

## Teoremas de Pascal e Arquimedes

No módulo anterior, estudamos o Princípio Fundamental da Hidrostática, representado pela equação de Stevin, com a qual podemos calcular as pressões exercidas por um líquido em equilíbrio. Neste módulo, discutiremos outros dois pilares da Hidrostática, os Princípios de Pascal e de Arquimedes, bem como uma série de aplicações sobre esses dois fundamentos.

### PRINCÍPIO DE PASCAL

O francês Blaise Pascal, que viveu no século XVI, fez importantes descobertas na Matemática e na Física. No campo da Mecânica dos Fluidos, a sua contribuição mais relevante, hoje conhecida como Princípio de Pascal, pode ser assim enunciada:

A pressão exercida sobre um líquido em equilíbrio se transmite integralmente a todos os pontos do líquido e às paredes do recipiente no qual o líquido está confinado.

A figura 1 ilustra uma experiência simples para demonstrar o Princípio de Pascal. Nela, temos um cilindro cheio de líquido, um balão de borracha conectado ao cilindro e cinco manômetros também conectados ao cilindro em diferentes posições. Dentro do balão de borracha, há um pouco de ar aprisionado. Esse ar exerce uma pressão sobre a superfície do líquido. Apertando o balão, a pressão exercida pelo ar sobre a superfície do líquido aumenta. Os cinco manômetros, que se acham distribuídos em diferentes posições nas paredes do cilindro, registram o mesmo aumento de pressão. É justamente essa transmissão integral da pressão a todos os pontos do líquido que constitui a essência do Princípio de Pascal.



Figura 1. O aumento de pressão exercida sobre a superfície do líquido é transmitido a todos os outros pontos do líquido.

As máquinas hidráulicas, como elevadores e prensas hidráulicas, funcionam com base no Princípio de Pascal. Uma máquina hidráulica é um dispositivo capaz de multiplicar o efeito de uma força por meio da transmissão da pressão exercida por essa força em um líquido. Para explicar o funcionamento dessas máquinas, vamos considerar a figura 2, que representa um elevador hidráulico, constituído de dois cilindros dotados de êmbolos, interligados e cheios de óleo.

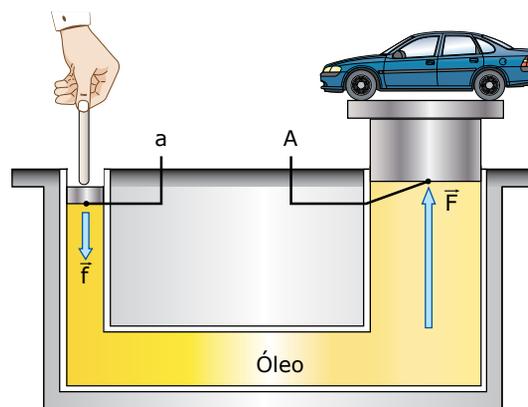


Figura 2. A pressão exercida pela pessoa é transmitida pelo óleo para a outra extremidade do elevador.

De acordo com o Princípio de Pascal, a pressão exercida pela pessoa é transmitida integralmente por meio do óleo para o outro lado do elevador. Por isso, a razão entre a força exercida pela pessoa e a área do êmbolo menor,  $f/a$ , deve ser igual à razão entre a força que aparece no lado oposto e a área do êmbolo maior,  $F/A$ . Explicitando a força  $f$ , obtemos:

$$P_a = P_A \Rightarrow \frac{F}{A} = \frac{f}{a} \Rightarrow f = F \frac{a}{A}$$

Para erguer o carro da figura 2 com velocidade constante, a força  $\bar{F}$  exercida pelo êmbolo deve ter a mesma intensidade que o peso do carro. Nessas condições, se a massa do carro for igual a uma tonelada, então  $F$  deve ser igual a 1 000 kgf. Considerando as áreas  $A = 2,0 \text{ m}^2$  e  $a = 0,020 \text{ m}^2$ , a intensidade da força  $\bar{f}$  necessária para erguer o carro será:

$$f = F \frac{a}{A} = 1\,000 \text{ kgf} \frac{0,020 \text{ m}^2}{2,0 \text{ m}^2} = 10 \text{ kgf}$$

Note que o módulo da força  $\bar{f}$  é 100 vezes menor do que o de  $\bar{F}$ , porque a área  $A$  é 100 vezes maior do que a área  $a$ .

Na prática, uma máquina com um quociente  $A/a$  muito grande não é viável, pois o óleo, sendo incompressível, deve apresentar os mesmos deslocamentos volumétricos nos dois cilindros do elevador. Assim, como os cilindros apresentam áreas diferentes, os seus deslocamentos lineares são diferentes. Nesse exemplo, para que o carro fosse erguido 1,0 m, o êmbolo menor deveria ser abaixado 100 metros. É claro que um deslocamento tão grande assim é impraticável. Portanto, nas máquinas hidráulicas reais, o quociente  $A/a$  é limitado. Ainda que isso comprometa um pouco a vantagem mecânica do sistema, o deslocamento do êmbolo em que  $\vec{F}$  atua não é exageradamente grande. Em algumas máquinas hidráulicas, há uma alavanca atuando sobre o êmbolo menor. A vantagem mecânica dessa alavanca, associada à da máquina hidráulica, permite a obtenção de uma vantagem mecânica global praticável e significativa.

Podemos, também, usar o Princípio da Conservação da Energia para explicar por que existe uma diferença entre os deslocamentos lineares dos êmbolos em uma máquina hidráulica. De acordo com esse princípio, o trabalho realizado pela força no lado do êmbolo maior ( $F.d$ ) deve ser igual ao trabalho realizado pela força no outro lado ( $f.D$ ). Como  $F$  é maior do que  $f$ , então  $D$  deve ser maior do que  $d$ . No exemplo discutido anteriormente, como  $F$  é 100 vezes maior do que  $f$ ,  $D$  deve ser 100 vezes maior do que  $d$ .

Uma experiência simples para comprovar o Princípio de Arquimedes está ilustrada na figura 3. Na primeira etapa da experiência, o peso de uma pedra é registrado por meio de um dinamômetro. Digamos que o valor obtido seja  $P = 3,5$  N. Na sequência, a pedra é mergulhada em um recipiente com água. Nessa condição, o dinamômetro registra um valor menor, por exemplo,  $P_A = 3,0$  N, que é o módulo do peso aparente da pedra. É claro que o peso real da pedra continua sendo igual a 3,5 N. Porém, a água exerce uma força de empuxo de módulo  $E = 0,50$  N sobre a pedra, de forma que a força exercida pelo dinamômetro sobre a pedra,  $P_A = P - E$ , possui módulo igual a 3,0 N. Por último, obtemos o resultado mais importante dessa experiência: a água coletada no recipiente menor (água deslocada pela pedra) possui um peso de 0,50 N, que é exatamente o módulo da força de empuxo, obtido pela diferença entre as duas leituras do dinamômetro.

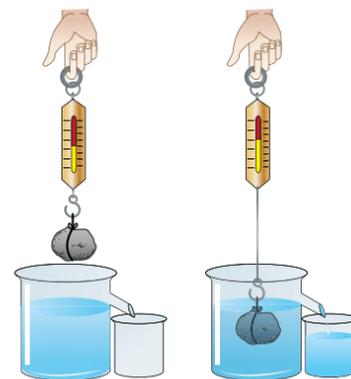


Figura 3. O módulo do empuxo (calculado como a diferença das leituras no dinamômetro) é igual ao módulo de peso do líquido deslocado.

Arquimedes realizou experiências parecidas com a descrita anteriormente quando tentava descobrir uma maneira de calcular a força de empuxo exercida sobre objetos imersos na água. Muitos séculos depois, o Princípio de Arquimedes foi demonstrado teoricamente a partir da Equação de Stevin. Considere um bloco de altura  $h$  e seção transversal de área  $A$ , imerso em um líquido de densidade  $\rho$ , como mostra a figura 4.

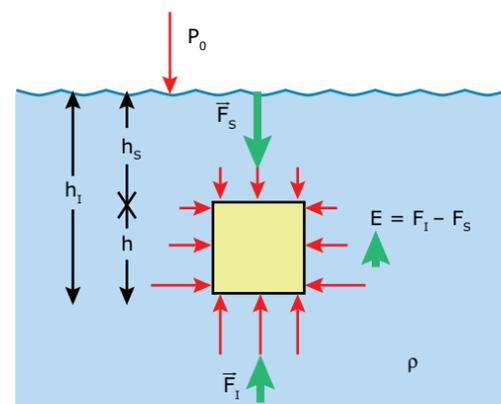


Figura 4. O empuxo se deve à diferença entre as forças exercidas pelo líquido na face inferior e superior do objeto.

**PARA REFLETIR**

Por que você, atrás de uma barragem, seria capaz de reter toda a água da represa simplesmente tapando com o dedo um buraco existente nessa construção?

## PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES

### Empuxo

Quando você se encontra dentro de uma piscina com água, o líquido exerce sobre seu corpo uma força denominada empuxo que age de baixo para cima sobre você. Por isso, embora seu peso continue sendo exatamente o mesmo, você se sente mais leve dentro da água do que fora dela. O grego Arquimedes, que viveu por volta do ano 400 a.C., foi o primeiro a estudar esse fenômeno, formulando o que hoje conhecemos como o Princípio de Arquimedes, cujo enunciado é o seguinte:

Todo corpo imerso em um fluido (líquido ou gás) sofre a ação de uma força de empuxo exercida pelo fluido, cujo sentido é de baixo para cima e cujo módulo é igual ao módulo do peso do fluido deslocado pelo corpo.

De acordo com a Equação de Stevin, a pressão exercida pelo líquido aumenta com a profundidade. Por isso, nas faces laterais opostas do bloco, as pressões se cancelam. Entretanto, o mesmo não acontece nas faces horizontais, pois a pressão exercida sobre a face inferior é maior do que a pressão exercida sobre a face superior, de modo que a força exercida pelo líquido de baixo para cima é maior do que a força de cima para baixo. Assim, há uma força resultante vertical, voltada para cima (o empuxo), atuando sobre o bloco. Os módulos das forças exercidas pelo líquido sobre as faces inferior e superior do bloco são:

$$F_s = (p_0 + \rho gh_s).A \quad \text{e} \quad F_i = (p_0 + \rho gh_i).A$$

Nessas equações,  $h_s$  e  $h_i$  são as profundidades do líquido nos níveis onde se situam as faces superior e inferior, respectivamente. A diferença entre essas forças representa o empuxo do líquido sobre o cilindro:

$$E = F_i - F_s = \rho gA(h_i - h_s)$$

Note que  $h_i - h_s$  é a altura  $h$  do bloco, de forma que o produto  $A.h$  é o volume  $V$  do bloco. Como esse é também o volume do líquido deslocado, concluímos que  $\rho.V$  é a massa do líquido deslocado, e que o módulo do empuxo  $E = \rho.V.g$  é igual ao módulo de peso do líquido deslocado, finalizando a nossa demonstração.

A seguir, vamos discutir as condições nas quais um corpo afunda ou não em um líquido.

**PARA REFLETIR**

Uma peça de ferro faria um bloco de madeira flutuar mais baixo na água caso fosse presa debaixo do bloco ou sobre ele?

### Condições de flutuação

Imagine que você mergulha completamente um objeto de densidade  $\rho_o$  dentro de um líquido de densidade  $\rho_L$ . Em seguida, soltando o objeto, esse poderá afundar no líquido, permanecer no mesmo lugar em que foi colocado ou, ainda, subir e emergir na superfície do líquido. As intensidades do peso do objeto e do empuxo exercido pelo líquido definirão que tipo de evento ocorrerá com o objeto. Para discutirmos mais detalhadamente esse problema, vamos escrever o peso do objeto e o empuxo sobre ele usando as seguintes expressões:

$$P_o = m_o g = \rho_o V_o g ; \quad E = m_{LD} g = \rho_L V_{LD} g$$

Nessas expressões,  $m_o$  e  $m_{LD}$  são as massas do objeto e do líquido deslocado,  $V_o$  e  $V_{LD}$  são os volumes do objeto e do líquido deslocado e  $g$  é a aceleração da gravidade.

Vamos analisar separadamente cada uma das situações que podem ocorrer com o objeto.

### Caso I: O objeto afunda

Para afundar, o módulo do peso do objeto deve ser maior do que o módulo do empuxo, de modo que, após ser solto, a resultante das forças que atuam sobre o objeto será dirigida para baixo. Como o objeto está totalmente imerso no líquido, temos  $V_o = V_{LD}$ . Assim, para o peso ser maior do que o empuxo, devemos ter  $\rho_o > \rho_L$ . Esse resultado é bastante intuitivo, já que pode ser observado em várias situações do nosso dia a dia, como o afundamento de uma pedra ou de uma esfera de chumbo jogadas na água.

### Caso II: O objeto sobe

Para o objeto subir, o módulo de seu peso deve ser menor do que o módulo do empuxo, pois, assim, a resultante das forças que atuam sobre o objeto será dirigida para cima. Isso ocorre porque  $\rho_o < \rho_L$ . Um exemplo desse caso é o movimento de subida de um pedaço de madeira abandonado dentro da água. Chegando à superfície, o objeto passa a flutuar. Isso significa que o módulo do empuxo diminuiu, tornando-se igual ao módulo do peso do objeto, de forma que a resultante de forças seja nula. O motivo dessa diminuição do empuxo é que o objeto, ao flutuar com apenas uma parte submersa, desloca um volume de líquido menor do que aquele que era deslocado durante o movimento de subida.

Uma consequência muito importante que tiramos da igualdade entre o empuxo ( $E = m_{LD}g$ ) e o peso de um objeto flutuante ( $P_o = m_o g$ ) é que a massa  $m_o$  do objeto é igual à massa  $m_{LD}$  do líquido deslocado. A figura 5 mostra uma experiência simples para comprovar essa igualdade. Um bloco de madeira é colocado cuidadosamente em um recipiente com água até o topo, que está sobre uma balança. A água deslocada é coletada por um recipiente menor. Observe que a leitura da balança não se altera com a colocação do bloco de madeira, já que a massa de água que foi deslocada é exatamente igual à massa do objeto flutuante.

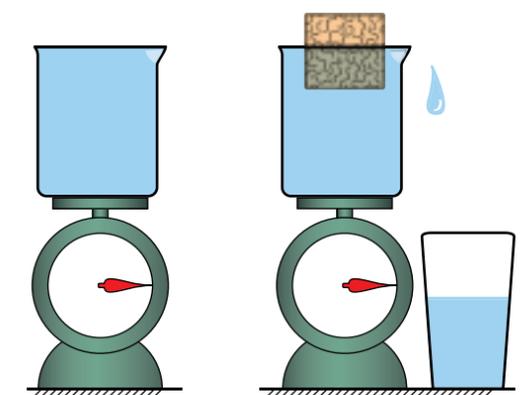


Figura 5. A massa de líquido deslocado é igual à massa do objeto flutuante.

Podemos calcular a densidade de um objeto flutuante a partir da densidade do líquido e de medições simples do volume do objeto e do volume submerso, sendo este último nada mais do que o volume de líquido deslocado. Como as massas do objeto e da água deslocada são iguais, podemos expressar a densidade do objeto por meio da seguinte relação:

$$m_o = m_{LD} \Rightarrow \rho_o V_o = \rho_L V_{LD} \Rightarrow \rho_o = \rho_L \frac{V_{LD}}{V_o}$$

Esse resultado matemático pode ser expresso do seguinte modo: a densidade de um objeto flutuante é uma fração da densidade do líquido, o que corresponde à razão entre o volume submerso e o volume total. Por exemplo, na figura 5, se o volume do objeto for  $V_o = 50 \text{ cm}^3$  e o volume submerso for  $V_{ld} = 30 \text{ cm}^3$ , então a densidade da madeira vale 60% da densidade da água, uma vez que  $30 \text{ cm}^3$  é 60% de  $50 \text{ cm}^3$ .

### Caso III: O objeto permanece parado

Quando um objeto é abandonado dentro de um líquido e permanece no mesmo lugar, significa que a resultante de forças sobre ele é nula. Por isso, concluímos, para esse caso, que o módulo peso do objeto é igual ao módulo do empuxo. Para isso ocorrer, temos  $\rho_o = \rho_L$ . Um exemplo dessa situação ocorre com um submarino em repouso ou em movimento horizontal submerso no mar. Embora o casco seja de aço, a densidade de um submarino é uma média ponderada entre a densidade do aço, do ar, da água e de muitos outros corpos existentes na embarcação. Na verdade, o peso e a densidade de um submarino podem ser alterados por meio da variação da massa em um tanque de lastro, que pode ser preenchido com uma massa maior ou menor de água. Dependendo do valor dessa massa, a embarcação pode emergir, submergir ou manter-se em um mesmo nível dentro do mar. Observe a figura 6, que mostra um submarino em corte. O tanque de ar comprimido e a combinação certa de aberturas e fechamentos de válvulas permitem encher ou esvaziar o tanque de lastro.

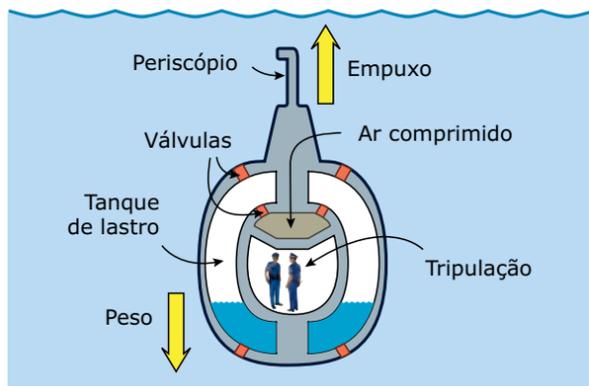


Figura 6. A variação do peso do submarino governa a dirigibilidade vertical da embarcação.

O Princípio de Arquimedes pode ser usado tanto para corpos mergulhados em líquidos quanto para corpos imersos em um gás, como um balão que se move na atmosfera da Terra. O Exercício Resolvido 01, apresentado a seguir, aborda essa situação.



#### Submarino

Quando imerso, o volume de água deslocado por um submarino não se altera, o que torna constante o empuxo aplicado pela água. Apesar disso, um submarino pode imergir e emergir no mar sempre que for necessário, controlando a quantidade de água nos tanques, ajustando, assim, o seu peso. Nessa animação, você entenderá melhor como ocorrem os processos de emersão e imersão de um submarino. Boa atividade!



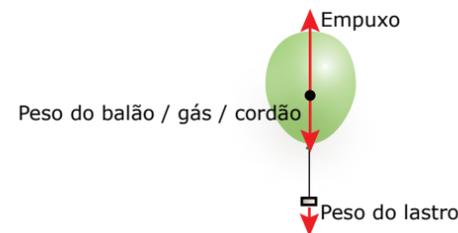
### EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Para impedir que um balão de gás leve escapasse da mão do seu filho, um pai amarrou o cordão do balão na ponta do dedo do garoto. Uma ideia melhor seria colocar um pequeno objeto de lastro na ponta do cordão. Assim, segurando o objeto, o garoto sentiria o balão flutuando preso em sua mão. Caso o garoto soltasse o objeto, o conjunto balão / lastro cairia lentamente em direção ao solo. Calcular a massa mínima que esse objeto deve ter para impedir a subida do balão.

**Dados:** Massa do balão / gás / cordão:  $m = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ;  
 Volume do balão:  $V = 5,0 \text{ L} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ ;  
 Densidade do ar atmosférico:  $\rho_{\text{atm}} = 1,2 \text{ kg/m}^3$ ;  
 Aceleração da gravidade:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

#### Resolução:

A figura a seguir mostra as forças atuantes sobre o sistema. Para o sistema ficar em repouso, o módulo do empuxo exercido pelo ar atmosférico sobre o balão deve ser igual à soma do módulo do peso do conjunto balão / gás / cordão com o módulo do peso do lastro.



O peso do conjunto vale:

$$P = mg = 4,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

O empuxo da atmosfera sobre o balão vale:

$$E = \rho_{\text{atm}} Vg = 1,2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Portanto, o peso do lastro deve ser de:

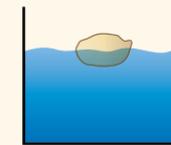
$$P_L = E - P = (6,0 - 4,0) \cdot 10^{-2} = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Esse peso corresponde a uma massa de  $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ , ou seja, uma massa de apenas 2,0 gramas. Esse valor é muito pequeno, de maneira que o fato de segurar o lastro com a mão não gera desconforto para o garoto.

### EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



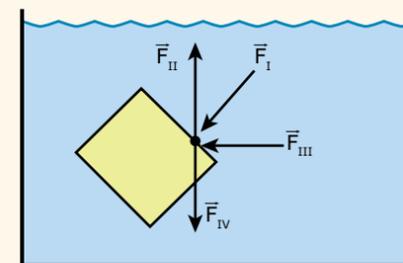
01. (PUC RS) Um objeto flutua na água com metade do seu volume imerso, conforme indica a figura.



A respeito desse experimento, pode-se afirmar que

- A) o empuxo da água sobre o objeto tem intensidade igual à metade do peso do objeto.
- B) o volume da água deslocada pelo objeto é igual ao volume do objeto.
- C) a massa da água deslocada é igual à metade da massa do objeto.
- D) o peso da água deslocada tem intensidade igual ao peso do objeto.
- E) o empuxo tem intensidade igual à metade do peso da água deslocada.

02. (UECE) Considere um cubo imerso em água, conforme a figura a seguir:

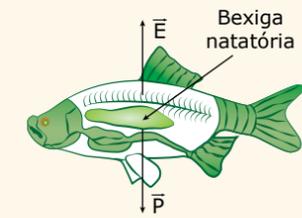


No ponto destacado de uma das faces desse cubo, há uma força devido à pressão hidrostática exercida pela água. Assinale o vetor que melhor representa essa força.

- A)  $\vec{F}_I$
- B)  $\vec{F}_{II}$
- C)  $\vec{F}_{III}$
- D)  $\vec{F}_{IV}$

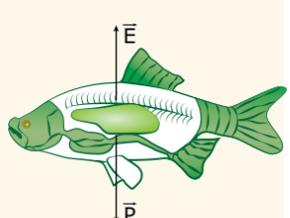
03. (Unesp) A maioria dos peixes ósseos possui uma estrutura chamada vesícula gasosa ou bexiga natatória, que tem a função de ajudar na flutuação do peixe. Um desses peixes está em repouso na água, com a força peso, aplicada pela Terra, e o empuxo, exercido pela água, equilibrando-se, como mostra a figura 1. Desprezando a força exercida pelo movimento das nadadeiras, considere que, ao aumentar o volume ocupado pelos gases na bexiga natatória, sem que a massa do peixe varie significativamente, o volume do corpo do peixe também aumente. Assim, o módulo do empuxo supera o da força peso, e o peixe sobe (Figura 2).

Figura 1



Peixe em equilíbrio ( $E = P$ )

Figura 2



Peixe em movimento ascendente ( $E > P$ )

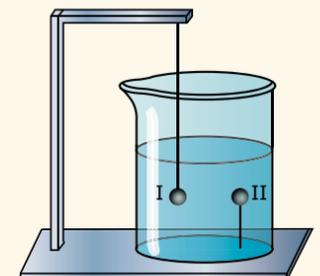
Na situação descrita, o módulo do empuxo aumenta, porque

- A) é inversamente proporcional à variação do volume do corpo do peixe.
- B) a intensidade da força peso, que age sobre o peixe, diminui significativamente.
- C) a densidade da água na região ao redor do peixe aumenta.
- D) depende da densidade do corpo do peixe, que também aumenta.
- E) o módulo da força peso da quantidade de água deslocada pelo corpo do peixe aumenta.

04. (UECE) Três sólidos, um cubo, um cilindro e uma esfera, têm massas iguais e distribuídas homogêneas ao longo de seus volumes. Os sólidos flutuam parcialmente submersos em um mesmo líquido. A relação entre os volumes submersos de cada objeto é:

- A)  $\Delta V_{\text{CUB}} > \Delta V_{\text{CIL}} > \Delta V_{\text{ESF}}$
- B)  $\Delta V_{\text{CUB}} = \Delta V_{\text{CIL}} > \Delta V_{\text{ESF}}$
- C)  $\Delta V_{\text{CUB}} > \Delta V_{\text{CIL}} = \Delta V_{\text{ESF}}$
- D)  $\Delta V_{\text{CUB}} = \Delta V_{\text{CIL}} = \Delta V_{\text{ESF}}$

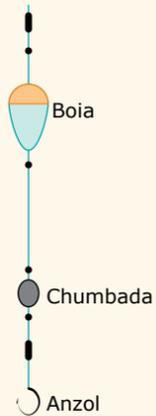
05. (UFMG) Na figura, estão representadas duas esferas, I e II, de mesmo raio, feitas de materiais diferentes e imersas em um recipiente contendo água. As esferas são mantidas nas posições indicadas por meio de fios que estão tensionados.



Com base nessas informações, é correto afirmar que o empuxo

- A) é igual à tensão no fio para as duas esferas.
- B) é maior na esfera de maior massa.
- C) é maior que o peso na esfera I.
- D) é maior que o peso na esfera II.

**06.** (FGV-SP) Em lagos, onde a água é mais tranquila, os pescadores gostam muito de utilizar em suas varas um conjunto que consta de uma boia presa a um pequeno pedaço de chumbo, a "chumbada", mantida próxima ao anzol. Dentro da água, a boia fica em equilíbrio vertical, devido ao peso da chumbada.



Usando-se um conjunto como este, supondo desprezível a presença do anzol e admitindo que a linha seja bastante flexível, analise:

- I. No mar, por conter água salgada, a parte emersa da boia é maior, relativamente à água doce.
- II. Em um lago de águas calmas, por se manter flutuando em equilíbrio estático, a boia não possui inércia.
- III. A força que deve sofrer a ponta da vara, para iniciar a retirada do conjunto do interior da água, é igual ao peso do conjunto.

É correto o contido em

- A) I, apenas.
- B) II, apenas.
- C) I e III, apenas.
- D) II e III, apenas.
- E) I, II e III.

**07.** (PUC Rio-2017) Uma esfera de raio R flutua sobre um fluido com apenas 1/8 de seu volume submerso. Se esta esfera encolhesse uniformemente, mantendo sua massa inicial, qual seria o valor mínimo de seu raio para que não viesse a afundar?

