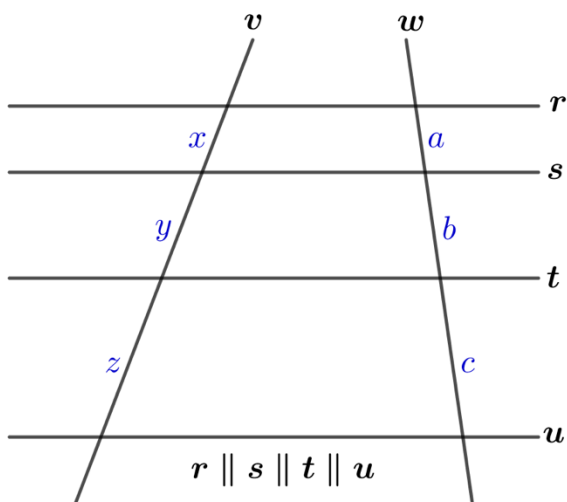
# TEOREMA DE TALES





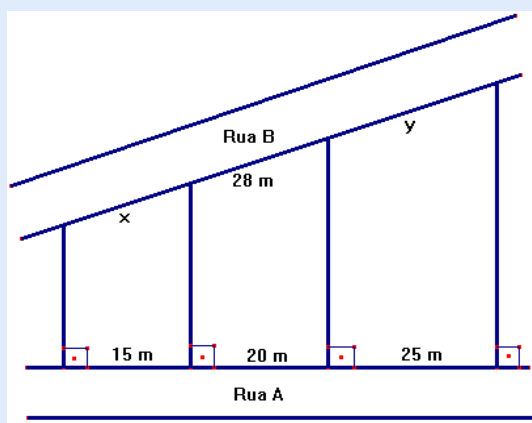
## TEOREMA DE TALES

Um feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais, determinam sobre essas transversais segmentos proporcionais.



$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x+y+z}{a+b+c}$$

**Problema 01:** A figura ao lado indica três lotes de terreno com frente para a rua A e para rua B. as divisas dos lotes são perpendiculares à rua A. As frentes dos lotes 1, 2 e 3 para a rua A, medem, respectivamente, 15 m, 20 m e 25 m. A frente do lote 2 para a rua B mede 28 m. Qual é a medida da frente para a rua B dos lotes 1 e 3?



### Solução:

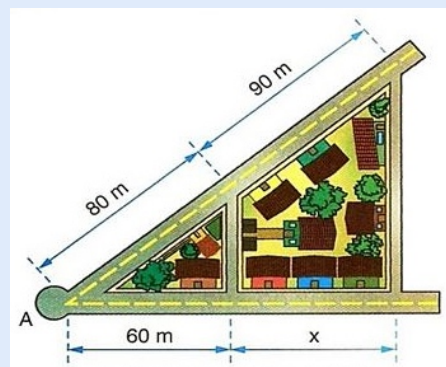
Como temos um feixe de retas paralelas (laterais dos terrenos) cortadas por duas transversais, temos, pelo Teorema de Tales, que os segmentos determinados sobre as transversais (frentes para as ruas) são proporcionais.

Assim:

$$\frac{x}{15} = \frac{28}{20} = \frac{y}{25}$$

Daí,  $x = 21$  e  $y = 35$ .

**Problema 02:** A figura abaixo nos mostra duas avenidas que partem de um mesmo ponto A e cortam duas ruas paralelas. As frentes dos “quarteirões” voltados para a primeira avenida têm 80 m e 90 m de comprimento, respectivamente. Já a frente de um desses “quarteirões” voltados para a segunda avenida tem 60 m de comprimento, como descreve a figura.



Qual o comprimento  $x$  da frente voltada para a segunda avenida do outro quarteirão?

### Solução:

Mais uma vez, pelo Teorema de Tales, temos:

$$\frac{x}{90} = \frac{60}{80} \Rightarrow x = 67,5 \text{ m.}$$

Esse problema também poderia ser resolvido usando semelhança de triângulos. Veremos esse assunto posteriormente.

ANOTAÇÕES:

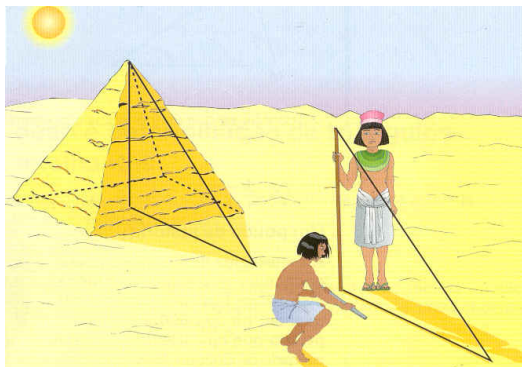




Tales de Mileto, pensador, filósofo e matemático grego do período Pré-Socrático, é considerado o Pai da Ciência e da Filosofia Ocidental, cujas ideias desenvolveram os horizontes nas áreas matemáticas, astronômicas e filosóficas, especialmente na teoria.

Para a astronomia, a partilha de suas observações e previsões chegaram a apontar com precisão o eclipse solar do ano de 585 a.C. Já para a matemática, seu destaque foi na geometria com demonstrações dedutivas que abrangiam semelhança de triângulos, retas paralelas, e as propriedades da circunferência.

Um dos grandes feitos desse gênio da Antiguidade foi conseguir medir a altura da pirâmide de Quéops quando esteve no Egito por volta do ano 600 a.C, um feito grandioso para a época, e para isso utilizou apenas uma vara fincada ao chão e comparou sua sombra com a da pirâmide e conseguiu medir a altura desejada.



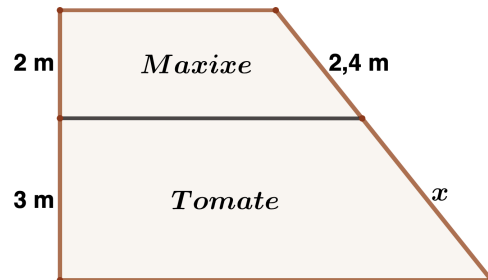
A ideia central desse capítulo é perceber a proporcionalidade entre segmentos, principalmente quando temos um sistema formado por retas paralelas.



**Questão 01**

(Ronaebson)

Dona Otávia possui um terreno trapezoidal e, para fazer sua horta, o dividiu com um segmento de reta paralelo as bases desse trapézio em duas partes. Numa das partes, ela plantará maxixe e na outra parte ela plantará tomates. Algumas das dimensões do terreno e de suas partes estão representadas na imagem a seguir.



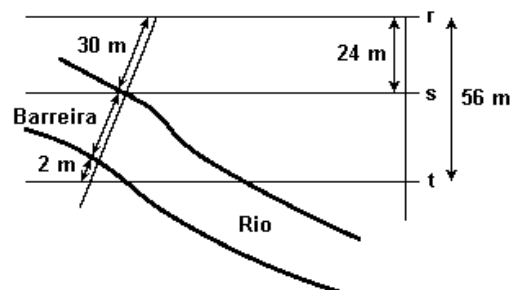
A medida  $x$  indicada na figura de um dos lados da região que será plantada tomates é

- A 3,2m.
- B 3,6m.
- C 4,0m.
- D 4,2m.
- E 4,8m.

**Questão 02**

(UFSM)

A crise energética tem levado as médias e grandes empresas a buscarem alternativas na geração de energia elétrica para a manutenção do maquinário. Uma alternativa encontrada por uma fábrica foi a de construir uma pequena hidrelétrica, aproveitando a correnteza de um rio que passa próximo às suas instalações. Observando a figura e admitindo que as linhas retas  $r$ ,  $s$  e  $t$  sejam paralelas, pode-se afirmar que a barreira mede

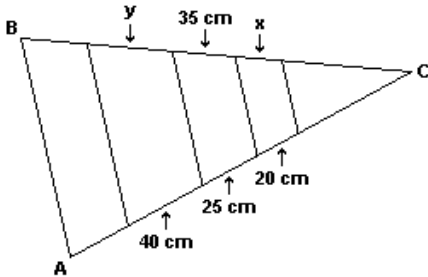


- A 33 m
- B 38 m
- C 43 m
- D 48 m
- E 53 m

**Questão 03**

(CFT-PR)

O jardineiro do Sr. Artur fez um canteiro triangular composto por folhagens e flores onde as divisões são todas paralelas à base AB do triângulo ABC, conforme figura.

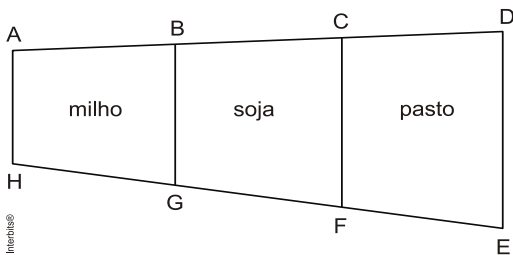


Sendo assim, as medidas x e y dos canteiros de flores são, respectivamente:

- A 30 cm e 50 cm.
- B 28 cm e 56 cm.
- C 50 cm e 30 cm.
- D 56 cm e 28 cm.
- E 40 cm e 20 cm.

**Questão 04**

Para melhorar a qualidade do solo, aumentando a produtividade do milho e da soja, em uma fazenda é feito o rodízio entre essas culturas e a área destinada ao pasto. Com essa finalidade, a área produtiva da fazenda foi dividida em três partes conforme a figura.



Considere que

- os pontos A, B, C e D estão alinhados;
- os pontos H, G, F e E estão alinhados;
- os segmentos  $\overline{AH}$ ,  $\overline{BG}$ ,  $\overline{CF}$  e  $\overline{DE}$  são, dois a dois, paralelos entre si;
- $AB = 500$  m,  $BC = 600$  m,  $CD = 700$  m e  $HE = 1980$  m.

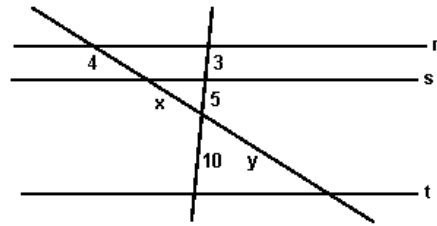
Nessas condições, a medida do segmento GF é, em metros,

- A 665.
- B 660.
- C 655.
- D 650.
- E 645.

**Questão 05**

(Ronaebson)

Considere 3 retas coplanares paralelas, r, s e t, cortadas por 2 outras retas, conforme a figura.



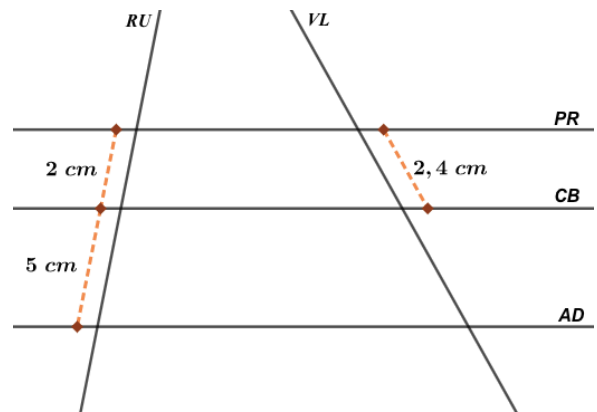
Os valores dos segmentos identificados por x e y são, respectivamente,

- A  $3/20$  e  $3/40$ .
- B 6 e 11.
- C 9 e 13.
- D 11 e 6.
- E  $20/3$  e  $40/3$ .

**Questão 06**

(Ronaebson)

No mapa de um bairro, Augusto percebeu que as ruas Pedro Rolim (PR), Chico Bento (CB) e Adalgisa Duarte (AD) eram paralelas e estas eram cortadas pelas ruas transversais Ricard Urquiza (RU) e Vanessa Lima (VL). Augusto mediu, no mapa, as distâncias de um entroncamento para outro e as representou, em centímetros, no desenho.



Desprezando a largura das ruas e sabendo que o mapa está numa escala 1:4500, a distância real do cruzamento  $(CB \times VL)$  ao cruzamento  $(AD \times VL)$  é igual a

- A 225 m.
- B 250 m.
- C 270 m.
- D 450 m.
- E 600 m.

**Questão 07**

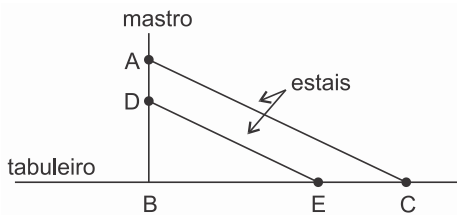
(Ronaebson)

Para se transpor um curso de água ou uma depressão de terreno pode-se construir uma ponte. Na imagem, vemos uma ponte estaiada, um tipo de ponte suspensa por cabos (estais) fixados em mastros.



<http://tinyurl.com/n2f4mh> Acesso em: 18.02.2015. Original colorido.

O esquema apresenta parte da estrutura de uma ponte estaiada do tipo denominado harpa, pois os estais são paralelos entre si. Cada estai tem uma extremidade fixada no mastro e a outra extremidade no tabuleiro da ponte (onde estão as vias de circulação).



(Figura construída fora de escala)

No esquema, considere que:

- as retas  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$  são perpendiculares entre si;
- os segmentos  $\overline{AC}$  e  $\overline{DE}$  são paralelos entre si e representam estais subsequentes;
- $AB = 75$  m,  $BC = 100$  m e  $AD = 6$  m; e,
- no mastro dessa ponte, a partir do ponto A em sentido ao ponto B, as extremidades dos estais estão fixadas e distribuídas a iguais distâncias entre si.

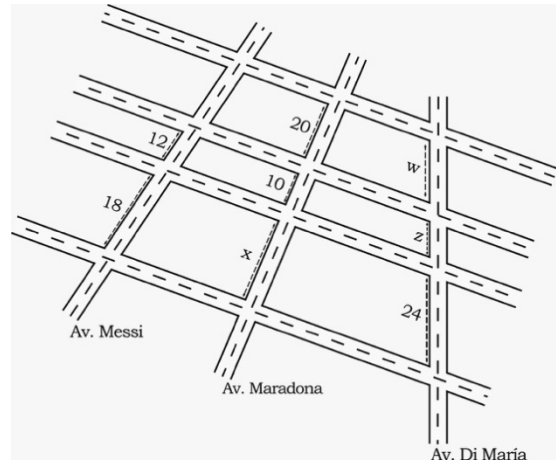
A distância entre os pontos E e C é, em metros,

- A** 6.
- B** 8.
- C** 10.
- D** 12.
- E** 14.

**Questão 08**

(Ronaebson)

A figura a seguir representa parte do mapa de uma cidade da Argentina mostrando quatro estradas paralelas cortadas por três vias transversais, a saber, Av. Messi, Av. Maradona e Av. Di María. Algumas das distâncias entre os cruzamentos dessas vias e estradas estão indicadas no mapa (em km).



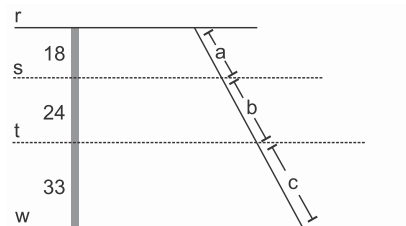
A soma das distâncias x, z e w representadas acima é

- A** 32.
- B** 40.
- C** 48.
- D** 55.
- E** 63.

**Questão 09**

(CFT-MG)

Na figura a seguir, as retas r, s, t e w são paralelas e, a, b e c representam medidas dos segmentos tais que  $a + b + c = 100$ .



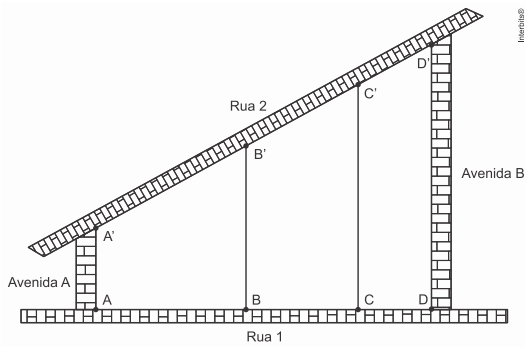
Conforme esses dados, os valores de a, b e c são, respectivamente, iguais a

- A** 24, 32 e 44.
- B** 24, 36 e 40.
- C** 26, 30 e 44.
- D** 26, 34 e 40.

**Questão 10**

(UFU)

Uma área delimitada pelas Ruas 1 e 2 e pelas Avenidas A e B tem a forma de um trapézio  $ADD'A'$ , com  $\overline{AD} = 90\text{ m}$  e  $\overline{A'D'} = 135\text{ m}$ , como mostra o esquema da figura abaixo.



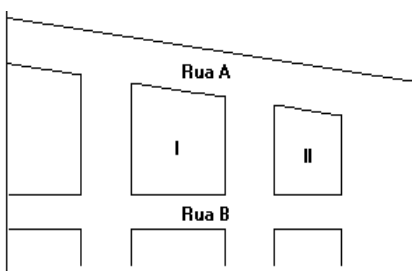
Tal área foi dividida em terrenos  $ABB'A'$ ,  $BCC'B'$  e  $CDD'C'$ , todos na forma trapezoidal, com bases paralelas às avenidas tais que  $\overline{AB} = 40\text{ m}$ ,  $\overline{BC} = 30\text{ m}$  e  $\overline{CD} = 20\text{ m}$ .

De acordo com essas informações, a diferença, em metros,  $\overline{A'B'} - \overline{C'D'}$  é igual a

- A 20.
- B 30.
- C 15.
- D 45.

**Questão 11**

(UNIRIO)



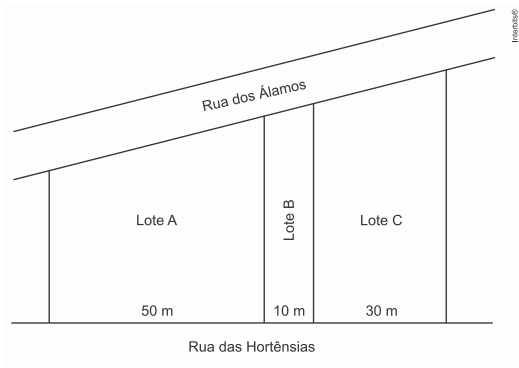
No desenho anterior apresentado, as frentes para a rua A dos quarteirões I e II medem, respectivamente, 250 m e 200 m, e a frente do quarteirão I para a rua B mede 40 m a mais do que a frente do quarteirão II para a mesma rua. Sendo assim, pode-se afirmar que a medida, em metros, da frente do menor dos dois quarteirões para a rua B é:

- A 160
- B 180
- C 200
- D 220
- E 240

**Questão 12**

(IFSUL)

Três lotes residenciais têm frente para a rua dos Álamos e para a rua das Hortênsias, conforme a figura a seguir.



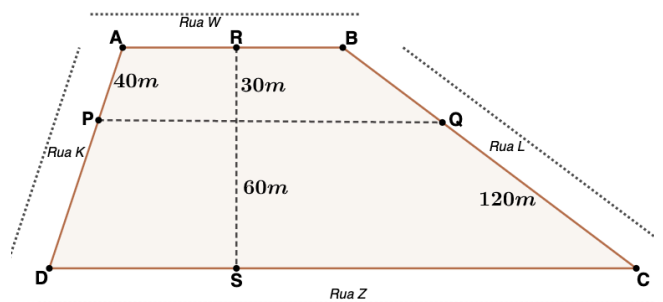
As fronteiras entre os lotes são perpendiculares à rua das Hortênsias. Qual é a medida, em metros, da frente do lote A para a rua dos Álamos, sabendo-se que as frentes dos três lotes somadas medem 135 metros?

- A 55
- B 65
- C 75
- D 85

**Questão 13**

(Ronaebson)

Gustavo tem um terreno na forma de um trapézio ABCD na cidade de Sapé rodeado pelas ruas W, L, Z e K. Ele decidiu dividir o terreno em quatro lotes, para isso, traçou o segmento RS, perpendicular as bases AB e CD do trapézio, traçou também o segmento PQ paralelo essas bases, conforme a figura, de modo que  $AP = 40\text{ m}$ ,  $QC = 120\text{ m}$  e o segmento RS foi dividido pelo segmento PQ em duas partes, sendo uma de 30 m e outra de 60 m.



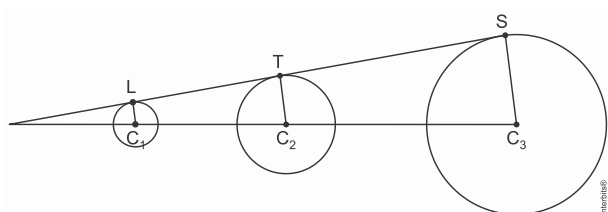
Dado que a frente AB do terreno voltada para rua W mede 100m, o perímetro desse terreno, em metro, é igual a

- A  $500 + 30\sqrt{7} + 90\sqrt{3}$ .
- B  $500 + 30\sqrt{3} + 90\sqrt{7}$ .
- C  $400 + 30\sqrt{7} + 90\sqrt{3}$ .
- D  $400 + 90\sqrt{7} + 30\sqrt{3}$ .
- E  $300 + 90\sqrt{7} + 30\sqrt{3}$ .

**Questão 14**

(CFT-MG)

A figura a seguir é um esquema representativo de um eclipse lunar em que a Lua, a Terra e o Sol estão representados pelas circunferências de centros  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , respectivamente, que se encontram alinhados. Considera-se que a distância entre os centros da Terra e do Sol é 400 vezes maior que a distância entre os centros da Terra e da Lua e que a distância do ponto T na superfície da Terra ao ponto S na superfície do Sol, como representados na figura, é de 150 milhões de quilômetros.



Sabendo-se que os segmentos de reta  $\overline{C_1L}$ ,  $\overline{C_2T}$  e  $\overline{C_3S}$  são paralelos, a distância do ponto L, representado na superfície da Lua, ao ponto T, na superfície da Terra, é igual a

- A** 375.000 km.
- B** 400.000 km.
- C** 37.500.000 km.
- D** 40.000.000 km.

Gabarito Teorema de Tales			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	B	08	E
02	B	09	A
03	B	10	B
04	B	11	A
05	E	12	C
06	C	13	A
07	B	14	A

ANOTAÇÕES:

ANOTAÇÕES:

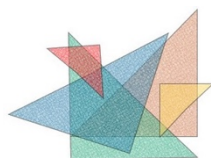
# SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



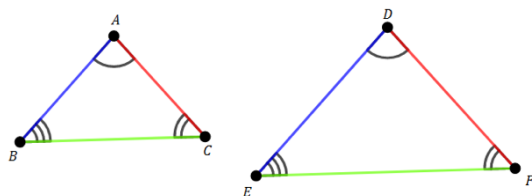




## SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



Dois triângulos são semelhantes se os seus ângulos internos forem ordenadamente congruentes e os lados correspondentes proporcionais.



No caso, dizemos que os triângulos  $\Delta ABC$  e  $\Delta DEF$  são semelhantes e representamos por

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$

Reescrevendo a definição dada acima, em símbolos, temos:

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{A} \cong \hat{D}, \hat{B} \cong \hat{E} \text{ e } \hat{C} \cong \hat{F} \\ \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = k \end{cases}$$

onde  $k$  é a razão de semelhança dos triângulos.

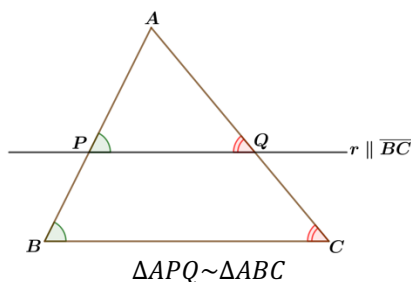
Quando  $k = 1$ , dizemos que os triângulos são congruentes, pois, além de terem os mesmos ângulos também terão os mesmos lados.

Para estabelecer a correspondência dos lados em triângulos semelhantes, basta olhar para o ângulo oposto,

### PROPRIEDADES

P1.  $\Delta ABC \sim \Delta RST$  e  $\Delta RST \sim \Delta XYZ \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta XYZ$

P2. (TEOREMA FUNDAMENTAL) Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e interceptando os outros lados em pontos distintos, então o triângulo determinado será semelhante ao primeiro.



### CASOS OU CRITÉRIOS DE SEMELHANÇA

AA – Se dois triângulos possuem dois ângulos internos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes.

LAL – Se dois lados de um triângulo são proporcionais aos homólogos (correspondentes) de outro triângulo e os ângulos compreendidos são congruentes, então os triângulos são semelhantes.

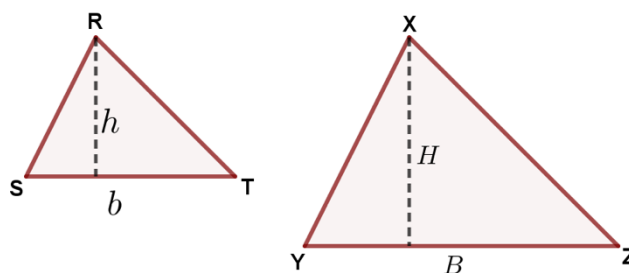
LLL – Se dois triângulos têm os lados homólogos proporcionais, então eles são semelhantes.

### OBSERVAÇÃO

Se a razão de semelhança entre dois triângulos é  $k$ , então a razão entre dois elementos lineares correspondentes também é  $k$ , ou seja:

- a razão entre os lados homólogos é  $k$ ;
- a razão entre os perímetros é  $k$ ;
- a razão entre as medianas homólogas é  $k$ ;
- a razão entre as bissetrizes homólogas é  $k$ ;
- a razão entre as alturas homólogas é  $k$ ;
- ...

Além disso, se a razão de semelhança entre dois triângulos é  $k$ , então a razão entre suas áreas é  $k^2$ .



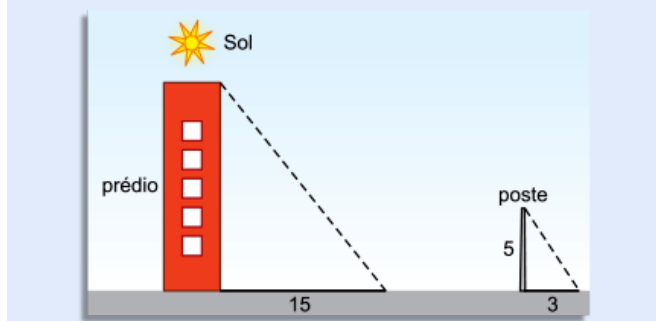
De fato, como

$$\frac{b}{B} = \frac{h}{H} = k$$

temos:

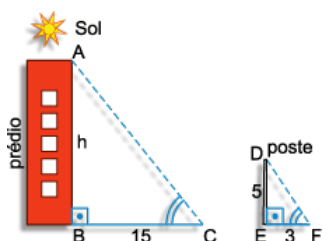
$$\frac{A_{\Delta RST}}{A_{\Delta XYZ}} = \frac{\frac{b \cdot h}{2}}{\frac{B \cdot H}{2}} = \frac{b}{B} \cdot \frac{h}{H} = k \cdot k = k^2.$$

**Problema 01: (UNESP)** A sombra de um prédio, em um terreno plano, em uma determinada hora do dia, mede 15 m. Nesse mesmo instante, próximo ao prédio, a sombra de um poste de altura 5 m mede 3 m. Qual a altura do prédio?



**Solução:**

Consideremos  $h$  a altura do prédio em metros. Além disso, note que os triângulos formados possuem os mesmos ângulos.



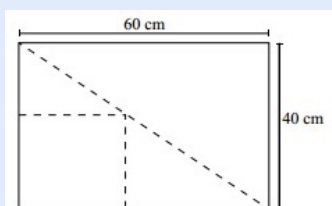
Sendo assim, os triângulos  $\triangle ABC$  e  $\triangle DEF$  são semelhantes, logo:

$$\frac{h}{5} = \frac{15}{3} \Rightarrow h = 25 \text{ m.}$$

Portanto, o prédio tem altura de 25 m.

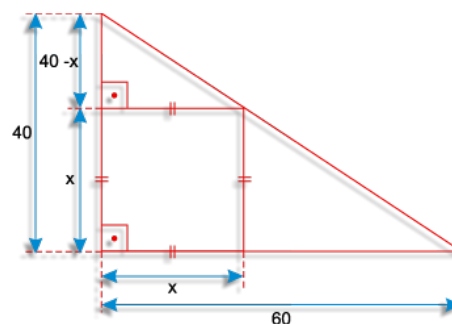
Observe que, depois de percebida a semelhança entre os triângulos, bastaria notar que a sombra do prédio é o triplo da sombra do poste, logo a altura do prédio é o triplo da altura do poste.

**Problema 02: (FEI)** Uma placa de papelão retangular, de 40 cm por 60 cm, inicialmente será cortada ao longo de uma de suas diagonais e depois ao longo de duas direções paralelas aos seus lados, de modo a obter-se um quadrado, conforme indicado na figura. Qual a medida do lado desse quadrado?



**Solução:**

Do exposto, temos o seguinte modelo matemático:



Daí, temos que o triângulo menor acima do quadrado é semelhante ao triângulo original, assim:

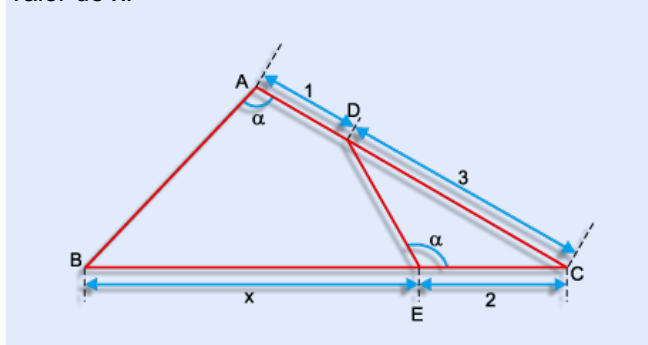
$$\frac{40 - x}{40} = \frac{x}{60} \Rightarrow \frac{40 - x}{2} = \frac{x}{3}$$

$$2x = 3 \cdot (40 - x) \Rightarrow 2x = 120 - 3x$$

$$5x = 120 \Rightarrow x = 24 \text{ cm.}$$

Logo, a medida do lado do quadrado é 24 cm.

**Problema 03:** Com os dados da figura, determine o valor de  $x$ .



**Solução:**

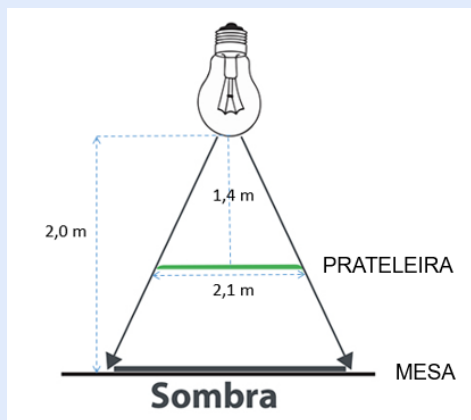
Note que os triângulos  $\triangle ABC$  e  $\triangle EDC$  são semelhantes, pois, além do ângulo  $\alpha$ , o ângulo  $\hat{C}$  é comum aos dois triângulos.

Logo:

$$\frac{BC}{DC} = \frac{AC}{EC} \Rightarrow \frac{x + 2}{3} = \frac{4}{2}$$

$$x = 4.$$

**Problema 04:** Um estudante deseja cultivar um tipo raro de planta que não pode ser exposta por muito tempo à luz artificial. Para isto, planeja escondê-la da luz da sala da sua casa embaixo de uma prateleira retangular de comprimento 2,1 m que está 1,4 m abaixo da luz da sala. A mesa que suportará a planta encontra-se 2,0 m abaixo da lâmpada. O estudante realizou um esboço fora de escala do esquema para ajudá-lo a determinar o comprimento da sombra projetada sobre a mesa, afim de saber se seria possível alojar a planta naquele lugar.



Sabendo que a lâmpada e a prateleira estão verticalmente alinhadas em seus centros, o estudante concluiu que o comprimento da sombra sobre a mesa era de:

- A** 4/3 m
- B** 2,6 m
- C** 3,0 m
- D** 3,5 m
- E** 4,0 m

**Solução:**

Chamando o comprimento da sombra de  $x$  e utilizando o Teorema Fundamental da Semelhança de Triângulos, podemos concluir que:

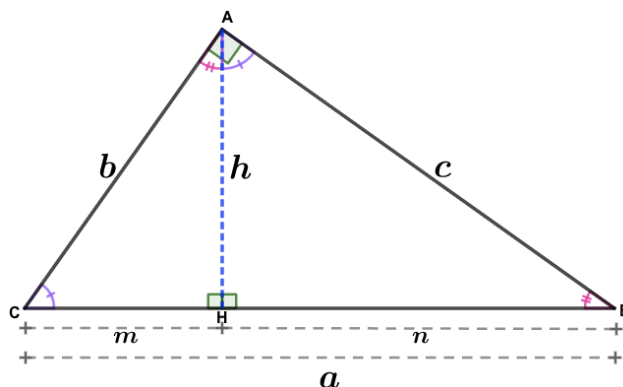
$$\frac{x}{2,1} = \frac{2}{1,4}$$

$$x = \frac{2,1 \cdot 2}{1,4}$$

$$x = 3 \text{ m}$$

Resposta: [C]

**RELAÇÕES MÉTRICAS  
NO TRIÂNGULO RETÂNGULO**



- a:** Hipotenusa
- b, c:** Catetos
- h:** Altura relativa à hipotenusa
- m, n:** Projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa

Observe que os triângulos  $\Delta ACH$ ,  $\Delta BAH$  e  $\Delta BCA$  são semelhantes, e a partir dessas semelhanças podemos obter várias relações entre os elementos.

- $\Delta ACH \sim \Delta BCA$

$$\frac{b}{a} = \frac{m}{b} \Rightarrow b^2 = a \cdot m \quad (*)$$

- $\Delta BAH \sim \Delta BCA$

$$\frac{c}{a} = \frac{n}{c} \Rightarrow c^2 = a \cdot n \quad (**)$$

As relações (\*) e (\*\*) podem ser enunciadas da seguinte forma:

“O quadrado de um cateto é igual ao produto de sua projeção pela hipotenusa.”

- $\Delta ACH \sim \Delta BAH$

$$\frac{h}{n} = \frac{m}{h} \Rightarrow h^2 = m \cdot n \quad (***)$$

Essa relação pode ser enunciada da seguinte maneira:

“O quadrado da medida da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto das projeções dos catetos.”

- Multiplicando, membro a membro, as equações (\*) e (\*\*):

$$b^2 \cdot c^2 = a \cdot m \cdot a \cdot n$$

$$b^2 \cdot c^2 = a^2 \cdot h^2$$

$$b \cdot c = a \cdot h$$

Essa relação pode ser enunciada da seguinte maneira:

*O produto dos catetos é igual a hipotenusa multiplicada pela altura relativa a hipotenusa.*

- Somando, membro a membro, as equações (\*) e (\*\*):

$$b^2 + c^2 = a \cdot m + a \cdot n$$

$$b^2 + c^2 = a \cdot (m + n)$$

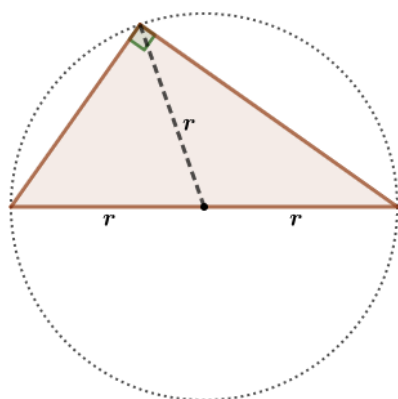
$$b^2 + c^2 = a^2$$

A última relação corresponde ao *Teorema de Pitágoras*, que é enunciado da seguinte forma:

*O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.*

Claro que podemos obter, ainda das semelhanças ou mesmo com a manipulação algébrica das relações anteriores, várias outras relações envolvendo os elementos do triângulo retângulo.

No triângulo retângulo, *a medida da mediana relativa à hipotenusa é igual à metade da hipotenusa.*



Observe que, como o raio  $r$  da circunferência circunscrita é igual a metade da hipotenusa, temos também que

$$r = \frac{m + n}{2},$$

ou seja,  $r$  é a média aritmética entre as projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa.

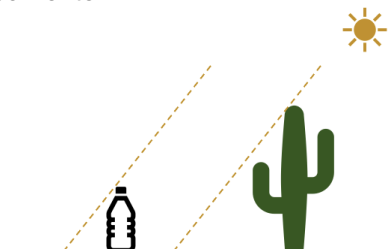
Podemos observar também que, como  $h^2 = m \cdot n$ ,  $h$  é a média geométrica entre as projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa.

## Hora de Praticar

### Questão 01

(Ronaebson)

Para medir a altura de um cacto, Juliete colocou uma garrafa de 30 cm de comprimento apoiada no chão e depois mediu os comprimentos das sobras da garrafa e do cacto, obtendo, respectivamente, 20 cm e 1,8 m, aproximadamente.



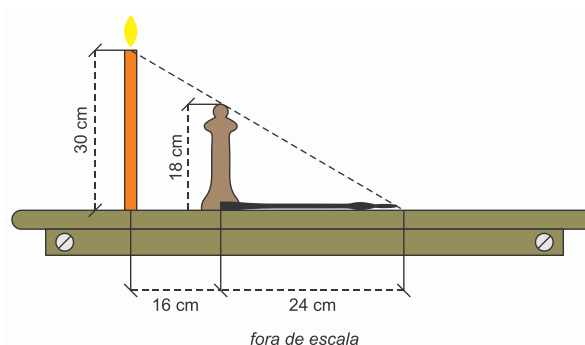
Desprezando as espessuras da garrafa e do cacto, Juliete encontrou com altura aproximada para o cacto o valor de

- A 1,8 m.
- B 2,0 m.
- C 2,4 m.
- D 2,7 m.
- E 3,0 m.

### Questão 02

(UEA\_2023)

Na figura estão representadas uma vela, que acaba ser acesa, e uma estátua, a 16 cm da vela, ambas dispostas sobre uma mesa. Devido à iluminação da vela, forma-se uma sombra da estátua sobre a mesa, que se estende por 24 cm a partir de sua base. A estátua possui altura de 18 cm e a vela, no momento em que foi acesa, possuía 30 cm de altura. O fabricante da vela estima que ela derreta totalmente em 5 dias após ser acesa.



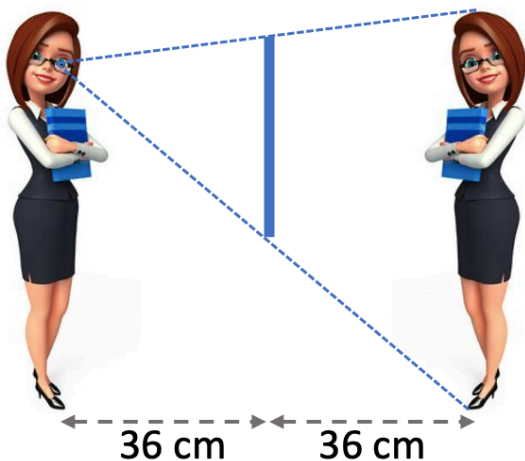
Para que a sombra da estátua dobre de tamanho em relação ao momento em que a vela foi acesa, será necessário que se passe

- A 1,00 dia.
- B 0,50 dia.
- C 0,25 dia.
- D 1,25 dia.
- E 0,75 dia.

**Questão 03**

(Ronaebson)

Raíssa está em frente a um espelho plano vertical a uma distância de 36 cm dele que correspondia ao comprimento do lado de uma cerâmica no chão, informação essa que ela já tinha conhecimento. De suas aulas de ótica, lembrou que a imagem dela formada no espelho plano encontra-se “atrás” do espelho a mesma distância que ela está do espelho e que essa imagem tem sua altura. Curiosa em descobrir comprimento vertical do espelho, fez o esboço a seguir.



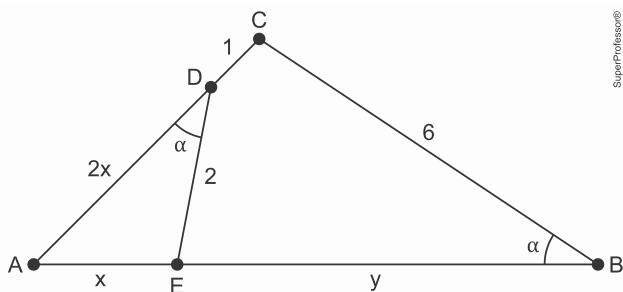
Dado que Raíssa tem 1,62m de altura, a menor comprimento que o espelho plano deve ter para que ela consiga enxergar completamente o seu corpo da posição onde ela se encontra é

- A 40,5 cm.
- B 81,0 cm.
- C 90,0 cm.
- D 126,0 cm.
- E 162,0 cm.

**Questão 04**

(ESPM\_2023)

Na figura abaixo, o comprimento do segmento AB é igual a:

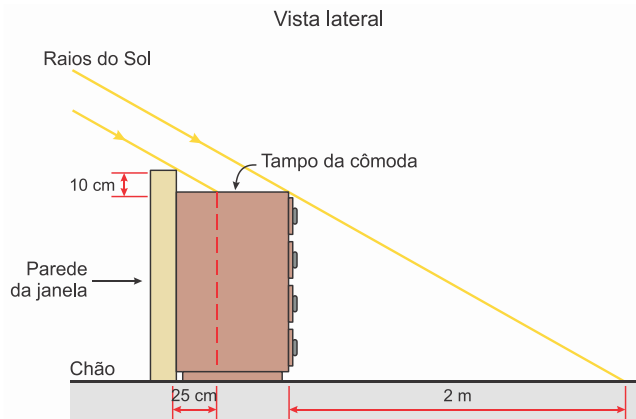


- A 7
- B 8
- C 6
- D 5
- E 9

**Questão 05**

(UEA-SIS\_2022)

Um quarto recebe a luz do Sol que passa por uma janela aberta. Ao lado da parede da janela encontra-se uma cômoda que é parcialmente iluminada pela luz direta do Sol, como mostra a figura.



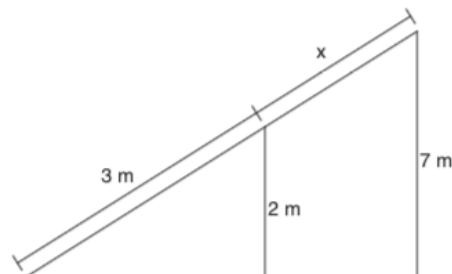
O parapeito da janela é 10 cm mais alto que o tampo da cômoda, que está encostada na parede e só recebe luz direta do Sol a partir de uma distância de 25 cm da parede. Sobre o chão, os raios diretos do Sol só começam a incidir após 2 m da cômoda. Sabendo disso, a altura da cômoda, a partir do nível do chão, é

- A 60 cm.
- B 65 cm.
- C 70 cm.
- D 75 cm.
- E 80 cm.

**Questão 06**

(Ronaebson)

O arquiteto precisava inserir no projeto de uma grande casa uma rampa que dava acesso direto do térreo ao segundo andar que se encontra a 7m de altura. Para tanto ele colocou uma coluna de 2m de altura, na qual a rampa ficaria apoiada, como ilustra a figura.



O valor de x para que as condições do arquiteto sejam atendidas é

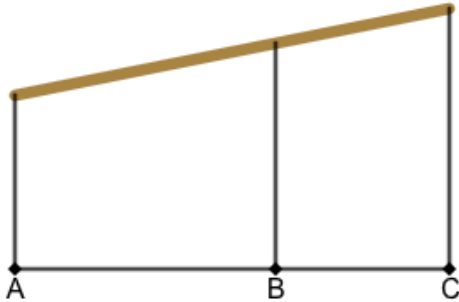
- A 5,0 m.
- B 7,5 m.
- C 10,0 m.
- D 10,5 m.
- E 12,5 m.



**Questão 07**

(Ronaebson)

O corte vertical da maquete de um galpão mostra três colunas colocadas nos pontos A, B e C, como ilustra a figura. As colunas nos pontos A e C da maquete medem, respectivamente 10 cm e 15 cm. A coluna intermediária no ponto B está a 30 cm de A e a 20 centímetros de B.



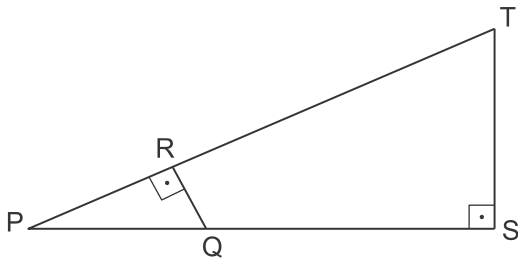
A altura da coluna em B na maquete é de

- A 12,0 cm.
- B 12,5 cm.
- C 13,0 cm.
- D 13,5 cm.
- E 14,0 cm.

**Questão 08**

(UERJ\_2023)

Nos triângulos retângulos PQR e PST, representados a seguir, o ponto Q pertence ao segmento de reta PS e o ponto R pertence ao segmento de reta PT. As medidas dos segmentos PQ, QR e PS são, respectivamente, 41 cm, 9 cm e 100 cm.



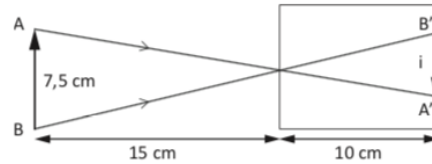
A medida do segmento ST, em centímetros, é igual a:

- A 18
- B 22,5
- C 26
- D 30,5

**Questão 09**

(Ronaebson)

Uma das formas de se evidenciar o princípio da propagação retilínea da luz é o funcionamento da câmara escura de orifício. Ela consiste em uma caixa de paredes opacas, existindo em uma delas um pequeno orifício. Um objeto AB, de 7,5 cm, é colocado a uma distância de 15 cm à frente da câmara. Sua imagem, A'B', é formada na parede oposta, conforme a figura a seguir.



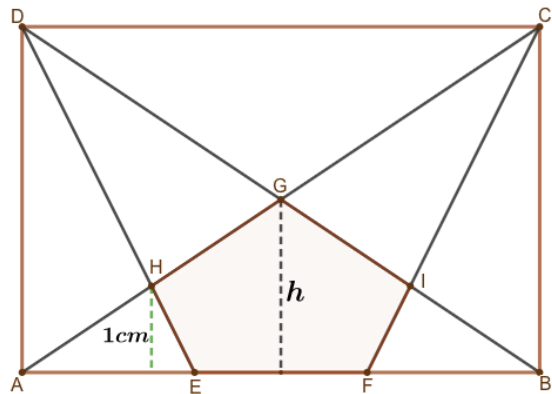
Do exposto, temos que a imagem A'B' tem

- A 1/3 do tamanho do objeto.
- B 2/3 do tamanho do objeto.
- C 3/2 do tamanho do objeto.
- D 3 cm a menos que o tamanho do objeto.
- E 5 cm a menos que o tamanho do objeto.

**Questão 10**

(Ronaebson)

O jovem Alfred desenhou um retângulo ABCD e dividiu o lado AB em três partes iguais  $AE = EF = FB$ . Depois de traçar os segmentos CA, CF, DE, DF, notou que a altura do triângulo AEH, relativa ao lado AE, mede 1 cm.



Qual a altura h do pentágono EFIGH formado?

- A 1,5 cm
- B 2,0 cm
- C 2,5 cm
- D 3,0 cm
- E 4,0 cm

**Questão 11**

(IFPE)

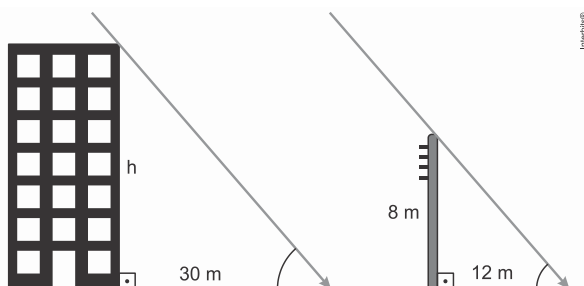
Em um dia ensolarado, às 10h da manhã, um edifício de 40 metros de altura produz uma sombra de 18 metros. Nesse mesmo instante, uma pessoa de 1,70 metros de altura, situada ao lado desse edifício, produz uma sombra de

- A** 1,20 m.
- B** 3,77 m.
- C** 26,47 cm.
- D** 76,5 cm.
- E** 94 cm.

**Questão 12**

(IFPE)

Às 10h45min de uma manhã ensolarada, as sombras de um edifício e de um poste de 8 metros de altura foram medidas ao mesmo tempo. Foram encontrados 30 metros e 12 metros, respectivamente, conforme ilustração abaixo.



De acordo com as informações acima, a altura  $h$  do prédio é de

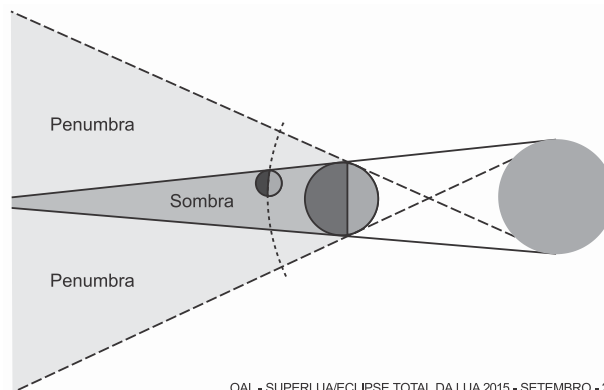
- A** 12 metros.
- B** 18 metros.
- C** 16 metros.
- D** 14 metros.
- E** 20 metros.

ANOTAÇÕES:

**Questão 13**

(CP2\_2016)

Observe a imagem (Figura 1) produzida pelo Observatório Astronômico de Lisboa (OAL) do eclipse total ocorrido no mês de setembro de 2015. Nela percebe-se a existência de um cone de sombra.



OAL - SUPERLUA/ECLIPSE TOTAL DA LUA 2015 - SETEMBRO - 28  
Fonte: www.oal.pt/. Acessado em 12/10/2015

Figura 1

A partir desta imagem, foi construído o esquema matemático apresentado na Figura 2:

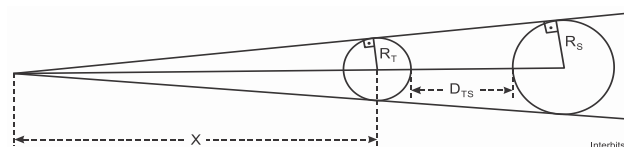


Figura 2

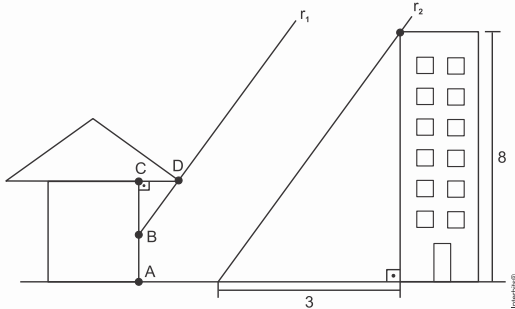
Com base no esquema da Figura 2, e sabendo que os raios da Terra ( $R_T$ ) e do Sol ( $R_S$ ) medem, aproximadamente, 6.000 km e 690.000 km, respectivamente, e que a distância entre Terra e Sol ( $D_{TS}$ ) é de 150.000.000 km, então o comprimento aproximado da altura  $x$  desse cone de sombra é de

- A** 570.000 km.
- B** 800.000 km.
- C** 1.300.000 km.
- D** 1.500.000 km.

**Questão 14**

(CFTMG)

Na figura a seguir, o segmento  $\overline{AC}$  representa uma parede cuja altura é 2,9 m. A medida do segmento  $\overline{AB}$  é 1,3 m e o segmento  $\overline{CD}$  representa o beiral da casa. Os raios de sol  $r_1$  e  $r_2$  passam ao mesmo tempo pela casa e pelo prédio, respectivamente.



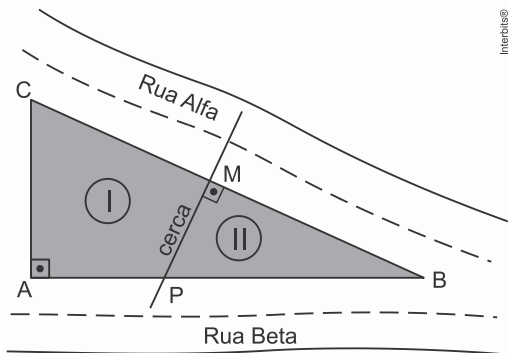
Se  $r_1$  é paralelo com  $r_2$ , então, o comprimento do beiral, em metros, é

- A** 0,60.
- B** 0,65.
- C** 0,70.
- D** 0,75.

**Questão 15**

(EPCAR)

Um terreno com formato de um triângulo retângulo será dividido em dois lotes por uma cerca feita na mediatriz da hipotenusa, conforme mostra figura.



Sabe-se que os lados AB e BC desse terreno medem, respectivamente, 80 m e 100 m. Assim, a razão entre o perímetro do lote I e o perímetro do lote II, nessa ordem, é

- A** 5/3
- B** 10/11
- C** 3/5
- D** 11/10

**Questão 16**

(CPS)

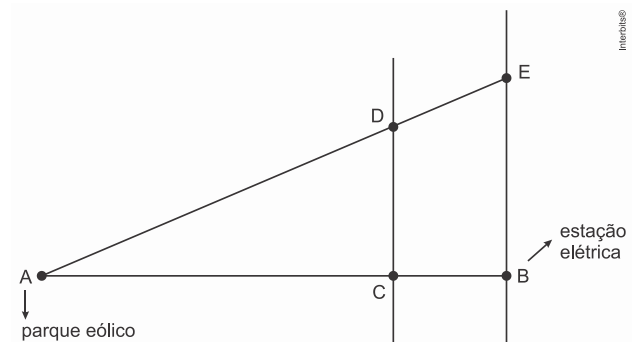
Os parques eólicos marítimos apresentam vantagens em relação aos parques eólicos terrestres, pois neles não há problema com o impacto sonoro e o desgaste das turbinas é menor, devido a menor turbulência do vento.

Na instalação dos parques eólicos marítimos, é preciso calcular sua distância até o continente, a fim de instalar os cabos condutores de eletricidade.



<http://tinyurl.com/jaz8hlw> Acesso em: 10.03.2016. Original colorido.

Observe o esquema que representa um parque eólico (A), uma estação elétrica (B) no continente e pontos auxiliares C, D, e E para o cálculo da distância do parque eólico até a estação elétrica no continente.



No esquema temos:

- Ponto A: parque eólico marítimo;
- Ponto B: estação elétrica no continente;
- Ponto C: ponto auxiliar ( $C \in \overline{AB}$ );
- Ponto D: ponto auxiliar ( $D \in \overline{AE}$ );
- Ponto E: ponto auxiliar;
- A medida do segmento  $\overline{CD}$  é 150 metros;
- A medida do segmento  $\overline{BC}$  é 100 metros;
- A medida do segmento  $\overline{BE}$  é 200 metros;
- Os segmentos  $\overline{CD}$  e  $\overline{BE}$  são paralelos entre si.

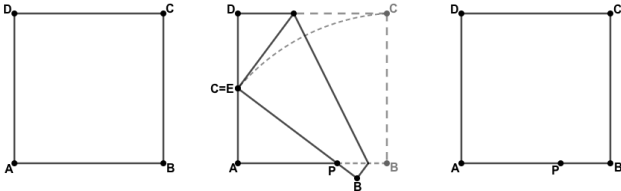
Assim sendo, é correto afirmar que a distância do parque eólico marítimo até a estação elétrica no continente é, em metros,

- A** 75.
- B** 100.
- C** 300.
- D** 400.
- E** 425.

**Questão 17**

(Ronaebson)

Considere uma folha de papel quadrado de lado 1 dm. Seja E o ponto médio do lado AD, ponto que pode ser facilmente obtido dobrando o quadrado ao meio através de uma linha horizontal. Ao levarmos o ponto C até o ponto E, dobrando o quadrado como ilustra a segunda figura, o novo segmento BC determinará sobre o antigo segmento AB o ponto P.



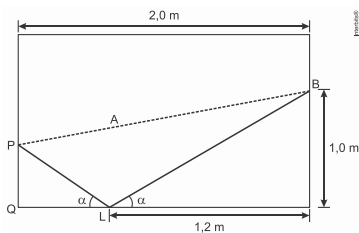
Ao desdobrarmos a folha de papel, retornando o ponto C a sua posição de origem, o segmento PB medirá

- A  $\frac{1}{3}$  dm.
- B  $\frac{1}{4}$  dm.
- C  $\frac{3}{8}$  dm.
- D  $\frac{2}{3}$  dm.
- E  $\frac{5}{8}$  dm.

**Questão 18**

(CFTMF)

A ilustração a seguir representa uma mesa de sinuca retangular, de largura e comprimento iguais a 1,5 e 2,0 m, respectivamente. Um jogador deve lançar a bola branca do ponto B e acertar a preta no ponto P, sem acertar em nenhuma outra, antes. Como a amarela está no ponto A, esse jogador lançará a bola branca até o ponto L, de modo que a mesma possa rebater e colidir com a preta.



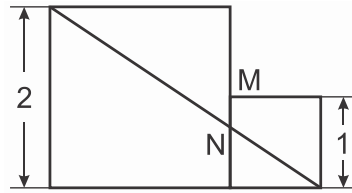
Se o ângulo da trajetória de incidência da bola na lateral da mesa e o ângulo de rebatimento são iguais, como mostra a figura, então a distância de P e Q, em cm, é aproximadamente

- A 67
- B 70
- C 74
- D 81

**Questão 19**

(IFAL)

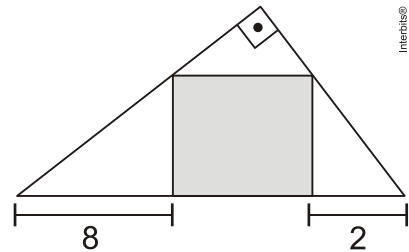
Dois quadrados estão apoiados. O lado do quadrado maior mede 2 e o lado do menor 1. Quanto mede MN?



- A 1/2
- B 1/3
- C 1/4
- D 2/3
- E 2/5

**Questão 20**

(IFCE)



O valor do lado de um quadrado inscrito em um triângulo retângulo, conforme o esboço mostrado na figura, é

- A 10.
- B 8.
- C 6.
- D 4.
- E 2.

**Questão 21**

(CFTMG)

Numa festa junina, além da tradicional brincadeira de roubar bandeira no alto do pau de sebo, quem descobrisse a sua altura ganharia um prêmio. O ganhador do desafio fincou, paralelamente a esse mastro, um bastão de 1m. Medindo-se as sombras projetadas no chão pelo bastão e pelo pau, ele encontrou, respectivamente, 25 dm e 125 dm. Portanto, a altura do “pau de sebo”, em metros, é

- A 5,0.
- B 5,5.
- C 6,0.
- D 6,5.

**Questão 22**

(UDESC)

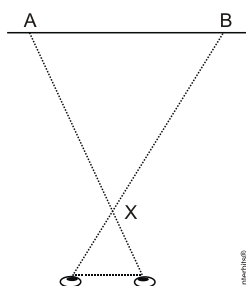
Quando olhamos para um ambiente qualquer, a percepção de profundidade é possível devido a nossa visão binocular. Por estarem separados em média 65 mm em adultos, cada um dos nossos olhos registra uma imagem de um ângulo ligeiramente diferente. Ao interpretar essas imagens ao mesmo tempo, o cérebro forma um "mapa" dessas diferenças, tornando possível estimar a distância dos objetos em relação a nós.

A estereoscopia (popularmente conhecida como "imagem 3D") é uma técnica que consiste em exibir imagens distintas para cada olho do observador, representando o que se observaria em uma situação real. Assim, o cérebro pode ser "enganado" a interpretar os objetos representados como se estivessem flutuando diante da tela ou atrás dela.

Diversas tecnologias existem atualmente para conseguir isso. A mais comum delas, usada nas salas de cinema 3D, funciona com o uso de óculos polarizadores que filtram a imagem projetada na tela, permitindo que cada olho receba somente a imagem correspondente.

Um observador está em uma sala de cinema 3D usando óculos polarizadores e sobre a tela são projetados dois pontos *A* e *B* a uma distância de 30 cm um do outro, com *A* à esquerda de *B*. Os filtros polarizadores dos óculos fazem com que o ponto *A* seja visto apenas por seu olho direito e o ponto *B* apenas por seu olho esquerdo, de forma que as linhas de visão de cada um dos olhos se interseccionem em um ponto *X*, conforme a figura. O observador verá apenas um único ponto, resultado da junção em seu cérebro dos pontos *A* e *B*, localizado em *X*.

Sabendo que a reta imaginária que passa por seus olhos é paralela àquela que passa pelos pontos *A* e *B* e estas distam 20 m entre si, e que sua distância interocular é de 60 mm, a distância da tela em que ele verá a imagem virtual, formada no ponto *X*, é aproximadamente:



- A** 6,6 m
- B** 3,3 m
- C** 4 m
- D** 16,7 m
- E** 16 m

**Questão 23**

(UFRN)

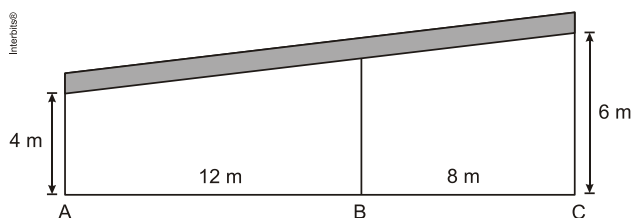
Numa projeção de filme, o projetor foi colocado a 12 m de distância da tela. Isto fez com que aparecesse a imagem de um homem com 3 m de altura. Numa sala menor, a projeção resultou na imagem de um homem com apenas 2 m de altura. Nessa nova sala, a distância do projetor em relação à tela era de

- A** 18 m.
- B** 8 m.
- C** 36 m.
- D** 9 m.

**Questão 24**

(UFPR)

Um telhado inclinado reto foi construído sobre três suportes verticais de aço, colocados nos pontos *A*, *B* e *C*, como mostra a figura ao lado. Os suportes nas extremidades *A* e *C* medem, respectivamente, 4 metros e 6 metros de altura.



A altura do suporte em *B* é, então, de:

- A** 4,2 metros.
- B** 4,5 metros.
- C** 5 metros.
- D** 5,2 metros.
- E** 5,5 metros.

**Questão 25**

(UECE)

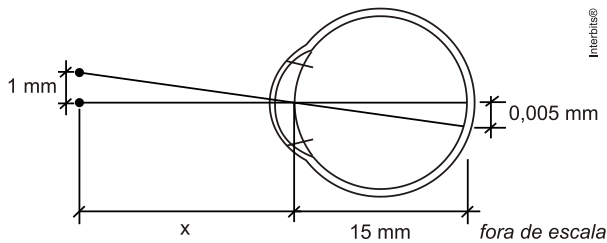
Se dois círculos cujas medidas dos raios são respectivamente *u* e *v* com  $u < v$  são tangentes exteriormente no ponto *P* e se estes círculos também tangenciam os lados de um ângulo com vértice no ponto *M*, então, o comprimento do segmento *MP* é

- A**  $\frac{2u + v}{v - u}$ .
- B**  $\frac{2uv}{v - u}$ .
- C**  $\frac{uv}{v - u}$ .
- D**  $\frac{2(u + v)}{v - u}$ .

