

**Questão 01**

Um grupo de alunos de uma escola deveria visitar o Museu de Ciência e o Museu de História da cidade. Quarenta e oito alunos foram visitar pelo menos um desses museus. 20% dos que foram ao de Ciência visitaram o de História e 25% dos que foram ao de História visitaram também o de Ciência.

Calcule o número de alunos que visitaram os dois museus.

**Questão 02**

O coquetel preferido de João tem 15% de álcool e é uma mistura de tequila e cerveja. No bar onde pediu que lhe preparassem esse coquetel, a tequila e a cerveja tinham, respectivamente, 40% e 5% de álcool.

Calcule a razão entre os volumes de tequila e cerveja usados nessa mistura.

**Questão 03**

Os números  $204$ ,  $782$  e  $255$  são divisíveis por 17.

Considere o determinante de ordem 3 abaixo:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 7 & 8 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

Demonstre que esse determinante é divisível por 17.

**Questão 04**

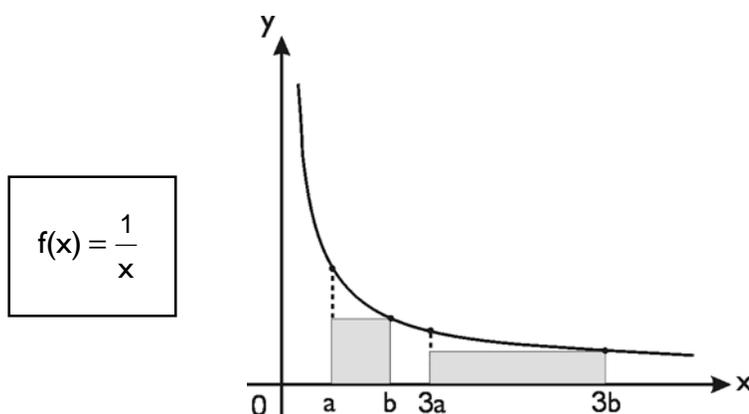
Observe a tabela de Pitágoras.

3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
....	....	....

Calcule a soma de todos os números desta tabela até a vigésima linha.

**Questão 05**

Considere a função  $f$ , definida para todo  $x$  real positivo, e seu respectivo gráfico.



Se  $a$  e  $b$  são dois números positivos ( $a < b$ ), a área do retângulo de vértices  $(a,0)$ ,  $(b,0)$  e  $(b, f(b))$  é igual a  $0,2$ .

Calcule a área do retângulo de vértices  $(3a, 0)$ ,  $(3b, 0)$  e  $(3b, f(3b))$ .

**Questão 06**

Um triângulo acutângulo  $ABC$  tem  $4 \text{ cm}^2$  de área e seus lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  medem, respectivamente,  $2 \text{ cm}$  e  $5 \text{ cm}$ .

Mantendo-se as medidas desses dois lados e dobrando-se o ângulo interno  $\hat{A}$ , calcule o aumento percentual de sua área.

**Questão 07**

Uma indústria produz três tipos de correntes.

A tabela abaixo indica os preços praticados para uma produção total de  $100 \text{ m}$ .

TIPOS	PRODUÇÃO (metros)	PREÇOS POR METRO (R\$)	
		Custo	Venda
I	$x$	2,00	3,00
II	$y$	4,00	5,00
III	$z$	5,00	P
Total	100	320,00	460,00

A quantidade  $z$  de metros produzidos da corrente do tipo III é um número inteiro.

Se  $5 < P \leq 10$ , calcule os possíveis valores inteiros de  $P$ .

**Questão 08**

Os afixos de três números complexos são equidistantes de  $(0,0)$  e vértices de um triângulo equilátero. Um desses números é  $1 + i\sqrt{3}$ .

Calcule os outros números na forma  $a + bi$ .

**Questão 09**

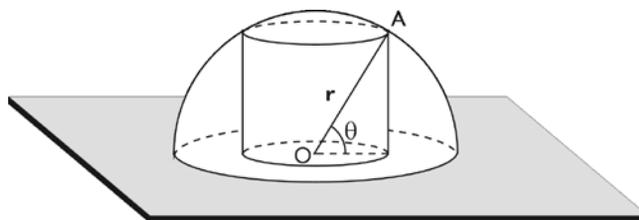
Uma prova é composta por 6 questões com 4 alternativas de resposta cada uma, das quais apenas uma delas é correta.

Cada resposta correta corresponde a 3 pontos ganhos; cada erro ou questão não respondida, a 1 ponto perdido.

Calcule a probabilidade de um aluno que tenha respondido aleatoriamente a todas as questões obter um total de pontos exatamente igual a 10.

**Questão 10**

Observe a figura abaixo, que representa um cilindro circular reto inscrito em uma semi-esfera, cujo raio  $\overline{OA}$  forma um ângulo  $\theta$  com a base do cilindro.



Se  $\theta$  varia no intervalo  $]0, \frac{\pi}{2}[$  e o raio da semi-esfera mede  $r$ , calcule a área lateral máxima deste cilindro.

**Questão 11**

$$x^3 + x + 10 = 0$$

$$x^3 - 19x - 30 = 0$$

As equações acima, em que  $x \in \mathbb{C}$ , têm uma raiz comum.

Determine todas as raízes não-comuns.

**Questão 12**

O volume de água em um tanque varia com o tempo de acordo com a seguinte equação:

$$V = 10 - |4 - 2t| - |2t - 6|, t \in \mathbb{R}_+$$

Nela,  $V$  é o volume medido em  $\text{m}^3$  após  $t$  horas, contadas a partir de 8h de uma manhã. Determine os horários inicial e final dessa manhã em que o volume permanece constante.