- A) R/2
- B) R/3
- C) R/8
- D) R/16
- E) R/24

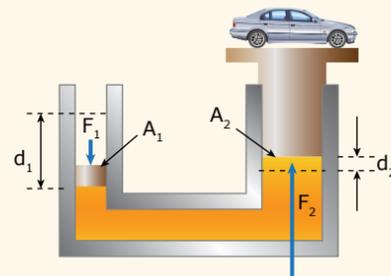
**08.** (PUC Minas) Um bloco de madeira flutua em equilíbrio numa porção de água, com apenas uma parte de seu volume mergulhada. Sejam  $\rho_A$  a densidade da água,  $\rho_M$  a densidade da madeira que constitui o bloco,  $V_E$  o volume da porção do bloco que está acima do nível da água (parte emersa) e  $V$  o volume total do bloco. A razão  $V_E/V$  é:

- A)  $\rho_M/\rho_A$
- B)  $(\rho_A - \rho_M)/\rho_A$
- C)  $(\rho_A - \rho_M)/\rho_M$
- D)  $\rho_A/\rho_M$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**01.** (Unimontes-MG) Para se erguer um carro num elevador hidráulico de uma oficina autorizada, utiliza-se ar comprimido para que seja exercida uma força de módulo  $F_1$  sobre um pequeno pistão circular de raio 5,00 cm e área  $A_1$ . A pressão exercida sobre esse pistão é transmitida por um líquido para outro pistão circular de raio 15,0 cm e área  $A_2$ . A pressão que o ar comprimido exerce sobre o primeiro pistão é  $2 \text{ atm} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .



HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. *Fundamentals of Physics-Extended*. 7. ed. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 2005. p. 463.

Considere a aceleração da gravidade local  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

O peso do carro, em newtons, é

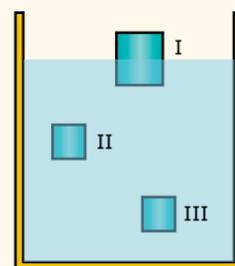
- A)  $2\ 500\pi$
- B)  $500\pi$
- C)  $1\ 500\pi$
- D)  $4\ 500\pi$

**02.** (UEL-PR) A areia monazítica, abundante no litoral do Espírito Santo até o final do século XIX, é rica em tório e foi contrabandeada para outros países durante muitos anos sob a falsa alegação de lastrear navios. O lastro tem por objetivo afundá-los na água, até certo nível, conferindo estabilidade para a navegação. Se uma embarcação tem massa de 50 000 kg, qual deverá ser a massa de lastro de areia monazítica, em toneladas, para que esse navio lastreado desloque um volume total de  $1\ 000 \text{ m}^3$  de água do mar?

Considere a densidade da água do mar igual a  $1 \text{ g/cm}^3$ .

- A) 180
- B) 500
- C) 630
- D) 820
- E) 950

**03.** (UFMG) Ana lança três caixas - I, II e III -, de mesma massa, dentro de um poço com água. Elas ficam em equilíbrio nas posições indicadas nesta figura:



Sejam  $E_I$ ,  $E_{II}$  e  $E_{III}$  os módulos dos empuxos sobre, respectivamente, as caixas I, II e III. Com base nessas informações, é correto afirmar que:

- A)  $E_I > E_{II} > E_{III}$
- B)  $E_I < E_{II} = E_{III}$
- C)  $E_I = E_{II} = E_{III}$
- D)  $E_I > E_{II} = E_{III}$

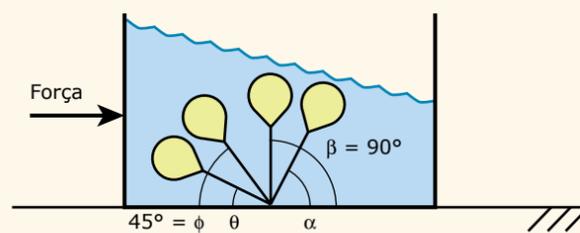
**04.** (UPE-2015) Considere as afirmações a seguir que analisam a situação de um carro sendo erguido por um macaco hidráulico.

- I. O macaco hidráulico se baseia no Princípio de Arquimedes para levantar o carro.
- II. O macaco hidráulico se baseia no Princípio de Pascal para levantar o carro.
- III. O macaco hidráulico se baseia no Princípio de Stevin para levantar o carro.
- IV. O princípio de funcionamento do macaco hidráulico se baseia em uma variação de pressão comunicada a um ponto de um líquido incompressível e, em equilíbrio, é transmitida integralmente para todos os demais pontos do líquido e para as paredes do recipiente.
- V. O princípio de funcionamento do macaco hidráulico se baseia em uma variação de pressão comunicada a um ponto de um líquido incompressível e, em equilíbrio, é transmitida apenas para a superfície mais baixa do recipiente que contém o líquido.

Estão corretas apenas

- A) I e IV.
- B) II e V.
- C) II e III.
- D) II e IV.
- E) III e IV.

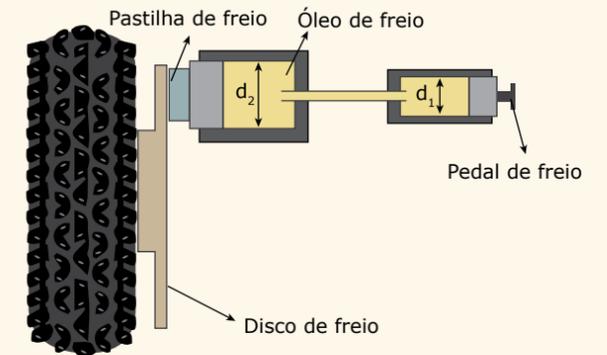
**05.** (UECE) Uma boia completamente submersa em um tanque contendo água está presa ao fundo por uma linha inextensível e de massa desprezível. Esse tanque está sobre uma mesa horizontal e se desloca sem atrito sob a ação da força peso e de uma força constante também horizontal, conforme a figura a seguir:



A aceleração horizontal do tanque tem módulo ligeiramente menor do que o módulo da aceleração da gravidade. Assinale a opção que melhor representa o ângulo de inclinação da linha que prende a boia.

- A)  $\beta$
- B)  $\alpha$
- C)  $\theta$
- D)  $\phi$

**06.** (Unicamp-SP-2015) A figura a seguir mostra, de forma simplificada, o sistema de freios a disco de um automóvel. Ao se pressionar o pedal do freio, este empurra o êmbolo de um primeiro pistão que, por sua vez, através do óleo do circuito hidráulico, empurra um segundo pistão. O segundo pistão pressiona uma pastilha de freio contra um disco metálico preso à roda, fazendo com que ela diminua sua velocidade angular.



Considerando o diâmetro  $d_2$  do segundo pistão duas vezes maior que o diâmetro  $d_1$  do primeiro, qual a razão entre a força aplicada ao pedal de freio pelo pé do motorista e a força aplicada à pastilha de freio?

- A) 1/4
- B) 1/2
- C) 2
- D) 4

**07.** (UFRN) Do ponto de vista da Física, o sistema de freios dos carros atuais é formado por uma alavanca e por uma prensa hidráulica. Enquanto a alavanca tem a capacidade de ampliação da força aplicada por um fator igual à razão direta de seus braços, a prensa hidráulica amplia a força da alavanca na razão direta de suas áreas. Finalmente, a força resultante aciona os freios, conforme mostrado na figura, fazendo o veículo parar.



Considere que a alavanca tem braço maior,  $L$ , igual a 40 cm e braço menor,  $l$ , igual a 10 cm, e a prensa hidráulica apresenta êmbolos com área maior,  $A$ , oito vezes maior que a área menor,  $a$ .

Levando em consideração as características descritas anteriormente, tal sistema de freios é capaz de fazer a força exercida no pedal dos freios, pelo motorista, aumentar

- A) 32 vezes.
- B) 12 vezes.
- C) 24 vezes.
- D) 16 vezes.

**08.** (PUCPR-2017) Uma pessoa em pé dentro de uma piscina se sente "mais leve" devido à redução de seu peso aparente dentro da água. Uma modalidade esportiva que se beneficia deste efeito é a hidroginástica. A força normal que o piso da piscina exerce sobre os pés de uma pessoa é reduzida produzindo baixo impacto durante o exercício. Considere uma pessoa em pé dentro de uma piscina rasa com 24% do volume de seu corpo sob a água. Se a densidade relativa da pessoa for 0,96, qual a redução percentual da força normal que o piso horizontal exerce sobre a pessoa dentro da água em relação ao piso fora da água?

- A) -20%
- B) -15%
- C) -25%
- D) -30%
- E) -35%

**09.** (Cesesp-PE) Um macaco hidráulico consiste de dois pistões conectados por um tubo, como mostra a figura. O pistão maior tem 1 m de diâmetro e o menor tem 10 cm de diâmetro.

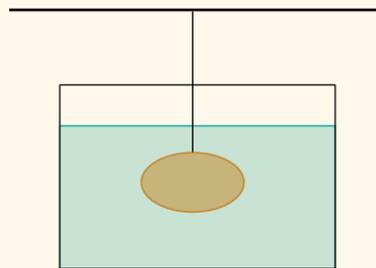


Qual a força mínima, em newtons, que deve ser aplicada no pistão menor para que, sobre o maior, seja suspenso um automóvel de 1 tonelada? Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A)  $1 \cdot 10^4$
- B)  $1 \cdot 10^3$
- C)  $1 \cdot 10^2$
- D)  $1 \cdot 10$
- E) 1

**10.** (Unigranrio-RJ-2017) Uma pedra cujo peso vale 500 N é mergulhada e mantida submersa dentro d'água em equilíbrio por meio de um fio inextensível e de massa desprezível. Este fio está preso a uma barra fixa como mostra a figura. Sabe-se que a tensão no fio vale 300 N. Marque a opção que indica corretamente a densidade da pedra em  $\text{kg/m}^3$ .

**Dados:** Densidade da água =  $1 \text{ g/cm}^3$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- A) 200
- B) 800
- C) 2 000
- D) 2 500
- E) 2 800

**11.** (FGV-2015) A indústria de produção de bens materiais vive em permanentes pesquisas no intuito de usar materiais cada vez mais leves, duráveis e menos agressivos ao meio ambiente. Com esse objetivo, é realizada a experiência descrita a seguir. Trata-se da determinação experimental da massa específica de um sólido e da densidade absoluta de um líquido.

Um bloco em forma de paralelepípedo, graduado em suas paredes externas, feito do material cuja massa específica se deseja obter, é imerso, inicialmente em água, da densidade absoluta  $1,0 \text{ g/cm}^3$ , em que consegue se manter flutuando em equilíbrio, com metade de seu volume imerso (Figura 1). A seguir, esse mesmo bloco é imerso em outro líquido, cuja densidade se deseja medir, passando a nele flutuar com 80% de seu volume imerso (Figura 2).

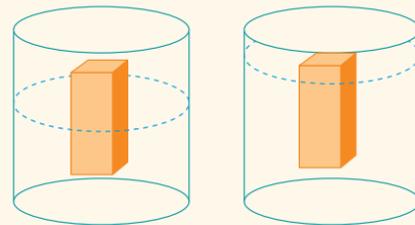


Figura 1

Figura 2

O experimento conduz aos resultados da massa específica do material do bloco e da densidade absoluta do líquido, em  $\text{g/cm}^3$ , respectivamente,

- A) 0,500 e 0,625.
- B) 0,625 e 0,500.
- C) 0,625 e 0,750.
- D) 0,700 e 0,625.
- E) 0,750 e 0,500.

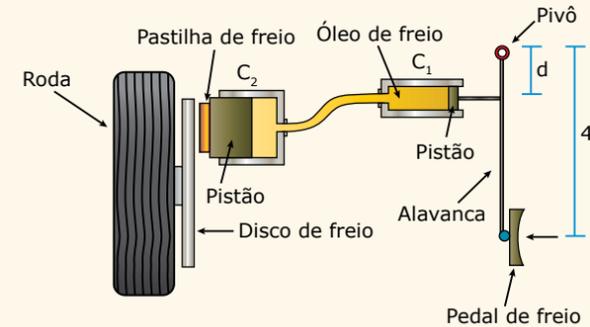
**12.** (UFMG) Um automóvel move-se em uma estrada reta e plana, quando, em certo instante, o motorista pisa fundo no pedal de freio e as rodas param de girar. O automóvel, então, derrapa até parar. A velocidade inicial do automóvel é de 72 km/h e os coeficientes de atrito estático e cinético entre o pneu e o solo são, respectivamente, 1,0 e 0,8. Despreze a resistência do ar.

Considerando essas informações,

1. Calcule a distância que o automóvel percorre, desde o instante em que o freio é acionado, até parar.

Quando se pisa no pedal de freio a fim de se fazer parar um automóvel, vários dispositivos entram em ação e fazem com que uma pastilha seja pressionada contra um disco metálico preso à roda. O atrito entre essa pastilha e o disco faz com que a roda, depois de certo tempo, pare de girar.

Na figura a seguir, está representado, esquematicamente, um sistema simplificado de freio de um automóvel.



Nesse sistema, o pedal de freio é fixado a uma alavanca, que, por sua vez, atua sobre o pistão de um cilindro,  $C_1$ . Esse cilindro, cheio de óleo, está conectado a outro cilindro,  $C_2$ , por meio de um tubo. A pastilha de freio mantém-se fixa ao pistão desse último cilindro.

Ao se pisar no pedal de freio, o pistão comprime o óleo existente em  $C_1$ , o que faz com que o pistão de  $C_2$  se mova e pressione a pastilha contra o disco de freio.

Considere que o raio do cilindro  $C_2$  é três vezes maior que o do  $C_1$  e que a distância  $d$  do pedal de freio ao pivô da alavanca corresponde a quatro vezes a distância do pistão  $C_1$  ao mesmo pivô.

Com base nessas informações,

2. Determine a razão entre a força exercida sobre o pedal de freio e a força com que a pastilha comprime o disco de freio.

### SEÇÃO ENEM

**01.** (Enem) Para oferecer acessibilidade aos portadores de dificuldades de locomoção, é utilizado, em ônibus e automóveis, o elevador hidráulico. Nesse dispositivo é usada uma bomba elétrica, para forçar um fluido a passar de uma tubulação estreita para outra mais larga, e dessa forma acionar um pistão que movimentará a plataforma. Considere um elevador hidráulico cuja área da cabeça do pistão seja cinco vezes maior do que a área da tubulação que sai da bomba. Desprezando o atrito e considerando uma aceleração gravitacional de  $10 \text{ m/s}^2$ , deseja-se elevar uma pessoa de 65 kg em uma cadeira de rodas de 15 kg sobre a plataforma de 20 kg.

Qual deve ser a força exercida pelo motor da bomba sobre o fluido, para que o cadeirante seja elevado com velocidade constante?

- A) 20 N.
- B) 100 N.
- C) 200 N.
- D) 1 000 N.
- E) 5 000 N.

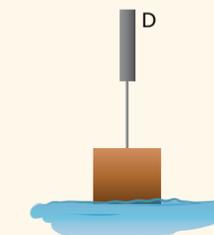
**02.** (Enem) Os densímetros instalados nas bombas de combustível permitem averiguar se a quantidade de água presente no álcool hidratado está dentro das especificações determinadas pela Agência Nacional do Petróleo (ANP). O volume máximo permitido de água no álcool é de 4,9%. A densidade da água e do álcool anidro são de  $1,00 \text{ g/cm}^3$  e  $0,80 \text{ g/cm}^3$ , respectivamente.

Disponível em: <<http://nxt.anp.gov.br>>. Acesso em: 05 dez. 2011 (Adaptação).

A leitura no densímetro que corresponderia à fração máxima permitida de água é mais próxima de

- A)  $0,20 \text{ g/cm}^3$ .
- B)  $0,81 \text{ g/cm}^3$ .
- C)  $0,90 \text{ g/cm}^3$ .
- D)  $0,99 \text{ g/cm}^3$ .
- E)  $1,80 \text{ g/cm}^3$ .

**03.** (Enem) Em um experimento realizado para determinar a densidade da água de um lago, foram utilizados alguns materiais conforme ilustrado: um dinamômetro D com graduação de 0 N a 50 N e um cubo maciço e homogêneo de 10 cm de aresta e 3 kg de massa. Inicialmente, foi conferida a calibração do dinamômetro, constatando-se a leitura de 30 N quando o cubo era preso ao dinamômetro e suspenso no ar. Ao mergulhar o cubo na água do lago, até que metade do seu volume ficasse submersa, foi registrada a leitura de 24 N no dinamômetro.



Considerando que a aceleração da gravidade local é de  $10 \text{ m/s}^2$ , a densidade da água do lago, em  $\text{g/cm}^3$ , é

- A) 0,6.
- B) 1,2.
- C) 1,5.
- D) 2,4.
- E) 4,8.

**04.** (Enem) Um brinquedo chamado ludião consiste em um pequeno frasco de vidro, parcialmente preenchido com água, que é emborcado (virado com a boca para baixo) dentro de uma garrafa PET cheia de água e tampada. Nessa situação, o frasco fica na parte superior da garrafa, conforme mostra a figura 1.



Figura 1

Quando a garrafa é pressionada, o frasco se desloca para baixo, como mostrado na figura 2.

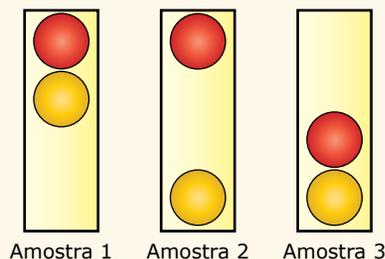


Figura 2

Ao apertar a garrafa, o movimento de descida do frasco ocorre porque

- A) diminui a força para baixo que a água aplica no frasco.
- B) aumenta a pressão na parte pressionada da garrafa.
- C) aumenta a quantidade de água que fica dentro do frasco.
- D) diminui a força de resistência da água sobre o frasco.
- E) diminui a pressão que a água aplica na base do frasco.

05. (Enem) O controle de qualidade é uma exigência da sociedade moderna na qual os bens de consumo são produzidos em escala industrial. Nesse controle de qualidade, são determinados parâmetros que permitem checar a qualidade de cada produto. O álcool combustível é um produto de amplo consumo muito adulterado, pois recebe adição de outros materiais para aumentar a margem de lucro de quem o comercializa. De acordo com a Agência Nacional de Petróleo (ANP), o álcool combustível deve ter densidade entre  $0,805 \text{ g/cm}^3$  e  $0,811 \text{ g/cm}^3$ . Em algumas bombas de combustível, a densidade do álcool pode ser verificada por meio de um densímetro similar ao desenhado a seguir, que consiste em duas bolas com valores de densidade diferentes e verifica quando o álcool está fora da faixa permitida. Na imagem, são apresentadas situações distintas para três amostras de álcool combustível.



A respeito das amostras ou do densímetro, pode-se afirmar que

- A) a densidade da bola escura deve ser igual a  $0,811 \text{ g/cm}^3$ .
- B) a amostra 1 possui densidade menor do que a permitida.
- C) a bola clara tem densidade igual à densidade da bola escura.
- D) a amostra que está dentro do padrão estabelecido é a de número 2.
- E) o sistema poderia ser feito com uma única bola de densidade entre  $0,805 \text{ g/cm}^3$  e  $0,811 \text{ g/cm}^3$ .

## GABARITO

Meu aproveitamento

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D
- 02. A
- 03. E
- 04. D
- 05. D
- 06. A
- 07. A
- 08. B

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D
- 02. E
- 03. C
- 04. D
- 05. B
- 06. A
- 07. A
- 08. C
- 09. C
- 10. D
- 11. A
- 12.

- 1.  $d = 25 \text{ m}$
- 2.  $\frac{F_{\text{pedal}}}{F_{c2}} = \frac{1}{36}$

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. B
- 03. B
- 04. C
- 05. D



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Leis de Kepler

Desde épocas remotas, o homem sabe que as estrelas e as constelações, como o Cruzeiro do Sul, movem-se em trajetórias circulares em torno da Terra, sem jamais mudarem a forma de sua trajetória. O homem primitivo notou, também, que, além do Sol e da Lua, outros cinco corpos celestes – os planetas Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno – moviam-se entre as estrelas. Da Antiguidade à Idade Média, diversas teorias foram propostas para explicar os movimentos dos astros. No início do século XVII, o sistema heliocêntrico, proposto por Nicolau Copérnico, foi reconhecido como o mais apropriado para a descrição desses movimentos. Logo após o reconhecimento desse sistema, o astrônomo alemão Johannes Kepler estabeleceu três relações matemáticas para descrever as órbitas dos planetas do Sistema Solar. Essas relações, atualmente conhecidas como Leis de Kepler, constituem o escopo deste módulo.

Iniciaremos este estudo com uma breve descrição histórica das teorias sobre os movimentos dos corpos celestes. Em seguida, apresentaremos as três Leis de Kepler, que foram obtidas empiricamente a partir de medições das posições dos planetas do Sistema Solar em suas respectivas órbitas em torno do Sol. Veremos que essas leis aplicam-se a outras órbitas, tais como a de um cometa em torno do Sol ou a de um satélite em torno de um planeta. Na verdade, as Leis de Kepler são leis universais. A universalidade dessas leis foi esclarecida por Newton na ocasião em que ele elaborou a Teoria da Gravitação Universal.

## SISTEMAS PLANETÁRIOS

Utilizando a Terra como referencial, os movimentos observados para o Sol, para a Lua e para o conjunto de estrelas são regulares e simples. Entretanto, os movimentos observados para os planetas são mais complexos. Por exemplo, o planeta Marte, quando observado durante vários meses, apresenta uma curiosa mudança no sentido de sua trajetória, conforme mostrado na figura 1. Nos três primeiros meses de observação, note que o planeta se move da direita para a esquerda. Em seguida, a trajetória é invertida, e o movimento se mantém da esquerda para a direita durante cerca de dois meses, quando, então, a tendência inicial do movimento é restabelecida.

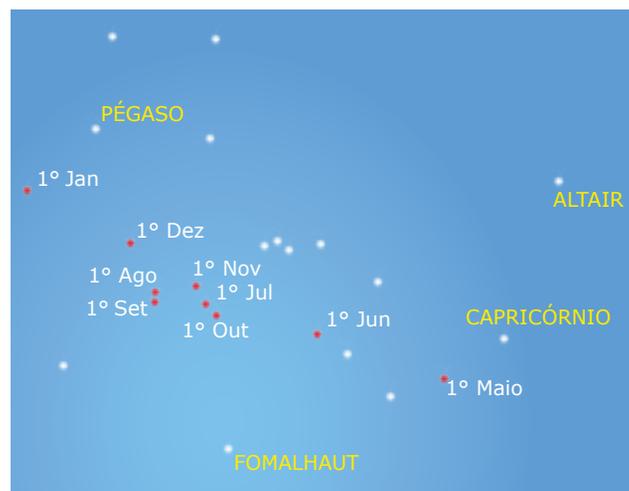


Figura 1. Movimento retrógrado de Marte.

Um dos primeiros modelos de sistema planetário foi proposto pelo grego Eudóxio, discípulo de Platão. Nesse modelo, as estrelas, o Sol, a Lua e os planetas permanecem fixos sobre superfícies de esferas concêntricas. As esferas são ligadas entre si por meio de eixos, de forma que cada uma delas gira em relação às outras. A Terra é fixa e imóvel no centro comum das esferas.

O grego Claudius Ptolomeu propôs um modelo de sistema planetário, no qual o Sol, a Lua e os planetas descrevem grandes órbitas circulares em torno da Terra. Além disso, esses astros giram em pequenos círculos centrados nas órbitas principais, como mostra a figura 2. Por meio dessa combinação de movimentos, o modelo geocêntrico explica bem a trajetória irregular do planeta Marte.

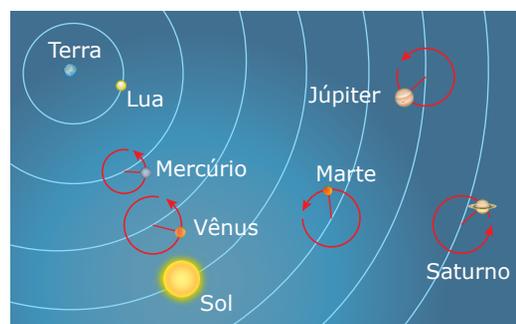


Figura 2. Sistema planetário de Ptolomeu.

No início do século XVI, o astrônomo polonês Nicolau Copérnico propôs um modelo de sistema planetário simples, capaz de explicar satisfatoriamente os movimentos dos corpos celestes. Primeiramente, Copérnico considerou que as estrelas estão fixas no céu e que a Terra gira em torno de si. Por isso, na Terra, temos a alternância do dia com a noite, além de vermos as estrelas girando em círculos acima de nós. Além da rotação terrestre, Copérnico também percebeu o movimento de translação da Terra no espaço. Segundo seu modelo, a Terra e os outros planetas giram em torno do Sol, que é, de fato, o centro do sistema. Copérnico considerou corretamente que a Lua era um satélite da Terra e que o sistema Terra-Lua gira em torno do Sol. A figura 3 mostra o sistema planetário de Copérnico, com a presença dos planetas externos, descobertos posteriormente. O sistema planetário de Copérnico também permite explicar as trajetórias dos planetas observadas da Terra, inclusive o movimento peculiar de Marte.

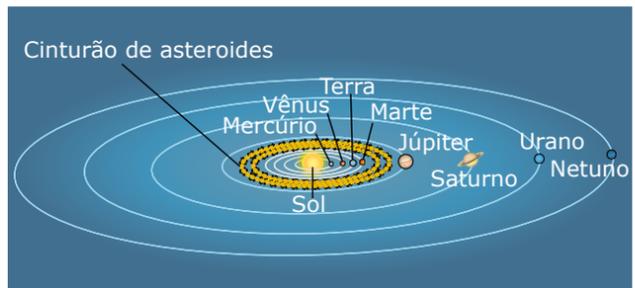


Figura 3. Sistema planetário de Copérnico.

O sistema heliocêntrico de Copérnico rebaixou a Terra à categoria de planeta, retirando-a do centro do Universo – ideia defendida pela Igreja e muito enraizada entre as pessoas. Sabendo das críticas que sofreria, Copérnico retardou a publicação de sua teoria heliocêntrica (a qual apresenta o Sol como o centro do Universo) para o fim de sua vida. Após a publicação dessa teoria, assistiu-se a um crescente debate sobre o modelo heliocêntrico. Galileu foi julgado por defendê-lo e também por divulgar as suas próprias descobertas científicas. Para evitar uma condenação maior, Galileu precisou negar suas convicções publicamente. Outros seguidores de Copérnico e de Galileu conseguiram, paulatinamente, implantar o novo paradigma científico. No início do século XVII, as ideias de Copérnico e de Galileu foram aceitas pela maioria dos pensadores.

Vamos finalizar este tópico com dois comentários importantes. O primeiro é que, ainda na Idade Antiga, embora a principal corrente de pensamento fosse baseada em teorias geocêntricas (a qual apresenta a Terra como o centro do Universo), alguns pensadores anteviram o modelo de Copérnico. Alguns filósofos gregos defendiam até mesmo o fato de que a Terra movia-se em torno do Sol.