Questão 26

(UNESP)

Para que alguém, com o olho normal, possa distinguir um ponto separado de outro, é necessário que as imagens desses pontos, que são projetadas em sua retina, estejam separadas uma da outra a uma distância de 0,005 mm.



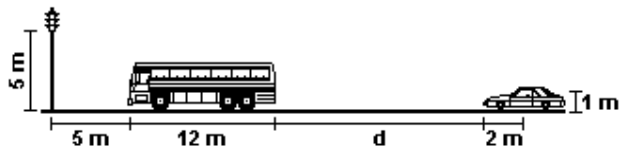
Adotando-se um modelo muito simplificado do olho humano no qual ele possa ser considerado uma esfera cujo diâmetro médio é igual a 15 mm, a maior distância  $x$ , em metros, que dois pontos luminosos, distantes 1 mm um do outro, podem estar do observador, para que este os perceba separados, é

- A 1.
- B 2.
- C 3.
- D 4.
- E 5.

Questão 27

(UFPR)

Em uma rua, um ônibus com 12 m de comprimento e 3 m de altura está parado a 5 m de distância da base de um semáforo, o qual está a 5 m do chão. Atrás do ônibus para um carro, cujo motorista tem os olhos a 1 m do chão e a 2 m da parte frontal do carro, conforme indica a figura a seguir. Qual a menor distância ( $d$ ) que o carro pode ficar do ônibus de modo que o motorista possa enxergar o semáforo inteiro?

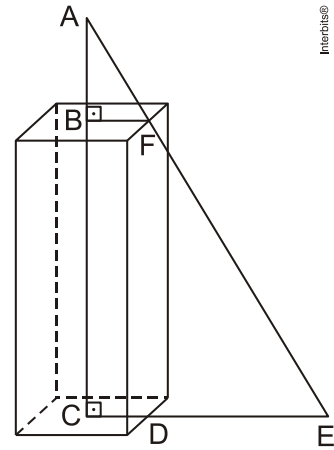


- A 13,5 m
- B 14,0 m
- C 14,5 m
- D 15,0 m
- E 15,5 m

Questão 28

(UNESP)

Marcelo mora em um edifício que tem a forma de um bloco retangular e, no topo desse edifício, está instalada uma antena de 20 metros. Após uma aula de Matemática, cujo tema era Semelhança de Triângulos, Marcelo resolveu aplicar o que aprendeu para calcular a altura do prédio onde mora. Para isso, tomou algumas medidas e construiu o seguinte esquema:



- O segmento  $\overline{AC}$  é perpendicular aos segmentos  $\overline{BF}$  e  $\overline{CE}$ ;
- o segmento  $\overline{AB}$  representa a antena;
- o segmento  $\overline{BC}$  representa a altura do prédio;
- ponto D pertence ao segmento  $\overline{CE}$ ;
- o ponto F pertence ao segmento  $\overline{AE}$ ;
- o ponto B pertence ao segmento  $\overline{AC}$ ;
- os segmentos  $\overline{BC}$  e  $\overline{FD}$  são congruentes;
- a medida do segmento  $\overline{BF}$  é 12 m;
- a medida do segmento  $\overline{DE}$  é 36 m.

Assim, Marcelo determinou que a altura do prédio é, em metros,

- A 45.
- B 50.
- C 60.
- D 65.
- E 70.

ANOTAÇÕES:



**Questão 29**

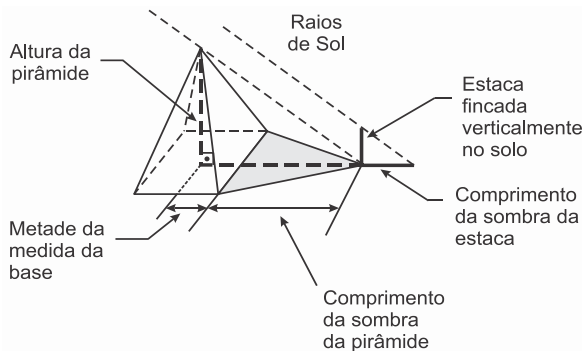
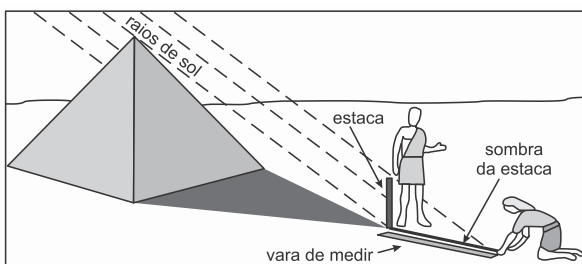
(CPS)

Tales, o grande matemático do século VI a.C., foi também um próspero comerciante. Certa vez, visitou o Egito em viagem de negócios. Nessa ocasião, ele assombrou o faraó e toda a corte egípcia, medindo a sombra da pirâmide de Quéops, cuja base é um quadrado de 230 metros de lado.

Para calcular a altura da pirâmide, Tales fincou verticalmente no solo uma estaca que ficou com altura de 1 metro acima do solo.

As medidas dos comprimentos da sombra da pirâmide e da sombra da estaca são, respectivamente, 255 metros e 2,5 metros.

(Adaptado de: JAKUBOVIC, J., CENTURION, M. e LELLIS, M.C. "Matemática na Medida Certa". Volume. São Paulo: Scipione)



Com base nas informações do texto e das figuras, é válido afirmar que a altura da pirâmide, em metros, é

- A** 14,80.
- B** 92,50.
- C** 148.
- D** 925.
- E** 1.480.

**Questão 30**

(ENEM)

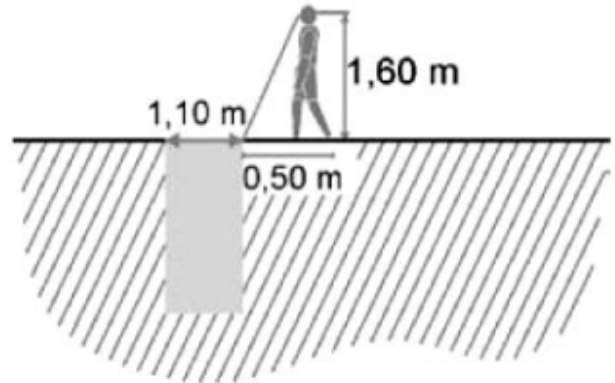
A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2,00 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir:

- A** 30 cm.
- B** 45 cm.
- C** 50 cm.
- D** 80 cm.
- E** 90 cm.

**Questão 31**

(UFRGS)

Para estimar a profundidade de um poço com 1,10 m de largura, uma pessoa cujos olhos estão a 1,60 m do chão posiciona-se a 0,50 m de sua borda. Dessa forma, a borda do poço esconde exatamente seu fundo, como mostra a figura.



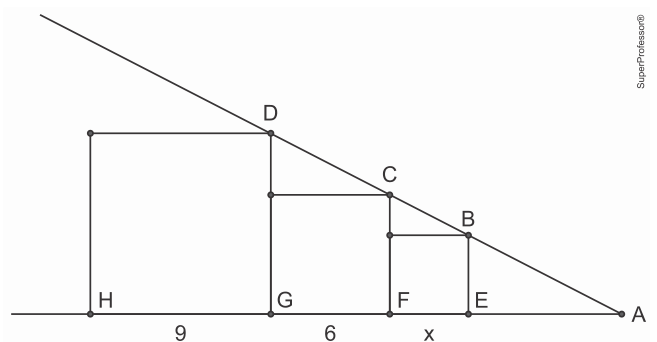
Com os dados acima, a pessoa conclui que a profundidade de poço é

- A** 2,82 m.
- B** 3,00 m.
- C** 3,30 m.
- D** 3,52 m.
- E** 3,85 m.

**Questão 32**

(UFRGS\_2022)

Na figura abaixo, há três quadrados de lados 9, 6 e  $x$  justapostos; os vértices A, B, C e D são colineares; os vértices A, E, F, G e H são colineares.

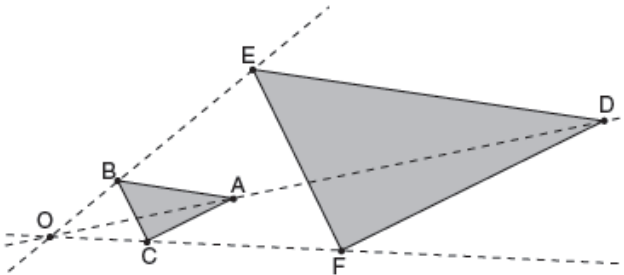


A soma das áreas dos três quadrados é

- A** 38.
- B** 76.
- C** 126.
- D** 133.
- E** 136.

**Questão 33**

A homotetia é um processo utilizado para ampliar figuras, que se baseia na semelhança de triângulos. Para que o triângulo ABC da figura a seguir pudesse ser ampliado, pôde-se escolher um ponto O qualquer, externo a esse triângulo, e traçar retas que passassem por O e por cada vértice de ABC.



Sabendo que  $BC = 4$  cm e que a distância entre os pontos B e E é o quádruplo da medida OB, a medida do segmento EF é

- A 12 cm e a área do triângulo DEF é 9 vezes maior que a área do triângulo ABC.
- B 16 cm e a área do triângulo DEF é 4 vezes maior que a área do triângulo ABC.
- C 16 cm e a área do triângulo DEF é 16 vezes maior que a área do triângulo ABC.
- D 20 cm e a área do triângulo DEF é 5 vezes maior que a área do triângulo ABC.
- E 20 cm e a área do triângulo DEF é 25 vezes maior que a área do triângulo ABC.

**Questão 34**

(FUVEST\_2021)

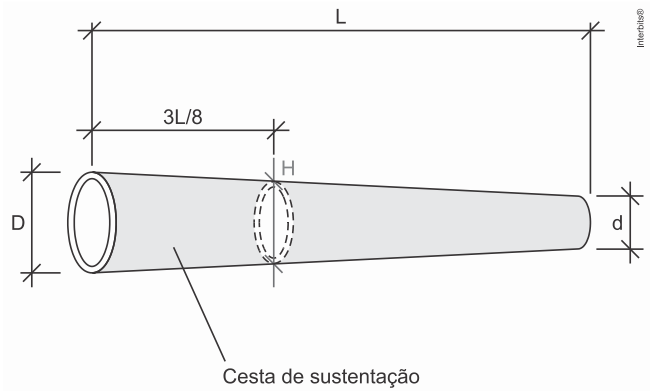
Um marceneiro possui um pedaço de madeira no formato de um triângulo retângulo, cujos catetos medem 12 cm e 35 cm. A partir desta peça, ele precisa extrair o maior quadrado possível, de tal forma que um dos ângulos retos do quadrado coincida com o ângulo reto do triângulo. A medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de

- A 8 cm.
- B 8,5 cm.
- C 9 cm.
- D 9,5 cm.
- E 10 cm.

**Questão 35**

(UNESP\_2021)

O indicador de direção do vento, também conhecido como biruta, é item obrigatório em todo heliponto. Suas dimensões devem estar em conformidade com a figura e com a tabela apresentadas na sequência, retiradas do Regulamento Brasileiro da Aviação Civil.



Dimensões	Heliponto elevado (cm)	Heliponto ao nível do solo (cm)
L	120	240
D	30	60
d	15	30

(Agência Nacional de Aviação Civil. RBAC nº 155, 25.05.2018. Adaptado.)

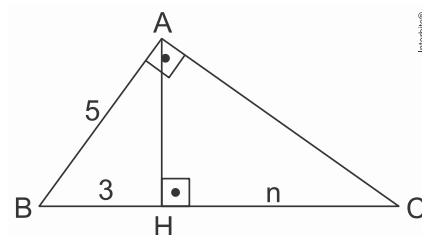
A fabricação da cesta de sustentação é baseada nos valores de D, L e H e considera que a figura corresponde a um tronco de cone reto, cujas circunferências de diâmetros D, H e d são paralelas. No caso de o heliponto estar ao nível do solo, o valor de H é igual a

- A 52,50 cm.
- B 41,25 cm.
- C 48,75 cm.
- D 37,50 cm.
- E 45,00 cm.

**Questão 36**

(EEAR)

Se ABC é um triângulo retângulo em A, o valor de n é

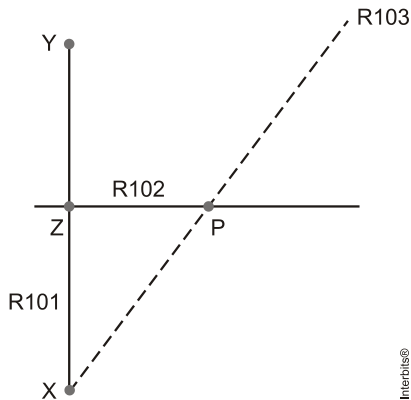


- A 22/3
- B 16/3
- C 22.
- D 16/3

**Questão 37**

(INSPER)

Duas cidades X e Y são interligadas pela rodovia R101, que é retilínea e apresenta 300 km de extensão. A 160 km de X, à beira da R101, fica a cidade Z, por onde passa a rodovia R102, também retilínea e perpendicular à R101. Está sendo construída uma nova rodovia retilínea, a R103, que ligará X à capital do estado. A nova rodovia interceptará a R102 no ponto P, distante 120 km da cidade Z.



O governo está planejando, após a conclusão da obra, construir uma estrada ligando a cidade Y até a R103. A menor extensão, em quilômetros, que esta ligação poderá ter é

- A 250.
- B 240.
- C 225.
- D 200.
- E 180.

**Questão 38**

(ESPECEX)

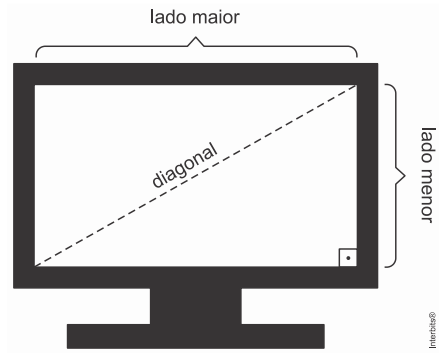
Os centros de dois círculos distam 25 cm. Se os raios desses círculos medem 20 cm e 15 cm, a medida da corda comum a esses dois círculos é

- A 12 cm.
- B 24 cm.
- C 30 cm.
- D 32 cm.
- E 26 cm.

**Questão 39**

(UEL)

Convencionou-se que o tamanho dos televisores, de tela plana e retangular, é medido pelo comprimento da diagonal da tela, expresso em polegadas. Define-se a proporção dessa tela como sendo o quociente do lado menor pelo lado maior, também em polegadas. Essas informações estão dispostas na figura a seguir.



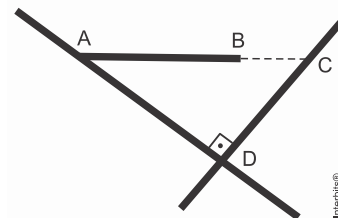
Suponha que Eurico e Hermengarda tenham televisores como dado na figura e de proporção  $\frac{3}{4}$ . Sabendo que o tamanho do televisor de Hermengarda é 5 polegadas maior que o de Eurico, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, quantas polegadas o lado maior da tela do televisor de Hermengarda excede o lado correspondente do televisor de Eurico.

- A 2
- B 3
- C 4
- D 5
- E 6

**Questão 40**

(CP2)

Para concluir o projeto de pavimentação das ruas de um bairro, a secretaria de obras de uma prefeitura usou o trecho de mapa a seguir:



Sabe-se que o segmento BC (pontilhado) representa a única parte que ainda não está pavimentada. Além disso, os pontos A, B e C estão alinhados.

As medidas dos trechos mostrados no mapa, em decâmetros, são os seguintes:

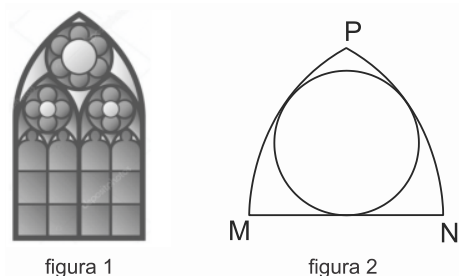
- $AB = 10$
- $BC = x$
- $CD = x + 2$
- $AD = x + 9$

Dessa forma, o trecho BC, ainda não pavimentado, mede

- A 3 dam.
- B 4 dam.
- C 5 dam.
- D 6 dam.

**Questão 41**

(CP2)



A capela de um hospital é decorada com vitrais semelhantes ao representado na figura 1. Para reproduzi-lo, uma pessoa decidiu fazer os cálculos relativos às dimensões de alguns detalhes, iniciando com a parte superior, representada na figura 2. Sabe-se que MP e NP são arcos de circunferências com centros em N e M, respectivamente, e que o círculo tangente aos arcos MP e NP e ao segmento MN tem raio  $r = 15$  u.c.

Com base nesses dados, pode-se afirmar que a medida do segmento MN é igual a

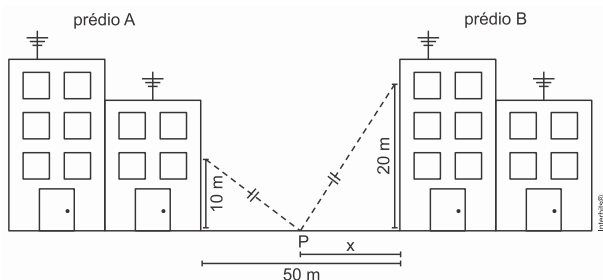
- A** 45
- B** 40
- C** 30
- D** 25
- E** 15

**Questão 42**

(CFTMG)

Duas crianças, cada uma em um prédio diferente, brincam com canetas lasers nas janelas de seus apartamentos, apontando para um ponto na quadra situada entre os prédios. A criança do prédio A está a uma altura de 10 m, e a do prédio B, a uma altura de 20 m do chão. A distância entre os prédios é de 50 m.

Em um determinado momento, os lasers das crianças atingem, simultaneamente, um ponto P do pátio equidistante das crianças, tal como na ilustração abaixo:



A distância  $x$ , em metros, deste ponto até o prédio B é

- A** 22.
- B** 23.
- C** 25.
- D** 28.

**Questão 43**

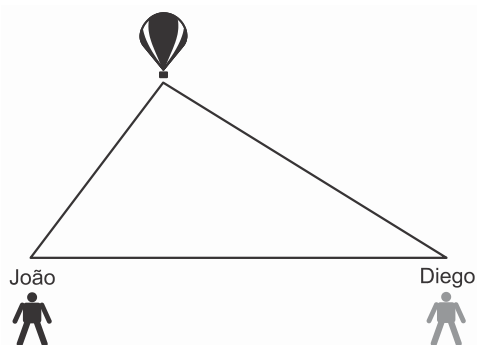
(CP2)

“Diferente dos balões comuns, os balões meteorológicos são produzidos com borracha natural usando um processo de rotomoldagem. Isso quer dizer que toda a superfície do balão apresenta a mesma espessura, evitando estourros prematuros.”

Fonte: <http://www.mundoclima.com.br/baloes-meteorologicos/balao-meteorologico-de-grande-altitude-600g/>. Acesso em: 15 de maio de 2016.

Dois jovens pesquisadores, João e Diogo, decidiram lançar um único balão meteorológico para fazer um estudo. Após o lançamento, em um dado momento, João estava a 8 km do balão e Diogo a 15 km. Sabe-se que o balão subiu verticalmente durante todo o percurso e que a distância entre os pesquisadores naquele momento era de 17 km.

Observe a figura abaixo, representativa da situação:



Desconsiderando a curvatura da Terra, pode-se afirmar que a altura aproximada desse balão era de

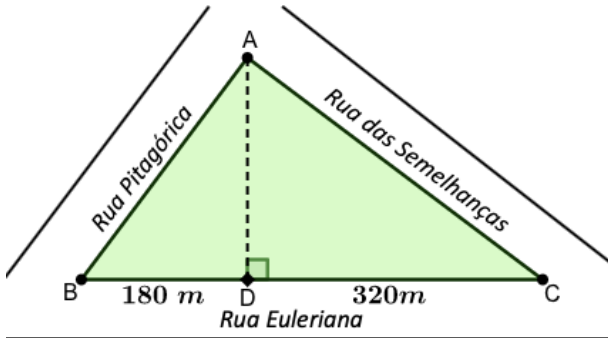
- A** 6 km.
- B** 6,5 km.
- C** 7 km.
- D** 7,5 km.

ANOTAÇÕES:

**Questão 44**

(Ronaebson)

Três amigos, Weshley, Patrício e Flores, estavam no local indicado pelo ponto A e combinaram de ir a *food truck* localizada no ponto D da Rua Euleriana.



Weshley correu, margeando o parque, pela Rua Pitagórica e virou à esquerda na Rua Euleriana, Patrício correu, também margeando o parque pela Rua das Semelhanças e virou à direita na rua Euleriana, já Flores caminhou pelo meio do parque, seguindo uma trajetória perpendicular à Rua Euleriana.

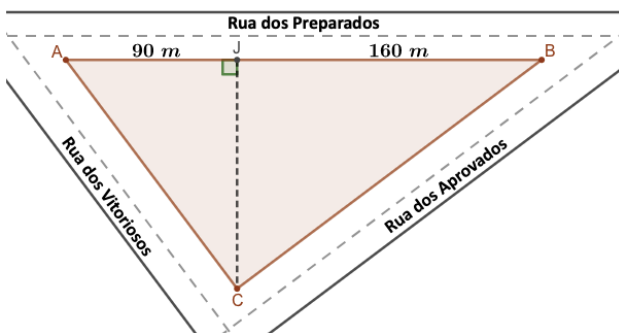
Sejam  $v_W$ ,  $v_P$  e  $v_F$  as velocidades médias desenvolvidas por Weshley, Patrício e Flores, respectivamente. Sabendo que a Rua Pitagórica é perpendicular a Rua das Semelhanças e que os três amigos partiram no mesmo instante do ponto A e chegaram ao mesmo tempo no food truck, tem-se que as velocidades médias desenvolvidas por Weshley, Patrício e Flores, nessa ordem, são proporcionais a

- A 2, 3 e 1.
- B 3, 4 e 5.
- C 1, 2 e 3.
- D 3, 2 e 1.
- E 3, 5 e 4.

**Questão 45**

(Ronaebson)

Teobaldo dividirá entre seus dois filhos um terreno triangular ABC que fica limitado por três ruas, a Rua dos Preparados, Rua dos Vitoriosos e a Rua dos Aprovados.



O terreno será dividido através do segmento CJ e, ao filho mais velho caberá a maior das partes e ao filho mais novo caberá a menor das partes.

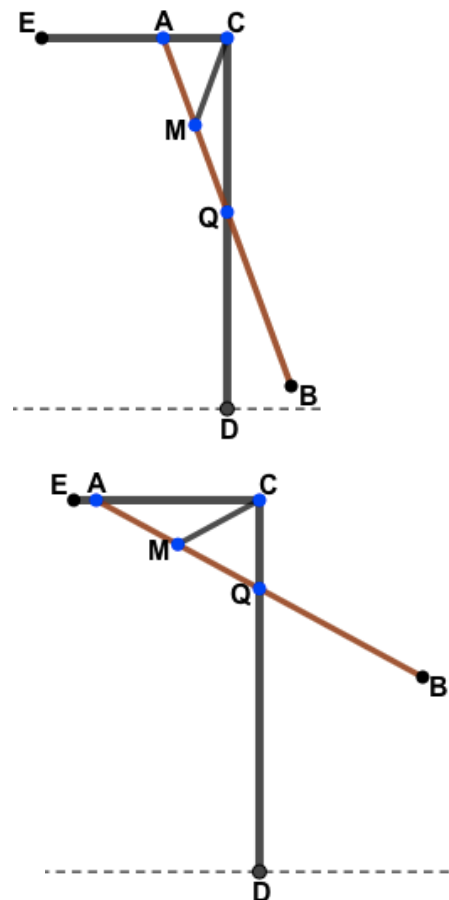
Sabendo que a Rua dos Vitoriosos é perpendicular a Rua dos Aprovados, a razão entre os perímetros dos terrenos do filho mais velho e do filho mais novo, nessa ordem, é

- A 5/4.
- B 4/3.
- C 3/4.
- D 1/2.
- E 1/3.

**Questão 46**

(Ronaebson)

Considere um protótipo de portão de garagem, representado pelo segmento  $\overline{AB}$ , que abre para cima como descrito em dois momentos pelas figuras a seguir.



Ao começar a abrir, o ponto Q desliza sobre o trilho vertical representado pelo segmento  $\overline{CD}$ . Sabe-se ainda que  $AM = MC = MQ = 0,6\text{ m}$  e  $QB = 1,2\text{ m}$  qualquer que seja a posição do portão.

Qual será a distância do ponto B (uma das extremidades do portão) ao trilho vertical  $\overline{CD}$  quando o ponto Q estiver a 1,44 m de altura?

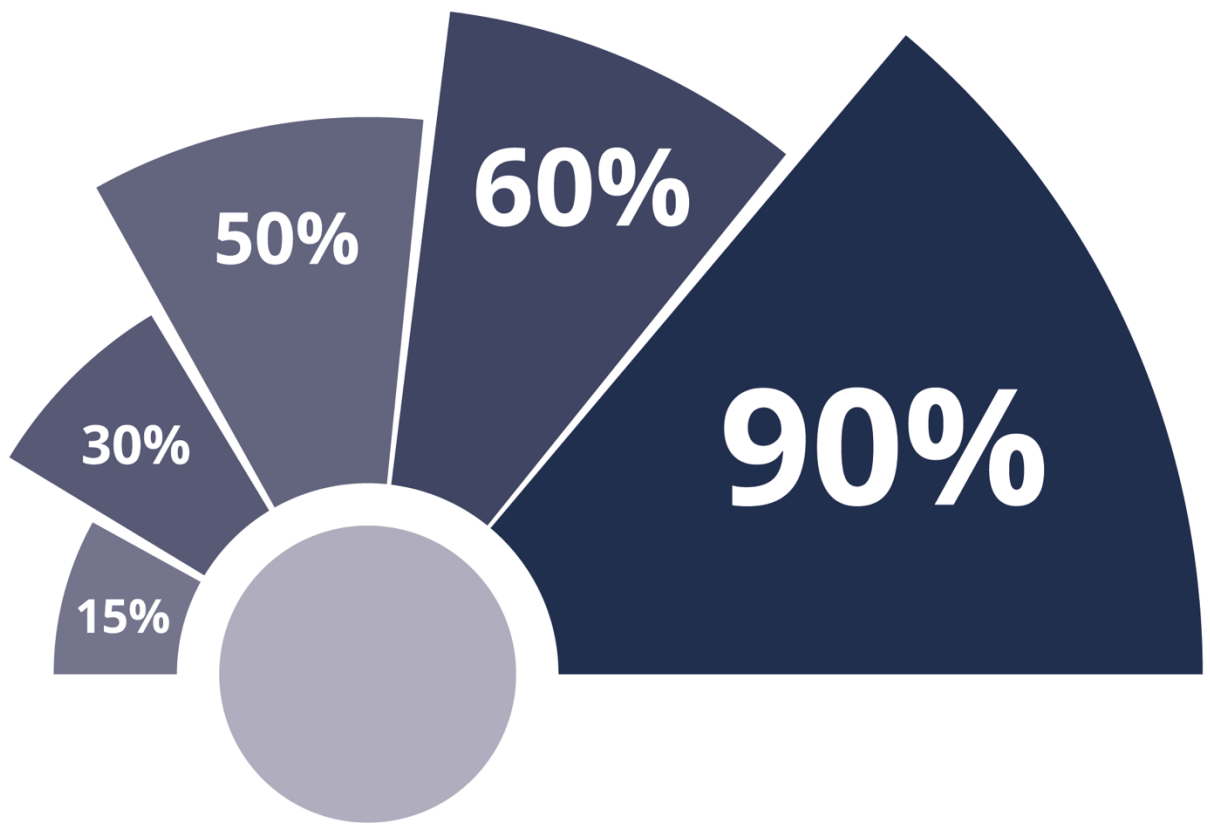
- A 48 cm.
- B 72 cm.
- C 96 cm.
- D 108 cm.
- E 120 cm.

Gabarito	
Semelhança de Triângulos	
Hora de Praticar	
Questão	Resposta
01	D
02	A
03	B
04	C
05	E
06	B
07	C
08	B
09	B
10	B
11	D
12	E
13	C
14	A
15	D
16	D
17	A
18	A
19	B
20	D
21	A
22	D
23	B
24	D
25	B
26	C
27	D
28	C
29	C
30	B
31	D
32	D
33	E
34	C
35	C
36	B
37	E
38	B
39	C
40	A
41	B
42	A
43	C
44	A
45	B
46	B





# PORCENTAGEM





## PORCENTAGEM

Uma porcentagem é uma fração de denominador 100, é também conhecida como uma razão centesimal e pode ser representada com o símbolo % (lê-se *por cento*).

Assim, “sete por cento” escreve-se 7% e significa “sete centésimos”, isto é,

$$7\% = \frac{7}{100}.$$

Vale salientar que quando se diz “cinco por cento”, por exemplo, está se pensando em 5% de uma determinada grandeza, de modo que isto significa um vigésimo dessa grandeza, pois

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}.$$

O uso de porcentagens está tão arraigado na linguagem do dia-a-dia que é muito conveniente ter em mente os significados de algumas delas:

100%	tudo
75%	três quartos
50%	metade
25%	a quarta parte
20%	um quinto
10%	um décimo
5%	um vigésimo
2%	dois centésimos
1%	um centésimo

Outras porcentagens dão uma ideia aproximada. Assim, por exemplo:

60%	pouco mais da metade
40%	pouco menos da metade
30%	quase um terço

Como já pudemos perceber, a porcentagem pode ser representada de formas diferentes, a saber, a própria representação decimal, na forma de fração irredutível ou mesmo na forma decimal, por exemplo:

Forma Percentual	Forma Fracionária	Forma Decimal
20%	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	0,2
50%	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	0,5
3,7%	$\frac{3,7}{100} = \frac{37}{1000}$	0,037
100%	$\frac{100}{100}$	1

### Um pouco de história!

Relatos históricos datam que o surgimento dos cálculos percentuais aconteceu por volta do século I a.C., na cidade de Roma. Nesse período, o imperador romano decretou inúmeros impostos a serem cobrados, de acordo com a mercadoria negociada. Um dos impostos criados pelos chefes romanos era denominado centésimo rerumvenalium, e obrigava o comerciante a pagar um centésimo pela venda das mercadorias no mercado. Naquela época, o comércio de escravos era intenso e sobre as vendas era cobrado um imposto de 1/25 (um vinte e cinco avos).

Os cálculos eram feitos sem a utilização do símbolo de porcentagem, eram realizados de forma simples, com a utilização de frações centesimais. Por exemplo, na cobrança de um imposto no valor de 6/100 da comercialização, eles cobravam seis centésimos do preço do produto, isto é, dividiam o produto em cem partes iguais e pegavam seis partes, basicamente o que é feito hoje sem a utilização de calculadoras.

A intensificação do comércio por volta do século XV criou situações de grande movimentação comercial. O surgimento dos juros, lucros e prejuízos obrigou os matemáticos a fixarem uma base para o cálculo de porcentagens. A base escolhida foi o 100. O interessante é que mesmo com essa evolução, o símbolo que conhecemos hoje ainda não era utilizado pelos comerciantes. Muitos documentos encontrados e registrados apresentam uma forma curiosa de expressar porcentagens. Os romanos utilizavam os algarismos do seu sistema de numeração seguido de siglas como, “p cento” e “p c”. Por exemplo, a porcentagem de 10% era escrita da seguinte forma: **“X p cento”** ou **“X p c”**.

A crescente utilização da porcentagem no comércio e as suas inúmeras formas de escrita representacional originaram o símbolo que conhecemos hoje, %. Atualmente, a porcentagem é estritamente importante para a Matemática financeira, dando suporte às inúmeras movimentações financeiras, na representação do mercado de ações envolvendo as operações de compra e venda, na construção de gráficos comparativos, qualitativos e quantitativos, na constituição de alíquotas de diversos impostos entre inúmeras outras situações.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "História das Porcentagens"; Brasil Escola. Disponível em <<http://brasilescuela.uol.com.br/matematica/historia-das-porcentagens.htm>>. Acesso em 05 de fevereiro de 2017.

Quando calculamos 5% de 40, por exemplo, é importante perceber que 1% de 40 é a centésima parte desse valor, o que resulta em 0,4 (dividimos 40 por 100), mas como queremos 5%, basta multiplicar por 5 o valor correspondente a 1%. O que estou querendo dizer é que para calcular 5% de..., basta fazer 5% vezes, veja:

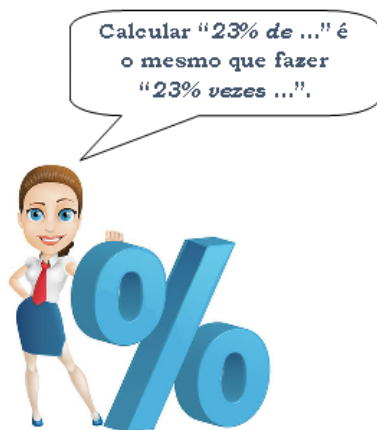
$$5\% \text{ de } 40 = \frac{5}{100} \cdot 40 = 5 \cdot 0,4 = 2$$

Agora que temos uma visão geral do que é porcentagem, vejamos como se calcula o valor percentual de um número:

- a) 10% de 300 =  $\frac{10}{100} \times 300 = 30$ .
- b) 20% de 450 =  $0,2 \times 450 = 90$ .
- c) 75% de 800 =  $\frac{3}{4} \times 800 = 600$ .
- d) 100% de 78 =  $\frac{100}{100} \times 78 = 78$ .
- e) 115% de 120 =  $\frac{115}{100} \times 120 = 138$ .
- f) 200% de 81 =  $2 \times 81 = 162$ .

Note que, para o cálculo da porcentagem, você pode usar qualquer uma das representações, observe ainda que no item (d) 100% de 78 corresponde ao próprio 78, isto ocorre porque 100% representa o todo, ou seja, 100% é uma razão de 100 para 100 que é igual a 1. Portanto 100% de um número  $x$  é o próprio  $x$ , já que estaremos multiplicando por 1 para encontrarmos o valor da porcentagem.

Analisando os itens (a), (b) e (c), percebemos também que quando o percentual é menor 100%, o número resultante será menor que o número original. Nos itens (e) e (f) percebemos que o resultado é maior que o número original, pois o percentual é maior que 100%.



**PARA TREINAR RAPIDINHO**   
**FIXAÇÃO**

**F\_01:** Se uma mercadoria custa R\$ 700,00 e está sendo vendida com um desconto de 6%, qual o valor do desconto?

**F\_02:** Uma barra de chocolate tem 200 gramas. João comeu 20% da barra. Quantos gramas da barra João comeu?

**F\_03:** Um televisor custava R\$ 700,00, ele está sendo vendido por 90% do seu preço. Qual o novo valor do televisor?

Outra situação que nos deparamos é a de como transformar uma razão ou fração em porcentagem.

Vimos que razões centesimais são um tipo especial de **razão**, cujo conseqüente (denominador) é igual a cem e podem facilmente ser expressas na forma de porcentagem, simplesmente eliminando o denominador cem e inserindo o símbolo de porcentagem após o antecedente ou numerador.

Por exemplo:

$$\frac{9}{100} = 9\%$$

Mas como transformamos a razão 3 : 15 em porcentagem?

Simplesmente realizando a divisão, encontrando assim o valor da razão, multiplicando-o por 100 e inserindo o símbolo de porcentagem à sua direita, ou seja, multiplicamos por **100%**, vejamos:

$$3 : 15 = 0,2 = 0,2 \times 100\% = 20\% .$$

Talvez você não tenha percebido, mas podemos utilizar a transformação de uma razão em porcentagem para calcular quantos por cento um número é de outro. Neste nosso exemplo **3 é 20% de 15**.

**F\_04:** Dezoito corresponde a que porcentagem de quarenta e cinco?

**F\_05:** Numa classe de 25 alunos, 16 são homens. Qual a porcentagem de mulheres nessa classe?

Dado o exposto, e, tendo em vista que a *porcentagem* é uma razão, percebe-se que ela surge, essencialmente, como um instrumento de comparação, de modo que ao calcularmos a porcentagem em relação a um valor dado, estamos representando uma proporção, na qual um dos denominadores é igual a 100, por exemplo, dizemos que 40 representa em 250 o mesmo que o valor 16 representa em 100.

$$\frac{40}{250} = \frac{16}{100}$$

**Observações importantes:**

- Muitas vezes não faz sentido falar em porcentagens superiores a 100%, por exemplo, não tem cabimento pleitear 140% de abatimento no preço de um produto. Entretanto o mesmo produto pode ter seu preço aumentado em 200%.
- Nos problemas de porcentagem são três os elementos fundamentais: o valor básico (referência), a taxa de porcentagem (percentual) e a porcentagem do valor básico. Os problemas mais simples consistem em, dados dois desses elementos, calcular o terceiro.

**F\_06:** A água do mar contém 2,5% do seu peso em sal. Quantos quilogramas de água do mar são necessários para obter 800g de sal?

**AUMENTOS**

A título de exemplo, imaginemos que o preço de um determinado produto seja X reais. Qual será o novo preço após um aumento de 10%?

Nesse caso, temos que 10% de X é igual 0,1X, assim o novo preço será igual a

$$X + 0,1X = 1,1 \cdot X.$$

Observe que o preço após o aumento também pode ser obtido simplesmente multiplicando-se o preço anterior X por 1,1, de modo que 1,1 é dito o fator multiplicativo correspondente a um aumento de 10%.

Aumento (%)	Fator Multiplicativo
10%	
20%	
25%	
	1,37
	1,95
5%	
	1,07
100%	
	2,45
	1

Desta maneira, o valor final de um produto após um reajuste pode ser calculado da seguinte maneira:

$$V_f = f_m \cdot V_i,$$

- onde
- $V_i$  = Valor Inicial,
  - $V_f$  = Valor Final,
  - $f_m$  = Fator Multiplicativo.

**F\_07:** Mês passado, Maria consultou em uma loja o preço de uma calça. Agora, ela decidiu comprá-la, mas o preço foi alterado. A calça, que custava R\$ 83,00, sofreu um aumento de 20%. Quanto Maria gastou com a compra da calça?

**F\_08:** O litro de gasolina, sofreu a partir de hoje, um aumento de 15% e passou a custar R\$ 3,45. Quanto custava a gasolina ontem?



Há três tipos clássicos de aumentos, são eles:

- Aumento Simples;
- Aumentos simultâneos;
- Aumentos Sucessivos.

**Aumento Simples** – é um aumento único dado sobre o valor de referência.

**F\_09:** Em julho de 2015 a cesta básica custava R\$ 320,00 na Paraíba. Considerando que a inflação acumulada desde aquele período é de 9%, qual é o novo valor da cesta básica?

**F\_10:** Paulo foi jantar com sua família em um restaurante. A conta, incluindo os 10% da taxa de serviço, foi de R\$ 165,00. Qual seria o valor da conta sem a taxa de serviço?

**Aumentos Simultâneos** – quando são dados dois ou mais aumentos e os respectivos percentuais incidem sobre o mesmo referencial. Neste caso os percentuais podem ser somados e aplicados diretamente sobre o valor básico.

**F\_11:** Uma concessionária oferece opções de cor e acessórios na compra de um carro novo. Em um carro cujo preço é R\$ 40000,00, a opção por determinada cor corresponde a um acréscimo de 2,5% do preço, e, com o kit de acessórios, um acréscimo de 3,5%. Quantos reais uma pessoa irá pagar por um carro se optar pela cor e pelo kit de acessórios?

**Aumentos Sucessivos** – quando são dados dois ou mais aumentos e os respectivos percentuais incidem sobre o valor acumulado das aplicações anteriores. Neste caso, não se pode somar os percentuais e aplicá-los diretamente sobre o valor básico.

**F\_12:** Um vendedor resolveu promover dois reajustes sucessivos no preço de um determinado produto, sendo o primeiro de 10% e o segundo de 20%. Sabendo que o valor inicial desse produto é de R\$ 600,00, determine o valor após os aumentos.

### Observações importantes:

- Note que um aumento de 10% seguido de um aumento de 20% não corresponde a um aumento de 30%, ou seja, neste caso os percentuais não podem ser somados para aplicá-lo de maneira única sobre o referencial.
- Observe que é indiferente dar um aumento de 10% seguido de um de 20% ou dar um aumento de 20% seguido de um 10%, pois ao usarmos os fatores multiplicativos nos deparamos com a propriedade comutativa da multiplicação.



ANOTAÇÕES:

## DESCONTOS

Analogamente ao que fizemos com aumentos, a título de exemplo, imaginemos que o preço de um determinado produto seja  $X$  reais. Qual será o novo preço após um desconto de 10%?

Nesse caso, temos que 10% de  $X$  é igual  $0,1X$ , assim o novo preço será igual a

$$X - 0,1X = 0,9 \cdot X.$$

Observe que o preço após o desconto também pode ser obtido simplesmente multiplicando-se o preço anterior  $X$  por  $0,9$ , de modo que  $0,9$  é dito o fator multiplicativo correspondente a um desconto de 10%.

Desconto (%)	Fator Multiplicativo
10%	
20%	
25%	
	0,37
5%	
	0,07
100%	
	0,99
	1

Desta maneira, o valor final de um produto após um reajuste pode ser calculado da seguinte maneira:

$$V_f = f_m \cdot V_i,$$

onde

$V_i =$  Valor Inicial,

$V_f =$  Valor Final,

$f_m =$  Fator Multiplicativo.

Observe que a expressão utilizada é a mesma para descontos e aumentos.

**F\_13:** Caio foi a uma loja para comprar um relógio que custava R\$ 80,00. Naquele dia a loja estava fazendo uma liquidação e anunciou um desconto de 30% sobre qualquer um dos produtos. Qual o valor pago por Caio na compra do relógio?

Há três tipos clássicos de descontos, são eles:

- Desconto Simples;
- Descontos simultâneos;
- Descontos Sucessivos.

**Desconto Simples** – é um desconto único dado sobre o valor de referência.

**F\_14:** Em setembro de 2015, Ingride estava oferecendo o seu carro por R\$ 32000,00. Como não estava conseguindo vender, no mês seguinte decidiu dar um abatimento de 25% no valor. Qual o valor do carro de Ingride no mês de outubro de 2015?

**F\_15:** Jonatas foi jantar com sua família em um restaurante japonês. Como era seu aniversário, o gerente do restaurante decidiu dar um desconto de 12% na conta, com isso, o valor pago por Jonatas foi R\$ 132,00. Qual seria o valor da conta sem o desconto dado pelo gerente?

**Descontos Simultâneos** – quando são dados dois ou mais descontos e os respectivos percentuais incidem sobre o mesmo referencial. Neste caso os percentuais podem ser somados e aplicados diretamente sobre o valor básico.

**F\_16:** Penha recebe um salário bruto de R\$ 1200,00. Desse valor, foram descontados, no último mês, 8% de alíquota do Instituto Nacional de Seguridade Social (INSS) e 1% de contribuição sindical. De acordo com tais descontos, qual o valor do salário líquido de Penha?

**Descontos Sucessivos** – quando são dados dois ou mais descontos e os respectivos percentuais incidem sobre o valor resultante das aplicações anteriores. Neste caso, não se pode somar os percentuais e aplicá-los diretamente sobre o valor básico.

**F\_17:** Uma loja anunciou a liquidação de todos os seus produtos, fornecendo um desconto de 30% sobre o valor dos mesmos. Para chamar mais ainda a atenção do cliente, decidiu dar um desconto de 10% no valor final da compra caso o cliente deseje-se pagar à vista. Um cliente decidiu compra duas calças no valor de R\$ 80,00 cada uma. Qual o valor pago pelo cliente, sabendo que ele decidiu pagar à vista?

**Observações importantes:**

- Note que um desconto de 30% seguido de um desconto de 10% não corresponde a um desconto de 40%, ou seja, neste caso os percentuais não podem ser somados para aplicá-lo de maneira única sobre o referencial.
- Observe que é indiferente dar um desconto de 30% seguido de um de 10% ou dar um desconto de 10% seguido de um 30%, pois ao usarmos os fatores multiplicativos nos deparamos com a propriedade comutativa da multiplicação.

Um erro muito comum é pensar que se um produto sofrer um aumento de 25%, para voltar ao valor original, o desconto que deve ser dado também é de 25%. *Cuidado!* À primeira vista, parece óbvio que o desconto a ser dado deve ser de 25%, mas uma rápida reflexão mostra que o desconto de 25% sobre o valor aumentado é maior do que os 25% do preço original, ou seja, é maior do que o aumento que havia sido dado.

Note então que ao sofrer um aumento de 25% o valor inicial do produto é multiplicado por 1,25, ou seja, sendo V o valor inicial do produto, seu valor após o aumento passa a ser 1,25V, assim para descobrirmos o desconto que deve ser dado para voltar ao valor original V, devemos encontrar o fator multiplicativo  $f_m$  tal que

$$f_m \cdot 1,25V = V.$$

Logo,

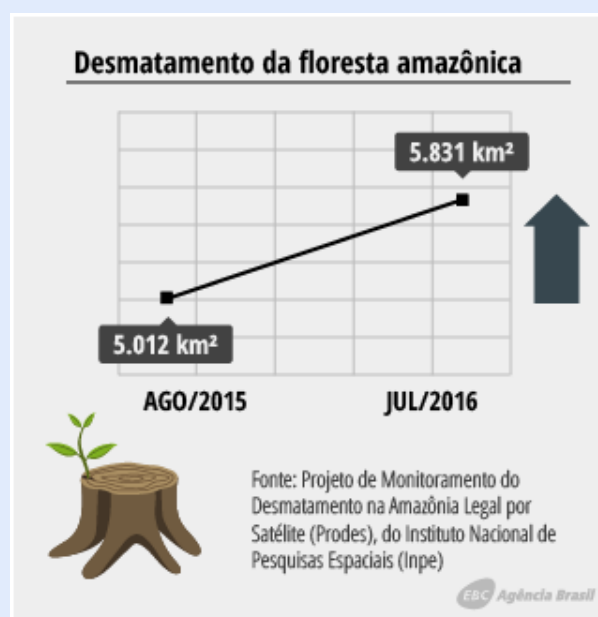
$$f_m = \frac{1}{1,25} = 0,8.$$

Portanto o desconto que deve ser dado é de 20%.

**Problema 01: (Ronaebson)** “O desmatamento ilegal da Floresta Amazônica avança a despeito da importância que a comunidade científica mundial e a sociedade atribuem ao bioma e ao impacto de sua destruição no clima do planeta. Em Mato Grosso, a região noroeste abriga o último maciço da floresta no estado e sofre forte pressão para exploração madeireira e ocupação de novas áreas para a produção agropecuária.”

Por Maiana Diniz, da Agência Brasil  
Disponível em <http://www.ebc.com.br/especiais/desafios-para-o-fim-do-desmatamento>  
Acesso em 15/08/2018.

Observe o gráfico a seguir referente ao desmatamento da floresta amazônica.



Considerando o período de agosto de 2015 a julho de 2016, estima-se que a área desmatada teve um aumento de aproximadamente

- A 8%.
- B 10%.
- C 16%.
- D 20%.
- E 25%.

**Solução 1:**

Comparando os dois valores temos:

$$\frac{5831}{5012} \cong 1,16,$$

o que corresponde a um aumento de aproximadamente 16%.

**Solução 2:**

Doutro modo, o aluno poderia perceber que o aumento absoluto foi de aproximadamente 800 km², o que é superior a 500 km² (≅ 10%) e inferior a 1000 km² (≅ 20%).

Resposta: [C]

**Problema 02: (Ronaebson)** Cerca de 11000 pessoas morrem por suicídio todos os anos no Brasil. De acordo com o primeiro boletim epidemiológico sobre suicídio, divulgado pelo Ministério da Saúde, entre 2011 e 2016, 62804 pessoas tiraram suas próprias vidas no país, 79% delas são homens e 21% são mulheres. A divulgação faz parte do Setembro Amarelo, mês dedicado à prevenção do suicídio.

Disponível em <http://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2017-09/cerca-de-11-mil-pessoas-tiram-propria-vida-todos-os-anos-no-brasil>  
Acesso em 12/09/2018.



Estima-se que das mulheres que cometeram suicídio, cerca de 30% já haviam tentado outras vezes, já no grupo dos homens, esse percentual 26%.

Assim, o percentual de pessoas que cometeram suicídio que são mulheres e já haviam tentado outras vezes é

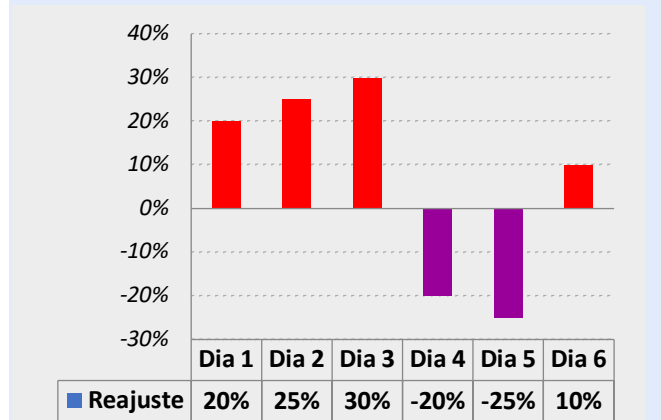
- A 6,3%.
- B 20,5%.
- C 21,0%.
- D 51,0%.
- E 56,0%.

**Solução:**

O percentual de pessoas que cometeram suicídio que são mulheres e já haviam tentado outras vezes é  
 $0,30 \times 0,21 = 0,063 = 6,3\%$ .

Resposta: [A]

**Problema 03: (Ronaebson)** Com a greve dos caminhoneiros e a escassez de combustível em vários postos da cidade, alguns postos tiveram práticas de preços abusivas durante o período. Um consumidor registrou num gráfico a variação percentual dos preços da gasolina em relação ao dia anterior, de modo que nos três primeiros dias houve aumentos seguidos, depois de uma severa fiscalização do PROCON, o posto realizou duas reduções, voltando a aumentar o preço no sexto dia.



O preço da gasolina, ao final do sexto dia dessa greve, quando comparado com o preço antes da greve começar, tinha sofrido

- A um aumento de 17,1%.
- B um aumento de 20,0%.
- C um aumento de 28,7%.
- D um aumento de 85,0%.
- E uma redução de 45,0%.

**Solução:**

Os preços sofreram três aumentos, sendo eles de 20%, 25% e 30%, respectivamente, logo depois sofreram duas reduções, sendo elas de 20% e 25%, respectivamente, para então sofre outro aumento de 10%.

Sendo assim, o reajuste final dado em relação ao preço antes da greve pode ser calculado com o auxílio do fator multiplicativo

$$1,2 \cdot 1,25 \cdot 1,3 \cdot 0,8 \cdot 0,75 \cdot 1,1 = 1,287,$$

que equivale a um aumento de 28,7%.

Resposta: [C]

## INFLAÇÃO X PODER DE COMPRA

*Inflação* é o termo utilizado na economia para referir-se ao aumento generalizado dos preços de produtos e serviços em uma economia. Ela está associada ao aumento no custo de vida das pessoas.

O *poder de compra* é a capacidade de adquirir bens e serviços com determinada unidade monetária. Assim, a taxa de inflação é o que determina a desvalorização do dinheiro e, conseqüentemente, a redução do poder de compra.

Vamos analisar a seguinte situação:

Consideremos que o preço de uma mercadoria é era de R\$ 100,00 e você dispunha de R\$ 2000,00 para compra unidades dessa mercadoria. Nesse caso, seu poder de compra era de

$$\frac{R\$ 2000}{R\$ 100} = 20 \text{ unidades.}$$

Dado que a inflação depois de determinado período foi de 25% sobre essa mercadoria, temos que o seu preço passou a ser de R\$ 125,00, assim, o seu novo poder de compra passou a ser de

$$\frac{R\$ 2000}{R\$ 125} = 16 \text{ unidades.}$$

Note que a redução no poder de compra foi de 4 unidades e, quando comparamos ao poder de compra inicial, isso representa uma queda de  $\frac{4}{20} = 20\%$ .

Um outro exemplo simples e rápido de ser trabalho é o de que se a inflação sobre um produto foi de 100%, ou seja, o preço dobrou, o poder de compra que a pessoa terá dispendo de uma mesma quantia será reduzido à metade, isto é, sofrerá uma queda de 50%.

**Note com isso que a taxa de inflação não é igual a taxa de redução no poder de compra.**

Generalizando, temos que se uma mercadoria tem preço  $p$  e a pessoa dispõe de um valor  $V$  para comprá-la, ela poderá comprar  $V/p$  unidades dessa mercadoria, ou seja, seu poder de compra será

$$P_c = \frac{V}{p}$$

Se a taxa de inflação for  $i$ , temos que o preço será reajustado e passará a ser  $p' = p \cdot (1 + i)$ . Assim, dispendo do mesmo valor de antes, tem-se que o novo poder de compra será igual a

$$P_c' = \frac{V}{p'} = \frac{V}{p \cdot (1 + i)} = \frac{P_c}{1 + i}$$

Logo, o novo poder de compra, quando comparado ao poder de compra anterior corresponderá a

$$\frac{P_c'}{P_c} = \frac{1}{1 + i'}$$

que equivale a uma redução de

$$1 - \frac{1}{1 + i} = \left( \frac{i}{1 + i} \right) \cdot 100\%.$$

**Problema 04: (Ronaebson)** Um adolescente utiliza todos os R\$ 450,00 de mesada que recebe de seu pai para comprar revistas de quadrinhos, cada uma delas custa R\$ 7,20.

Dado que esses quadrinhos sofreram uma inflação de 20% e que a mesada sofreu um aumento de 8%, o poder de compra desse adolescente sofreu um

- A** aumento de 11,11%.
- B** aumento de 12%.
- C** redução de 10%.
- D** redução de 11,11%.
- E** redução de 12%.

**Solução:**

Poder de compra inicial:  $P_c = \frac{V}{p}$

Novo poder de compra:

$$P_c' = \frac{1,08 \cdot V}{1,2 \cdot p} = 0,9 \cdot P_c.$$

Ou seja, o poder de compra sofreu uma redução de 10%.

Naturalmente, você também poderia fazer os cálculos com os valores dados. Vejamos:

Poder de compra inicial:

$$\frac{450}{7,2} = 62,5 \text{ revistas.}$$

A mesada sofreu um reajuste de 8%, passando a ser de  $1,08 \cdot 450 = R\$ 486,00$ .

O preço das revistas sofreram um aumento de 20%, passando cada uma a custar  $1,2 \cdot 7,2 = R\$ 8,64$ .

Logo, o novo poder de compra será

$$\frac{486}{8,64} = 56,25 \text{ revistas.}$$

Comparando o novo poder de compra com o inicial, temos:

$$\frac{56,25}{62,5} = 0,9.$$

Logo, a redução no poder de compra foi de 10%.

*Resposta: [C]*

## **R** Hora de Praticar

### Questão 01 (Ronaebson)

O Colégio dos Cardeais ou Colégio Cardinalício, é o conjunto de cardeais da Igreja Católica. O evento que reúne o Colégio dos Cardeais para eleição de um novo Papa se chama Conclave, e é composto por cardeais com menos de 80 anos de idade (chamados de Cardeais Eleitores). Os cardeais que completam 80 anos passam a ser Cardeais Eméritos. A tabela abaixo apresenta a distribuição de todos os cardeais por continente.

#### Cardeais por Continente

Continente	Cardeais Eleitores	Cardeais Eméritos
Europa	59	56
América do Norte	22	12
Ásia	13	6
América do Sul	12	12
África	12	9
Oceania	1	3
<b>Total</b>	<b>119</b>	<b>98</b>

Disponível em:

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Lista\\_de\\_cardeais\\_por\\_continente\\_e\\_pa%C3%ADs\\_de\\_origem](https://pt.wikipedia.org/wiki/Lista_de_cardeais_por_continente_e_pa%C3%ADs_de_origem). Editado pela última vez em 22 de novembro de 2016. Acesso em 13/02/2021.

Considerando a tabela, conclui-se que o percentual, aproximadamente, de cardeais originários do continente americano é de

- A** 11%.
- B** 16%.
- C** 22%.
- D** 27%.
- E** 32%.

### Questão 02 (Ronaebson)

Um fabricante diminuiu a quantidade de leite em uma garrafa de 1 litro para 800 mililitros, mantendo o preço da garrafa.

Qual foi o aumento percentual no preço do mililitro de leite?

- A** 12,5%.
- B** 20,0%.
- C** 25,0%.
- D** 32,5%.
- E** 40,0%.

### Questão 03 (Ronaebson)

No lançamento de um condomínio residencial, 40% dos terrenos foram vendidos por R\$ 200.000,00 antes de começar a construção. Durante a construção do empreendimento, 35% dos lotes foram vendidos com um aumento de 10% sobre o preço inicial. Quando o empreendimento foi concluído, as unidades remanescentes foram vendidas com um novo aumento de 20% sobre o último preço praticado.

Qual o valor médio dos lotes vendidos desse condomínio?

- A** R\$ 223.000,00
- B** R\$ 225.000,00
- C** R\$ 226.666,00
- D** R\$ 228.000,00
- E** R\$ 230.000,00

### Questão 04 (Ronaebson)

Vaqueiro, numa de suas viagens aos Estados Unidos, comprou dois iphones de modelos diferentes para revenda e pagou um total de R\$ 15000,00.

Na revenda desses iphones, ele lucrou 20% num dos modelos e teve um prejuízo de 10% no outro. No balanço final, ele ainda contabilizou um lucro de 6% sobre o valor investido.

Assim, o valor de revenda do iphone que proporcionou lucro foi

- A** R\$ 6300,00.
- B** R\$ 7000,00.
- C** R\$ 8000,00.
- D** R\$ 8900,00.
- E** R\$ 9600,00.

### Questão 05 (Ronaebson)

No ano 2020, o curso Matemática Criativa tinha 1400 alunos. Em 2021, o número de meninas aumentou 30% e o número de meninos diminuiu 10% e como resultado, a turma passou a ter 220 estudantes a mais.

Qual a razão entre o número de meninas em 2020 e o número de meninos em 2021?

- A** 1
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5



**Questão 06**

(Ronaebson)

No Brasil, felizmente os números, ainda alarmantes, vem diminuindo ao longo dos últimos 25 anos. Neste período, a porcentagem de fumantes diminui de 30% para 12% entre os homens e de 19% para 8% entre as mulheres. Vários fatores explicam a menor proporção de homens e mulheres brasileiras que aderiram ao cigarro. Impostos mais altos, restrição ao tabaco em lugares fechados (lei antitabaco vigente há mais de 5 anos), e os alertas e informações sobre os efeitos deletérios do cigarro do cigarro em escolas, universidades, mídia, e nos próprios maços de cigarro são ações positivas que melhoram as estatísticas nacionais.

Adaptado de <https://veja.abril.com.br/blog/letra-de-medico/o-tabagismo-no-mundo-e-no-brasil/>

Entre os homens, a redução no percentual de fumantes foi de

- A 12%.
- B 18%.
- C 40%.
- D 42%.
- E 60%.

**Questão 07**

(Ronaebson)

No ano de 2019, uma assessoria concedeu um aumento de 25% a todos os seus assessores. Já em 2020, em virtude da crise econômica gerada pelo coronavírus, os assessores tiveram seus salários reduzidos em 20%. Com a volta das atividades e a retomada do crescimento, em 2021, a assessoria concedeu um novo aumento salarial de 10% aos seus assessores.

Quando comparamos o salário de um assessor no final de 2021 com o salário desse mesmo assessor no início de 2019 (antes do primeiro aumento), temos que o reajuste salarial obtido foi de

- A 10,0%.
- B 12,5%.
- C 15,0%.
- D 20,0%.
- E 25,0%.

ANOTAÇÕES:

**Questão 08**

(Ronaebson)

Em 2017, a Sociedade Brasileira de Cardiologia (SBC) publicou sua diretriz mais atual de dislipidemia e prevenção da aterosclerose. O documento é bastante completo e explicativo, indo desde a fisiopatologia dos lipídeos até o tratamento da dislipidemia nos cenários mais complexos.

O documento classifica o paciente em quatro categorias de risco avaliando uma série de fatores como histórico familiar, sexo, idade, entre outros e define a meta do LDL para cada categoria.

Risco	Meta
Muito alto risco	$\leq 50$
Alto risco	$\leq 70$
Risco moderado	$\leq 100$
Baixo risco	$\leq 130$

Disponível em <https://www.google.com/amp/s/pebmed.com.br/esc-2019-veja-as-recomendacoes-da-diretriz-sobre-dislipidemia/>  
Acesso em 29/08/2021.

Demétrius, diagnosticado com risco moderado, recebeu o resultado do exame de sangue e seu LDL estava em 250, então, para que ele atinja a meta estabelecida, o percentual mínimo de redução deve ser de

- A 15,0%.
- B 30,2%.
- C 60,0%.
- D 75,0%.
- E 151,0%.

**Questão 09**

(Ronaebson)

De acordo com o Sebrae (Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas), microempreendedor individual (MEI) é a pessoa que trabalha por conta própria e se legaliza como pequeno empresário, com as vantagens de poder registrar no Cadastro Nacional de Pessoas Jurídicas (CNPJ) e obter financiamentos para seu negócio, emitir nota fiscal e ter funcionários.

Os tributos que incidem na regularização de um funcionário são: 9% sobre o salário bruto do funcionário para FGTS (Fundo de Garantia do Tempo de Serviço) e 6% do salário bruto para INSS (Instituto Nacional de Seguro Social).

Se um MEI tiver um único funcionário cujo salário bruto é de R\$ 1240,00, então ele recolher em tributos mensais o valor de

- A R\$ 74,40.
- B R\$ 111,60.
- C R\$ 150,00.
- D R\$ 186,00.
- E R\$ 240,00.

**Questão 10**

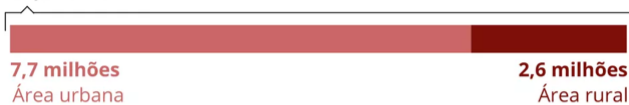
(Ronaebson)

Depois de recuar em mais da metade em uma década, a fome voltou a se alastrar pelo Brasil. Em cinco anos, aumentou em cerca de 3 milhões o número de pessoas sem acesso regular à alimentação básica, chegando a, pelo menos, cerca de 10,3 milhões o contingente nesta situação.

