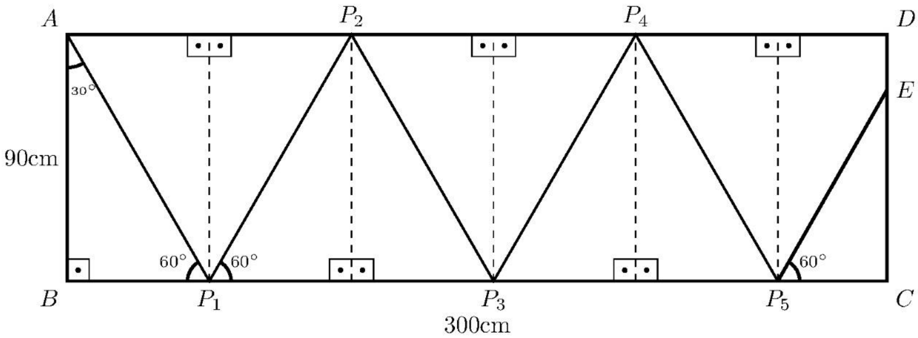
SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO - PROGRAD
DIRETORIA DE PROCESSOS SELETIVOS - DIRPS

DISCIPLINA - MATEMÁTICA

QUESTÃO 1

A. (14 PONTOS)



Denotando o ponto $P = P_1$, como o triângulo AP_1B é retângulo, segue que o ângulo $A\widehat{P_1}B$ mede 60º. Assim

$$tg(60^o) = \frac{90}{\overline{BP_1}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{90}{\overline{BP_1}} \Rightarrow \overline{BP} = \frac{90}{\sqrt{3}} = 30\sqrt{3}\text{cm}.$$

Utilizando a aproximação dada $\sqrt{3} = 1{,}7$, então $\overline{BP_1} = 30 \times 1{,}7 = 51$cm.

Como os ângulos de chegada e saída do disco são iguais, traçando-se as alturas relativas aos vértices em que o disco toca os lados BC ou AD, obtém-se triângulos retângulos congruentes ao triângulo AP_1B (já que possuem base e altura relativas ao ângulo reto de mesma medida), conforme pode ser observado na figura. Assim, cada vez que o disco rebate em um dos lados BC ou AD, sua distância relativa ao lado CD diminui 51 cm. Como BC mede 3 m (300 cm), o número de vezes que o disco toca um dos lados BC ou AD é o maior número natural n tal que $51n \leq 300$, ou seja, $n \leq 5{,}9$. Portanto $n = 5$.

B. (6 PONTOS)

Seja P_5 o último ponto em que o disco rebate no lado BC antes de atingir o ponto E. Assim $5 \times 51 + \overline{P_5C} = 300$, ou seja, $\overline{P_5C} = 300 - 255 = 45$cm. Logo,

$$tg(60^o) = \frac{\overline{CE}}{45} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\overline{CE}}{45} \Rightarrow \overline{CE} = 45\sqrt{3} = 45 \times 1{,}7 = 76{,}5\text{cm}.$$

Como $\overline{DE} + \overline{CE} = 90$, obtém-se $\overline{DE} = 90 - 76{,}5 = 13{,}5$cm.

Obs.: Como o valor dado para $\sqrt{3}$ é aproximado, se o candidato, por exemplo, substituir o valor de $\sqrt{3}$ na igualdade $\overline{BP_1} = \frac{90}{\sqrt{3}}$ e já fizer a conta ao invés de racionalizar, o valor obtido será $\overline{BP_1} = \frac{90}{1{,}7} \simeq 52{,}9$cm. Independentemente disso, a resposta do item A) permanece a mesma, mas a resposta de B) será outra. Nesse caso obtém-se $\overline{P_5C} = 35{,}5$cm e $\overline{CE} = 35{,}5\sqrt{3} = 35{,}5 \times 1{,}7 = 60{,}4$cm e $\overline{DE} = 90 - 60{,}4 = 29{,}6$cm. Como diferentes situações desse tipo podem ocorrer devido a essa aproximação de $\sqrt{3}$, todas soluções em que acontecer esse tipo de situação serão consideradas da mesma forma que a proposta no presente gabarito.