O outro comentário é que, do ponto de vista da Cinemática, não é errado pensar que o Sol gira em torno da Terra, e que esta está fixa no espaço. Para um observador na Terra, o planeta está parado, enquanto o Sol e as estrelas giram à sua volta.

Isso é semelhante à percepção que um motorista tem ao ver o seu carro parado e o solo movendo-se debaixo dele. Muitas vezes, é mais conveniente usar o sistema geocêntrico de Ptolomeu. Ainda hoje, os procedimentos de navegação de barcos e de aviões são baseados nesse modelo. Contudo, quando lidamos com a análise de forças, isto é, com problemas de Dinâmica, o sistema heliocêntrico de Copérnico é o mais indicado.

## AS TRÊS LEIS DE KEPLER

### O mapeamento dos céus

O dinamarquês Tycho Brahe nasceu três anos após a morte de Copérnico. Discordando do modelo heliocêntrico do astrônomo polonês, Brahe propôs um modelo geocêntrico em que todos os planetas giravam em torno do Sol, enquanto este girava em torno da Terra. A Lua, mais próxima, também girava em torno da Terra. Para confirmar a sua teoria, Brahe inventou e fabricou grandes sextantes e compassos para medir os ângulos entre as estrelas e os planetas, realizando milhares de medições referentes às órbitas planetárias ao longo de quase quarenta anos. As medições de Brahe foram feitas com tanta precisão que até hoje são usadas para analisar as órbitas dos planetas interiores. Tendo em vista as condições limitantes de sua época, para muitos, Tycho Brahe foi o maior astrônomo de todos os tempos.

Apesar de ter catalogado milhares de informações sobre as distâncias planetárias, Tycho Brahe não tinha a paciência nem a destreza matemática necessárias para analisar aquela avalanche de números. Relutante, ele acabou cedendo suas preciosas tabelas ao alemão Johannes Kepler. Hábil matemático, Kepler se debruçou sobre os dados e, após anos de árduo trabalho, conseguiu decifrá-los, exprimindo-os na forma do que hoje conhecemos como as Leis de Kepler. O restante deste módulo é dedicado à apresentação dessas leis.

### Primeira Lei de Kepler – A Lei das Órbitas

Cada planeta gira em torno do Sol em uma órbita elíptica, com o Sol ocupando um dos focos dela.

A consequência imediata dessa lei é que a distância do planeta ao Sol é variável ao longo da órbita. Observe esse fato na figura 4, que representa a órbita elíptica de um planeta em torno do Sol. A posição em que o planeta está mais próximo do Sol é chamada de periélio, e a posição de máximo afastamento em relação ao Sol é denominada de afélio. Neste estudo, quando for preciso, denominaremos a distância do periélio ao Sol pela letra “p”, e a distância do afélio ao Sol pela letra “a”. Essas distâncias estão indicadas na figura 4.

Em geral, o raio orbital médio do planeta é definido por  $R = (p + a)/2$ .

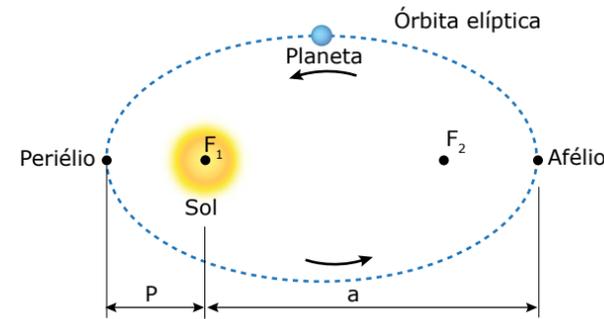


Figura 4. O planeta se move em uma órbita elíptica, com o Sol em um dos focos.

A trajetória, na figura 4, está demasiadamente exagerada. À exceção de Mercúrio, que apresenta uma órbita mais excêntrica, as trajetórias dos outros planetas são quase circulares. Para entender o significado da excentricidade de uma elipse, primeiramente, precisamos saber que a soma das distâncias de qualquer ponto da elipse aos focos é constante. De acordo com essa propriedade, podemos traçar uma elipse utilizando um cordão preso nos focos  $F_1$  e  $F_2$  da elipse, conforme mostra a figura 5. O cordão serve de guia para a ponta de um lápis, de forma que a soma da distância de  $F_1$  ao ponto P com a distância de  $F_2$  ao ponto P é constante (igual ao comprimento do barbante), independentemente da posição de P. A elipse traçada é muito excêntrica, porque os focos estão muito separados, e os comprimentos dos dois semieixos são bem diferentes. Para  $F_1$  e  $F_2$  praticamente sobre o centro C, a elipse tende para um círculo. Esse é o caso das trajetórias de quase todos os planetas do Sistema Solar, cujas excentricidades são pequenas.

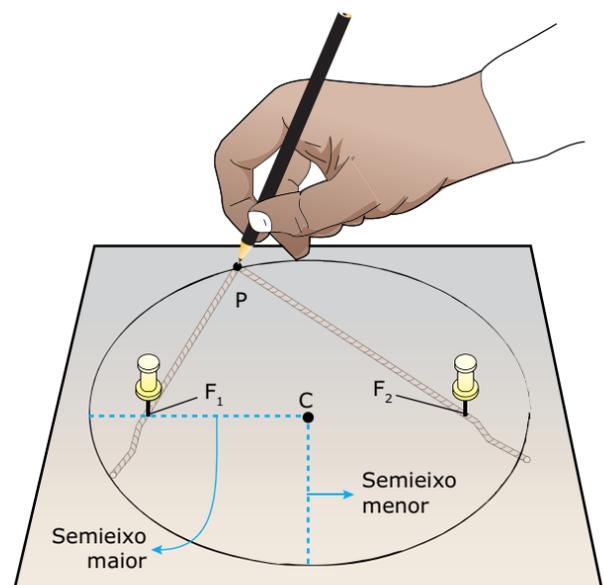


Figura 5. Método prático para traçar uma elipse.

### Segunda Lei de Kepler – A Lei das Áreas

O segmento que liga o Sol ao planeta (raio orbital) “varre” áreas iguais em tempos iguais.

A consequência imediata dessa lei é que a velocidade orbital do planeta varia ao longo da órbita. De acordo com a 2ª Lei de Kepler, se as áreas  $A_1$  e  $A_2$ , mostradas na figura 6, são iguais, então os intervalos de tempo  $\Delta t_1$  e  $\Delta t_2$ , gastos em suas varreduras, também são iguais. Como o raio orbital médio referente à área  $A_1$  é menor do que o raio orbital médio da área  $A_2$ , então a distância percorrida pelo planeta na varredura da área  $A_1$  deve ser maior do que aquela referente à área  $A_2$ . Por isso, a velocidade média do planeta na varredura da área  $A_1$  é maior do que a velocidade média na varredura da área  $A_2$ . Na verdade, o módulo da velocidade do planeta é mínimo quando ele passa pelo afélio, posição de afastamento máximo do Sol. À medida que o planeta se aproxima do Sol, a sua velocidade aumenta. No periélio, posição de menor afastamento do planeta em relação ao Sol, o módulo da velocidade desse planeta atinge o valor máximo.

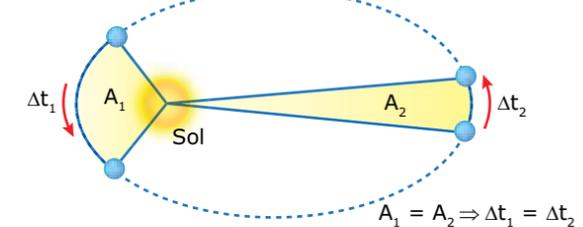


Figura 6. A linha que liga o Sol ao planeta descreve áreas iguais em tempos iguais.

### Terceira Lei de Kepler – A Lei dos Períodos

O quadrado do tempo gasto pelo planeta para percorrer sua órbita em torno do Sol é proporcional ao cubo do raio orbital médio.

O tempo necessário para que um planeta complete uma volta em torno do Sol é igual ao seu período orbital T. Denominando o raio orbital médio por R, podemos expressar a 3ª Lei de Kepler por meio da seguinte equação:

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

Em que K é uma constante que possui o mesmo valor para todos os planetas do Sistema Solar. A consequência dessa lei é que os planetas mais distantes do Sol possuem menor velocidade orbital. Para provar isso, podemos combinar a equação anterior com a equação da velocidade orbital do planeta,  $v = 2\pi R/T$ . Fazendo isso, obtemos:

$$v = \frac{2\pi}{\sqrt{KR}}$$

De acordo com essa equação,  $v$  diminui à medida que  $R$  aumenta. Isso significa que um planeta muito distante do Sol leva muito tempo para completar a sua órbita, pois, além de o módulo da velocidade do planeta ser pequeno, ele ainda deve percorrer uma circunferência de grande perímetro para dar uma volta em torno do Sol. É por isso que a Terra, que se encontra relativamente próxima ao Sol, gasta apenas 1 ano para completar a sua órbita. No entanto, Netuno, que se acha quase 30 vezes mais distante do Sol, gasta 165 anos para completar a sua órbita.

Vamos, agora, calcular o valor da constante  $K$ , usando os dados da órbita terrestre. Como você pode imaginar, as distâncias interplanetárias são muito grandes. Por exemplo, os raios médios das órbitas de Mercúrio, da Terra e de Marte valem 58, 150 e 230 milhões de quilômetros, respectivamente. Para facilitar a compreensão dessas distâncias, é usual expressá-las em frações ou múltiplos da distância média da Terra ao Sol, valor definido como uma unidade astronômica (1 UA) de comprimento. Assim, a distância média da Terra ao Sol vale simplesmente 1 UA, a de Mercúrio ao Sol vale 0,39 UA, a de Marte ao Sol vale 1,5 UA, e assim por diante para os outros planetas. Como o período orbital da Terra vale 1 ano, podemos substituir  $T = 1$  ano e  $R = 1$  UA na equação da 3ª Lei de Kepler e obter o seguinte valor para a constante  $K$ :

$$K = \frac{(1 \text{ ano})^2}{(1 \text{ UA})^3} = 1 \text{ ano}^2/\text{UA}^3$$

Embora as Leis de Kepler tenham sido desenvolvidas originalmente a partir de órbitas planetárias, elas também podem ser aplicadas a órbitas de cometas e de outros corpos que giram em torno do Sol. Na verdade, as Leis de Kepler se aplicam a qualquer corpo que gira ao redor de um astro central, sendo atraído pelo campo gravitacional deste. Nesse caso, a constante  $K$  não será  $1 \text{ ano}^2/\text{UA}^3$ , pois esse é o valor referente às órbitas solares. O importante é termos em mente que a razão  $T^2/R^3$  possui o mesmo valor para todos os corpos que orbitam em torno de certo astro comum.

Finalizamos aqui a teoria deste módulo. A seguir, apresentamos uma questão para você refletir e um exercício resolvido referente à órbita do famoso cometa Halley.



**PARA REFLETIR**

Sabendo-se que a Lua gasta 28 dias para completar uma volta em torno da Terra, por que os períodos orbitais dos satélites artificiais da Terra são bem menores do que esse valor?

**EXERCÍCIO RESOLVIDO**

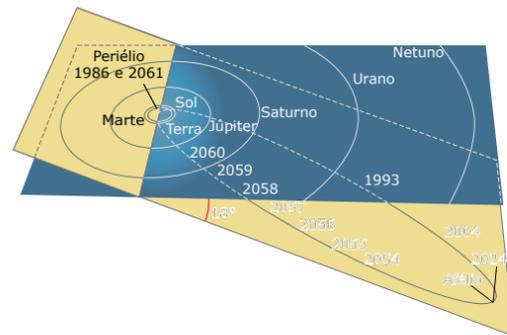
**01.** O cometa Halley é assim chamado em homenagem a Edmond Halley. Analisando antigos relatos sobre as passagens de uma bola de fogo pelos céus, Halley percebeu que havia uma periodicidade no fenômeno e que, de fato, tratava-se de um mesmo corpo que aparecia a cada 75 anos.

Esse é o período orbital do cometa. No periélio, a sua distância ao Sol é de 0,59 UA. No afélio, a órbita do cometa se estende para além da órbita de Netuno, e o seu afastamento em relação ao Sol não pode ser medido porque nós não podemos vê-lo.

- A) Determinar o ano da próxima aparição do cometa Halley, sabendo que a última ocorreu em 1986.
- B) Estimar o afastamento máximo do cometa em relação ao Sol utilizando a 3ª Lei de Kepler.

**Resolução:**

A) A última aparição do cometa ocorreu em 1986. Somando o período de 75 anos a essa data, obtemos o ano de 2061 como o da nova aparição. A figura a seguir mostra a órbita do cometa Halley e algumas indicações de datas.



**Comentário:** Quando um cometa passa próximo ao Sol, ocorre uma forte emissão de luz (a cauda do cometa) devido aos efeitos da radiação solar sobre o núcleo do cometa.

B) Para calcular o afastamento máximo do cometa, primeiramente, vamos determinar o raio orbital médio de sua órbita. Utilizando a 3ª Lei de Kepler, temos:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{1 \text{ ano}^2}{\text{UA}^3} \Rightarrow \frac{75^2}{R^3} = 1 \Rightarrow R = \sqrt[3]{75^2}$$

Usando uma calculadora, obtemos  $R = 17,8$  UA. Chamando as distâncias do periélio e do afélio até o Sol de  $p$  e  $a$ , respectivamente, o raio orbital médio pode ser aproximado por  $R = (p + a)/2$ . Substituindo  $R = 17,8$  UA e  $p = 0,59$  UA nessa equação, obtemos o afastamento máximo do cometa em relação ao Sol.

$$17,8 = \frac{0,59 + a}{2} \Rightarrow a = 35 \text{ UA}$$



CONTEÚDO NO Bernoulli Play

**Leis de Kepler**

As leis de Kepler fornecem informações precisas sobre as órbitas de planetas e outros corpos celestes. Embora tenham sido desenvolvidas a partir de órbitas planetárias, elas também podem ser aplicadas para órbitas de satélites e de cometas. Explore a animação "Leis de Kepler" para ter uma visualização interativa das três leis que descrevem os movimentos orbitais dos corpos celestes.



**EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM**



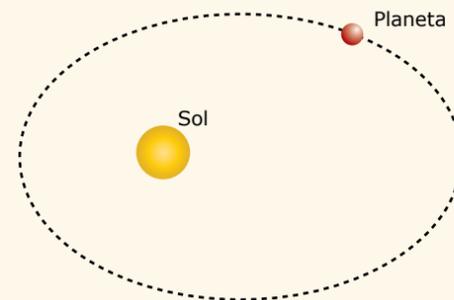
- 01.** (UDESC) Analise as proposições a seguir sobre as principais características dos modelos de sistemas astronômicos.
- I. Sistema dos gregos: a Terra, os planetas, o Sol e as estrelas estavam incrustados em esferas que giravam em torno da Lua.
  - II. Ptolomeu supunha que a Terra encontrava-se no centro do Universo; e os planetas moviam-se em círculos, cujos centros giravam em torno da Terra.
  - III. Copérnico defendia a ideia de que o Sol estava em repouso no centro do sistema e que os planetas (inclusive a Terra) giravam em torno dele em órbitas circulares.
  - IV. Kepler defendia a ideia de que os planetas giravam em torno do Sol, descrevendo trajetórias elípticas, e o Sol estava situado em um dos focos dessas elipses.

Assinale a alternativa correta.

- A) Somente as afirmativas I e IV são verdadeiras.
- B) Somente a afirmativa II é verdadeira.
- C) Somente as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
- D) Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.
- E) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

**02.** (UEMG) Em seu movimento em torno do Sol, a Terra descreve uma trajetória elíptica, como na figura a seguir:

São feitas duas afirmações sobre esse movimento:



- 1. A velocidade da Terra permanece constante em toda a trajetória.
- 2. A mesma força que a Terra faz no Sol, o Sol faz na Terra.

Sobre tais afirmações, só é correto dizer que

- A) as duas afirmações são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação 1 é verdadeira.
- C) apenas a afirmação 2 é verdadeira.
- D) as duas afirmações são falsas.

**03.** (UNIR-RO) Em 1609, Galileu Galilei, pela primeira vez na história, apontou um telescópio para o céu. Em comemoração aos quatrocentos anos desse feito, o ano de 2009 foi considerado, pela ONU, o Ano Internacional da Astronomia.

Dentre suas importantes observações astronômicas, Galileu descobriu que o planeta Júpiter tem satélites. Qual a importância histórica dessa descoberta?

- A) Existem corpos celestes que não orbitam a Terra, o que implica que a Terra poderia não ser o centro do Universo.
- B) Comprovou a veracidade da Lei da Gravitação Universal de Isaac Newton.
- C) Permitiu a Johannes Kepler formular suas leis da mecânica celeste.
- D) Existem corpos esféricos maiores que o Planeta Terra, o que implica que a Terra não é o único corpo sólido do Universo.
- E) Mostrou que as Leis de Newton são válidas também para a interação gravitacional.



**04.** (FAMERP-SP-2015) Atualmente, a Lua afasta-se da Terra a uma razão média aproximada de 4 cm/ano. Considerando as Leis de Kepler, é correto concluir que o período de

- A) rotação da Lua não se altera.
- B) rotação da Lua está diminuindo.
- C) translação da Lua ao redor da Terra não se altera.
- D) translação da Lua ao redor da Terra está aumentando.
- E) translação da Lua ao redor da Terra está diminuindo.



**05.** (UFJF-MG-2015) Muitas teorias sobre o Sistema Solar se sucederam, até que, no século XVI, o polonês Nicolau Copérnico apresentou uma versão revolucionária. Para Copérnico, o Sol, e não a Terra, era o centro do sistema. Atualmente, o modelo aceito para o Sistema Solar é, basicamente, o de Copérnico, feitas as correções propostas pelo alemão Johannes Kepler e por cientistas subsequentes.

Sobre a Gravitação e as Leis de Kepler, considere as afirmativas a seguir, verdadeiras (V) ou falsas (F).

- I. Adotando-se o Sol como referencial, todos os planetas movem-se descrevendo órbitas elípticas, tendo o Sol como um dos focos da elipse.
- II. O vetor posição do centro de massa de um planeta do Sistema Solar, em relação ao centro de massa do Sol, varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais, não importando a posição do planeta em sua órbita.
- III. O vetor posição do centro de massa de um planeta do Sistema Solar, em relação ao centro de massa do Sol, varre áreas proporcionais em intervalos de tempo iguais, não importando a posição do planeta em sua órbita.
- IV. Para qualquer planeta do Sistema Solar, o quociente do cubo do raio médio da órbita pelo quadrado do período de revolução em torno do Sol é constante.

Assinale a alternativa correta.

- A) Todas as afirmativas são verdadeiras.
- B) Apenas I, II e III são verdadeiras.
- C) Apenas I, II e IV são verdadeiras.
- D) Apenas II, III e IV são verdadeiras.
- E) Apenas I e II são verdadeiras.

**Instrução:** Leia o texto a seguir e responda à questão 06.

Nas origens do estudo sobre o movimento, o filósofo grego Aristóteles (384 / 383-322 a.C.) dizia que tudo o que havia no mundo pertencia ao seu lugar natural. De acordo com esse modelo, a terra apresenta-se em seu lugar natural abaixo da água, a água abaixo do ar, e o ar, por sua vez, abaixo do fogo, e acima de tudo um local perfeito construído pelo manto de estrelas, pela Lua, pelo Sol e pelos demais planetas. Dessa forma, o modelo aristotélico explicava o motivo pelo qual a chama da vela tenta escapar do pavio, para cima, a areia cai de nossas mãos ao chão, e o rio corre para o mar, que se encontra acima da terra. A mecânica aristotélica também defendia que um corpo de maior quantidade de massa cai mais rápido que um corpo de menor massa, conhecimento que foi contrariado séculos depois, principalmente pelos estudos realizados por Galileu, Kepler e Newton.

06. (UEL-PR-2015) Com base no texto e nos conhecimentos sobre cosmogonia, é correto afirmar que a concepção aristotélica apresenta um universo
- A) acêntrico.
  - B) finito.
  - C) infinito.
  - D) heliocêntrico.
  - E) policêntrico.

07. (ITA-SP) Na ficção científica *A Estrela*, de H.G. Wells, um grande asteroide passa próximo à Terra que, em consequência, fica com sua nova órbita mais próxima do Sol e tem seu ciclo lunar alterado para 80 dias. Pode-se concluir que, após o fenômeno, o ano terrestre e a distância Terra-Lua vão tornar-se, respectivamente,
- A) mais curto – aproximadamente a metade do que era antes.
  - B) mais curto – aproximadamente duas vezes o que era antes.
  - C) mais curto – aproximadamente quatro vezes o que era antes.
  - D) mais longo – aproximadamente a metade do que era antes.
  - E) mais longo – aproximadamente um quarto do que era antes.

08. (FMJ-SP) O planeta Saturno apresenta um grande número de satélites naturais. Dois deles são Encélado e Titan. Os raios de suas órbitas podem ser medidos em função do raio de Saturno,  $R_s$ . Dessa forma, o raio da órbita de Encélado vale  $4R_s$  e o raio da órbita de Titan vale  $20R_s$ . Sendo  $T(e)$  e  $T(t)$ , respectivamente, os intervalos de tempo que Encélado e Titan levam para dar uma volta completa ao redor de Saturno, é correto afirmar que a razão  $T(t)/T(e)$  é, aproximadamente, igual a
- A) 11,2.
  - B) 8,4.
  - C) 5,0.
  - D) 0,8.
  - E) 0,2.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



01. (UEM-PR) Dois satélites, A e B, estão em órbitas circulares em torno da Terra e a massa de A é maior que a massa de B. É correto afirmar que
- A) os períodos de rotação dos satélites são iguais e independem dos raios das órbitas.
  - B) o módulo da velocidade orbital de A é maior que o módulo da velocidade orbital de B quando os raios das órbitas forem iguais.
  - C) as velocidades angulares dos dois satélites são diferentes quando os raios das órbitas forem iguais.
  - D) os módulos das velocidades orbitais dos satélites são iguais para órbitas de mesmo raio.
  - E) a força centrípeta que atua sobre o satélite só depende do raio da órbita.

02. (UEMG) Em seu movimento em torno do Sol, o nosso planeta obedece às leis de Kepler. A tabela a seguir mostra, em ordem alfabética, os 4 planetas mais próximos do Sol:

Planeta	Distância média do planeta ao Sol (km)
Marte	$227,8 \cdot 10^6$
Mercúrio	$57,8 \cdot 10^6$
Terra	$149,5 \cdot 10^6$
Vênus	$108,2 \cdot 10^6$

Baseando-se na tabela apresentada anteriormente, só é correto concluir que

- A) Vênus leva mais tempo para dar uma volta completa em torno do Sol do que a Terra.
- B) a ordem crescente de afastamento desses planetas em relação ao Sol é: Marte, Terra, Vênus e Mercúrio.
- C) Marte é o planeta que demora menos tempo para dar uma volta completa em torno de Sol.
- D) Mercúrio leva menos de um ano para dar uma volta completa em torno do Sol.

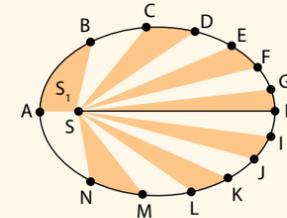
03. (FGV-SP) Curiosamente, no sistema solar, os planetas mais afastados do Sol são os que têm maior quantidade de satélites naturais, principalmente os de maior massa, como Júpiter e Saturno, cada um com mais de 60 satélites naturais.

Considere 2 satélites A e B de Júpiter. O satélite A dista  $R$  do centro de Júpiter e o satélite B dista  $4R$  do mesmo centro. Se A demora  $n$  dias terrestres para completar uma volta em torno de Júpiter, o número de dias terrestres em que B completa uma volta em torno do mesmo planeta é

- A)  $\sqrt{2} \cdot n$ .
- B)  $2 \cdot n$ .
- C)  $4 \cdot n$ .
- D)  $8 \cdot n$ .
- E)  $8 \cdot \sqrt{2} \cdot n$ .

04. (UFRGS-RS-2015) A elipse, na figura a seguir, representa a órbita de um planeta em torno de uma estrela S. Os pontos ao longo da elipse representam posições sucessivas do planeta, separadas por intervalos de tempo iguais.

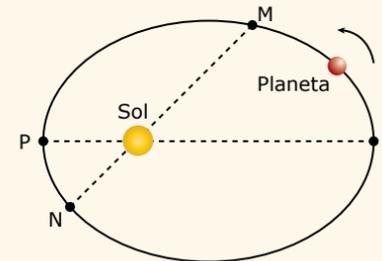
As regiões alternadamente coloridas representam as áreas varridas pelo raio da trajetória nesses intervalos de tempo. Na figura, em que as dimensões dos astros e o tamanho da órbita não estão em escala, o segmento de reta representa o raio focal do ponto H, de comprimento  $p$ .



Considerando que a única força atuante no sistema estrela-planeta seja a força gravitacional, são feitas as seguintes afirmações.

- I. As áreas  $S_1$  e  $S_2$ , varridas pelo raio da trajetória, são iguais.
  - II. O período da órbita é proporcional a  $p^3$ .
  - III. As velocidades tangenciais do planeta nos pontos A e H,  $V_A$  e  $V_H$ , são tais que  $V_A > V_H$ .
- Quais estão corretas?
- A) Apenas I.
  - B) Apenas I e II.
  - C) Apenas I e III.
  - D) Apenas II e III.
  - E) I, II e III.

05. (UEFS-BA-2018) A figura representa a trajetória elíptica de um planeta em movimento de translação ao redor do Sol e quatro pontos sobre essa trajetória: M, P (periélio da órbita), N e A (afélio da órbita).



- O módulo da velocidade escalar desse planeta
- A) sempre aumenta no trecho MPN.
  - B) sempre diminui no trecho NAM.
  - C) tem o mesmo valor no ponto A e no ponto P.
  - D) está aumentando no ponto M e diminuindo no ponto N.
  - E) é mínimo no ponto P e máximo no ponto A.

06. (UEA-AM-2017) Dois planetas A e B descrevem suas respectivas órbitas em torno do Sol de um sistema solar. O raio médio da órbita de B é o dobro do raio médio da órbita de A. Baseando-se na Terceira Lei de Kepler, o período de revolução de B é
- A) o mesmo de A.
  - B) duas vezes maior que o de A.
  - C)  $2\sqrt{2}$  vezes maior que o de A.
  - D)  $2\sqrt{3}$  vezes maior que o de A.
  - E)  $3\sqrt{2}$  vezes maior que o de A.