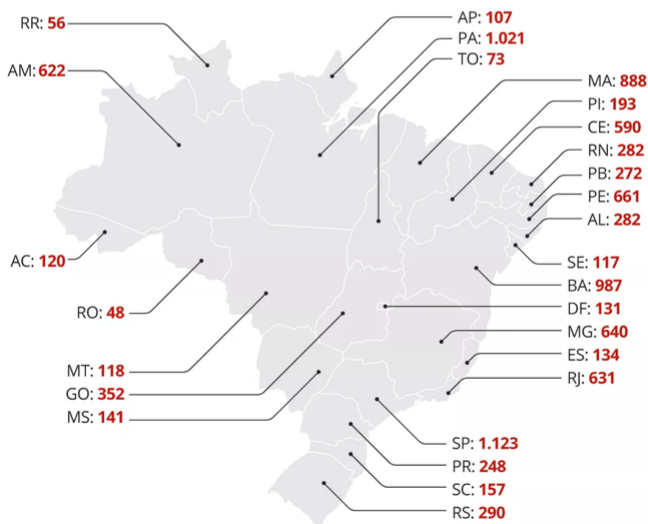
**Mapa da fome no Brasil**

Cerca de 10,3 milhões de brasileiros têm alimentação ruim e insuficiente

Número de PESSOAS em situação de fome no país:  
**10,3 milhões**



Valores em milhares



Fonte: IBGE



Infográfico elaborado em: 17/06/2020

O número de pessoas em situação de fome na área urbana supera, aproximadamente, o número de pessoas passando fome na área rural em

- A 49,5%.
- B 51,0%.
- C 96,0%.
- D 196%.
- E 296%.

**Questão 11**

(Ronaebson)

O suco de caju produzido e embalado por uma indústria é originário das frutas colhidas em três fazendas, A, B e C, que respondem, respectivamente, por 40%, 25% e 35% das frutas compradas pela indústria. O controle de qualidade dessa indústria avalia a qualidade das frutas adquiridas e despreza 3% das frutas oriundas da fazenda A, 2% das frutas oriundas da fazenda B e 4% das frutas oriundas da fazenda C.

O percentual de cajus desprezados pelo controle de qualidade da indústria é igual a

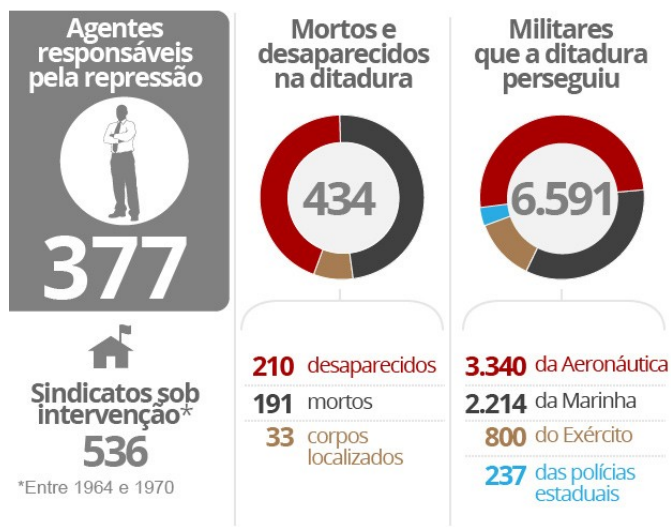
- A 3,1%.
- B 6,4%.
- C 9,0%.
- D 9,8%.
- E 10,0%.

**Questão 12**

(Ronaebson)

**Comissão Nacional da Verdade – relatório final**

Conclusões sobre a repressão e tortura durante a ditadura



Fonte: Relatório final da Comissão Nacional da Verdade/ 2014



Infográfico elaborado em 9/12/2014

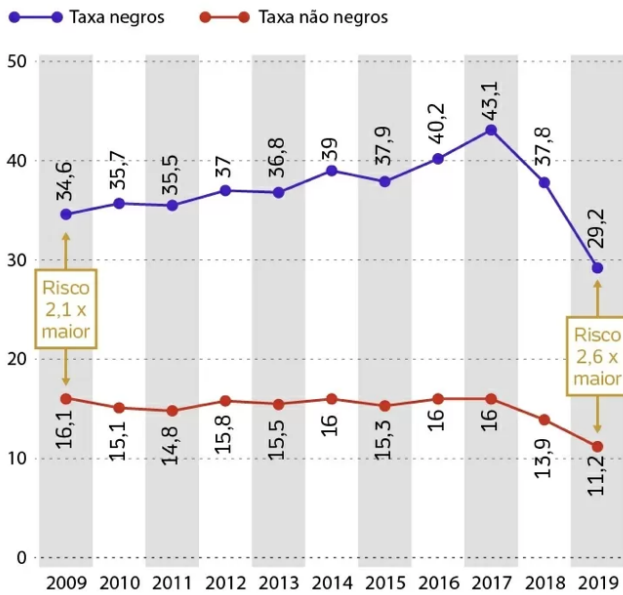
Considerando o infográfico acima, dentre os militares que a ditadura perseguiu, o percentual correspondente aos pertencentes à Marinha é de aproximadamente

- A 33,5%.
- B 45,0%.
- C 60,0%.
- D 67,5%.
- E 75,0%.

**Questão 13**

(Ronaebson)

**Negros têm 2,6 mais risco de serem mortos do que não negros**



Fonte: Atlas da Violência 2021

A ausência de políticas públicas -- e também essa forma de fazer política pública, não apoiada nas evidências e bastante antiquada -- faz com que esses grupos permaneçam mais vulneráveis ao longo de gerações.

*Dennis Pacheco, pesquisador do Fórum Brasileiro de Segurança Pública.*

Disponível em <https://noticias.uol.com.br/cotidiano/ultimas-noticias/2021/08/31/negros-assassinato-brasil-atlas-da-violencia.htm?cmpid=copiaecola>  
Acesso em 31/08/2021

Apesar de os índices em 11 anos (de 2009 a 2019) apontar redução na taxa geral de homicídios, quando se fala em grupos demográficos por raça essa taxa de redução entre negros quando comparado com a taxa de redução entre não negros é cerca de

- A** 50% menor.
- B** 50% maior.
- C** 15% menor.
- D** 15% maior.
- E** 5% menor.

**Questão 14**

(Ronaebson)

A população brasileira era de aproximadamente 208,5 milhões de habitantes, espalhados pelos 5.570 municípios do país, de acordo com dados divulgados em 29/09/2018 pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). A estimativa foi referente a 1º de julho e mostrou um crescimento populacional de 0,8% de 2017 para 2018.

Disponível em [agenciabrasil.ebc.com.br](http://agenciabrasil.ebc.com.br).  
Acesso em: 07/09/2020.

De acordo com os dados fornecidos no texto, a população do Brasil em 2017 era de aproximadamente

- A** 115,8 milhões de habitantes.
- B** 193,1 milhões de habitantes.
- C** 200,0 milhões de habitantes.
- D** 202,2 milhões de habitantes.
- E** 206,9 milhões de habitantes.

**Questão 15**

(Ronaebson)

O gerente de um atacado de materiais de construção que estava para fechar fez uma grande liquidação e anunciou a seguinte promoção:

*“Na compra de n duchas higiênicas, receba n% de desconto sobre o valor de cada peça.”*

Como o atacado normalmente vende em grandes quantidades, ficou estabelecido que a quantidade máxima de duchas higiênicas que podem ser compradas nessa promoção é de 50, para que o atacado não tenha prejuízo.

Considerando que um varejista aproveitou a promoção nesse atacado e comprou R\$ 1050,00 em duchas higiênicas cujo preço original era de R\$ 50,00 por item.

Quantas dessas duchas esse varejista comprou?

- A** 21.
- B** 25.
- C** 30.
- D** 42.
- E** 70.

ANOTAÇÕES:

**Questão 16**

(Ronaebson)

**A Guerra Civil na Síria**

A resposta autoritária do presidente sírio Bashar al-Assad aos protestos em 2011 desencadeou uma guerra civil que deslocou milhões de pessoas e matou mais de 470 mil. Isso continua até hoje.

Disponível em [http://www.espn.com.br/noticia/693773\\_a-guerra-em-outro-campo-como-o-sangue-e-a-violencia-se-uniram-para-controlar-a-alma-do-futebol-na-siria](http://www.espn.com.br/noticia/693773_a-guerra-em-outro-campo-como-o-sangue-e-a-violencia-se-uniram-para-controlar-a-alma-do-futebol-na-siria)  
Acesso em 18/05/2018.



De acordo com o infográfico, o percentual da população da Síria (em 2011) que foram realocadas ou estão desabrigados é de aproximadamente

- A 27,5%.
- B 47,5%.
- C 50,0%.
- D 62,6%.
- E 75,0%.

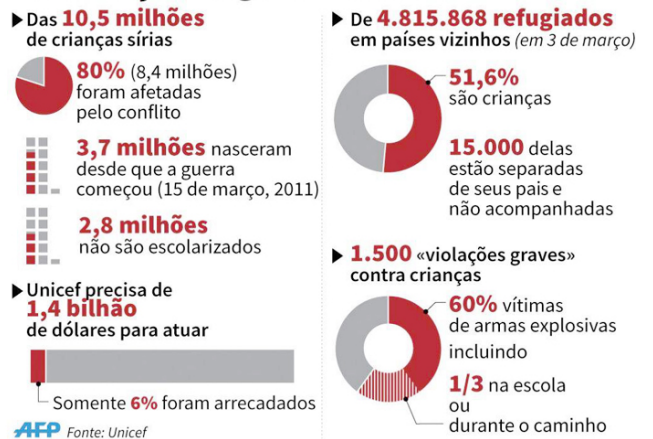
**Questão 17**

(Ronaebson)

"Nós apenas queremos algo para comer. Por favor, nos salvem deste desastre. Todos os dias há bombardeios. Nós estamos escondidas em um abrigo subterrâneo. Nós temos medo de sair. Que tipo de vida é essa? Já chega. Nós não temos nem água. Todos os dias nós temos que dormir no chão e isso está nos machucando. Nós não temos cobertores. Se sairmos para pegar um travesseiro, seremos bombardeadas. Vocês não sabem o que está acontecendo aqui?"  
Afirmou menina síria em Ghouta Oriental diante das câmeras.

Disponível em <https://oglobo.globo.com/mundo/por-favor-nos-salvem-deste-desastre-diz-menina-siria-em-ghouta-oriental-22440431>  
Acesso em 18/05/2018.

**As crianças na guerra da Síria**



De acordo com o infográfico, número de crianças sírias afetadas pelo conflito é na ordem de

- A  $10^6$ .
- B  $10^7$ .
- C  $10^8$ .
- D  $10^9$ .
- E  $10^{10}$ .

**Questão 18**

(Ronaebson)

**A guerra na Síria completa nesta quarta-feira, 15 de março, seis anos de existência, mas as previsões para o futuro desse país não são animadoras. [...]**

No meio da violência armada, que ainda tem como partes fundamentais os grupos extremistas Estado Islâmico e Frente Conquista do Levante (ex-Frente Al Nusra), a população do país observou suas casas serem destruídas, os alimentos desaparecerem e os hospitais serem bombardeados. [...]



Disponível em <https://exame.abril.com.br/mundo/guerra-na-siria-faz-6-anos-os-numeros-para-entender-a-tragedia/>  
Acesso em 18/05/2018.

Em função da guerra, a expectativa de vida na Síria diminuiu cerca de

- A 20,2%.
- B 26,6%.
- C 36,3%.
- D 55,7%.
- E 73,4%.

**Questão 19**

(UFPA\_2022)

A Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, Campus de Castanhal, realizou uma pesquisa sobre a variação da cobertura vegetal ao longo do Eixo da BR-316. A pesquisa analisou imagens de satélite de 1999 a 2008.

Em relação à área estudada, entre os dados levantados, obteve-se:

“... em 1999, 61% da área era preenchida por floresta, 20% por plantações, 13% por campos abertos, 5% por áreas urbanizadas e 1% por água. Nove anos depois, esses índices são de 46% de florestas, 25% de plantações, 20% de campos abertos, 8% de áreas urbanizadas e apenas a presença de água se mostrou constante, permanecendo em 1%.

<<http://www.portal.ufpa.br/imprensa/noticia.php?cod=10559>> Acesso em: 26.07.2015". Adaptado.

De acordo com o texto, de 1999 a 2008, a área urbanizada aumentou

- A 3%.
- B 30%.
- C 50%.
- D 60%.
- E 80%.

**Questão 20**

(UNIFOR\_2022)

Ana possui uma pequena lanchonete onde vende coxinha. No dia 3 de outubro, ela aumentou o preço da coxinha em 30%; no dia 20 de outubro, ela aumentou o preço da coxinha em 10%. Se P era o preço da coxinha no dia primeiro de outubro, qual será o preço da coxinha após os dois aumentos?

- A 1,43P
- B 1,4P
- C 0,43P
- D 0,4P
- E P+4

**Questão 21**

(Ronaebson)

A pressão arterial é determinada pela relação

$$PA = DC \times RP,$$

onde DC é o débito cardíaco e RP significa resistência periférica. De maneira geral o aumento da pressão arterial se dá por aumento do débito cardíaco ou aumento da resistência vascular periférica.

Se deparando com um aumento de 50% da pressão arterial e sabendo que o débito cardíaco aumentou 20%, o aumento da resistência periférica foi de

- A 12,5%.
- B 22,5%.
- C 25,0%.
- D 30,0%.
- E 50,0%.

**Questão 22**

(Ronaebson)

Os amendoins processados e embalados por uma indústria são adquiridos de três fornecedores locais, X, Y e Z, que respondem, respectivamente, por 35%, 45% e 20% dos amendoins comprados pela indústria. O controle de qualidade dessa indústria avalia a qualidade dos amendoins adquiridos e despreza 2% dos amendoins oriundos do fornecedor X, 4% dos amendoins oriundos da fazenda Y e 5% dos amendoins oriundos do fornecedor Z.

O percentual de amendoins desprezados pelo controle de qualidade da indústria é igual a

- A 3,5%.
- B 4,2%.
- C 6,6%.
- D 10,1%.
- E 11,0%.

**Questão 23**

(UFGD\_2022)

No ano de 2019, a Pesquisa Nacional de Saúde (PNS) estimou um percentual total de adultos (pessoas de 18 anos ou mais de idade) fumantes em 12,6% da população brasileira. A pesquisa revelou que 59,2% desses fumantes eram do sexo masculino. Na população de fumantes, 15% residiam na zona rural, dos quais 70% era do sexo masculino.

IBGE. PNS - Pesquisa Nacional de Saúde. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/saude.html>. Acesso em: 12 out. 2021.

Selecionando-se, ao acaso, um indivíduo fumante dessa pesquisa, verificou-se ser ele residente da zona urbana. Qual a probabilidade de esse indivíduo ser do sexo feminino?

- A 40,8%.
- B 42,7%.
- C 48,7%.
- D 30,0%.
- E 89,0%.

**Questão 24**

(FATEC\_2022)

Em 2020 no Brasil, 97 % das pessoas com idade entre 7 e 14 anos estavam matriculadas na escola. O restante, correspondente a 1,5 milhão de pessoas com essa idade escolar, estava fora da sala de aula.

<<https://tinyurl.com/tfs6qgm>> Acesso em: 22.04.2022. Adaptado.

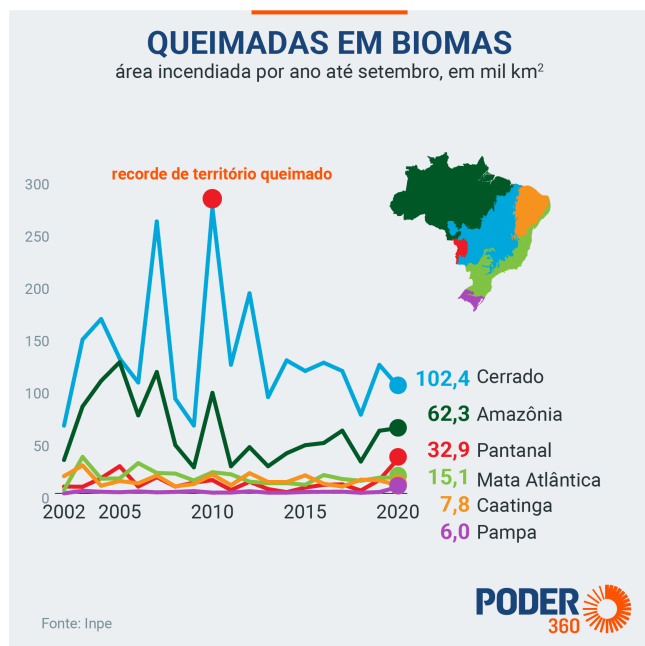
Segundo os dados apresentados, em 2020, o número de pessoas com idade entre 7 e 14 anos que estavam matriculadas na escola, em milhões, era

- A 48,5.
- B 45,3.
- C 43,5.
- D 42,7.
- E 40,5.



**Questão 25**

(Ronaebson)



Considerando o infográfico, a área incendiada no Cerrado no ano de 2020 quando comparada a área incendiada na Amazônia no mesmo ano é cerca de

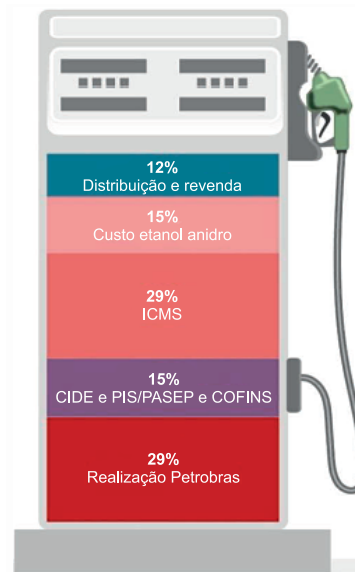
- A 40,1% maior
- B 64,3% maior.
- C 164,3% maior.
- D 39,16% menor.
- E 60,83% menor.

**Questão 26**

Uma equipe da prefeitura foi chamada para remover uma árvore inteira e transportá-la para plantá-la em outro lugar. Erivaldo era responsável pela operação e teve uma ideia para medir o tamanho da árvore, de forma a acionar o caminhão mais adequado para acomodá-la. Com o sol a pino, ele fincou, próximo à árvore, uma haste rígida no solo e mediu a altura desta, obtendo 32 cm. Mediu também a sombra da haste projetada no solo, obtendo 80 cm. Por fim, mediu a sombra projetada da árvore no solo, obtendo 7,8 m. Devido à impossibilidade de estimar o tamanho da raiz, Erivaldo aumentou em 20% o tamanho calculado da árvore, tendo, então, estimado uma altura total de, aproximadamente,

- A 4,68 m.
- B 4,37 m.
- C 4,06 m.
- D 3,74 m.
- E 3,43 m.

**Questão 27**



Você sabe como são formados os preços dos combustíveis? Desde a produção até chegar ao consumidor final, os combustíveis passam por uma cadeia de comercialização. Esse caminho dita o preço final do combustível, que envolve custos para realização, transporte, impostos e lucro das distribuidoras e revendedoras. O infográfico acima mostra o percentual do valor final da gasolina para cada elemento que compõe o seu preço.

Disponível em: <https://g1.globo.com/economia/noticia/2021/02/05/como-sao-formados-os-precos-da-gasolina-e-diesel.ghtml>. Acesso em: 16 jun. 2021.

Em um posto de abastecimento, em determinado dia, verificou-se que o valor destinado apenas ao ICMS, por litro de gasolina, era R\$ 0,80 a mais que o valor destinado apenas ao CIDE, PIS/PASEP e COFINS. Portanto, qual o valor aproximado do litro de gasolina nesse posto de abastecimento no dia em questão?

- A R\$ 5,33
- B R\$ 5,71
- C R\$ 5,84
- D R\$ 5,96
- E R\$ 6,12

ANOTAÇÕES:



**Questão 28**

(Ronaebson)

A família de Lucas é formada por quatro membros: Lucas, a mãe de Lucas, seu padrasto e sua avó. Cada membro da família possui uma única fonte de renda, a saber, Lucas recebe uma bolsa de estudos, a mãe trabalha como gerente de uma loja, o padrasto é diretor financeiro de uma empresa e a avó recebe uma aposentadoria.

Para explicar melhor o impactado da renda de cada membro na receita total da família, o padrasto de Lucas fez as seguintes afirmações:

- Se apenas o valor da bolsa de estudos de Lucas dobrar, a renda total familiar aumentará 6%.
- Se apenas o salário da mãe de Lucas dobrar, a renda total familiar aumentará 30%.
- Se apenas a aposentadoria da avó de Lucas dobrar, a renda total familiar aumentará 18%.

Diante do exposto, Lucas percebeu que se apenas o salário do seu Padrasto duplicar, a renda total da família aumentará em

- A** 24%.
- B** 46%.
- C** 54%.
- D** 92%.
- E** 108%.

**Questão 29**

(Ronaebson)

Um shopping center possui em seu estacionamento 3600 vagas de estacionamento, das quais 40% são vagas cobertas e as demais não são cobertas. Depois de um levantamento quanto ao uso das vagas, constatou-se que no horário de maior movimento 80% das vagas cobertas e 75% das vagas não cobertas estavam ocupadas.

Dessa forma, considerando o horário de maior movimento, o total de vagas ocupadas no estacionamento desse shopping era

- A** 1152
- B** 1620
- C** 2400
- D** 2772
- E** 2840



ANOTAÇÕES:

**Questão 30**

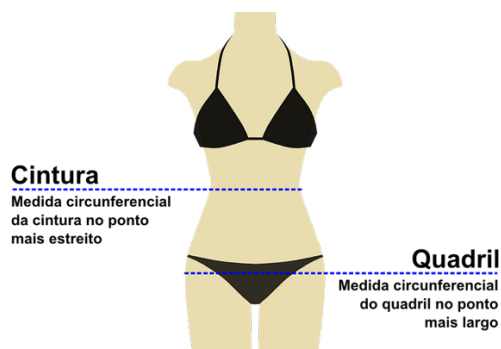
(Ronaebson)

A relação cintura-quadril (RCQ) é o cálculo que se faz a partir das medidas da cintura e do quadril para verificar o risco que uma pessoa tem de desenvolver uma doença cardiovascular. Isso acontece porque, quanto maior a concentração da gordura abdominal, maior o risco de ter problemas como colesterol alto, diabetes, pressão alta ou aterosclerose.

Para calcular a relação cintura-quadril deve-se utilizar uma fita métrica para aferir:

**Circunferência da cintura (C):** que deve ser medido na parte mais estreita do abdômen ou na região entre a última costela e o umbigo;

**Circunferência do quadril (Q):** que deve ser medido na parte mais larga das nádegas.



O RCQ é a razão entre a circunferência da cintura e circunferência do quadril, ou seja

$$RCQ = \frac{C}{Q}$$

Uma garota de 18 anos tem a medida circunferencial do quadril 25% maior que a medida circunferencial da cintura, assim, seu RCQ é igual a

- A** 0,25.
- B** 0,75.
- C** 0,80.
- D** 0,85.
- E** 1,25.



ANOTAÇÕES:

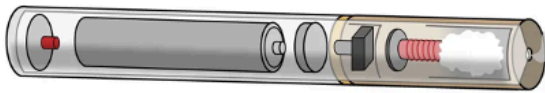
**Questão 31**

(Ronaebson)

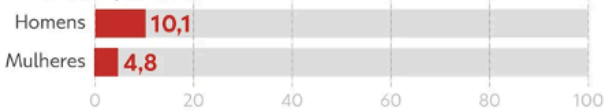
Um a cada 5 jovens de 18 a 24 anos usa cigarros eletrônicos no Brasil, aponta pesquisa divulgada nesta quarta-feira (27). O dado inédito é resultado de entrevistas feitas com 9 mil pessoas por telefone, em todas as regiões do Brasil.

**Raio-x do cigarro eletrônico**

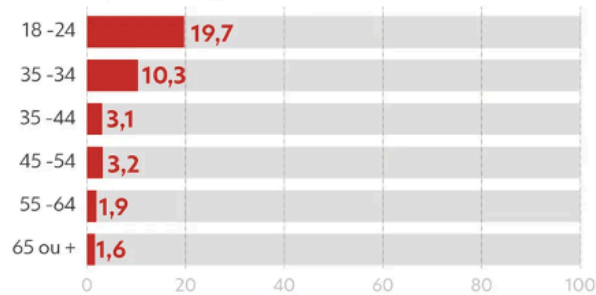
% de usuários por população do Brasil



**Consumo por sexo**



**Consumo por idade (em anos)**



**g1** Fonte: Pesquisa Covitel  
Infográfico elaborado em: 27/04/2022

Adaptado de <https://g1.globo.com/saude/noticia/2022/04/27/1-a-cada-5-jovens-de-18-a-24-anos-usam-cigarros-eletronicos-no-brasil-aponta-pesquisa.ghtml>

Dentre os usuários de cigarro eletrônico, suponha que a proporção entre homens e mulheres dada para o país se mantenham para cada das faixas etárias.

Os homens fumantes de cigarro eletrônico com idade de 18 a 24 anos representam, em relação a toda população brasileira, aproximadamente

- A 1,989%.
- B 10,10%.
- C 13,35%.
- D 19,70%.
- E 51,26%.

**Questão 32**

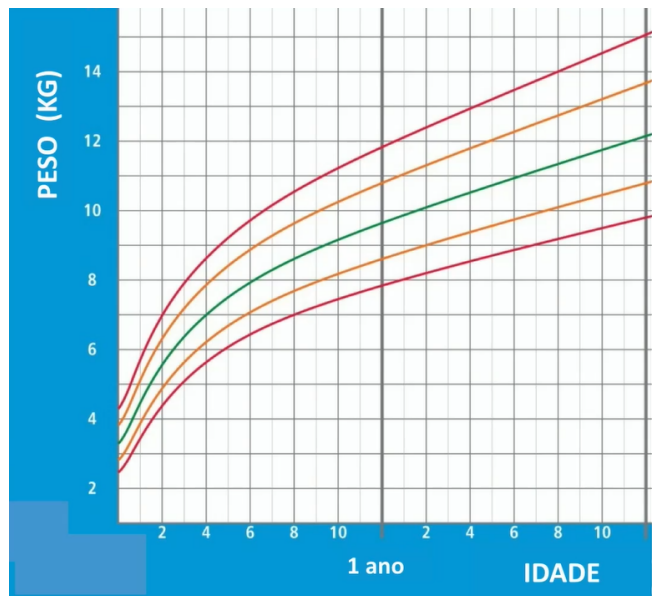
(Ronaebson)

A classificação de Gómez (1956), criada para determinar o risco de morbimortalidade em relação ao estado nutricional de crianças hospitalizadas, utiliza a razão entre *peso da criança* em relação ao peso indicado na mediana da curva de referência (Peso/Idade), define a eutrofia e três graus de desnutrição energético-proteica (DEP):

- Eutrofia: P/I > 90,0%;
- Desnutrido Leve: P/I de 76,0% a 90,0%;
- Desnutrido moderado: P/I de 61,0% a 75,0% e
- Desnutrido grave: P/I ≤ 60,0%.

Essa classificação recebe críticas por não considerar a estatura e pelo fato de a gravidade da desnutrição, para uma mesma porcentagem de adequação, ser diferente na dependência da idade da criança. Por outro lado, é de simples aplicação e pode ser utilizada até os dois anos de idade, quando o peso reflete melhor a avaliação do crescimento e a curva de estatura segue a curva de peso.

Para encontrar o peso ideal busca-se o percentil 50 (curva verde = curva central) da curva de crescimento da OMS.



Dada uma criança com 4 meses e 5kg, qual classificação de desnutrição de Gomez a criança se enquadra?

- A Eutrófico
- B Desnutrido leve
- C Desnutrido Moderado
- D Desnutrido grave
- E Obesidade

**Questão 33**

(FMJ\_2022)

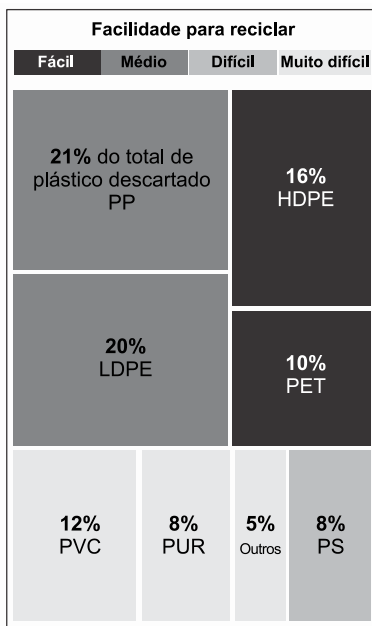
Uma máquina funcionou por 4 horas e 12 minutos produzindo um lote de determinada peça, de maneira que cada peça foi produzida em 1,2 minuto. Para a produção de um novo lote 80% maior, a máquina foi ajustada para fabricar cada peça em 10% menos tempo. O tempo para a produção desse novo lote será de, aproximadamente,

- A 7 horas e 20 minutos.
- B 6 horas e 50 minutos.
- C 7 horas e 40 minutos.
- D 8 horas.
- E 6 horas.

**Questão 34**

(UNIESP\_2021)

Existem diferentes tipos de plásticos e diversas finalidades de uso para cada um deles, sendo alguns tipos mais descartados do que outros. O esquema mostra a distribuição do plástico descartado por tipo e a facilidade em reciclá-lo.



(www.nexojornal.com.br)

Considerando apenas os cinco tipos mais descartados, temos que os plásticos de fácil ou média dificuldade de reciclagem correspondem a um valor

- A superior a 86%.
- B entre 79% e 86%.
- C entre 72% e 79%.
- D entre 65% e 72%.
- E inferior a 65%.

**Questão 35**

(PUC-RJ\_2021)

Em janeiro, 100 gramas de adamantium custavam R\$ 20000,00. Em fevereiro o preço caiu em 5%. Em março o preço subiu 5%.

Quanto custam 500 gramas de adamantium em abril?

- A R\$ 99750,00
- B R\$ 100250,00
- C R\$ 100750,00
- D R\$ 101237,00

**Questão 36**

(Ronaebson)

Um grupo de economistas de uma universidade propôs como reforma tributária que cálculo do imposto de renda para pessoa física (IRPF) atendesse a tabela a seguir, de modo que sobre o valor do rendimento mensal se aplica a respectiva alíquota de faixa e, desse resultado, subtraísse a parcela a deduzir.

Base de Cálculo (R\$) Renda Mensal	Alíquota da faixa (%)	Parcela a deduzir (R\$)
Até 4.000	isento	-
De 4.000,01 até 5.500,00	7%	280
De 5.500,01 até 7.500,00	10%	445
De 7.500,01 até 10.000,00	15%	820
De 10.000,01 até 15.000,00	20%	1320
Acima de 15.000,00	25%	2070

Chamamos de alíquota efetiva o percentual de imposto que foi efetivamente pago, ou seja, ela é obtida a partir da razão do imposto total devido pelo rendimento total do contribuinte naquele mês.

Assim, para uma pessoa com renda mensal de R\$ 12.000,00, a alíquota efetiva do IRPF desse contribuinte tomando como referência a tabela proposta pelos economistas será de

- A 9,0%.
- B 10,4%.
- C 13,0%.
- D 17,5%.
- E 20,0%.

**Questão 37**

(Ronaebson)

“O propósito original do trabalho é que não nos deixemos morrer. Afinal de contas, somos seres de carência, de necessidade. Ou construímos o nosso mundo ou não há como existir.

Em relação a isso, foi feito um cálculo curioso. Somos hoje mais de 7 bilhões de humanos, mas se fôssemos um animal que não trabalhasse, que não tivesse uma ação transformadora consciente e vivesse como os outros animais, apenas da natureza, *stricto sensu*, seríamos no máximo 10 milhões da nossa espécie. A começar pelo fato de que só poderíamos viver em regiões muito delimitadas do planeta. [...] Nós, no entanto, só fomos além dos 7 bilhões porque, em vez de vivermos na natureza, vivemos com ela e dela.”

Cortella, Mario Sérgio. **Por que fazemos o que fazemos?: aflições vitais sobre trabalho, carreira e realização**. 1.ed. – São Paulo : Planeta, 2016.

Tomando como referência os pouco mais de 7 bilhões de humanos como população atual, se fôssemos um animal que não trabalhasse, como descrito no texto, nossa população seria, no máximo, cerca de

- A 0,0014% da população atual.
- B 0,14% da população atual.
- C 0,7 % da população atual.
- D 1,4% da população atual.
- E 7% da população atual.

**Questão 38**

(Ronaebson)

“Produção de conteúdo e busca de curtidas virou trabalho sério na “Sociedade em Rede” (Manoel Castells) Para saber seu potencial de engajamento é preciso observar as métricas. Na rede Instagram, por exemplo, é preciso transformar um perfil pessoal em profissional ao relacioná-lo ao facebook. A partir daí, se terá acesso a dados preciosos como faixa etária das pessoas que lhe seguem, sexo, de onde são (cidades) a maioria dos seus seguidores, qual o horário em suas postagens são mais visualizadas. Além disso, é possível quantificar, a cada foto postada, o número total de vezes que sua foto foi vista (*impressões*), o número de contas únicas que visualizaram aquele ‘post’ (*alcance*), número de contas únicas que curtiram, salvaram ou comentaram na sua publicação (*envolvimento*). O fenômeno está cada vez mais expansivo, na ‘Sociedade do Espetáculo’ (Guy Debord), e o espetáculo se profissionalizou.”

Mayrinne Meira Wanderley, *Socióloga e Pós Doutora*

Se você tem um perfil comercial no Instagram, para cada publicação feita, você tem acesso a um pequeno relatório como o descrito a seguir.

<b>189</b> Curtidas	<b>9</b> Comentários	<b>2</b> Salvo
<b>1.890</b> Impressões	<b>1.600</b> Alcance	<b>200</b> Envolvimento

Uma boa forma de mensurar os resultados do Instagram é calculando o *engajamento*. Para saber qual o percentual de engajamento dos seus seguidores, basta calcular a razão do número de contas únicas que curtiram, salvaram ou comentaram na sua publicação (envolvimento) pelo número de contas únicas que visualizaram aquele ‘post’ (alcance).

Assim, o engajamento do post correspondente a tabela acima é de

- A 10,0%.
- B 10,5%.
- C 11,8%.
- D 12,5%.
- E 15,3%.

**Questão 39**

(Ronaebson)

“O Brasil perdeu 1,51 milhão de empregos com carteira assinada em 2015, e os principais afetados foram os jovens entre 18 e 29 anos. Do total de vagas fechadas, 1,15 milhão era de trabalhadores nessa faixa de idade.”

<http://economia.uol.com.br/empregos-e-carreiras/noticias/redacao/2016/09/16/grande-maioria-das-vagas-fechadas-em-2015-atingiu-jovens-de-18-a-29-anos.htm>  
Acesso em 16/09/2016.

Considerando os dados apresentados, do total de vagas fechadas, o percentual que seria destinado aos jovens entre 18 e 29 anos é, aproximadamente,

- A 24%.
- B 50%.
- C 65%.
- D 76%.
- E 90%.

ANOTAÇÕES:

**Questão 40**

(Ronaebson)

**90 – 90 – 90: Uma meta ambiciosa de tratamento para contribuir para o fim da epidemia de AIDS**

A META PARA O TRATAMENTO



Pôr fim à epidemia de AIDS é mais do que uma obrigação histórica para com as 39 milhões de pessoas que morreram da doença. Também representa uma oportunidade significativa para estabelecer os alicerces de um mundo mais saudável, mais justo e mais equitativo para as gerações futuras. Pôr fim à epidemia de AIDS inspirará esforços mais abrangentes na área da saúde global e do desenvolvimento internacional, demonstrando o que pode ser alcançado por meio da solidariedade global, ações baseadas em evidências e parcerias multissetoriais.

Está se formando um movimento forte de construção de uma nova narrativa sobre o tratamento do HIV e uma nova meta definitiva e ambiciosa, porém alcançável:

- Até 2020, 90% de todas as pessoas vivendo com HIV saberão que têm o vírus.
- Até 2020, 90% de todas as pessoas com infecção pelo HIV diagnosticada receberão terapia antirretroviral ininterruptamente.
- Até 2020, 90% de todas as pessoas recebendo terapia antirretroviral terão supressão viral.

Disponível em: [http://unaids.org.br/wp-content/uploads/2015/11/2015\\_11\\_20\\_UNAIDS\\_TRATAMENTO\\_META\\_PT\\_v4\\_GB.pdf](http://unaids.org.br/wp-content/uploads/2015/11/2015_11_20_UNAIDS_TRATAMENTO_META_PT_v4_GB.pdf)  
Acesso em 11/09/2017.

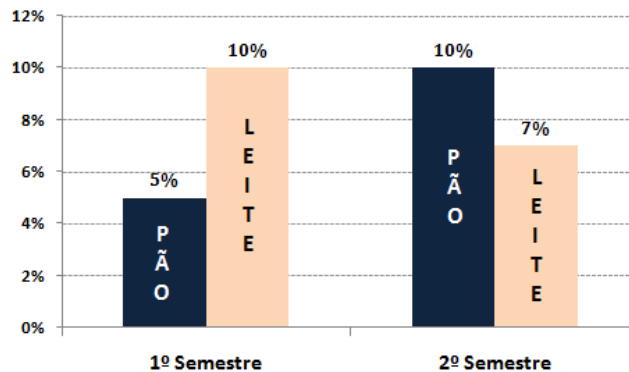
Quando esta meta tríplice for alcançada, o percentual de todas as pessoas vivendo com HIV no mundo todo que terão supressão viral será

- A** no máximo 27,1%.
- B** no mínimo 72,9%.
- C** no mínimo 81%.
- D** de pelo menos 90%.
- E** exatamente 99,9%.

**Questão 41**

(Ronaebson)

A crise econômica gerada pela pandemia muito tem afetado o bolso dos brasileiros e chegou também na mesa do consumidor com o aumento do pão e do leite. O gráfico representa os percentuais de aumento desses dois produtos numa padaria no primeiro e no segundo semestres do ano de 2020.



No que se refere ao acumulado em todo ano de 2020, o aumento percentual do preço do pão foi

- A** maior do que o do leite.
- B** igual ao do leite.
- C** exatamente 15%.
- D** mais de 15%.
- E** superior a 20%.

**Questão 42**

(Ronaebson)

Um supermercado anuncia uma promoção na venda de um determinado produto que custa R\$ 16,40 a unidade.

**“Na compra de duas unidades, a primeira unidade custa R\$ 16,40 e a segunda sai pela metade do preço.”**

O desconto efetivo que um consumidor recebe com essa promoção ao comprar duas unidades do referido produto é de

- A** 20%.
- B** 25%.
- C** 33%.
- D** 50%.
- E** 75%.

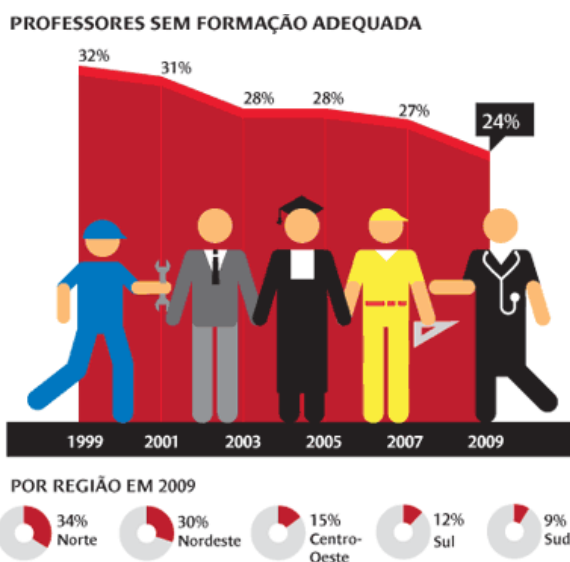
ANOTAÇÕES:

**Questão 43**

(Ronaebson)

A *Sinopse do Professor*, divulgada no fim de abril pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), mostra que 24% dos professores das séries finais do Ensino Fundamental não têm a formação adequada para lecionar nesse nível, conforme prevê a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) - nível superior com licenciatura. Nesse número, se incluem professores sem nível superior ou formados em outras áreas, como a de engenharia ou saúde. A taxa de docentes sem a formação mínima está diminuindo, mas não na velocidade necessária para atender à meta do Plano Nacional de Educação (PNE) - todos formados até 2011 (veja o gráfico acima). "Políticas públicas precisam ser elaboradas a fim de suprir essa demanda", afirma Antonio Carlos Ronca, membro do Conselho Nacional de Educação (CNE).

Disponível em <http://revistaescola.abril.com.br/politicas-publicas/planejamento-e-financiamento/ensino-fundamental-numero-professores-nao-formados-diminui-568127.shtml>  
Acesso em 15/04/2016



Fonte: Sinopse Estatística do Professor 1999 a 2009, do Inep

Supondo que a taxa de decréscimo relativo ao período de 1999 a 2009 mantenha-se para a década seguinte, o percentual de professores sem formação adequada em 2019 será

- A** 6%
- B** 8%
- C** 16%
- D** 18%
- E** 20%

**Questão 44**

(Ronaebson)

Com a intenção de impressionar a sua namorada, quando completou um mês de namoro, João decidiu comprar um perfume francês para ela. Quando foi à loja, a vendedora prometeu dar um desconto de 30% na compra de qualquer um dos perfumes, entretanto na hora de efetuar os cálculos para o desconto, ela inseriu o valor do produto, deu 20% de desconto e depois deu mais 10% de desconto.

Sabendo que o perfume que João decidiu levar para sua namorada custava, inicialmente, R\$ 300,00, a maneira que a funcionária calculou o desconto,

- A** fez com que João tivesse um prejuízo de R\$ 6,00 em relação ao desconto que ele de fato deveria receber.
- B** fez com que João tivesse um prejuízo de R\$ 16,00 em relação ao desconto que ele de fato deveria receber.
- C** fez com que João tivesse um lucro de R\$ 6,00 em relação ao desconto que ele de fato deveria receber.
- D** fez com que João tivesse um lucro de R\$ 16,00 em relação ao desconto que ele de fato deveria receber.
- E** seria indiferente se caso ela tivesse dado direto o desconto de 30%.

**Questão 45**

(Ronaebson)

Pesquisa recente revela que 8 em cada 10 homens não dividem tarefas domésticas com as parceiras.

<http://grupovioles.blogspot.com.br/2016/06/8-em-cada-10-homens-nao-dividem-tarefas.html>

Outra maneira de representar esse resultado é exibindo o valor percentual dos homens que dividem tarefas com suas parceiras.

Qual é o valor percentual que faz essa representação?

- A** 80%
- B** 20%
- C** 8%
- D** 2%
- E** 0,2%

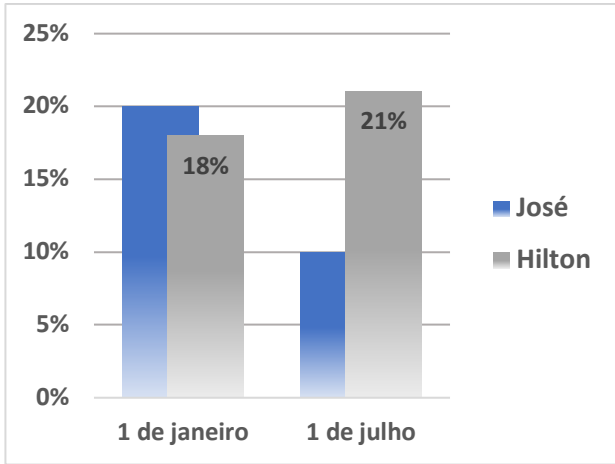
ANOTAÇÕES:



**Questão 46**

(Ronaebson)

José e Hilton são funcionários da empresa *Criative Tec* e, em virtude do excelente trabalho desempenhado, ambos tiveram dois aumentos ao longo do ano de 2019, sendo um no primeiro dia 1 de janeiro e o outro no primeiro dia 1 de julho. O gráfico a seguir traz os percentuais de aumento que cada um dos funcionários recebeu nos respectivos períodos.



Quando analisamos o acumulado ao longo do ano de 2019, o reajuste salarial de José foi de

- A 19%
- B 25%
- C 30%
- D 32%
- E 39%

**Questão 47**

(Ronaebson)

Numa das atividades online da Plataforma Matemática Criativa, 5% dos estudantes fizeram a atividade, mas não acertaram qualquer um dos problemas, 35% resolveram pelo menos um dos problemas, mas cometeram algum erro, e os outros 240 estudantes resolveram todos os problemas corretamente.

Quantos estudantes fizeram a referida atividade online?

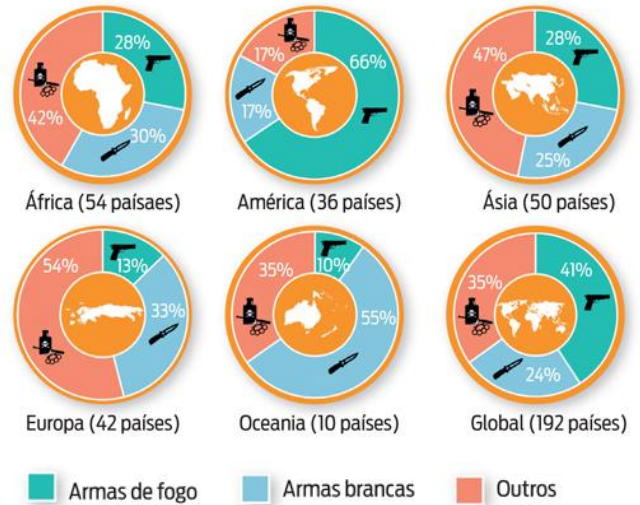
- A 144
- B 280
- C 360
- D 400
- E 600

**Questão 48**

(Ronaebson)

**Máquinas mortíferas**

Estimativas da ONU revelam o impacto das armas de fogo em homicídios ao redor do mundo.



Fonte: Escritório das Nações Unidas sobre Drogas e Crimes (UNODC), da ONU

Na Oceania, o impacto das armas brancas em homicídios quando comparado ao das armas de fogo é

- A 5,5% maior.
- B 45% maior.
- C 55% maior.
- D 450% maior.
- E 550% maior.

**Questão 49**

(Ronaebson)

“Poder de compra a capacidade de adquirir bens e serviços com determinada unidade monetária.”

De 2018 para 2019, Renan teve um aumento salarial de 21% enquanto a inflação foi de 10% no referido período.

Levando em consideração os dados no período supracitado, Renan teve um ganho no poder de compra de

- A 10%.
- B 11%.
- C 20%.
- D 21%.
- E 31%.

**Questão 50**

(Ronaebson)

“Não importa a receita. Temos de aprender a controlar os gastos. Temos de aprender a priorizar a poupança, não o consumo. Caso contrário, a vida de uma pessoa pode ficar comprometida. É preciso acionar o gatilho do desejo de poupar”.

Ana Leoni – Superintendente de Educação da AMBINA

Pior é que uma maioria de 56%, segundo a pesquisa da Anbima, espera contar com a Previdência para seu sustento quando se aposentar. O certo seria um número maior de pessoas acreditar que precisa poupar porque não poderá contar com o INSS quando envelhecer.

Acesso em <https://economia.uol.com.br/noticias/redacao/2019/03/29/aposentadoria-poupar-para-velhice.htm>  
Acesso em 30/03/2019.

Assumindo uma cidade com uma população economicamente ativa de 300.000 habitantes, estima-se que o número dessas pessoas que acreditam que precisam poupar porque não poderá contar com a Previdência Social quando envelhecer é

- A 44.000.
- B 56.000.
- C 108.000.
- D 132.000.
- E 168.000.

**Questão 51**

(Ronaebson)

Um outlet de perfumes oferece em alguns meses do ano as seguintes promoções:

- ♦ Promoção de Janeiro: *Leve quatro e pague três.*
- ♦ Promoção de São João: *Compre duas unidades e leve a segunda pela metade do preço.*
- ♦ Promoção de Natal: *Leve oito e pague seis.*

Assumindo que cada uma dessas promoções só é válida para levar produtos do mesmo preço e considerando  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$  os descontos efetivos que um consumidor recebe ao comprar nas promoções de Janeiro, São João e Natal, respectivamente, temos que

- A  $D_1 = D_2 = D_3$ .
- B  $D_1 < D_2 = D_3$ .
- C  $D_2 > D_1 = D_3$ .
- D  $D_2 < D_1 < D_3$ .
- E  $D_1 < D_2 < D_3$ .

**Questão 52**

(Ronaebson)

Os irmãos, Renan e Samuel, têm uma conta poupança conjunta. Do total do saldo, Samuel tem 60%. O pai dos meninos fez um aporte extra exatamente igual ao saldo que havia na conta. Por uma questão de justiça, ele disse aos meninos que o valor extra depositado deverá ser dividido igualmente entre os dois.

Nessas condições, a parte correspondente a Samuel no novo saldo será de

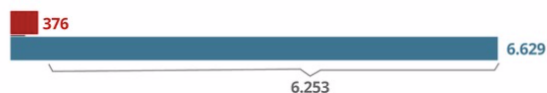
- A 50%.
- B 55%.
- C 60%.
- D 85%.
- E 110%.

**Questão 53**

(Ronaebson)

Segundo o IBGE, o rendimento médio mensal (incluindo, além da renda proveniente do trabalho, os rendimentos de aposentadoria, pensão, aluguel, programas sociais etc) per capita domiciliar em 2017 foi de **R\$ 6.629** para a parcela que representa os 10% dos brasileiros mais ricos. Já entre a parcela dos 40% mais pobres, o rendimento médio foi de apenas **R\$ 376**. [...]

**BRASIL** (Valores em R\$)



Fonte: IBGE



Infográfico elaborado em: 04/12/2018

IBGE mostra a diferença do rendimento médio dos 10% mais ricos na comparação com o dos 40% mais pobres no Brasil — Foto: Fernanda Garratiel/G1

Disponível em <https://g1.globo.com/economia/noticia/2018/12/05/no-brasil-10-mais-ricos-ganham-cerca-de-176-vezes-mais-que-os-40-mais-pobres-aponta-ibge.ghtml>  
Acesso em 21/05/2019.

Em 2017, uma minoria mais rica formada por 10% dos brasileiros detinha 43,3% da renda total do país. Na outra ponta, os 10% mais pobres detinham apenas 0,7% da renda total.

Disponível em <https://economia.uol.com.br/noticias/redacao/2018/04/11/concentracao-renda-ibge.htm>  
Acesso em 21/05/2019.

A partir da análise dos dados, tem-se que a renda média do brasileiro em 2017 foi, aproximadamente, igual a

- A R\$ 998,00.
- B R\$ 1111,00.
- C R\$ 1530,00.
- D R\$ 1914,00.
- E R\$ 2021,00.

**Questão 54**

(Ronaebson)

**Como declarar ações no imposto de renda**

*Vendas de ações até 20 mil reais não são tributadas, mas também devem ser declaradas*

Se a venda de ativos na Bolsa ultrapassar 20 mil reais em um único mês, o investidor vai arcar com uma mordida de 15% sobre os lucros. O pagamento do imposto deve ser feito até o último mês seguinte ao da operação, através do pagamento do Darf (Documento de Arrecadação da Receita Federal) com o código 6015. Por isso é importante que o investidor acompanhe de perto suas compras e vendas de ações, seus lucros e prejuízos e se a operação é tributada ou não.

Disponível em: <<http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/noticias/como-declarar-acoes-no-imposto-de-renda>>

No mês de janeiro de 2018, o investidor S. Ferreira comprou um determinado valor em ações e, no mesmo mês, vendeu todas as ações compradas por R\$ 32.000,00, pagando R\$ 1200,00 de impostos.

Considerando que o investidor não tenha feito outros negócios com ações além do que foi mencionado, a rentabilidade líquida em relação ao total investido foi de aproximadamente

- A** 21,3%.
- B** 23,8%.
- C** 25,0%.
- D** 28,3%.
- E** 33,3%.

**Questão 55**

(Ronaebson)

Quando Rubinho comparou as comissões recebidas nos meses de janeiro, fevereiro e março de 2019, percebeu que no mês de fevereiro recebeu 10% a mais que no mês de janeiro e que no mês de março recebeu 10% a menos que no mês de fevereiro.

Assim, a comissão do mês de março em relação à comissão de janeiro

- A** reduziu 1%.
- B** reduziu 20%.
- C** não apresentou variação.
- D** aumentou 1%.
- E** aumentou 20%.

**Questão 56**

(Ronaebson)

**Bancos oferecem novos pacotes padronizados de serviços básicos**

A partir de hoje, os bancos passam a oferecer aos clientes novos pacotes padronizados de serviços básicos.

As instituições financeiras cumprem resolução do Banco Central com o objetivo de tornar mais fácil para os clientes comparar as tarifas entre as instituições. Passam a ser oferecidos três pacotes padronizados com sete serviços básicos.

Os serviços são: confecção de cadastro para início de relacionamento (sempre gratuito), fornecimento de folhas de cheque, saque, extrato dos últimos 30 dias, extrato de outros períodos, transferência por meio de DOC, transferência por meio de TED, transferência entre contas da própria instituição.

Disponível em <http://www.bonitonoticias.com.br/noticia/bancos-oferecem-novos-pacotes-padronizados-de-servicos-basicos>  
Acesso em 10/03/2019.

A tabela a seguir traz as tarifas cobradas pelos Pacotes I, II e III de dois bancos.

BANCO	PACOTE I	PACOTE II	PACOTE III
KITAÚ	16	20	24
FAIXA	18	21	27

De acordo com a tabela, e tomando como referência o Pacote III, a tarifa cobrada pelo Banco FAIXA em relação à tarifa cobrada pelo Banco KITAÚ é

- A** 3% mais cara.
- B** 8% mais cara.
- C** 12,5% mais cara.
- D** 24,3% mais cara.
- E** 112,5% mais cara.

**Questão 57**

(Ronaebson)

Às vésperas da Black Friday, um comerciante aumentou o preço de todos os seus produtos em 20% e, em seguida, anunciou um grande desconto de 25%.

Ronaldo, que acompanha a evolução dos preços, percebeu que a loja estava oferecendo um desconto real de apenas

- A** 5%.
- B** 10%.
- C** 15%.
- D** 25%.
- E** 40%.

**Questão 58**

(Ronaebson)

**O consumo de açúcar no Brasil é muito alto!**



A recomendação da Organização Mundial da Saúde é que no máximo **10% das calorias consumidas por dia venham do açúcar.**

Fonte: OMS, 2015

O BRASILEIRO **consome**  
**16,3%!**



Tomando como referência o valor máximo para o consumo de calorias oriundas do açúcar recomendado pela OMS, infere-se que o brasileiro consome a mais do que o proposto

- A 6,3%.
- B 16,3%.
- C 26,3%.
- D 56%.
- E 63%.

**Questão 59**

(Ronaebson)

Carlito joga damas contra o computador. Durante esse mês ele já jogou 24 vezes, das quais ele ganhou 18. Ele ainda jogará mais seis vezes nesse mês. O seu índice percentual de sucesso estará, necessariamente, no intervalo

- A [40%, 60%].
- B [50%, 65%].
- C [60%, 70%].
- D [60%, 80%].
- E [75%, 100%].

**Questão 60**

Em uma promoção de notebooks, um aparelho que normalmente custa R\$ 1000,00 é vendido à vista com 10% de desconto ou pelo preço original em duas parcelas iguais: a primeira à vista e a segunda a vencer em 30 dias.

Quem optar pelo pagamento parcelado estará, na verdade, pagando uma taxa de juros igual a

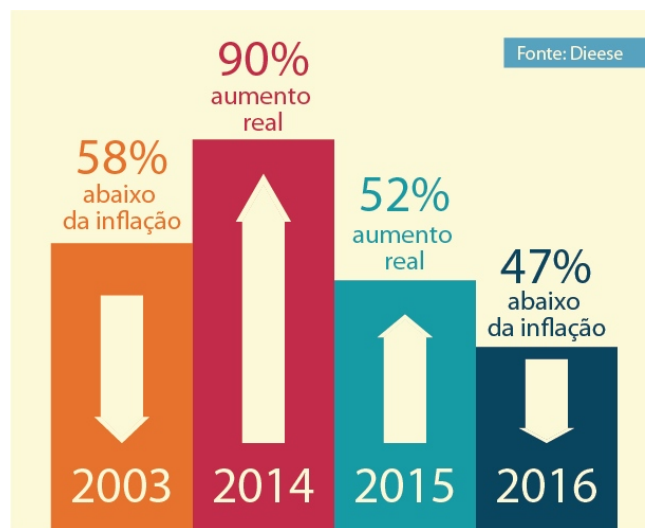
- A 10%
- B 15%
- C 20%
- D 25%
- E 30%

**Questão 61**

(Ronaebson)

“A situação econômica é determinante nas negociações coletivas. Mas o pior da crise a gente tende a ter atravessado”, acredita o economista do Dieese. Para comparar o período numa amostra de 800 negociações coletivas de todo o país, no ano de 2003, 58% das negociações não tiveram reposição da inflação. Em 2014, 90% tiveram aumento real. Em 2015, 52% das categorias tiveram reajuste acima da inflação. Já em 2016, até o momento, 47% das negociações registraram reajuste abaixo da inflação.

Confira infográfico comparativo sobre o percentual de negociações coletivas com aumento real e de reajustes abaixo da inflação:



Disponível em <http://www.fetecpr.org.br/dieese-traca-desafios-das-negociacoes-coletivas-em-2016/>  
Acesso em 13/03/2019.

Considerando que no ano de 2003 houve, na realidade, 4200 negociações em todo país, o número daquelas cujo reajuste ficou abaixo da inflação foi

- A 1764.
- B 2436.
- C 2634.
- D 3780.
- E 3800.

ANOTAÇÕES:

**Questão 62**

(Ronaebson)

Diante da necessidade de adiamento das datas das provas do ENEM, o INEP liberou uma pesquisa entre os inscritos com a possibilidade de três datas para aplicação das provas, sendo uma possibilidade em dezembro, outra em janeiro e outra em maio. Sabe-se que 19,3% dos candidatos inscritos voltaram na enquete e que, desses:

- 49,7% optaram para que a prova seja realizada em maio;
- 35,3% optaram para que a prova seja realizada em janeiro;
- 15,0% optaram para que a prova seja realizada em dezembro.

Considerando o total de candidatos inscritos no certame, o percentual correspondente aos que votaram na enquete e que optaram por janeiro ou maio é de

- A** 85,000%.
- B** 68,595%.
- C** 19,300%.
- D** 16,405%.
- E** 2,895%.

**Questão 63**

(Ronaebson)

Vicente comprou um terreno no bairro Catolé, em Campina Grande, por R\$ 64.000,00. Meses depois, vendeu o terreno para seu tio por R\$ 70.000,00. Passados mais alguns meses, Vicente recomprou o terreno a seu tio por R\$ 72.000,00 e, em seguida, o vendeu para um amigo por R\$ 82.000,00.

Com o saldo de suas negociações, Vicente teve um lucro sobre o valor do terreno inicialmente adquirido por ele, de

- A** 12,5%.
- B** 15,0%.
- C** 16,0%.
- D** 25,0%.
- E** 28,1%.

**Questão 64**

(Ronaebson)

O professor do laboratório de química tem um recipiente com 4,5 litros de uma solução com 12 partes de detergente e 3 partes de água. Ele deseja diluir essa solução adicionando mais água até que se tenha com 75% de detergente.

Quantos mililitros de água devem ser adicionados para que se alcance o percentual pretendido?

- A** 300 mL
- B** 360 mL
- C** 450 mL
- D** 900 mL
- E** 990 mL

**Questão 65**

(Ronaebson)

Em uma fazenda há animais, entre caprinos e suínos. 80% desses animais são caprinos e os outros 20% são suínos. Uma doença assolou essa fazenda mantendo muitos caprinos, mas nenhum suíno. Depois que a doença foi controlada, verificou-se que, na fazenda, 50% dos animais eram caprinos.

Nessas condições, que porcentagem dos caprinos morreram?

- A** 25%
- B** 30%
- C** 50%
- D** 60%
- E** 75%

**Questão 66**

(Ronaebson)

**Composição**

O gráfico mostra a porcentagem que cada tipo de equipamento representa na composição do lixo eletroeletrônico mundial, com base em dados de 2006



Fontes: Global Resource Information Database e Programa das Nações Unidas para o Meio Ambiente (Unep)

Editoria de Arte/CB/D. A Press

De acordo com a organização das nações unidas, o problema do lixo eletrônico já soma 50 milhões de toneladas por ano, assim, desse lixo produzido anualmente, com base nos dados de 2006, as máquinas de lavar, secadores e aspiradores correspondem a cerca de

- A** 3 milhões de toneladas.
- B** 5 milhões de toneladas.
- C** 15 milhões de toneladas.
- D** 30 milhões de toneladas.
- E** 50 milhões de toneladas.



**Questão 67**

Para atrair clientes, um comerciante inescrupuloso aumentou o preço de certo produto de R\$ 120,00 para R\$ 140,00 e, depois de realizar o aumento, passou a anunciar um desconto de 40% sobre o preço de venda desse produto. Sabendo da artimanha do comerciante, o desconto real oferecido a um cliente que compre o produto, ou seja, o desconto em relação ao valor anterior ao aumento, será de

- A 20%.
- B 25%.
- C 30%.
- D 35%.
- E 40%.

**Questão 68**

(Ronaebson)

Weshilley entrou na farmácia do seu pai e viu o seguinte anúncio:

**“Todos os remédios com 60% de desconto.”**

Perplexo e preocupado com a saúde financeira da farmácia de seu pai, ele exclamou: “assim o senhor terá prejuízo, papai”.

O pai explicou que, ainda assim, a margem de lucro da loja era de 40% sobre cada mercadoria.

Nesse caso, qual a margem de lucro dessa loja sobre as mercadorias antes da promoção?

- A 35%
- B 40%
- C 50%
- D 250%
- E 350%

**Questão 69**

O soro fisiológico é uma solução utilizada para diversos fins, dentre os quais: limpar olhos e nariz, lavar queimaduras e feridas, hidratações e nebulizações. É uma solução de cloreto de sódio de concentração 0,9% (massa/volume). Essa concentração corresponde à razão entre a massa de cloreto de sódio, em gramas, e o volume da solução em mL.

Um paciente desidratado, em que é administrado 500 mL de soro na veia, receberá uma massa de sal correspondente a

- A 0,45g.
- B 0,9g.
- C 4,5g.
- D 9g.
- E 45g.

**Questão 70**

(Ronaebson)

Ana Luiza foi a uma loja comprar quatro camisas brancas e algumas camisas amarelas. Sabe-se que o preço de uma camisa branca é o dobro do preço de uma amarela. O vendedor, por distração, trocou as cores das camisas, e Ana Luiza pagou 50% a mais do que teria pago caso isso não tivesse acontecido.

Quantas camisas amarelas Ana Luiza pretendia comprar?

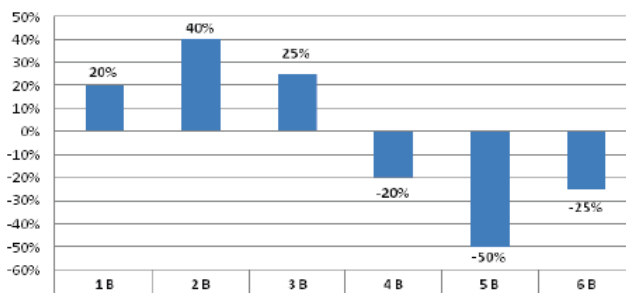
- A 8
- B 12
- C 16
- D 20
- E 24

**Questão 71**

(Ronaebson)

Um hospital registrou, nos três primeiros bimestres do ano de 2016, aumentos no número de atendimentos de casos de acidentes de trânsito. Após uma campanha desenvolvida pelo governo do estado junto ao DETRAN, o número de atendimentos relacionados a acidentes de trânsito sofreu reduções nos bimestres seguintes como indica o gráfico.