QUESTÃO 2

A. (6 PONTOS)

O volume máximo V_{max} que o recipiente destinado à água suporta corresponde à metade do volume de uma esfera de raio igual a 6 cm. Como o volume de uma esfera de raio r é dado por

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

então o volume máximo que o recipiente destinado à água suporta é

$$V_{max} = \frac{1}{2}V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi 6^3 \approx 432 \ \ cm^3$$

B. (14 PONTOS)

Considerando que o volume do recipiente de água está completamente cheio, o volume da mistura da água com o café V_{ac} é dado por

$$V_{ac} = 1{,}02 \times V_{max} = 1{,}02 \times 432 = 440{,}64 \ cm^3.$$

O recipiente destinado ao café pronto é um cilindro cuja base é uma circunferência de diâmetro igual a 8 cm e, portanto, raio igual a 4 cm. Logo a área da base A_b deste cilindro é dada por $A_b = \pi r^2 = \pi 4^2 \approx 48 \ cm^2$ e o seu volume $V_C = A_b \times h$=$48h$.

Logo, a altura mínima deste cilindro deve ser tal que o seu volume V_C comporte o volume da mistura da água com o café V_{ac}, isto é,

$$V_C = V_{ac} \Rightarrow 48h = 440{,}64 \Rightarrow h = 9{,}18 \ cm$$

Portanto, a altura mínima do recipiente destinada ao café pronto é 9,18 cm.

QUESTÃO 3

A. (15 PONTOS)

A equação de uma reta é dada pela fórmula

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

em que (x_0, y_0) são as coordenadas de um ponto pertencente a reta e m é o coeficiente angular. Sendo r a reta que passa pelos pontos (4,35) e (6,45), o coeficiente angula de r é igual a

$$m = \frac{45 - 35}{6 - 4} = 5.$$

E, assim, a equação da reta r é dada por

$$y - 35 = 5(x - 4) \Rightarrow y = f(x) = 5x + 15$$

Como $f(2) = 5 \times 2 + 15 = 25$ então o ponto (2,25) pertence a reta r e, portanto, os pontos (2,25), (4,35) e (6,45) são colineares.

B. (5 PONTOS)

Como P, (4,35) e (6,45) são pontos colineares e a abscissa de P é igual a 8, então o valor de sua ordenada é $f(8) = 5 \times 8 + 15 = 55$.

QUESTÃO 4

A. (13 PONTOS)

Dado um polinômio de segundo grau $ax^2 + bx + c$, a soma de suas raízes é igual a $\frac{-b}{a}$ e o produto de suas raízes é igual a $\frac{c}{a}$. Assim, se as raízes do polinômio $x^2 + px + 4$ são r_1 e r_2, temos

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = -p \\ r_1 r_2 = 4 \end{cases}$$

Como as raízes r_1 e r_2 são número inteiros, temos 6 possiblidades para o produto $r_1 r_2$: 1×4, $(-1) \times (-4)$, 4×1, $(-4) \times (-1)$, 2×2 ou $(-2) \times (-2)$. Logo, os valores possíveis para as raízes r_1e r_2, respectivamente, são 1 e 4, -1 e -4, 4 e 1, -4 e -1, 2 e 2, -2 e -2. Portanto, $r_1 \in \{-4, -2 - 1, 1, 2, 4\}$.

B. (7 PONTOS)

Considerando as 6 possibilidades para as raízes r_1e r_2, a soma $r_1 + r_2$ pode assumir os seguintes valores: -5,-5, 4 ou 5. Como $r_1 + r_2 = -p$ temos $p \in \{-5, -4, 4, 5\}$.