07. (UDESC-2015) Um satélite artificial, em uma órbita geoestacionária em torno da Terra, tem um período de órbita de 24 h. Para outro satélite artificial, cujo período de órbita em torno da Terra é de 48 h, o raio de sua órbita, sendo  $R_{Geo}$  o raio da órbita geoestacionária, é igual a:
- A)  $3 \cdot R_{Geo}$
  - B)  $3^{3/4} \cdot R_{Geo}$
  - C)  $2 \cdot R_{Geo}$
  - D)  $4^{1/3} \cdot R_{Geo}$
  - E)  $4 \cdot R_{Geo}$

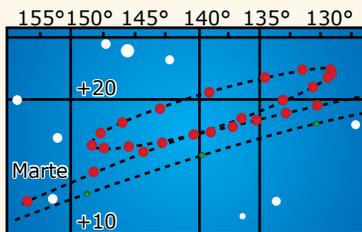
08. (FGV-SP-2015) Em seu livro *O pequeno príncipe*, Antoine de Saint-Exupéry imaginou haver vida em certo planeta ideal. Tal planeta teria dimensões curiosas e grandezas gravitacionais inimagináveis na prática. Pesquisas científicas, entretanto, continuam sendo realizadas e não se descarta a possibilidade de haver mais planetas no sistema solar, além dos já conhecidos. Imagine um hipotético planeta, distante do Sol 10 vezes mais longe que a Terra se encontra desse astro, com massa 4 vezes maior que a terrestre e raio superficial igual à metade do raio da Terra. Considere a aceleração da gravidade na superfície da Terra expressa por  $g$ .
- Esse planeta completaria uma volta em torno do Sol em um tempo, expresso em anos terrestres, mais próximo de
- A) 10.
  - B) 14.
  - C) 17.
  - D) 28.
  - E) 32.

09. (UEL-PR) Considere a distância entre o planeta Terra e o Sol como sendo igual a  $1,5 \cdot 10^8$  km e que esse planeta dá uma volta completa em torno do Sol em 365 dias, enquanto o planeta Mercúrio dá uma volta completa em torno do Sol em 88 dias.
- Se a distância entre o planeta Marte e o Sol é igual a  $2,5 \cdot 10^8$  km, qual deve ser a distância aproximada entre o planeta Mercúrio e o Sol?
- A)  $2,8 \cdot 10^7$  km.
  - B)  $3,8 \cdot 10^7$  km.
  - C)  $4,8 \cdot 10^7$  km.
  - D)  $5,8 \cdot 10^7$  km.
  - E)  $6,8 \cdot 10^7$  km.

10. (Unicamp-SP) Em agosto de 2006, Plutão foi reclassificado pela União Astronômica Internacional, passando a ser considerado um planeta anão. A 3ª Lei de Kepler diz que  $T^2 = Ka^3$ , em que  $T$  é o tempo para um planeta completar uma volta em torno do Sol, e  $a$  é a média entre a maior e a menor distância do planeta ao Sol. No caso da Terra, essa média é  $a_t = 1,5 \cdot 10^{11}$  m, enquanto que, para Plutão,  $a_p = 60 \cdot 10^{11}$  m. A constante  $K$  é a mesma para todos os objetos em órbita em torno do Sol. A velocidade da luz no vácuo é igual a  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.
- Dado:**  $\sqrt{10} \approx 3,2$ .
- A) Considerando-se as distâncias médias, quanto tempo leva a luz do Sol para atingir a Terra? E para atingir Plutão?
  - B) Quantos anos terrestres Plutão leva para dar uma volta em torno do Sol? Expresse o resultado de forma aproximada como um número inteiro.

## SEÇÃO ENEM

**01.** (Enem) A característica que permite identificar um planeta no céu é o seu movimento relativo às estrelas fixas. Se observarmos a posição de um planeta por vários dias, verificaremos que sua posição em relação às estrelas fixas se modifica regularmente. A figura destaca o movimento de Marte observado em intervalos de 10 dias, registrado da Terra.



PROJECTO FÍSICA. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1980 (Adaptação).

Qual a causa da forma da trajetória do planeta Marte registrada na figura?

- A) A maior velocidade orbital da Terra faz com que, em certas épocas, ela ultrapasse Marte.
- B) A presença de outras estrelas faz com que sua trajetória seja desviada por meio da atração gravitacional.
- C) A órbita de Marte, em torno do Sol, possui uma forma elíptica mais acentuada que a dos demais planetas.
- D) A atração gravitacional entre a Terra e Marte faz com que este planeta apresente uma órbita irregular em torno do Sol.
- E) A proximidade de Marte com Júpiter, em algumas épocas do ano, faz com que a atração gravitacional de Júpiter interfira em seu movimento.

**02.** (Enem) O texto foi extraído da peça *Tróilo e Créssida*, de William Shakespeare, escrita, provavelmente, em 1601. Os próprios céus, os planetas, e este centro reconhecem grau, prioridade, classe, constância, marcha, distância, estação, forma, função e regularidade, sempre iguais; eis porque o glorioso astro Sol está em nobre eminência entronizado e centralizado no meio dos outros, e o seu olhar benfazejo corrige os maus aspectos dos planetas malfazejos, e, qual rei que comanda, ordena sem entraves aos bons e aos maus.

SHAKESPEARE, W. *Tróilo e Créssida*. Porto: Lello & Irmão, 1948. Ato I, cena III, Personagem Ulysses.

A descrição feita pelo dramaturgo renascentista inglês se aproxima da teoria

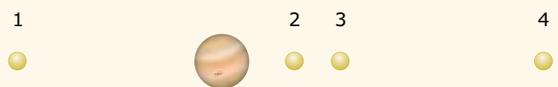
- A) geocêntrica do grego Claudius Ptolomeu.
- B) da reflexão da luz do árabe Alhazen.

- C) heliocêntrica do polonês Nicolau Copérnico.
- D) da rotação terrestre do italiano Galileu Galilei.
- E) da Gravitação Universal do inglês Isaac Newton.

**03.** (Enem) A tabela a seguir resume alguns dados importantes sobre os satélites de Júpiter.

Nome	Diâmetro	Distância média ao centro de Júpiter (km)	Período orbital (dias terrestres)
Io	3 642	421 800	1,8
Europa	3 138	670 900	3,6
Ganimesdes	5 262	1 070 000	7,2
Calisto	4 800	1 880 000	16,7

Ao observar os satélites de Júpiter pela primeira vez, Galileu Galilei fez diversas anotações e tirou importantes conclusões sobre a estrutura de nosso Universo. A figura a seguir reproduz uma anotação de Galileu referente a Júpiter e seus satélites.



De acordo com essa representação e com os dados da tabela, os pontos indicados por 1, 2, 3 e 4 correspondem, respectivamente, a

- A) Io, Europa, Ganimesdes e Calisto.
- B) Ganimesdes, Io, Europa e Calisto.
- C) Europa, Calisto, Ganimesdes e Io.
- D) Calisto, Ganimesdes, Io e Europa.
- E) Calisto, Io, Europa e Ganimesdes.

### GABARITO

Meu aproveitamento

#### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C     03. A     05. C     07. B
- 02. C     04. D     06. B     08. A

#### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D     04. C     07. D
  - 02. D     05. D     08. E
  - 03. D     06. C     09. D
- 10.
- A)  $t_T = 5,0 \cdot 10^2$  s e  $t_p = 2,0 \cdot 10^4$  s
  - B) 256 anos

#### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. A     02. C     03. B



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Lei da Gravitação Universal

As Leis de Kepler, introduzidas no início do século XVII, representaram um passo fundamental na compreensão do movimento dos planetas. Contudo, sendo empíricas, essas leis não constituem uma teoria. Coube a Isaac Newton dar o gigantesco passo de elaborar a Teoria da Gravitação Universal. Usando essa teoria, Newton conseguiu não somente demonstrar as Leis de Kepler sobre o movimento dos planetas, como também pôde aplicá-las ao sistema Terra-Lua e ao movimento das marés oceânicas. Neste módulo, estudaremos a Lei da Gravitação Universal e algumas de suas aplicações.

Iniciaremos o módulo apresentando o raciocínio usado por Newton para obter a expressão matemática da Lei da Gravitação Universal. Em seguida, vamos utilizar essa lei para calcular a aceleração da gravidade em um planeta e a velocidade orbital de planetas e satélites. Além disso, mostraremos que, a partir da Lei da Gravitação Universal, podemos deduzir as três Leis de Kepler.

### A DEDUÇÃO DA LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL



No início do século XVIII, Isaac Newton começou a refletir sobre a natureza da força que a Terra deveria exercer na Lua para mantê-la em órbita (o que o levou, depois, a desenvolver as três Leis do Movimento). Segundo dizem, ao ver uma maçã cair, Newton teria feito a seguinte reflexão: quem sabe a força que a Terra exerce sobre a Lua possui a mesma natureza que a força de atração gravitacional da Terra sobre a maçã? Mais do que isso, Newton imaginou que uma interação atrativa desse tipo poderia acontecer mesmo entre o Sol e a Terra, conforme ilustra a figura a seguir:

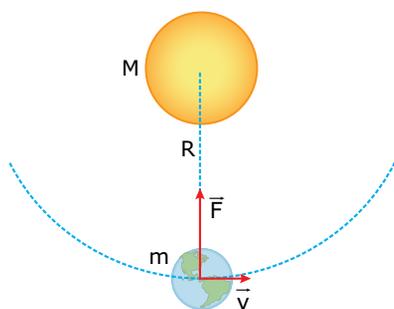


Figura 1. Newton percebeu que uma força de atração exercida pelo Sol sobre a Terra mantém a órbita desse planeta.

Se a força atrativa exercida pelo Sol sobre a Terra fosse muito pequena, a Terra tenderia a seguir uma trajetória em linha reta. Se essa força fosse demasiadamente grande, a Terra se aproximaria do Sol até “cair” sobre ele. Newton sabia que a órbita da Terra, além de estável, era quase circular. Então, ele concluiu que a força de atração exercida pelo Sol sobre a Terra fazia o papel de força centrípeta, necessária para o planeta se manter continuamente em órbita. Então, aplicando a 2ª Lei do Movimento, Newton escreveu:

$$F = m a_c$$

Em que  $m$  é a massa da Terra, e  $a_c$  é a sua aceleração centrípeta. Essa aceleração é dada por  $a_c = \omega^2 R$ , expressão bem conhecida na época de Newton, em que  $\omega$  e  $R$  são a velocidade angular e o raio orbital do movimento da Terra em torno do Sol, respectivamente. Para aparecer o período orbital  $T$  na equação anterior, Newton substituiu  $\omega$  por  $2\pi/T$  e obteve:

$$F = m \cdot \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Em seguida, para eliminar o período  $T$  de forma a obter uma expressão de  $F$  em função apenas de  $m$  e  $R$ , Newton usou a 3ª Lei de Kepler:  $T^2 = KR^3$ , em que  $K$  é a constante referente às órbitas planetárias, cujo valor é igual a  $1 \text{ ano}^2/\text{UA}^3$ . Newton substituiu essa expressão na equação da força exercida pelo Sol sobre a Terra e obteve:

$$F = K_s \frac{m}{R^2}$$

Em que  $K_s = 4\pi^2/K$  é uma constante referente ao Sol, pois a constante  $K$  corresponde às órbitas planetárias. Nesse ponto, Newton voltou à pergunta inicial: qual seria a natureza da força de atração exercida pelo Sol sobre os corpos ou, ainda, que propriedade do Sol determinaria o valor da constante  $K_s$ ? Uma vez que a atração gravitacional ocorria com todos os corpos, Newton imaginou que a própria matéria seria a propriedade dos corpos que lhes conferia a capacidade de atraírem uns aos outros. Então, ele postulou que  $K_s$  fosse proporcional à massa  $M$  do Sol, de forma que  $K_s = G.M$ , em que  $G$  é uma constante de proporcionalidade. Assim, Newton chegou à seguinte expressão para calcular a força de atração exercida pelo Sol sobre a Terra:

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

Newton sabia que, de acordo com a Lei da Ação e Reação, se o Sol atrai a Terra, então esta também deve atrair o Sol. Além disso, o mesmo deveria acontecer com outros sistemas, como a Terra e a Lua, o Sol e Júpiter, etc. Newton generalizou essa ideia, afirmando que qualquer par de corpos, de massas  $m_1$  e  $m_2$ , separados pela distância  $r$ , se atraem gravitacionalmente com uma força dada por:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Essa é a equação da Lei da Gravitação Universal. Em palavras, essa lei pode ser assim expressa:

Matéria atrai matéria na razão direta do produto de suas massas e na razão inversa do quadrado da distância entre elas.

A constante  $G$ , que aparece na Lei da Gravitação Universal de Newton, é uma constante universal. Ela não depende do tipo de matéria dos corpos nem do local onde eles se encontram. Por isso,  $G$  é denominada constante da gravitação universal. Newton tinha somente uma ideia do seu valor. Apenas muito tempo depois das descobertas de Newton é que o valor de  $G$  foi obtido com razoável precisão (veja o Exercício Resolvido 01). No Sistema Internacional de Unidades, o valor dessa constante é:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Em que a unidade  $\text{Nm}^2/\text{kg}^2$  garante a consistência dimensional da equação da Lei da Gravitação Universal. Observe que, multiplicando a unidade da constante  $G$  por  $\text{kg}^2$  (relativo ao produto  $m_1 \cdot m_2$ ) e dividindo o resultado por  $\text{m}^2$  (relativo à razão  $1/r^2$ ), obtemos o newton (N), que é a unidade de força no Sistema Internacional.

Note que o valor da constante  $G$  é muito pequeno. Por isso, a força gravitacional assume valores apreciáveis apenas quando pelo menos uma das massas é muito grande. Para comprovar isso, vamos fazer dois cálculos com a equação da Lei da Gravitação Universal, o primeiro para calcular a força de atração entre duas pessoas próximas e o outro para calcular o peso de uma delas. Observe a figura 2, que mostra dois lutadores de sumô, um mais leve, de massa  $m_1 = 100$  kg, e o outro mais pesado, de massa  $m_2 = 200$  kg, separados pela distância  $r = 1,0$  m.

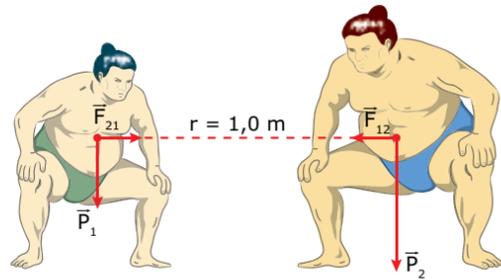


Figura 2. A atração gravitacional entre os lutadores é desprezível, mas a atração gravitacional da Terra sobre eles não é.

Inicialmente, vamos calcular o módulo da força gravitacional  $F_{12}$  que o lutador mais leve exerce sobre o lutador mais pesado. Para isso, precisamos usar a equação da Lei da Gravitação Universal. Substituindo as massas dos dois homens e a distância entre eles nessa equação, e aproximando a constante gravitacional para  $G \approx 10^{-10} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ , obtemos:

$$F_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 10^{-10} \cdot \frac{100 \cdot 200}{1,0^2} = 0,000002 \text{ N}$$

Essa força é tão pequena que não faz o menor sentido considerá-la em problemas sobre a dinâmica dos lutadores. De acordo com a Lei da Ação e Reação, o módulo da força  $F_{21}$  que o lutador mais pesado exerce sobre o lutador mais leve tem a mesma intensidade da força  $F_{12}$ .

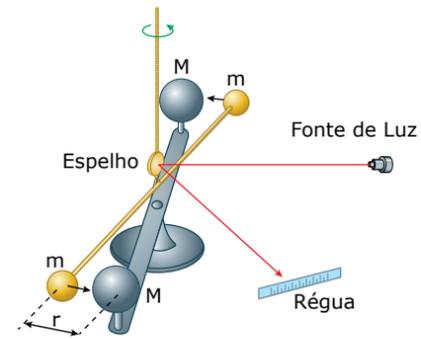
Agora, vamos calcular a força de atração gravitacional que a Terra exerce sobre o lutador mais pesado. Cada um dos incontáveis pedaços de matéria da Terra, distribuídos a diferentes distâncias do centro desta, atrai o homem com uma pequena força. Admitindo uma distribuição esfericamente simétrica e homogênea da massa da Terra, é possível provar que a soma vetorial de todas essas forças possui o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido da força que a Terra exerceria sobre o lutador caso a massa da Terra estivesse concentrada em seu centro. Assim, para calcular a força total que a Terra exerce sobre o lutador, que nada mais é do que o peso dele, devemos substituir, na equação da Lei da Gravitação Universal, a massa da Terra  $M_T = 10^{25}$  kg, a massa do lutador  $m_L = 200$  kg e a distância entre o centro da Terra e o lutador, que é o raio da Terra,  $R = 10^7$  m. O resultado é:

$$P_L = G \frac{M m_L}{R_L} = 10^{-10} \frac{10^{25} \cdot 200}{(10^7)^2} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Podemos, ainda, calcular o peso do lutador por meio da equação  $P_L = m_L \cdot g$ , em que  $g = 10 \text{ m/s}^2$  é a aceleração da gravidade na superfície da Terra. Substituindo  $m_L = 200$  kg nessa equação, obtemos o mesmo resultado anterior. Nesse cálculo,  $m_L$  é a massa inercial do lutador. No cálculo de  $P_L$ , utilizando a Lei da Gravitação,  $m_L$  é a massa gravitacional do lutador. Como os dois resultados são idênticos, concluímos que a massa inercial e a massa gravitacional são iguais.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**01.** Em 1798, o inglês Henry Cavendish determinou o valor da constante da gravitação universal  $G$  por meio de uma balança de torção, como a que é representada na figura a seguir. Nessa balança, duas pequenas massas ( $m$ ) são presas às extremidades de uma haste suspensa por um fio. Duas massas maiores ( $M$ ) atraem as massas menores, causando uma torção no fio. Considere que a haste dessa montagem tenha um comprimento  $L = 2,0$  m e que o fio obedeça à Lei de Hooke rotacional  $M_0 = k\theta$ , em que  $M_0$  é o momento de força aplicado na haste e  $\theta$  é o ângulo de torção do fio. A constante de torção do fio é  $k = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ N.m/grau}$ . Considere ainda que as massas sejam  $m = 2,0$  kg e  $M = 5,0$  kg.



Determinar o valor da constante da gravitação universal para os seguintes dados:  $\theta = 6,0^\circ$  e  $r = 10$  cm (separação entre as massas  $m$  e  $M$ ).

### Resolução:

O valor da constante da gravitação universal pode ser calculado por:

$$G = \frac{F r^2}{M m}$$

Em que  $F$  é o módulo da força de atração gravitacional entre as massas  $M$  e  $m$ . Nessa equação, conhecemos os valores de  $M$ ,  $m$  e  $r$ . Para calcular o valor de  $F$ , vamos usar a equação  $M_0 = F \cdot L/2 + F \cdot L/2 = FL$ , que representa o momento do binário de forças sobre a haste. Nessa equação, sabemos o valor de  $L$ , o comprimento da haste. O momento  $M_0$  que atua sobre a haste pode ser calculado por meio da Lei de Hooke  $M_0 = k\theta$ . Substituindo os valores dados de  $k$  e  $\theta$ , obtemos:

$$M_0 = 2,0 \cdot 10^{-8} \cdot 6,0 = 12 \cdot 10^{-8} \text{ N.m}$$

Substituindo esse momento na expressão  $M_0 = FL$ , obtemos a força de atração gravitacional:

$$12 \cdot 10^{-8} = F \cdot 2,0 \Rightarrow F = 6,0 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Finalmente, substituindo essa força na equação inicial, obtemos a constante  $G$ :

$$G = \frac{6,0 \cdot 10^{-8} \cdot 0,10^2}{5,0 \cdot 2,0} = 6,0 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

### Comentário:

O resultado anterior apresenta um desvio de  $0,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  e um erro de 10% em relação ao valor preciso de  $G$ , que é  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ . A dificuldade em obter o valor de  $G$  com precisão se deve à pequena intensidade da força gravitacional entre massas ordinárias. Cavendish iniciou seus experimentos em 1797 e levou dois anos modificando a balança de torção até ela produzir resultados confiáveis. Uma das modificações feitas consistiu em realizar a medição do ângulo de torção com o auxílio do sistema óptico mostrado na figura deste exercício.

## APLICAÇÕES DA LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

### Aceleração da gravidade

Imagine uma pedra caindo de um ponto muito alto em direção à superfície da Terra. Considere que a altitude da pedra em relação à superfície da Terra seja  $h$ , conforme mostra a figura 3. A massa da pedra é  $m$ , e a massa e o raio da Terra são  $M$  e  $R$ , respectivamente.

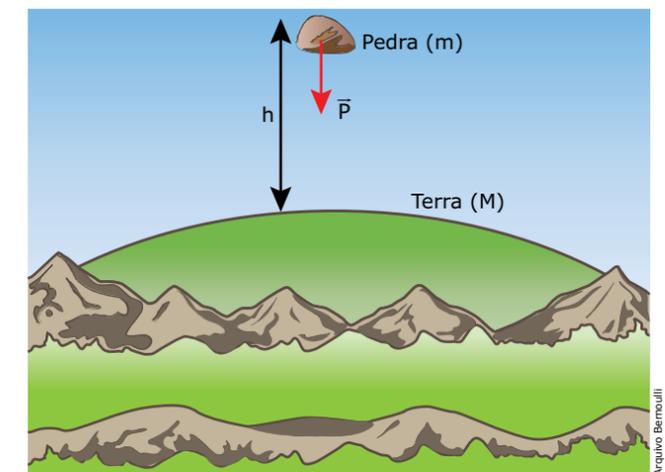


Figura 3. O peso da pedra diminui com o aumento da altura em relação à superfície da Terra; logo, o módulo da aceleração da gravidade também diminui com o aumento da altura.

Agora, vamos calcular a intensidade do peso da pedra de duas maneiras. A primeira consiste simplesmente em utilizar a equação  $P = mg$ , que aprendemos no estudo das Leis de Newton para o movimento.

A outra maneira consiste em calcular a força de atração gravitacional que a Terra exerce sobre a pedra por meio da equação da Lei da Gravitação Universal. Nessa equação,  $m_1$  representa a massa  $M$  da Terra,  $m_2$  é a massa  $m$  da pedra e  $r$  é a distância entre a pedra e o centro da Terra. É fácil ver que  $r$  é igual à altitude  $h$  somada à distância do ponto de impacto da pedra no solo até o centro da Terra, que é o raio  $R$  desta. Matematicamente,  $P = GMm/(R + h)^2$ . Igualando as duas equações que obtivemos anteriormente para o peso da pedra e cancelando a massa da pedra que aparece em ambas as equações, obtemos a seguinte expressão para a aceleração da gravidade na Terra (ou em qualquer outro astro):

$$P = mg = \frac{GMm}{(R + h)^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

Observe que, sendo  $h = 0$  nessa equação, obtemos a equação  $g = GM/R^2$ , que fornece o módulo da aceleração da gravidade na superfície da Terra. Newton utilizou o valor de  $9,8 \text{ m/s}^2$  para  $g$  e de  $6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$  para o raio da Terra (valores bem conhecidos naquela época), conseguindo determinar o produto  $GM$ . Em seguida, Newton estimou a massa da Terra, supondo uma densidade cinco vezes maior do que a da água e multiplicando esse valor pelo volume do planeta ( $V = 4\pi R^3/3$ ). Assim, Newton calculou, grosseiramente, o valor da constante da gravitação universal  $G$ . Muito tempo depois, Cavendish obteve o valor de  $G$  com maior precisão (veja o Exercício Resolvido 01) e pôde, assim, calcular com maior exatidão a massa da Terra, obtendo o valor de  $6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ . Por isso, Cavendish é conhecido como aquele que primeiro conseguiu “pesar” a Terra.

Analisando a equação da aceleração da gravidade, podemos tirar três conclusões importantes. A primeira é que  $g$  não depende da massa  $m$  do corpo imerso no campo gravitacional do planeta, pois, como vimos, essa massa é cancelada no cálculo de  $g$ . Entretanto, a aceleração da gravidade depende da massa  $M$  do planeta. Na superfície,  $g$  é diretamente proporcional à massa do planeta e inversamente proporcional ao quadrado do raio do planeta. Isso significa que planetas mais densos apresentam aceleração da gravidade maior do que planetas de menor densidade, considerando que ambos tenham o mesmo raio.

Outra conclusão que podemos tirar da equação da aceleração da gravidade diz respeito ao significativo decréscimo de  $g$  em função da distância à superfície do planeta. Por exemplo, para  $h = R$ , temos:

$$g = \frac{GM}{(R + R)^2} = \frac{1}{4} \frac{GM}{R^2}$$

Como  $GM/R^2$  é a aceleração da gravidade na superfície do planeta, concluímos que a aceleração a uma altitude equivalente ao raio do planeta vale  $1/4$  da aceleração da gravidade na superfície do planeta. O gráfico da figura 4 ilustra a diminuição da aceleração da gravidade  $g$  em função da distância  $r$  ao centro do planeta Terra. Observe que a aceleração da gravidade é máxima na superfície da Terra e que ela diminui na razão inversa de  $r^2$ , quando nos afastamos do planeta, e na razão direta de  $r$ , quando afundamos na Terra. Essa aproximação linear é válida se admitirmos uma densidade constante para a Terra.

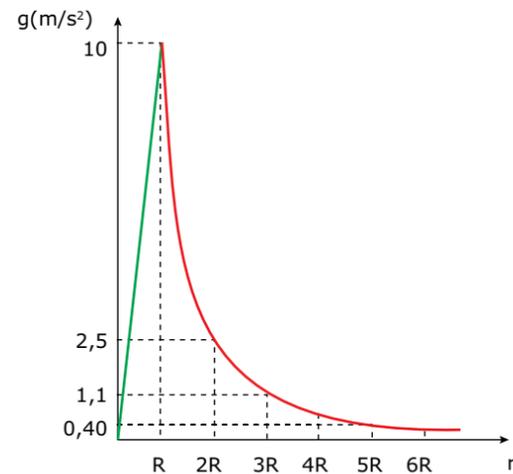


Figura 4. Aceleração da gravidade da Terra em função da distância ao centro do planeta.