VARIAÇÃO BIMESTRAL DO Nº. DE ATENDIMENTOS DE CASOS DE ACIDENTES DE TRÂNSITO



Com base nos dados do gráfico, o total de atendimentos de casos de acidentes de trânsito no hospital teve, naquele ano,

- A uma redução de 10%.
- B uma redução de 37%.
- C uma redução de 63%.
- D um aumento de 15%.
- E um aumento de 37%.



**Questão 72**

(Ronaebson)

Dados do censo de 2010, divulgados pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), revelam que, do ano de 1872 a 2010, a população brasileira saltou de cerca de 10 milhões para 190 milhões de habitantes, o que representa um aumento populacional de

- A 0,180%.
- B 1,800%.
- C 18,00%.
- D 180,0%.
- E 1.800%.

**Questão 73**

(Ronaebson)

A nova duplicadora (máquina de xerox) comprada para o curso possui os seguintes botões:



Cada um desses botões diz qual o tamanho da cópia em relação ao arquivo original. Por exemplo, o botão 50% diz que a cópia terá tamanho igual à metade do original, enquanto que o botão 100% diz que a cópia terá o mesmo tamanho da original. Além disso, os botões podem ser combinados para gerar cópias de tamanhos diferentes. Por exemplo, a combinação dos botões de 200% e de 50% dará origem a uma cópia de tamanho igual à metade do dobro da original, ou seja, terá o mesmo tamanho do original. Se apertarmos os botões **150%** e **200%**, o tamanho da cópia obtida será

- A 300% maior do que a original.
- B 350% da original.
- C o triplo da original.
- D duas vezes e meia a original.
- E 3/2 da original.

**Questão 74**

(Unicamp\_2023)

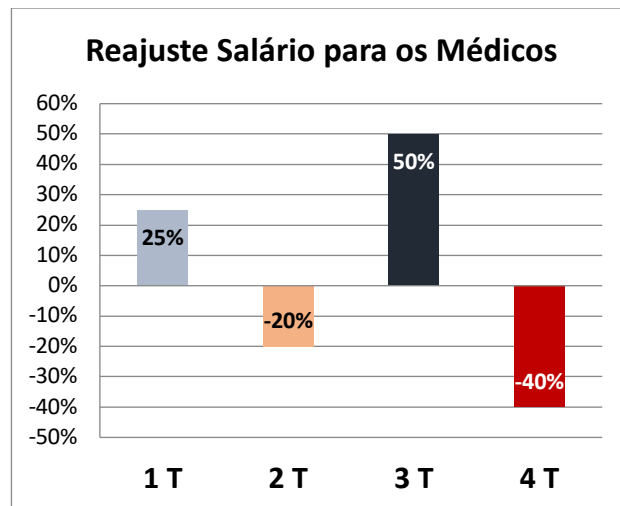
Um recipiente de 30 litros contém uma solução de 14 partes de álcool e 1 parte de água. Quantos litros de água devem ser adicionados para que se tenha uma solução com 70% de álcool?

- A 8 litros.
- B 10 litros.
- C 12 litros.
- D 14 litros.
- E 16 litros.

**Questão 75**

(Ronaebson)

Devido à grande oscilação nas finanças de um determinado hospital, os salários dos médicos foram sendo reajustados a cada trimestre ao longo do ano de acordo com o gráfico a seguir:



Com base nos dados do gráfico, que mostra o reajuste dos salários dos médicos em cada trimestre, temos que os médicos naquele ano tiveram em seus salários

- A uma redução de 10%.
- B uma redução de 5%.
- C 0% de reajuste.
- D um aumento de 10%.
- E um aumento de 15%.

**Questão 76**

Nas compras de Natal, Juvenal gastou um dinheiro a mais comprando um presente para a sua mãe, além do presente que havia comprado para Judite, sua namorada.

Suponha que Juvenal gastou 35% do seu salário na compra de um vestido para sua namorada e, em seguida, gastou 60% do que restou comprando uma bolsa para sua mãe.

Após essas duas compras, qual foi o percentual do salário do Juvenal que ainda lhe restou?

- A 20%
- B 22%
- C 24%
- D 26%
- E 28%

**Questão 77**

(Ronaebson)

A instabilidade política que o Brasil atravessa, bem como a crise econômica, têm sido causas para a inconstância no valor do dólar em relação ao real. A cotação da moeda estrangeira tem alternado entre aumentos e reduções dia após dia. A tabela abaixo contém a variação percentual ocorrida do dia 02 ao dia 04 do mês corrente (maio de 2019):

Data	Variação Percentual
02/05/2019	+10%
03/05/2019	-25%
04/05/2019	+20%

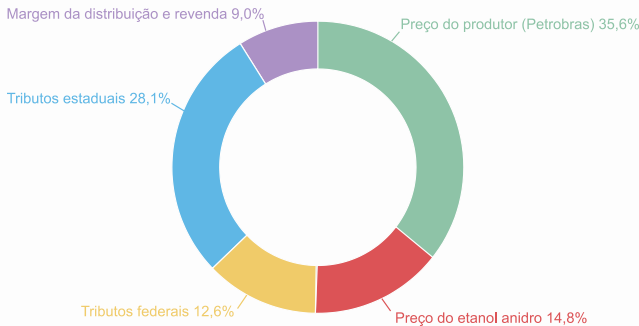
O valor da moeda estrangeira ao final dia 04/05/19 quando comparado com o valor no início do dia 02/05/2019 é

- A 5% maior.
- B 1% maior.
- C Igual.
- D 1% menor.
- E 5% menor.

**Questão 78**

(UPF\_2022)

Composição do preço da gasolina



Média nacional em abril de 2021  
Fonte: ANP

(Fonte: <https://www.infomoney.com.br/minhas-financas/gasolina-nunca-foi-tao-cara-no-brasil-mas-por-que-entenda-o-que-faz-o-preco-disparar>)

De acordo com o gráfico acima, considerando o preço de R\$ 7,00 pelo litro de gasolina, o valor pago em tributos pelo consumidor para cada litro de gasolina, em Reais, é

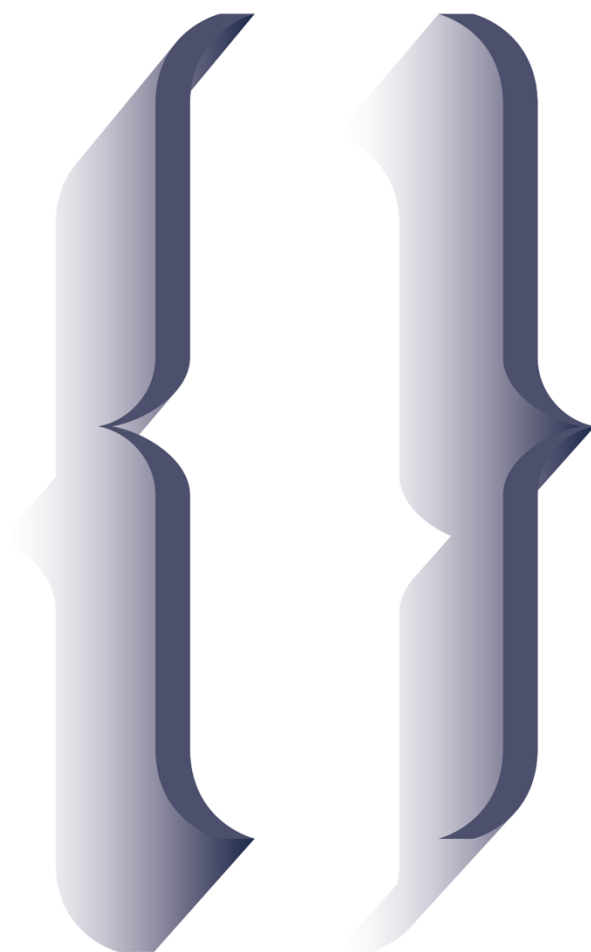
- A 3,479.
- B 4,151.
- C 0,882.
- D 2,849.
- E 1,967.

Gabarito _ Fixação Porcentagem			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
F_01	R\$ 42,00	F_10	R\$ 150,00
F_02	40g	F_11	R\$ 42400
F_03	R\$ 630,00	F_12	R\$ 792,00
F_04	40%	F_13	R\$ 56,00
F_05	36%	F_14	R\$ 24000
F_06	32 kg	F_15	R\$ 150,00
F_07	R\$ 99,60	F_16	R\$ 1092
F_08	R\$ 3,00	F_17	R\$ 100,80
F_09	R\$ 348,80		

Gabarito _ Porcentagem Hora de praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	D	40	B
02	C	41	D
03	A	42	B
04	E	43	D
05	B	44	A
06	E	45	B
07	A	46	D
08	C	47	D
09	D	48	D
10	D	49	A
11	A	50	D
12	A	51	A
13	A	52	B
14	E	53	C
15	C	54	D
16	E	55	A
17	B	56	C
18	B	57	B
19	D	58	E
20	A	59	D
21	C	60	D
22	A	61	B
23	B	62	D
24	A	63	D
25	B	64	A
26	D	65	E
27	B	66	C
28	B	67	C
29	D	68	D
30	C	69	C
31	C	70	C
32	C	71	B
33	B	72	E
34	B	73	C
35	A	74	B
36	A	75	A
37	B	76	D
38	D	77	D
39	D	78	D



# DIVISIBILIDADE





## DIVISIBILIDADE – MMC – MDC

### DIVISÃO EUCLIDIANA

Dividir um número natural  $D$  por outro natural significa encontrar quantas vezes  $d$  “cabe” dentro de  $D$ . O número  $q$  de vezes que isso é possível é chamado de quociente e o valor restante depois dessa partilha é chamado de resto.

O algoritmo da divisão dos números naturais  $D$  por  $d$ , com  $d \neq 0$ , é representado da seguinte forma:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$$

onde  $q, r \in \mathbb{N}$  e  $0 \leq r < d$ , além disso,  $D$  é o dividendo,  $d$  é o divisor,  $q$  o quociente e  $r$  o resto da divisão de  $D$  por  $d$ . Do algoritmo da divisão euclidiana temos ainda que

$$D = q \cdot d + r.$$

Se no algoritmo da divisão tivermos resto nulo ( $r = 0$ ), dizemos que a divisão é exata e que  $D = q \cdot d$ , logo  $D$  é divisível por  $d$ , ou  $d$  é divisor de  $D$ , ou ainda  $D$  é múltiplo de  $d$ , ou mesmo  $d$  é fator de  $D$ .

“Usaremos a notação  $d \mid D$  para indicar que  $d$  divide  $D$ .”

Exemplos:

$$4 \mid 8, \text{ pois } 8 = 2 \cdot 4;$$

$$5 \mid 40, \text{ pois } 40 = 8 \cdot 5;$$

$$3 \nmid 10, \text{ pois } 10 = 3 \cdot 3 + 1; \text{ (3 não divide 10, pois não existe um inteiro } k \text{ tal que } 10 = k \cdot 3).$$

### MÚLTIPLOS E DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

Sejam  $a$  e  $b$  dois números naturais, em que  $b \neq 0$ . O número  $a$  será múltiplo de  $b$  se existir um número inteiro  $k$  tal que

$$a = k \cdot b.$$

Assim temos que

- $a$  é múltiplo de  $b$ , ou
- $a$  é divisível por  $b$ , ou
- $b$  é divisor de  $a$ , ou
- $b$  divide  $a$ .

Denotemos o conjunto dos múltiplos naturais de  $a$  por  $M(a)$ , assim:

$$M(2) = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$$

$$M(3) = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\}$$

Denotemos o conjunto dos divisores naturais de  $a$  por  $D(a)$ , assim:

$$D(10) = \{1, 2, 5, 10\}$$

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

- Número Par: É todo número inteiro divisível por 2, ou seja, que pode ser escrito na forma  $2n$ , com  $n \in \mathbb{Z}$ .

- Número Ímpar: É todo número inteiro que não é divisível por 2, ou seja, que pode ser escrito na forma  $2n + 1$ , com  $n \in \mathbb{Z}$ .

Fiquem atentos às seguintes relações de paridades entre dois inteiros quaisquer:

$$\begin{aligned} \text{PAR} + \text{PAR} &= \text{PAR} \\ \text{PAR} - \text{PAR} &= \text{PAR} \\ \text{ÍMPAR} + \text{ÍMPAR} &= \text{PAR} \\ \text{ÍMPAR} - \text{ÍMPAR} &= \text{PAR} \\ \text{PAR} + \text{ÍMPAR} &= \text{ÍMPAR} \\ \text{PAR} - \text{ÍMPAR} &= \text{ÍMPAR} \\ \text{ÍMPAR} - \text{PAR} &= \text{ÍMPAR} \\ \text{ÍMPAR} + \text{PAR} &= \text{ÍMPAR} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PAR} \times \text{PAR} &= \text{PAR} \\ \text{PAR} \times \text{ÍMPAR} &= \text{PAR} \\ \text{ÍMPAR} \times \text{ÍMPAR} &= \text{ÍMPAR} \end{aligned}$$

### CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Segue um resumo dos principais critérios de divisibilidades:

**Divisibilidade por 2:** um número é divisível por 2 quando seu último algarismo é par.

**Divisibilidade por 3:** um número é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos for divisível por 3.

**Divisibilidade por 4:** um número é divisível por 4 quando ele termina por 00 ou o número formado pelos seus dois últimos algarismos é divisível por 4. Outra maneira de perceber isso é se você consegue “meiar” o número duas vezes consecutivas.

**Divisibilidade por 5:** um número é divisível por 5 quando seu último algarismo é 0 ou 5.

**Divisibilidade por 6:** um número é divisível por 6 quando for divisível por 2 e por 3 simultaneamente.

**Divisibilidade por 8:** um número é divisível por 8 quando o número formado pelos três últimos algarismos é divisível por 8. Outra maneira de perceber isso é se você consegue “meiar” o número três vezes consecutivas.

**Divisibilidade por 9:** um número é divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 9. De outro modo, quando você consegue dividir o número duas vezes consecutivas por 3.

**Divisibilidade por 10:** um número é divisível por 10 quando seu algarismo das unidades é zero.

**Divisibilidade por 11:** um número é divisível por 11 quando a soma dos algarismos de ordem ímpar menos a soma dos algarismos de ordem par é um número divisível por 11.



## NÚMEROS PRIMOS

Um número inteiro positivo é dito primo quando ele possui exatamente dois divisores positivos: o número 1 e ele mesmo.

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \dots\}$$

Se um número possui uma quantidade finita e maior do que dois divisores positivos, ele é dito um número composto.

Note que o “zero” e o “um” não são primos nem compostos.

### DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Fatorar um número significa escrevê-lo como um produto. Assim o número 12, por exemplo, pode ser escrito como  $12 = 2 \cdot 6$ , ou  $12 = 3 \cdot 4$ , ou ainda  $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ . Neste último caso, o número 12 foi escrito como um produto de fatores primos e a esta fatoração damos o nome de decomposição em fatores primos.

Exemplos:

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

### QUANTIDADE DE DIVISORES NATURAIS DE UM NÚMERO NATURAL

Considere que a decomposição em fatores primos de um número natural  $N$  é dada por

$$N = p_1^\alpha \cdot p_2^\beta \cdot \dots \cdot p_m^\lambda$$

O número de divisores<sup>2</sup> positivos de  $N$  é dado por

$$n[D(N)] = (\alpha + 1) \cdot (\beta + 1) \cdot \dots \cdot (\lambda + 1).$$

Assim, para encontrar a quantidade de divisores positivos de um número natural, siga os seguintes passos:

- decomponha o número em fatores primos;
- tome os expoentes de cada fator primo da decomposição e acrescente 1 a cada um deles;
- multiplique os resultados anteriores. O produto é a quantidade de divisores do referido número.

**Problema 01:** Determine a quantidade de divisores de 360.

**Solução:**

Temos que 360 quando escrito na forma fatorada é dado por:

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Logo, a quantidade de divisores de 360 é  $(3 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 24$ .

**Problema 02:** João quer cobrir o piso de sua sala de estar com lajotas quadradas, todas com o lado de mesma medida inteira, em centímetros. A sala é quadrada de dimensões 2m x 2m. Sabendo que os lados das lajotas devem ser paralelos aos lados da sala e devem ser utilizadas somente lajotas inteiras, determine o número de possibilidades de tamanhos das lajotas que podem ser colocadas.

**Solução:**

Como todas as lajotas utilizadas devem ser inteiras, temos que os lados das lajotas devem ser divisores de 200cm.

Fatorando o número 200, temos:

$$200 = 2^3 \cdot 5^2.$$

Assim, a quantidade de divisores de 200 e, portanto, o número de possibilidades de tamanhos das lajotas será  $(3 + 1) \cdot (2 + 1) = 12$ .

**Problema 03:** As 108 crianças do 6º e 7º anos de uma escola vão fazer um passeio numa caverna. São formados grupos iguais com mais de 5, porém menos de 20 alunos. Com relação ao número de estudantes por grupo, de quantas formas diferentes eles podem ser feitos?

**Solução:**

Como os grupos terão a mesma quantidade de alunos, esse valor deve ser um divisor de 108.

$$D(108) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108\}$$

Como o número de estudantes por grupo deve estar entre 5 e 20, temos essa quantidade deve ser 6, 9, 12 ou 18. Assim, temos quatro formas distintas de realizar a divisão.

<sup>2</sup> Para demonstrar a validade do algoritmo apresentado usa-se o Princípio Fundamental da Contagem.

**Problema 04:** Uma fábrica produz bolas de sinuca em lotes de 500 unidades. Uma linha de montagem encaixota as bolas em caixas contendo 8 bolas, seguindo a seguinte ordem: bola branca, vermelha, amarela, verde, marrom, azul, rosa e preta. Quantas bolas azuis são encaixadas em um lote e, seguindo a ordem acima, qual a cor da última bola que sobrou sem ser encaixotada no lote?

**Solução:**

Observe que como estamos encaixotando de 8 em 8 bolas, basta dividirmos 500 por 8, vejamos:

$$\begin{array}{r} 500 \quad | \quad 8 \\ 4 \quad \quad | \quad 62 \end{array}$$

Isso significa que temos 62 caixas com todas as oito bolas, consequentemente temos 62 bolas azuis encaixotadas e, como sobrarão quatro bolas sem ser encaixotas, temos que a última bola será a de cor verde segundo a ordem do problema.

**Problema 05:** No sábado, dia 14 de Janeiro de 2017, os alunos do Curso Matemática Criativa que foram aprovados em medicina fizeram uma confraternização para celebrar a conquista, como nem todos passaram para a mesma faculdade, combinaram uma grande festa de reencontro para exatos sete anos mais tarde, depois que todos já estivessem formados. O evento então foi agendado para o dia 14 de janeiro de 2024, e o dia da semana que ele ocorrerá será um(a)

- domingo.
- segunda-feira.
- terça-feira.
- sexta-feira.
- sábado.

**Solução:**

Perceba que no intervalo de tempo considerado há um ano bissexto, no caso, o ano bissexto que será considerado no problema é 2020. Observe que o ano 2024 não nos interessará, uma vez que a data é antes do dia 29 de fevereiro.

Assim, o número que transcorrerão depois do dia 14 de janeiro de 2017 é  $7 \times 365 + 1 = 2556$ .

Como  $2556 = 365 \times 7 + 1$ , temos que o resto da divisão de 2556 por 7 é 1, e assim, o dia da semana que a festa ocorrerá será um dia depois do sábado, isto é, o domingo.

*Resposta: [A]*

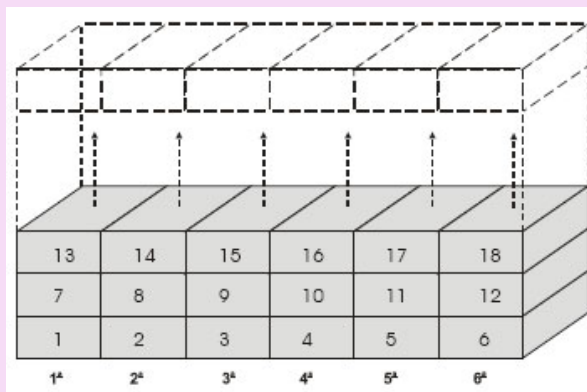
**PARA TREINAR RAPIDINHO**   
**FIXAÇÃO**

**F\_01:** Samuel nasceu na sexta-feira dia 27 de junho de 2008. Ele completará seu aniversário de 10 anos em que dia da semana?

**F\_02:** Pedro, que tem menos de 50 anos diz:  
— Minha idade hoje é um número primo e há dois anos também era. Além disso, há seis anos a minha idade era um número ímpar e um quadrado perfeito.

Qual a idade de Pedro?

**F\_03: (UFRN)** Uma fábrica armazena sua produção em caixas de mesmo tamanho que são numeradas na ordem 1, 2, 3, 4, ... e arrumadas em seis colunas: 1ª, 2ª, 3ª, 4ª, 5ª e 6ª, conforme a figura abaixo:



Em que coluna a caixa de número 2007 estará?

**F\_04:** Como é possível, usando uma calculadora, efetuar a multiplicação de um número qualquer do visor por 12, se a tecla 1 não funcionar?

**F\_05:** Que algarismo deve ser colocado à direita de 832 para que se obtenha um número divisível por 9?

### MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

Dados dois inteiros positivos **a** e **b**, seu mínimo múltiplo comum, que se indica por **m.m.c.(a, b)**, é o menor elemento positivo do conjunto

$$M(a) \cap M(b).$$

Exemplo:

$$M(12) = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, \dots\}$$

$$M(20) = \{0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, \dots\}$$

$M(12) \cap M(20) = \{0, 60, 120, 180, 240, \dots\}$  é o conjunto de todos os múltiplos comuns entre 12 e 20 e o menor elemento positivo desse conjunto é 60, logo o **m.m.c.(12, 20) = 60**. Além disso, os múltiplos comuns entre 12 e 20 são os múltiplos de 60.

Um algoritmo para se encontrar o m.m.c. entre dois ou mais números naturais é o que segue:

- Decompô-los em fatores primos;
- Tomar todos os fatores primos comuns e não comuns com seus maiores expoentes;
- Efetuar o produto desses fatores.

Exemplo: Determinar o m.m.c.(24, 36, 40).

$$24 = 2^3 \cdot 3 \quad 36 = 2^2 \cdot 3^2 \quad 40 = 2^3 \cdot 5$$

Logo, o **m.m.c.(24, 36, 40) =  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$** .

Outra maneira de calcular o m.m.c. de dois ou mais números é através da decomposição simultânea dos mesmos, de modo que o m.m.c. entre eles é o produto de todos os fatores obtidos. Refazendo o exemplo anterior, temos:

24,	36,	40		2
12,	18,	20		2
6,	9,	10		2
3,	9,	5		3
1,	3,	5		3
1,	1,	5		5
1,	1,	1		
$m.m.c.(24, 36, 40) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$				
$= 360$				

Calculemos agora o **m.m.c.(42, 48)**:

42,	48		2	
21,	24		2	
21,	12		2	
21,	6		2	
21,	3		3	
7,	1		7	
1,	1			
$m.m.c.(42, 48) = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 = 336$				

**Problema 05: (Ronaebson)** De uma estação rodoviária de João Pessoa, saem ônibus de 3 em 3 horas para a cidade de Campina Grande, de 5 em 5 horas para a cidade de Patos e de 6 em 6 horas para a cidade de Alhandra. No dia 1º de março, às 10 horas, os ônibus saíram juntos do terminal rodoviário. Em que dia e horário os ônibus sairão juntos novamente?

**Solução:**

Como os ônibus partem de 3 em 3 horas, de 5 em 5 horas e de 6 em 6 horas, temos que eles saem, respectivamente, em horários múltiplos de 3, de 5 e de 6. Assim, para encontrarmos o horários em que os três sairão juntos novamente, basta determinar os múltiplos comuns. Como queremos o próximo horário em que isso irá ocorrer, queremos o menor múltiplo comum. Assim:

$$mmc(3, 5, 6) = 30,$$

ou seja, 30 horas depois, portanto, às 16h do dia 02/03.

**F\_06:** No autorama de Renatinho, foram colocados 2 carrinhos: o carro vermelho, que dá uma volta completa na pista em 60 segundos, e o carro azul, que faz o mesmo percurso em 1 minuto e 20 segundos. Se ambos largarem juntos, depois de quanto tempo eles voltarão a ficar alinhados à faixa de partida?

**F\_07:** Dois sinais luminosos fecham juntos num determinado instante. Um deles permanece 10 segundos fechado e 40 segundos aberto, enquanto o outro permanece 10 segundos fechado e 30 segundos aberto. Qual o número mínimo de segundos necessários, a partir daquele instante, para que os dois sinais voltem a fechar juntos outra vez?

**F\_08:** Um jardineiro tem um número de rosas compreendido entre 200 e 400. Juntando-as em grupos de 6, de 10 ou de 12, sempre restam quatro rosas. Porém, reunindo-as em grupos de 8, não resta nenhuma. Quantas rosas o jardineiro tem?

**F\_09:** Roberta mora sozinha numa cidade a 120 km de distância de onde moram os seus três filhos, Cleoswaldo, Cláudio e Claudete. Para evitar que Roberta fique sozinha por muito tempo, seus três filhos combinaram de visita-la da seguinte forma: Cleoswalvdo irá visita-la a cada 12 dias, Cláudio a cada 18 dias e Claudete a cada 20 dias. Supondo que eles se encontraram hoje na casa da mãe, daqui a quantos dias será o próximo encontro?

### MÁXIMO DIVISOR COMUM

Dados dois inteiros positivos **a** e **b**, seu máximo divisor comum, que se indica por **m. d. c. (a, b)**, é o maior elemento do conjunto  $D(a) \cap D(b)$ .

Exemplo:

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$D(12) \cap D(18) = \{1, 2, 3, 6\}$  é o conjunto de todos os divisores comuns entre 12 e 18 e o maior elemento desse conjunto é 6, logo o **m. d. c. (12, 18) = 6**. Além disso, os divisores comuns entre 12 e 18 são os divisores de 6.

Um algoritmo para se encontrar o m.d.c. entre dois ou mais números naturais é o que segue:

- Decompô-los em fatores primos;
- Tomar todos os fatores primos comuns com seus menores expoentes;
- Efetuar o produto desses fatores.

Exemplo: Determinar o m.d.c.(24, 36, 120).

$$24 = 2^3 \cdot 3 \quad 36 = 2^2 \cdot 3^2 \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{Logo, o m. d. c. (24, 36, 120) = } 2^2 \cdot 3 = 12.$$

Outra maneira de calcular o m.d.c. de dois ou mais números é através da decomposição simultânea dos mesmos, de modo que o m.d.c. entre eles é o produto apenas dos fatores comuns. Refazendo o exemplo anterior, temos:

24,	36,	120	2
12,	18,	60	2
6,	9,	30	3
2,	3,	10	
			$m. d. c. (24, 36, 120) = 2^2 \cdot 3 = 12$

Calculemos agora o m. d. c. (60, 80):

60,	80	2
30,	40	2
15,	20	5
3,	4	
		$m. d. c. (60, 80) = 2^2 \cdot 5 = 20$

**⚠ ATENÇÃO ⚠**

Dois números são ditos primos entre si quando o **m. d. c.** entre eles é igual a 1, por exemplo, 8 e 9 são ditos primos entre si. Além disso, o **m. m. c.** entre dois números primos entre si é o produto entre eles.

Para dois números naturais a e b quaisquer, temos:

$$mmc(a, b) \times mdc(a, b) = a \cdot b$$

**Problema 06: (Ronaebson)** Um grupo de apoio a crianças com câncer arrecadou, em uma campanha solidária, 9000 pacotes de fraldas, 3960 pacotes de lenços umedecidos e 2340 sabonetes. A organização decidiu separar estes itens em estojos higiênicos de mesma composição, de modo que cada item seja distribuído igualmente por todos os estojos.

Sabendo que não houve sobra de qualquer um dos itens e que cada criança foi contemplada com um único estojo higiênico, qual deve ser o número de pacotes de lenços umedecidos colocados em cada estojo para que o maior número de crianças seja contemplado?

- A** 13
- B** 22
- C** 50
- D** 85
- E** 180

**Solução:**

A quantidade máxima de estojos higiênicos que esse grupo pode montar para distribuir entre as crianças de modo que não haja sobra de qualquer um dos itens é o maior divisor comum entre 9000, 3960 e 2340.

9000,	3960,	2340	2
4500,	1980,	1170	2
2250,	990,	585	3
750,	330,	195	3
250,	110,	65	5
50,	22,	13	

Logo, o  $mdc(9000, 3960, 2340) = 180$ , sendo a maior quantidade de estojos que esse grupo pode montar de acordo com as condições dadas.

Logo, a quantidade de lenços umedecidos colocados em cada estojo higiênico é

$$\frac{3960}{180} = 22.$$

*Resposta: [B]*

ANOTAÇÕES:

**F\_10:** Três rolos de arame farpado têm, respectivamente, 168 metros, 264 metros e 312 metros. Deseja-se cortá-los em partes de mesmo comprimento, de modo que cada parte seja a maior possível.

Qual será o comprimento de cada parte?

Qual será o número total de partes?

**F\_11:** Na última eleição, três partidos políticos, A, B e C, tiveram direito, por dia, respectivamente, a 120 segundos, 144 segundos e 168 segundos de tempo gratuito de propaganda de televisão, com diferentes números de aparições. O tempo de cada aparição, para todos os partidos, foi sempre o mesmo e o maior possível. Determine o total de aparições diárias na TV desses três partidos.

**F\_12:** Uma sala retangular de dimensões 72 m e 80 m deverá ter o seu piso preenchido com placas idênticas, de formato quadrado e de dimensões inteiras. Qual é o menor número de placas quadradas necessário para revestir esse piso nas condições dadas, de maneira que não haja cortes ou sobra de material?

**F\_13:** Entre algumas famílias do bairro Sovaco de Cobra, foi distribuído um total de 144 cadernos, 192 lápis e 216 borrachas. Essa distribuição foi feita de modo que o maior número possível de famílias fosse contemplado e todas recebessem o mesmo número de cadernos, o mesmo número de lápis e o mesmo número de borrachas, sem haver sobra de qualquer material. Nesse caso, qual o número de *cadernos* que cada família ganhou?

**F\_14:** Uma florista tem 100 rosas brancas e 60 rosas vermelhas e pretende montar o maior número de ramalhetes que contenham, cada um, o mesmo número de roas brancas e o mesmo número de rosas vermelhas.

a) Qual o maior número de ramalhetes que a florista poderá montar?

b) Quantas rosas brancas e quantas rosas vermelhas terá cada um desses ramalhetes?



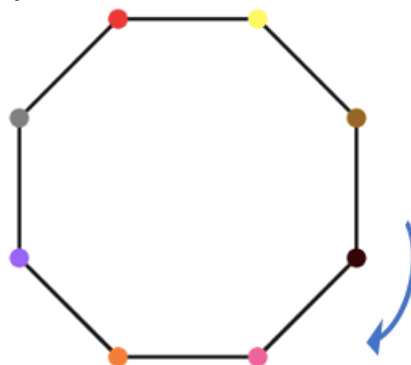
ANOTAÇÕES:

## Hora de Praticar

### Questão 01

(Ronaebson)

A área de vivência de uma creche tem a forma de octógono regular de lado medindo 6 m. Em cada um dos vértices desse octógono tem um poste, cada um com uma cor diferente, dispostos no sentido horário na seguinte ordem: vermelho, amarelo, marrom, preto, rosa, laranja, lilás e cinza.



O pequeno Rael corre em torno dessa área de vivência tocando esses postes à medida que passa por eles. Ele corre no sentido horário, isto é, no sentido indicado pela seta.

Se o primeiro poste tocado por Rael foi o poste preto, então a quinquagésima terceira vez que ele tocar um poste, ele estará tocando o poste de cor

- A** rosa.
- B** cinza.
- C** vermelha.
- D** preto.
- E** lilás.

### Questão 02

(Ronaebson)

Samuel comprou um álbum de figurinhas dos jogadores da Champignon Leage. Cada figurinha traz a foto de um jogador, além disso elas são numeradas e devem ser coladas no álbum em ordem crescente, começando na página 1 e terminando na página 75. Nas páginas ímpares devem ser coladas 7 figurinhas e, nas pares, 8 figurinhas.

A figurinha com o jogador Cristiano Ronaldo é a de número 189. Essa figurinha será a

- A** segunda da página 12.
- B** segunda da página 13.
- C** nona da página 13.
- D** segunda da página 25.
- E** segunda da página 26.



**Questão 03**

(Ronaebson)

Muito apaixonada, Marina começou a escrever EUTEAMO repetidas vezes, justapondo as letras conforme a figura a seguir:

**EUTEAMOEUTEAMOEUTEAMOEUTEAMO...**

Depois de certo tempo, quando acabou o espaço da folha, ela parou ao escrever a septingentésima vigésima quarta letra.

A palavra EU foi escrita quantas vezes?

- A 103.
- B 104.
- C 106.
- D 206.
- E 208.

**Questão 04**

(Ronaebson)

Em uma festa infantil, um grupo de 7 crianças – Ana, Beatriz, Carlos, Davi, Eduardo, Fernanda e Gabriela – reuniu-se próximo a uma mesa para brincar de “esconde-esconde”, um jogo no qual uma criança é separada dos demais, que procuram locais para se esconder, sem que a escolhida as veja, pois essa tentará encontrá-las após algum tempo estabelecido previamente. Assim, era necessário escolher qual delas seria aquela que iria procurar todas as outras.

Para efetuar essa escolha, as crianças se dispuseram em um círculo na mesma ordem descrita anteriormente e, simultaneamente, mostraram um número de dedos das mãos. Os números de dedos mostrados foram somados, resultando em uma quantidade que vamos chamar de TOTAL. Ana começou a contar de 1 até o TOTAL, e, a cada número dito, apontava para uma criança da seguinte forma: 1- Ana, 2 - Beatriz, 3 - Carlos, 4 - Davi, e assim por diante. Quando chegasse ao número TOTAL, a criança correspondente a esse número seria aquela que iria procurar as demais.

Se o número TOTAL é igual a 64, a criança designada para procurar as demais é

- A Ana.
- B Beatriz.
- C Carlos.
- D Davi.
- E Eduardo.

**Questão 05**

(Ronaebson)

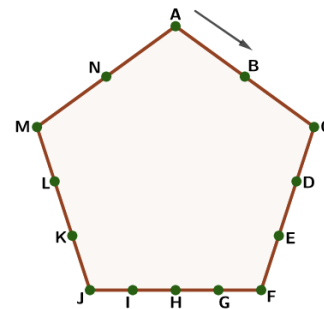
Ricardo ganhou 90 dias gratuitos de assinatura de um canal de filmes. Sabendo que essa promoção será válida a partir do dia 31 de julho de 2016, que é um domingo, o último dia que ele terá direito de assistir o referido canal gratuitamente será

- A uma sexta feira do mês de setembro.
- B uma sexta-feira do mês de outubro.
- C uma sexta-feira do mês de novembro.
- D um sábado do mês de outubro.
- E um domingo do mês outubro.

**Questão 06**

(Ronaebson)

A pequena Mayanna caminha ao redor de uma praça pentagonal onde estão dispostos 14 postes, brincando de tocar cada um dos postes à medida que passasse por eles durante seu passeio.



Cada um dos postes está indicado como um dos pontos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N e Mayanna caminha no sentido horário, ou seja, no sentido destacado pela seta.

Se o primeiro poste a ser tocado por Mayanna foi o poste A, então a centésima vez que ela tocar um poste, ela estará tocando o poste indicado pela letra

- A A.
- B B.
- C C.
- D J.
- E N.

**Questão 07**

(Ronaebson)

Um estudante de medicina possui uma coleção de 60 livros. Após uma aquisição de novos livros, o número total de livros de sua coleção não passou de 100. Sabe-se que, após a aquisição dos novos livros, 1/6 de todos os seus livros são de Anatomia e que exatamente 20% do total são de Fisiologia.

A coleção ampliada do referido estudante possui

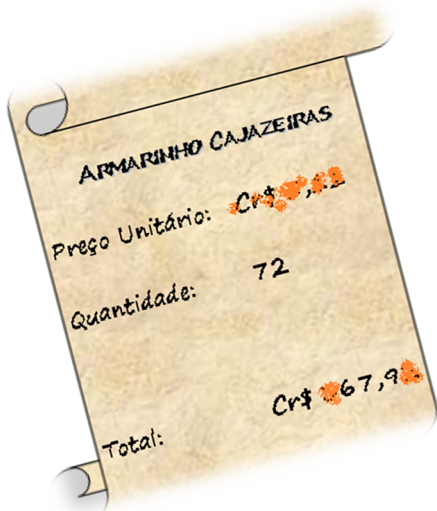
- A 90 livros.
- B 80 livros.
- C 75 livros.
- D 66 livros.
- E 65 livros.



**Questão 08**

(Ronaebson)

Quando Samuel estava vasculhando o baú de sua bisavó Mônica em busca de fotos antigas e outras memórias, ele encontrou um recibo muito antigo de uma compra de brinquedos que ela doaria para uma creche na cidade de Cajazeiras.



Infelizmente o recibo não estava em boas condições, de modo que não se conseguia ver qual era o preço unitário de cada brinquedo e, além disso, o primeiro e o último dígitos do total a pagar pela compra também estavam ilegíveis.

Curioso, Samuel descobriu qual foi o preço, em cruzeiros, de cada brinquedo comprado. A soma dos algarismos do preço de cada unidade é

- A 6.
- B 7.
- C 8.
- D 11.
- E 22.

**Questão 09**

(Ronaebson)

A cada ano, o curso Matemática Criativa realiza o *CreativityFest* na terceira sexta-feira do mês de novembro. Um evento promovido para comemorar o fim da maratona de aulas e preparação para o ENEM, além de promover um momento de descontração, relaxamento e curtidão entre os alunos.

Qual é a possível data mais tardia para o *CreativityFest*?

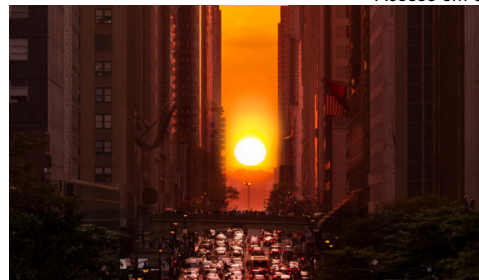
- A 07 de novembro
- B 13 de novembro
- C 14 de novembro
- D 20 de novembro
- E 21 de novembro

**Questão 10**

(Ronaebson)

Moradores e turistas em Nova York puderam contemplar na noite desta quarta-feira (30 de maio de 2018) o “Manhattanhenge”, que une a natureza com a arquitetura urbana de uma das maiores metrópoles do planeta para formar um belo espetáculo. Por volta das 20h, milhares de pessoas saíram às ruas para observar o Sol se pôr alinhado às ruas do sentido leste-oeste, enquadrado de forma perfeita pelos arranha-céus da cidade.

Disponível em <https://oglobo.globo.com/sociedade/ciencia/manhattanhenge-por-do-sol-encanta-moradores-turistas-em-nova-york-22735237>  
Acesso em 09/09/2018.



Esse fenômeno ocorre duas vezes por ano, em datas igualmente espaçadas em relação ao solstício de verão.

Sabendo-se que o solstício de verão de 2018 ocorreu no dia 21 de junho, a outra vez que ocorreu o Manhattanhenge no referido ano foi numa

- A segunda-feira, dia 09 de julho.
- B terça-feira, dia 10 de julho.
- C quarta-feira, dia 11 de julho.
- D quinta-feira, dia 12 de julho.
- E sexta-feira, dia 13 de julho.

**Questão 11**

(Ronaebson)

Pedrito usou os dedos de uma mão para contar da seguinte maneira: o polegar é o primeiro, o indicador é o segundo e assim por diante até o dedo mindinho, que é o quinto. Agora inverta a ordem para continuar, de modo que o anelar é o sexto, o dedo do meio é o sétimo, o indicador é o oitavo e o polegar é o nono. Inverta a orientação novamente, voltando para o dedo mindinho, de modo que o indicador é o décimo e assim por diante. Se você continuar a contar dessa forma, indo e voltando, com os dedos de uma mão, qual dedo será o 2019º?

- A Polegar
- B Indicador
- C Dedo do meio
- D Anelar
- E Mindinho

**Questão 12**

(Ronaebson)

Uma grande empresa tem 126 filiais distribuídas em todo país. A fim de vistoriar todas as suas filiais, o dono dessa empresa designou um número natural para cada uma delas e criou uma tabela de visitação.

O quadro a seguir mostra que ele fará as visitas em semanas consecutivas e em que dia da semana cada uma das filiais serão visitadas.

SEMANA →	1 <sup>a</sup> .	2 <sup>a</sup> .	3 <sup>a</sup> .	4 <sup>a</sup> .	5 <sup>a</sup> .	...
<b>DIA DA SEMANA</b>	<b>FILIAL</b>					
Segunda-feira	1		6		11	...
Terça-feira		4		9		
Quarta-feira	2		7		12	
Quinta-feira		5		10		
Sexta-feira	3		8		13	

Em que dia da semana a filial de número 121 receberá a visita do dono da empresa?

- A** Segunda-feira
- B** Terça-feira
- C** Quarta-feira
- D** Quinta-feira
- E** Sexta-feira

**Questão 13**

(FATEC)

Os números naturais de 0 a 3000 foram dispostos, consecutivamente, conforme a figura, que mostra o começo do processo.

5ª linha				4						12								20				
4ª linha			3	5					11	13								19	21			
3ª linha			2			6			10					14				18				22
2ª linha		1				7	9							15	17							...
1ª linha	0					8								16								...

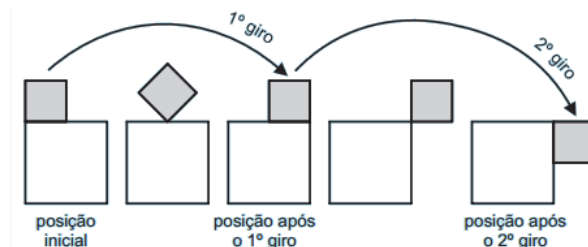
Nessas condições, o número 2017 está na

- A** 1ª linha.
- B** 2ª linha.
- C** 3ª linha.
- D** 4ª linha.
- E** 5ª linha.

**Questão 14**

(Ronaebson)

Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.



Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2019º giro?

- A**
- B**
- C**
- D**
- E**

**Questão 15**

(ESPM)

Um garoto está construindo uma sequência de polígonos formados por 8 palitos de fósforo cada um, como mostra a figura abaixo:



Sabendo-se que ele dispõe de 225 palitos, ao formar a maior quantidade possível desses polígonos, o número de palitos restantes será igual a

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

**Questão 16**

(Ronaebson)

A equipe de mídias do curso Matemática Criativa, sugeriu que fosse feito um caderno de anotações cuja contracapa fosse marcada com a sucessão de letras da expressão

**MATEMÁTICA CRIATIVA,**

onde o espaço tem o mesmo tamanho de uma letra, de acordo com o seguinte padrão.

```

M A T E M Á T I C A   C R I A T I V A   M
A T E M Á T I C A   C R I A T I V A   M A T
T E M Á T I C A   C R I A T I V A   M A T
E M Á T I C A   C R I A T I V A   M A T E M
M Á T I C A   C R I A T I V A   M A T E M Á
Á T I C A   C R I A T I V A   M A T E M Á
T I C A   C R I A T I V A   M A T E M Á T
I C A   C R I A T I V A   M A T E M Á T I
C A   C R I A T I V A   M A T E M Á T I C
A   C R I A T I V A   M A T E M Á T I C A
C R I A T I V A   M A T E M Á T I C A   C
R I A T I V A   M A T E M Á T I C A   C R I
I A T I V A   M A T E M Á T I C A   C R I
A T I V A   M A T E M Á T I C A   C R I A
T I V A   M A T E M Á T I C A   C R I A T
I V A   M A T E M Á T I C A   C R I A T I
V A   M A T E M Á T I C A   C R I A T I V
A   M A T E M Á T I C A   C R I A T I V A
M A T E M Á T I C A   C R I A T I V A
    
```

Sabendo-se que as contracapas terão 52 linhas, então a sétima letra da última linha de cada contracapa será

- A** A.
- B** I.
- C** T.
- D** M.
- E** V.

**Questão 17**

(Ronaebson)

Um supermercado decide premiar seus clientes. Cada cliente receberá um dos seis possíveis brindes disponíveis, conforme sua ordem de chegada no supermercado. Os brindes a serem distribuídos são: uma abajur, uma bola, uma caneca, um diário, um espelho e um faqueiro, nessa ordem. O primeiro cliente da loja recebe uma abajur, o segundo recebe uma bola, o terceiro recebe uma caneca, o quarto recebe um diário, o quinto recebe um espelho, o sexto recebe um faqueiro, o sétimo recebe um abajur, o oitavo recebe uma bola, e assim sucessivamente, segundo a ordem dos brindes.

O ducentésimo cliente receberá de brinde um(a)

- A** abajur.
- B** bola.
- C** caneca.
- D** diário.
- E** espelho.

**Questão 18**

(Ronaebson)

Samuel tem seis amigos. O primeiro vem visitá-lo toda noite; o segundo, a cada duas noites; o terceiro, a cada três noites; o quarto, a cada quatro noites e assim sucessivamente até o sexto, que vem a cada seis noites. Na noite do dia 30 de Abril de 2016 coincidiu que Samuel se encontrou com todos os seus seis amigos e aproveitando a ocasião combinaram que no próximo encontro, de todos eles, haveria uma confraternização. Qual a data desta confraternização?

- A** 06 de maio de 2016.
- B** 21 de maio de 2016.
- C** 29 de junho de 2016.
- D** 30 de junho de 2016.
- E** 20 de julho de 2016.

**Questão 19**

(Ronaebson)

Larissa tem um pacote básico de TV por assinatura e, infelizmente, nesse pacote, ela não dispõe do canal EDig-BiOW, um excelente canal de filmes que ela adora. Entretanto, para atrair clientes, o canal EDig-BiOW é liberado gratuitamente a cada 12 dias.

Larissa só assiste a filmes nas suas tardes de domingo. Sabendo que hoje, 17 de junho de 2018, Larissa assistiu filmes no canal EDig-BiOW, qual será a próxima data que ela poderá assistir a filmes nesse canal?

- A** 29 de junho de 2018.
- B** 06 de julho de 2018.
- C** 13 de agosto de 2018.
- D** 09 de setembro de 2018.
- E** 04 de outubro de 2018.

**Questão 20**

(Ronaebson)

Janeide, uma cozinheira de uma restaurante, faz sobremesas para seus clientes, de modo que, a cada 5 dias ela faz pavê, a cada 6 dias ela faz cupcake, a cada 8 dias ela faz creme bruleé. Se, no dia 28 de fevereiro de 2016, Janeide fez as três sobremesas simultaneamente, após quantos dias ela fará novamente as três sobremesas no mesmo dia?

- A** 8
- B** 24
- C** 30
- D** 48
- E** 120

**Questão 21**

(Ronaebson)

Felipe estava trabalhando de garçom numa festa em que certa bebida era servida em copos de capacidades diferentes. Ao servir uma garrafa dessa bebida, percebeu que ela servia exatamente 15 copos de um tipo ou 12 copos de outro tipo.

Sabendo que a capacidade (em ml) de uma garrafa dessa bebida é um número inteiro compreendido entre 980 ml e 1050 ml, a capacidade dessa garrafa é

- A 1020 ml.
- B 1032 ml.
- C 1035 ml.
- D 1053 ml.
- E 1060 ml.

**Questão 22**

(Ronaebson)

Rebeca é uma menina apaixonada por música. A cada seis dias ela tem aula de violino e a cada oito dias ela tem aula de piano. Sabendo que hoje, um domingo, Rebeca teve aula de violino e piano, a próxima vez que isso ocorrer, isto é, que ela, num mesmo dia tiver aula de violino e piano, cairá num(a)

- A Segunda-feira.
- B Terça-feira.
- C Quarta-feira.
- D Sábado.
- E Domingo.

**Questão 23**

(Ronaebson)

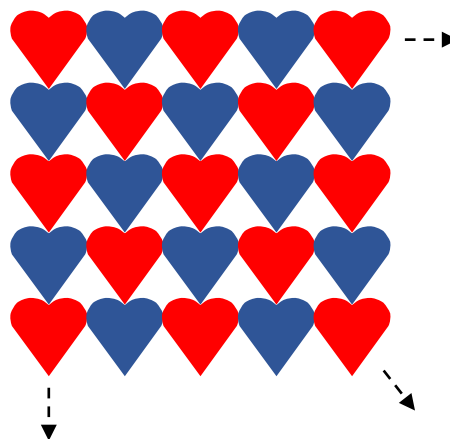
Isaque era piloto de uma empresa aérea e Japiassú, comissária de bordo. Ambos trabalhavam na rota, Nova York – Londres. Isaque era escalado a cada 5 dias para voar até Londres, enquanto Japiassú fazia essa viagem a cada 4 dias. Quando iam juntos para Londres, costumavam sair para jantar e, assim, iniciaram uma linda amizade. No quarto desses encontros, no dia 12 de junho, começaram a namorar. Nesse dia, tentaram se lembrar da data do primeiro encontro que tiveram, lembrando do critério que era usado para suas escalas, concluíram que foi em

- A 24 de março.
- B 13 de abril.
- C 03 de maio.
- D 04 de maio.
- E 03 de junho.

**Questão 24**

(Ronaebson)

Ana Paula, uma jovem adolescente muito apaixonada, tem 2561 adesivos de coraçõezinhos, dos quais 1281 são vermelhos e os demais, azuis. Ela começa a colá-los numa grande folha de cartolina, arranjados de acordo com o padrão mostrado na figura a seguir, começando com um coraçõezinho vermelho no canto superior esquerdo e alternando as cores em cada linha e cada coluna.



Quantos coraçõezinhos azuis sobrarão após ela completar o maior “quadrado” de coraçõezinhos possível?

- A 0
- B 30
- C 31
- D 49
- E 50

**Questão 25**

(Ronaebson)

Desejando que seu filho seja diplomata, Rute contratou aulas de três línguas estrangeiras para seu filho José Antônio.

As aulas de francês acontecem a cada 7 dias, as aulas de alemão a cada 4 dias e as aulas de mandarim a cada 6 dias.

Sabendo que no dia 21 de agosto de 2022 José Antônio teve aulas dos três idiomas, o próximo dia que ele terá aula dos três idiomas no mesmo dia será em

- A 18 de agosto de 2022.
- B 31 de agosto de 2022.
- C 13 de novembro de 2022.
- D 14 de novembro de 2022.
- E 02 de dezembro de 2022.

**Questão 26**

(Ronaebson)

Divany está se preparando para o ENEM e, na sua rotina de estudos, ela estuda matemática diariamente, estuda física a cada dois dias, estuda química a cada três dias, estuda biologia a cada quatro dias e faz uma redação a cada cinco dias.

No dia 01 de outubro de 2020, ela estudou matemática, física, química, biologia e fez uma redação. A próxima vez em que ela estudará a essas quatro disciplinas e fará uma redação num mesmo dia será no dia

- A 15 de Outubro de 2020.
- B 16 de Outubro de 2020.
- C 30 de Outubro de 2020.
- D 30 de Novembro de 2020.
- E 01 de Dezembro de 2020.

**Questão 27**

(Ronaebson)

O planeta Plancton é um planeta semelhante a Terra presente na galáxia Fictícia. Três asteroides, a saber, o Desmatoide, o Queimatoide e o Extratoide passaram por esse planeta no ano 3004 (calendário do referido planeta). Sabe-se que o Desmatoide passa de 36 em 36 anos, o Queimatoide passa a cada 48 anos e o Extratoide passa de 56 em 56 anos.

Qual será o próximo ano, depois de 3004, que os três asteroides passarão juntos novamente pelo planeta Plancton?

- A 3148
- B 3508
- C 3652
- D 4012
- E 5020

**Questão 28**

(Ronaebson)

Ramon tem uma coleção de bolas de gude e, para organizar essas bolas, ele dispõe de recipientes que cabem 8 bolas, 9 bolas e 10 bolas, respectivamente.

Ao contar suas bolas de gude num determinado dia, ele percebeu que se agrupadas de 8 em 8, de 9 em 9 ou de 10 em 10, sempre sobravam 5.

Dado que ele contou um número de bolas de gude entre 700 e 800, se essas bolas de gude fossem guardadas em recipientes que coubessem 25 bolas, o número desses recipientes necessários para guardar todas as bolas seria

- A 25.
- B 29.
- C 30.
- D 105
- E 725.

**Questão 29**

(Ronaebson)

O Sr. Smith tem quatro empresas, a saber, A, B, C e D, sendo elas nos ramos de comunicação, educação, construção e energia.

Ele faz reunião com os membros do corpo diretor de cada uma das empresas de forma periódica, de forma que as reuniões com os membros da empresa A são feitas a cada 8 dias, com os da empresa B, a cada 9 dias, com os da empresa C, a cada 12 dias e com os da empresa D a cada 15 dias.

No dia 22 de novembro de 2021, uma segunda feira, ele fez reuniões com os membros de todas as empresas.

Depois de quantos dias e em que dia da semana ele fará uma reunião com os membros de todas as empresas novamente num mesmo dia?

- A 360 dias numa quinta-feira
- B 360 dias numa quarta-feira
- C 180 dias num sábado
- D 180 dias numa sexta-feira
- E 72 dias num domingo

**Questão 30**

(Ronaebson)

Diante da greve dos caminhoneiros, a população decidiu ajudá-los na empreitada levando apoio de várias formas. Um grupo de pessoas se mobilizou para arrecadar alimentos e água para levar para determinado grupo de caminhoneiros. Foram arrecadadas 2520 garrafas de água mineral, 2100 pacotes de biscoitos e 1680 pacotes de macarrão instantâneo. O grupo decidiu separar os mantimentos em kits, todos com a mesma composição, ou seja, cada tipo de item deverá ser distribuído igualmente por todos os kits.



Qual é a quantidade máxima de kits que esse grupo pode montar para distribuir entre os caminhoneiros de modo que não haja sobra de qualquer um dos itens?

- A 120
- B 210
- C 240
- D 360
- E 420



**Questão 31**

(Ronaebson)

Um atacado precisa remeter uma encomenda de pacotes com sete fraudas para dois compradores distintos. Um pediu 4200 desses pacotes e o outro pediu 4800. Entretanto, deseja-se condicionar os pacotes de fraudas em caixas que sirvam para atender aos dois pedidos, já que serão enviadas uma certa quantidade de caixas para um comprador e uma outra quantidade dessas caixas para o outro comprador.

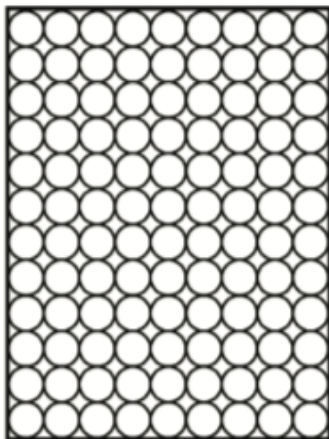
Qual o número de fraudas que devem caber em cada uma dessas caixas para que o atacado possa atender as duas encomendas utilizando a menor quantidade possível dessas caixas?

- A 600
- B 1400
- C 1500
- D 4200
- E 9000

**Questão 32**

(Ronaebson)

Querendo trocar o portão de sua casa, Glauris foi a uma serralharia encomendar um portão de ferro retangular de dimensões  $180\text{cm} \times 240\text{cm}$ . Assim que chegou ao local, encontrou um portão que, além das dimensões desejadas, tinha uma grade formada por circunferências, como indicada na figura a seguir.



Glauris gostou do padrão exposto, mas preferia que as circunferências fossem maiores. Então encomendou um portão com o mesmo padrão e dimensões, mas de modo que as circunferências tangentes tivessem o maior raio possível.

O raio da circunferência deverá medir

- A 15 cm.
- B 20 cm.
- C 30 cm.
- D 40 cm.
- E 60 cm.

**Questão 33**

(Ronaebson)

Júlio confeccionou cartões, cada um deles com uma frase, sendo 216 cartões com frases motivacionais e 128 com frases reflexivas. Ele deseja dividir todos esses cartões e agrupá-los em envelopes, de modo que:

- os envelopes devem conter a mesma quantidade de cartões;
- em cada envelope deve conter apenas um dos tipos de frases;

Qual o número mínimo de envelopes utilizados de modo que não haja sobra de cartões?

- A 8.
- B 16.
- C 27.
- D 43.
- E 45.

**Questão 34**

(Ronaebson)

Para o combate ao coronavírus, uma comunidade recebeu 3600 caixas com 20 máscaras de proteção descartáveis cada uma e 4200 frascos com álcool em gel. Com esse material, serão montados kits para doar às famílias.

Sabendo que todo material recebido será utilizado e que todos os kits terão a mesma quantidade de caixas de máscaras e a mesma quantidade de frascos de álcool em gel, qual o número de máscaras que cada família deve receber para o que o maior número possível de famílias seja contemplado?

- A 6.
- B 12.
- C 20.
- D 120.
- E 360.

**Questão 35**

(Ronaebson)

Biju vai comemorar o primeiro aninho de sua cadela Lia. Para montar as sacolinhas surpresas que cada dono de pet convidado levará para casa, Biju colocará os seguintes itens: guias, coleiras e mordedores. Para a confecção das sacolinhas, ela comprou 156 mordedores, 130 guias e 78 coleiras.

Sabendo que foi utilizado todo material comprado, e que foi feito o maior número de sacolinhas possível, todas com a mesma quantidade de cada um dos itens, tem-se que o número de itens colocados em cada uma dessas sacolas é

- A 5.
- B 6.
- C 9.
- D 13.
- E 14.



**Questão 36**

(Ronaebson)

Depois de terminada a reestruturação de toda parte elétrica de uma empresa, o eletricitista percebeu que sobraram cinco fios de 720 cm, oito fios de 840 cm e um fio de 1200 cm.

O eletricitista decidiu cortar todos esses fios em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, de modo que as novas peças fiquem com o maior comprimento possível.

Qual o número mínimo de pedaços de fio que o eletricitista obteve ao final desse processo?

- A** 14.
- B** 23.
- C** 37.
- D** 96.
- E** 120.

**Questão 37**

(Ronaebson)

Para a confecção dos kits de um grande evento educacional, foram disponibilizados 2000 canetas, 1200 blocos de anotações e 800 marcadores de texto. Foi decidido fazer o maior número possível desses kits sendo que em cada um deles deveria conter exatamente a mesma quantidade de cada um dos três itens, além disso não poderia haver sobra de qualquer material.

Assim, dado que cada participante recebeu um único kit e todos os kits foram distribuídos, o número de itens em cada kit foi igual a

- A** 10.
- B** 12.
- C** 20.
- D** 40.
- E** 400.

**Questão 38**

(UECE)

O número de degraus de uma escada é um múltiplo de sete, compreendido entre 40 e 100.

Se ao subirmos essa escada, de dois em dois degraus, falta um degrau para atingir o topo da escada e ao subirmos de três em três degraus faltam dois degraus, podemos afirmar corretamente que o número de degraus da escada é

- A** 49.
- B** 63.
- C** 77.
- D** 91.

**Questão 39**

(Ronaebson)

Christyan foi a uma papelaria e pediu quinze canetas hidrográficas, seis marcadores de texto de cores diferentes e doze blocos de post-it. Quando foi ao caixa a atendente anunciou que o valor total da compra foi R\$ 130,45.

Mesmo não sabendo preço unitário dos produtos comprados e, tendo em vista que os preços de todos os produtos dessa papelaria correspondem a uma quantidade inteira de centavos, Christian disse a atendente que ela tinha errado alguma coisa.

Christyan percebeu o erro pois o valor total, em centavos, anunciado pela atendente

- A** é múltiplo de 5.
- B** é divisível por 33.
- C** não é múltiplo de 3.
- D** não é múltiplo de 10.
- E** não é divisível por 11.

**Questão 40**

(Ronaebson)

Uma assessoria de estudos para o ENEM dispõe de no máximo 200 vagas. Os alunos dessa assessoria são divididos em grupos de estudos e cada grupo será acompanhado por um único assessor e que, por questões pedagógicas, um assessor só poderá orientar um grupo de no máximo 20 alunos.

Num dado momento, o diretor da empresa percebeu que a quantidade de matriculados era tal que, se os alunos fossem divididos em grupos de seis, sete ou oito, teria, para qualquer um dos casos, um grupo menor com apenas dois alunos.

Pensando em diminuir custos, o diretor decidiu dividir os alunos em grupos com a mesma quantidade de membros e de modo a precisar contratar o menor número possível de assessores.

Assim, caso não haja novas matrículas, a quantidade de assessores que serão contratados será

- A** 10.
- B** 16.
- C** 17.
- D** 19.
- E** 21.

**Questão 41**

(UERJ)

Na tabela abaixo, estão indicadas três possibilidades de arrumar  $n$  cadernos em pacotes:

Nº de pacotes	Nº de cadernos por pacotes	Nº de cadernos que sobram
X	12	11
Y	20	19
Z	18	17

Se  $n$  é menor do que 1200, a soma dos algarismos do maior valor de  $n$  é:

- A 12.
- B 17.
- C 21.
- D 26.

**Questão 42**

(FGV)

Um álbum de figurinhas possui 35 páginas, cada uma com 25 figurinhas, distribuídas em 5 linhas e 5 colunas. As figurinhas estão ordenadas e numeradas de 1 até 875. Nesse álbum, são consideradas figurinhas especiais a 7ª, 14ª, 21ª, 28ª e assim sucessivamente. A figura ilustra a primeira página desse álbum.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

página 1

Depois que o álbum for completado com todas as figurinhas, a última página que se iniciará com uma figurinha especial é a de número

- A 27.
- B 28.
- C 32.
- D 33.
- E 34.

**Questão 43**

(Ronaebson)

Na criptografia uma das ferramentas para a decodificação de mensagens secretas é a decomposição de fatores primos.

Um número  $N$  é dado pela expressão  $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 7^w$ , na qual  $x, y, z$  e  $w$  são números inteiros não negativos. Sabe-se que  $N$  é múltiplo de 15 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de  $N$ , diferentes de  $N$  é

- A  $x \cdot y \cdot z \cdot w$
- B  $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) \cdot (w + 1)$
- C  $x \cdot y \cdot z \cdot w - 1$
- D  $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$
- E  $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$

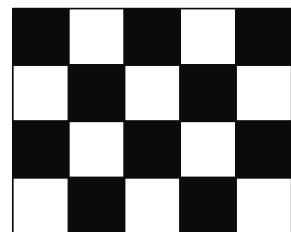
**Questão 44**

O xadrez é uma estampa originária da cultura celta e que se tornou um clássico na decoração graças ao seu caráter versátil. Isso porque existem diferentes tipos de estampa xadrez com formas, cores e dimensões diferentes. Na hora de aplicá-los à decoração, vale ficar atento ao restante do ambiente, já que o xadrez pode ao mesmo tempo ser um charmoso detalhe discreto como também um grande diferencial decorativo, a exemplo do papel de parede xadrez.