**Questão 13**

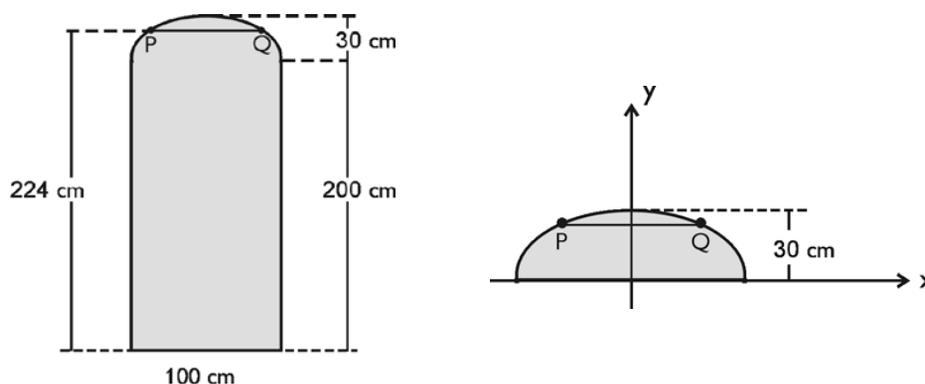
Considere dois números naturais  $ab$  e  $cd$  em que  $a, b, c$  e  $d$  são seus algarismos.

Demonstre que, se  $ab \cdot cd = ba \cdot dc$ , então  $a \cdot c = b \cdot d$ .

**Questão 14**

Uma porta colonial é formada por um retângulo de  $100 \text{ cm} \times 200 \text{ cm}$  e uma semi-elipse.

Observe as figuras:

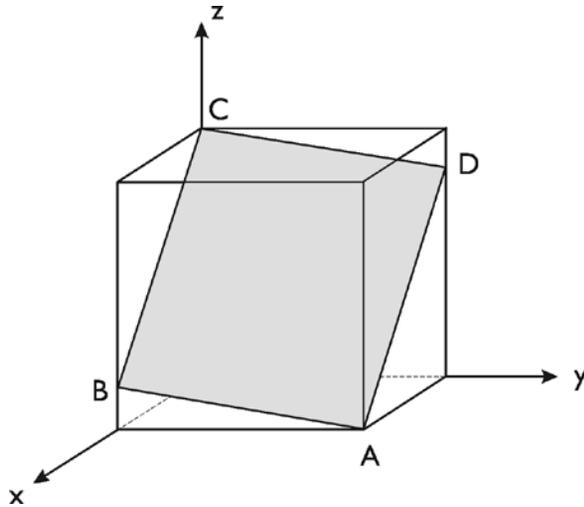


Na semi-elipse o eixo maior mede  $100 \text{ cm}$  e o semi-eixo menor,  $30 \text{ cm}$ .

Calcule a medida da corda  $\overline{PQ}$ , paralela ao eixo maior, que representa a largura da porta a  $224 \text{ cm}$  de altura.

**Questão 15**

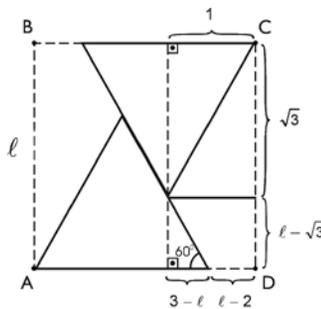
Observe a figura abaixo.



Ela representa um cubo de aresta 2, seccionado pelo plano ABCD;  $B=(2,0, t)$  e  $t$  varia no intervalo  $[0,2]$ .

Determine a menor área do quadrilátero ABCD.

**Questão 16**



A figura acima representa um quadrado ABCD e dois triângulos equiláteros equivalentes.

Se cada lado desses triângulos mede 2 cm, calcule o lado do quadrado ABCD.

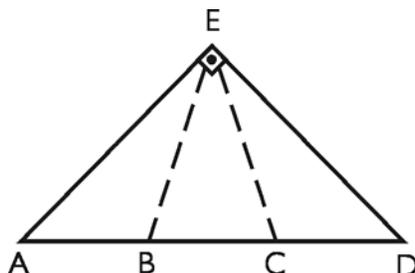
**Questão 17**

$$\left(x + \frac{1}{x^5}\right)^n$$

Na potência acima,  $n$  é um número natural menor do que 100.

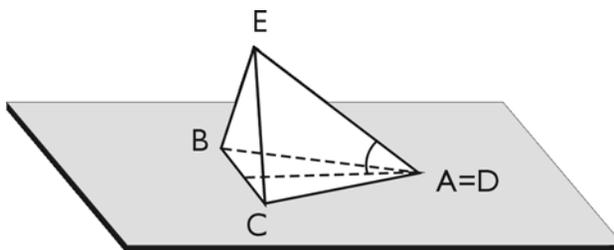
Determine o maior valor de  $n$ , de modo que o desenvolvimento dessa potência tenha um termo independente de  $x$ .

**Questão 18**



A figura acima representa uma chapa de metal com a forma de um triângulo retângulo isósceles em que  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2 \text{ m}$ .

Dobrando-a nas linhas  $\overline{BE}$  e  $\overline{CE}$ , constrói-se um objeto que tem a forma de uma pirâmide.



Desprezando a espessura da chapa, calcule o cosseno do ângulo formado pela aresta  $\overline{AE}$  e o plano ABC.

Considere a equação abaixo, que representa uma superfície esférica, para responder às questões de números 19 e 20.

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$$

**Questão 19**

Determine a equação da circunferência obtida pela interseção da superfície acima e o plano coordenado XOY.

**Questão 20**

Determine o total de pontos da superfície esférica acima com todas as coordenadas inteiras.