A última conclusão importante que podemos tirar da equação  $g = GM/R^2$  é que a aceleração da gravidade na superfície da Terra não é exatamente constante, pois a Terra não é uma esfera perfeita. O valor médio da aceleração da gravidade na superfície da Terra é  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Porém, devido ao achatamento do planeta, o raio polar é um pouco menor que o raio equatorial. O resultado disso é que, em geral, pontos na superfície terrestre próximos aos polos apresentam aceleração da gravidade um pouco maior do que aquela de pontos próximos ao Equador. Além disso, cidades mais elevadas tendem a ter valores de aceleração da gravidade menores. Na verdade, o achatamento da Terra é discreto, e a altura das montanhas mais elevadas é pequena em comparação ao raio da Terra. Assim, a variação da aceleração da gravidade sobre a superfície terrestre é pequena. Por exemplo, em Belo Horizonte, cidade relativamente próxima ao Equador (latitude:  $20^\circ$  sul) e a cerca de  $800 \text{ m}$  acima do nível do mar, a aceleração da gravidade vale  $9,78 \text{ m/s}^2$ . Esse valor difere apenas  $0,31\%$  do valor médio da aceleração da gravidade na superfície do planeta.

## Velocidade orbital

A figura 5 mostra dois corpos em órbitas estáveis em torno do Sol. Um deles é a Terra, e o outro, uma nave espacial. Qual deve ser o módulo da velocidade de cada um dos corpos para que eles se mantenham em órbitas estáveis em torno do Sol? O módulo dessa velocidade depende apenas da massa do Sol e da distância entre este e o corpo orbitante. A seguir, aplicando a Lei da Gravitação Universal, vamos demonstrar essa afirmativa.

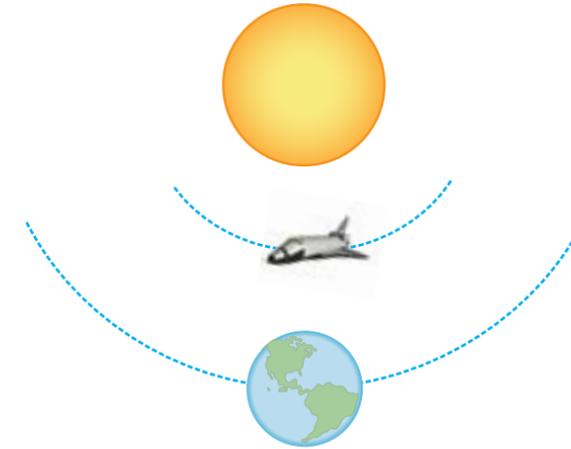


Figura 5. As órbitas estáveis da Terra e da nave ocorrem com velocidades bem definidas.

De acordo com a 1ª Lei de Kepler, as órbitas descritas pela Terra e pela nave são elípticas. Contudo, é razoável considerar os movimentos da Terra e da nave em torno do Sol como circulares e com velocidades constantes, em módulo. Nesse caso, a força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre o corpo em órbita exerce o papel de força centrípeta. Então, podemos calcular o módulo dessa força tanto por meio da equação da força centrípeta,  $F_c = mv^2/r$ , quanto por meio da equação da força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre o corpo orbitante, cujo valor é dado pela Lei da Gravitação Universal,  $F = GMm/r^2$ . Nessas equações,  $v$  e  $m$  são a velocidade e a massa do corpo em órbita, respectivamente, enquanto  $M$  é a massa do Sol e  $r$  é a distância do corpo orbitante ao Sol. Igualando essas equações, obtemos a seguinte expressão para a velocidade  $v$ :

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Observe que a velocidade orbital não depende da massa do corpo orbitante, que foi cancelada na dedução da equação. O módulo da velocidade de um corpo em órbita estável em torno de um astro central, como o Sol, depende da massa do astro central e da distância entre os centros desse astro e do corpo orbitante.

De acordo com a equação anterior, quanto mais distante do astro central, menor será a velocidade relativa do corpo em órbita estável. Dessa forma, o módulo da velocidade orbital da nave da figura 5 é maior do que o módulo da velocidade orbital da Terra, pois a distância da nave ao Sol é menor do que a distância da Terra ao Sol. Se os motores da nave forem acionados, de forma que ela seja deslocada para uma órbita mais distante do Sol do que a órbita terrestre, então o módulo da velocidade orbital da nave deverá ser menor do que o da Terra, para que a nave se mantenha em uma órbita estável. Usando esse raciocínio, concluímos que os planetas mais longínquos, como Urano e Netuno, são mais lentos, enquanto os planetas próximos ao Sol, como Mercúrio e Vênus, são mais velozes.

Podemos estender a dedução da equação anterior para qualquer corpo que esteja orbitando em torno de outro. Para isso, devemos considerar que  $M$  é sempre a massa do astro central. Por exemplo, para calcularmos a velocidade orbital da Lua em torno da Terra, basta igualar  $M$  à massa da Terra e  $r$  à distância Terra-Lua. Júpiter possui quatro satélites naturais. A velocidade orbital de cada um deles também é dada pela equação anterior, sendo  $M$  igual à massa de Júpiter e  $r$  igual à distância do satélite em questão até o centro de Júpiter.



### PARA REFLETIR

Apesar de estar mais distante da Terra, por que é bem mais fácil determinar a massa de Júpiter do que a massa da nossa Lua?

## As Leis de Kepler

A partir da equação da Lei da Gravitação Universal e das leis do movimento, Newton conseguiu demonstrar as três Leis de Kepler. A dedução da 3ª Lei é a mais simples das três. Na verdade, Newton chegou à Lei da Gravitação Universal usando, em parte, a 3ª Lei de Kepler, conforme vimos no início deste módulo. De forma inversa, podemos deduzir a 3ª Lei de Kepler igualando a força centrípeta à força de atração gravitacional e utilizando  $v = 2\pi r/T$  ( $T$  é o período orbital) nessa igualdade. O resultado obtido é mostrado a seguir:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{r} \left( \frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{r} \cdot \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{GM} = \frac{T^2}{r^3}$$

Essa expressão é a 3ª Lei de Kepler, e o quociente  $4\pi^2/GM$  representa a constante  $K = 1 \text{ ano}^2/\text{UA}^3$  dessa lei. Como esperado,  $K$  depende apenas do Sol, mais especificamente, da sua massa. A utilização dos valores de  $K$  e  $G$  nessa equação permitiu que o valor da massa do Sol,  $2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ , fosse calculado no fim do século XVIII.

De maneira semelhante à equação da velocidade orbital, a equação da 3ª Lei de Kepler também pode ser estendida a outros sistemas orbitais, por exemplo, Terra e Lua ou Terra e seus demais satélites artificiais. Nesse caso, na constante  $4\pi^2/GM$ , o termo  $M$  é a massa da Terra.

A figura 6 mostra dois satélites artificiais. O satélite geoestacionário tem a órbita contida no plano equatorial da Terra e gira no mesmo sentido da rotação do planeta. Além disso, o período orbital desse satélite é igual a 24 h, ou seja, igual ao tempo que a Terra gasta para girar em torno de si. Dessa forma, esse satélite permanece estacionário em relação à superfície da Terra, sendo ideal para receber e transmitir sinais de rádio e televisão. Além das características citadas anteriormente, a órbita de um satélite geoestacionário deve situar-se a uma altitude igual a seis vezes o raio da Terra. Esse valor pode ser deduzido diretamente da 3ª Lei de Kepler. O outro satélite na figura tem a órbita contida no plano polar da Terra. Esse satélite é uma espécie de escâner, pois, à medida que sobe e desce, a superfície da Terra passa sob ele, permitindo que toda essa superfície seja fotografada.

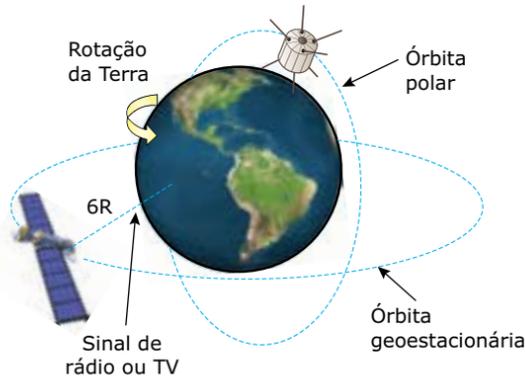


Figura 6. A órbita geoestacionária é ideal para comunicações, e a polar, para o mapeamento do planeta.

As deduções da 1ª e da 2ª Lei de Kepler exigem uma matemática mais avançada. Por isso, apresentaremos apenas uma discussão conceitual sobre a relação entre essas leis e a Lei da Gravitação Universal. A 1ª Lei de Kepler se refere às órbitas elípticas dos planetas. Newton mostrou que a trajetória de qualquer corpo que se move em torno de um centro de força, atraído por uma força cujo módulo é proporcional ao inverso do quadrado da distância, deve ser uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole. As duas últimas trajetórias seriam de corpos que fazem uma passagem nas vizinhanças do Sol e nunca mais voltam. A elipse e o círculo (que é um caso especial de elipse) correspondem a órbitas fechadas, como aquelas de planetas e satélites.

A figura 7 mostra a órbita circular de um satélite terrestre girando no plano do Trópico de Câncer da Terra. Observe que o centro de força (centro da Terra) e o centro da órbita não coincidem. Por isso, essa órbita não é estável. Embora a componente radial  $\vec{F}_x$  da força de atração exercida pela Terra sobre o satélite exerça o papel da força centrípeta, necessária para manter o satélite em movimento circular, a componente  $\vec{F}_y$  puxa o satélite para baixo, desestabilizando sua órbita. Podemos propor infinitas órbitas circulares estáveis em torno da Terra, mas todas devem estar em planos que contenham o centro da Terra, de forma que o centro de força e o centro da órbita sejam coincidentes, como aquelas mostradas na figura 6.

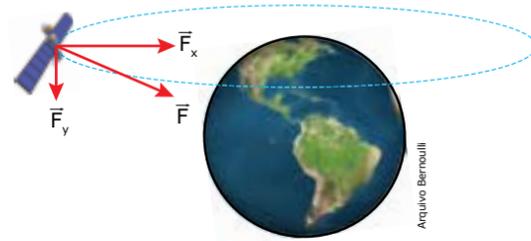


Figura 7. Órbitas cujos centros não coincidam com o centro da Terra não são estáveis.

Para analisar a 2ª Lei de Kepler (velocidade areolar dos planetas é constante), considere a figura 8, que mostra um planeta em duas posições. A área varrida pelo planeta (em verde) pode ser aproximada pela área de um triângulo,  $\Delta A = r(v.\Delta t)/2$ , em que  $r$  e  $v$  são, respectivamente, o raio e o módulo da velocidade orbital do planeta, e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo gasto nesse deslocamento. O produto  $v.\Delta t$  é a distância percorrida pelo planeta durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ . Passando  $\Delta t$  para o outro lado da equação, obtemos  $\Delta A/\Delta t = r.v/2$ , que é a velocidade areolar do planeta. A constância dessa velocidade se deve ao fato de o produto  $r.v$  ser constante. Ao longo da órbita, quando  $r$  aumenta,  $v$  diminui, e vice-versa. Na figura 8, observe que  $r$  aumenta ao longo do deslocamento, pois o planeta se afasta do Sol. Por outro lado, como a componente tangencial da força de atração exercida pelo Sol,  $\vec{F}_x$ , é oposta ao movimento,  $v$  diminui. Observe ainda que a componente radial,  $\vec{F}_y$ , exerce o papel da força centrípeta, alterando a direção da velocidade. Represente você mesmo um deslocamento em que  $r$  diminui e veja que a componente tangencial da força exercida pelo Sol, nesse caso, tem o mesmo sentido da velocidade; logo, o módulo desta aumenta.

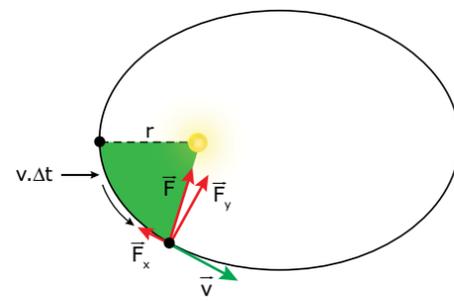


Figura 8. A direção de  $\vec{v}$  varia devido à componente  $\vec{F}_y$ , e o módulo de  $\vec{v}$  varia devido à componente  $\vec{F}_x$ .

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



01. (UFRN) A partir do final da década de 1950, a Terra deixou de ter apenas seu único satélite natural – a Lua –, e passou a ter também satélites artificiais, entre eles os satélites usados para comunicações e observações de regiões específicas da Terra. Tais satélites precisam permanecer sempre parados em relação a um ponto fixo sobre a Terra, por isso são chamados de “satélites geoestacionários”, isto é, giram com a mesma velocidade angular da Terra.

Considerando tanto a Lua quanto os satélites geoestacionários, pode-se afirmar que

- A) as órbitas dos satélites geoestacionários obedecem às Leis de Kepler, mas não obedecem à Lei de Newton da Gravitação Universal.
- B) a órbita da Lua obedece às Leis de Kepler, mas não obedece à Lei de Newton da Gravitação Universal.
- C) suas órbitas obedecem às Leis de Kepler e à Lei de Newton da Gravitação Universal.
- D) suas órbitas obedecem às Leis de Kepler, mas não obedecem à Lei de Newton da Gravitação Universal.

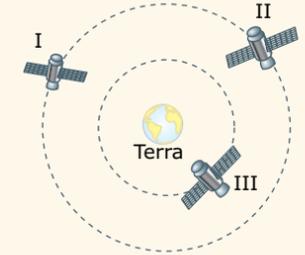
02. (UFMG) Um satélite é colocado em órbita e fica estacionário sobre um ponto fixo do Equador terrestre. O satélite se mantém em órbita porque

- A) a força de atração que a Terra exerce sobre o satélite equilibra a atração exercida sobre ele pela Lua.
- B) a força que o satélite exerce sobre a Terra, de acordo com a 3ª Lei de Newton, é igual à força que a Terra exerce sobre o satélite, resultando disso o equilíbrio.
- C) o satélite é atraído por forças iguais, aplicadas em todas as direções.
- D) o satélite está a uma distância tão grande da Terra que a força gravitacional exercida pela Terra sobre o satélite é desprezível.
- E) a força de atração da Terra é a força centrípeta necessária para manter o satélite em órbita em torno do centro da Terra com um período de 24 horas.

03. (UEG-GO) A força gravitacional desempenha um papel fundamental na estabilidade dos organismos vivos. Dentro de uma espaçonave em órbita os tripulantes experimentam uma aparente perda de peso, situação denominada de estado de imponderabilidade. No caso de um astronauta em um ambiente onde a gravidade é praticamente nula, é correto afirmar que

- A) o cérebro será menos irrigado por correntes sanguíneas.
- B) a pressão para baixo, sobre a coluna vertical, torna-se maior.
- C) o seu coração bombeia mais facilmente sangue para todas as regiões do seu corpo.
- D) a quantidade de movimento linear do fluido sanguíneo passa a ser uma função da densidade do sangue.

04. (UFMG) Três satélites – I, II e III – movem-se em órbitas circulares ao redor da Terra. O satélite I tem massa  $m$  e os satélites II e III têm, cada um, massa  $2m$ . Os satélites I e II estão em uma mesma órbita de raio  $r$  e o raio da órbita do satélite III é  $r/2$ . Nesta figura (fora de escala), está representada a posição de cada um desses três satélites:



Sejam  $F_I$ ,  $F_{II}$  e  $F_{III}$  os módulos das forças gravitacionais da Terra sobre, respectivamente, os satélites I, II e III.

Considerando-se essas informações, é correto afirmar que:

- A)  $F_I = F_{II} < F_{III}$
- B)  $F_I = F_{II} > F_{III}$
- C)  $F_I < F_{II} < F_{III}$
- D)  $F_I < F_{II} = F_{III}$

05. (UFPEL-RS) Suponha que a massa da Terra aumente em 9 vezes o seu valor. Baseado na Gravitação e no texto, a distância entre a Terra e a Lua para que a força de atração gravitacional entre ambas permanecesse a mesma deveria ser

- A) 3 vezes menor.
- B) 3 vezes maior.
- C) 9 vezes maior.
- D) 9 vezes menor.
- E) 6 vezes menor.

06. (UFOP-MG) Imagine que a massa do Sol se tornasse subitamente 4 vezes maior do que é. Para que a força de atração do Sol sobre a Terra não sofresse alteração, a distância entre a Terra e o Sol deveria se tornar

- A) 4 vezes maior.
- B) 2 vezes maior.
- C) 8 vezes maior.
- D) 3 vezes maior.

07. (UECE-2016) A força da gravidade sobre uma massa  $m$  acima da superfície e a uma distância  $d$  do centro da Terra é dada por  $mGM/d^2$ , em que  $M$  é a massa da Terra e  $G$  é a constante de gravitação universal. Assim, a aceleração da gravidade sobre o corpo de massa  $m$  pode ser corretamente escrita como:

- A)  $mG/d^2$
- B)  $GM/d^2$
- C)  $mGM/d^2$
- D)  $mM/d^2$

08. (IME-RJ) No interior da Estação Espacial Internacional, que está em órbita em torno da Terra a uma altura correspondente a aproximadamente 5% do raio da Terra, o valor da aceleração da gravidade é

- A) aproximadamente zero.
- B) aproximadamente 10% do valor na superfície da Terra.
- C) aproximadamente 90% do valor na superfície da Terra.
- D) duas vezes o valor na superfície da Terra.
- E) igual ao valor na superfície da Terra.

# EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**01.** (UFPA) O mapa a seguir mostra uma distribuição típica de correntes na desembocadura do rio Pará, duas horas antes da preamar, momento no qual se pode observar que as águas fluem para o interior do continente.



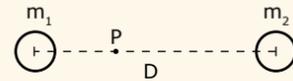
A principal causa para a ocorrência desse fenômeno de fluência das águas é:

- A) A dilatação das águas do oceano ao serem aquecidas pelo Sol.
- B) A atração gravitacional que a Lua e o Sol exercem sobre as águas.
- C) A diferença entre as densidades da água no oceano e no rio.
- D) O atrito da água com os fortes ventos que sopram do nordeste nesta região.
- E) A contração volumétrica das águas do rio Pará ao perderem calor durante a noite.

**02.** (UDESC) A aceleração centrípeta de um satélite que gira em uma órbita circular em torno da Terra é aproximadamente 10 vezes menor do que a aceleração gravitacional na superfície da Terra. A distância aproximada do satélite a superfície da Terra é

- A)  $6,4 \cdot 10^6$  m.
- B)  $3,2 \cdot 10^8$  m.
- C)  $1,4 \cdot 10^7$  m.
- D)  $4,5 \cdot 10^7$  m.
- E)  $4,5 \cdot 10^8$  m.

**03.** (UFRGS-RS-2017) A figura a seguir representa dois planetas, de massas  $m_1$  e  $m_2$ , cujos centros estão separados por uma distância  $D$ , muito maior que os raios dos planetas.



Sabendo que é nula a força gravitacional sobre uma terceira massa colocada no ponto P, a uma distância  $D/3$  de  $m_1$ , a razão  $m_1/m_2$  entre as massas dos planetas é

- A) 1/4.
- B) 1/3.
- C) 1/2.
- D) 2/3.
- E) 3/2.

**04.** (FGV) A massa da Terra é de  $6,0 \cdot 10^{24}$  kg, e a de Netuno é de  $1,0 \cdot 10^{26}$  kg. A distância média da Terra ao Sol é de  $1,5 \cdot 10^{11}$  m, e a de Netuno ao Sol é de  $4,5 \cdot 10^{12}$  m. A razão entre as forças de interação Sol-Terra e Sol-Netuno, nessa ordem, é mais próxima de:

- A) 0,05.
- B) 0,5.
- C) 5.
- D) 50.
- E) 500.

**05.** (Unesp) Dois satélites giram ao redor da Terra em órbitas circulares de raios  $R_1$  e  $R_2$ , com velocidades  $v_1$  e  $v_2$ , respectivamente. Se  $R_2$  tiver o dobro do valor de  $R_1$ , pode-se dizer que:

- A)  $v_2 = \frac{v_1}{2}$
- B)  $v_2 = \frac{v_1\sqrt{2}}{2}$
- C)  $v_2 = v_1\sqrt{2}$
- D)  $v_2 = 2v_1$
- E)  $v_2 = 4v_1$

**06.** (FEPECS-DF) Um certo satélite artificial se encontra em órbita circular ao redor da terra a uma distância  $R$  do centro da terra e cujo período de revolução é  $T$ . Esse satélite é enviado a um outro planeta cuja massa é 9 vezes a massa da terra e executará uma órbita circular de raio  $R' = 4R$ . Se o período de revolução nesse caso for  $T'$ , então temos  $T'$  igual a

- A)  $8 T$ .
- B)  $8/3 T$ .
- C)  $T$ .
- D)  $1/3 T$ .
- E)  $3/8 T$ .

**07.** (UFU-MG) A Estação Espacial Internacional (ISS), que teve sua construção iniciada em 1988, é uma realização humana que tem propiciado ao homem ocupar um lugar fora da Terra e desenvolver diversos tipos de estudos. Ela se encontra a, aproximadamente, 400 km da superfície de nosso planeta, que possui raio aproximado de  $6 \cdot 10^6$  m e massa de  $6 \cdot 10^{24}$  kg.

Sobre a presença dos astronautas no interior da ISS, é correto afirmar que

- A) a aceleração da gravidade à qual estão sujeitos é de, aproximadamente,  $8,7 \text{ m/s}^2$ .
- B) eles estão o tempo todo flutuando, uma vez que se encontram em uma região de gravidade nula.
- C) a força da gravidade somente atuaria sobre eles se a ISS estivesse dentro da atmosfera da Terra.
- D) na ISS existe uma força gravitacional atuando, menor que na superfície da Terra, fazendo com que o peso dos astronautas se torne nulo e eles flutuem.

**08.** (EEAR-2017) Dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$  estão separados por uma distância  $d$  e interagem entre si com uma força gravitacional  $F$ . Se duplicarmos o valor de  $m_1$  e reduzirmos a distância entre os corpos pela metade, a nova força de interação gravitacional entre eles, em função de  $F$ , será

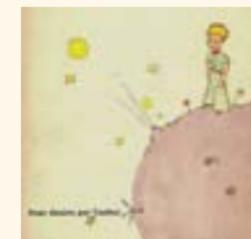
- A)  $F/8$ .
- B)  $F/4$ .
- C)  $4F$ .
- D)  $8F$ .

**09.** (UECE) Considerando que o diâmetro da Lua é, aproximadamente, 4 vezes menor que o da Terra, e que a densidade da Lua é, aproximadamente, 2 vezes menor que a densidade da Terra e considerando que ambas, a Terra e a Lua, sejam esféricas e com densidade uniforme, a aceleração da gravidade na superfície da Lua é, aproximadamente, igual a

- A)  $\frac{1}{8}$  da aceleração da gravidade na superfície da Terra.
- B)  $\frac{1}{32}$  da aceleração da gravidade na superfície da Terra.
- C)  $\frac{1}{64}$  da aceleração da gravidade na superfície da Terra.
- D)  $\frac{1}{128}$  da aceleração da gravidade na superfície da Terra.

**10.** (UFF-RJ) Antoine de Saint-Exupéry gostaria de ter começado a história do *Pequeno Príncipe* dizendo:

Era uma vez um pequeno príncipe que habitava um planeta pouco maior que ele, e que tinha necessidade de um amigo [...]



Considerando que o raio médio da Terra é um milhão de vezes o raio médio do planeta do *Pequeno Príncipe*, assinale a opção que indica a razão entre a densidade do planeta do *Pequeno Príncipe*,  $\rho_p$ , e a densidade da Terra,  $\rho_T$ , de modo que as acelerações da gravidade nas superfícies dos dois planetas sejam iguais.

- A)  $\frac{\rho_p}{\rho_T} = 10^{12}$
- B)  $\frac{\rho_p}{\rho_T} = 10^6$
- C)  $\frac{\rho_p}{\rho_T} = 10^{18}$
- D)  $\frac{\rho_p}{\rho_T} = 10^3$
- E)  $\frac{\rho_p}{\rho_T} = 10^2$

**11.** (UPE-2016) Em 16 de julho de 2015, a equipe da NASA, responsável pela sonda *New Horizons*, que tirou fotografias da Plutão, publicou a seguinte mensagem:

Uau! Acabamos de tirar mais de 1 200 fotos de Plutão. Vamos tentar ter mais algumas enquanto estamos na vizinhança. #PlutoFlyBy  
 NASA. 16 jul. 2015. Twitter: @NASANewHorizons. Disponível em: <twitter.com>. Acesso em: 19 jul. 2015.

Uma das fotografias mostrava uma cadeia de montanhas em sua superfície. Suponha que você é um participante da missão aqui na Terra e precisa auxiliar a equipe no cálculo da massa de Plutão. Assinale a alternativa que oferece o método de estimativa mais preciso na obtenção de sua massa.

Para efeitos de simplificação, suponha que Plutão é rochoso, esférico e uniforme.

- A) Medir o seu raio e posicionar a sonda em órbita circular, em torno de Plutão, em uma distância orbital conhecida, medindo ainda o período de revolução da sonda.
- B) Medir o seu raio e compará-lo com o raio de Júpiter, relacionando, assim, suas massas.
- C) Observar a duração do seu ano em torno do Sol, estimando sua massa utilizando a Terceira Lei de Kepler.
- D) Medir a distância percorrida pela sonda, da Terra até Plutão, relacionando com o tempo que a luz do Sol leva para chegar a ambos.
- E) Utilizar a linha imaginária que liga o centro do Sol ao centro de Plutão, sabendo que ela percorre, em tempos iguais, áreas iguais.

**12.** (UFPR-2017) Em 18 de junho de 2016, foi lançado o foguete Ariane 5 ECA, que transportava o satélite de comunicação EchoStar XVIII, com o objetivo de transferi-lo para uma órbita geoestacionária. As órbitas geoestacionárias são aquelas em que o período de revolução do satélite é de 24h, o que corresponde a seu posicionamento sempre sobre um mesmo ponto da superfície terrestre no plano do Equador. Considere o raio  $R_1$  da órbita desse satélite como sendo de 42 000 km.

Em 15 de setembro de 2016, foi lançado o foguete Veja, transportando os satélites SkySats, denominados de 4 a 7 (satélites de uma empresa do Google), para mapeamento com alta precisão da Terra inteira. A altitude da órbita desses satélites, em relação à superfície terrestre, é de 500 km. Considerando o raio da Terra como sendo de aproximadamente 6 500 km e que a velocidade de um satélite, tangencial à órbita, pode ser calculada pela raiz quadrada do produto da constante gravitacional  $G$  pela massa  $M$  da terra dividida pelo raio da órbita do satélite, determine:

**Observação:** Não é necessário o conhecimento dos valores de  $G$  e  $M$  e todos os cálculos devem ser claramente apresentados. Alguns dos valores estão com aproximações por conveniência de cálculo. Não é necessário determinar os valores das raízes quadradas, basta deixar os valores numéricos, após os devidos cálculos, indicados no radical.