Disponível em: <<https://www.westwing.com.br/papel-de-parede-xadrez/>>

Pretende-se decorar uma parede retangular com um papel de parede xadrez composto por quadrados pretos e brancos, preenchendo toda a parede de maneira exata (sem sobrar espaços ou cortar quadrados).

A figura a seguir ilustra uma parte desse padrão quadriculado.



Considerando-se que a parede mede 7,70m por 3,30m, o número mínimo de quadrados que se pode ter no papel que reveste a parede e a medida do lado de cada quadrado são:

- A 10 e 11 cm
- B 11 e 10 cm
- C 11 e 110 cm
- D 21 e 110 cm
- E 110 e 210 cm

**Questão 45**

Um torneio de tênis de mesa terá alunos de 3 escolas. Uma das escolas levará 273 alunos; outra, 130 alunos; e outra, 234 alunos. Esses alunos serão divididos em grupos, de modo que cada grupo tenha representantes de uma única escola e, e o número de alunos em cada grupo seja o máximo possível. Inicialmente, cada grupo competirá com outro grupo, até ao final os alunos do grupo finalista disputarão entre si o título de campeão.

O número de grupos formados e a quantidade de alunos de cada grupo será, respectivamente,

- A 49 e 13.
- B 21 e 10.
- C 13 e 21.
- D 10 e 18
- E 21 e 18

**Questão 46**

Um estudante recebeu um kit para montagem de minirobôs. Para a parte eletrônica, havia peças de três tipos diferentes, com as seguintes quantidades:



Espaçadores: 15



Porcas: 20



Parafusos: 30

O estudante distribuiu as peças em saquinhos, colocando um único tipo de peça em cada um deles, de modo que todos os saquinhos ficassem com a mesma quantidade de peças.

Foram necessários para distribuir todas as peças, no mínimo,

- A 17 saquinhos.
- B 13 saquinhos.
- C 9 saquinhos.
- D 5 saquinhos.

**Questão 47**

(CMRJ)

A direção do Colégio Militar do Rio de Janeiro contratou uma empresa com o objetivo de construir uma nova sala para o Clube Literário. A sala terá 3,36 m de largura e 4,00 m de comprimento. No piso, o pedreiro vai colocar peças de cerâmica quadradas, do mesmo tamanho.

Admitindo-se que não haverá perda de material, a menor quantidade dessas peças, que ele vai usar para cobrir completamente o piso, é um número

- A ímpar e menor que 500.
- B múltiplo de 10.
- C maior que 570.
- D igual a 525.
- E primo.

**Questão 48**

(UNIFOR)

O Projeto Jovem Voluntário da Universidade de Fortaleza, vinculado à Vice-reitoria de Extensão e Comunidade Universitária, tem como objetivo sensibilizar os alunos a contribuir para melhoria da comunidade, formar jovens para que exerçam a cidadania, melhorando a qualidade de vida dos assistidos, dessa forma incentivando-os ao desenvolvimento de uma cultura de voluntariado, na intenção de minimizar a dor e o desconforto dos pacientes e cuidadores. O Projeto proporciona momentos de alegria e descontração através de leituras, contações de histórias, brincadeiras, fantoches, jogos educativos, pinturas, trabalhos de artes etc. Os voluntários atuam uma vez por semana no período de quatro horas nas seguintes instituições parceiras: Hospital Infantil Albert Sabin, Núcleo de Atenção Médica Integrada, Casa Sol Nascente, Associação Peter Pan e Lar Torres de Melo. Ao fim do semestre, o voluntário que cumprir a carga horária exigida recebe um certificado de 80 horas e o monitor de 100 horas. Suponha que um grupo de voluntários que atuam em uma das instituições parceiras é composto por  $x$  homens e  $y$  mulheres. Sabe-se que o máximo divisor comum entre  $x$  e  $y$  é igual a 6, que o mínimo múltiplo comum desses números  $x$  e  $y$  é igual a 36, que existem mais mulheres que homens nesse grupo e que o número de homens é superior a 10. Nesse caso, podemos afirmar que o número de mulheres no grupo é igual a

- A 12.
- B 18.
- C 24.
- D 27.
- E 36.

**Questão 49**

(UECE)

Dados dois números inteiros positivos  $p$  e  $q$ , diremos que  $p$  é um divisor de  $q$  se existe um inteiro positivo  $k$ , tal que  $q = k \cdot p$ . Um número inteiro positivo  $q$ , maior do que um, é chamado de número primo se seus únicos divisores positivos são o número um e o próprio número  $q$ . Note que o número 101101 possui  $n$  divisores positivos sendo  $m$  deles números primos. Assim, é correto concluir que o valor de  $n - m$  é igual a

- A 11.
- B 9.
- C 12.
- D 10.

**Questão 50**

(UNIFOR)

As consequências da pandemia para o corpo são visíveis e, como tudo está interligado, o aspecto emocional impacta diretamente na saúde física. Levantamento do Ipsos Global Advisor aponta que o brasileiro foi o que mais ganhou peso ao longo da pandemia, na comparação com outros países. Enquanto na média global 31% dos indivíduos engordaram, no Brasil, esse índice chega a 52% da população.

Disponível em [https://www.em.com.br/app/noticia/bem-viver/2021/09/19/interna\\_bem\\_viver,1305962](https://www.em.com.br/app/noticia/bem-viver/2021/09/19/interna_bem_viver,1305962).

A pandemia não acabou, mas, por conta do avanço da vacinação, aos poucos, a vida que se levava antes de 2020 começa a ser retomada. Com a liberação para práticas de atividades físicas em Fortaleza, Paulo decidiu nadar no clube, regularmente, de quatro em quatro dias. Começou a nadar em um sábado; nadou pela segunda vez na quarta-feira seguinte, depois no domingo e assim por diante. Nesse caso, na centésima vez em que Paulo for nadar, será

- A** segunda-feira.
- B** terça-feira.
- C** quarta-feira.
- D** quinta-feira.
- E** sexta-feira.

**Questão 51**

(Ronaebson)

Gheraldy, de dez anos, estava febre e muita tosse. Carlito, seu pai, resolveu levá-lo ao pediatra, que prescreveu o seguinte tratamento:

- Xarope Nãootemgripe, de dez em dez horas, somente enquanto a tosse persistisse;
- Antitérmico Xôfebre, de seis em seis horas, apenas enquanto a febre perdurasse;
- Antibiótico Bactericilina, de oito em oito horas, durante dez dias ininterruptos.

Carlito, muito precavido, logo após comprar toda a medicação, começou o tratamento, dando ao menino uma dose de cada um dos três remédios simultaneamente, às 19h do dia 01/11/2017. Carlito também elaborou uma tabela, em que ia anotando todos os horários em que o filho tomava cada um dos remédios.

Sabe-se que a febre desapareceu ao final do terceiro dia completo de tratamento, mas a tosse só acabou definitivamente após cinco dias inteiros de uso do xarope. Sendo assim, no dia 03/11/2017 às 19h, Gheraldy tomou o(s) medicamento(s)

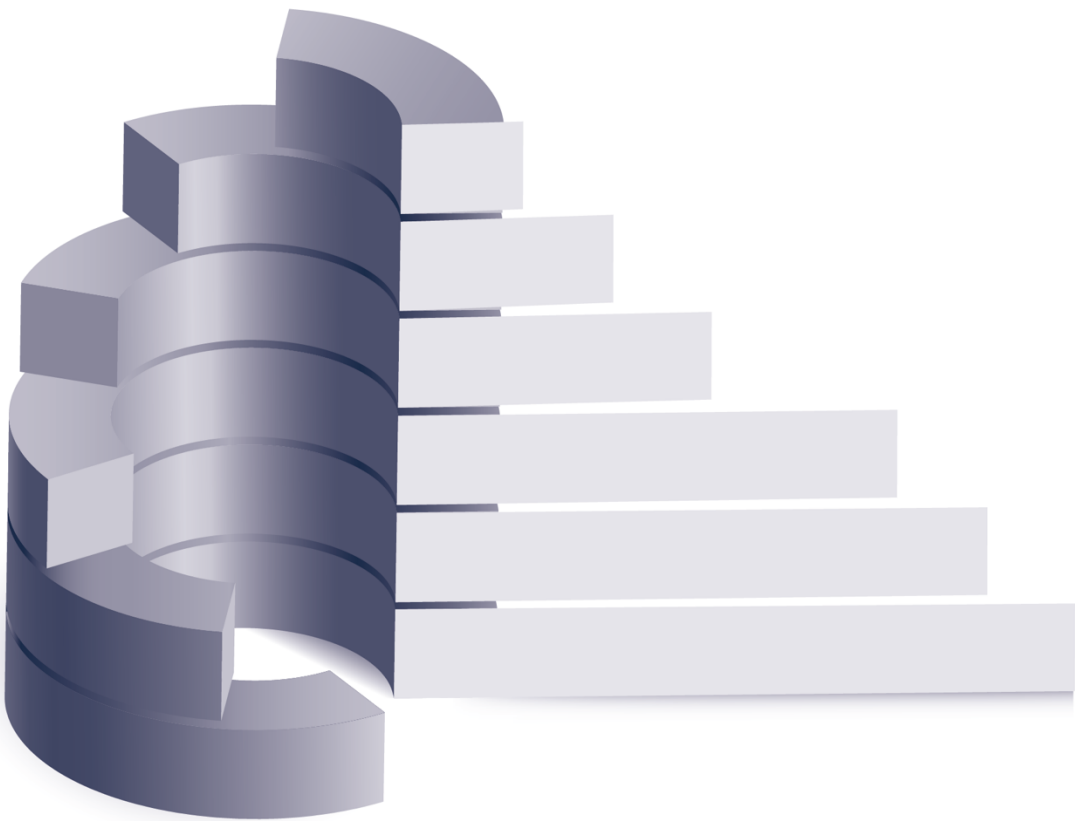
- A** Nãootemgripe, Xôfebre e Bactericilina.
- B** Nãootemgripe e Xôfebre.
- C** Xôfebre e Bactericilina.
- D** Nãootemgripe e Bactericilina.
- E** Nãootemgripe.

Gabarito _ Fixação Divisibilidade	
Questão	Resposta
<b>F_01</b>	Quarta-feira
<b>F_02</b>	31
<b>F_03</b>	3ª Coluna
<b>F_04</b>	Multiplique por 3 e depois por 4 ou multiplique por 3, depois por 2 e depois por 2, ou mesmo, multiplique por 2 e depois por 6.
<b>F_05</b>	5
<b>F_06</b>	4 min
<b>F_07</b>	200 s
<b>F_08</b>	304
<b>F_09</b>	180
<b>F_10</b>	a) 24m b) 31
<b>F_11</b>	18
<b>F_12</b>	90
<b>F_13</b>	6
<b>F_14</b>	a) 20 5 brancas e 3 vermelhas

GABARITO _ DIVISIBILIDADE HORA DE PRATICAR			
QUESTÃO	RESPOSTA	QUESTÃO	RESPOSTA
<b>01</b>	B	<b>27</b>	D
<b>02</b>	E	<b>28</b>	B
<b>03</b>	B	<b>29</b>	A
<b>04</b>	A	<b>30</b>	E
<b>05</b>	B	<b>31</b>	D
<b>06</b>	B	<b>32</b>	C
<b>07</b>	A	<b>33</b>	D
<b>08</b>	B	<b>34</b>	D
<b>09</b>	E	<b>35</b>	E
<b>10</b>	E	<b>36</b>	D
<b>11</b>	C	<b>37</b>	A
<b>12</b>	A	<b>38</b>	C
<b>13</b>	B	<b>39</b>	C
<b>14</b>	C	<b>40</b>	A
<b>15</b>	C	<b>41</b>	B
<b>16</b>	E	<b>42</b>	E
<b>17</b>	B	<b>43</b>	E
<b>18</b>	C	<b>44</b>	D
<b>19</b>	D	<b>45</b>	A
<b>20</b>	E	<b>46</b>	B
<b>21</b>	A	<b>47</b>	D
<b>22</b>	C	<b>48</b>	B
<b>23</b>	B	<b>49</b>	C
<b>24</b>	B	<b>50</b>	C
<b>25</b>	C	<b>51</b>	C
<b>26</b>	D		



# PROGRESSÃO ARITMÉTICA







## PROGRESSÃO ARITMÉTICA

No tanque central de combustível de um avião havia 3000 litros de querosene (QAV – Querosene de Aviação) quando o técnico responsável pelo abastecimento começou a abastecê-lo. O enchimento desse tanque demorou 10 minutos, à vazão de 1300 litros de QAV por minuto.

A sequência a seguir tem como primeiro termo a quantidade de combustível no tanque, em litros, antes do início do abastecimento. Cada um dos termos seguintes é a quantidade de combustível no tanque, em litros, ao final de cada minuto do abastecimento:

(3000, 4300, 5600, 6900, 8200, 9500, 10800, 12100, 13400, 14700, 16000)

Essa sequência numérica é chamada de progressão aritmética, porque, ao adicionarmos a cada um de seus termos uma mesma constante, obtemos o termo seguinte; nesse caso, adicionamos 1300 a cada termo, veja:

$$\begin{aligned} 3000 + 1300 &= 4300 \\ 4300 + 1300 &= 5600 \\ 5600 + 1300 &= 6900 \\ &\dots \end{aligned}$$

Outra maneira de fazermos a mesma leitura é a de que uma sucessão de números na qual a diferença entre dois termos consecutivos é constante, é denominada **Progressão Aritmética**, ou abreviadamente de **PA**, dessa forma, tomando como referência o exemplo supracitado, observamos que:

$$\begin{aligned} 4300 - 3000 &= 1300 \\ 5600 - 4300 &= 1300 \\ 6900 - 5600 &= 1300 \\ &\dots \end{aligned}$$

ou seja, a diferença entre dois termos consecutivos é sempre constante e igual a 1300, e nesse caso, 1300 é a razão da progressão aritmética.

**Definição:** PROGRESSÃO ARITMÉTICA É TODA SEQUÊNCIA NUMÉRICA EM QUE CADA TERMO, A PARTIR DO SEGUNDO, É SEMPRE IGUAL AO TERMO ANTERIOR ADICIONADO DE UMA CONSTANTE  $r$ . O NÚMERO  $r$  É CHAMADO DE **RAZÃO** DA PROGRESSÃO ARITMÉTICA.

$$a_n = a_{n-1} + r$$

Exemplos:

(5, 8, 11, 14, 17, ...) é um P.A. de razão 3.

(10, 8, 6, 4, 2, 0, ...) é uma P.A. de razão -2.

Genericamente, temos que numa progressão aritmética

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots)$$

a razão é dada por

$$r = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots$$

ou seja,

$$r = a_n - a_{n-1}$$

Uma progressão aritmética pode ser classificada como crescente, decrescente ou constante.

i) P.A. Crescente: Uma progressão aritmética é crescente quando a sua razão é maior que zero, ou seja, quando o consequente de um termo qualquer é maior que este termo.

Exemplos:

$$\begin{aligned} (1, 2, 3, \dots) \\ (-16, -12, -8) \end{aligned}$$

Note que a razão das progressões acima, respectivamente, 1 e 4, são todas maiores que zero.

ii) P.A. Decrescente: Uma progressão aritmética é decrescente quando a sua razão é menor que zero, ou em outras palavras, quando o consequente de um termo qualquer é menor que este termo.

Exemplos:

$$\begin{aligned} (31, 29, 27, \dots) \\ (9, 0, -9) \end{aligned}$$

Veja que a razão das progressões acima, respectivamente, -2 e -9, são todas menores que zero.

iii) P.A. Constante: Uma progressão aritmética é constante quando sua razão é igual a zero. Neste caso todos os termos da P.A. têm o mesmo valor.

Exemplos:

$$\begin{aligned} (3, 3, \dots, 3) \\ (7, 7, 7, 7, 7) \end{aligned}$$

Note que em ambas as progressões acima  $r = 0$ .

**FÓRMULA POSICIONAL  
(FÓRMULA DO TERMO GERAL)**

Em uma progressão aritmética  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots)$ , para avançar um termo basta somar a razão; para avançar dois termos, basta somar duas vezes a razão, e assim por diante, de modo que ao passar de  $a_1$  para  $a_n$ , avançamos  $n - 1$  termos, logo basta somar  $n - 1$  vezes a razão.

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + r \\ a_3 &= a_2 + r = a_1 + 2r \\ a_4 &= a_3 + r = a_1 + 3r \\ a_5 &= a_4 + r = a_1 + 4r \\ &\dots \end{aligned}$$

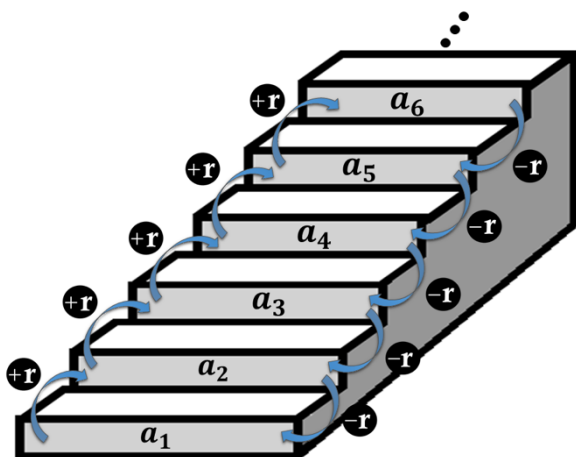
$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Ainda podemos perceber que  $a_{15} = a_5 + 10r$ , pois, ao passar de  $a_5$  para  $a_{15}$ , avançamos 10 termos;  $a_9 = a_3 + 6r$ , pois avançamos 6 termos ao passar de  $a_3$  para  $a_9$ ;  $a_4 = a_{13} - 9r$ , pois retrocedemos 9 termos ao passar de  $a_{13}$  para  $a_4$ .

Assim, sendo  $a_p$  um termo qualquer da P.A., podemos pensar numa fórmula mais abrangente para o termo geral que é:

$$a_n = a_p + (n - p) \cdot r$$

Uma dica legal para não ficar preso às fórmulas é pensar cada termo da P.A. como os degraus de uma escada, de modo que para subir, somamos a razão e para descer, subtraímos.



**Problema 01:** Considere a sequência a seguir:

$$(4, 7, 10, 13, 16, \dots)$$

Determine o 27º termo.

**Solução:**

Como a diferença entre dois termos consecutivos é sempre 3, temos uma P.A. de primeiro termo igual a 4 e razão 3. Assim:

$$a_{27} = a_1 + 26 \cdot r \Rightarrow a_{27} = 4 + 26 \cdot 3$$

$$a_{27} = 82.$$

**Problema 02:** Interpolar 4 meios aritméticos entre 2 e 27.

**Solução:**

Interpolar significa inserir. Assim, interpolar quatro meios aritméticos entre 2 e 27, nessa ordem, significa determinar uma P.A. de primeiro termo 2 e último termo 27, havendo entre eles quatro outros termos, isto é:

$$(2, \underbrace{a_2, a_3, a_4, a_5}_{\text{meios aritméticos}}, 27)$$

Pela fórmula posicional, temos:

$$a_6 = a_1 + 5r \Rightarrow 27 = 2 + 5r$$

$$r = 5.$$

Logo, a P.A. em questão é

$$(2, 7, 12, 17, 22, 27).$$

**Problema 03:** Percorrendo uma estrada no sentido crescente das marcas quilométricas, percebe-se o primeiro radar no quilômetro 41. A partir daí há um radar a cada 20 quilômetros. Quantos radares existem até o quilômetro 420 dessa estrada?

**SOLUÇÃO:**

A sequência cujos termos correspondem às marcas quilométricas onde existem radares, até o quilômetro 420, é uma P.A. de primeiro termo 41 e razão 20.

$$(41, 61, 81, \dots, a_n)$$

Observe que ainda não sabemos quem é o último termo dessa sequência, devemos supor que

$$a_n \leq 420.$$

Assim,

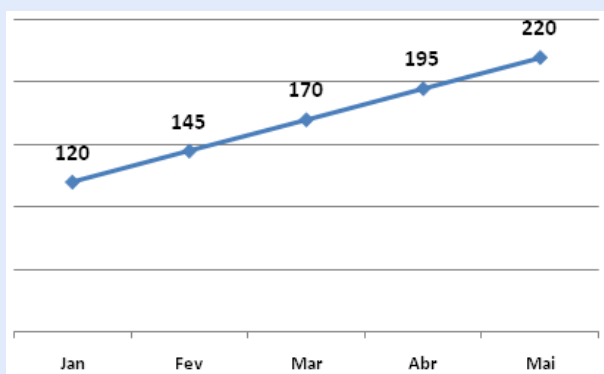
$$a_1 + (n - 1) \cdot r \leq 420 \Rightarrow 41 + (n - 1) \cdot 20 \leq 420$$

$$20n - 20 \leq 379 \Rightarrow 20n \leq 399$$

$$n \leq 19,95$$

Como  $n$  é um número natural, temos que o maior valor possível para  $n$  é 19. Consequentemente, até o quilômetro 420 há 19 radares.

**Problema 04: (Ronaebson)** O gráfico a seguir mostra o número de tênis vendidos por uma loja entre os meses de janeiro e maio de 2019.



Na hipótese de um crescimento linear dessas vendas até o final do referido ano, espera-se que em dezembro de 2019, o número de tênis vendidos seja igual a

- A 245.
- B 275.
- C 295.
- D 370.
- E 395.

**Solução:**

Observe que mês a mês há um aumento de 25 tênis vendidos na loja, logo as quantidades mensais de vendas formam uma P.A. de razão 25, onde  $a_1 = 120$ . Assim, o número de tênis vendidos em dezembro de 2019 será:

$$a_{12} = a_1 + 11 \cdot r \Rightarrow a_{12} = 120 + 11 \cdot 25$$

$$a_{12} = 395.$$

Resposta: [E]

Para treinar rapidinho  
Fixação

**F\_01:** Em uma progressão aritmética, o quarto termo vale 50 e o vigésimo quarto termo vale 90. Quanto vale o oitavo termo dessa progressão?

**F\_02:** Qual é a razão da progressão aritmética que se obtém inserindo 10 termos entre os números 3 e 36?

**F\_03:** Uma fábrica de automóveis produziu 400 veículos em janeiro e aumenta mensalmente sua produção de 30 veículos. Quantos veículos foram produzidos em julho do mesmo ano?

**F\_04:** O cometa Halley visita a Terra a cada 76 anos. Sua última passagem por aqui foi em 1986. Quantas vezes ele visitou a Terra desde o nascimento de Cristo? Em que ano foi sua primeira passagem na era Cristã?

**F\_05:** O preço de um carro novo é de R\$ 60000,00 e diminui R\$ 3000,00 a cada ano de uso. Qual será o preço desse carro com 5 anos de uso?

**NOTAÇÃO ESPECIAL**

**PA DE TRÊS TERMOS:**

$$(x - r, x, x + r)$$

**PA DE QUATRO TERMOS:**

$$(x - 3y, x - y, x + y, x + 3y), \text{ com } r = 2y$$

**PA DE TRÊS TERMOS:**

$$(x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r)$$

**Problema 05:** Determine as medidas dos ângulos internos de um triângulo, sabendo elas formam uma progressão aritmética e que a diferença entre as medidas do maior ângulo e do menor é igual a  $40^\circ$ .

**Solução:**

Como as medidas dos três ângulos formam uma P.A., utilizaremos a notação especial:

$$(x - r, x, x + r)$$

Lembrando que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é  $180^\circ$ , temos:

$$x - r + x + x + r = 180^\circ \Rightarrow 3x = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ.$$

Ou seja, já sabemos que um dos ângulos mede  $60^\circ$ .

Considerando que a razão  $r$  da P.A. é positiva, temos que o maior ângulo mede  $x + r$  e o menor,  $x - r$ . Assim,

$$(x + r) - (x - r) = 40^\circ \Rightarrow 2r = 40^\circ \Rightarrow r = 20^\circ.$$

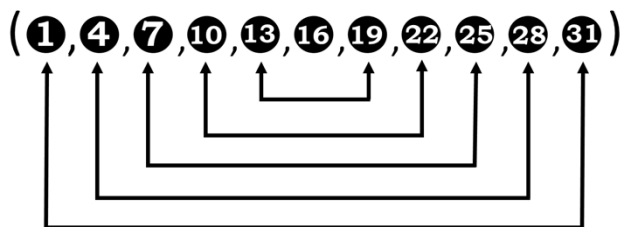
Temos então que as medidas dos ângulos internos do referido triângulo formam uma P.A. de razão  $20^\circ$  e termo central igual a  $60^\circ$ , ou seja, esses ângulos são  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $80^\circ$ .

**F\_06:** Os lados de um triângulo retângulo formam uma progressão aritmética crescente. Mostre que os lados são proporcionais a 3, 4 e 5.

**PROPRIEDADES DAS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS**

**P\_1:** Em toda P.A. finita, a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos extremos.

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \dots$$



$$1 + 31 = 4 + 28 = 7 + 25 = 10 + 22 = 13 + 19$$

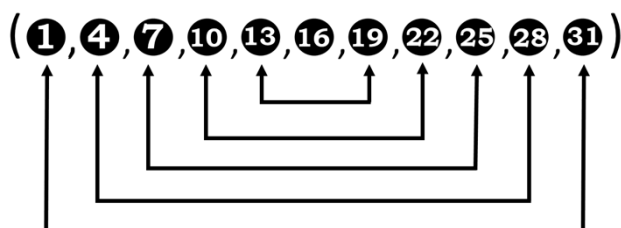
**P\_2:** Em toda P.A., cada termo, a partir do segundo, é sempre igual à média aritmética entre o termo anterior e o posterior a ele.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Observe que na P.A. (2, 8, 14, 20, 26, 32, 38), temos:

$$8 = \frac{2+14}{2}; 14 = \frac{8+20}{2}; 20 = \frac{14+26}{2}; \dots$$

**P\_3:** Em uma P.A. com número ímpar de termos, o termo médio é a média aritmética entre os termos extremos.



$$\frac{1 + 31}{2} = \frac{4 + 28}{2} = \frac{7 + 25}{2} = \frac{13 + 19}{2} = 16$$

**Problema 06: (Ronaebson)** No primeiro semestre deste ano, o número de pacientes atendidos num determinado hospital aumentou, mês a mês, de uma quantidade fixa. Em janeiro, foram atendidos 18000 pacientes e em junho, 78000. Se o hospital interna cerca de 30% de pacientes que atende mensalmente, o total de pacientes internados nos meses de março e abril foi

- A 32400.
- B 30600.
- C 28800.
- D 26200.
- E 24500.

**Solução:**

Como o número de pacientes atendidos aumentou, mês a mês, de uma quantidade fixa, temos que essas quantidades formam uma P.A. onde  $a_1 = 18000$  e  $a_6 = 78000$ .

Como estamos interessados no total de pacientes atendidos nos meses de março e abril, queremos  $a_3 + a_4$ . E pela propriedade P\_1, temos:

$$a_3 + a_4 = a_1 + a_6 = 18000 + 78000 = 96000.$$

Logo, desses pacientes, o número dos que ficaram internados foi

$$0,3 \cdot 96000 = 28800.$$

Resposta: [C]

**REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA P.A.**

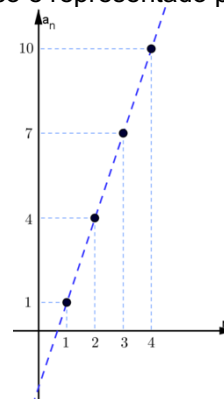
Considere a P.A. (1, 4, 7, 10, ...) de razão 3.

Como já vimos, seu termo geral é dado por

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 3 \Rightarrow a_n = 3n - 2.$$

Perceba que o termo geral dessa progressão é dado pela lei de uma função afim, ou seja, a P.A. em questão é a restrição aos naturais da função afim  $y = 3x - 2$ .

Assim, seu gráfico é representado pela figura abaixo:

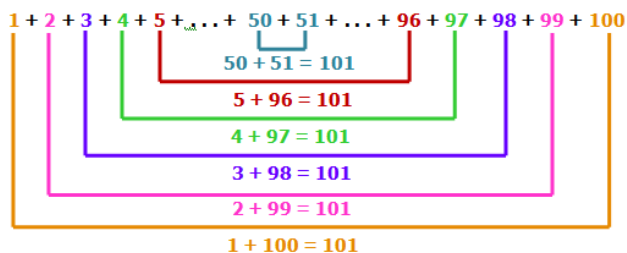


Portanto, pensando em uma progressão aritmética como uma função que associa a cada número natural o valor  $a_n$ , o gráfico dessa função é formado por uma sequência de pontos colineares no plano.

### SOMA DOS TERMOS DE UMA P.A.

Tentando manter sua turma de ensino fundamental ocupada, o professor Büttner da escola Braunschweig na Alemanha propôs aos seus alunos que calculassem a soma dos números naturais de 1 a 100. Esperava-se que os alunos passassem bastante tempo para executar a tarefa e, surpreendentemente, em instantes, um menino de cerca de 8 anos respondeu corretamente, 5050.

Veja a seguir o esquema que representa a ideia que Gauss teve para efetuar a soma:



Observe que o que Gauss utilizou a propriedade P\_1 citada anteriormente.

O engenhoso aluno era Karl Friedrich Gauss, ele observou que se somasse o primeiro número com o último,  $1 + 100$ , obtinha 101; se somasse o segundo com o penúltimo,  $2 + 99$ , também obtinha 101; somando o terceiro número com o antepenúltimo,  $3 + 98$ , o resultado também era 101. Percebeu então que somar todos os números de 1 a 100 correspondia a somar 50 vezes o número 101, o que resulta em 5.050.



Gauss nasceu em 30 de abril de 1777 e faleceu em 1855. Atuou em muitas áreas das ciências exatas. Trabalhou em álgebra, teoria dos números, equações diferenciais, teoria de funções elípticas, cartografia, pesquisou o campo magnético terrestre, participou do desenvolvimento do primeiro telégrafo elétrico, contribuiu para a física-matemática com trabalhos em eletromagnetismo e gravitação, além de inúmeros outros tópicos aos quais dedicou suas pesquisas.

Estendendo a ideia de Gauss para o caso geral e utilizando a propriedade P\_1, podemos somar os  $n$  primeiros termos de uma Progressão Aritmética qualquer.

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

↓

$$S_n = \underbrace{(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)}_{\frac{n}{2} \text{ vezes}}$$

↓

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

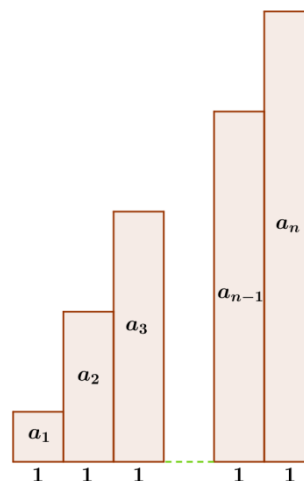
Assim, para somarmos os termos de uma P.A. basta somar o primeiro termo ao último termo, multiplicar essa soma pela quantidade de termos para então dividir tudo por 2.

### Interpretação Gráfica da soma dos termos de uma P.A.

Considerando  $n$  retângulos de bases unitárias (1) cujas medidas das alturas formam uma PA crescente  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n)$ .

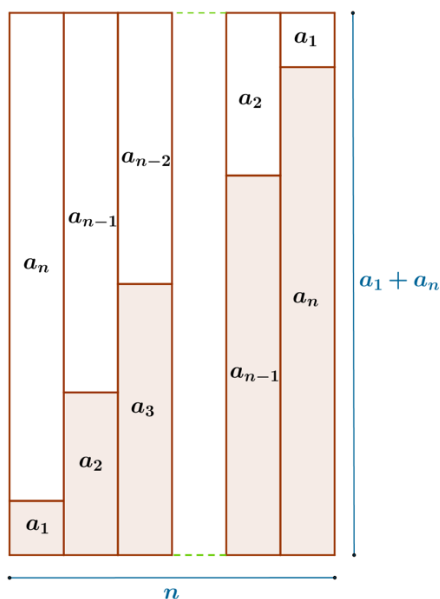
Como a base de cada retângulo mede uma unidade, as áreas desses retângulos são numericamente iguais aos termos dessa PA.

Colocando lado a lado esses retângulos, com as alturas em ordem crescente, obtemos a primeira figura abaixo.



Acima do retângulo, construímos outro cuja soma das alturas é  $a_1 + a_n$ , conforme mostra a segunda figura.





A área da região sombreada,

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

é a metade da área do retângulo ABCD, isto é:

$$S_n = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{altura}$$

$$S_n = \frac{1}{2} \times n \times (a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

**Problema 07:** Calcule a soma a seguir

$$S_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1).$$

**SOLUÇÃO:**

Perceba que a soma possui  $n$  parcelas e que os termos formam uma P.A. de razão 2. Assim:

$$S_n = \frac{(1 + (2n - 1)) \cdot n}{2} \Rightarrow S_n = n^2.$$

Em outras palavras, a soma dos  $n$  primeiros números ímpares é igual a  $n^2$ .

Vejamos:

$$\begin{aligned} 1 &= 1^2 \\ 1 + 3 &= 2^2 \\ 1 + 3 + 5 &= 3^2 \\ 1 + 3 + 5 + 7 &= 4^2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

**Problema 08: (Ronaebson)** O pequeno Samuel recebia do seu pai uma mesada de R\$ 200,00. Certo dia, ele chega para o seu pai e diz:

— Pai, em vez do senhor me dá R\$ 200,00, o senhor pode me dá R\$ 1,00 no primeiro dia do mês, R\$ 1,50 no segundo dia, R\$ 2,00 no terceiro dia, e assim por diante, até o último dia do mês.

O pai quando viu aqueles valores pequenos não pensou muito e, achando que teria mais vantagem, aceitou a proposta.

Ao final do mês, o Pai percebeu que os valores realmente foram diferentes, entretanto o filho ganhou bem mais do que ganhava antes.

Qual percentual o filho ganhou a mais do que ganhava ao final de um mês de 31 dias?

**Solução:**

Primeiramente, observe que os valores que Samuel ganhará a cada dia formam uma progressão aritmética de razão R\$ 0,50.

$$\begin{aligned} a_1 &= 1,00 \\ a_2 &= 1,50 \\ a_3 &= 2,00 \\ a_4 &= 2,50 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Vamos determinar qual valor ele recebeu no último dia do mês.

$$\begin{aligned} a_{31} &= a_1 + 30r \Rightarrow a_{31} = 1 + 30 \cdot 0,5 \\ a_{31} &= \text{R\$ } 16,00. \end{aligned}$$

Assim, o total que ele recebeu ao longo de todo mês foi

$$S_{31} = \frac{(a_1 + a_{31}) \cdot 31}{2} = \frac{(1 + 16) \cdot 31}{2}$$

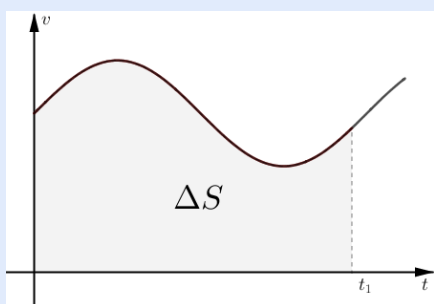
$$S_{31} = \text{R\$ } 263,50.$$

Quando comparamos o valor que ele recebeu com o que outrora era acordado, temos:

$$\frac{263,50}{200} = 1,3175$$

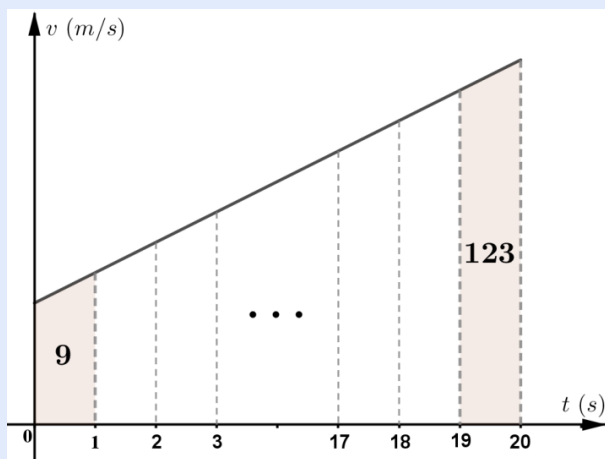
que corresponde a 31,75% a mais.

**Problema 09: (Ronaebson)** Quando estudamos cinemática, uma das técnicas que aprendemos para o cálculo do deslocamento realizado pelo corpo é que o seu valor corresponde à área do gráfico abaixo da curva  $v \times t$  no intervalo de tempo desejado. Veja:



Além disso, aprendemos que num movimento retilíneo uniformemente variado (m.r.u.v.), os deslocamentos realizados durante cada segundo variam de acordo com uma progressão aritmética, isto é, se considerarmos  $\Delta S_n$  o deslocamento do corpo durante o n-ésimo segundo do movimento (entre  $t = n - 1 s$  e  $t = n s$ ), por exemplo,  $\Delta S_7$  é o deslocamento realizado durante o sétimo segundo do movimento (entre  $t = 6 s$  e  $t = 7 s$ ), a sequência  $(\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3, \dots, \Delta S_n, \dots)$  forma, nessa ordem, uma progressão aritmética.

Um aluno, estudando movimento retilíneo uniformemente variado, encontrou o gráfico da velocidade de um projétil em função do tempo.



Sabendo que os valores no interior de cada uma das regiões hachuradas do gráfico representam as áreas das respectivas regiões, o deslocamento realizado por esse projétil ao longo dos 20 primeiros segundos do movimento foi de

- A** 1107 m.
- B** 1140 m.
- C** 1230 m.
- D** 1320 m.
- E** 2720 m.

**Solução:**

O deslocamento realizado por esse projétil ao longo dos 20 primeiros segundos é numericamente igual a área abaixo da reta  $v \times t$ , com  $t$  variando de 0 a 20s. Como essa área é a soma das áreas de todos os trapézios que, por sua vez, estão em progressão aritmética, temos que o deslocamento será dado por

$$\Delta S_{Total} = \frac{(\Delta S_1 + \Delta S_{20}) \cdot 20}{2} = (9 + 123) \cdot 10$$

$$\Delta S_{Total} = 1320 \text{ m.}$$

*Resposta: [D]*

**Problema 10: (Ronaebson)** Samuel emprestou R\$ 2400,00 a Renan, que combinou de pagar a dívida em parcelas mensais. O acordo firmado entre os dois foi que a primeira parcela seria de R\$ 110,00 e que, a cada mês, o valor da parcela aumentaria R\$ 20,00.

Sabendo que, com esse plano de pagamento, Samuel receberá, no total, 10% a mais do que o valor emprestado, quanto tempo levará para que essa dívida seja quitada por Renan?

- A** 10 meses
- B** 12 meses
- C** 18 meses
- D** 22 meses
- E** 24 meses

**Solução:**

Valor emprestado: R\$ 2400,00.

Valor total pago:  $2400 \times 1,1 = \text{R\$ } 2640,00$ .

Temos que as parcelas formam uma P.A. de primeiro termo igual a 110 e razão igual a 20. Além disso, a soma de todos os termos dessa P.A. é igual a 2640. Assim:

$$S_n = 2640 \Rightarrow \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = 2640$$

$$\frac{[110 + (110 + (n - 1) \cdot 20)] \cdot n}{2} = 2640$$

$$n \cdot (n + 10) = 264$$

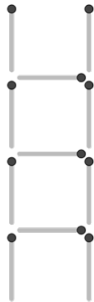
O aluno pode resolver a equação do segundo grau que aparecerá ao efetuar a propriedade distributiva, ou procurar dois números onde um deles é 10 unidades maior do que o outro e o produto entre eles é 264. Esses números são 12 e 22, logo  $n = 12$ , ou seja, a dívida será quitada em 12 meses.

*Resposta: [B]*

**R Hora de Praticar**

**Questão 01** (Ronaebson)

Felipe está brincando de formar desenhos de escadas com palitos de fósforos e com 11 desses palitos ele formou uma escada de três degraus, conforme a figura a seguir.



Qual o número de palitos de fósforos para fazer uma escada semelhante a essa com 25 degraus?

- A 68
- B 72
- C 77
- D 88
- E 93

**Questão 02** (Ronaebson)

Tendo em vista o número de acidentes ocorridos numa determinada rodovia federal, o DNIT instalou radares (medidores de velocidade) ao longo da via.

Percorrendo a rodovia no sentido crescente das marcas quilométricas, percebe-se o primeiro radar no quilômetro 30. A partir daí há um radar a cada 25 quilômetros.

Quantos radares existem até o quilômetro 300 dessa rodovia?

- A 10
- B 11
- C 12
- D 13
- E 14

**Questão 03** (UTFPR\_2023)

Uma startup de tecnologia, com potencial de crescimento, possuía 5 clientes em janeiro de 2023, em fevereiro de 2023 a startup conquistou 2 novos clientes, o mesmo ocorreu nos próximos 4 meses.

Quantos clientes a startup terá no final de junho de 2023?

- A 12.
- B 13.
- C 17.
- D 21.
- E 15.

**Questão 04** (UECE\_2023)

A sequência de números inteiros positivos, que segue, foi construída do seguinte modo: o primeiro termo é igual a dois; o segundo termo é igual ao primeiro somado com quatro; o terceiro termo é igual ao segundo somado com dois; o quarto termo é igual ao terceiro somado com quatro; o quinto termo é igual ao quarto somado com dois; o sexto é igual ao quinto somado com quatro; ... e assim sucessivamente (2, 6, 8, 12, 14, 18, ...). Considerando essa sequência, pode-se afirmar corretamente que o centésimo primeiro termo é igual a

- A 304.
- B 298.
- C 302.
- D 300.

**Questão 05** (UERR\_2023)

Determinado partido político decidiu apresentar nomes para concorrer a uma vaga de deputado estadual e a uma vaga na Assembleia Legislativa de Boa Vista, no ano de 2022. Dentre os filiados ao partido, trinta possuíam as qualificações necessárias para concorrer a essas duas vagas; eles foram agrupados de acordo com suas autodeclaradas etnias, conforme tabela a seguir. Esses filiados foram apresentados na convenção do partido para a escolha de duas chapas para concorrerem aos dois cargos; cada chapa é composta de dois nomes (o titular e o vice).

número de candidatos	etnia
12	pardos
6	indígenas
5	negros
7	brancos

O partido mencionado no texto decidiu que, a partir das próximas eleições, o número de candidatos apresentados será crescente e estará em uma progressão aritmética de razão 5, com o primeiro termo igual a 30. O partido também obedecerá à seguinte regra: as proporções de candidatos, segundo as quatro etnias consideradas, devem ser mantidas em todas as próximas eleições.

Seguindo-se essa orientação e sabendo-se que as eleições ocorrem a cada quatro anos, é correto afirmar que o número de candidatos de etnia indígena que o partido apresentará nas eleições de 2038 será

- A superior a 19.
- B superior a 17 e inferior a 19.
- C superior a 14 e inferior a 16.
- D superior a 11 e inferior a 13.
- E inferior a 11.

**Questão 06**

(EEAR\_2022)

Pedro é um tenista profissional que vem treinando 120 saques por dia. Porém, a partir de amanhã, a cada dia de treino ele fará 5 saques a mais que no treino anterior. Se o objetivo de Pedro é alcançar o dia em que treinará 180 saques, ele conseguirá isso no \_\_\_\_\_ dia de treino, considerando hoje o primeiro dia.

- A 10°
- B 12°
- C 13°
- D 15°

**Questão 07**

(UEG\_2022)

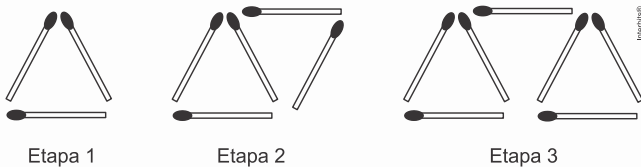
Considerando que a montadora de veículos “Carros do Bem” estava com a produção em uma Progressão Aritmética crescente no primeiro semestre de 2021, se ela produziu em janeiro 15.000 carros e em julho 75.000 carros, significa que em maio a sua produção foi de

- A 65.000 carros.
- B 63.000 carros.
- C 60.000 carros.
- D 55.000 carros.
- E 45.000 carros.

**Questão 08**

(UFRGS\_2020)

Considere o padrão de construção de triângulos com palitos, representado nas figuras abaixo.



Na etapa n, serão utilizados 245 palitos. Nessas condições, n é igual a

- A 120.
- B 121.
- C 122.
- D 123.
- E 124.

**Questão 09**

(IFSUL\_2020)

Para a produção de peças em ferro, aço e cobre, ocorreram aumentos mensais, sendo de uma tonelada, meia tonelada e duzentos quilogramas, respectivamente, conforme é apresentado na tabela abaixo fornecida pela fábrica. Os dados numéricos estão em toneladas (t).

	1º mês	2º mês	3º mês	4º mês
Ferro	20 t	21 t	22 t	23 t
Aço	10 t	10,5 t	11 t	11,5 t
Cobre	7 t	7,2 t	7,4 t	7,6 t

Seguindo esses mesmos aumentos mensais para cada tipo de fundição, ferro, aço e cobre, a produção total em toneladas no décimo primeiro mês será de

- A 54 t.
- B 55 t.
- C 56 t.
- D 57 t.

**Questão 10**

Davi é uma criança que adora brincar com sequências numéricas. Seu pai, professor de Matemática, propôs ao menino que escrevesse em seu caderno uma sequência numérica crescente, com os números naturais menores do que 100, no formato de uma tabela com 25 linhas e 4 colunas, mas sem mostrar para ele como ficou. Temos a seguir as primeiras linhas dessa tabela:

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
⋮			

Depois de pronta a tabela, o pai pediu ao filho que pensasse num número natural menor do que 100 e lhe informasse apenas a linha e a coluna que ele ocupava nessa tabela.

Se Davi disse a seu pai que o número estava representado na 15ª linha e 3ª coluna da tabela, então o menino pensou no número

- A 64.
- B 62.
- C 60.
- D 58.

**Questão 11**

Karen inventou um jogo de cartas com 40 cartões, cada um com cinco números naturais consecutivos, de modo que o 1º cartão tem os números de 1 a 5, o 2º cartão deve ter um único número igual ao 1º cartão, o 3º cartão deve ter um único número igual ao 2º cartão, e assim sucessivamente.

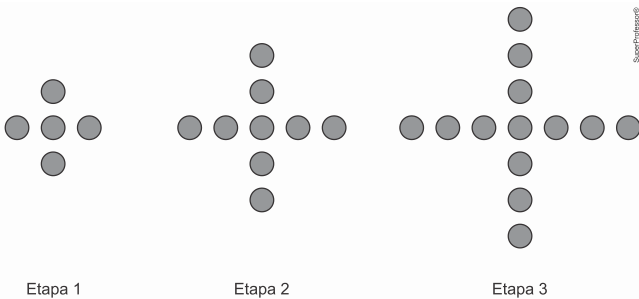
A soma dos cinco números presentes no 30º cartão deste jogo é

- A** 589.
- B** 595.
- C** 789.
- D** 795.

**Questão 12**

(UFRGS\_2022)

Considere o padrão de construção que fez uso de discos, conforme as figuras representadas nas etapas 1, 2 e 3, abaixo.



Na etapa 200, serão usados  $n$  discos. Seguindo esse padrão de construção,  $n$  é igual a

- A** 783.
- B** 792.
- C** 801.
- D** 810.
- E** 819.

**Questão 13**

(Ronaebson)

Preparando-se para uma competição de natação, um nadador olímpico fez um plano de treino em que, a cada dia, ele aumentava a distância percorrida durante o nado em 200 m em relação ao dia anterior.

Se no 12º dia de treino ele nadou 2 400 m, ele irá nadar 6 000 m, sua meta estabelecida para um único dia, no

- A** 30º dia.
- B** 32º dia.
- C** 35º dia.
- D** 38º dia.
- E** 50º dia.

**Questão 14**

(Ronaebson)

Ao analisar a distribuição de serviços oferecidos num edifício empresarial, o administrador constatou que existe pelo menos uma clínica médica em cada um dos andares 1, 3, 5, 7 e assim sucessivamente, de dois em dois andares. Notou também que existia pelo menos um escritório de advocacia em cada um dos andares 1, 6, 11, 16 e assim por diante, de cinco em cinco andares.

Dado que no último andar do prédio há clínica médica e escritório de advocacia e que em exatamente 10 pavimentos existiu essa intersecção, tem-se que o número de andares desse edifício é igual a

- A** 88.
- B** 91.
- C** 101.
- D** 111.
- E** 115.

**Questão 15**

(Ronaebson)

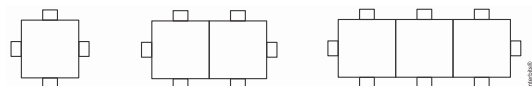
Um nadador estipulou um plano de treinamento diário, nadando 1000 metros no primeiro dia e aumentando 400 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o nadador atingisse, no máximo, 3 km de nado em um mesmo dia de treino.

Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

- A** 5 dias.
- B** 6 dias.
- C** 7 dias.
- D** 8 dias.
- E** 9 dias.

**Questão 16**

Observe na figura a forma de se arrumar mesas e cadeiras.



O número de cadeiras necessárias quando se chegar a 50 mesas será

- A** 102
- B** 104
- C** 106
- D** 108

**Questão 17**

(Ronaebson)

Mané das Contas decidiu rifar seu smartphone entre seus amigos e familiares para poder angariar fundos para uma viagem de intercâmbio. Para tanto, numerou os cupons, somente com os números múltiplos de 3, de 3 a 99. Cada participante sorteava um dos cupons e, conforme o número retirado, pagava o seu valor em reais, por exemplo, quem retirou o cupom com o número 21, pagou R\$ 21,00, e no dia do sorteio concorria com o mesmo número que estava no cupom.

Sabendo que ele vendeu todos os cupons, com exceção de um deles que foi dado a sua mãe, o valor arrecadado por Mané foi no máximo

- A R\$ 3366,00.
- B R\$ 1683,00.
- C R\$ 1680,00.
- D R\$ 1593,00.
- E R\$ 1584,00.

**Questão 18**

(IFAL)

Ao saber que a esposa estava grávida, um homem passa a armazenar latas de leite no quarto do bebê, aguardando sua chegada, porém, para ficar bem decorado, ele as junta formando uma pirâmide, onde na fila superior tem uma lata, na segunda fila duas latas, na terceira três e assim por diante até a fila da base. Se ele consegue formar exatamente 10 filas sem sobras de latas, quantas latas ele conseguiu juntar?

- A 10.
- B 25.
- C 55.
- D 60.
- E 75.

**Questão 19**

Fábio propôs um desafio ao pai dele: como mesada, em vez de receber 80 reais por semana durante quatro semanas, ele quer receber R\$ 1,00 no primeiro dia, R\$ 2,00 no segundo, R\$ 3,00 no terceiro, e assim por diante, até completar 30 dias. Seu pai não titubeou e aceitou o desafio. Sendo assim, a nova proposta de Fábio é, para ele,

- A vantajosa, pois recebe 135 reais a mais.
- B vantajosa, pois recebe 145 reais a mais.
- C desvantajosa, pois recebe 145 reais a menos.
- D desvantajosa, pois recebe 135 reais a menos.
- E indiferente, pois recebe a mesma quantia.

**Questão 20**

(Ronaebson)

O Sistema de Amortização Constante (SAC) é o modelo mais utilizado nos financiamentos e empréstimos para imóveis. Como o próprio nome sugere, esse tipo de sistema consiste na amortização constante do valor principal durante todo o prazo de financiamento. A prestação a ser paga será decrescente, na medida em que os juros incidirão sobre um saldo devedor cada vez menor. O valor da amortização é calculado através da divisão entre o capital emprestado e o número de prestações a serem pagas e, além disso, cada parcela paga nesse sistema corresponderá à amortização do principal emprestado somado aos juros aplicados sobre o saldo devedor. Observando ainda que os juros são obtidos sobre o saldo devedor anterior ao período de apuração do resultado, que o saldo devedor é a soma dos juros ao saldo anterior e que o saldo atual é a diferença entre o saldo devedor e a prestação.

Um jovem contrata um financiamento imobiliário no valor de R\$ 200.000,00 pelo sistema SAC para a compra do seu apartamento. Sabendo que esse apartamento será pago em 200 parcelas e que a taxa de juros ao mês é de 0,5%, ele começou a esboçar um quadro demonstrativo para se programar melhor mensalmente.

PERÍODO	SALDO DEVEDOR	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PRESTAÇÃO	SALDO ATUAL
0					<b>200.000</b>
1	201.000	1.000	1.000	2.000	<b>199.000</b>
2	199.995	1.000	995	1.995	<b>198.000</b>
3	198.980	1.000	990	1.990	<b>197.000</b>
4	197.985	1.000	985	1.985	<b>196.000</b>
5	196.980	1.000	980	1.980	<b>195.000</b>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
200	1005	1.000	5	1005,00	<b>0</b>
<i>Totalizações →</i>		<b>200.000</b>	<b>J</b>	<b>V</b>	

O valor total de juros (**J**) a ser pago nesse financiamento será de

- A R\$ 342.303,42
- B R\$ 300.500,00.
- C R\$ 200.000,00.
- D R\$ 100.500,00.
- E R\$ 75.500,00.



**Questão 21**

(Ronaebson)

Para ajudar a complementar a renda da família, um jovem decidiu fazer brigadeiros *gourmet* para vender. O número de brigadeiros que ele vendeu no mês de janeiro foi 60, no mês de fevereiro, 80, em março, 100 e assim por diante, mantendo esse padrão de crescimento até dezembro do referido ano.

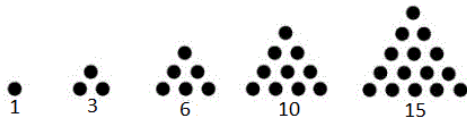
Dado que cada brigadeiro gourmet foi vendido a R\$ 2,50, o valor total arrecado com a venda de brigadeiros naquele ano foi

- A R\$ 2.040,00.
- B R\$ 4.080,00.
- C R\$ 4.500,00.
- D R\$ 5.100,00.
- E R\$ 5.400,00.

**Questão 22**

(Ronaebson)

Um número triangular é um número natural que pode ser representado na forma de um triângulo equilátero. Assim, o  $n$ -ésimo número triangular  $T_n$  pode ser visto como um conjunto de pontos dispostos na forma triangular com lado formado por  $n$  pontos. Veja como dispomos cada um dos cinco primeiros números triangulares.



O  $n$ -ésimo número triangular  $T_n$  pode ser representado pela expressão

- A  $n^2 + 1$ .
- B  $n^2 + n$ .
- C  $n^2$ .
- D  $\frac{n^2}{2}$ .
- E  $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ .

**Questão 23**

(Ronaebson)

Gleydiellen comprou um terreno na cidade de Bayeux e o financiou em 21 anos. O contrato com a financeira estabelece que durante um mesmo ano as parcelas serão todas iguais e que, a cada ano, haverá um reajuste de R\$ 80,00 nas prestações.

Sabendo que o valor de cada prestação do primeiro ano do financiamento é de R\$ 120,00, o valor total a ser pago por esse terreno será

- A R\$ 1.720,00.
- B R\$ 19.320,00.
- C R\$ 38.640,00.
- D R\$ 231.840,00.
- E R\$ 405.720,00.

**Questão 24**

(Ronaebson)

Com o objetivo de completar uma prova de corrida de 42 km de extensão, um atleta começa a treinar semanalmente da seguinte forma:

- Aos domingos ele percorre distâncias maiores, de modo que no primeiro domingo ele corre 10 km e, a cada domingo subsequente, ele corre 1 km a mais que no domingo anterior.
- Às terças-feiras ele faz uma corrida regenerativa, de baixa intensidade e ritmo, sempre correndo 7,5 km.
- Às quintas-feiras ele faz treinos HIITs, também conhecido no Brasil como Treino Intervalado de Alta Intensidade, com objetivo de adquirir condicionamento físico. Em cada um desses treinos, o atleta percorre ao todo 5 km.

Do primeiro domingo até o domingo que o atleta atinge seu objetivo, ele terá percorrido um total de

- A 848,0 km.
- B 858,0 km.
- C 1098,0 km.
- D 1258,0 km.
- E 1270,5 km.

**Questão 25**

(Ronaebson)

Depois de um levantamento feito no curso Matemática Criativa, constatou-se que o número de atendimentos realizados pelos monitores durante o ano 2018 aumentou, mês a mês, de uma quantidade fixa. Sabe-se que esses atendimentos começaram no mês de fevereiro e encerraram no mês de novembro, além disso, o número de atendimentos realizados nos meses de abril e setembro foram 100 e 175, respectivamente.

O relatório do levantamento indicou que 92% de todos os atendimentos no referido ano foram bem avaliados, ou seja, as dúvidas foram todas esclarecidas. Assim, o número de atendimento realizados pela monitoria em 2018 que foram bem avaliados pelos alunos foi

- A 2750.
- B 2530.
- C 1886.
- D 1375.
- E 1265.

**Questão 26**

(Ronaebson)

Uma premiação em dinheiro foi dividida entre os vinte funcionários de uma empresa, de modo que os valores distribuídos para cada um dos funcionários formam uma progressão aritmética crescente, do funcionário de menor tempo na empresa ao funcionário mais antigo.

Dispondo os funcionários em ordem crescente de tempo de serviço, ou seja, do mais novo ao mais antigo, temos que o quarto ganhou R\$ 500 e o décimo sétimo recebeu R\$ 1020.

Qual o valor total da premiação distribuída para os funcionários?

- A R\$ 1140,00.
- B R\$ 10140,00.
- C R\$ 10200,00.
- D R\$ 13680,00.
- E R\$ 15200,00.

**Questão 27**

(Ronaebson)

Danilo, um ciclista amador, pretende se preparar para uma competição e faz a seguinte programação de treino:

- Na primeira semana ele irá pedalar 17 km;
- A partir da segunda semana, a distância por ele percorrida na semana será sempre igual a distância percorrida na semana anterior acrescida de uma constante;
- Na última semana de treinos ele deverá pedalar 170 km;
- Ao todo, ele deverá pedalar um total 4862 km.

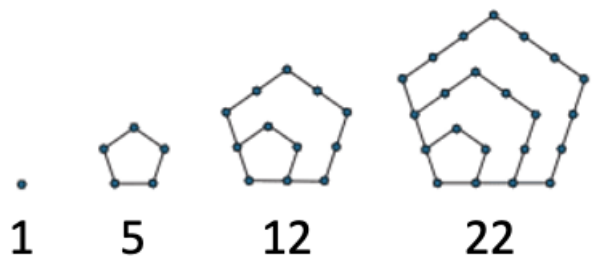
O número de semanas de treino programadas por Danilo foi

- A 30.
- B 45
- C 50.
- D 51.
- E 52.

**Questão 28**

(Ronaebson)

Um número pentagonal é um número natural que pode ser representado na forma de um pentágono regular. Assim, o n-ésimo número pentagonal  $P_n$  pode ser visto como um conjunto de pontos dispostos no plano formando pentágonos, onde o maior deles tem lado formado por  $n$  pontos. Veja como dispomos cada um dos quatro primeiros números pentagonais.



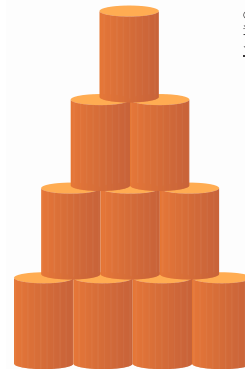
O n-ésimo número pentagonal  $P_n$  pode ser representado pela expressão

- A  $3n^2 - n$ .
- B  $\frac{3n^2 - n}{2}$ .
- C  $n^2 + 2n$ .
- D  $\frac{n^2}{2} + 2n$ .
- E  $\frac{3n \cdot (n-1)}{2}$ .

**Questão 29**

(UPF)

Um supermercado pretende fazer a promoção de um determinado produto colocando uma pilha de latas desse produto de modo que cada linha tenha menos uma lata do que a anterior. No local onde será colocada a pilha de latas há disponibilidade de 2 m para a altura dessa pilha. A pilha termina com apenas uma lata, como mostra a figura, e cada lata tem 10 cm de altura. O número de latas que serão utilizadas para construir essa pilha é:



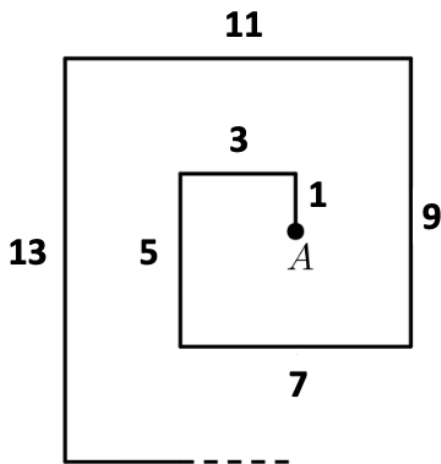
- A 420
- B 200
- C 110
- D 20
- E 210

**Questão 30**

(Ronaebson)

Ranayane foi dar um passeio e começou a percorrer um labirinto que tinha numa grande praça. Ela saiu do ponto A e caminhou 1 m para frente. Depois virou 90° à sua esquerda e caminhou 3 m para frente. Depois virou 90° a esquerda e caminhou 5 m em frente. Ela continuou caminhando de acordo com o padrão anterior, andando sempre 2 m a mais em cada trecho adicional e virando 90° a esquerda ao final desse trecho.

A figura a seguir ilustra os sete primeiros trechos do passeio.



Dado que ela percorreu 20 trechos ao todo, a distância total por ela percorrida foi

- A 39 m.
- B 40 m.
- C 360 m.
- D 400 m.
- E 800 m.

**Questão 31**

(Ronaebson)

Samuel dispôs sobre uma mesa 226 palitos de fósforos, organizando-os em escadas, como ilustra a figura a seguir:

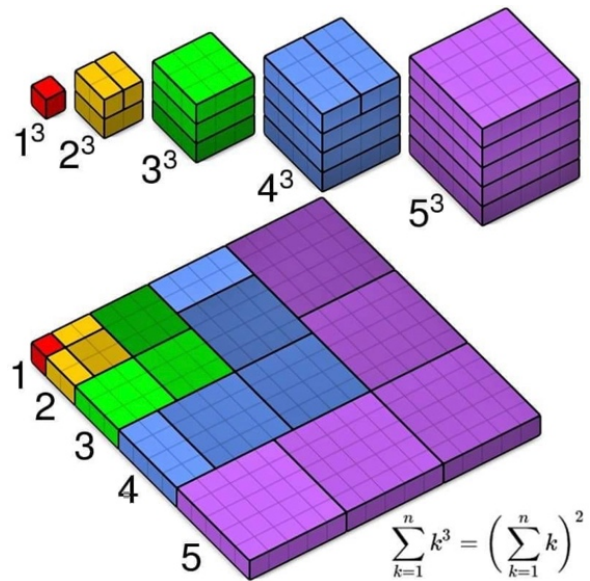


O número de escadas completas construídas foi

- A 9 e a cabeça do último palito está no nível 2.
- B 10 e a cabeça do último palito está no nível 2.
- C 11 e a cabeça do último palito está no nível 10.
- D 56 e a cabeça do último palito está no nível 1.
- E 57 e a cabeça do último palito está no nível 0.