- A) O valor numérico da velocidade  $V_2$  do satélite EchoStar XVIII, em relação à velocidade  $V_1$  de um satélite SkySats.
- B) O valor do período  $T_2$  dos satélites SkySats, em horas, por aplicação da Terceira Lei de Kepler.

## SEÇÃO ENEM

- 01.** (Enem-2015) Observações astronômicas indicam que no centro de nossa galáxia, a Via Láctea, provavelmente exista um buraco negro cuja massa é igual a milhares de vezes a massa do Sol. Uma técnica simples para estimar a massa desse buraco negro consiste em observar algum objeto que orbite ao seu redor e medir o período de uma rotação completa,  $T$ , bem como o raio médio,  $R$ , da órbita do objeto, que supostamente se desloca, com boa aproximação, em movimento circular uniforme. Nessa situação, considere que a força resultante, devido ao movimento circular, é igual, em magnitude, à força gravitacional que o buraco negro exerce sobre o objeto. A partir do conhecimento do período de rotação, da distância média e da constante gravitacional,  $G$ , a massa do buraco negro é:

- A)  $\frac{4\pi^2 R^2}{GT^2}$       C)  $\frac{2\pi^2 R^3}{GT^2}$       E)  $\frac{\pi^2 R^5}{GT^2}$
- B)  $\frac{\pi^2 R^3}{2GT^2}$       D)  $\frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$

- 02.** As Ciências Naturais consistem em um conjunto de conhecimentos que permite explicar os fenômenos que ocorrem na natureza. O emprego dessas ideias leva ao entendimento e à previsão de fenômenos naturais que ocorrem na Terra, no Sol, em nossa galáxia e, ao que parece, nas partes mais longínquas do cosmos. Em outras palavras, os princípios e leis que governam a natureza são conceitos universais. Um dos exemplos mais contundentes da universalidade da ciência é a Teoria da Gravidade, que foi formulada pelo físico inglês Isaac Newton em 1666.

De acordo com essa teoria, a força de atração gravitacional exercida pela Terra sobre uma maçã que cai rumo ao chão tem

- A) a mesma intensidade que a força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.
- B) maior intensidade que a força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.
- C) sentido oposto ao da força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.
- D) o mesmo sentido da força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.
- E) a mesma origem da força de atração gravitacional exercida pelo Sol sobre um planeta que gira ao seu redor.

## GABARITO

Meu aproveitamento

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

01. C
02. E
03. C
04. C
05. B
06. B
07. B
08. C

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

01. B
02. C
03. A
04. D
05. B
06. B
07. A
08. D
09. A
10. B
11. A
- 12.
- A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- B) 1,63 h

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

01. D       02. E

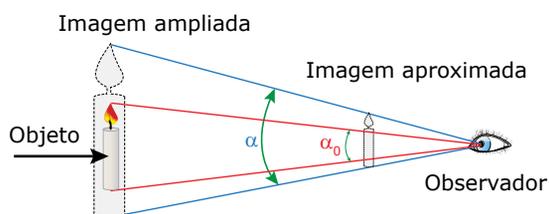


Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Instrumentos Ópticos

Os instrumentos ópticos permitem ao homem enxergar o mundo imediatamente à sua volta, bem como aquilo que está muito distante ou o que é muito pequeno. Um instrumento óptico forma uma imagem que, geralmente, é maior do que o objeto ou que “traz o objeto” para perto do olho do observador. Os instrumentos ópticos podem ser divididos em dois grupos: os instrumentos de projeção e os de observação. No primeiro grupo, temos o projetor (de *slides* ou multimídia), a máquina fotográfica e o olho humano, entre outros. Do segundo grupo, podemos citar o binóculo, o microscópio, o telescópio e os óculos. Outra forma de classificar os instrumentos ópticos se baseia na maneira como eles formam as imagens. Assim, temos os instrumentos refletivos (que usam espelhos) e os instrumentos refratores (que usam lentes).

A visão que temos do tamanho de um objeto, ou de sua imagem, depende das suas dimensões e da distância a que ele se encontra do nosso olho. Ou seja, a impressão que temos do tamanho do objeto está relacionada com o ângulo ( $\alpha$ ) segundo o qual o objeto é visto. Quanto maior for esse ângulo, maior será a sensação que temos do tamanho do objeto. Observe a figura seguinte. Ela mostra um objeto que é visto, diretamente, segundo o ângulo visual  $\alpha_0$ . A figura mostra também duas imagens do objeto, formadas de maneiras distintas. Na imagem à esquerda, a imagem do objeto foi ampliada, mas encontra-se na mesma posição que o objeto. Na imagem à direita, a imagem possui tamanho menor que o objeto, no entanto, está mais próxima do observador. Veja que, nas duas situações, a imagem está sendo vista segundo um ângulo visual  $\alpha$ , maior que  $\alpha_0$ . Portanto, nos dois casos, o observador tem a impressão de um “objeto” maior.



Essas duas situações explicam o funcionamento de muitos instrumentos ópticos. Esses instrumentos formam imagens maiores que o objeto ou aproximam a imagem dos olhos do observador. Em ambos os casos, o ângulo segundo o qual a imagem é vista torna-se maior, justificando o uso do instrumento.

## MÁQUINA FOTGRÁFICA

A câmera fotográfica tradicional é um instrumento de projeção no qual a imagem a ser registrada deve ser projetada sobre o filme, ou sobre o sensor óptico de câmeras digitais, que se encontra no interior destas. Por causa disso, a imagem formada deve ser real e, portanto, invertida. Assim, a distância da imagem à lente ( $D_i$ ) será representada por um número positivo. A distância do objeto a ser fotografado à lente ( $D_o$ ) varia conforme ele esteja longe ou perto da câmera.

As máquinas de média ou baixa qualidade, que não permitem ajustes em relação ao afastamento do objeto, possuem uma lente de pequena distância focal, em relação à distância a que o objeto se encontra da lente, chamada de objetiva. Dessa forma, qualquer objeto estará muito distante da câmera (no “infinito” em relação à lente) e, conseqüentemente, a sua imagem será formada no plano focal da lente. Portanto, para que a imagem seja projetada sobre o filme, este deve estar posicionado no plano focal da lente.

As câmeras profissionais permitem que objetos próximos ou distantes das câmeras sejam registrados com a mesma perfeição. Nesse caso, para que a imagem seja nítida (bem focada), a distância focal ( $f$ ) da objetiva, ou a distância da película (onde se formará a imagem) à lente ( $D_i$ ), deve ser ajustável. Nas câmeras com objetiva de distância focal constante, a distância da lente ao filme deve ser alterada, conforme mostrado a seguir:

$$\text{Constante} \rightarrow \left(\frac{1}{f}\right) = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i}$$

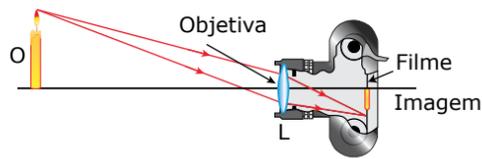
Veja que, para objetos distantes da câmera ( $D_o$  grande), a distância da imagem à lente ( $D_i$ ) deve ser pequena e, para objetos próximos da máquina,  $D_i$  deve ser grande. A variação da distância da lente à imagem é obtida por meio da aproximação ou do afastamento da lente em relação ao filme. Isso pode ser feito de forma manual, como nas antigas câmeras “lambe-lambe”, ou automática, como ocorre quando você “mira” o objeto a ser fotografado e percebe que a lente se desloca para a posição adequada.

Algumas câmeras profissionais possuem mais de uma lente. O ajuste na focalização do objeto é feito alterando a distância entre as lentes, o que provoca uma mudança na distância focal do conjunto. Considere que, nessas máquinas, a distância do filme ao conjunto de lentes seja constante.

Observe a seguir, portanto, que, para objetos distantes, a distância focal deve ser grande, e, para objetos próximos, a distância focal deve ser menor.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \leftarrow \text{Constante positiva}$$

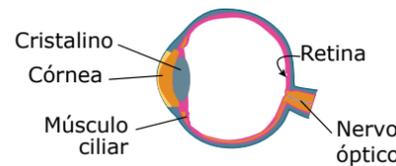
A figura a seguir mostra a formação da imagem em uma câmera fotográfica simples.



Na parte frontal de uma câmera, existem dois dispositivos – o diafragma e o obturador –, cujas funções são, respectivamente, controlar a quantidade de luz que entra na máquina e abrir e fechar a câmera para permitir a execução da fotografia. Ou seja, a máquina fotográfica é uma câmara escura que projeta na parede oposta (filme) a imagem formada pela luz que entra pelo orifício (diafragma).

## OLHO HUMANO

O olho é, sem dúvida, o instrumento óptico mais importante para o ser humano. É um órgão complexo, composto de diversas estruturas, dentre as quais algumas interessam a esse ramo da Física. A figura a seguir mostra um olho humano e os elementos físicos mais relevantes para o nosso estudo.



Em um olho humano normal, os raios luminosos entram pela pupila, atravessam a córnea, o cristalino, a parte central do olho e se encontram na retina – região fotossensível –, sobre a qual a imagem, para uma visão perfeita, deve ser formada. Ou seja, no olho, a imagem é projetada sobre a retina, sendo real e invertida. O funcionamento do olho é semelhante ao de uma máquina fotográfica. A pálpebra, equivalente ao obturador, abre e fecha para permitir a entrada de luz.

A córnea, uma película curva, transparente e localizada na parte anterior do olho, é responsável pela primeira e maior parte da refração da luz que vem do exterior.

A função da pupila – canal existente na íris – é controlar a quantidade de luz que chega ao cristalino, de modo a permitir uma visualização adequada dos objetos. Em relação a uma máquina fotográfica, ela é equivalente ao diafragma.

Se a luminosidade exterior é elevada, a pupila se contrai, de modo a minimizar a entrada de luz. Ao contrário, com baixa luminosidade no ambiente, a pupila se dilata, de forma que uma quantidade maior de luz entre no olho para formar a imagem. As figuras a seguir mostram um olho com a pupila contraída e outro com a pupila dilatada.



O cristalino é uma lente biconvexa convergente, maleável e responsável pela focalização final das imagens sobre a retina. A borda do cristalino é envolvida pelos músculos ciliares, cuja função é a de comprimir o cristalino, de modo a alterar a sua curvatura e, conseqüentemente, a sua distância focal. Veja a seguir um cristalino sem compressão – com músculos ciliares relaxados (1) – e outro com um certo esforço de compressão dos músculos (2).



A retina – película localizada na parte posterior do globo ocular – é formada por dois tipos básicos de células sensíveis à luz: os **cones** (responsáveis pela percepção de cores) e os **bastonetes** (que não distinguem as cores, mas são os responsáveis pela percepção dos níveis de intensidade da luz que chega aos olhos do observador). Quando a imagem é projetada na retina, o nervo óptico, acoplado a ela, transmite a informação visual ao cérebro.

## Olho humano normal

O olho normal é aquele capaz de formar imagens nítidas para objetos próximos, aproximadamente a 25 cm do olho, ou afastados, no infinito, em relação ao observador. Em ambos os casos, a imagem deve ser formada sobre a retina – condição necessária para uma visão perfeita. Dessa forma, a distância ( $D_i$ ) da imagem ao cristalino deve ser sempre a mesma, qualquer que seja a distância do objeto ao olho. Ou seja,  $D_i$  depende apenas do tamanho do olho do observador. Em média, essa distância é de 2,5 cm.

A imagem projetada sobre a retina é real ( $D_i > 0$ ). Qualquer que seja a distância do objeto ao olho, a equação de Gauss deve ser respeitada. Assim, a distância focal ( $f$ ) e a vergência ( $V$ ) do cristalino variam de acordo com a mudança da distância do objeto ao olho ( $D_o$ ). Lembre-se de que a vergência ( $V$ ) é inversamente proporcional à distância focal ( $f$ ),  $V = 1/f$ . Veja, na equação de Gauss a seguir, que a distância focal do cristalino varia conforme a distância do objeto ao olho, que também varia.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \leftarrow \text{Constante positiva}$$

Dessa forma, o cristalino apresenta uma distância focal para cada posição do objeto. A alteração provocada pelo músculo ciliar sobre o cristalino é chamada de **acomodação visual**. Observe, na tabela que se segue, as alterações que ocorrem nas grandezas com a mudança da posição do objeto.

	O objeto em relação ao olho	
	Aproxima	Afasta
$D_o$	Diminui	Aumenta
$f$	Diminui	Aumenta
$V$	Aumenta	Diminui
Cristalino	Mais convergente (mais curvo)	Menos convergente (menos curvo)

Se o objeto está no “infinito” (muito afastado do olho), a distância focal é máxima, e o músculo ciliar está totalmente relaxado (sentimos o menor esforço visual para enxergar um objeto). Nesse caso, o foco do cristalino está sobre a retina. À medida que o objeto se aproxima do olho, o esforço muscular sobre o cristalino aumenta, comprimindo-o. Assim, existe uma posição do objeto em relação ao olho, próxima a este, na qual o músculo ciliar exerce a sua maior compressão. Nessa situação, o cristalino apresenta a menor distância focal possível e, conseqüentemente, a maior vergência. Se o objeto for aproximado do olho além desse ponto, o olho perde a capacidade de focalizá-lo.

O ponto mais distante do olho, em que este é capaz de formar uma imagem nítida, é chamado de **ponto remoto** (PR), e sua distância ao olho é conhecida como distância **máxima** de visão perfeita. Numa pessoa de visão normal, o PR tende ao infinito. O ponto mais próximo ao olho, para o qual este forma uma imagem nítida, é conhecido como **ponto próximo** (PP). A sua distância ao olho é chamada de distância mínima de visão perfeita. Essa distância varia com a idade e de uma pessoa a outra. Nos adultos, em média, o ponto próximo (PP) está a 25 cm do olho. Assim, o olho de uma pessoa de visão normal consegue formar imagens nítidas de objetos colocados no intervalo entre o infinito (PR) e 25 cm do olho (PP). Esse intervalo é a zona de acomodação.

Vamos determinar a vergência ( $V$ ) do cristalino para os extremos da zona de acomodação. Considere que o tamanho do globo ocular seja 2,5 cm, ou seja, 0,025 m. Como a imagem se forma sobre a retina,  $D_i = 0,025$  m. Considere, ainda, que o ponto próximo (PP) esteja a 25 cm ou 0,25 m do olho.

**Objeto no ponto remoto** (PR):  $D_o \rightarrow \infty$  e  $(1/D_o) \rightarrow 0$   
 $V = 1/f = (1/D_o) + (1/D_i) = 0 + (1/0,025)$

$V = 40 \text{ di} = 40 \text{ "graus"}$

**Objeto no ponto próximo** (PP):  $D_o = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$   
 $V = 1/f = (1/D_o) + (1/D_i) = (1 / 0,25) + (1 / 0,025)$

$V = 44 \text{ di} = 44 \text{ "graus"}$

A variação da vergência entre os valores anteriores ( $\Delta V = 4 \text{ di}$ ) é chamada de **amplitude de acomodação**. Assim, o olho humano normal varia a sua vergência em 4 “graus” ao mudar a focalização de um objeto que estava muito longe para outro que esteja muito perto dele.

## DEFEITOS DE VISÃO

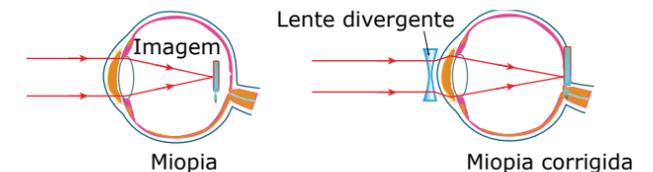
Todo órgão ou sistema do corpo humano é susceptível a apresentar anomalias, e o olho não foge à regra. As causas para os defeitos de visão são várias, mas vamos citar apenas três. Uma delas é a deformidade do globo ocular, que pode ser alongado ou encurtado além do que deveria. Outra causa é a curvatura da córnea além ou aquém do normal. E, por último, o elevado ou baixo índice de refração das estruturas que formam o olho, particularmente da córnea e do cristalino. Assim, o sistema ocular é mais ou menos convergente do que o necessário. Quaisquer dessas causas fazem com que a imagem se forme antes ou depois da retina, respectivamente. Os defeitos de visão mais comuns, que podem ser minimizados com o uso de lentes esféricas, são: miopia, hipermetropia e presbiopia (“vista cansada”).

### Miopia

O olho míope, por qualquer das causas citadas, é **mais convergente** do que deveria, apresentando uma distância focal pequena em relação aos olhos normais. Assim, os raios luminosos que entram no olho convergem muito e a imagem se forma antes da retina; logo, não apresenta nitidez suficiente. Nesse caso, a imagem deve ser afastada do cristalino para melhorar a sua visualização. Isso é conseguido, sem correção, aproximando os objetos do olho. Logo, a pessoa com miopia enxerga muito bem os objetos próximos ao seu olho. Ou seja, o ponto próximo (PP) de um olho míope encontra-se mais perto deste do que o ponto próximo de um olho normal.

O problema do míope está no ponto remoto (PR), que é mais perto do olho deste do que deveria ser. Ou seja, o míope enxerga muito mal os objetos que estão afastados dele. Para um objeto no “infinito”, por mais que o cristalino do míope esteja relaxado (distância focal grande), a imagem se forma antes da retina.

A correção visual da miopia, por meio de óculos e para objetos afastados, é feita com lentes divergentes, uma vez que o olho míope é muito convergente. A miopia é o defeito visual mais comum na população. Veja a seguir:



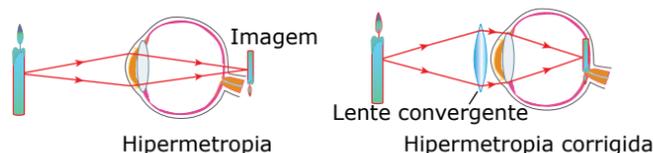
### Hipermetropia

O olho hipermetrope, por qualquer que seja a causa, é **menos convergente** do que o necessário e, assim, a sua distância focal é grande em relação à dos olhos normais. Dessa forma, os raios luminosos que entram no olho convergem pouco. Conseqüentemente, a imagem se forma atrás (depois) da retina e não apresenta nitidez normal. Portanto, para melhorar a visualização do objeto, é necessário aproximar a imagem do cristalino.

Se o objeto está muito afastado do hipermetrope ( $D_o$  é grande) e o cristalino deste está totalmente relaxado, a imagem do objeto se forma atrás da retina (cristalino converge pouco). Para resolver essa situação, o hipermetrope pode, simplesmente, acomodar a sua visão (forçando os músculos ciliares), de modo a diminuir a distância focal de seu olho e, conseqüentemente, trazer a imagem para a retina. Nas situações em que essa adaptação oferece desconforto visual para o paciente, o médico pode receitar a ele óculos com lentes convergentes para a visualização de objetos distantes. Veja a seguir:



O grande problema do hipermetrope, entretanto, está na visualização de objetos próximos ao olho. Se  $D_o$  é pequeno e o olho converge pouco a luz que chega a ele (distância focal grande), a imagem do objeto se forma atrás da retina por maior que seja o esforço de acomodação do músculo ciliar. Ou seja, o hipermetrope não enxerga bem objetos próximos a ele, pois seu ponto próximo (PP) se encontra mais distante dele do que o ponto próximo de uma pessoa de visão perfeita. Sem correção visual, o hipermetrope costuma afastar o objeto do seu olho. Assim, o hipermetrope tem de contar com a correção de lentes convergentes para a visualização de objetos próximos ao seu olho. Veja a seguir:

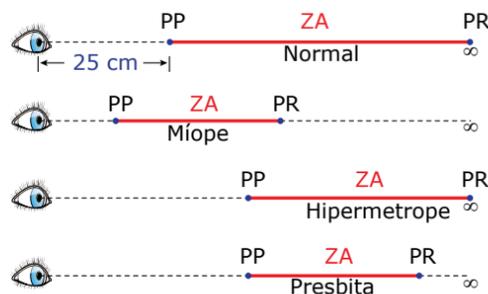


O ponto remoto (PR) do hipermetrope, geralmente, continua no infinito.

### Presbiopia

A presbiopia, ou "vista cansada", na análise da fisiologia humana, não é considerada um "defeito de visão". É uma situação natural e espontânea que ocorre em consequência do envelhecimento e que atinge a maioria das pessoas com idade acima dos quarenta anos. No olho da pessoa com presbiopia, o músculo ciliar, responsável pela focalização das imagens sobre a retina, vai perdendo a capacidade de comprimir o cristalino da forma necessária. Assim, quem possui presbiopia perde, principalmente, a capacidade de enxergar objetos próximos ao olho. Nesse caso, o olho da pessoa com presbiopia tem iguais funcionamento e correção que o olho da pessoa com hipermetropia – lentes convergentes. Em alguns casos, além de perder elasticidade, o músculo ciliar se deforma. Nesse caso, o cristalino fica impedido de relaxar da mesma forma que antes e passa a não focalizar objetos muito distantes. Para pessoas com tais características, são necessários dois pares de óculos, um para "perto" (com lentes convergentes) e outro para "longe" (com lentes divergentes) ou um par de óculos "bifocal ou multifocal". Assim, o olho com presbiopia pode não ter o ponto remoto (PR) no infinito, mas seu ponto próximo (PP), seguramente, está mais distante do olho do que o de um olho normal.

Veja a seguir as posições dos pontos remoto (PR) e próximo (PP) e a zona de acomodação ZA (em vermelho) para os diversos tipos de pessoas, sem a correção visual. O ponto próximo, para um olho normal, encontra-se, em média, a 25 cm do observador.



Vale a pena destacar que a miopia, a hipermetropia e a presbiopia podem ser tratadas cirurgicamente, geralmente, por meio de pequenas incisões radiais na córnea do paciente de modo a alterar a sua curvatura e, por conseguinte, a distância focal do conjunto ocular.

Outro defeito de visão bastante comum é o astigmatismo. Ele ocorre devido a uma curvatura irregular da córnea ou do cristalino, que perde a esfericidade, ficando mais ou menos convergente em algumas regiões das suas faces. Isso faz com que múltiplas imagens (do mesmo objeto) se formem sobre a retina, o que provoca a sensação de uma imagem "borrada". Tal defeito é corrigido com lentes cilíndricas, não discutidas em nossa Coleção. Existem outros defeitos de visão que as lentes não corrigem e, por isso, não foram citados.

Veja um resumo dos defeitos de visão e suas respectivas correções:

Defeito	Problema	Correção
Miopia	Imagem se forma antes da retina	Lentes divergentes
Hipermetropia	Imagem se forma atrás da retina	Lentes convergentes
Presbiopia	Imagem se forma atrás da retina	Lentes convergentes
Astigmatismo	Esfericidade irregular do globo ocular	Lentes cilíndricas



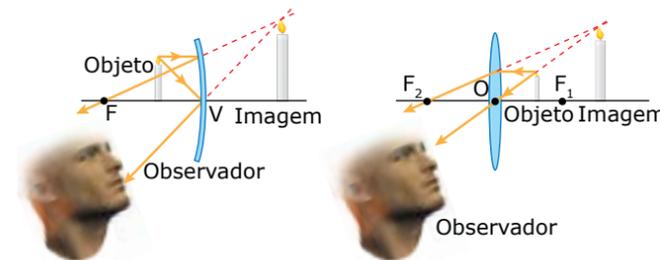
#### Instrumentos ópticos

Nesse objeto digital, você assistirá a uma representação dos principais defeitos de visão, de suas correções e de como acontece a formação de uma imagem no olho. Aproveite o vídeo para entender como as pessoas com miopia, hipermetropia e presbiopia enxergam e qual é a aplicação dos vários tipos de lentes corretoras de visão usadas em óculos.

## MICROSCÓPIO SIMPLES (OU LUPA) E ESPELHO DE AUMENTO



A lupa e o espelho de aumento você já conhece. A lupa é uma lente convergente utilizada para observar um objeto colocado entre ela e seu foco. O espelho de aumento é um espelho côncavo utilizado para observar um objeto que deve ser posicionado entre o espelho e seu foco. Nos dois casos, as imagens formadas são virtuais e maiores que o objeto. A imagem formada pela lente não apresenta inversão vertical e nem lateral, o que permite ler um texto com letras muito pequenas ou observar, com mais detalhes, as partes de uma flor ou de um inseto, por exemplo. A imagem formada pelo espelho de aumento, usado em maquiagem, por exemplo, é direta, mas apresenta inversão lateral. Quando você se observa num espelho de aumento, a orelha direita parece ser a orelha esquerda.

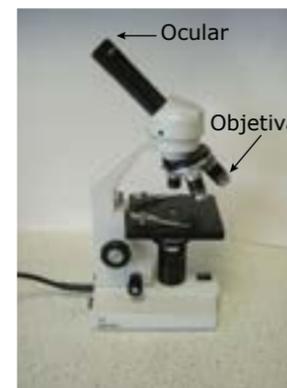


A ampliação linear (A) desses dispositivos aumenta com a redução da distância focal. No entanto, diminuir muito a distância focal significa diminuir bastante os raios de curvatura do espelho ou das faces da lente. Isso faz com que esses instrumentos não mais obedeçam às condições de Gauss e comecem a gerar imagens distorcidas. Por esse motivo, não se consegue grandes ampliações com tais aparelhos.

## MICROSCÓPIO OU MICROSCÓPIO COMPOSTO

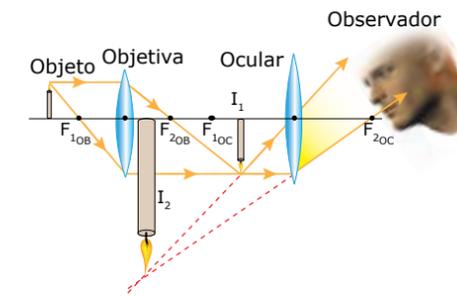


O microscópio é um equipamento projetado para fornecer grande ampliação para pequenos objetos. Ele é composto de duas lentes convergentes: a objetiva (que fica próxima do objeto a ser ampliado) e a ocular (que fica perto do olho do observador). A figura a seguir mostra um microscópio muito usado em laboratórios escolares.



Unwatsen / Creative Commons

O objeto a ser observado em um microscópio deve ser colocado a uma distância da objetiva que seja maior que a distância focal dela, mas próximo ao foco. A objetiva forma uma imagem real ( $I_1$ ), invertida e ampliada do objeto. Essa imagem está posicionada entre a ocular e o foco desta. Assim, a ocular funciona como uma lupa e forma, a partir da primeira imagem, uma segunda imagem ( $I_2$ ), que é virtual, maior que a primeira imagem e direta em relação a esta, mas invertida em relação ao objeto. A distância focal da ocular deve ser maior que a da objetiva. A figura a seguir mostra a formação da imagem em um microscópio composto.



A ampliação fornecida pelo microscópio é o produto das ampliações fornecidas por cada lente individualmente. Se a objetiva produz um aumento de 80 vezes, e a ocular, de 20 vezes, a ampliação total do microscópio é de 1 600 vezes. Em um microscópio óptico, conseguimos ampliar um objeto até 2 000 vezes, o que nos permite observar, com nitidez, a maioria das estruturas vivas da natureza. Para ampliações maiores que essa, usamos um microscópio eletrônico, que trabalha com um feixe de elétrons, e não com feixes de luz. O microscópio eletrônico nos permite ampliações próximas de 1 milhão de vezes e com ele podemos observar a estrutura de um vírus, por exemplo. O funcionamento do microscópio eletrônico foge aos objetivos de nosso estudo.

## TELESCÓPIOS

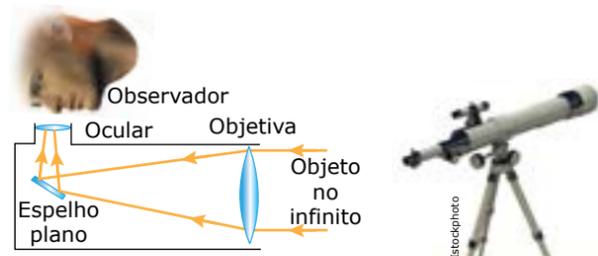


Os telescópios são instrumentos utilizados para a observação de objetos muito distantes da Terra, como planetas e estrelas. A imagem formada por esses instrumentos não é ampliada, mas se coloca bem perto do observador. Por esse motivo, a imagem fornecida pelo telescópio é maior do que a imagem do objeto que seria vista sem o instrumento. Os telescópios podem ser classificados em refratores ou refletores.

### Telescópio refrator ou luneta astronômica

A luneta astronômica foi aperfeiçoada por Galileu, em 1609, e ele a utilizou para observar a Lua, os planetas do Sistema Solar e algumas luas de Júpiter. Por meio da observação dessas luas, Galileu pôde constatar que a velocidade da luz era muito grande, mas não infinita. A luneta possui duas lentes: a objetiva (que recebe a luz do astro e é convergente) e a ocular (por onde o operador vai observar a imagem do astro). Na luneta de Galileu, a ocular é divergente e, na de Kepler, ela é convergente. Em algumas lunetas, a luz refratada pela objetiva vai de encontro à ocular por meio da reflexão em um pequeno espelho plano.

A ocular, que recebe a luz refletida, forma uma imagem final virtual, invertida em relação ao astro, maior que a imagem formada pela objetiva e bem próxima do observador. O esquema simplificado de funcionamento e uma foto da luneta astronômica são mostrados a seguir:



O binóculo e o periscópio, citados como aplicações da reflexão total, formam imagens da mesma maneira que um telescópio refrator.

A luneta, como visto anteriormente, não se aplica a observações de astros muito distantes, como as estrelas, por exemplo. A luz emitida por elas chega com baixa intensidade à Terra e, portanto, para formar imagens de boa qualidade, seria necessário que a objetiva fosse muito grande. Conseqüentemente, uma lente desse tipo seria muito espessa. Assim, essa lente não seria delgada, e as condições de Gauss não se aplicariam a ela. Devido a essa limitação, Newton, em 1668, desenvolveu o telescópio refletor, discutido a seguir.

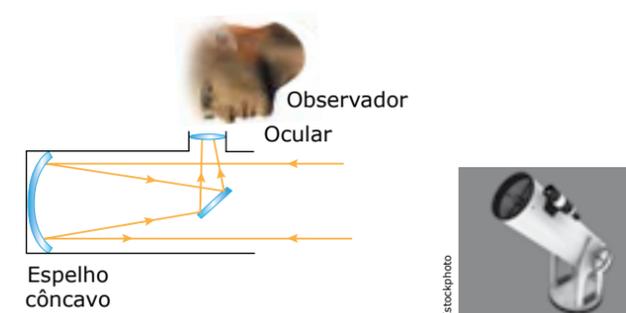
Na luneta terrestre, muito comum em filmes de piratas, a ocular é divergente e, normalmente, fica do lado oposto da objetiva.

### Telescópio refletor ou telescópio

O telescópio refletor, ou simplesmente telescópio, usa um grande espelho parabólico côncavo no lugar da lente objetiva da luneta. Os telescópios do Monte Palomar (Califórnia), o Keck (Havaí) e o do LNA (Laboratório Nacional de Astrofísica, Itajubá-MG) têm espelhos com diâmetros, respectivamente, de 5,0 m, 10 m e 1,6 m. Quanto maior o tamanho do espelho, mais luz ele consegue coletar e, conseqüentemente, poderá produzir imagens de objetos muito distantes. O mais famoso telescópio refletor da atualidade é o Hubble (em órbita da Terra, numa altitude de 589 km), que tem um espelho de 2,4 m de diâmetro.

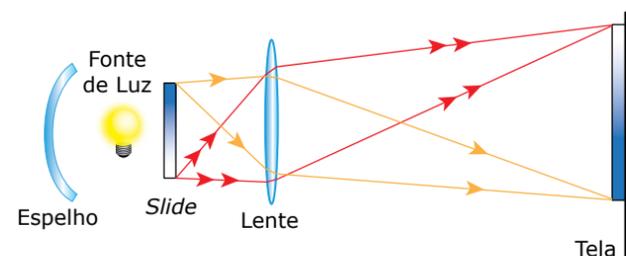
O funcionamento simplificado de um telescópio refletor se dá da seguinte maneira: a luz emitida por uma estrela, por exemplo, incide no grande espelho parabólico do telescópio (que faz a função da lente objetiva no telescópio refrator) e é refletida por ele. A luz refletida pelo espelho parabólico vai de encontro a um segundo espelho, que pode ser plano ou convexo (no telescópio de Newton, esse espelho é plano), e é novamente refletida, agora em direção a uma lente convergente – a ocular –, por meio da qual o observador vai analisar a imagem final formada pelo aparelho.

Atualmente, as imagens da ocular são enviadas para um sistema computadorizado que fornece a imagem nas telas de um computador ou as envia para qualquer lugar do mundo. A figura a seguir mostra o esquema do telescópio de Newton. Veja também a fotografia de um telescópio refletor.



### PROJETORES

Qualquer tipo de projetor produz uma imagem, geralmente maior que o objeto, que deve ser vista em uma tela. Assim, a imagem formada deve ser real e invertida, tanto na vertical quanto na horizontal. Para o seu funcionamento básico, basta uma única lente convergente, uma fonte de luz e o objeto a ser projetado. Para se obter uma imagem ampliada, o objeto deve estar próximo ao foco da lente, numa distância um pouco maior que a distância focal dela. Existem vários tipos de projetores, com características particulares e com diversos acessórios que servem para melhorar a qualidade da imagem projetada. O esquema a seguir mostra, de forma simplificada, o funcionamento de um projetor de slides (o objeto). A fonte de luz fica no foco do espelho de modo a proporcionar uma maior luminosidade no slide. Observe que a imagem projetada é invertida.



Todos os instrumentos artificiais citados anteriormente possuem lentes muito potentes (grande vergência) e capazes de formar imagens de grande qualidade. Nessas lentes, as aberrações esférica e cromática são pronunciadas. Dessa forma, todos os instrumentos são equipados com um ou mais conjuntos de lentes, formados por vários tipos de lentes associadas, em vez de uma única lente. Esses conjuntos e uma série de outros acessórios têm o objetivo de eliminar, dentro do possível, o efeito nocivo das aberrações.

### EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Um médico oftalmologista receita, para um paciente que possui miopia em um dos olhos e hipermetropia no outro, lentes com as vergências, exclusivas, de +3,0 di (olho direito) e -2,0 di (olho esquerdo).
- Associar cada olho com o respectivo defeito visual.
  - Determinar a distância do ponto remoto (PR) até o paciente para o olho com miopia.
  - Determinar a distância do ponto próximo (PP) até o paciente para o olho com hipermetropia.

**Resolução:**

- As pessoas com hipermetropia devem usar lentes convergentes e as pessoas com miopia devem usar lentes divergentes. As distâncias focais e vergências das lentes convergentes e divergentes são, respectivamente, positiva e negativa. Assim, o olho direito (+3,0 di) apresenta hipermetropia, e o esquerdo (-2,0 di) sofre de miopia.
- No olho míope, o ponto remoto fica próximo do olho e, por esse motivo, o míope não focaliza objetos distantes. Dessa forma, a lente a ser usada deve ser capaz de formar, para objetos no "infinito", imagens no ponto remoto do míope, ou seja,  $PR = -D_1$  (a imagem é virtual, pois a lente é divergente). Essa imagem servirá de objeto para o olho do paciente. Como  $D_o \rightarrow \infty$ ,  $(1/D_o) \rightarrow 0$ . Assim, temos:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_1} \Rightarrow -2 = 0 + \frac{1}{D_1} \Rightarrow D_1 = -0,50 \text{ m}$$

Dessa forma,  $PR = -D_1 = 50 \text{ cm}$ . Ou seja, o ponto remoto fica a 50 cm do olho esquerdo. Assim, esse olho, sem os óculos, não enxerga objetos mais distantes que 50 cm.

**Curiosidade:** Se você é míope, procure perceber a maior distância que consegue enxergar sem óculos. Com essa medida e a solução anterior, você pode descobrir o "grau" da sua lente.

- No olho hipermetrope, o ponto próximo está mais distante do olho em relação ao olho normal e, por esse motivo, o hipermetrope não focaliza objetos próximos a ele. Dessa forma, a lente a ser usada por ele deve ser capaz de formar, para objetos a 25 cm do olho (distância mínima de visão perfeita), imagens no ponto próximo do hipermetrope. Assim,  $D_o = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$  e  $PP = -D_1$  (a imagem é virtual, pois deve ficar mais distante do olho e, por isso, do mesmo lado que o objeto em relação à lente). Essa imagem servirá de objeto para o olho do paciente. Assim, temos:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_1} \Rightarrow 3 = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{D_1} \Rightarrow D_1 = -1,0 \text{ m}$$

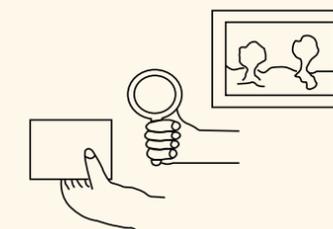
Dessa forma,  $PP = -D_1 = 1,0 \text{ m}$ . Ou seja, o ponto próximo fica a 1,0 m do olho direito. Assim, esse olho, sem os óculos, não enxerga objetos mais próximos que 100 cm.

### EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



01. (Unimontes-MG-2015) A lupa (lente de aumento) é um instrumento ótico utilizado para produzirmos uma imagem aumentada e direta de um determinado objeto. Para que a lupa seja utilizada com o objetivo de ampliação do objeto, necessita-se de
- uma lente convergente e um objeto colocado no foco da lente.
  - uma lente convergente e um objeto colocado antes do foco da lente.
  - uma lente divergente e um objeto colocado em qualquer posição com relação à lente.
  - uma lente convergente e um objeto colocado entre o foco e a lente.
02. (UFU-MG) Assinale a alternativa falsa.
- O cristalino do olho de uma pessoa de visão normal age como uma lente convergente que produz uma imagem real, invertida e aumentada quando a pessoa observa um objeto distante.
  - Uma pessoa com visão normal, à medida que se aproxima de um objeto, tem o raio de curvatura de seu cristalino diminuído para que ela continue focalizando o objeto.
  - A variação do diâmetro da pupila tem como objetivo controlar a entrada de luz no olho.
  - Para a correção da hipermetropia, é necessária a utilização de lentes convergentes.

03. (UEMG) Usando uma lupa (lente de aumento), uma pessoa projetou, numa folha de papel, a imagem vista de uma janela, conforme ilustração a seguir:



Nessas condições, e considerando a projeção desta imagem, só é correto afirmar que

- a imagem formada é virtual.
- a imagem não é formada por luz, pois foi projetada no papel.
- a imagem formada é invertida.
- a imagem formada é real, mas não é invertida.

**04.** (UEMG-2016) [...] que se unem para infernizar a vida do colega portador de alguma diferença física, humilhando-o por ser gordo ou magro, baixo ou alto, estrábico ou míope.

VENTURA, 2012, p. 53.

A miopia é um problema de visão. Quem tem esse problema, enxerga melhor de perto, mas tem dificuldade de enxergar qualquer coisa que esteja distante. Três alunos, todos eles totalmente contrários ao *bullying*, fizeram afirmações sobre o problema da miopia:

Aluno 1: o defeito é corrigido com o uso de lentes convergentes.

Aluno 2: a imagem de objetos distantes é formada antes da retina.

Aluno 3: ao observar uma estrela no céu, a imagem da estrela será formada depois da retina, em função da distância.

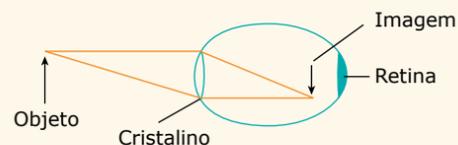
Fizeram afirmações corretas:

- A) Os alunos 1 e 3.
- B) Os alunos 2 e 3.
- C) Apenas o aluno 2.
- D) Apenas o aluno 1.

**05.** (Feevale-RS-2016) No processo de visão humana, o cristalino desempenha um papel importante na formação da imagem. Marque a alternativa correta sobre essa estrutura do olho humano.

- A) Controla a quantidade de luz que entra no olho humano.
- B) Controla a energia dos fótons da luz incidente.
- C) Atua como lente divergente para acomodar a imagem.
- D) Atua como lente convergente para acomodar a imagem.
- E) Define as cores dos objetos.

**06.** (CN-RJ-2016) A visão de um dos principais sentidos usados pelos seres humanos para perceber o mundo e a figura a seguir representa de forma muito simplificada o olho humano, que é o veículo encarregado de levar essas percepções até o cérebro.



Sendo assim, com base na figura, é correto afirmar que o olho é

- A) míope e a correção é feita com lente convergente.
- B) míope e a correção é feita com lente divergente.

- C) hipermetrope e a correção é feita com lente convergente.
- D) hipermetrope e a correção é feita com lente divergente.
- E) normal e, nesse caso, não precisa de correção.

**07.** (ACAFE-SC-2016) Um professor resolveu fazer algumas afirmações sobre óptica para seus alunos. Para tanto, contou com o auxílio de óculos com lentes bifocais (figura a seguir). Esses óculos são compostos por duas lentes, uma superior para ver de longe e outra inferior para ver de perto.



Com base no exposto anteriormente e nos conhecimentos de óptica, analise as afirmações a seguir, feitas pelo professor a seus alunos.

- I. As lentes inferiores dos dados são aconselhadas para uma pessoa com miopia.
  - II. As lentes superiores são lentes divergentes.
  - III. Pessoas com hipermetropia e presbiopia são aconselhadas a usar as lentes inferiores.
  - IV. As lentes inferiores possibilitam que as imagens dos objetos, que se formam antes da retina, sejam formadas sobre a retina.
  - V. As lentes inferiores podem convergir os raios do Sol.
- Todas as afirmações corretas estão em
- A) III e IV.
  - B) IV e V.
  - C) II, III e V.
  - D) I, II e III.

**08.** (UTFPR-2015) Sobre o olho humano, considere as seguintes afirmações:

- I. A parte do olho denominada cristalino tem comportamento semelhante ao de uma lente convergente.
- II. No olho míope, as imagens de objetos muito distantes se formam antes da retina.
- III. A correção da hipermetropia é feita com lentes divergentes.

Está correto apenas o que se afirma em

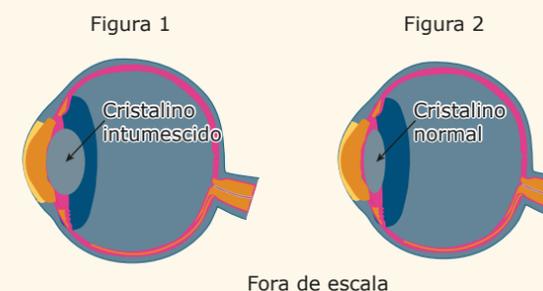
- A) I e II.
- B) II.
- C) III.
- D) I e III.
- E) I.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**01.** (Unesp-2016) Dentre as complicações que um portador de diabetes não controlado pode apresentar está a catarata, ou seja, a perda da transparência do cristalino, a lente do olho. Em situações de hiperglicemia, o cristalino absorve água, fica intumescido e tem seu raio de curvatura diminuído (Figura 1), o que provoca miopia no paciente. À medida que a taxa de açúcar no sangue retorna aos níveis normais, o cristalino perde parte do excesso de água e volta ao tamanho original (Figura 2). A repetição dessa situação altera as fibras da estrutura do cristalino, provocando sua opacificação.

Disponível em: <www.revistavigor.com.br> (Adaptação).



De acordo com o texto, a miopia causada por essa doença deve-se ao fato de, ao tornar-se mais intumescido, o cristalino ter sua distância focal

- A) aumentada e tornar-se mais divergente.
- B) reduzida e tornar-se mais divergente.
- C) aumentada e tornar-se mais convergente.
- D) aumentada e tornar-se mais refringente.
- E) reduzida e tornar-se mais convergente.

**02.** (IFG-GO) Os espelhos côncavos são utilizados nos telescópios, permitindo-nos observar (ou fotografar) estrelas e galáxias, mesmo aquelas que não podem ser vistas a olho nu. Como os corpos celestes se encontram muito afastados da Terra, a luz que chega até nós, emitida por eles, é constituída de raios praticamente paralelos. Essa luz, sendo recebida pelo espelho côncavo de um telescópio, converge para o seu foco, formando-se aí uma imagem real do astro que está sendo observado. Embora seja muito pequena a intensidade da luz que chega à Terra, proveniente de uma estrela, por exemplo, a concentração de luz provocada pelo espelho côncavo torna possível observar ou fotografar sua imagem.

MÁXIMO, Antônio; ALVARENGA, Beatriz. *Física: contexto & aplicações*. São Paulo: Scipione, 2011. p. 199. v. 2.

A respeito dos assuntos tratados no texto anterior, é correto afirmar que:

- A) Se, nos telescópios, fossem utilizados espelhos convexos ao invés de côncavos, as imagens obtidas não se alterariam.
- B) Espelhos esféricos côncavos não conjugam imagens virtuais.
- C) Quando um objeto é colocado no centro de curvatura de um espelho esférico côncavo, nenhuma imagem nítida é conjugada.
- D) A imagem de um objeto de 10 cm de altura, posicionado a 30 cm de um espelho esférico côncavo de distância focal 20 cm, é direita e tem 20 cm de altura.
- E) A ampliação produzida por um espelho esférico côncavo de raio de curvatura de 60 cm, quando um objeto é colocado a 10 cm dele, vale 1,5.

**03.** (ACAFE-SC) Um médico oftalmologista realizou uma cirurgia no globo ocular de dois pacientes (paciente A e paciente B), a fim de corrigir dois defeitos da visão. Para tanto, utiliza um método de cirurgia corretiva a *laser* que possui maior precisão e eficiência. No paciente A o procedimento corrigiu o defeito e, com isso, o ponto remoto do olho foi colocado para mais longe. No paciente B houve a correção do defeito de tal modo que o ponto próximo foi trazido para mais perto do olho. Nesse sentido, marque com V as afirmações verdadeiras e com F as falsas.

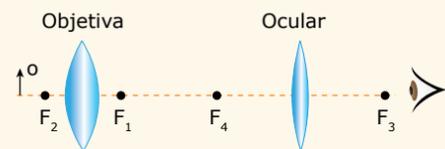
- ( ) O paciente A pode ter corrigido o defeito da hipermetropia.
- ( ) O paciente B utilizava uma lente convergente para corrigir seu defeito visual antes da cirurgia.
- ( ) A cirurgia no paciente A fez com que a imagem de um objeto, que se formava antes da retina, se forme exatamente sobre a retina.
- ( ) Antes da cirurgia a imagem de um objeto se formava atrás da retina no olho do paciente B.
- ( ) Uma das causas do defeito da visão do paciente A poderia ser por que seu globo ocular é achatado.

A sequência correta, de cima para baixo, é:

- A) F - V - V - V - F
- B) F - F - V - V - V
- C) F - V - F - V - V
- D) V - V - F - F - V

**04.** (UFPR) Um microscópio composto é constituído, em sua forma mais simples, por duas lentes convergentes colocadas em sequência, conforme esquematizado na figura a seguir. A lente mais próxima ao objeto é chamada objetiva e a lente mais próxima ao olho humano é chamada ocular.

A imagem formada pela objetiva é real, maior e invertida, e serve como objeto para a ocular, que forma uma imagem virtual, direita e maior com relação à imagem formada pela objetiva. Suponha que a distância focal da lente objetiva seja 1 cm, a distância focal da lente ocular seja 4 cm e a distância entre as lentes seja de 6 cm.



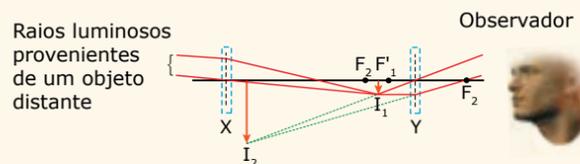
Com base nas informações anteriores e nos conceitos de Óptica, identifique como verdadeiras (V) ou falsas (F) as seguintes afirmativas:

- ( ) Para que a imagem formada pela objetiva tenha as características especificadas no enunciado, o objeto deve estar a uma distância maior que 2 cm dessa lente.
- ( ) Supondo que o objeto esteja a uma distância de 1,5 cm da objetiva, a imagem formada por esta lente estará a 3 cm dela.
- ( ) A imagem final formada por este microscópio é virtual, invertida e maior em relação ao objeto.
- ( ) A imagem formada pela objetiva deve estar a uma distância maior que 4 cm da ocular.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta, de cima para baixo.

- A) V - F - F - V
- B) F - V - V - F
- C) V - V - F - F
- D) F - F - V - V
- E) F - V - V - V

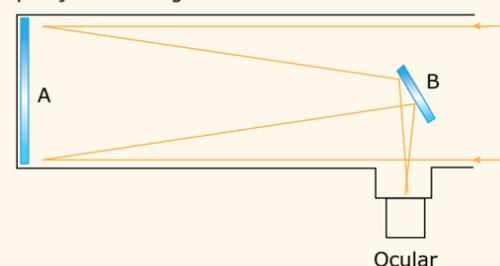
- 05.** (UFRN) O telescópio refrator é um sistema óptico constituído, basicamente, de duas lentes: a objetiva, cuja função é formar uma imagem real e reduzida do objeto em observação,  $I_1$ , nas proximidades do foco,  $F'_1$ , e a ocular, que usa essa imagem como objeto nas proximidades de seu foco,  $F_2$ , para formar uma imagem virtual e ampliada,  $I_2$ . Essa última é a imagem do objeto vista pelo observador. A figura a seguir representa um desses telescópios, no qual as duas lentes se acham localizadas nas posições correspondentes aos retângulos X e Y.



As lentes objetiva X e ocular Y que melhor se adaptam a esse telescópio devem ser

- A) ambas convergentes.
- B) ambas divergentes.
- C) respectivamente convergente e divergente.
- D) respectivamente divergente e convergente.

- 06.** (UFU-MG) Atualmente, há diversos tipos de telescópios no mercado. Apesar de suas especificidades, todos funcionam com base em princípios fundamentais da Óptica. No esquema a seguir, há representação da trajetória que os raios de luz fazem em um telescópio, conhecido como newtoniano, desde o instante em que incidem no espelho na posição A, passam pelo espelho na posição B e chegam à ocular.



É correto afirmar que os espelhos das posições A e B empregados nesse telescópio assim como as propriedades físicas que possuem e que foram empregadas nesse instrumento são, respectivamente:

- A) O espelho da posição A é côncavo, e os raios que nele incidem refletem segundo o mesmo ângulo de incidência; o espelho da posição B é convexo, e os raios de luz que nele incidem refletem convergindo para seu foco.
- B) O espelho da posição A é convexo, e os raios de luz que nele incidem refletem convergindo para seu foco; o espelho da posição B é côncavo, e os raios de luz que nele incidem refletem convergindo para seu foco.
- C) O espelho da posição A é convexo, e os raios de luz que incidem em seu vértice refletem passando pelo seu centro de curvatura; o espelho da posição B é plano, e os raios que nele incidem refletem segundo o mesmo ângulo de incidência.
- D) O espelho da posição A é côncavo, e os raios de luz que nele incidem refletem convergindo para seu foco; o espelho da posição B é plano, e os raios que nele incidem refletem segundo o mesmo ângulo de incidência.

- 07.** (Unesp) É possível improvisar uma objetiva para a construção de um microscópio simples pingando uma gota de glicerina dentro de um furo circular de 5,0 mm de diâmetro, feito com um furador de papel em um pedaço de folha de plástico. Se apoiada sobre uma lâmina de vidro, a gota adquire a forma de uma semiesfera. Dada a equação dos fabricantes de lentes para lentes imersas no ar,

$$C = \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

e sabendo que o índice de refração da glicerina é 1,5, a lente plano-convexa obtida com a gota terá vergência C, em unidades do SI, de

- A) 200 di.
- B) 80 di.
- C) 50 di.
- D) 20 di.
- E) 10 di.

- 08.** (UCB-DF-2016) Certo paciente recebe uma receita do oftalmologista para correção visual determinando uma lente de  $-4,00$  dioptrias para ambos os olhos. Essa situação hipotética indica que as lentes apresentadas são

- A) divergentes, com distância focal de  $-0,25$  m e, provavelmente, o paciente é míope.
- B) convergentes, com distância focal de  $0,40$  m e, provavelmente, o paciente é hipermetrope.
- C) divergentes, com distância focal de  $1,25$  m e, provavelmente, o paciente possui astigmatismo.
- D) convergentes, com distância focal de  $0,75$  m e, provavelmente, o paciente é hipermetrope.
- E) divergentes, com distância focal de  $-0,40$  m e, provavelmente, o paciente é míope.

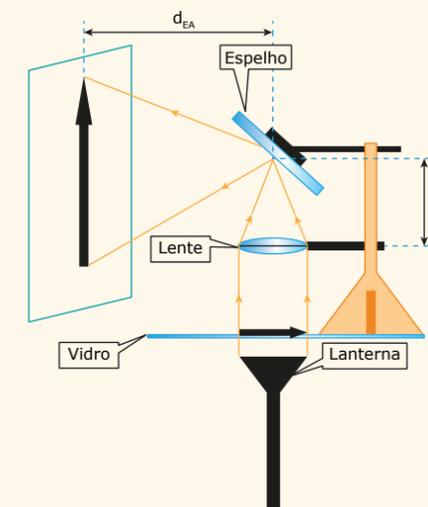
- 09.** (UFTM-MG) Cansado, depois de um longo tempo trabalhando diante de seu computador, Sr. Juca fez uma pausa, tirou seus óculos da face e percebeu que conseguia projetar uma imagem nítida da tela de seu monitor em uma parede vertical branca a 2 m das lentes de seus óculos, colocando uma das lentes a 50 cm da tela do monitor. Sabendo-se que a lente com a qual Sr. Juca projetou a imagem na parede é esférica, pode-se afirmar que ela é utilizada por ele para corrigir

- A) miopia, e tem vergência de módulo 0,4 di.
- B) miopia, e tem vergência de módulo 2,5 di.
- C) presbiopia, e tem vergência de módulo 2,0 di.
- D) hipermetropia, e tem vergência de módulo 0,4 di.
- E) hipermetropia, e tem vergência de módulo 2,5 di.