**Questão 32**

(Ronaebson)



A imagem acima ilustra um fato algébrico muito interessante:

“A soma dos cubos dos n primeiros números naturais, a partir do 1, é igual ao quadrado da soma desses n primeiros números naturais.”

Em outros termos, temos:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left( \sum_{k=1}^n k \right)^2,$$

ou seja,

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$$

Assim, a soma dos cubos dos 100 primeiros números naturais, a partir do 1, é igual a

- A 5050.
- B 502.500.
- C 1.000.000.
- D 25.502.500.
- E 102.010.000.

**Questão 33**

(ITA)

A cada aniversário, seu bolo tem uma quantidade de velas igual à sua idade. As velas são vendidas em pacotes com 12 unidades e todo ano é comprado apenas um novo pacote. As velas remanescentes são guardadas para os anos seguintes, desde o seu primeiro aniversário. Qual a sua idade, em anos, no primeiro ano em que as velas serão insuficientes?

- A 12.
- B 23.
- C 24.
- D 36.
- E 38.

**Questão 34**

(UERJ)

Uma farmácia recebeu 15 frascos de um remédio. De acordo com os rótulos, cada frasco contém 200 comprimidos, e cada comprimido tem massa igual a 20mg.

Admita que um dos frascos contenha a quantidade indicada de comprimidos, mas que cada um destes comprimidos tenha 30mg. Para identificar esse frasco, cujo rótulo está errado, são utilizados os seguintes procedimentos:

- numeram-se os frascos de 1 a 15;
- retira-se de cada frasco a quantidade de comprimidos correspondente à sua numeração;
- verifica-se, usando uma balança, que a massa total dos comprimidos retirados é igual a 2540 mg.

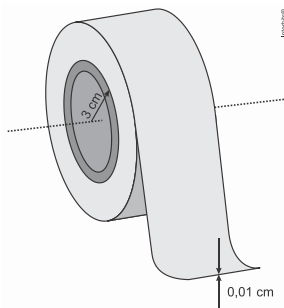
A numeração do frasco que contém os comprimidos mais pesados é:

- A** 12
- B** 13
- C** 14
- D** 15

**Questão 35**

(FUVEST)

O cilindro de papelão central de uma fita crepe tem raio externo de 3 cm. A fita tem espessura de 0,01 cm e dá 100 voltas completas.



Considerando que, a cada volta, o raio externo do rolo é aumentado no valor da espessura da fita, o comprimento total da fita é de, aproximadamente,

Note e adote:  $\pi \cong 3,14$ .

- A** 9,4 m.
- B** 11,0 m.
- C** 18,8 m.
- D** 22,0 m.
- E** 25,1 m.

**Questão 36**

(UERJ)

Um fisioterapeuta elaborou o seguinte plano de treinos diários para o condicionamento de um maratonista que se recupera de uma contusão:

- primeiro dia – corrida de 6 km;
- dias subsequentes - acréscimo de 2 km à corrida de cada dia imediatamente anterior.

O último dia de treino será aquele em que o atleta correr 42 km.

O total percorrido pelo atleta nesse treinamento, do primeiro ao último dia, em quilômetros, corresponde a:

- A** 414
- B** 438
- C** 456
- D** 484

**Questão 37**

(PUCCAMP)

Um jogo de boliche é jogado com 10 pinos dispostos em quatro linhas, como mostra a figura abaixo.



Se fosse inventado um outro jogo, semelhante ao boliche, no qual houvesse um número maior de pinos, dispostos da mesma forma, e ao todo com 50 linhas, o número de pinos necessários seria igual a

- A** 1125.
- B** 2525.
- C** 2550.
- D** 1625.
- E** 1275.

**Questão 38**

(ESA\_2023)

Em um determinado quartel, o comandante determinou que, no primeiro dia de treinamento da nova turma, os recrutas deveriam realizar 20 flexões de braço e aumentar 5 flexões por dia ao longo do curso. Mantida essas condições, em 2 meses, quantas flexões cada recruta terá executado? (Considere o mês com 30 dias)

- A** 10.500
- B** 8.225
- C** 2.805
- D** 3.350
- E** 10.050

**Questão 39**

(UECE\_2023)

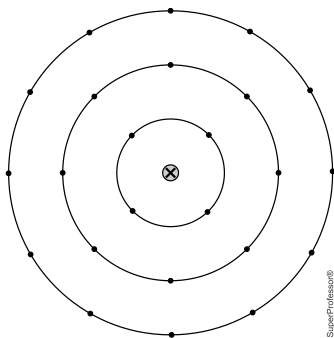
Um experimento simples sobre eletromagnetismo consiste em lançar, da origem do plano XY,  $n$  vezes, uma carga  $Q$  positiva, de massa  $m$ , com velocidade inicial de módulo igual a  $V$  em uma região onde existe um campo magnético uniforme de módulo igual a  $B$ . A cada lançamento, a velocidade aumenta de um valor igual a  $V$  até que o último lançamento ocorra com velocidade  $nV$ . Em todos os lançamentos, a carga descreve uma trajetória circular. Para o primeiro lançamento, a trajetória tem raio  $R$ . O valor da soma dos raios das trajetórias circulares em termos de  $R$  para os  $n$  lançamentos é

- A  $nR$
- B  $Rn(1+n)/2$
- C  $nR/2$
- D  $3nR/2$

**Questão 40**

(UFT\_2023)

Uma agricultora vai fazer um plantio circular de jiló, conforme imagem a seguir:



A agricultora instalou no centro do canteiro um aspersor (equipamento de irrigação) giratório. As linhas de plantio são circunferências concêntricas ao ponto onde está localizado o aspersor. Na primeira linha de plantio a agricultora plantou 4 pés de jiló, na segunda plantou 8 pés, na terceira plantou 12 e assim sucessivamente até o limite máximo de alcance do aspersor, que é um raio de 10 metros.

Conforme ilustrado na imagem, neste sistema de plantio, a primeira linha de plantio é uma circunferência com um metro de raio, a segunda tem dois metros de raio, a terceira tem 3 metros de raio e assim sucessivamente.

Com base nessas informações, é CORRETO afirmar que a quantidade de pés de jilós que podem ser plantados dentro do alcance do aspersor é:

- A 40
- B 80
- C 110
- D 220

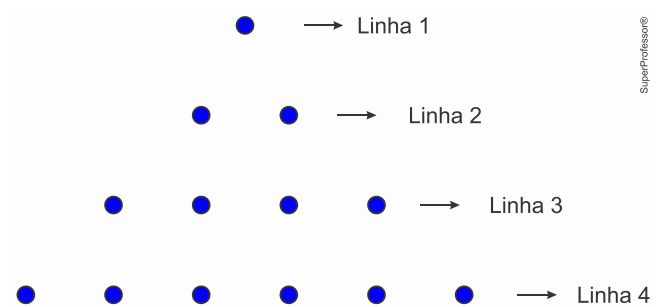
**Questão 41**

(ESPCEx\_2023)

Um grupo de 421 alunos da EsPCEEx foi organizado para a apresentação de uma solenidade militar. Em determinada etapa, esses 421 alunos se posicionaram em  $N$  linhas, de modo que havia exatamente: 1 aluno na Linha 1; 2 alunos na Linha 2; 4 alunos na Linha 3; 6 alunos na Linha 4; e assim sucessivamente.

Ou seja, para cada número natural  $K$ , com  $1 < K \leq N$ , o número de alunos posicionados na Linha  $K$  é igual a  $2 \cdot (K - 1)$ .

A figura abaixo ilustra a distribuição dos alunos nas quatro primeiras linhas.



Pode-se deduzir, com isso, que o número total de linhas,  $N$ , é igual a

- A 18.
- B 19.
- C 20.
- D 21.
- E 40.

**Questão 42**

(UEA\_2024)

O salário de determinado estagiário em uma empresa, em janeiro, era de R\$ 1.500,00. Esse salário teve um acréscimo mensal constante, sempre sobre o valor recebido no mês anterior, durante os meses de fevereiro, março, abril e maio. Se o salário no mês de maio foi de R\$ 5.000,00, o salário no mês de abril foi de

- A R\$ 3.250,00.
- B R\$ 4.575,00.
- C R\$ 4.125,00.
- D R\$ 2.375,00.
- E R\$ 2.950,00.

**Questão 43**

(FUVEST\_2024)

Números figurados são números que expressam o total de pontos em certas configurações geométricas. Um exemplo de números figurados são os triangulares, os quais são números naturais que podem ser representados geometricamente na forma de um triângulo. Os quatro primeiros números triangulares estão ilustrados na figura I. Apesar de o número 1 não representar um triângulo, ele é considerado um número triangular.

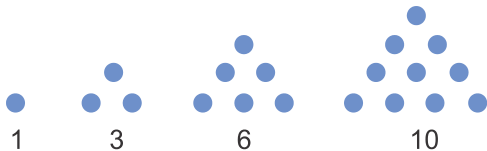


Figura I

Outro exemplo de número figurado é o número oblongo, o qual representa o total de pontos de um quadro retangular em que o número de colunas é uma unidade a mais do que o número de linhas. Os quatro primeiros números oblongos estão ilustrados na figura II. Apesar de o número 2 não representar um quadro retangular, ele é considerado um número oblongo.

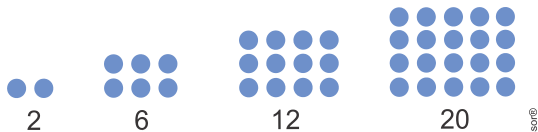


Figura II

SuperProfessor®

A respeito de números triangulares e números oblongos, assinale a alternativa correta.

- A** 162 é o 15º número triangular.
- B** O 13º número triangular é primo e o 30º número oblongo é ímpar.
- C** 156 não é um número oblongo, nem triangular.
- D** 210 é um número triangular e oblongo.
- E** A diferença entre dois números triangulares consecutivos são termos de uma progressão geométrica.

**Questão 44**

(FUVEST\_2023)

Joana comprou um celular e dividiu o pagamento em 24 parcelas mensais que formam uma progressão aritmética crescente. As três primeiras parcelas foram de R\$120,00, R\$126,00 e R\$132,00. Sabendo que, ao final, constatou-se que Joana não pagou a 19ª parcela, o valor pago por ela foi:

- A** R\$ 3.954,00
- B** R\$ 4.026,00
- C** R\$ 4.200,00
- D** R\$ 4.308,00
- E** R\$ 4.382,00

**Questão 45**

(PUC-RS\_2023)

Uma escola de preparação para concursos públicos contratou uma empresa de marketing digital para divulgar seus cursos. Um dos cursos oferecidos tinha capacidade para atender 15.000 alunos. No primeiro dia de matrícula desse curso, 180 alunos se inscreveram; no segundo dia, 240; no terceiro dia, 300, e, assim, sucessivamente, sempre aumentando 60 alunos inscritos a cada dia.

Qual é o número mínimo de dias para atingir 15.000 alunos inscritos?

- A** 12
- B** 15
- C** 18
- D** 20

**Questão 46**

(MACKENZIE\_2023)

Flávio, Luiz, Marcos e Wesley participaram de uma competição de natação na modalidade revezamento *medley* 4×100m. Flávio nadou os primeiros 100 m da prova no estilo *borboleta*; seguido de Luiz, que realizou os 100 m no nado *costas*; depois o Marcos, no nado *peito*, e, para finalizar, o Wesley nadou os últimos 100 m no estilo *crawl*, totalizando o tempo de 3 minutos e 36 segundos de prova.

Se o tempo de Marcos foi de 60 s e os tempos de Wesley, Flávio e Luiz, nessa ordem, estavam em progressão aritmética de razão 2, então o tempo de Luiz foi de

- A** 50 s
- B** 51 s
- C** 52 s
- D** 53 s
- E** 54 s

**Questão 47**

(FUVEST\_2022)

Uma empresa construiu um poço para armazenar água de reuso. O custo para construir o primeiro metro foi de R\$ 1.000,00, e cada novo metro custou R\$ 200,00 a mais do que o imediatamente anterior. Se o custo total da construção foi de R\$ 48.600,00, a profundidade do poço é:

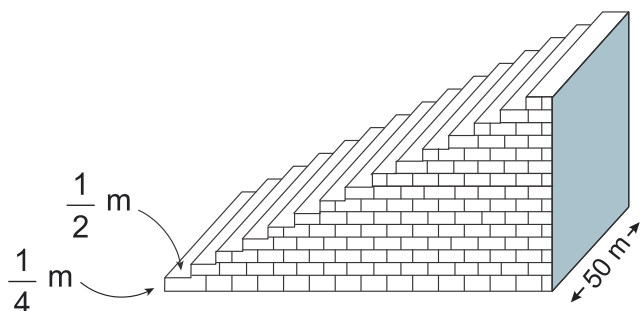
- A** 15 m
- B** 18 m
- C** 21 m
- D** 24 m
- E** 27 m



**Questão 48**

(UNEMAT\_2023)

Em um pequeno campo de futebol, há uma pequena arquibancada, construída em concreto sólido, com 50 metros de comprimento e 15 degraus. Cada degrau tem um aumento de altura de  $\frac{1}{4}$  m em relação ao anterior, e a largura fixa dos degraus é de  $\frac{1}{2}$  m, conforme a figura abaixo.



Disponível em: [https://www.ekshiksha.org.in/chapter/206/arithmetic\\_c\\_progressions.html](https://www.ekshiksha.org.in/chapter/206/arithmetic_c_progressions.html). Acesso em: fev. 2023.

Assinale a alternativa correta que corresponde ao volume total de concreto sólido utilizado na construção da arquibancada.

- A  $750 \text{ m}^3$
- B  $\frac{11.250}{8} \text{ m}^3$
- C  $\frac{750}{8} \text{ m}^3$
- D  $\frac{50}{8} \text{ m}^3$
- E  $11.250 \text{ m}^3$

**Questão 49**

(UECE\_2022)

A listagem numérica abaixo apresentada foi construída com números inteiros positivos seguindo uma lógica própria.

L<sub>1</sub>; 1  
 L<sub>2</sub>; 1, 4  
 L<sub>3</sub>; 1, 4, 9  
 L<sub>4</sub>; 1, 4, 9, 16  
 L<sub>5</sub>; 1, 4, 9, 16, 25  
 .....  
 .....

O número que está na posição central da linha 2021 é

- A  $9 \cdot 337^2$ .
- B  $4 \cdot 909^2$ .
- C  $9 \cdot 557^2$ .
- D  $4 \cdot 505^2$ .

**Questão 50**

(IFPE\_2020)

Paulo Roberto deseja comprar para sua filha uma boneca que custa R\$ 500,00. Então, decidiu juntar seu dinheiro, durante 30 dias, num cofre de barro, da seguinte forma: no primeiro dia, colocou R\$ 1,00; no segundo dia, colocou R\$ 2,00; no terceiro dia, colocou R\$ 3,00 e, assim, sucessivamente, aumentando apenas R\$ 1,00 de um dia para o outro. Ao final dos 30 dias, Paulo Roberto terá, em seu cofre,

- A R\$ 50,00 a menos, com relação ao valor da boneca.
- B um valor igual ao valor da boneca.
- C R\$ 35,00 a mais, com relação ao valor da boneca.
- D R\$ 35,00 a menos, com relação ao valor da boneca.
- E R\$ 50,00 a mais, com relação ao valor da boneca.

**Questão 51**

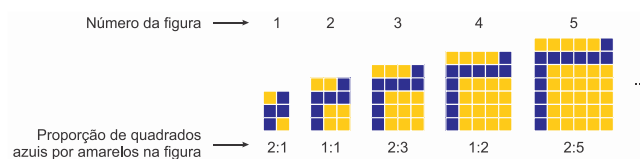
(UNICHRISTUS\_2022)

Uma meteorologista está fazendo uma análise das chuvas de um ano em relação ao mesmo período em outros anos e, para isso, utiliza gráficos de setores. Ela, então, divide um círculo em 12 setores. Os ângulos centrais desses setores, medidos em graus, são todos inteiros e formam uma sequência aritmética. Qual é a medida em graus do menor ângulo de setor possível?

- A 5
- B 6
- C 8
- D 10
- E 12

**Questão 52**

Observe o padrão da sequência de figuras.



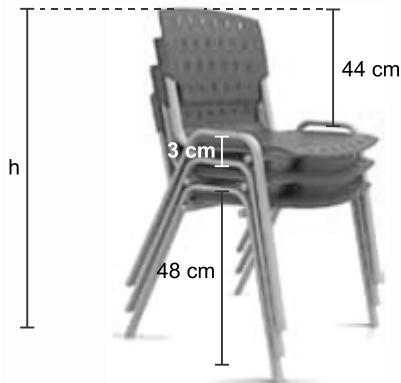
Seguindo esse padrão, a proporção de quadrados azuis por amarelos será igual a 1:100 na figura número

- A 120.
- B 152.
- C 160.
- D 200.
- E 184.

**Questão 53**

(UNESP)

A figura indica o empilhamento de três cadeiras idênticas e perfeitamente encaixadas umas nas outras, sendo  $h$  a altura da pilha em relação ao chão.



(www.habto.com. Adaptado.)

A altura, em relação ao chão, de uma pilha de  $n$  cadeiras perfeitamente encaixadas umas nas outras, será igual a 1,4m se  $n$  for igual a

- A 14
- B 17
- C 13
- D 15
- E 18

**Questão 54**

(IFSUL)

Uma das maneiras mais utilizadas para expor latas de produtos nos supermercados é o empilhamento, formando uma torre, conforme figura abaixo.



Suponha que, ao fazer um empilhamento, tenham sido utilizadas 100 latas na base. E, em cada fileira seguinte, sejam sempre utilizadas 8 latas a menos que na fileira inferior.

A quantidade máxima de fileiras e latas na fileira do topo que esse empilhamento pode ter são, respectivamente,

- A 8 e 6
- B 9 e 1
- C 13 e 4
- D 14 e 4

**Questão 55**

(UNIFOR)

Suponha que o jardim da Praça Martins Dourado, no bairro Cocó em Fortaleza, tivesse 60 roseiras plantadas ao lado de um caminho reto e separadas a uma distância de um metro uma da outra. Para regá-las, o jardineiro que cuida da praça enche o seu regador em uma torneira que também está no mesmo caminho das roseiras, só que a 15 metros antes da primeira roseira. A cada viagem o jardineiro rega três roseiras.

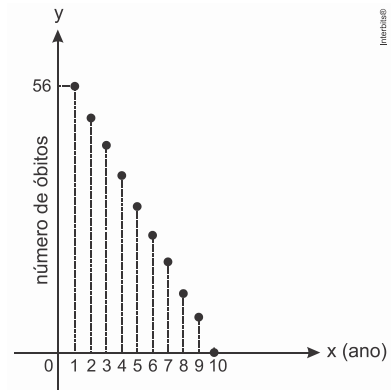
Começando e terminando na torneira, qual a distância total que ele terá que caminhar para regar todas as roseiras?

- A 1780m
- B 1790m
- C 1800m
- D 1820m
- E 1850m

**Questão 56**

(UEPB)

Melhorando-se o nível de alimentação da população, condições sanitárias das casas e ruas, vacinação das crianças e pró-natal, é possível reduzir o índice de mortalidade infantil em determinada cidade.



Considerando-se que o gráfico representa o número de crianças que foram a óbito a cada ano, durante dez anos, e que os pontos do gráfico são colineares, podemos afirmar corretamente que o total de crianças mortas neste intervalo de tempo foi de

- A 224
- B 280
- C 324
- D 300
- E 240

**Questão 57**

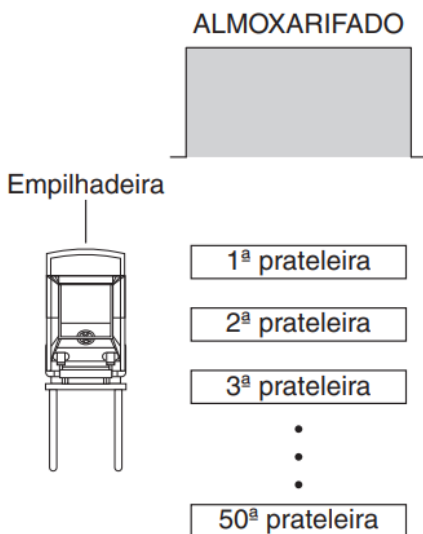
(UPE-SSA\_2022)

Se a soma  $S$  dos  $n$  primeiros termos de uma progressão aritmética é dada por  $S = 2n^2 - n$ , qual é o valor do vigésimo termo dessa sequência?

- A 1.580
- B 780
- C 96
- D 77
- E 68

**Questão 58**

Em um armazém, existem 50 prateleiras enfileiradas em linha reta e distantes 2 m uma da outra. Três metros à frente da primeira prateleira, que está alinhada com todas, existe um almoxarifado. Todas as prateleiras e o almoxarifado estão alinhados e, em relação à prateleira número 1, todas as demais encontram-se de um lado e o almoxarifado do outro. Um operador de empilhadeiras carrega caixas desde o almoxarifado até cada prateleira para repor o estoque. Inicialmente, pega caixas no almoxarifado e as leva até a prateleira 1; depois, retorna ao almoxarifado para pegar caixas e levá-las até a prateleira 2, retorna ao almoxarifado para pegar as caixas e levá-las até a prateleira 3, e assim por diante, até abastecer a 50ª prateleira. O esquema ilustrativo da situação descrita está representado a seguir.

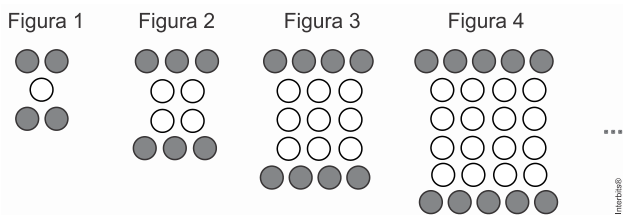


Desprezando as dimensões das prateleiras, quando o operador abastecer a última prateleira, antes de retornar ao almoxarifado, a empilhadeira terá percorrido

- A 101m.
- B 2600m.
- C 4998m.
- D 5099m.
- E 5200m.

**Questão 59**

Observe o padrão da sequência de figuras.

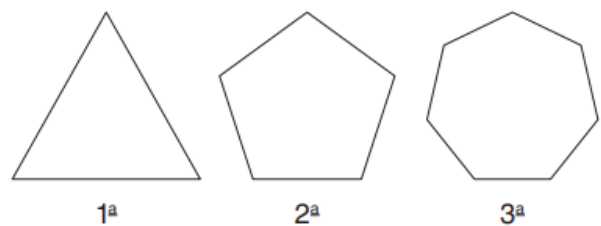


Mantido o padrão, a figura que terá a quantidade de bolas brancas superando a de bolas verdes em 286 será a de número

- A 13.
- B 18.
- C 14.
- D 16.
- E 21.

**Questão 60**

Ao visitar uma loja de brinquedos, Norberto observou um quebra-cabeça, composto de figuras geométricas, em que as três primeiras peças estavam dispostas conforme mostrado a seguir.



Norberto associou essas peças a uma sequência numérica e calculou que a centésima peça dessa sequência teria

- A 199 lados.
- B 200 lados.
- C 201 lados.
- D 202 lados.
- E 203 lados

**Questão 61**

(Ronaebson)

O dono de um bulldog, preocupado com a saúde e o peso de seu cãozinho decide levá-lo para pequenas caminhadas da seguinte maneira: no primeiro dia, caminhará 60 m; no segundo dia, a mesma distância do primeiro mais  $r$  m; no terceiro dia, a mesma distância do segundo mais  $r$  m; e, assim, sucessivamente, sempre caminhando a mesma distância do dia anterior mais  $r$  m. No último dia, ele deverá percorrer 180 m, completando o treinamento com um total de 1560 m.

A distância  $r$  que o bulldog deverá caminhar a mais a cada dia, em  $m$ , é

- A 3.
- B 7.
- C 10.
- D 13.
- E 20.

**Questão 62**

(Ronaebson)

Thiago comprou um iphone e o pagamento foi feito em 30 parcelas mensais que formam uma progressão aritmética decrescente. Sabe-se que o valor pago pela primeira parcela foi R\$ 400,00 e o valor da décima parcela foi R\$ 310,00.

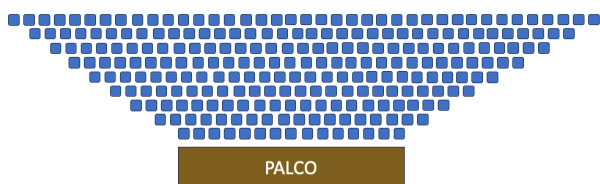
O valor total pago por esse iphone foi igual a

- A R\$ 6.000,00.
- B R\$ 7.500,00.
- C R\$ 7.650,00.
- D R\$ 10.650,00.
- E R\$ 15.300,00.

**Questão 63**

(Ronaebson)

No projeto de um teatro, um arquiteto desenhou a planta com a forma de um trapézio isósceles posicionando o palco sobre a base menor desse trapézio. As poltronas serão dispostas em 9 fileiras paralelas às bases do trapézio. A primeira fileira terá 15 poltronas e, a partir da segunda, cada fileira terá 3 poltronas a mais que a fileira anterior, como descrito a seguir.



O número de poltronas desse teatro é igual a

- A 135.
- B 243.
- C 256.
- D 351.
- E 405.

**Questão 64**

(UNESP)

A figura indica o padrão de uma sequência de grades, feitas com vigas idênticas, que estão dispostas em posição horizontal e vertical. Cada viga tem 0,5m de comprimento. O padrão da sequência se mantém até a última grade, que é feita com o total de 136,5 metros lineares de vigas.



O comprimento do total de vigas necessárias para fazer a sequência completa de grades, em metros, foi de

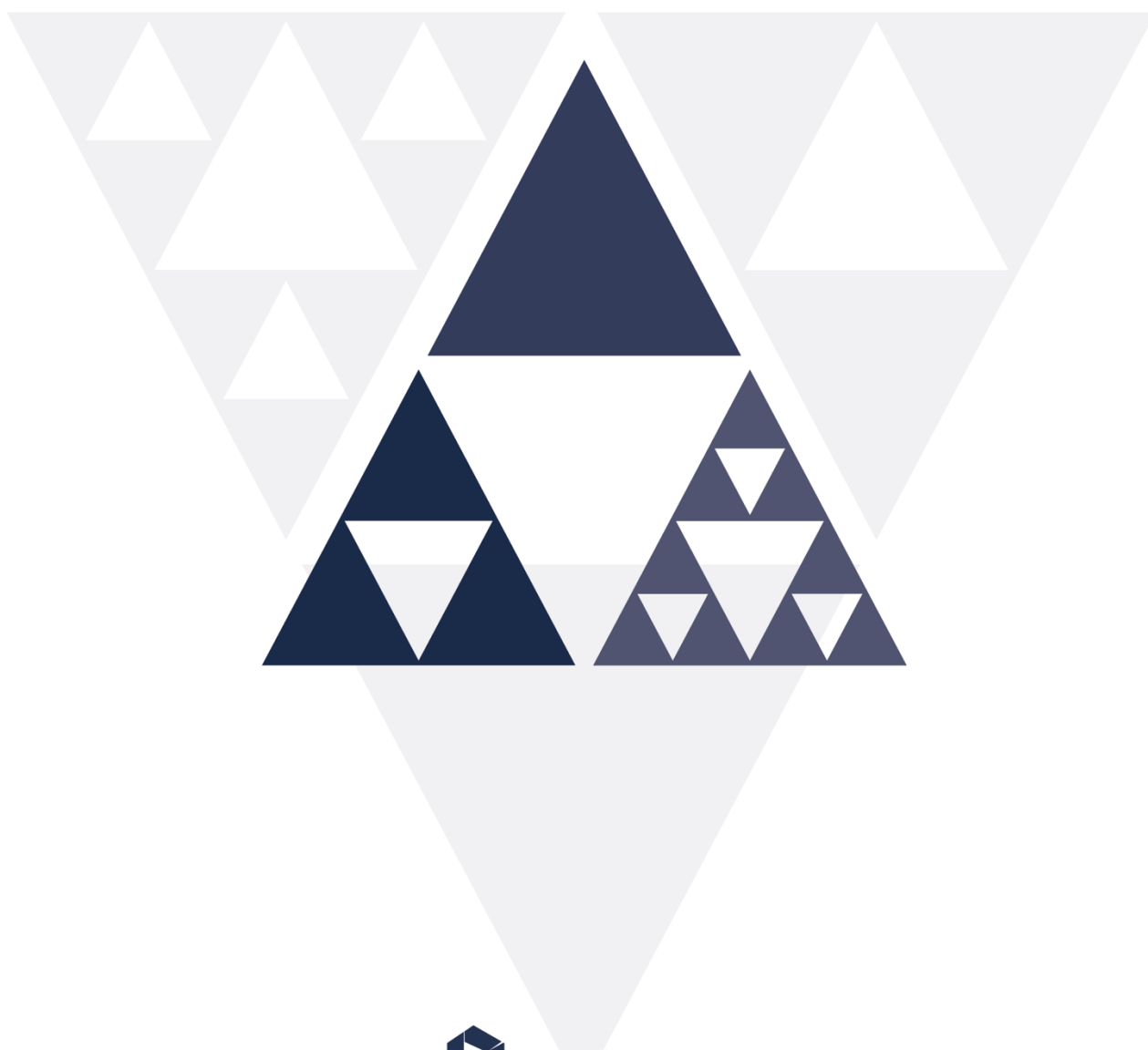
- A 4877.
- B 4640.
- C 4726.
- D 5195.
- E 5162.

Gabarito _ PÁ	
Fixação	
Questão	Resposta
F_01	58
F_02	3
F_03	580
F_04	26 vezes; 10 d.C.
F_05	R\$ 45.000,00
F_06	Demonstração

Gabarito _ Progressão Aritmética			
Hora de praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	C	33	C
02	B	34	C
03	E	35	D
04	C	36	C
05	E	37	E
06	C	38	E
07	D	39	B
08	C	40	D
09	A	41	D
10	D	42	C
11	B	43	D
12	C	44	D
13	A	45	D
14	B	46	E
15	B	47	B
16	A	48	A
17	C	49	A
18	C	50	D
19	B	51	C
20	D	52	D
21	D	53	B
22	E	54	C
23	D	55	D
24	D	56	B
25	E	57	D
26	E	58	D
27	E	59	B
28	B	60	C
29	E	61	C
30	D	62	C
31	A	63	B
32	D	64	C



# PROGRESSÃO GEOMÉTRICA







## PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

Em 2001 uma fábrica de automóveis teve um faturamento de R\$ 100.000.000,00. Uma auditoria mostrou que o faturamento da empresa aumentava sempre 10% a cada ano.

A sequência a seguir traz os valores dos faturamentos em cada um dos anos, no período de 2001 a 2007.

ANO	FATURAMENTO (R\$)
2001	100.000.000,00
2002	110.000.000,00
2003	121.000.000,00
2004	133.100.000,00
2005	146.410.000,00
2006	161.051.000,00
2007	177.156.100,00

A sequência dos valores correspondentes ao faturamento é dita uma Progressão Geométrica, pois ao multiplicarmos cada um de seus termos por uma mesma constante, obteremos o termo seguinte, nesse caso, multiplicamos cada termo por 1,1, veja:

$$\begin{aligned} 100.000.000 \times 1,1 &= 110.000.000 \\ 110.000.000 \times 1,1 &= 121.000.000 \\ 121.000.000 \times 1,1 &= 133.100.000 \\ &\dots \end{aligned}$$

Outra maneira de fazermos a mesma leitura é a de que uma sucessão de números na qual a divisão entre dois termos consecutivos é constante, é denominada **Progressão Geométrica**, ou abreviadamente de **PG**, dessa forma, tomando como referência o exemplo supracitado, observamos que:

$$\frac{110.000.000}{100.000.000} = 1,1$$

$$\frac{121.000.000}{110.000.000} = 1,1$$

$$\frac{133.100.000}{121.000.000} = 1,1$$

ou seja, o quociente entre dois termos consecutivos é sempre constante e igual a 1,1, e nesse caso, 1,1 é a razão da progressão geométrica.

**Definição:** PROGRESSÃO GEOMÉTRICA É TODA SEQUÊNCIA NUMÉRICA EM QUE CADA TERMO, A PARTIR DO SEGUNDO, É SEMPRE IGUAL AO TERMO ANTERIOR MULTIPLICADO POR UMA CONSTANTE  $q$ . O NÚMERO  $q$  É CHAMADO DE **RAZÃO** DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA.

$$a_n = a_{n-1} \cdot q$$

Exemplos:

(3, 6, 12, 24, 48, ...) é um P.G. de razão 2.

(729, 243, 81, 27, ...) é uma P.G. de razão 1/3.

(4, -12, 36, -108, ...) é uma P.G. de razão -3.

Genericamente, temos que numa progressão geométrica

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots)$$

a razão é dada por

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} \dots$$

ou seja,

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

Uma progressão geométrica pode ser classificada como crescente, decrescente, constante ou alternada.

**P.G. Crescente:** Uma progressão geométrica é crescente quando cada termo é sempre maior do que o seu anterior;

Podemos enxergar o crescimento da P.G. em dois casos:

**Caso 01:** Quando a sua razão é maior que um ( $q > 1$ ) e seu primeiro termo é positivo ( $a_1 > 0$ );

$$(5, 15, 45, 135, \dots)$$

**Caso 02:** Quando a sua razão estiver entre zero e um ( $0 < q < 1$ ) e o primeiro termo for negativo ( $a_1 < 0$ );

$$(-64, -32, -16, \dots)$$

**P.G. Decrescente:** Uma progressão geométrica é decrescente quando cada termo é sempre menor do que o seu anterior;

Podemos enxergar o decrescimento da P.G. em dois casos:

**Caso 01:** Quando a sua razão é maior que um ( $q > 1$ ) e seu primeiro termo é negativo ( $a_1 < 0$ );

$$(-, -2, -4, -8, \dots)$$

**Caso 02:** Quando a sua razão estiver entre zero e um ( $0 < q < 1$ ) e o primeiro termo for positivo ( $a_1 > 0$ );

$$(100, 50, 25, \dots)$$

**P.G. Constante:** Uma progressão geométrica é constante quando todos os termos são iguais, no caso a razão é igual a um ( $q = 1$ ) e seu primeiro termo é diferente de zero ( $a_1 \neq 0$ ). Outra situação é quando o primeiro termo é zero, pois, independente da razão, todos os outros termos serão iguais a zero.

$$(9, 9, \dots, 9)$$

$$(0, 0, \dots, 0)$$

**P.G. Estacionária:** Uma progressão geométrica é dita estacionária quando seu primeiro termo é diferente de zero ( $a_1 \neq 0$ ) e a razão é igual a zero.

$$(5, 0, \dots, 0)$$

**P.G. Alternada:** Uma progressão geométrica é alternada quando o sinal oscila termo a termo, e isso ocorre quando sua razão é negativa ( $q < 0$ ) e seu primeiro termo diferente de zero ( $a_1 \neq 0$ ).

$$(-4, 8, -16, 32, -64 \dots)$$

**FÓRMULA POSICIONAL  
(FÓRMULA DO TERMO GERAL)**

Em uma progressão geométrica ( $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$ ), para avançar um termo basta multiplicar pela razão; para avançar dois termos, basta multiplicar pelo quadrado da razão, para avançar três termos, basta multiplicar pelo cubo da razão e assim por diante, de modo que ao passar de  $a_1$  para  $a_n$ , avançamos  $n - 1$  termos, logo basta multiplicar pela razão elevada a  $(n - 1)$ .

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot q = a_1 \cdot q^3$$

$$a_5 = a_4 \cdot q = a_1 \cdot q^4$$

...

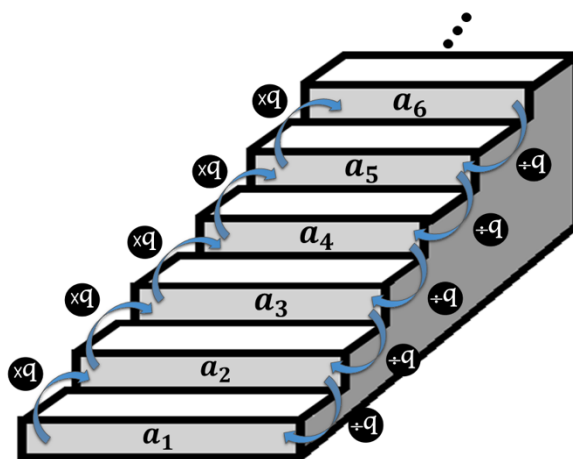
$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

Ainda podemos perceber que  $a_{12} = a_7 \cdot q^5$  pois, ao passar de  $a_7$  para  $a_{12}$ , avançamos 5 termos;  $a_8 = a_5 \cdot q^3$ , pois avançamos 3 termos ao passar de  $a_5$  para  $a_8$ ;  $a_5 = a_{15} \cdot q^{-10}$ , pois retrocedemos 10 termos ao passar de  $a_{15}$  para  $a_5$ .

Assim, sendo  $a_p$  um termo qualquer da P.G, podemos pensar numa fórmula mais abrangente para o termo geral que é:

$$a_n = a_p \cdot q^{n-p}$$

Uma dica legal para não ficar preso à fórmulas é pensar cada termo da P.G. como os degraus de uma escada, de modo que para subir, multiplicamos pela razão e para descer, dividimos.



**Problema 01:** Considere a sequência a seguir:

$$(1, 4, 16, 64, 256, \dots)$$

Determine o 10º termo.

**Solução:**

Como o quociente entre dois termos consecutivos é sempre igual a 4, temos que a sequência em questão é uma P.G. de razão 4 e, no caso, primeiro termo igual a 1. Assim:

$$a_{10} = a_1 \cdot q^9 \Rightarrow a_{10} = 1 \cdot 4^9 = (2^2)^9$$

$$a_{10} = 2^{18} = 262144.$$

**Problema 02:** Interpolar 4 meios geométricos entre 5 e 160.

**Solução:**

Interpolar significa inserir. Assim, interpolar quatro meios geométricos entre 5 e 160, nessa ordem, significa determinar uma P.G. de primeiro termo 5 e último termo 160, havendo entre eles quatro outros termos, isto é:

$$(5, \underbrace{a_2, a_3, a_4, a_5}_{\text{meios aritméticos}}, 32)$$

Pela fórmula posicional, temos:

$$a_6 = a_1 \cdot q^5 \Rightarrow 160 = 5 \cdot q^5$$

$$q^5 = 32 \Rightarrow q = 2.$$

Logo, a P.G. em questão é

$$(5, 10, 20, 40, 80, 160).$$

**Problema 03:** Um estudo mostrou que a área desertificada de um município dobra a cada década e atualmente essa área representa  $\frac{1}{1024}$  do município. Considerando que a conclusão desse estudo está correta e não será tomada nenhuma providência, daqui a exatamente  $k$  décadas todo o município terá se transformado em deserto. Determine o valor de  $k$ .

**Solução:**

Seja  $A$  a área total do município, a sequência das áreas desertificadas desse município, década a década, a partir do momento atual até a desertificação total, é uma P.G. de razão 2, primeiro termo igual a  $\frac{A}{1024}$  e último termo igual a  $A$ :

$$\left(\frac{A}{1024}, \frac{A}{512}, \frac{A}{256}, \dots, A\right)$$

Para determinarmos o número  $n$  de termos de P.G., usaremos a fórmula posicional, em que  $a_n = A$ , assim:

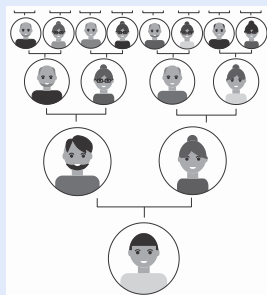
$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow A = \frac{A}{1024} \cdot 2^{n-1}$$

$$2^{n-1} = 2^{10} \Rightarrow n - 1 = 10$$

$$n = 11.$$

Como a sequência tem 11 termos, significa dizer que daqui a 10 décadas, toda a área do município terá se transformado em deserto. Logo,  $k = 10$ .

**Problema 04:**



A figura ilustra a árvore genealógica de uma pessoa composta pelos pais, quatro avós, oito bisavós e assim por diante. O número de ancestrais que devem compor a 9ª geração anterior a ela é

- A** 256
- B** 512
- C** 1024
- D** 2048
- E** 4096

**Solução:**

Consideremos a sequência formada pelo número de ancestrais em cada geração anterior a pessoa em questão:

$$(2, 4, 8, 16, \dots)$$

Observe que a sequência forma uma P.G. de primeiro termo e razão iguais a 2.

Assim, o número de ancestrais que devem compor a 9ª geração anterior a ela será

$$a_9 = a_1 \cdot q^8 \Rightarrow a_9 = 2 \cdot 2^8 \Rightarrow a_9 = 2^9$$

$$a_9 = 512.$$

**F\_01:** Em uma progressão geométrica, o terceiro termo vale 2,5 e o décimo segundo termo vale 1280. Quanto vale o sétimo termo dessa progressão?

**F\_02:** Qual é a razão da progressão geométrica que se obtém inserindo 5 termos entre os números 1,5 e 96?

**F\_03:** Uma fábrica de calçados produziu 400 pares de sapatos em janeiro e dobra mensalmente sua produção. Quantos pares de sapatos foram produzidos em julho do mesmo ano?

**F\_04:** Suponha que o valor de um automóvel diminui sempre 30% em relação ao ano anterior. Depois de três anos, esse carro terá sofrido uma depreciação, em porcentagem, de quanto?

**F\_05:** Uma grande máquina industrial usada, cujo preço à vista é R\$ 47000,00, pode ser adquirido dando-se uma entrada e o restante em 4 parcelas que se encontram em progressão geométrica. Um comprador que optou por esse plano, ao pagar a entrada, foi informado que a segunda parcela seria de R\$ 9.000,00 e a quarta parcela de R\$ 1.000,00. Quanto esse cliente pagou de entrada na aquisição dessa máquina industrial?

**F\_06:** O número de casos de violência numa certa capital aumentou 33,1% quando comparamos os números de junho com os de março. Supondo que a taxa percentual de aumento dos casos de violência, mês a mês, tenha sido constante, qual o valor dessa taxa percentual mensal de aumento?

**NOTAÇÃO ESPECIAL**

**PG DE TRÊS TERMOS:**

$$\left(\frac{x}{q}, x, x \cdot q\right)$$

**PA DE QUATRO TERMOS:**

$$\left(\frac{x}{y^3}, \frac{x}{y}, x \cdot y, x \cdot y^3\right), \text{ com } q = y^2$$

**PG DE TRÊS TERMOS:**

$$\left(\frac{x}{q^2}, \frac{x}{q}, x, x \cdot q, x \cdot q^2\right)$$

**Problema 05:** Três números estão em progressão geométrica de forma que o produto deles é 729 e a soma dos dois últimos termos é 36. Determine esses termos.

**Solução:**

Como temos uma P.G. de três termos, usaremos a notação especial

$$\left(\frac{x}{q}, x, x \cdot q\right).$$

Dos dados do problema, temos que o produto dos três termos é 729, logo:

$$\frac{x}{q} \cdot x \cdot x \cdot q = 729 \Rightarrow x^3 = 729$$

$$x = 9.$$

Além disso, a soma dos dois últimos termos é 36, assim:

$$x + x \cdot q = 36 \Rightarrow 9 + 9q = 36$$

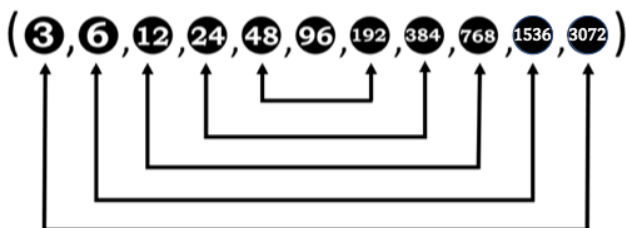
$$q = 3.$$

Sendo  $x = 9$  e  $q = 3$ , temos que os termos da P.G. são 3, 9 e 27.

**PROPRIEDADES DAS PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS**

**P\_1:** Em toda P.G. finita, o produto de dois termos equidistantes dos extremos é igual ao produto dos extremos.

$$a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_3 \cdot a_{n-2} = \dots$$



$$3 \times 3072 = 6 \times 1536 = 12 \times 768 = 24 \times 384 = 48 \times 192$$

**P\_2:** Em toda P.G., cada termo, a partir do segundo, é sempre igual à média geométrica entre o termo anterior e o posterior a ele.

$$a_n = \sqrt{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$$

Observe que na P.G. (3, 6, 12, 24, 48, 96), temos:

$$6 = \sqrt{3 \cdot 12}; \quad 12 = \sqrt{6 \cdot 24}; \quad 24 = \sqrt{12 \cdot 48}; \dots$$

**P\_3:** Em uma P.G. com número ímpar de termos, o termo médio é a média geométrica entre os termos extremos.

$$\left(\frac{\sqrt[3]{81}}{1}, 3, \sqrt[3]{9}, 27, 81\right)$$

$\frac{3 \times 27 = 81}{1 \times 81 = 81}$

**Problema 06:** Determine o valor de  $x$  de modo que os números  $x + 1$ ,  $x + 4$  e  $x + 10$  formem, nessa ordem, uma progressão geométrica.

**Solução:**

Como os números dados são três termos consecutivos de um P.G., pela propriedade **P\_2**, temos:

$$(x + 4)^2 = (x + 1) \cdot (x + 10)$$

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 11x + 10$$

$$3x = 6 \Rightarrow x = 2.$$

Logo, os termos da P.G. em questão são 3, 6 e 12.

### REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA P.G.

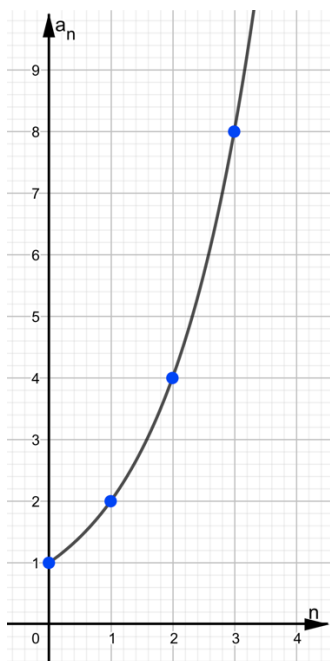
Considere a P.G. (1, 2, 4, 8, ...) de razão 2.

Como já vimos, seu termo geral é dado por:

$$a_n = 1 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow a_n = 2^{n-1}.$$

Perceba que o termo geral dessa progressão é dado pela lei de uma função exponencial, ou seja, a P.G. em questão é a restrição aos naturais da função exponencial  $y = 2^{x-1}$ .

Assim, seu gráfico é representado pela figura abaixo:



Portanto, pensando em uma progressão geométrica como uma função que associa a cada número natural o valor  $a_n$ , o gráfico dessa função é formado por uma sequência de pontos sobre uma curva exponencial no plano.

### SOMA DOS TERMOS DE UMA P.G.

Considere a progressão geométrica

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, \dots)$$

Se quisermos calcular a soma dos  $n$  primeiros termos da P.G., basta fazermos:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

Claro que numa P.G. com muitos termos, seria inviável somar termo a termo, portanto desenvolveremos uma expressão que nos permita calcular essa soma de maneira mais eficiente e prática, para tanto, considere a expressão:

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + a_3 \cdot q + \dots + a_{n-1} \cdot q + a_n \cdot q$$

↓

$$q \cdot S_n = a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n + a_{n+1}.$$

Fazendo  $q \cdot S_n - S_n$ , temos:

$$q \cdot S_n - S_n = a_{n+1} - a_1$$

↓

$$S_n \cdot (q - 1) = a_1 \cdot q^n - a_1$$

↓

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

**Problema 07: (Ronaebson)** Desde a sua fundação, um hospital já pagou um total de R\$ 61.051,00 de impostos.

Sabendo que, a cada ano, os impostos pagos pelo hospital têm aumentado 10%, em relação ao ano anterior, e que no primeiro ano de funcionamento o hospital pagou R\$ 10.000,00 de impostos, o tempo de existência desse hospital é de

- A** 4 anos.
- B** 5 anos.
- C** 8 anos.
- D** 10 anos.
- E** 12 anos.

**SOLUÇÃO:**

Como, ano a ano, os impostos pagos aumentam 10%, temos os valores pagos a cada ano correspondem a uma P.G. de razão 1,1 e primeiro termo 10000. Além disso, a soma dos termos dessa P.G. é igual a 61051, logo:

$$S_n = 61051 \Rightarrow \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = 61051$$

↓

$$\frac{10000 \cdot (1,1^n - 1)}{1,1 - 1} = 61051 \Rightarrow 1,1^n = 1,61051$$

↓

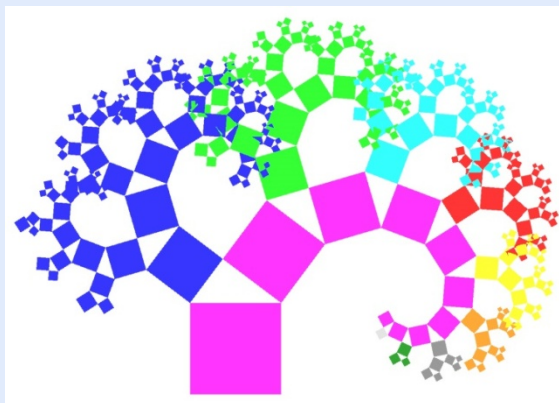
$$n = 5.$$

O tempo de existência do hospital é de 5 anos.

Resposta: [B]



**Problema 08: (Ronaebson)** A Árvore de Pitágoras é um fractal plano formado por quadrados. Leva o nome de Pitágoras porque cada trio de quadrados que se tocam inclui um ângulo reto, em uma configuração tradicionalmente usada para descrever o teorema de Pitágoras.



A construção de uma Árvore de Pitágoras pode ser feita seguindo os seguintes passos: considere um quadrado (Estágio 0); a partir deste, elaboramos dois novos quadrados menores na parte superior (Estágio 1); e assim por diante (Estágios 2, 3, 4, ...). Perceba que o Estágio 1 consiste, essencialmente, no Teorema de Pitágoras, onde a soma das áreas dos dois quadrados menores resulta na área do quadrado maior.



O número de quadrados que a árvore terá a final do Estágio 5 é igual a

- A 31.
- B 32.
- C 63.
- D 64.
- E 127.

**Solução:**



Observe o número de quadrados que são acrescentados ao final de cada um dos estágios forma uma P.G. de razão 2. Veja a tabela:

Estágio	Nº. de quadrados acrescentados
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Logo, o número de quadrados que a árvore terá ao final do Estágio 5 será igual a

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63.$$

Resposta: [C]

**Problema 09:** Calcule a soma a seguir

$$S_n = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{n-1}.$$

**Solução:**

Observe inicialmente que a soma pode ser reescrita como:

$$S_n = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1}$$

Note também que essa soma tem  $n$  parcelas e que elas são termos de uma P.G. de razão 2, assim:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{1 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$S_n = 2^n - 1.$$

Perceba com isso, que a soma de  $n$  potências de 2 consecutivas, a partir de  $2^0$ , é sempre igual a próxima potência subtraída de uma unidade.

### SOMA DOS INFINITOS TERMOS DE UMA P.G.

Somar os infinitos termos de uma progressão geométrica parece algo completamente sem sentido. De fato, há casos em que realmente a soma dos infinitos termos é divergente, por exemplo, na sequência (4, 20, 100, 500, ...) os termos crescem indefinidamente e, por conseguinte, sua soma também crescerá indo para o infinito.

Entretanto há uma situação, além do caso trivial que é quando a razão da P.G. é nula, em que faz sentido somar os infinitos termos de uma progressão geométrica. É exatamente o caso em que esses termos convergem para zero, ou seja, o valor absoluto deles vai ficando tão pequeno a medida que avançamos, que se tornam desprezíveis. Isso ocorre quanto a razão  $q$  da P.G. é tal que  $-1 < q < 1$ .

Nesse caso, quando o número  $n$  de termos aumenta indefinidamente, a potência  $q^n$  tende a zero. Assim:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$n \rightarrow +\infty \Rightarrow q^n \rightarrow 0$$

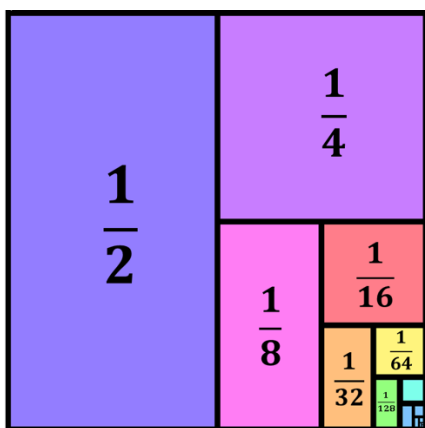
↓

$$S_\infty = \frac{a_1 \cdot (q^\infty - 1)}{q - 1}$$

↓

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

Podemos compreender melhor a ideia proposta acima, observando a soma das áreas dos retângulos que compõem o quadrado de lado 1.



Note que os números indicam a área de cada um dos retângulos, assim:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots = 1$$

Se aplicarmos a fórmula para a soma dos infinitos termos da P.G. acima, teremos:

$$S_\infty = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1,$$

como já esperávamos.

Vejam agora uma outra situação interessante. Quando olhamos para a dízima periódica  $0,333\dots$ , podemos representá-la através de uma fração geratriz. Um dos processos usados para essa transformação é dado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} x &= 0,3333\dots \\ 10x &= 3,3333\dots \end{aligned}$$

Fazendo a diferença entre a segunda equação e a primeira, temos:

$$10x - x = 3 \Rightarrow 9x = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{3}.$$

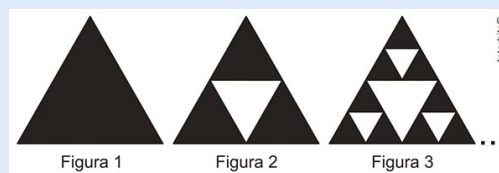
De outro modo, podemos abrir a dízima periódica como a soma dos termos de uma P.G., vejamos:

$$0,3333\dots = 0,3 + 0,03 + 0,003 + 0,0003 + \dots$$

Daí,

$$S_\infty = \frac{0,3}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{0,3}{0,9} = \frac{1}{3}.$$

**Problema 10:** Na sequência de figuras a seguir, todos os triângulos são equiláteros. O lado do primeiro triângulo equilátero preto mede 2 cm e cada triângulo preto, a partir da segunda figura, tem lado medindo metade do lado do triângulo preto da figura anterior.



Qual a soma das áreas dos triângulos pretos nas infinitas figuras?

**Solução:**

Como o lado do primeiro preto triângulo mede 2 cm, temos que a área preta da figura 1 vale

$$A_1 = \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

A área preta da figura 2 vale  $\frac{3}{4}$  da área preta da figura 1.

A área preta da figura 3 vale  $\frac{3}{4}$  da área preta da figura 2.

...

De modo que a sequência das áreas pretas formadas em cada figura é uma progressão geométrica de razão  $\frac{3}{4}$ .

Sendo assim, a soma das áreas dos triângulos pretos nas infinitas figuras será

$$S_\infty = \frac{\sqrt{3}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{4}} = 4\sqrt{3}.$$

**PRODUTO DOS TERMOS DE UMA P.G.**

Considere a progressão geométrica

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, \dots)$$

Se quisermos calcular o produto dos  $n$  primeiros termos da P.G., basta fazermos:

$$P_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$$

$$P_n = a_1 \cdot (a_1 \cdot q) \cdot (a_1 \cdot q^2) \cdot \dots \cdot (a_1 \cdot q^{n-1})$$

$$P_n = \underbrace{a_1 \cdot a_1 \cdot a_1 \cdot \dots \cdot a_1}_{n \text{ vezes}} \cdot (q \cdot q^2 \cdot \dots \cdot q^{n-1})$$

$$P_n = a_1^n \cdot q^{1+2+\dots+(n-1)}$$

$$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n \cdot (n-1)}{2}}$$

**PARA PENSAR UM POUCO MAIS**

**DESAFIO:** Determine a quantidade de algarismos do número correspondente ao produto dos 10 primeiros termos da progressão geométrica

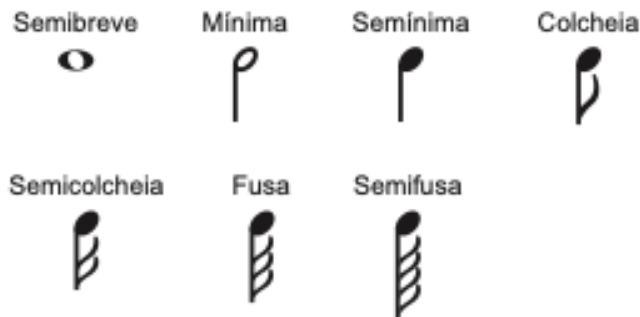
**(32, 160, 800, 4000, ...)**

**Hora de Praticar**

**Questão 01**

(INSPER)

Na teoria musical, as notas de uma composição são classificadas de acordo com o tempo de duração da emissão de seu som. São utilizados símbolos para representar os tempos de cada nota, sendo os principais apresentados a seguir:



As notas possuem um tempo relativo para orientar os músicos quanto à sua duração ao se executar uma música. Por exemplo, tomando a semínima como referência para 1 tempo, cada uma das notas teria a duração conforme apresentado na tabela seguinte:

**Tempo relativo das notas musicais**

NOTA	Semi-breve	Mínima	Semínima	Colcheia	Semi-colcheia	Fusa	Semifusa
tempo relativo	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

Nas partituras, há a indicação de uma dessas notas musicais como referência, associada a um número, indicando a quantidade de vezes que essa nota deve ser tocada por minuto. Por exemplo, se o tempo indicado em uma Mínima é = 120, então, nessa música, ao se tocar a semínima 120 vezes, deve-se transcorrer exatamente um minuto. E, a partir do tempo relativo, podem-se determinar o tempo das demais notas e o número de vezes que cada uma deve ser executada.

Analisando os números presentes na tabela referente ao tempo relativo das notas, da esquerda para a direita temos uma sequência finita decrescente que pode ser classificada como uma progressão

- A** geométrica (PG) de razão  $1/2$ .
- B** aritmética (PA) de razão  $1/64$ .
- C** aritmética (PA) de razão  $-1/2$ .
- D** aritmética (PA) de razão  $-2$ .
- E** geométrica (PG) de razão  $-1/2$ .

**Questão 02**

(Ronaebson)

Quando Thanos reuniu as joias do infinito em *Vingadores: Gerra Infinita*, seu ato final foi estalar os dedos e dizimar metade dos seres vivos do universo, ato que ficou conhecido como a dizimação.



Supondo que a cada vez que Thanos estalar os dedos portando a manopla do infinito, metade dos seres vivos do universo naquele momento sejam dizimados de maneira aleatória, o percentual daqueles que ainda estarão vivos após ele estalar os dedos três vezes seguidas é

- A 0%.
- B 6,25%.
- C 12,5%.
- D 25%.
- E 50%.

**Questão 03**

(UEG)

Em um experimento com uma colônia de bactérias, verificou-se que uma bactéria se divide em duas a cada hora. Nessas condições, o número de bactérias originadas de uma só bactéria dessa colônia, depois de 12 horas, será

- A 4096
- B 8192
- C 1048
- D 3096
- E 2048

**Questão 04**

(UNISINOS\_2021)

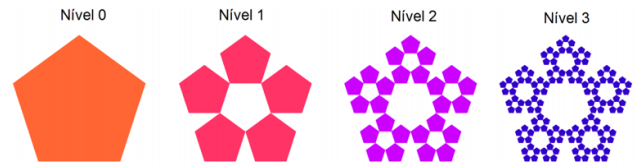
O número de infectados por determinada doença dobra a cada 4 dias. Se num determinado dia há 1.300 infectados, quantos haverá 12 dias depois?

- A 3.900
- B 5.200
- C 10.400
- D 15.600
- E 20.800

**Questão 05**

(Ronaebson)

No pentágono de Sierpinski, pentágonos maiores são recursivamente divididos em cinco pentágonos menores (de cor) com um sexto pentágono central branco. Observe os primeiros quatro níveis do fractal resultante.



A tabela a seguir relaciona o nível da construção do fractal com o número de pentágonos de cor (não brancos) e o número de pentágonos brancos:

Nível	Número de pentágonos de cor	Número de pentágonos brancos
0	1	0
1	5	1
2	25	5
3	125	25
⋮	⋮	⋮

O total de pentágonos (tanto os de cor como os brancos) presentes no *Nível 5* da construção do fractal é

- A 625.
- B 850.
- C 1250.
- D 3125.
- E 3750.

**Questão 06**

(UEA\_2021)

Em um laboratório, há 3 frascos com o mesmo tipo de produto, cujas quantidades, todas diferentes entre si, formam uma progressão geométrica de razão 4. Se a soma das 3 quantidades totaliza 315 mL, a menor quantidade de produto contida em um frasco é

- A 25 mL.
- B 20 mL.
- C 30 mL.
- D 15 mL.
- E 10 mL.

**Questão 07**

(UEA\_2021)

Para a realização de determinada tarefa foram cortados 4 pedaços de barbante,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$ , cujos comprimentos formam, nesta ordem, uma progressão geométrica crescente. Se o menor pedaço mede 40 cm e a diferença entre os comprimentos dos pedaços  $P_2$  e  $P_1$  é 20 cm, o comprimento do maior pedaço excede o comprimento do menor pedaço em

- A 95 cm.
- B 65 cm.
- C 75 cm.
- D 85 cm.
- E 55 cm.

**Questão 08**

(UEG\_2020)

Em um experimento com uma colônia de bactérias, verificou-se que uma bactéria se divide em duas a cada hora. Nessas condições, o número de bactérias originadas de uma só bactéria dessa colônia, depois de 12 horas, será

- A 4096
- B 8192
- C 1048
- D 3096
- E 2048

**Questão 09**

(IFCE\_2019)

Numa progressão geométrica, o segundo e o sétimo termos valem, respectivamente, 32 e 243.

Nessa progressão, o quarto termo é o número

- A 64.
- B 72.
- C 56.
- D 48.
- E 36.

**Questão 10**

(UEA\_2024)

As notas de matemática obtidas por um estudante na 1ª, 2ª e 3ª provas do ano formam, nessa ordem, uma progressão aritmética de razão 3. Se o estudante tivesse obtido um ponto a mais na 1ª prova e mantivesse as mesmas notas da 2ª e das 3ª provas, essa nova sequência de notas, nessa ordem, formaria uma progressão geométrica de razão  $3/2$ . A nota obtida por ele na 3ª prova foi

- A 6.
- B 9.
- C 8.
- D 7.
- E 10.

**Questão 11**

(PUC-RS\_2023)

Uma equipe de pesquisadores iniciou um estudo sobre bactérias do grupo cocos. Para a pesquisa, foi necessário reproduzir essas bactérias em laboratório, em um recipiente aberto, no formato de cubo, com arestas medindo  $40 \mu\text{m}$ . No primeiro dia do experimento, foi colocada uma bactéria no recipiente; no segundo dia, observou-se que havia duas bactérias; no terceiro, quatro; no quarto, oito; e assim, sucessivamente, o número de bactérias dobrava de quantidade a cada dia. Assumindo que essas bactérias têm formato esférico e possuem diâmetros de  $1 \mu\text{m}$ , qual alternativa apresenta o número mínimo de dias para que o volume de bactérias ultrapasse o volume do recipiente cúbico?

Para os cálculos, considere  $\pi \cong 3$  e  $2^{10} \cong 1000$ .

- A 15
- B 18
- C 20
- D 21

**Questão 12**

(EPCAR\_2021)

O jogo árabe chamado *Quirkat* ou *Al-Quirg* é semelhante ao jogo de damas moderno, no qual há um tabuleiro de 25 casas ( $5 \times 5$ ).

Esse jogo foi mencionado na obra *Kitab Al-Aghani* do século X. O *Al-Quirg* era também o nome para o jogo que atualmente é conhecido como trilha.

Certo dia, um caixeiro viajante apresentou esse jogo a um rei que ficou encantado com ele e decidiu que iria comprá-lo. Pediu ao viajante que colocasse preço no produto.

O caixeiro disse:

“– Vossa Majestade, posso lhe vender o jogo por uma simples barganha! Basta me dar 1 grão de milho para a 1ª casa do jogo, 2 grãos de milho para a 2ª casa do jogo, 4 grãos de milho para a 3ª casa do jogo, 8 grãos de milho para a 4ª casa do jogo e assim por diante até a 25ª casa do tabuleiro!”

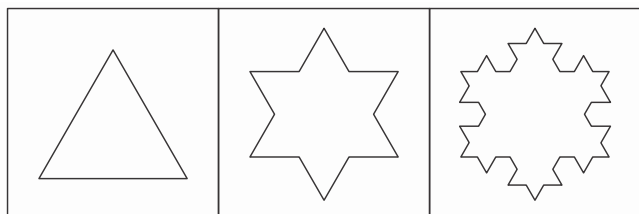
O rei, imediatamente, ordenou o pagamento para o caixeiro viajante em troca do jogo que tanto lhe agradou. Levando em consideração que o peso médio de um grão de milho seja de  $0,30 \text{ g}$  pode-se afirmar que

- A pelo pagamento referente a 13ª casa, considerando o peso médio do grão do milho, o caixeiro recebeu  $1,2288 \text{ kg}$ .
- B até a décima casa do tabuleiro, se considerado o peso médio do grão de milho, o viajante tinha recebido um total de  $307,2 \text{ g}$ .
- C a quantidade de grãos recebido pelo caixeiro viajante é um número terminado em 7.
- D a quantidade de grãos recebido pelo viajante é um número múltiplo de 2.

**Questão 13**

(UFJF\_2018)

O fractal denominado floco de neve de Koch é obtido partindo-se de um triângulo equilátero. Divide-se cada lado desse triângulo em 3 segmentos de mesmo comprimento, desenha-se um novo triângulo equilátero a partir do segmento do meio e retira-se a sua base, conforme figura abaixo. Esse processo ocorre indefinidamente para obter o floco de neve.



Fonte: disponível em <goo.gl/MfBH7V>

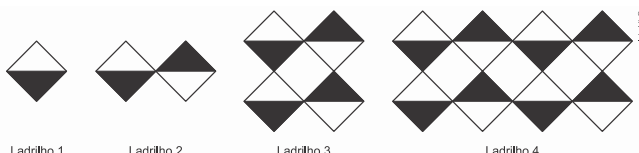
Qual o número de lados da sétima figura, isto é, após ocorrer 6 vezes esse processo?

- A 1024
- B 3072
- C 4096
- D 7048
- E 12288

**Questão 14**

(IFPE\_2017)

Lopes é aluno do curso de Artes Visuais do campus Olinda e, entre uma aula e outra, gosta de desenhar ladrilhos triangulares conforme a figura.



Seguindo o padrão, quantos triângulos pretos Lopes desenhará no ladrilho de número 10?

- A 2048
- B 256
- C 1024
- D 512
- E 100

**Questão 15**

(UNICAMP\_2018)

Dois anos atrás certo carro valia R\$50.000,00 e atualmente vale R\$32.000,00. Supondo que o valor do carro decresça a uma taxa anual constante, daqui a um ano o valor do carro será igual a

- A R\$25.600,00
- B R\$24.400,00
- C R\$23.000,00
- D R\$18.000,00

**Questão 16**

(UERJ)

Um feirante vende ovos brancos e vermelhos. Em janeiro de um determinado ano, do total de vendas realizadas, 50% foram de ovos brancos e os outros 50% de ovos vermelhos. Nos meses seguintes, o feirante constatou que, a cada mês, as vendas de ovos brancos reduziram-se 10% e as de ovos vermelhos aumentaram 20%, sempre em relação ao mês anterior.

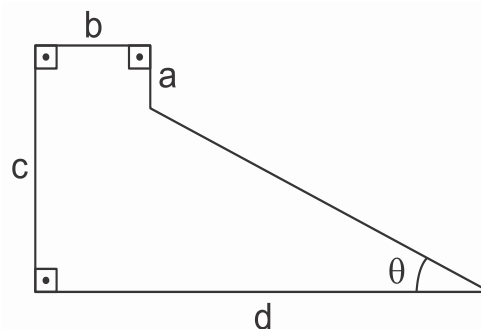
Ao final do mês de março desse mesmo ano, o percentual de vendas de ovos vermelhos, em relação ao número total de ovos vendidos em março, foi igual a:

- A 64%
- B 68%
- C 72%
- D 75%

**Questão 17**

(UNICAMP\_2019)

A figura a seguir exibe um pentágono em que quatro lados consecutivos têm comprimentos a, b, c e d.



Se a sequência (a, b, c, d) é uma progressão geométrica de razão  $q > 1$ , então  $\tan\theta$  é igual a

- A  $\frac{1}{q}$
- B  $q$
- C  $q^2$
- D  $\sqrt{q}$

**Questão 18**

(Ronaebson)

Clodoaldo jogou na loteria esportiva durante quatro semanas consecutivas, de tal forma que, a partir da segunda semana, o valor apostado era o triplo do valor da semana anterior. Se o total apostado, nas quatro semanas, foi R\$ 4000,00, o valor pago por Clodoaldo, no jogo da primeira semana, foi:

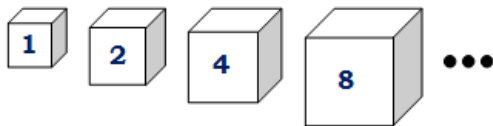
- A R\$ 50,00
- B R\$ 75,00
- C R\$ 100,00
- D R\$ 120,00
- E R\$ 150,00



**Questão 19**

(Ronaebson)

Samuel é um colecionador de bolinhas de borracha, dos mais diversos modelos e cores. Todos os dias ele ganha uma dessas bolinhas de alguém de sua família. Para guardar sua primeira bola, ele fez uma caixinha que cabia apenas uma bola e nela escreveu o número 1. Quando ganhou a segunda bolinha, Samuel fez uma nova caixa que cabia exatamente duas bolinhas e nela escreveu o número 2 e colocou as duas bolinhas que tinha dentro dessa caixa, deixando assim a caixa 1 vazia. Para a terceira bola, Samuel utilizou a caixa 1 que estava vazia e ficou com as duas caixas cheias. Para a quarta bola ganha, Samuel fez uma nova caixa que cabia exatamente quatro bolas e nela escreveu o número 4 e colocou todas suas bolinhas nessa caixa, deixando as caixas com os números 1 e 2 vazias. E assim foi fazendo. A cada nova bolinha que ganhava ele utilizava as caixas que já tinha feito ou fazia uma nova caixa que cabia exatamente o número de bolas que tinha no momento e marcando essa caixa com tal número.



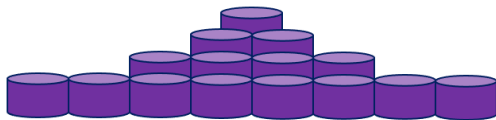
Antes que seja necessária a construção da 8ª caixa, Samuel deve ter no máximo

- A 63 bolinhas.
- B 64 bolinhas.
- C 127 bolinhas.
- D 128 bolinhas.
- E 255 bolinhas.

**Questão 20**

(Ronaebson)

Em um supermercado, um funcionário organiza latas de flocos de arroz em promoção em filas horizontais sobre uma grande prateleira. Sabe-se que na primeira fila tem apenas uma lata, na segunda fila tem duas latas, na terceira fila tem quatro latas, na quarta fila tem oito, e assim sucessivamente.



Por causa do tamanho da prateleira, o funcionário só conseguiu construir 6 dessas filas de modo a obedecer ao padrão que ele vinha utilizando.

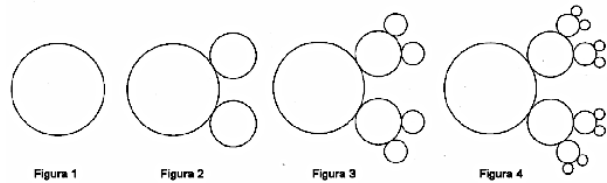
Quantas latas ao todo foram utilizadas nessa diagramação?

- A 31
- B 32
- C 63
- D 64
- E 128

**Questão 21**

(Ronaebson)

A sequência de figuras a seguir mostra como é obtido o fractal "Orelhas de Gato".



Sabe-se que o raio do círculo da figura 1 é igual a 8 cm e que para as próximas figuras, a medida do raio de cada novo círculo é igual à metade do raio do menor círculo da figura anterior.

A área da figura 5 dessa sequência é igual a

- A  $64\pi \text{ cm}^2$ .
- B  $96\pi \text{ cm}^2$ .
- C  $100\pi \text{ cm}^2$ .
- D  $124\pi \text{ cm}^2$ .
- E  $128\pi \text{ cm}^2$ .

**Questão 22**

(Ronaebson)

Natanael pegou um rolo de arame na garagem de seu avô e decidiu cortar esse arame em vários pedaços, sendo o primeiro pedaço de 1m, o segundo pedaço de 2m, o terceiro pedaço de 4m, o quarto pedaço de 8m e assim por diante, de modo que cada pedaço retirado tem sempre o dobro do tamanho do pedaço retirado anteriormente.

Sabe-se que ele retirou um total de 11 pedaços e ainda sobrou 53 metros de arame no rolo. O comprimento total de arame que tinha inicialmente no rolo era de

- A 1024 m
- B 1077 m
- C 2047 m
- D 2100 m.
- E 2153 m.

**Questão 23**

(FUVEST)

Forma-se uma pilha de folhas de papel, em que cada folha tem 0,1mm de espessura. A pilha é formada da seguinte maneira: coloca-se uma folha na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já houverem sido colocadas anteriormente. Depois de 33 dessas operações, a altura da pilha terá a ordem de grandeza

- A da altura de um poste.
- B da altura de um prédio de 30 andares.
- C do comprimento da Av. Paulista.
- D da distância da cidade de São Paulo (SP) à cidade do Rio de Janeiro (RJ).
- E do diâmetro da Terra.

**Questão 24**

(Ronaebson)

Dividendo é a cota ou porcentagem resultante da divisão dos lucros de uma empresa rateada entre os seus acionistas. Taxa de retorno de um investimento, em determinada unidade de tempo, é a razão entre o ganho (ou perda) e o montante de dinheiro investido nesse período.

Os corretores e os investidores que aplicam na Bolsa de Valores valem-se de uma fórmula matemática para estimar o preço de compra ou de venda de determinada ação. Essa fórmula calcula o preço justo  $P$  de uma ação a uma taxa de retorno  $i$  por unidade de tempo e expressa pela soma infinita

$$P = \frac{D_1}{1+i} + \frac{D_2}{(1+i)^2} + \frac{D_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{D_n}{(1+i)^n} + \dots,$$

em que  $D_n$  é o dividendo esperado ao final da  $n$ ésima unidade de tempo.

Para uma determinada ação, temos que  $D_1 = R\$ 13,31$  e os dividendos esperados a cada ano evoluem de acordo com uma P.G. de razão 1,1. Dado que a taxa de retorno dessa ação é de 21% ao ano, o preço justo  $P$  para essa ação é

- A R\$ 63,39.
- B R\$ 76,69.
- C R\$ 121,00
- D R\$ 133,10.
- E R\$ 146,41.

**Questão 25**

(UFJF\_2022)

Um fabricante de automóveis realizou um teste em um de seus carros para avaliar a sua performance. Para completar a primeira volta o carro gastou 120 segundos e, a partir da segunda volta, passou a gastar um tempo 5% menor do que o tempo gasto para completar a volta anterior.

Qual foi o tempo aproximado, em segundos, que esse carro gastou para completar as 10 primeiras voltas? (Use:  $0,95^{10} = 0,6$ )

- A 900
- B 930
- C 960
- D 975
- E 1200

**Questão 26**

(UPF)

Considere uma espiral construída por 15 segmentos de reta. O comprimento de cada segmento é 80% do comprimento do segmento anterior. O maior segmento mede 5,0 cm. O comprimento  $C$  de toda espiral, em cm, pode ser determinado por:



- A  $C = 25[(0,8)^{15} + 1]$
- B  $C = -25[(0,8)^{15} - 1]$
- C  $C = -25[(0,2)^{14} - 1]$
- D  $C = -6,25[(0,2)^{14} - 1]$
- E  $C = 6,25[(0,2)^{14} + 1]$

**Questão 27**

(UEL)

Em uma população totalmente suscetível a uma doença infecciosa, o número de novas infecções  $C(n)$ , no instante de tempo  $n$ , cresce em progressão geométrica de razão  $q > 0$ . Isto é,  $C(n) = C_0 \cdot q^n$ , onde  $n$  é expresso em uma certa unidade de medida e  $C_0$  é a quantidade de infectados no instante inicial  $n = 0$ . A seguir, é apresentada uma tabela com exemplos.

Doença	q	Und de medida
Sarampo	15	4 dias
Difteria	6	4 dias
SARS	5	10 dias
Influenza	3	7 dias
Ebola	2	2 semanas

(Adaptado de: <[https://en.wikipedia.org/wiki/Basic\\_reproduction\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/Basic_reproduction_number)>. Acesso em: 25 maio 2017.)

Suponha que uma cidade totalmente suscetível, na Europa medieval, tenha sido tomada pela Peste Negra, que se iniciou com  $C_0 = 15$  infectados. Considerando que, em 8 dias, a soma de infectados desde o início da infestação totalizou 195 pessoas e que a unidade de medida seja de 4 dias, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a razão  $q$ .

- A 2.
- B 3.
- C 5.
- D 6.
- E 10.

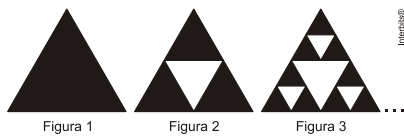
**Questão 28**

(ENEM)

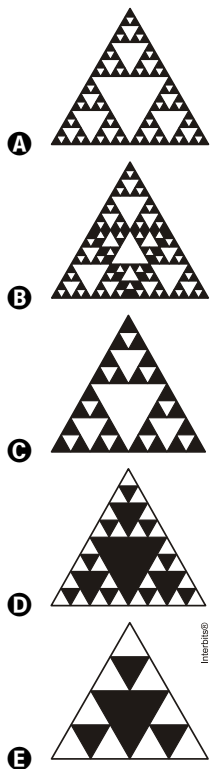
Fractal (do latim *fractus*, fração, quebrado) - objeto que pode ser dividido em partes que possuem semelhança com o objeto inicial. A geometria fractal, criada no século XX, estuda as propriedades e o comportamento dos fractais - objetos geométricos formados por repetições de padrões similares.

O triângulo de Sierpinski, uma das formas elementares da geometria fractal, pode ser obtido por meio dos seguintes passos:

1. comece com um triângulo equilátero (figura 1);
2. construa um triângulo em que cada lado tenha a metade do tamanho do lado do triângulo anterior e faça três cópias;
3. posicione essas cópias de maneira que cada triângulo tenha um vértice comum com um dos vértices de cada um dos outros dois triângulos, conforme ilustra a figura 2;
4. repita sucessivamente os passos 2 e 3 para cada cópia dos triângulos obtidos no passo 3 (figura 3).



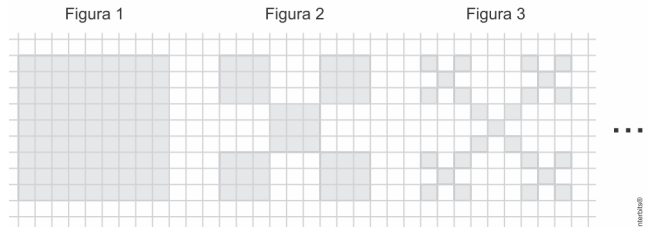
De acordo com o procedimento descrito, a figura 4 da sequência apresentada acima é



**Questão 29**

(UNESP)

A sequência de figuras, desenhadas em uma malha quadriculada, indica as três primeiras etapas de formação de um fractal. Cada quadrado dessa malha tem área de  $1\text{cm}^2$ .



Dado que as áreas das figuras, seguindo o padrão descrito por esse fractal, formam uma progressão geométrica, a área da figura 5, em  $\text{cm}^2$ , será igual a

- A  $\frac{625}{81}$
- B  $\frac{640}{81}$
- C  $\frac{125}{27}$
- D  $\frac{605}{81}$
- E  $\frac{215}{27}$

**Questão 30**

(UPE\_SSA)

Um químico está tentando produzir um detergente econômico, utilizando sabão concentrado líquido e água. Ele tem 12 litros de sabão concentrado líquido, e retira 4 litros desse volume e os substitui por água. Em seguida, retira 4 litros da mistura obtida e os substitui por água novamente. Efetuando essa operação por 6 vezes consecutivas, quantos litros de sabão concentrado líquido, aproximadamente, sobraram na mistura?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

**Questão 31**

(EFOMM)

Um garrafão contém 3 litros de vinho. Retira-se um litro de vinho do garrafão e acrescenta-se um litro de água, obtendo-se uma mistura homogênea. Retira-se, a seguir, um litro da mistura e acrescenta-se um litro de água, e assim por diante.

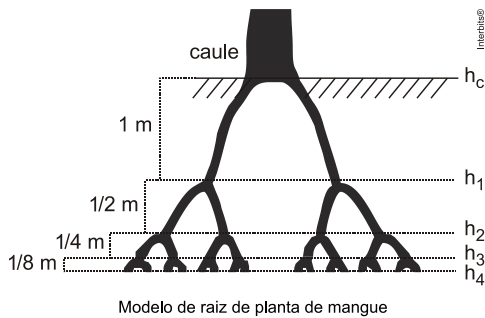
A quantidade de vinho, em litros, que resta no garrafão, após 5 dessas operações, é aproximadamente igual a

- A 0,396
- B 0,521
- C 0,676
- D 0,693
- E 0,724

**Questão 32**

(UEL)

A figura a seguir representa um modelo plano do desenvolvimento vertical da raiz de uma planta de mangue. A partir do caule, surgem duas ramificações da raiz e em cada uma delas surgem mais duas ramificações e, assim, sucessivamente. O comprimento vertical de uma ramificação, dado pela distância vertical reta do início ao fim da mesma, é sempre a metade do comprimento da ramificação anterior.



Modelo de raiz de planta de mangue

Sabendo que o comprimento vertical da primeira ramificação é de  $h_1 = 1\text{ m}$ , qual o comprimento vertical total da raiz, em metros, até  $h_{10}$ ?

- A  $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)$
- B  $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2^9}\right)$
- C  $2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)$
- D  $2 \cdot \left(1 - \frac{1}{10^{10}}\right)$
- E  $2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^9}\right)$

**Questão 33**

(UDESC)

Seja  $P_1$  um quadrado de lado  $L_1$  e área  $A_1$ . Construa um novo quadrado  $P_2$ , usando os pontos médios dos lados de  $P_1$ , que terá lado medindo  $L_2$  e área  $A_2$ . Agora construa o quadrado  $P_3$ , usando os pontos médios dos lados de  $P_2$ , que terá lado medindo  $L_3$  e área  $A_3$ , e assim sucessivamente.

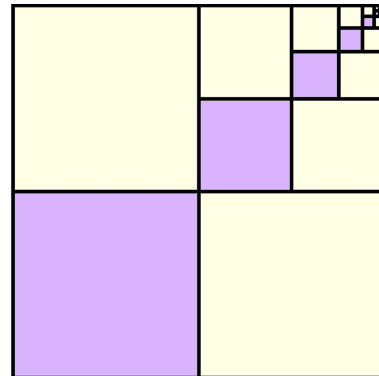
Sobre as progressões  $(L_1, L_2, L_3, \dots)$  e  $(A_1, A_2, A_3, \dots)$  é correto afirmar que:

- A ambas são progressões aritméticas com razões diferentes.
- B ambas são progressões geométricas com a mesma razão.
- C ambas são progressões geométricas com razões diferentes.
- D ambas são progressões aritméticas com a mesma razão.
- E a medida dos lados forma uma progressão aritmética, enquanto a medida das áreas forma uma progressão geométrica.

**Questão 34**

(Ronaebson)

O logotipo de uma empresa é construído da seguinte forma: dado um quadrado branco, divide-se ele em quatro quadrados iguais e pinta-se o do canto inferior esquerdo de roxo. Com o quadrado do canto superior direito, repete-se o processo, divide-o em quatro quadrados iguais, pinta-se o do canto inferior esquerdo de roxo e divide-se o do canto superior direito em quatro quadrados. Esse processo continua indefinidamente, como mostra a figura abaixo.



Esta empresa pretende reproduzir este logotipo na entrada de sua sede, usando uma grande placa metálica quadrada em cor originalmente branca com 6 metros de lado, e pintando as regiões delimitadas em roxo com um spray especial.

Baseado nessas informações, a área desta placa metálica que não será pintada será de

- A 18 m<sup>2</sup>.
- B 21 m<sup>2</sup>.
- C 24 m<sup>2</sup>.
- D 27 m<sup>2</sup>.
- E 30 m<sup>2</sup>.

**Questão 35**

(Ronaebson)

Abraão tirou a manhã para resolver as coisas da empresa do seu pai. Primeiro ele foi ao banco, depois foi ao cartório, depois fez um lanchinho e por fim foi comprar material para o escritório. Cada uma dessas atividades, a partir da segunda, levou exatamente metade do tempo que a anterior.

Sabendo que Abraão foi para banco às 8h e terminou de comprar o material para o escritório às 12h, a que horas ele começou a fazer o lanchinho?

- A 8h 16min
- B 8h 48min
- C 10h 8min
- D 11h 12min
- E 11h 32 min

**Questão 36**

(FATEC\_2022)

Uma pessoa, com 95 kg de massa, preocupada com sua saúde, resolveu procurar um médico especialista que lhe receitou uma dieta para emagrecimento saudável.

No primeiro trimestre, ela conseguiu reduzir 14 kg. A partir daí, a cada trimestre ela percebe que só consegue reduzir metade da massa reduzida no trimestre anterior. Suponha que essa dieta seja a única maneira para ela reduzir sua massa e que seja mantida indefinidamente.

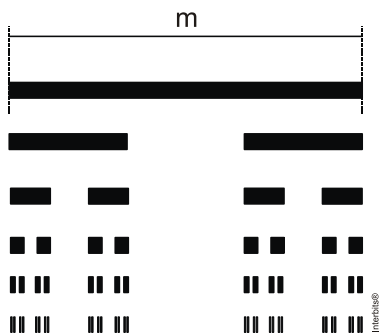
Assim sendo, mantendo os parâmetros de redução de massa apresentados, sua massa se aproximará cada vez mais de

- A 55 kg.
- B 60 kg.
- C 62 kg.
- D 67 kg.
- E 70 kg.

**Questão 37**

(ESPCEX)

Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhantes ao objeto original. Em muitos casos, um fractal é gerado pela repetição indefinida de um padrão. A figura abaixo segue esse princípio. Para construí-la, inicia-se com uma faixa de comprimento  $m$  na primeira linha. Para obter a segunda linha, uma faixa de comprimento  $m$  é dividida em três partes congruentes, suprimindo-se a parte do meio. Procede-se de maneira análoga para a obtenção das demais linhas, conforme indicado na figura.



Se, partindo de uma faixa de comprimento  $m$ , esse procedimento for efetuado infinitas vezes, a soma das medidas dos comprimentos de todas as faixas é

- A 3m
- B 4m
- C 5m
- D 6m
- E 7m

**Questão 38**

(UFF)

Com o objetivo de criticar os processos infinitos, utilizados em demonstrações matemáticas de sua época, o filósofo Zenão de Eleia (século V a.C.) propôs o paradoxo de Aquiles e a tartaruga, um dos paradoxos mais famosos do mundo matemático.



Fonte: <http://culturaclassica.blogspot.com/2008/05/aquiles-ainda-corre-os-paradoxos-de.html>

Existem vários enunciados do paradoxo de Zenão. O escritor argentino Jorge Luis Borges o apresenta da seguinte maneira:

*Aquiles, símbolo de rapidez, tem de alcançar a tartaruga, símbolo de morosidade. Aquiles corre dez vezes mais rápido que a tartaruga e lhe dá dez metros de vantagem. Aquiles corre esses dez metros, a tartaruga corre um; Aquiles corre esse metro, a tartaruga corre um décimo; Aquiles corre esse décimo, a tartaruga corre um centímetro; Aquiles corre esse centímetro, a tartaruga um milímetro; Aquiles corre esse milímetro, a tartaruga um décimo de milímetro, e assim infinitamente, de modo que Aquiles pode correr para sempre, sem alcançá-la.*

Fazendo a conversão para metros, a distância percorrida por Aquiles nessa fábula é igual a

$$d = 10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \dots = 10 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{10}\right)^n.$$

É correto afirmar que

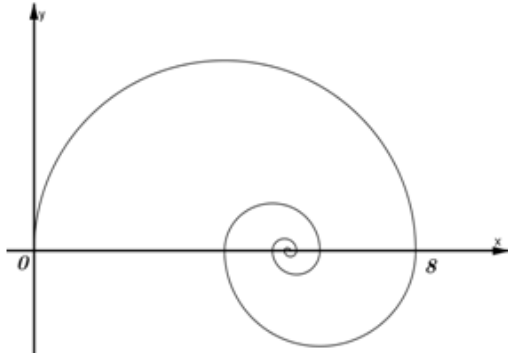
- A  $d = +\infty$
- B  $d = 11,11$
- C  $d = \frac{91}{9}$
- D  $d = 12$
- E  $d = \frac{100}{9}$

ANOTAÇÕES:

**Questão 39**

(Ronaebson)

Utilizando um software conveniente, um matemático desenhou uma espiral formada por infinitos semicírculos cujos centros pertencem ao eixo das abscissas. Dado que o diâmetro do primeiro semicírculo (o maior) é igual a 8 unidades de comprimento e o diâmetro de cada semicírculo é igual à metade do diâmetro do semicírculo anterior, as coordenadas do ponto assintótico da espiral, isto é, o ponto para o qual a espiral converge, são dadas pelo par ordenado



- A  $(\frac{16}{3}, 0)$ .
- B  $(\frac{8}{3}, 0)$ .
- C  $(\frac{4}{3}, 0)$ .
- D  $(\frac{16}{3}, \frac{3}{16})$ .
- E  $(\frac{8}{3}, 1)$ .

**Questão 40**

(CEFET-RJ)

Considere o seguinte procedimento: na primeira etapa, pegue uma folha de papel e corte-a ao meio, colocando os dois pedaços um sobre o outro. Em uma próxima etapa, corte novamente os papéis ao meio e coloque os pedaços um sobre o outro, formando uma pilha de papéis. Continue fazendo isso em cada etapa: sempre cortando todos os pedaços de papel da etapa anterior ao meio e formando uma nova pilha com todos os pedaços.

Se fosse possível realizar o que foi exposto, em quantas etapas, no mínimo, poderíamos formar uma pilha de papel com cerca de 200m de altura?

(Considere que 100 folhas empilhadas têm 1 cm de altura e que podemos fazer a aproximação  $2^{10} = 1024 \cong 10^3$ )

- A 21 etapas
- B 201 etapas
- C 2001 etapas
- D infinitas etapas

**Questão 41**

(UEL)

Van Gogh (1853-1890) vendeu um único quadro em vida a seu irmão, por 400 francos. Nas palavras do artista: “Não posso evitar os fatos de que meus quadros não sejam vendáveis. Mas virá o tempo em que as pessoas verão que eles valem mais que o preço das tintas”.

(Disponível em: <[http://www.naturale.med.br/artes/4\\_Van\\_Gogh.pdf](http://www.naturale.med.br/artes/4_Van_Gogh.pdf)>. Acesso em: 2 out. 2013.)

A mercantilização da cultura impulsionou o mercado de artes nos grandes centros urbanos. Hoje, o quadro Jardim das Flores, de Van Gogh, é avaliado em aproximadamente 84 milhões de dólares.

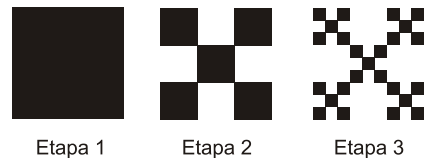
Supondo que há 61 anos essa obra custasse 84 dólares e que sua valorização até 2013 ocorra segundo uma PG, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor dessa obra em 2033, considerando que sua valorização continue conforme a mesma PG.

- A  $1,68 \times 10^9$  dólares.
- B  $8,40 \times 10^9$  dólares.
- C  $84,0 \times 10^7$  dólares.
- D  $168,0 \times 10^6$  dólares.
- E  $420,0 \times 10^7$  dólares.

**Questão 42**

(UFRGS)

Considere o padrão de construção representado pelos desenhos abaixo.



Na etapa 1, há um único quadrado com lado 1. Na etapa 2, esse quadrado foi dividido em nove quadrados congruentes, sendo quatro deles retirados, como indica a figura. Na etapa 3 e nas seguintes, o mesmo processo é repetido em cada um dos quadrados da etapa anterior.

Nessas condições, a área restante, na etapa 5, é

- A  $\frac{125}{729}$
- B  $\frac{125}{2187}$
- C  $\frac{625}{729}$
- D  $\frac{625}{2187}$
- E  $\frac{625}{6561}$



**Questão 43**

(EPCAR)

Uma escultura de chapa de aço com espessura desprezível foi feita utilizando-se inicialmente uma chapa quadrada de 1 metro de lado apoiada por um de seus vértices sobre um tubo cilíndrico.

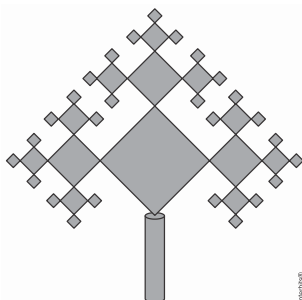
A partir desse quadrado, a escultura foi surgindo nas seguintes etapas:

1ª) Em cada um dos 3 vértices livres do quadrado foi construído um quadrado de lado  $\frac{1}{2}$  metro.

2ª) Em cada um dos vértices livres dos quadrados construídos anteriormente, construiu-se um quadrado de lado  $\frac{1}{4}$  de metro.

E assim, sucessivamente, em cada vértice livre dos quadrados construídos anteriormente, construiu-se um quadrado cuja medida do lado é a metade da medida do lado do quadrado anterior.

A figura seguinte esquematiza a escultura nas etapas iniciais de sua confecção.



Considerando que a escultura ficou pronta completadas sete etapas, é correto afirmar que a soma das áreas dos quadrados da 7ª etapa é igual a

- A  $\left(\frac{1}{4}\right)^7$
- B  $\left(\frac{3}{4}\right)^8$
- C  $\left(\frac{1}{4}\right)^8$
- D  $\left(\frac{3}{4}\right)^7$

**Questão 44**

(UFRGS)

Para fazer a aposta mínima na Mega Sena uma pessoa deve escolher 6 números diferentes em um cartão de apostas que contém os números de 1 a 60. Uma pessoa escolheu os números de sua aposta, formando uma progressão geométrica de razão inteira.

Com esse critério, é correto afirmar que

- A essa pessoa apostou no número 1.
- B a razão da PG é maior do que 3.
- C essa pessoa apostou no número 60.
- D a razão da PG é 3.
- E essa pessoa apostou somente em números ímpares.

**Questão 45**

(PUC-RJ)

Vamos empilhar 5 caixas em ordem crescente de altura. A primeira caixa tem 1m de altura, cada caixa seguinte tem o triplo da altura da anterior.

A altura da nossa pilha de caixas será:

- A 121m
- B 81m
- C 32m
- D 21m
- E 15m

Gabarito _ PG Fixação	
Questão	Resposta
F_01	40
F_02	2
F_03	25600
F_04	65,7%
F_05	7000
F_06	10%
DESAFIO	47

Gabarito _ Progressão Geométrica Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	A	24	C
02	C	25	C
03	A	26	B
04	C	27	B
05	E	28	C
06	D	29	A
07	A	30	A
08	A	31	A
09	B	32	C
10	B	33	C
11	B	34	C
12	A	35	D
13	E	36	D
14	D	37	A
15	A	38	E
16	A	39	A
17	A	40	A
18	C	41	B
19	C	42	E
20	C	43	D
21	D	44	A
22	D	45	A
23	D		

# MATEMÁTICA FINANCEIRA





## MATEMÁTICA FINANCEIRA



A Matemática Financeira é um dos assuntos mais ligados ao cotidiano das pessoas, pois modela e rege as mais diversas atividades no nosso sistema econômico, como por exemplo, a realização de empréstimos, compras no cartão de crédito, crediários, financiamentos imobiliários, financiamentos de automóveis, consórcios, poupança, fundos de investimentos, aplicações financeiras, capitalizações, planos de previdência dentre outros.

Assim, a Matemática Financeira é o ramo da matemática que estuda, fundamentalmente, os procedimentos utilizados em pagamentos de empréstimos, bem como métodos de análise de investimentos em geral.

Quando alguém dispõe de um capital  $C$  (chamado de principal), empresta-o a outra durante certo tempo, após esse período, recebe o capital  $C$  acrescido de uma remuneração  $J$  pelo empréstimo. A soma  $C + J$  é chamada de montante e será representada por  $M$ .

Ao valor acrescido ao capital emprestado damos o nome de Juros. O conceito de juros surgiu no momento em que o homem percebeu a existência de uma afinidade entre o dinheiro e o tempo. As situações de acúmulo de capital e desvalorização monetária davam a ideia de juros, pois isso acontecia em razão do valor momentâneo do dinheiro.

Dessa feita, Juro é a remuneração obtida a partir do capital de terceiros, ou seja, o juro pode ser compreendido como uma espécie de "aluguel sobre o dinheiro". A taxa seria uma compensação paga pelo tomador do empréstimo para ter o direito de usar o dinheiro até o dia do pagamento. O credor, por outro lado, recebe uma compensação por não poder usar esse dinheiro até o dia do pagamento e por correr o risco de não receber o dinheiro de volta, risco de inadimplência.

Essa remuneração pode ocorrer a partir de dois pontos de vista:

- ☞ *de quem paga*: nesse caso, tem-se uma despesa financeira, custo ou prejuízo.
- ☞ *de quem recebe*: podemos entender como rendimento, receita financeira, ganho ou lucro.

A taxa de juros, indicada por  $i$  (do inglês interest, que significa juros), é expressa como porcentagem do capital, isto é, é a razão  $i = \frac{J}{C}$  que é a taxa de crescimento do capital, sempre referida ao período da operação, ou seja, numa certa unidade de tempo, normalmente indicada da seguinte forma: ao dia (a.d.), ao mês (a.m.), ao ano (a.a.), etc.

Quanto aos empréstimos, essas operações são, geralmente, intermediadas por um banco que, de um lado, capta dinheiro de interessados em aplicar seus recursos e, de outro, empresta esse dinheiro aos tomadores interessados no empréstimo. A captação é feita de várias formas, como, por exemplo, cadernetas de poupança e certificados de depósito bancário (cada aplicação recebe uma taxa de acordo com o prazo e os riscos envolvidos). Os tomadores também podem obter financiamento sob diversas maneiras, e as taxas cobradas dependem do prazo do empréstimo, dos custos do capital para o banco e do risco de não-pagamento por parte do tomador.

**Exemplo 01:** Paulo tomou um empréstimo de R\$ 100,00. Dois meses após, pagou R\$ 140,00.

Os juros pagos por Paulo são de R\$ 40,00 e a taxa de juros é de  $40/100 = 0,40 = 40\%$  ao bimestre. O principal, que é a dívida inicial de Paulo, é igual a R\$ 100,00; o montante, que é a dívida na época do pagamento, é de R\$ 140,00.

**Exemplo 02:** Um banco oferece rendimento de 1,2% ao mês. Se uma quantia de R\$ 600,00 for aplicada nesse banco, vejamos que quantia o cliente terá em sua conta ao final de 1 mês.

Capital ( $C$ ): R\$ 600,00  
 Taxa de juros:  $1,2\% = 0,012$  ao mês  
 Juros ( $J$ ) (Rendimento):  
 $1,2\%$  de R\$ 600,00 =  $0,012 \times 600 = \text{R\$ } 7,20$   
 Montante ( $M$ ):  $C + J = 600 + 7,20 = \text{R\$ } 607,20$

## REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO

Se um capital for aplicado a uma certa taxa por período, por vários intervalos ou períodos de tempo, o valor do montante pode ser calculado segundo duas convenções de cálculo, chamadas de regimes de capitalização: capitalização simples (ou juros simples) e capitalização composta (ou juros compostos).



### JUROS SIMPLES:

Podemos entender juros simples como sendo o sistema de capitalização linear. O regime de juros será simples quando o percentual de juros incidir apenas sobre o valor do capital inicial, ou seja, sobre os juros gerados, a cada período, não incidirão novos juros. Assim, os juros gerados em cada período são sempre os mesmos e são dados pelo produto do capital pela taxa.

**Exemplo 03:** Um capital de R\$ 4000,00 é aplicado a juros simples durante 5 anos à taxa de 20% a.a. Vamos calcular os juros gerados em cada período e o momento após o período de aplicação.

- ∞ Juros gerados no 1º ano:  $4000 \cdot 0,2 = R\$ 800,00$
- ∞ Juros gerados no 2º ano:  $4000 \cdot 0,2 = R\$ 800,00$
- ∞ Juros gerados no 3º ano:  $4000 \cdot 0,2 = R\$ 800,00$
- ∞ Juros gerados no 4º ano:  $4000 \cdot 0,2 = R\$ 800,00$
- ∞ Juros gerados no 5º ano:  $4000 \cdot 0,2 = R\$ 800,00$

Observe que no cálculo dos juros de cada ano, a taxa incide apenas sobre o capital inicial. Assim, o montante após 5 anos será

$$4000 + 5 \cdot 800 = R\$ 8000,00.$$

Generalizando, consideremos um capital  $C$  aplicado a juros simples durante  $t$  períodos, a uma taxa  $i$  por período. Os juros no 1º período são iguais a  $C \cdot i$  e, de acordo com o regime de capitalização simples, em cada um dos  $t$  períodos subsequentes os juros são iguais a  $C \cdot i$ .

Logo, os juros simples da aplicação serão iguais à soma de  $t$  parcelas iguais a  $C \cdot i$ , ou seja,

$$J = \underbrace{C \cdot i + C \cdot i + \dots + C \cdot i}_{t \text{ vezes}}$$

e, portanto:

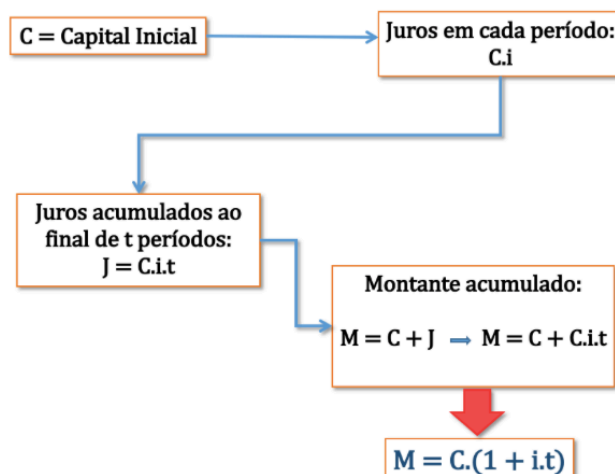
$$J = C \cdot i \cdot t$$

Em outras palavras, os juros simples são resultado do produto do capital pela taxa e pelo prazo da aplicação. Vale lembrar que nessa fórmula o prazo  $t$  deve estar expresso na mesma unidade de  $i$ , isto é, se a taxa  $i$  for definida em meses, o prazo  $t$  também virá em meses.

Assim, para a obtenção do montante acumulado ao final do período, basta somar o capital inicial com os juros gerados, logo:

$$M = C + J \Rightarrow M = C + C \cdot i \cdot t$$

$$M = C \cdot (1 + i \cdot t)$$



**Exemplo 04:** Chaves tomou um empréstimo de R\$ 6000,00 que deve ser pago com juros de 4% a.m. pelo regime de juros simples. Vamos calcular os juros gerados em cada período e o montante da dívida de Chaves ao final de 4 meses.

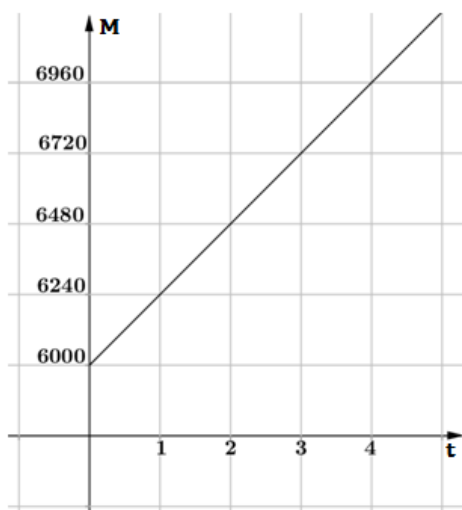
- ∞ Juros gerados no 1º mês:  $6000 \cdot 0,04 = R\$ 240,00$
- ∞ Juros gerados no 2º mês:  $6000 \cdot 0,04 = R\$ 240,00$
- ∞ Juros gerados no 3º mês:  $6000 \cdot 0,04 = R\$ 240,00$
- ∞ Juros gerados no 4º mês:  $6000 \cdot 0,04 = R\$ 240,00$

A dívida de Chaves ao final de 4 meses será igual a

$$M = 6000 + 4 \cdot 240 = R\$ 6960,00.$$

Observe que a cada mês a dívida sofre um acréscimo de R\$ 240,00, o que nos dá um crescimento modelado por uma progressão aritmética ou função afim.

$$M(t) = 6000 \cdot (1 + 0,04 \cdot t)$$



### JUROS COMPOSTOS

Podemos entender juros compostos como sendo o sistema de capitalização exponencial. O regime de juros será composto quando o percentual de juros incidir sobre o valor acumulado, ou seja, os juros gerados a cada período são incorporados ao valor principal para o cálculo de juros no período seguinte.

**Exemplo 05:** Valério tomou um empréstimo de R\$ 1000,00, a juros de taxa 10% ao mês.

Após um mês a dívida de Valério será acrescida de  $0,10 \cdot 1000 = R\$ 100,00$  de juros (pois  $J = iC$ ), passando a R\$ 1100,00. Se Valério e seu credor concordarem em adiar a liquidação da dívida por mais um mês, mantida a mesma taxa de juros, o empréstimo será quitado, dois meses depois de contraído, por R\$ 1210,00, pois os juros relativos ao segundo mês serão  $0,10 \cdot 1100 = R\$ 110,00$ .

Mais precisamente, no regime de juros compostas, os juros em cada período são calculados, conforme é natural, sobre a dívida do início desse período, ou seja, sobre o valor até então acumulado, de modo que tal procedimento equivale a dois aumentos SUCESSIVOS de 10%.

As pessoas menos avisadas têm tendência a achar que juros de 10% ao mês dão em dois meses juros de 20%. Note que juros de 10% ao mês dão em dois meses juros de 21%.

**Exemplo 06:** Um capital de R\$ 4000,00 é aplicado a juros compostos durante 5 anos à taxa de 20% a.a. Vamos calcular os juros gerados em cada período e o momento após cada período de aplicação.

- ⌚ Juros gerados no 1º ano:  $4000 \cdot 0,2 = R\$ 800,00$  e o montante após 1 ano é  $M_1 = R\$ 4800,00$ .
- ⌚ Juros gerados no 2º ano:  $4800 \cdot 0,2 = R\$ 960,00$  e o montante após 2 anos é  $M_2 = R\$ 5760,00$ .
- ⌚ Juros gerados no 3º ano:  $5760 \cdot 0,2 = R\$ 1152,00$  e o montante após 3 anos é  $M_3 = R\$ 6912,00$ .
- ⌚ Juros gerados no 4º ano:  $6912 \cdot 0,2 = R\$ 1382,40$  e o montante após 4 anos é  $M_4 = R\$ 8294,40$ .
- ⌚ Juros gerados no 5º ano:  $8294,4 \cdot 0,2 = R\$ 1658,88$  e o montante após 5 anos é  $M_5 = R\$ 9953,28$ .

Generalizando, consideremos um capital  $C$  aplicado a juros simples, a uma taxa  $i$  por período e durante  $t$  períodos. Vamos calcular o montante dessa aplicação:

☞ Montante após 1 período:

$$M_1 = C + C \cdot i = C(1 + i)$$

☞ Montante após 2 períodos:

$$M_2 = M_1 + M_1 \cdot i = M_1(1 + i) = C(1 + i)^2$$

☞ Montante após 3 períodos:

$$M_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2(1 + i) = C(1 + i)^3$$

☞ Montante após 4 períodos:

$$M_4 = M_3 + M_3 \cdot i = M_3(1 + i) = C(1 + i)^4$$

...

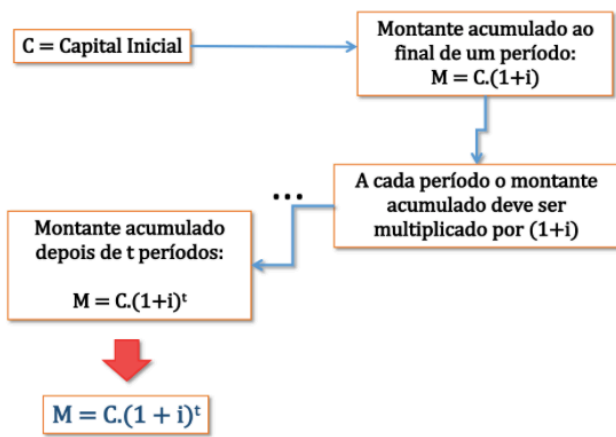
☞ Montante após  $t$  período:

$$M_t = M_{t-1} + M_{t-1} \cdot i = M_{t-1}(1 + i) = C(1 + i)^t$$

Basta observar que acrescentar uma taxa percentual  $i$  a um determinado valor é o mesmo que multiplicá-lo por  $(1 + i)$ , assim os valores do capital crescem a uma taxa relativa constante e, portanto, formam uma progressão geométrica de razão  $(1 + i)$ , sendo o montante ao final de  $t$  períodos igual a

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$





**Exemplo 07:** Calcule o montante de um capital de R\$ 6000,00, aplicado a juros compostos, durante um quadrimestre a uma taxa de 5% a.m.

Montante ao final de 1 mês:

$$M_1 = 6000 \cdot (1,05) = R\$ 6300,00$$

Montante ao final de 2 meses:

$$M_2 = 6000 \cdot (1,05)^2 = R\$ 6615,00$$

Montante ao final de 3 mês:

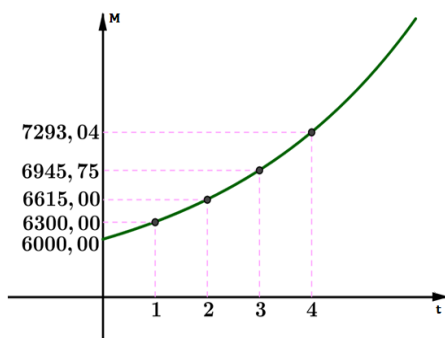
$$M_3 = 6000 \cdot (1,05)^3 = R\$ 6945,75$$

Montante ao final de 1 mês:

$$M_4 = 6000 \cdot (1,05)^4 = R\$ 7293,04$$

Observe que a cada mês o capital sofre um acréscimo de 5%, ou seja, é multiplicado por 1,05, o que nos dá um crescimento modelado por uma progressão geométrica ou função exponencial.

$$M(t) = 6000 \cdot (1 + 0,04)^t$$



É importante perceber que o valor de uma quantia depende da época à qual ela está referida. Se eu consigo fazer com que meu dinheiro renda 10% ao mês, ou seja, se o dinheiro vale para mim 10% ao mês, é indiferente para mim pagar R\$ 100,00 agora ou pagar R\$ 110,00 daqui a um mês. É mais vantajoso pagar R\$ 107,00 daqui a um mês do que pagar R\$ 100,00 agora. É mais vantajoso pagar R\$ 100,00 agora do que R\$ 112,00 daqui a um mês.

No final das contas, o problema central da Matemática Financeira é *deslocar quantias no tempo*.

Assim, tudo que discutimos até agora sobre o regime de capitalização composta pode ser reescrito da seguinte maneira: uma quantia, cujo valor atual é  $A$ , equivalerá no futuro, depois de  $t$  períodos de tempo, a  $F = A \cdot (1 + i)^t$ , considerando que o dinheiro sofre sempre uma valorização de uma taxa  $i$ .

Essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais, de modo que para obter o valor futuro, basta multiplicar o atual por  $(1 + i)^t$ , e para obter o valor atual, basta dividir o futuro por  $(1 + i)^t$ .

**Problema 01: (Ronaebson)** Pietra recebeu de seu avô uma herança no valor de R\$ 20.000,00. Sempre preocupada com o futuro, decidiu investir esse dinheiro numa aplicação cuja rentabilidade é de 21% ao ano (regime de juros compostos).

Ao final de três anos, o valor que Pietra terá acumulado será igual a

- A R\$ 17.715,61.
- B R\$ 32.600,00.
- C R\$ 35.431,22.
- D R\$ 42.000,00
- E R\$ 72.600,00.

**Solução:**

O montante acumulado por Pietra ao final de três anos foi

$$20000 \cdot (1,21)^3 = 20000 \cdot (1,1)^6$$

$$\downarrow$$

$$R\$ 35.431,22$$

Resposta: [C]

**Problema 02: (Ronaebson)** No início de janeiro 2018, um investidor aplicou certo capital no fundo de ações que rentabilizou durante os cinco primeiros meses do referido ano com média de 10% ao mês. No final de maio, ele percebeu que seu saldo era exatamente R\$ 100.000,00. Supondo que a rentabilidade média de 10% ao mês se mantenha até o final de 2018, estima-se que seu saldo no final de setembro seja igual a

- A R\$ 110.000,00.
- B R\$ 121.000,00.
- C R\$ 133.100,00.
- D R\$ 146.410,00.
- E R\$ 151.010,61.

**Solução:**

Se no final de maio ele tinha R\$ 100.000,00 e a aplicação rende 10% ao mês, no final de setembro, isto é, quatro meses depois, teremos:

$$100000 \cdot (1,1)^4 = R\$ 146.410,00$$

Resposta: [D]

**Problema 03: (Ronaebson)** A “Calculadora do Cidadão” é uma ferramenta on-line que o Banco Central dispõe para que o cidadão possa simular operações do cotidiano financeiro a partir de informações fornecidas pelo usuário. Um dos módulos disponíveis é o financiamento com prestações fixas, ou seja, pagamentos mensais e de mesmo valor, considerando certa taxa de juros, liquidando um valor financiado após o número de meses.

A base de cálculos para esse módulo de financiamento com prestações fixas é dada pela expressão:

$$q_0 = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \times p$$

onde,  $n$  é a quantidade de meses (prestações),  $i$  é a taxa de juros mensal,  $p$  é o valor da prestação e  $q_0$  é o valor financiado.

Gheraldy deseja fazer um empréstimo de R\$ 10.000,00 para investir no seu negócio e a menor taxa de juros que ele conseguiu foi de 2,93% ao mês. Desejando pagar o empréstimo em 24 parcelas mensais, após colocar as informações no simulador, ele verificou que o valor de cada prestação seria de

(Use  $(1,0293)^{24} = 2$ )

- A R\$ 293,00.
- B R\$ 416,66.
- C R\$ 568,00.
- D R\$ 586,00.
- E R\$ 600,06.

**Solução:**

A partir dos dados, temos que  $n = 24$ ,  $q_0 = 10000$  e  $i = 2,93\% = 0,0293$ . Assim

$$q_0 = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \times p$$

$$10000 = \frac{1 - (1,0293)^{-24}}{0,0293} \times p$$

$$p \cdot (1 - 0,5) = 293 \Rightarrow p = \frac{293}{0,5} \Rightarrow p = 586.$$

Logo, o valor de cada prestação nesse financiamento é de R\$ 586,00.

Resposta: [D]

**Problema. 04: (Ronaebson)** O uso do cartão de crédito alcançou 2,5 milhões de lares no primeiro semestre deste ano, segundo aponta o estudo da Nielsen “O Consumidor e as Formas de Pagamento no Brasil” – oportunidades para o mercado de cartões”. Segundo dados da pesquisa, isso é resultado do atual momento econômico do Brasil, o que faz com que o consumo das famílias brasileiras esteja cada vez mais reprimido e o cartão de crédito seja tido como uma solução ao consumo.

<http://www.supervarejo.com.br/cartao-de-credito-e-alternativa-para-manter-consumo-aponta-estudo/>  
Acesso em 28/05/2017.

O jovem Arthur tem um cartão de crédito cuja taxa de juros, caso ele pague o mínimo da fatura ou atrase, é de 15% a.m. Sua fatura, com vencimento no mês janeiro de 2017, foi de R\$ 1250,00. Sabe-se que ele efetuou o pagamento mínimo da fatura, o que corresponde a 20% dela, e que, a partir de então, não conseguiu mais pagá-la, de modo que ela foi sendo “rolada” ao longo dos meses.

Considerando  $(1,15)^5 \cong 2,011$ , o valor total de sua dívida em junho do mesmo ano, isto é, cinco meses depois, será

- A R\$ 1150,00.
- B R\$ 1750,00.
- C R\$ 2011,00.
- D R\$ 2187,50.
- E R\$ 2513,75.

**Solução:**

Como ele pagou o mínimo, isso significa dizer que ele ainda deve 80% da fatura, ou seja,

$$0,8 \cdot 1250 = R\$ 1000,00.$$

Como a taxa de juros é de 15%, temos que o valor da dívida após cinco meses será:

$$1000 \cdot (1,15)^5 \cong 1000 \cdot 2,011$$

$$\downarrow$$

$$R\$ 2011,00.$$

Resposta: [C]

### MONTANTE DE UMA SEQUÊNCIA UNIFORME DE DEPÓSITOS

Considere que uma pessoa depositará mensalmente a quantia de R\$ 300,00 numa aplicação cuja rentabilidade é 1% a.m. Depois de 30 anos após o primeiro depósito, e realizando 360 aportes, qual será o valor total acumulado?

Para encontrarmos esse valor, vamos entender como cada uma das mensalidades depositadas, evoluem, individualmente, ao longo do tempo.

Note que a primeira parcela renderá 360 meses, enquanto a segunda renderá 359 meses, a terceira, 358 meses, a quarta, 357 meses, e assim por diante, até que a penúltima parcela depositada renderá apenas 2 meses e a última parcela depositada renderá apenas um mês. Vejamos a tabela a seguir:

Parcela	Valor da Parcela depois de 360 meses
1ª	$300 \cdot 1,01^{360}$
2ª	$300 \cdot 1,01^{359}$
3ª	$300 \cdot 1,01^{358}$
⋮	⋮
359ª	$300 \cdot 1,01^2$
360ª	$300 \cdot 1,01^1$

Observe que após o último aporte ser feito, esperaremos um mês para avaliar o montante final, *não depositando mais nada nesse momento*. Note assim, que o montante obtido depois dos 30 anos será a soma dos termos da PG descrita na segunda coluna da tabela e, para facilitar os cálculos, considere o primeiro termo como sendo o valor da 360ª parcela e o último termo como sendo o valor da 1ª parcela, sendo a razão igual a 1,01. Logo:

$$M_{360} = \frac{a_1 \cdot (q^{360} - 1)}{q - 1} = \frac{300 \cdot 1,01 \cdot (1,01^{360} - 1)}{1,01 - 1}$$

$$M_{360} = R\$ 1.058.974,13$$

Agora, caso quiséssemos o montante acumulado imediatamente após o último depósito, teríamos que a primeira parcela renderia 359 meses, enquanto a segunda renderá 358 meses, a terceira, 357 meses, a quarta, 356 meses, e assim por diante, até que a penúltima parcela depositada renderá apenas 1 mês e a última parcela depositada não renderá, pois sacaremos o valor imediatamente depois. Logo:

Parcela	Valor da Parcela imediatamente depois do 360º depósito
1ª	$300 \cdot 1,01^{359}$
2ª	$300 \cdot 1,01^{358}$
3ª	$300 \cdot 1,01^{357}$
⋮	⋮
359ª	$300 \cdot 1,01^1$
360ª	$300 \cdot 1,01^0$

Portanto, o montante acumulado até a data estabelecida será igual:

$$M_{360} = \frac{a_1 \cdot (q^{360} - 1)}{q - 1} = \frac{300 \cdot (1,01^{360} - 1)}{1,01 - 1}$$

$$M_{360} = R\$ 1.048.489,23$$

Generalizando, consideremos  $n$  depósitos mensais iguais a  $P$ , nas datas 1, 2, 3, 4, ...,  $n$ , rendendo juros compostos, a uma taxa  $i$  ao mês. Queremos saber qual o valor total acumulado resultante da soma dos montantes correspondentes a cada um desses depósitos na data  $n$ , isto é, imediatamente depois de ter sido realizado o último depósito.

Temos, portanto:

Depósito	Montante do referido depósito na data $n$
1º	$P \cdot (1 + i)^{n-1}$
2º	$P \cdot (1 + i)^{n-2}$
3º	$P \cdot (1 + i)^{n-3}$
⋮	⋮
$n^\circ$	$P \cdot (1 + i)^0$

Olhando a segunda coluna de baixo para cima, obtemos uma PG de razão  $(1 + i)$  e primeiro termo igual a  $P$ , assim, o valor total acumulado até a referida data será:

$$M = \frac{P \cdot ((1 + i)^n - 1)}{(1 + i) - 1} = P \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

**F\_01:** Luiz deposita mensalmente R\$ 600,00 num fundo de ações cuja rentabilidade é de 1,5% ao mês. Qual será o montante por ele acumulado no instante imediatamente após o 30º depósito?

Use  $1,015^{30} \cong 1,56$ .

Resposta: R\$ 22.253,21

**VALOR ATUAL DE UM CONJUNTOS DE CAPITAIS  
(ANTECIPAÇÃO DE PARCELAS)**

Considere que uma pessoa tenha uma dívida de R\$ 1000,00 que vence daqui a 1 mês. Considere ainda que ela consiga aplicar seu dinheiro a juros compostos, à uma taxa de 2% a.m. Quanto essa pessoa deverá aplicar hoje para ter dinheiro suficiente para pagar a dívida?

Para resolver essa situação, devemos encontrar o valor  $V$  do capital a ser aplicado a 2% a.m. para que seja gerado um montando de R\$ 1000,00. Assim:

$$V \cdot 1,02^1 = 1000 \Rightarrow V = \frac{1000}{1,02^1} = R\$ 980,39$$

Em outras palavras,  $V = \frac{1000}{1,02^1}$  pode ser entendido como a antecipação de um mês da dívida de R\$ 1000,00 a uma taxa de 2% a.m.

Agora considere que essa mesma pessoa tivesse uma dívida de R\$ 1000,00 para daqui a 1 mês e outra de R\$ 3000,00 para daqui a 2 meses. O valor que ela precisaria ter hoje para saldar ambas as dívidas pode ser obtido da seguinte forma:

- Para pagar a dívida de R\$ 1000, hoje ela precisaria de

$$\frac{1000}{1,02^1} = R\$ 980,39$$

- Para pagar a dívida de R\$ 3000, hoje ela precisaria de

$$\frac{3000}{1,02^2} = R\$ 2.883,50$$

- Portanto, para quitar as duas dívidas, hoje ela precisaria de

$$\frac{1000}{1,02^1} + \frac{3000}{1,02^2} = R\$ 3.863,89$$

**Problema 05: (Ronaebson)** Uma mesa é vendida a prazo em 4 prestações mensais de R\$ 500,00, já embutida a taxa de juros de 1% a.m., sendo a primeira prestação para um mês após a compra.

Qual o valor à vista dessa mesa?

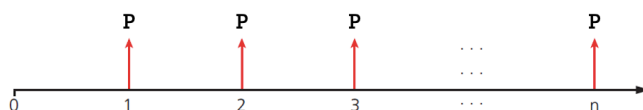
**Solução:**

Para resolvermos esse problema, precisamos encontrar o valor atual das parcelas e somá-los. Assim:

$$V = \frac{500}{1,01^1} + \frac{500}{1,01^2} + \frac{500}{1,01^3} + \frac{500}{1,01^4}$$

$$V = 495,05 + 490,14 + 485,29 + 480,49 = R\$ 1950,97$$

Considere agora um valor financiado  $V$  que deve ser pago em  $n$  prestações iguais de valor  $P$  e que a taxa de juros compostos cobrados nesse financiamento foi igual a  $i$ .



$$V = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Observando de trás para frente o 2º membro da igualdade acima, temos uma PG de razão  $q = (1+i)$  e primeiro termo igual a  $a_1 = \frac{P}{(1+i)^n}$ . Logo:

$$V = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{P}{(1+i)^n} \cdot \frac{((1+i)^n - 1)}{(1+i) - 1}$$

$$V = \frac{P \cdot [(1+i)^n - 1]}{(1+i)^n \cdot i}$$

**F\_02:** Rayemilles concedeu um empréstimo a Sophia cobrando 10 prestações mensais de R\$ 7000,00 cada uma, sem entrada. Qual o valor emprestado, sabendo-se que o banco cobra juros compostos à taxa de 4% a.m.

Use  $1,04^{10} \cong 1,48$ .

Resposta: R\$ 56.776,27

**R Hora de Praticar**

**Questão 01** (UECE)

Renato contratou um empréstimo de R\$ 1.400,00, para pagar um mês depois, com juros de 15% ao mês. Ao final do mês, não podendo pagar o total, deu por conta apenas R\$ 750,00 e, para o restante, firmou um novo contrato nas mesmas bases do anterior, o qual foi pago integralmente um mês depois.

O valor do último pagamento foi

- A R\$ 889,00.
- B R\$ 939,00.
- C R\$ 989,00.
- D R\$ 1.009,00.

**Questão 02** (MACKENZIE)

Em uma promoção, determinada loja oferece duas formas de pagamento. À vista, com 25% de desconto sobre o preço do produto, ou dividindo esse valor em duas prestações iguais. A primeira prestação é paga no ato da compra e a segunda, um mês após.

Essa loja cobra, nas vendas a prazo, juros mensais de taxa igual a

- A 75%
- B 100%
- C 25%
- D 50%

**Questão 03** (UNICAMP)

Uma compra no valor de 1000 reais será paga com uma entrada de 600 reais e uma mensalidade de 420 reais.

A taxa de juros aplicada na mensalidade é igual a

- A 2%
- B 5%
- C 8%
- D 10%

**Questão 04** (Ronaebson)

CDB, LCI ou LCA. Afinal, o que são essas sopas de letrinhas disponíveis para investimento em todos os bancos e corretoras?

Os três produtos são títulos emitidos por instituições financeiras. Em sua origem, esses papéis apresentam algumas características diferentes:

- ♦ CDB: O Certificado de Depósito de Bancário é um título de investimento que não tem necessidade de um lastro (garantia) para ser emitido;

- ♦ LCI: A Letra de Crédito Imobiliário só pode ser emitida pela instituição a partir de um lastro (garantia), que são os financiamentos imobiliários concedidos pelo banco que emite a LCI;
- ♦ LCA: Similar à LCI, sua emissão tem como lastro os financiamentos concedidos pelo banco ao setor do agronegócio.

Na prática, CDBs, LCIs e LCAs são aplicações de renda fixa bastante similares em termos de risco.

Em termos de rendimento, esses produtos podem ser:

- Prefixados: Você já sabe qual será o rendimento quando faz a aplicação;
- Atrelados ao IPCA: Corrigem a inflação e pagam mais uma taxa de juros;
- Pós-fixados: São atrelados ao CDI, que, por sua vez, é próximo da taxa Selic.

A principal diferença entre eles está na tributação. As LCAs e LCIs têm isenção de Imposto de Renda para pessoa física. O CDB segue a tributação regressiva do IR para aplicações de renda fixa:

- 22,5% sobre o rendimento para resgates feitos até 180 dias após o investimento;
- 20% para resgates entre 181 e 360 dias;
- 17,5% para resgates entre 361 e 720 dias;
- 15% para resgates depois de 720 dias.

Há uma conta simples que permite comparar o rendimento das LCAs e LCIs com o dos CDBs:

$$\left( \begin{matrix} \text{Taxa equivalente} \\ \text{a LCA ou LCI} \end{matrix} \right) = \text{Taxa do CDB} \times [1 - \text{Aliquota do IR}]$$

Disponível em: <https://economia.uol.com.br/financas-pessoais/noticias/redacao/2019/03/30/cdb-lci-ou-lca-qual-rende-mais-como-comparo-as-taxas-saiba-escolher.htm>  
Acesso em 30/03/2019.

Considere agora um CDB pós-fixado com taxa de 120% do CDI, uma LCI com taxa de 94% do CDI e uma LCA com taxa de 95% do CDI, todos com o prazo de 360 dias.

Adotando  $t_{CDB}$ ,  $t_{LCI}$  e  $t_{LCA}$  para as taxas de rendimentos líquidos do CDB, LCI e LCA, respectivamente, no prazo estabelecido, temos:

- A  $t_{LCI} < t_{LCA} < t_{CDB}$ .
- B  $t_{LCI} = t_{LCA} < t_{CDB}$ .
- C  $t_{LCA} < t_{LCI} < t_{CDB}$ .
- D  $t_{CDB} < t_{LCI} < t_{LCA}$ .
- E  $t_{LCI} < t_{CDB} < t_{LCA}$ .

### Questão 05

(Ronaebson)

Caio entrou numa loja de sapatos do seu avô e viu o seguinte anúncio:

**“Todos os produtos com 56% de desconto.”**

Admirado e preocupado com a saúde financeira da loja do avô, ele exclamou: “assim o senhor terá prejuízo, vovô”.

O avô explicou que, ainda assim, a margem de lucro da loja era de 10% sobre cada mercadoria.

Nesse caso, qual a margem de lucro dessa loja sobre as mercadorias antes da promoção?

- A 40%
- B 100%
- C 150%
- D 160%
- E 250%

### Questão 06

A fim de comprar certo produto a prazo, Maria consultou três lojas (A, B e C). Todas ofereciam o produto pelo mesmo preço à vista, mas com condições diferentes para parcelamento em duas vezes:

- a loja A vendia o produto com 10% do valor à vista e o restante para 30 dias, com juros de 10%;
- a loja B vendia o produto com 5% do valor à vista e o restante para 30 dias, com juros de 15%;
- a loja C vendia o produto com 15% do valor à vista e o restante para 30 dias, com juros de 5%.

Analisando as propostas das três lojas, se Maria optasse por comprar o produto em duas vezes em uma das lojas,

- A pagaria o mesmo valor nas três.
- B pagaria o mesmo valor nas lojas B e C, mas não na loja A.
- C pagaria um valor maior na loja A do que na loja B.
- D pagaria um valor menor na loja B do que na loja C.
- E pagaria um valor maior na loja A do que na loja C.

### Questão 07

(Ronaebson)

Um comerciante vende apenas dois tipos de mercadorias: a mercadoria A e a mercadoria B, ambas liberadas pela mesma distribuidora, conforme tabela a seguir:

Mercadoria	Preço de custo por unidade (R\$)	Máximo de unidades liberadas para o comerciante
A	1,00	200
B	2,00	100

Sabendo que neste mês o comerciante conseguiu comprar 80% do máximo de unidades liberadas da mercadoria A e apenas 60% da mercadoria B, e que ele vende a mercadoria A por R\$ 2,50 e a mercadoria B por R\$ 3,00, o lucro obtido com a venda de todas as mercadorias, neste mês, foi igual a

- A R\$ 400,00
- B R\$ 350,00
- C R\$ 300,00
- D R\$ 250,00
- E R\$ 200,00

### Questão 08

(UERJ)

Na compra de um fogão, os clientes podem optar por uma das seguintes formas de pagamento:

- à vista, no valor de R\$ 860,00.
- em duas parcelas fixas de R\$ 460,00, sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

- A 10%
- B 12%
- C 15%
- D 18%

### Questão 09

(FGV\_2022)

Gabriel e Júlia investiram dinheiro em criptomoedas durante dois anos e tiveram sorte: os rendimentos foram muito bons. Gabriel investiu R\$1.000,00 em uma criptomoeda nova, que rendeu 80% no primeiro ano e 25% no ano seguinte. Júlia também investiu R\$1.000,00, em uma criptomoeda mais estável, que manteve taxas de rendimento constantes nestes dois anos. Ao final desse período, Gabriel e Júlia estavam exatamente com o mesmo dinheiro. A taxa de rendimento anual da criptomoeda escolhida pela Júlia foi de

- A 40%.
- B 45%.
- C 50%.
- D 55%.
- E 52%.



**Questão 10**

(Ronaebson)

**Inflação x Poder de Compra**



Ao longo de quase 20 anos do Plano Real, a inflação acumulada desde 1/07/1994 até 1/2/2014, medida pelo IPCA, foi de 347,51%. Assim, um produto que custava R\$ 1,00 em 1994 custa hoje R\$ 4,47.

O matemático financeiro José Dutra Vieira Sobrinho afirma que, em decorrência desse fato, a cédula de R\$ 100,00 perdeu 77,65% do seu poder de compra desde o dia em que passou a circular. Com isso, o poder aquisitivo da nota de R\$ 100,00 é hoje de apenas R\$ 22,35.

Disponível em: <http://economia.uol.com.br/financas-pessoais/noticias/redacao/2014/02/18/apos-20-anos-real-perde-poder-de-compra-e-nota-de-r-100-vale-so-r-2235.htm>

Seja  $i$  a taxa de inflação, uma fórmula matemática para se calcular o percentual da perda do poder de compra provocada pela inflação é dada por

- A  $\frac{1}{i}$
- B  $\frac{1}{1+i}$
- C  $1 - \frac{1}{i}$
- D  $1 - \frac{1}{1+i}$
- E  $1 - \frac{1}{1-i}$

**Questão 11**

(Ronaebson)

Carol pediu R\$ 4.000,00 emprestados para pagar depois de 5 meses, à taxa de 3% ao mês, no regime de juro simples. Ao fim desse período, Carol deverá pagar, de juro,

- A R\$ 60,00.
- B R\$ 120,00.
- C R\$ 360,00.
- D R\$ 600,00.
- E R\$ 900,00.

**Questão 12**

(UFESM)

A chegada da televisão no Brasil facilitou o acesso à informação. Com o avanço da tecnologia, os aparelhos estão cada dia mais modernos e conseqüentemente mais caros.

Um consumidor deseja adquirir uma televisão com tecnologia de última geração. Enquanto aguarda o preço da televisão baixar, ele aplica o capital disponível de R\$ 3.000,00 a juros simples de 0,8% ao mês em uma instituição financeira, por um período de 18 meses.

O montante, ao final desse período, é igual a

- A R\$ 7320,00.
- B R\$ 5400,00.
- C R\$ 4320,00.
- D R\$ 3432,00.
- E R\$ 3240,00.

**Questão 13**

(UEPA)

Um agricultor financiou junto a uma cooperativa os insumos utilizados na lavoura em 2014. Pagou 20% do valor dos insumos no ato da compra, utilizando parte do lucro obtido no ano anterior, e financiou o restante em 10 meses a uma taxa de 2% ao mês a juros simples. Observou que havia gastado o montante de R\$ 208.800,00 com a parte financiada.

Neste caso, o valor financiado dos insumos pelo agricultor foi de:

- A R\$ 217.500,00
- B R\$ 174.000,00
- C R\$ 164.000,00
- D R\$ 144.500,00
- E R\$ 136.000,00

**Questão 14**

(UEA\_2024)

Uma pessoa fez uma compra no valor de R\$ 1.500,00 e pagou-a em uma só vez, 3 meses depois. Sobre esse valor foi cobrada, mensalmente, uma taxa de juros simples, de modo que, após esses 3 meses, o valor pago foi R\$ 1.527,00.

A taxa mensal de juros simples cobrada foi

- A 0,7%.
- B 0,4%.
- C 0,8%.
- D 0,5%.
- E 0,6%.

**Questão 15**

(CFN\_2024)

João investiu a quantia de R\$ 10.000,00 em uma determinada companhia na modalidade de juros simples. Sabendo que a taxa de juros foi de 8% a.a. e que o retorno foi de R\$ 6.400,00 de juros, qual foi o tempo que o dinheiro de João ficou investido?

- A** 96 meses
- B** 84 meses
- C** 72 meses
- D** 60 meses
- E** 48 meses

**Questão 16**

(UEA\_2024)

Uma pessoa colocou um capital de R\$ 2.000,00 em uma aplicação financeira, a juros simples, durante 15 meses. Após esses 15 meses, essa pessoa retirou o montante (capital + juros) e utilizou 30% desse valor, restando ainda R\$ 1.568,00 do valor retirado. A taxa mensal de juros simples dessa aplicação era de

- A** 0,9%.
- B** 1,0%.
- C** 0,6%.
- D** 0,8%.
- E** 0,7%.

**Questão 17**

(UEA\_2023)

Ronaldo fez um empréstimo de R\$ 1.000,00. Ao final do primeiro mês, foram aplicados juros de 10% sobre o valor da dívida, e ele fez um pagamento de R\$ 300,00. Ao final do segundo mês, foram aplicados juros de 10% sobre o saldo da dívida, e ele fez um pagamento de R\$ 500,00. Ao final do terceiro mês, foram aplicados juros de 10% sobre o saldo da dívida, e ele fez um pagamento para quitá-la. O valor do último pagamento feito por Ronaldo foi de

- A** R\$ 418,00.
- B** R\$ 309,00.
- C** R\$ 500,00.
- D** R\$ 531,00.
- E** R\$ 200,00.

**Questão 18**

(Ronaebson)

Josevaldo recebeu de sua mãe uma herança no valor de R\$ 40.000,00. Sempre preocupado com o futuro, decidiu investir esse dinheiro numa aplicação cuja rentabilidade é de 10% ao semestre (regime de juros compostos).

Ao final de três anos, o valor que Josevaldo terá acumulado será igual a

- A** R\$ 17.715,61
- B** R\$ 35.431,22.
- C** R\$ 58.564,00.
- D** R\$ 64.000,00
- E** R\$ 70.862,44.

**Questão 19**

(Ronaebson)

O montante de uma dívida, com vencimento de dois meses e taxa de juros mensal de 2%, foi estimado em cerca de R\$ 8323,20. Caso a pessoa que contraiu a dívida resolva quitá-la imediatamente, ele deverá “descontar” os juros relativos aos dois meses posteriores.

O valor total a ser pago com essa antecipação de pagamentos é, aproximadamente, de

- A** R\$ 6200,00
- B** R\$ 7600,00
- C** R\$ 8000,00
- D** R\$ 8160,00
- E** R\$ 8200,00

**Questão 20**

(Ronaebson)

Pedro, ao completar 25 anos, começou a planejar financeiramente sua aposentadoria. Para isso, resolveu aplicar no tesouro direto, uma aplicação que tem rendimento médio esperado de 10% ao ano. Entretanto, ao fazer esse investimento, ele deve apenas resgatar seu dinheiro após 20 anos.

Considere  $1,1^{20} \cong 6,73$ .

Se Pedro aplicar R\$ 10.000,00 e resgatar seu dinheiro após 20 anos, o rendimento desse fundo será de aproximadamente

- A** R\$ 67300,00.
- B** R\$ 57300,00.
- C** R\$ 35700,00.
- D** R\$ 12100,00.
- E** R\$ 6730,00.

**Questão 21**

(Ronaebson)

No início de janeiro 2019, um investidor aplicou certo capital no fundo de ações que rentabilizou durante os cinco primeiros meses do referido ano com média de 10% ao mês. No final de maio, ele percebeu que seu saldo era exatamente R\$ 100.000,00. Supondo que a rentabilidade média de 10% ao mês se mantenha até o final de 2019, estima-se que seu saldo no final de setembro seja igual a

- A R\$ 110.000,00.
- B R\$ 121.000,00.
- C R\$ 133.100,00.
- D R\$ 146.410,00.
- E R\$ 151.010,61.

**Questão 22**

(Ronaebson)

O uso do cartão de crédito alcançou 2,5 milhões de lares no primeiro semestre deste ano, segundo aponta o estudo da Nielsen “O Consumidor e as Formas de Pagamento no Brasil” – oportunidades para o mercado de cartões”. Segundo dados da pesquisa, isso é resultado do atual momento econômico do Brasil, o que faz com que o consumo das famílias brasileiras esteja cada vez mais reprimido e o cartão de crédito seja tido como uma solução ao consumo.

Disponível em: <http://www.supervarejo.com.br/cartao-de-credito-e-alternativa-para-manter-consumo-aponta-estudo/>  
Acesso em 28/05/2017.

O jovem Arthur tem um cartão de crédito cuja taxa de juros, caso ele pague o mínimo da fatura ou atrase, é de 15% a.m. Sua fatura, com vencimento no mês janeiro de 2017, foi de R\$ 1250,00. Sabe-se que ele efetuou o pagamento mínimo da fatura, o que corresponde a 20% dela, e que, a partir de então, não conseguiu mais pagá-la, de modo que ela foi sendo “rolada” ao longo dos meses.

Considerando  $(1,15)^5 \cong 2,011$ , o valor total de sua dívida em junho do mesmo ano, isto é, cinco meses depois, será

- A R\$ 1150,00.
- B R\$ 1750,00.
- C R\$ 2011,00.
- D R\$ 2187,50.
- E R\$ 2513,75.

**Questão 23**

(Ronaebson)

Um consumidor deseja adquirir um iPad com tecnologia de última geração. Entretanto ele está esperando o preço sofrer uma redução, pois o valor ainda fica além do que ele acha justo. Enquanto aguarda o preço do iPad baixar, ele possui duas opções de aplicação para o capital disponível de R\$ 4.000,00:

- Aplicar a juros simples de 3,0% ao mês em uma instituição financeira, por um período de 18 meses.
- Aplicar a juros compostos de 2,5% ao mês, por um período de 18 meses.

Para os cálculos, utilize, se necessário, as aproximações:

$$(1,03)^{18} = 1,70$$

$$(1,025)^{18} = 1,56$$

Do ponto de vista financeiro, é melhor aplicar a

- A juros simples, porque a taxa é maior.
- B juros simples, pois renderá 54%.
- C juros compostos, pois renderá 45%.
- D juros compostos, pois renderá 56%.
- E juros compostos, pois renderá 70%.

**Questão 24**

(Ronaebson)

Desesperada por dinheiro, a jovem Betina recorreu a um agiota. Ela tomou um empréstimo de R\$ 4000,00 nas seguintes condições:

- Se o empréstimo fosse quitado até o final do quinto mês, ela o pagaria a uma taxa de 5% ao mês no regime de juros simples;
- Do sexto mês em diante, a dívida passaria a ser rolada a uma taxa 2% ao mês no regime de juros compostos.

Sabendo que ela só teve condições de quitar a dívida depois de 12 meses, o valor total, em reais, pago por Betina foi

- A  $4000 \cdot (1,02)^7$ .
- B  $4000 \cdot (1,02)^{12}$ .
- C  $4200 \cdot (1,02)^7$ .
- D  $5000 \cdot (1,02)^7$ .
- E  $4000 \cdot (1,05)^5 \cdot (1,02)^7$ .

**Questão 25**

(Ronaebson)

A jovem *Helora* recebeu da mãe, como prêmio por ter sido aprovado no vestibular de medicina, uma quantia de R\$ 30.000,00 para fazer o que ele bem entendesse, viajar, comprar um carro ou mesmo poupar o dinheiro.

Inspirado nas aulas de matemática financeira, ele aplicou o dinheiro num fundo de renda fixa durante um ano. A rentabilidade desse fundo nos oito primeiros meses do referido ano foi de 1,3% ao mês, enquanto que nos quatro meses restantes a rentabilidade foi de 0,9%.

O valor obtido por *Helora* ao final do prazo é dado, em reais, por

- A  $30000 \cdot (1,013)^4 \cdot (1,009)^8$ .
- B  $30000 \cdot (1,013)^8 \cdot (1,009)^4$ .
- C  $200 \cdot (1,13)^8 \cdot (1,09)^4$ .
- D  $200 \cdot (1,022)^{12}$ .
- E  $200 \cdot (1,011)^{12}$ .

**Questão 26**

(Ronaebson)

Aroldo ganhou um prêmio na loteria no valor de R\$ 430.000,00. Depois de consultar o gerente de investimentos do seu banco, decidiu investir o dinheiro numa aplicação. Ao longo de todo o primeiro ano de investimento, a rentabilidade média mensal foi de 1,1%, já no segundo ano de investimento a rentabilidade foi negativa correspondendo a -13% ao ano.

Considerando a aproximação  $(1,011)^{12} \cong 1,14$ , estima-se que, quando comparado ao valor inicialmente investido, o montante acumulado por Aroldo nesse investimento depois de dois anos apresentou, aproximadamente,

- A um crescimento de 1%.
- B um crescimento de 0,82%.
- C um crescimento de 1,4%.
- D um decréscimo de 0,82%.
- E um decréscimo de 1,3%.

**Questão 27**

(FGV\_2020)

Um capital de R\$ 1.000,00 foi aplicado a juros compostos de taxa positiva durante dois anos. Sabendo que o montante final foi R\$ 1.155,00 e que a taxa de juro do 2º ano foi o dobro da taxa do 1º ano, pode-se afirmar que a taxa de juro do 2º ano foi:

- A 8%
- B 7%
- C 9%
- D 6%
- E 10%

**Questão 28**

(FGV\_2020)

“Oi, meu nome é Betina, eu tenho 22 anos e R\$ 1.042.000,00 de patrimônio acumulado [...] Eu comprei ações na bolsa de valores, não foi sorte, eu não herdei uma bolada nem ganhei na loteria. Eu comecei com 19 anos e R\$ 1520,00, três anos depois, tenho mais de um milhão. Simples assim! [...]”

Propaganda veiculada no YouTube pela Empíricus

Considerando que Betina investiu os R\$ 1520,00 num fundo de ações e por lá deixou aplicado durante exatos três anos, sem fazer qualquer outro aporte ou retirada, a taxa média de juros para que o montante ao final do referido prazo seja de R\$ 1.042.000 é de aproximadamente

Dado:  $1,2^{12} \cong 8,9$

- A 11% ao mês.
- B 20% ao mês.
- C 30% ao mês.
- D 32% ao mês.
- E 36% ao mês.

**Questão 29**

(FGV\_2020)

O comendador José Alfredo vendeu um de seus diamantes por R\$ 200.000,00 e aplicou o dinheiro num fundo de renda fixa durante um ano.

A rentabilidade desse fundo nos cinco primeiros meses do referido ano foi de 0,8% ao mês, enquanto que nos sete meses restantes a rentabilidade foi de 1,2%.

O valor obtido por José Alfredo ao final do prazo é dado, em milhares de reais, por

- A  $200 \cdot (1,008)^5 \cdot (1,012)^7$ .
- B  $200 \cdot (1,008)^7 \cdot (1,012)^5$ .
- C  $200 \cdot (1,08)^5 \cdot (1,12)^7$ .
- D  $200 \cdot (1,02)^{12}$ .
- E  $200 \cdot (1,01)^{12}$ .

**Questão 30**

(IFAL\_Adaptada)

Em 2000, certo país da América Latina pediu um empréstimo de 1 milhão de dólares ao FMI (Fundo Monetário Internacional) para pagar em 100 anos. Porém, por problemas políticos e de corrupção, nada foi pago até o ano de 2015 e a dívida foi sendo “rolada” com a taxa de juros compostos de 8,5% ao ano.

Qual o valor da dívida, em dólar, no ano de 2015?

Considere  $(1,085)^5 \cong 1,5$ .

- A 1,2 milhões.
- B 2,2 milhões.
- C 3,375 milhões.
- D 1,47 milhões.
- E 2 milhões.

**Questão 31**

(PUC-RS\_2023)

Uma clínica comprou materiais hospitalares no valor total de R\$ 9.600,00. Foram ofertadas duas formas de pagamento:

- i. à vista, no ato da compra, com desconto de 7%.
- ii. pagamento para o final do quarto mês; ou seja, carência de 4 meses para a quitação da compra, sem juros.

Suponha que a clínica possui a importância para o pagamento à vista (com o desconto de 7%), mas tem a possibilidade de deixar esse valor investido por 4 meses a uma taxa de 5% ao mês rendendo a juros compostos. Diante dessa possibilidade, assinale a alternativa que descreve corretamente a melhor forma de pagamento para o cliente. Considere  $(1,05)^4 \cong 1,2$ .

- A** Pagamento à vista, pois os juros do investimento foram de apenas R\$ 336,60.
- B** Pagamento à vista, pois os juros do investimento foram de apenas R\$ 446,40.
- C** Pagamento ao final do 4º mês, pois o investimento renderá juros no valor de R\$ 1.785,60.
- D** Pagamento ao final do 4º mês, pois o investimento renderá juros no valor de R\$ 1.920,00.

**Questão 32**

(UERJ\_2024)

Os clientes de um banco podem realizar apenas duas operações financeiras:

- fazer investimentos que rendem juros compostos a uma taxa mensal de 1%; ou
- pegar empréstimos com juros compostos a uma taxa mensal de 5%.

O banco usa o dinheiro dos investimentos para conceder os empréstimos, obtendo lucro nessas transações.

Considere que um cliente X investiu R\$ 1.000,00 e que o banco emprestou esse valor a um cliente Y. Após 12 meses, o cliente X recebeu o montante pela aplicação nesse período e Y quitou o empréstimo.

Admitindo  $(1,01)^{12} = 1,13$  e  $(1,05)^{12} = 1,80$ , o lucro, em reais, obtido pelo banco com essas duas operações financeiras é igual a:

- A** 470
- B** 520
- C** 670
- D** 820

**Questão 33**

(UFU)

Um comerciante está negociando o valor  $V$  da venda à vista de uma mercadoria que foi adquirida com seu fornecedor um mês antes por R\$ 1.000,00 com 4 meses de prazo para pagamento (sem pagar juros). Sabe-se que o comerciante aplica esse valor  $V$  à taxa de 2% de juros (compostos) ao mês para viabilizar o pagamento futuro da mercadoria.

Para que a atualização do valor associado à venda dessa mercadoria forneça, na data do pagamento do fornecedor, um lucro líquido de R\$ 200,00, a venda à vista deve ser de

**Observação:** use a aproximação  $1,0612$  para  $1,02^3$  e, ao expressar um valor monetário, faça o arredondamento na segunda casa decimal, considerando unidades inteiras de centavos.

- A** R\$ 942,33.
- B** R\$ 1.130,80
- C** R\$ 1.232,89
- D** R\$ 1.108,62

**Questão 34**

(Ronaebson)

O Sr. Aciole ganhou uma causa trabalhista na justiça no valor de R\$ 220.000,00. Depois de pagar ao seu advogado o correspondente a 15% do valor conquistado, decidiu investir o restante do dinheiro numa aplicação. Ao longo de todo o primeiro ano de investimento, a rentabilidade média mensal foi de 1,17%, já no segundo ano de investimento a rentabilidade foi negativa correspondendo a -12% ao ano.

Considerando a aproximação  $(1,0117)^{12} \cong 1,15$ , estima-se que, quando comparado ao valor inicialmente investido, o montante acumulado pelo Sr. Aciole nesse investimento depois de dois anos apresentou, aproximadamente,

- A** um crescimento de 1,2%.
- B** um crescimento de 3,0%.
- C** um crescimento de 12,0%.
- D** um decréscimo de 0,8%.
- E** um decréscimo de 3,0%.



**Questão 35**

(Ronaebson)

Um consumidor deseja adquirir um notebook com tecnologia de última geração. Enquanto aguarda o preço o notebook baixar, ele possui duas opções de aplicação para o capital disponível de R\$ 5.000,00:

- Aplicar a juros simples de 2,5% ao mês em uma instituição financeira, por um período de 2 anos.
- Aplicar a juros compostos de 2% ao mês, por um período de 2 anos.

Para os cálculos, utilize, se necessário, as aproximações:

$$(1,025)^{18} \cong 1,808$$

$$(1,02)^{24} \cong 1,608$$

Do ponto de vista financeiro, é melhor aplicar a

- A** juros simples, porque a taxa é maior.
- B** juros simples, pois renderá 60%.
- C** juros compostos, pois renderá 48,0%.
- D** juros compostos, pois renderá 60,8%.
- E** juros compostos, pois renderá 80,8%.

**Questão 36**

(ESPM)

Em todos os dias 10 dos meses de janeiro, fevereiro e março de um certo ano, o Sr. João aplicou a mesma quantia de R\$ 1.000,00 à taxa de juros compostos de 10% ao mês.

Podemos concluir que o montante dessa aplicação no dia 10 de abril desse mesmo ano foi de:

- A** R\$ 4203,00
- B** R\$ 3641,00
- C** R\$ 4015,00
- D** R\$ 3135,00
- E** R\$ 3968,00

**Questão 37**

(UPE)

Mariana fez um empréstimo à base de juros compostos, num banco que cobra 10% ao mês. Ao final de 180 dias, o montante a ser pago por ela será de R\$ 9.000,00. Com o dinheiro do empréstimo, Mariana realizou alguns pagamentos chegando a sua casa com R\$ 1.250,00.

Quanto ela gastou, aproximadamente, com os pagamentos?

$$\text{Adote } (1,1)^6 = 1,8$$

- A** R\$ 1.333,00
- B** R\$ 2.755,00
- C** R\$ 3.260,00
- D** R\$ 3.750,00
- E** R\$ 4.500,00

**Questão 38**

(Ronaebson)

Cauã vendeu um terreno por 200 mil reais no dia 31 de dezembro de 2022. No mesmo dia, ele aplicou o dinheiro num fundo de ações da XR. Decidiu também que investiria no último dia de cada um dos dez anos subsequentes o valor de 10 mil reais (parte do seu 13º salário).

Dado que a taxa de juros anual desse fundo de ações é de 20% ao ano, o valor acumulado por Cauã até o dia 31 dezembro de 2032, já contando com o depósito feito no referido dia, será, em milhares de reais,

- A**  $200 \cdot 1,2^{10} + 50 \cdot (1,2^{10} - 1)$ .
- B**  $200 \cdot 1,2^{10} + 10 \cdot (1,2^{10} - 1)$ .
- C**  $200 \cdot 1,2^{10} + 10 \cdot 1,2^{10}$ .
- D**  $200 \cdot 1,2^{10} + 100 \cdot 1,2^{10}$ .
- E**  $200 \cdot 3 + 10 \cdot 1,2^{10}$ .

**Questão 39**

(Ronaebson)

Bay havia tomado um empréstimo e no dia 01/05, momento de pagar a última parcela, que era de R\$ 5000, ele não tinha o dinheiro para efetuar o pagamento. Negociou com o credor de modo que no primeiro dia de cada mês, incluindo o dia 01/05, ele pagaria sempre 30% do que deve e sobre o valor restante incidiria juros de 10%, até que conseguisse o dinheiro completo para a quitação.

Se o acordo foi mantido durante os meses subsequentes a dívida acumulada para o dia 01/12 do mesmo ano, antes que ele fizesse a amortização daquela data foi de

- A**  $5000 \cdot 0,77^7$
- B**  $5000 \cdot 0,77^8$
- C**  $5000 \cdot 0,7^7$
- D**  $3500 \cdot 1,1^7$
- E**  $3500 \cdot 1,1^8$

**Questão 40**

(CFTMG)

Uma cliente fez um empréstimo, a juros simples, de R\$ 600,00 em um banco, a uma taxa de 4% ao mês, por dois meses. Quando ela foi pagar, o gerente do banco informou-lhe que poderia sortear uma taxa  $i$  para ter um desconto sobre o valor de sua dívida. Fez-se o sorteio e foi lhe concedido o desconto, resultando no pagamento de R\$ 602,64.

Dessa forma, o valor da taxa  $i$  sorteada foi de

- A** 5%.
- B** 6%.
- C** 7%.
- D** 8%.



**Questão 41**

(Ronaebson)

Duda deseja comprar a Thiago um iPhone 15 no valor de R\$ 12.000,00. As opções de pagamento que ela dispunha eram:

1ª Opção: À vista, no ato da compra, com desconto de 5%;

2ª Opção: Pagar R\$ 2.000,00 no ato da compra e os outros R\$ 10.000 pagos numa única parcela quatro meses depois.

Sabe-se que Duda dispõe da importância necessária para o pagamento à vista (valor com o desconto), mas tem a possibilidade de deixar esse valor ou parte dele aplicado a uma taxa de 2% ao mês no regime de juros simples.

É mais vantajosa a 2ª opção, pois após finalizar o pagamento, ela terá o celular e ainda lhe sobrarão

- A R\$ 152,00.
- B R\$ 228,00.
- C R\$ 240,00.
- D R\$ 312,00.
- E R\$ 360,00.

**Questão 42**

(Ronaebson)

Muitas pessoas compram imóveis para investir e lucrar com a valorização, entretanto, deve-se ficar atento aos custos que o imóvel terá ao longo do tempo, como manutenção, taxas e impostos, bem como no ato da venda, como comissão do vendedor e imposto de renda sobre o lucro bruto.

Carlos comprou um imóvel em João Pessoa por R\$ 1.000.000,00, cuja valorização foi de 10% ao ano. Sabe-se que o custo com manutenção e taxas é de aproximadamente R\$ 12.000 por ano.

Sabe-se que ele vendeu esse imóvel 12 anos após a compra, que pagou 5% de comissão ao corretor e que houve uma cobrança de 20% de IR sobre a diferença entre o valor de venda e de compra do imóvel. Desconsiderando quaisquer outras formas de ganho que ele possa ter tido e utilizando  $1,1^{12} \cong 3,138$ , qual o lucro líquido por ele obtido?

- A R\$ 706.000,00
- B R\$ 1.209.500,00
- C R\$ 1.409.500,00
- D R\$ 1.506.000,00
- E R\$ 2.138.000,00

**Questão 43**

(UFSM)

No Brasil, falar em reciclagem implica citar os catadores de materiais e suas cooperativas. Visando a agilizar o trabalho de separação dos materiais, uma cooperativa decide investir na compra de equipamentos. Para obter o capital necessário para a compra, são depositados, no primeiro dia de cada mês, R\$600,00 em uma aplicação financeira que rende juros compostos de 0,6% ao mês.

A expressão que representa o saldo, nessa aplicação, ao final de  $n$  meses, é

- A  $100.600[(1,006)^n - 1]$
- B  $100.000[(1,06)^n - 1]$
- C  $10.060[(1,006)^n - 1]$
- D  $100.600[(1,06)^n - 1]$
- E  $100.000[(1,006)^n - 1]$

**Questão 44**

(Ronaebson)

As recentes discussões sobre o futuro da Previdência Social, que resultara mais uma vez na criação de uma nova fórmula para o cálculo da aposentadoria, apontam para um quadro preocupante quanto à capacidade do Governo de pagar os benefícios nas próximas décadas. Se não nos preocuparmos com nossa aposentadoria complementar, teremos realmente problemas para sobreviver.

Diante desse contexto, um jovem decide fazer um plano de previdência privada. Para tanto, pretende depositar R\$ 200,00 mensalmente durante 30 anos, resistindo a tentação de fazer qualquer tipo de saque. Sabe-se que este fundo de investimentos proporciona uma taxa de juros de 1% ao mês (desconsiderando qualquer tipo de taxa de administração). Considerando  $(1,01)^{360} \cong 36$ , o montante acumulado ao final do referido período será de aproximadamente

- A R\$ 70.000,00
- B R\$ 72.000,00
- C R\$ 635.000,00
- D R\$ 707.000,00
- E R\$ 820.000,00

**Questão 45**

(Ronaebson)

Com a crise econômica brasileira, Rute decide fazer um investimento para poder se aposentar. Começa então, a depositar R\$ 300,00 todo mês em uma aplicação financeira que rende sempre 1% ao mês. A tabela a seguir mostra o valor acumulado do investimento a cada mês.

Mês	Valor Depositado	Valor acumulado em reais (rendimento + novo depósito)
1	R\$ 300,00	300
2	R\$ 300,00	$300 + 300 \cdot 1,01$
3	R\$ 300,00	$300 + 300 \cdot 1,01 + 300 \cdot 1,01^2$
4	R\$ 300,00	$300 + 300 \cdot 1,01 + 300 \cdot 1,01^2 + 300 \cdot 1,01^3$

A fim de calcular com mais facilidade o tempo em que conseguirá juntar o valor necessário para se aposentar, Rute determinou uma expressão que fornece o valor acumulado  $V$  imediatamente após o  $n$ -ésimo depósito mensal. A expressão obtida foi

- A  $V(n) = 300 + (1,01) \cdot n$ .
- B  $V(n) = 300 \cdot (1,01)^n$ .
- C  $V(n) = (300 \cdot 1,01)^n$ .
- D  $V(n) = 300 \cdot \left(\frac{1}{1-1,01}\right)$ .
- E  $V(n) = 300 \cdot \left(\frac{1,01^n - 1}{0,01}\right)$ .

**Questão 46**

(Ronaebson)

Toby financiou seu primeiro carro em 48 parcelas mensais no valor de R\$ 1488,00 cada uma e a taxa de juros desse financiamento foi de 1% ao mês.

Considerando  $1,01^{40} = 1,488$ , se no ato de pagar a oitava parcela ele quiser antecipar a última para pagar as duas juntas e, obviamente, obter um desconto no valor referente a 48ª parcela, o valor total que ele terá de desembolsar nesse momento será de

- A R\$ 1000,00.
- B R\$ 1488,00.
- C R\$ 2488,00.
- D R\$ 2976,00.
- E R\$ 3976,00.

**Questão 47**

(Ronaebson)

Minerva decidiu comprar um vídeo game a um comerciante que traz produtos da China. Foi oferecido a ela duas propostas, a primeira era pagar o vídeo game à vista no valor de R\$ 3500,00 e a segunda forma era fazer o pagamento parcelado, de modo que seria dada uma entrada mais três prestações mensais, onde a primeira dessas prestações, paga um mês após a compra, seria no valor de R\$ 1100,00 e a segunda prestação, paga dois meses após a compra, seria no valor de R\$ 1210,00 e a terceira, paga três meses após a compra, seria no valor de R\$ 1331,00.

Sabendo que a taxa de juros cobrada pelo vendedor é de 10% ao mês, caso Minerva opte pela segunda forma de pagamento, o valor que ela terá de desembolsar no ato da compra (entrada) é de

- A R\$ 259,00.
- B R\$ 450,00.
- C R\$ 500,00.
- D R\$ 550,00.
- E R\$ 665,50.

**Questão 48**

(Ronaebson)

Gonzalo decidiu comprar um Apple Watch a um comerciante que traz produtos dos EUA. Foi oferecido a ele duas propostas, a primeira era pagar o relógio à vista no valor de R\$ 2900,00 e a segunda forma era fazer o pagamento parcelado, de modo que seria dada uma entrada mais duas prestações mensais, onde a primeira dessas prestações, paga um mês após a compra, seria no valor de R\$ 1100,00 e a segunda prestação, paga dois meses após a compra, seria no valor de R\$ 1210,00.

Sabendo que a taxa de juros cobrada pelo vendedor é de 10% ao mês, caso Gonzalo opte pela segunda forma de pagamento, o valor que ele terá de desembolsar no ato da compra (entrada) é de

- A R\$ 590,00.
- B R\$ 818,18.
- C R\$ 900,00.
- D R\$ 909,00.
- E R\$ 1000,00.

**Questão 49**

(Ronaebson)

Shafer financiou sua primeira moto em 60 parcelas mensais no valor de R\$ 269,00 cada uma e a taxa de juros desse financiamento foi de 2% ao mês.

Considerando  $\log_{1,02} 2,69 = 50$ , se no ato de pagar a décima parcela ele quiser antecipar a última para pagar as duas juntas e, obviamente, obter um desconto no valor referente a 60ª parcela, o valor total que ele terá de desembolsar nesse momento será de

- A R\$ 100,00.
- B R\$ 269,00.
- C R\$ 369,00.
- D R\$ 492,00.
- E R\$ 569,00.

**Questão 50**

(Ronaebson)

O Sistema de Amortização Francês, também conhecido como Sistema Price, é um sistema de financiamento onde as parcelas são iguais e sucessivas durante todo o prazo de amortização. Sendo  $V$  o valor principal da dívida,  $i$  a taxa de juros ao mês, e  $n$  o número de parcelas mensais, o valor  $P$  de cada parcela pode ser calculado pela expressão

$$P = V \cdot \left[ \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Laura deseja comprar um Flat na praia de Tambaú no valor de R\$ 189.000,00 através do sistema Price de amortização. Sabendo que a taxa de juros oferecida pelo banco é de 1% a.m., que o prazo concedido a ela foi de 200 meses, e considerando  $(1,01)^{200} \cong 7,3$ , o valor total que ela terá pago de juros ao final do financiamento será igual a

- A R\$ 137.970,00.
- B R\$ 219.000,00.
- C R\$ 249.000,00.
- D R\$ 438.000,00.
- E R\$ 468.000,00.

**Questão 51**

(Ronaebson)

Guilherme tomou um empréstimo de um determinado valor a uma taxa de juros de 4% ao mês e o acordo foi a de que ele pagaria em 100 parcelas mensais fixas de R\$ 5680,00.

No ato de pagar a 50ª parcela ele deseja pagar de forma antecipada a última, descontando os respectivos juros. Ao fazer os cálculos, ele percebe que para pagar antecipadamente a 100ª parcela naquele mês ele terá de desembolsar um valor, correspondente a essa parcela, de

Use  $\log_{1,04} 7,1 = 50$

- A R\$ 710,00.
- B R\$ 800,00.
- C R\$ 980,00.
- D R\$ 1241,00.
- E R\$ 1420,00.

**Questão 52**

(UPE\_SSA)

Diante da crise que o país atravessa, uma financeira oferece empréstimos a servidores públicos cobrando apenas juro simples. Se uma pessoa retirar R\$ 8.000,00 nessa financeira, à taxa de juro de 16% ao ano, quanto tempo levará para pagar um montante de R\$ 8320?

- A 2 meses
- B 3 meses
- C 4 meses
- D 5 meses
- E 6 meses

**Questão 53**

(Ronaebson)

Manu tomou um empréstimo de R\$ 5000,00 no Banco Criativo a uma taxa de 2% ao mês. Ficou acertado que esse empréstimo seria pago numa parcela única após dois anos.

Considerando  $\log_{1,02} 1,60 = 24$ , o valor referente exclusivamente aos juros que ela irá pagar ao final dos dois anos será

- A R\$ 1600,00.
- B R\$ 3000,00.
- C R\$ 3200,00.
- D R\$ 5000,00.
- E R\$ 8000,00.

**Questão 54**

(Ronaebson)

Maria Júlia tomou um empréstimo a uma taxa de mensal de 3% ao mês em 24 parcelas fixas e iguais a R\$ 1000,00. Ela tem a possibilidade de antecipar a qualquer momento qualquer uma das parcelas, pagando para isso o valor atual da referida parcela.

No ato de pagar a 10ª parcela, Maria Júlia resolve também antecipar a última parcela. O desconto concedido no valor dessa parcela antecipada foi, em reais, igual a

- A  $1000 - \frac{1000}{(1,03)^{14}}$ .
- B  $\frac{1000}{(1,03)^{14}}$ .
- C  $1000 \cdot (0,97)^{14}$ .
- D  $1000 \cdot \left(1 - \frac{1}{(1,03)^{10}}\right)$ .
- E  $\frac{1000}{0,97^{14}}$ .

**Questão 55**

(UERJ\_2022)

Em uma revendedora, uma motocicleta custa à vista R\$ 10.404,00. Esse valor também pode ser pago a prazo, sem juros, em duas parcelas de R\$ 5.202,00, sendo a primeira um mês após a compra e a segunda dois meses após a compra. Um comprador tem o valor de R\$ 10.404,00 em uma aplicação que rende juros de 2% ao mês. Ele decide manter esse valor aplicado e, ao final do primeiro mês, retira apenas R\$ 5.202,00 para pagar a primeira parcela. Um mês depois retira R\$ 5.202,00 e faz o pagamento da segunda parcela. Isso equivale a ter um desconto no ato da compra.

Esse desconto, em percentual, está mais próximo de:

- A 3,0%
- B 3,5%
- C 4,0%
- D 4,5%

**Questão 56**

(Ronaebson)

A Sra. Matos aplicou R\$ 30.000,00 a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês e, simultaneamente, aplicou uma outra quantia  $x$  a uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês.

Depois de um ano, a Sra. Matos resgatou ambas as aplicações, recebendo um total de R\$ 50.000,00.

A expressão que indica o valor, em reais, o valor de  $x$  é dado pela expressão

- A**  $\frac{50000 - 30000 \cdot 1,01^{12}}{1,18}$   
**B**  $\frac{50000 - 30000 \cdot 1,01^{12}}{1,015^{12}}$   
**C**  $50.000 \cdot \left(\frac{1,01}{1,015}\right)^{12}$   
**D**  $\frac{50000 - 30000 \cdot 1,1^{12}}{1,15}$   
**E**  $20000 \cdot 1,18$ .

**Questão 57**

(Ronaebson)

Garcia precisava de R\$ 7000,00 emprestados e decidiu pedir ajuda a dois de seus amigos, Caldas e Lucas. Cada um deles decidiu ajudá-lo da seguinte forma:

**Proposta de Caldas:**

- Valor emprestado: R\$ 2000,00;
- Taxa de juros: 3% ao mês;
- Regime de juros compostos;
- Pagar o valor total depois de 10 meses numa parcela única.

**Proposta de Lucas:**

- Valor emprestado: R\$ 5000,00;
- Taxa de juros: 4% ao mês;
- Regime de juros simples;
- Pagar o valor total depois de 10 meses numa parcela única.

Dado que Garcia tomou os dois empréstimos nas condições impostas pelos seus amigos e considerando  $\log_{1,03} 1,343 = 10$ , o valor total que ele desembolsou depois dos 10 meses para pagar as duas dívidas foi

- A** R\$ 9.450,00.  
**B** R\$ 9.600,00.  
**C** R\$ 9.686,00.  
**D** R\$ 9.874,19.  
**E** R\$ 10.087,22.

**Questão 58**

(UNESP)

Desejo ter, para minha aposentadoria, 1 milhão de reais. Para isso, faço uma aplicação financeira, que rende 1% de juros ao mês, já descontados o imposto de renda e as taxas bancárias recorrentes.

Se desejo me aposentar após 30 anos com aplicações mensais fixas e ininterruptas nesse investimento, o valor aproximado, em reais, que devo disponibilizar mensalmente é:

Dado:  $1,01^{361} \approx 36$

- A** 290,00.  
**B** 286,00.  
**C** 282,00.  
**D** 278,00.  
**E** 274,00.

**Questão 59**

(Ronaebson)

Isadora, depois de ser demitida do seu emprego, recebeu de indenização a quantia de R\$ 30.000,00. Ela emprestou todo esse valor a seu cunhado a uma taxa de juros simples de 6% ao mês. Depois de cinco meses, a dívida do cunhado foi quitada numa parcela única. Com o dinheiro que ela recebeu, fez uma aplicação, durante 19 meses, num fundo de renda fixa cuja rentabilidade é de 2% ao mês, no regime de juros compostos.

O montante, em reais, acumulado por Isadora ao longo desses dois anos é igual

- A**  $30000 \cdot 1,3 \cdot (1,02)^{19}$ .  
**B**  $30000 \cdot 1,3 \cdot 1,38$ .  
**C**  $30000 \cdot (1,06)^5 \cdot (1,02)^{19}$ .  
**D**  $30000 \cdot (1,06)^5 \cdot 1,38$ .  
**E**  $30000 \cdot (1,06)^5 \cdot (1,02)^{24}$ .

**Questão 60**

(IFCE)

Certo capital foi aplicado a uma taxa de juros simples de 6% ao mês. Considerando o mês comercial (30 dias), o montante será o triplo do valor inicial ao final de

- A** 2 anos, 9 meses e 10 dias.  
**B** 5 anos, 10 meses e 10 dias.  
**C** 4 anos, 5 meses e 5 dias.  
**D** 5 anos, 6 meses e 20 dias.  
**E** 3 anos, 10 meses e 5 dias.

**Questão 61**

(MACKENZIE)

Maria fez um empréstimo bancário a juros compostos de 5% ao mês. Alguns meses após ela quitou a sua dívida, toda de uma só vez, pagando ao banco a quantia de R\$10.584,00.

Se Maria tivesse pago a sua dívida dois meses antes, ela teria pago ao banco a quantia de

- A R\$10.200,00
- B R\$9.800,00
- C R\$9.600,00
- D R\$9.200,00
- E R\$9.000,00

**Questão 62**

(UESC)

Não sendo paga quantia alguma relativa a um empréstimo feito por uma pessoa, serão a ele incorporados juros compostos de 2,5% a.m.

Assim, o montante desse empréstimo, considerado mês a mês, crescerá segundo uma progressão

- A aritmética de razão 0,25.
- B geométrica de razão 1,025.
- C aritmética de razão 1,205.
- D geométrica de razão 10,25.
- E aritmética de razão 12,05.

**Questão 63**

(FGV)

Roberto obtém um financiamento na compra de um apartamento.

O empréstimo deverá ser pago em 100 prestações mensais, de modo que uma parte de cada prestação é o juro pago.

Junto com a 1ª prestação, o juro pago é de R\$ 2000,00; com a 2ª prestação, o juro pago é R\$ 1980,00 e, genericamente, em cada mês, o juro pago é R\$ 20,00 inferior ao juro pago na prestação anterior.

Nessas condições, a soma dos juros pagos desde a 1ª até a 100ª prestação vale:

- A R\$ 100 000,00
- B R\$ 101 000,00
- C R\$ 102 000,00
- D R\$ 103 000,00
- E R\$ 104 000,00

**Questão 64**

(Ronaebson)

Phill adquiriu um imóvel na cidade de Solânea e financiou R\$ 50.000,00 em 100 parcelas pelo Sistema de Amortização Constante (SAC) a uma taxa de juros de 1% ao mês. No SAC, as parcelas são decrescentes e são calculadas através da soma do valor constante que será amortizado, que no caso será de R\$ 500,00, com os juros sobre o saldo devedor.

**Parcela = Amortização Constante + Juros Sobre o Saldo Devedor**

A primeira parcela a ser paga será:

$$P_1 = 500 + \frac{1}{100} \cdot 50.000 = R\$1.000,00$$

A segunda parcela será:

$$P_2 = 500 + \frac{1}{100} \cdot 49.500 = R\$995,00$$

E assim por diante, cada parcela será R\$ 5,00 mais barata que a anterior.

Supondo que Phill pague todas as parcelas no dia do vencimento, não havendo atrasos ou adiantamentos, o valor total pago pelo financiamento, incluindo os juros, será de

- A R\$ 50.500,00.
- B R\$ 62.875,00.
- C R\$ 75.250,00.
- D R\$ 87.625,00.
- E R\$ 100.000,00.

**Questão 65**

(Ronaebson)

Depois de ter ganho uma causa de R\$ 160.000,00 na justiça, Júlia pagou 12,5% do valor ao advogado, emprestou R\$ 40.000,00 ao seu primo a uma taxa de 4% ao mês no regime de juros simples e aplicou o restante do capital a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês.

Sabendo que  $(1,02)^{12} \cong 1,27$  e considerando que a dívida do primo para com ela só foi quitada depois de um ano (valor emprestado mais juros), juntando o capital aplicado com o valor recebido do primo, o valor total que ela terá ao final dos doze meses será

- A R\$ 110.000,00.
- B R\$ 160.800,00.
- C R\$ 152.400,00.
- D R\$ 186.200,00.
- E R\$ 211.600,00.

**Questão 66**

(CFTMG)

Uma concessionária anunciou um veículo no valor de R\$ 30.000,00 à vista. Após negociação, um cliente adquiriu o veículo pagando R\$ 20.000,00 de entrada e R\$ 11.200,00 após 30 dias.

A taxa mensal de juros cobrada nessa venda foi de

- A 4%.
- B 6,6%.
- C 11,2%.
- D 12%.



**Questão 67**

(Ronaebson)

“O Governo Federal lançou recentemente o programa Casa Verde e Amarela que promete substituir o Minha Casa Minha Vida (MCMV), criado em 2009 e que em uma década ajudou milhões de pessoas (com perfil de baixa renda) a conquistarem o sonho da casa própria. O principal objetivo dessa remodelação é a diminuição dos juros no financiamento de imóveis garantindo assim uma prestação mensal mais barata, facilitando o acesso da população a moradia digna. A intenção é agregar pelo menos 1 milhão de pessoas que estavam fora do MCMV para que tenham acesso ao crédito público. Estima-se que nos próximos quatro anos haverá um aumento de 350 mil novas moradias em relação ao que se conseguiria atender com os parâmetros do MCMV.”

Disponível em: <https://publicidadeimobiliaria.com/minha-casa-minha-vida-x-casa-verde-e-amarela-qual-a-diferenca/>. Acesso em 13/02/2021.

Leticia pensa em comprar seu primeiro imóvel, no valor de R\$125.000,00, com o auxílio do programa Casa Verde e Amarela. Ela pretende financiar para pagar ao longo de 30 anos. O seu banco fez uma simulação e avisou que ela poderia financiar 80% do valor total do apartamento em parcelas iguais. Além disso, ao todo, ela pagará pelo financiamento o equivalente ao montante de uma aplicação com taxa de 3% de juros compostos ao ano sobre o valor inicialmente financiado.

Dado que  $1,03^{30} \approx 2,43$  e sabendo que Leticia pagará 20% do imóvel de entrada e financiará o restante, então o valor aproximado das parcelas pagas por ela ao longo desse financiamento será

- A R\$ 500,00.
- B R\$ 550,00.
- C R\$ 620,00.
- D R\$ 675,00.
- E R\$ 715,00.

**Questão 68**

(Ronaebson)

Clara aplicou R\$ 10.000,00 num fundo de investimentos cuja rentabilidade média mensal é de 2%. Ela deseja resgatar o dinheiro desse fundo quando o montante acumulado ultrapassar R\$ 15.000,00.

Dado que  $\log_{1,02} 1,5 = 20,47$ , o número mínimo de meses que ela deverá esperar para poder realizar o resgate do dinheiro é

- A 10.
- B 20.
- C 21.
- D 25.
- E 47.

**Questão 69**

O mês de Janeiro é famoso pelas liquidações, pois as lojas aproveitam o período e tentam vender os produtos que sobram do Natal. Em um shopping, todas as lojas aderiram à campanha promocional e identificaram as peças com etiquetas verdes, amarelas e vermelhas, conforme os descontos que seus preços recebiam. Os produtos com etiqueta verde tem um desconto de 20%, os com etiqueta amarela, 30% e os com etiqueta vermelha, 60%.

Laura comprou uma camisa com etiqueta verde por R\$ 48,00, uma calça com etiqueta amarela por R\$ 98,00 e um tênis com etiqueta vermelha por R\$ 160,00. Se ela tivesse efetuado essa compra antes da remarcação dos preços, teria gasto um valor muito maior.

Em relação ao valor total pago, antes dos descontos, a economia de Laura foi de

- A 20%
- B 38%
- C 49%
- D 51%
- E 56%

**Questão 70**

(IFSC)

Segundo dados do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), o rendimento médio mensal das famílias catarinenses é R\$ 1.368,00.

Considerando-se que uma família pegou um empréstimo no valor de 30% de sua renda média mensal e vai pagar este empréstimo a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, quanto essa família pegou emprestado e qual o valor que a família irá pagar (montante final) se saldar essa dívida em 2 meses?

- A Pegou emprestado R\$ 407,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 423,86.
- B Pegou emprestado R\$ 410,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 425,94.
- C Pegou emprestado R\$ 409,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 424,90.
- D Pegou emprestado R\$ 409,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 425,94.
- E Pegou emprestado R\$ 410,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 426,98.



**Questão 71**

(FMP)

Abaixo são apresentados termos gerais que definem cinco seqüências de números reais, para  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\begin{aligned} a_n &= 80 \cdot (24)^n \\ b_n &= 80 \cdot (1,30)^n \\ c_n &= 80 \cdot (0,30)^n \\ d_n &= 80 + 24 \cdot n \\ e_n &= 80 + (2,4) \cdot n \end{aligned}$$

Um dos termos gerais apresentados acima indica o valor devido  $n$  meses após a tomada de um empréstimo de R\$ 80,00, calculado após a incidência de uma taxa mensal de juros simples de 30% sobre o valor do empréstimo.

Esse termo geral é

- A**  $e_n$
- B**  $d_n$
- C**  $a_n$
- D**  $c_n$
- E**  $b_n$

**Questão 72**

(UFU)

Um financiamento de R\$ 10.000,00 foi contratado a uma taxa de juros (compostos) de 3% ao mês. Ele será liquidado em duas parcelas iguais, a primeira vencendo em 60 dias e a segunda em 90 dias após a efetivação do contrato.

O valor de cada parcela desse financiamento é, aproximadamente, igual a

Dados:

$(1 + 0,03)^1 = 1,03$	$(1 + 0,03)^2 = 1,0609$	$(1 + 0,03)^3 = 1,0927$
$\frac{1}{(1 + 0,03)^1} = 0,9709$	$\frac{1}{(1 + 0,03)^2} = 0,9426$	$\frac{1}{(1 + 0,03)^3} = 0,9151$

- A** R\$ 5226,00.
- B** R\$ 5383,00.
- C** R\$ 5387,00.
- D** R\$ 5282,00.

**Questão 73**

(FGV)

Uma mercadoria é vendida com entrada de R\$500,00 mais 2 parcelas fixas mensais de R\$576,00.

Sabendo-se que as parcelas embutem uma taxa de juros compostos de 20% ao mês, o preço à vista dessa mercadoria, em reais, é igual a

- A** 1.380,00.
- B** 1.390,00.
- C** 1.420,00.
- D** 1.440,00.
- E** 1.460,00.

**Questão 74**

(Ronaebson)

Com o desejo de ir morar sozinho, Thell realiza um financiamento imobiliário de R\$ 640.000,00, a ser pago em 400 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 1.600,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Note que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 1600,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor a ser pago ao banco na centésima primeira prestação é de

- A** R\$ 1600,00.
- B** R\$ 3200,00.
- C** R\$ 4800,00.
- D** R\$ 6400,00.
- E** R\$ 8000,00

**Questão 75**

(UFPR)

Luiz Carlos investiu R\$ 10.000,00 no mercado financeiro da seguinte forma: parte no fundo de ações, parte no fundo de renda fixa e parte na poupança. Após um ano ele recebeu R\$ 1.018,00 em juros simples dos três investimentos. Nesse período de um ano, o fundo de ações rendeu 15%, o fundo de renda fixa rendeu 10% e a poupança rendeu 8%.

Sabendo que Luiz Carlos investiu no fundo de ações apenas metade do que ele investiu na poupança, os juros que ele obteve em cada um dos investimentos foram:

- A** R\$ 270,00 no fundo de ações, R\$ 460,00 no fundo de renda fixa e R\$ 288,00 na poupança.
- B** R\$ 300,00 no fundo de ações, R\$ 460,00 no fundo de renda fixa e R\$ 258,00 na poupança.
- C** R\$ 260,00 no fundo de ações, R\$ 470,00 no fundo de renda fixa e R\$ 288,00 na poupança.
- D** R\$ 260,00 no fundo de ações, R\$ 480,00 no fundo de renda fixa e R\$ 278,00 na poupança.
- E** R\$ 270,00 no fundo de ações, R\$ 430,00 no fundo de renda fixa e R\$ 318,00 na poupança.

**Questão 76**

(CFTMG)

Um homem solicitou a um Banco um empréstimo de R\$ 600,00 para ser pago em dois meses, do seguinte modo: ao final do primeiro mês, usando a taxa de 5% a.m., calculou o saldo devedor e pagou uma parcela de R\$ 330,00. O valor restante foi pago ao final do mês seguinte a uma taxa de 2% a.m..

O valor total de juros pagos representa, em relação ao empréstimo inicial, um percentual de

- A** 6%
- B** 7%
- C** 8%
- D** 9%

**Questão 77**

(CFTMG)

Uma pessoa investiu R\$ 20.000,00 durante 3 meses em uma aplicação que lhe rendeu 2% no primeiro mês e 5% no segundo mês. No final do terceiro mês, o montante obtido foi suficiente para pagar uma dívida de R\$ 22.000,00.

Assim sendo, a taxa mínima de juros, no terceiro mês, para esse pagamento, em %, foi, aproximadamente, de

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

**Questão 78**

(UFSM)

Uma empresa de cartão de crédito opera com juros compostos de 6% ao mês. Um usuário dessa empresa contraiu uma dívida de R\$ 2.000,00 e, durante 6 meses, não pôde efetuar o pagamento. Ao procurar a empresa para renegociar a dívida, a empresa propôs que seja quitada em uma única parcela, com juros simples de 5% ao mês, referente aos 6 meses de atraso.

Aceita a proposta, o total de juros pagos e o desconto obtido, em reais, são, respectivamente, iguais a

Dado:  $(1,006)^6 = 1,4185$

- A** 600,00 e 117,00.
- B** 600,00 e 120,00.
- C** 600,00 e 237,00.
- D** 720,00 e 117,00.
- E** 720,00 e 120,00.

<b>Gabarito _ Financeira</b>			
<b>Hora de praticar</b>			
<b>Questão</b>	<b>Resposta</b>	<b>Questão</b>	<b>Resposta</b>
<b>01</b>	<b>C</b>	<b>40</b>	<b>C</b>
<b>02</b>	<b>B</b>	<b>41</b>	<b>A</b>
<b>03</b>	<b>B</b>	<b>42</b>	<b>C</b>
<b>04</b>	<b>A</b>	<b>43</b>	<b>A</b>
<b>05</b>	<b>C</b>	<b>44</b>	<b>D</b>
<b>06</b>	<b>E</b>	<b>45</b>	<b>E</b>
<b>07</b>	<b>C</b>	<b>46</b>	<b>C</b>
<b>08</b>	<b>C</b>	<b>47</b>	<b>C</b>
<b>09</b>	<b>C</b>	<b>48</b>	<b>C</b>
<b>10</b>	<b>D</b>	<b>49</b>	<b>C</b>
<b>11</b>	<b>D</b>	<b>50</b>	<b>C</b>
<b>12</b>	<b>D</b>	<b>51</b>	<b>B</b>
<b>13</b>	<b>B</b>	<b>52</b>	<b>B</b>
<b>14</b>	<b>E</b>	<b>53</b>	<b>B</b>
<b>15</b>	<b>A</b>	<b>54</b>	<b>A</b>
<b>16</b>	<b>D</b>	<b>55</b>	<b>A</b>
<b>17</b>	<b>A</b>	<b>56</b>	<b>A</b>
<b>18</b>	<b>E</b>	<b>57</b>	<b>C</b>
<b>19</b>	<b>C</b>	<b>58</b>	<b>B</b>
<b>20</b>	<b>B</b>	<b>59</b>	<b>A</b>
<b>21</b>	<b>D</b>	<b>60</b>	<b>A</b>
<b>22</b>	<b>C</b>	<b>61</b>	<b>C</b>
<b>23</b>	<b>D</b>	<b>62</b>	<b>B</b>
<b>24</b>	<b>D</b>	<b>63</b>	<b>B</b>
<b>25</b>	<b>B</b>	<b>64</b>	<b>C</b>
<b>26</b>	<b>D</b>	<b>65</b>	<b>D</b>
<b>27</b>	<b>E</b>	<b>66</b>	<b>D</b>
<b>28</b>	<b>B</b>	<b>67</b>	<b>D</b>
<b>29</b>	<b>A</b>	<b>68</b>	<b>C</b>
<b>30</b>	<b>C</b>	<b>69</b>	<b>C</b>
<b>31</b>	<b>C</b>	<b>70</b>	<b>E</b>
<b>32</b>	<b>C</b>	<b>71</b>	<b>B</b>
<b>33</b>	<b>B</b>	<b>72</b>	<b>B</b>
<b>34</b>	<b>A</b>	<b>73</b>	<b>A</b>
<b>35</b>	<b>D</b>	<b>74</b>	<b>D</b>
<b>36</b>	<b>B</b>	<b>75</b>	<b>A</b>
<b>37</b>	<b>D</b>	<b>76</b>	<b>A</b>
<b>38</b>	<b>A</b>	<b>77</b>	<b>C</b>
<b>39</b>	<b>A</b>	<b>78</b>	<b>C</b>