- 10.** (ACAFE-SC-2015) O retroprojetor é um aparelho simples e funcional utilizado para projeção de imagens, ainda utilizado em algumas escolas. A base do funcionamento do retroprojetor consiste na projeção e ampliação de uma imagem sobre um anteparo (tela ou parede) com utilização de uma lente convergente.

Um estudante resolveu fazer uma versão caseira de um retroprojetor utilizando uma placa de vidro, uma lente convergente, um espelho e uma lanterna para projetar a imagem de uma seta na parede (veja a figura).

Considere a distância focal da lente de 30 cm e a distância entre a lente e o espelho ( $d_{LE}$ ) de 35 cm.



A distância correta, em cm, entre o espelho e o anteparo ( $d_{EA}$ ) para que a imagem da seta seja 3 vezes maior que ela é

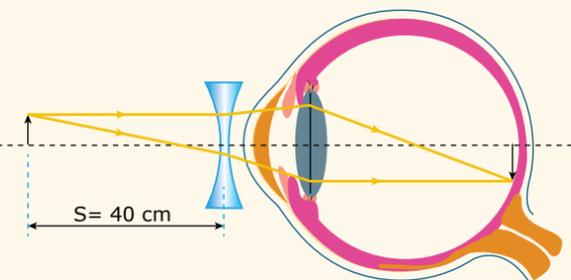
- A) 40. C) 85.
- B) 120. D) 65.

- 11.** (FAMECA-SP) Lupa, também conhecida como microscópio simples ou lente de aumento, é um instrumento óptico de comprovada utilidade na vida prática. Para que uma lente de vergência 4,0 di funcione como uma lupa, os objetos que terão sua imagem direita e ampliada devem estar localizados próximos ao eixo principal e a uma distância da lente
- A) exata de 50 cm.
  - B) exata de 25 cm.
  - C) compreendida entre 25,1 cm e 49,9 cm.
  - D) inferior a 25 cm.
  - E) superior a 50 cm.

- 12.** (UEPB) O desenvolvimento da óptica geométrica teve como motivação, assim como algumas outras áreas da Física, a necessidade de ampliar a potencialidade do ser humano e suprir algumas de suas limitações. Os binóculos, lunetas e lupas são exemplos do primeiro caso e os óculos, do segundo. Uns ampliaram a capacidade do olho humano, outros corrigiram algumas de suas debilidades. [...] O olho humano é um sensor poderosíssimo. Em parceria com o cérebro, capta as imagens que desvendam o mundo exterior com todas as suas formas, relevos, cores e movimentos. É capaz de focalizar objetos situados a vários quilômetros de distância ou a um palmo da nossa face. [...]

FÍSICA NA ESCOLA, v. 2, n. 2, 2001 (Adaptação).

Ainda acerca do assunto tratado no texto, resolva a seguinte situação-problema: uma pessoa, ao perceber que a maior distância em que enxerga nitidamente um objeto é 40 cm, foi a um oculista que, ao constatar que a paciente tinha miopia, receitou lentes de correção para o defeito de sua visão. A convergência, em dioptrias (em graus) dessa lente, capaz de corrigir esse defeito é



- A) -1,5.
- B) -3,0.
- C) -2,0.
- D) -2,5.
- E) -2,2.

**13.** (UNEB-BA-2015) "Doenças que afetam grande número de brasileiros e causam muitas mortes, a tuberculose e a síndrome da imunodeficiência adquirida (aids) recebem uma atenção diferenciada do sistema público de saúde. Quando as duas doenças estão associadas, porém, a situação é ainda mais preocupante, já que essa coinfeção aumenta o risco de morte".

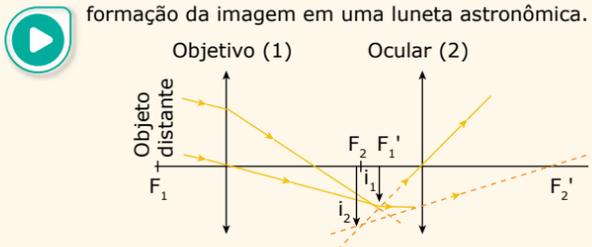
Uma amostra de bactéria *Mycobacterium tuberculosis* é vista por um microscópio composto, constituído por uma lente objetiva, de distância focal igual a 6,0 mm, e uma lente ocular, de aumento linear transversal de, aproximadamente, 11,4. Colocando-se a amostra a 6,1 mm do centro óptico da lente objetiva, a imagem final fornecida pelo microscópio composto terá a ampliação, em módulo, de, aproximadamente,

- A) 870.
- B) 768.
- C) 684.
- D) 550.
- E) 532.

**14.** (UECE) Uma estudante constrói uma luneta usando uma lente convergente de 58,2 cm de distância focal como objetiva e uma lente convergente com 1,9 cm de distância focal como ocular. Sabendo-se que a distância entre as lentes ocular e objetiva é de 60 cm, qual é, aproximadamente, a distância, em centímetros, entre a imagem final de um astro observado e a ocular?

- A) 10,0
- B) 30,6
- C) 34,2
- D) 36,4

**15.** (PUC-Campinas-SP) O esquema a seguir mostra a formação da imagem em uma luneta astronômica.



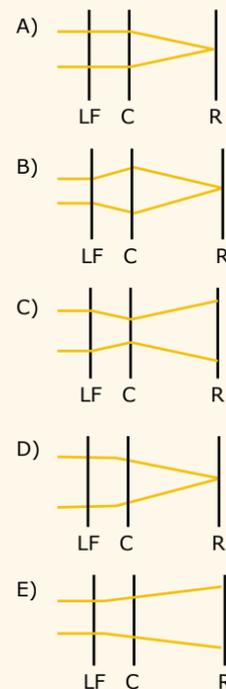
Numa certa luneta as distâncias focais da objetiva e da ocular são de 60 cm e 30 cm, respectivamente, e a distância entre elas é de 80 cm. Nessa luneta a imagem final de um astro distante se formará a

- A) 30 cm da objetiva.
- B) 30 cm da ocular.
- C) 40 cm da objetiva.
- D) 60 cm da objetiva.
- E) 60 cm da ocular.

### SEÇÃO ENEM

**01.** (Enem-2015) O avanço tecnológico da medicina propicia o desenvolvimento de tratamento para diversas doenças, como as relacionadas à visão. As correções que utilizam *laser* para o tratamento da miopia são consideradas seguras até 12 dioptrias, dependendo da espessura e curvatura da córnea. Para valores de dioptria superiores a esse, o implante de lentes intraoculares é mais indicado. Essas lentes, conhecidas como lentes fálicas (LF), são implantadas junto à córnea, antecedendo o cristalino (C), sem que esse precise ser removido, formando a imagem correta sobre a retina (R).

O comportamento de um feixe de luz incidindo no olho que possui um implante de lentes fálicas para correção do problema de visão apresentado é esquematizado por



**02.** (Enem) As lentes fotocromáticas escurecem quando expostas à luz solar por causa de reações químicas reversíveis entre uma espécie incolor e outra colorida. Diversas reações podem ser utilizadas, e a escolha do melhor reagente para esse fim se baseia em três principais aspectos: (i) o quanto escurece a lente; (ii) o tempo de escurecimento quando exposta à luz solar; e (iii) o tempo de esmaecimento em ambiente sem forte luz solar. A transmitância indica a razão entre a quantidade de luz que atravessa o meio e a quantidade de luz que incide sobre ele.

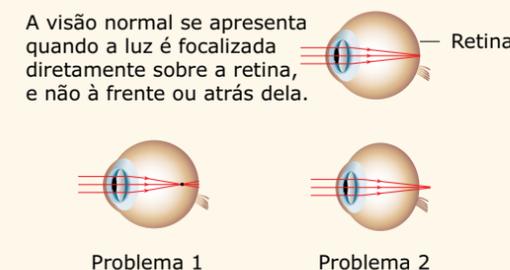
Durante um teste de controle para o desenvolvimento de novas lentes fotocromáticas, foram analisadas cinco amostras, que utilizam reagentes químicos diferentes. No quadro, são apresentados os resultados.

Amostra	Tempo de escurecimento (segundo)	Tempo de esmaecimento (segundo)	Transmitância média da lente quando exposta à luz solar (%)
1	20	50	80
2	40	30	90
3	20	30	50
4	50	50	50
5	40	20	95

Considerando os três aspectos, qual é a melhor amostra de lente fotocromática para se utilizar em óculos?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

**03.** O olho humano é formado, basicamente, por um conjunto de lentes convergentes (córnea e cristalino), que tem a função de projetar imagens sobre a retina para que a pessoa possa enxergar nitidamente. Observe as figuras a seguir, que ilustram dois dos problemas de visão mais comuns:



Biblioteca Nacional de Medicina dos EUA.

- A) No problema 1, o olho está muito convergente, o que é chamado de hipermetropia, e esse problema é corrigido por lentes divergentes.
- B) No problema 2, o olho está muito convergente, o que é chamado de hipermetropia, e esse problema é corrigido por lentes divergentes.
- C) No problema 1, o olho está muito convergente, o que é chamado de miopia, e esta é corrigida por lentes divergentes.
- D) No problema 2, o olho está pouco convergente, o que é chamado de miopia, que é corrigida por lentes convergentes.
- E) No problema 1, o olho está pouco convergente, o que é chamado de miopia, que é corrigida por lentes convergentes.

## GABARITO

Meu aproveitamento 

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D
- 02. A
- 03. C
- 04. C
- 05. D
- 06. B
- 07. C
- 08. A

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. E
- 02. E
- 03. A
- 04. B
- 05. A
- 06. D
- 07. A
- 08. A
- 09. E
- 10. C
- 11. D
- 12. D
- 13. C
- 14. C
- 15. E

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. B
- 02. C
- 03. C



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Movimento Harmônico Simples (MHS)

A natureza apresenta muitos fenômenos repetitivos. Como exemplos, podemos citar: os movimentos da Lua em torno da Terra e desta em torno do Sol, o batimento cardíaco, a vibração dos átomos e moléculas nas diversas substâncias, entre outros.

Se um fenômeno se repete em intervalos de tempo iguais, ele é chamado de **periódico**. Se ele apresenta um movimento de vai e vem, passando sempre por uma posição central na ida e na volta, é chamado de **oscilatório**. Um exemplo, com ambas as características citadas, muito nos interessa: o Movimento Harmônico Simples (MHS), que vamos discutir a seguir.

### CARACTERÍSTICAS DO MHS

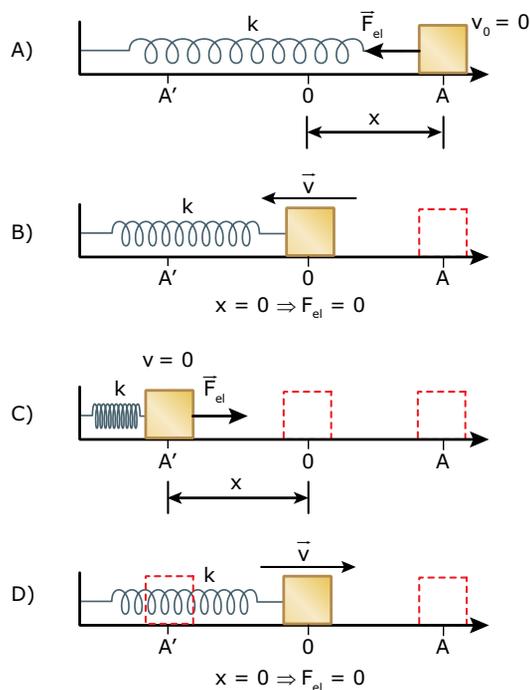
Considere uma mola ideal, de constante elástica  $k$ , com uma de suas extremidades presa a uma parede. A outra extremidade da mola é presa a um pequeno bloco de massa  $m$ , colocado sobre um plano horizontal sem atrito. O bloco pode oscilar sobre o plano horizontal entre os extremos A e A', simétricos em relação à posição central (0). Um conjunto desse tipo é chamado de **sistema massa-mola**. Nesse tipo de sistema, a força resultante que atua sobre o bloco é a força elástica ( $F_{el}$ ) exercida pela mola, cuja intensidade pode ser calculada por:

$$F_{el} = -kx \Rightarrow \begin{cases} k = \text{constante elástica da mola} \\ x = \text{deformação da mola (elongação)} \end{cases}$$

Nessa equação, o sinal negativo indica que, estando deformada, a mola sempre atua no sentido de puxar / empurrar o bloco de volta para a posição central (0). Toda força com esse atributo é chamada de **força restauradora**.

Quando a mola não está deformada ( $x = 0$ ), ela não exerce força sobre o bloco. Portanto, a força resultante e a aceleração que atuam sobre ele são nulas. Por esse motivo, o ponto central (0) é chamado de posição de equilíbrio do sistema. Analise as figuras a seguir. Imagine que você puxe o bloco até o ponto A (Figura A) e o abandone.

Nessa posição, a deformação da mola e a força exercida sobre o bloco são máximas. Ao abandonar o bloco, ele inicia seu movimento dirigindo-se para a posição de equilíbrio. Como a força atua no mesmo sentido da velocidade, o módulo desta aumenta. Quando o bloco chega à posição de equilíbrio (0), sua velocidade é máxima e para a esquerda (Figura B). Assim, por inércia, o bloco continua o seu movimento até a posição A'. No trajeto do ponto central (0) para A', a força exercida pela mola, que se encontra comprimida, opõe-se ao movimento do bloco. Portanto, o módulo da velocidade do bloco diminui, até anular-se na extremidade esquerda (Figura C).



Quando o bloco chega à posição A', ele inicia seu movimento de retorno e chega ao ponto central (0), com velocidade máxima para a direita (Figura D). Uma vez que o bloco passa com grande velocidade pela posição de equilíbrio, ele continua seu movimento até atingir o ponto A, com velocidade nula. O ponto A foi a posição em que o movimento começou e é o ponto em que ele se reinicia. Isso corresponde a uma oscilação completa do sistema.

Veja a seguir os módulos das grandezas alongação ( $x$ ), força exercida pela mola ( $F_{el}$ ), aceleração ( $a$ ) e velocidade ( $v$ ) para os três pontos citados no movimento do bloco.

	$x$	$F_{el}$	$a$	$v$
<b>A</b>	máx	máx	máx	0
<b>O</b>	0	0	0	máx
<b>A'</b>	máx	máx	máx	0

O intervalo de tempo necessário para que o bloco descreva o trajeto mostrado ( $A \rightarrow 0 \rightarrow A' \rightarrow 0 \rightarrow A$ ) é constante para um mesmo sistema massa-mola e é chamado de **período** ( $T$ ) do movimento. O período corresponde ao intervalo de tempo de uma oscilação completa do sistema. Dessa forma, o MHS é periódico e, portanto, possui uma frequência de oscilação ( $f$ ). A **frequência** mede o número de oscilações efetuadas a cada unidade de tempo. A relação entre o período e a frequência é a seguinte:

$$f = \frac{1}{T}$$

No SI  $\Rightarrow$   $\begin{cases} T \text{ é expresso em s} \\ f \text{ é expresso em } s^{-1} = \text{Hz (hertz)} \end{cases}$

O bloco, no sistema massa-mola citado,

- está sob a ação exclusiva de uma força resultante, que é uma **força restauradora**, proporcional à alongação ( $F_R \propto x$ );
- apresenta um movimento que é
  - retilíneo;
  - oscilatório;
  - periódico.

Toda partícula que apresenta essas quatro características executa um **Movimento Harmônico Simples** (MHS). Ela oscila entre duas posições fixas e gasta sempre o mesmo intervalo de tempo em uma oscilação completa, chamado de período ( $T$ ) do movimento.

### Período (T) do sistema massa-mola

Fazendo as operações matemáticas necessárias (não desenvolvidas aqui), é possível demonstrar que o período ( $T$ ) do sistema massa-mola é dado por:

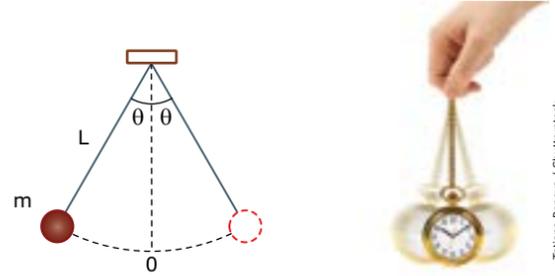
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \begin{cases} m = \text{massa do bloco} \\ k = \text{constante elástica da mola} \end{cases}$$

### Período (T) do pêndulo simples

O pêndulo simples consiste de uma partícula de massa  $m$ , presa a um fio ideal de comprimento  $L$ , que é posta a oscilar numa região em que a aceleração da gravidade possui valor  $g$ .

O movimento descrito pela partícula é oscilatório, periódico e submetido a uma força restauradora que depende do ângulo  $\theta$ , formado entre o fio e a vertical, a cada instante. No caso do pêndulo simples, a força restauradora é a componente do peso da esfera na direção do movimento. Essa força tende a levar a partícula sempre para a posição de equilíbrio (0).

Para pequenas oscilações, a trajetória da partícula do pêndulo simples pode ser considerada retilínea. Portanto, dentro dos limites dessa aproximação, o movimento do pêndulo simples é um MHS. Veja a seguir:



É possível demonstrar que o período ( $T$ ) do pêndulo simples é dado por:

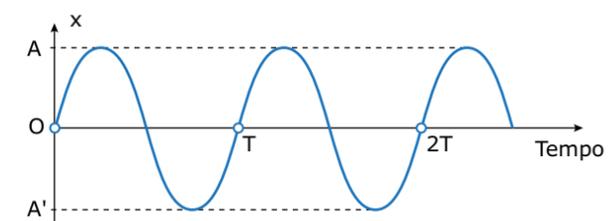
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \begin{cases} L = \text{comprimento do fio} \\ g = \text{aceleração local da gravidade} \end{cases}$$

Observe que o período **não** depende da massa ( $m$ ) da partícula.

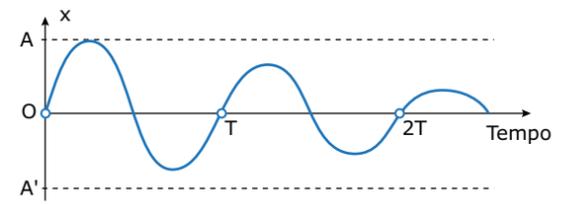
O afastamento máximo do bloco no sistema massa-mola ( $x_{máx}$ ), ou da partícula no pêndulo simples ( $\theta_{máx}$ ), em relação à posição de equilíbrio (0), é chamado de **amplitude** de oscilação ( $A$ ). Observe, nas duas equações anteriores, que o período e, portanto, a frequência **não** dependem da amplitude de oscilação do sistema.

Se o pêndulo estiver submetido a uma outra aceleração vertical ( $a$ ), além da gravidade ( $g$ ), o período de oscilação do pêndulo deve ser calculado em função da aceleração resultante. Por exemplo, se a partícula estiver eletrizada e o pêndulo oscilar dentro de uma região na qual existe um campo elétrico vertical, a aceleração, devido ao campo elétrico, deve ser considerada para se calcular o período de oscilação do pêndulo.

A amplitude ( $A$ ) de oscilação de um bloco em Movimento Harmônico Simples é constante, uma vez que ele não está sujeito a atritos, ou estes são desprezíveis. Sendo assim, o bloco oscila, indefinidamente, entre as posições A e A', citadas anteriormente. O gráfico da posição – alongação ( $x$ ) – ocupada pelo bloco no MHS, em função do tempo, tem a forma de uma senoide, conforme mostrado na figura a seguir. Observe, no gráfico, que o intervalo de tempo gasto em uma oscilação completa é constante (período).



Se o atrito não é desprezível, a amplitude ( $A$ ) de oscilação do bloco diminui com o tempo, levando o bloco ao repouso após determinado número de oscilações. Nesse caso, o movimento é chamado de Movimento Harmônico Amortecido (MHA), e o gráfico da posição ( $x$ ), em função do tempo, está mostrado na figura a seguir. Veja que o período ( $T$ ) não sofre alteração devido ao amortecimento, ou seja, ele não depende da amplitude.



A mesma ideia se aplica para um pêndulo simples. Ou seja, o amortecimento na oscilação de uma pequena esfera presa a um barbante não altera o período de oscilação do sistema. Dessa forma, colocando o pêndulo a oscilar e medindo-se o tempo gasto por ele para executar um determinado número de oscilações completas, é possível determinar o seu período. Assim, conhecendo o comprimento do pêndulo é possível determinar o valor da gravidade local.

**CONTEÚDO NO Bernoulli Play**

**Laboratório MHS**

O simulador "Laboratório MHS", disponível no Bernoulli Digital, permite observar o movimento de um pêndulo simples e fazer várias simulações com parâmetros diferentes. Perceba quais grandezas são capazes de influenciar o período de oscilação do sistema.

### CONCEITOS INICIAIS SOBRE ENERGIA

O conceito de energia é um dos mais importantes da Física. Assim, vamos fazer uma breve introdução ao assunto, que será discutido, com mais detalhes, em módulos posteriores.

Todo corpo de massa  $m$  que se desloca pelo espaço tem, associada ao seu movimento, uma energia chamada de energia cinética ( $E_c$ ). Ela será tanto maior quanto maiores forem a massa e a velocidade do corpo, conforme mostram a figura e a equação a seguir:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

Quando um bloco comprime ou distende uma mola, esse sistema armazena uma energia, chamada de energia potencial elástica ( $E_{pe}$ ). Esta será tanto maior quanto maiores forem a constante elástica ( $k$ ) da mola e a deformação ( $x$ ) desta, conforme mostram a figura e a equação a seguir:

$$E_{pe} = \frac{kx^2}{2}$$

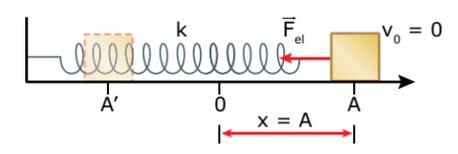
A energia mecânica ( $E_M$ ) do sistema é a soma das energias cinética e potencial, ou seja:

$$E_M = E_c + E_{pe}$$

Na natureza, existe uma classe especial de forças, chamadas de **forças conservativas**. Sempre que um sistema está submetido à ação exclusiva de forças dessa natureza, a energia mecânica desse sistema permanece constante. Se o sistema perde energia cinética, ele ganha uma quantidade igual de energia potencial. Se o sistema perde energia potencial, ele ganha igual quantidade de energia cinética. Assim, a energia mecânica de um sistema, sujeito exclusivamente a forças conservativas, se conserva.

### A energia do sistema massa-mola

Considere um bloco oscilando entre as posições A e A', numa superfície horizontal sem atrito, conforme mostra a figura a seguir:

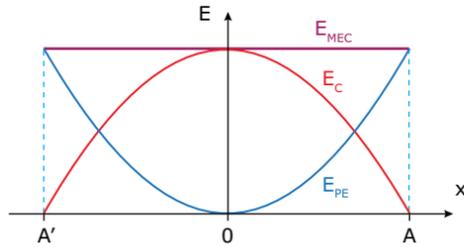


No ponto A, a velocidade e a energia cinética do bloco são nulas. Já a alongação da mola é máxima e igual à amplitude ( $A$ ) de oscilação. Portanto, no ponto A, a energia mecânica ( $E_M$ ) do sistema, que oscila na horizontal, é formada, apenas, pela energia potencial elástica ( $E_{pe}$ ), dada por:

$$E_M = E_{pe} \Rightarrow E_M = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_M = \frac{kA^2}{2}$$

A força elástica exercida pela mola é uma força conservativa. Portanto, a energia mecânica do sistema permanece constante. Em qualquer ponto da trajetória do bloco, a soma das energias cinética e potencial elástica do sistema é constante e igual a  $(1/2)kA^2$ . Dessa forma, quando o bloco entra em movimento, a energia potencial elástica do sistema começa a ser convertida em energia cinética. Posteriormente, quando o bloco começar a parar, a energia cinética do sistema começará a ser convertida em energia potencial e, assim, uma forma de energia vai sendo convertida na outra, enquanto o sistema estiver oscilando.

O gráfico a seguir mostra como variam as energias cinética e potencial do sistema enquanto ele oscila entre as posições A e A'.



Observe que, na posição de equilíbrio (0), a energia cinética do sistema é máxima e igual à energia mecânica deste. Na posição de equilíbrio, o módulo da velocidade é máximo ( $v_{m\acute{a}x}$ ) e pode ser calculado por:

$$E_{C_{m\acute{a}x}} = E_M \Rightarrow \frac{mv_{m\acute{a}x}^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow v_{m\acute{a}x} = A\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Observe que a velocidade máxima do bloco é proporcional à sua amplitude de oscilação. Dessa forma, se a amplitude for aumentada, a velocidade máxima do bloco aumenta na mesma proporção. Por esse motivo, o período (intervalo de tempo de uma oscilação completa) não depende da amplitude, conforme citado anteriormente. Isso pode ser demonstrado, facilmente, substituindo-se o termo  $(k/m)$ , obtido na equação anterior, na equação do período do sistema massa-mola.



**PARA REFLETIR**

Quais são os valores da elongação ( $x$ ), em relação à amplitude ( $A$ ), para os quais as energias cinética e potencial elástica são iguais?

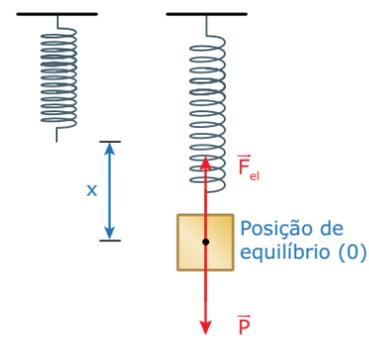
**EXERCÍCIO RESOLVIDO**

- 01.** Um pequeno bloco de massa  $m = 2,0$  kg está preso em uma mola ideal, de constante elástica  $k = 50$  N/m, cuja parte superior se prende ao teto. O bloco encontra-se, inicialmente, em repouso. A energia potencial gravitacional de um sistema de massa  $m$ , colocado numa região em que a aceleração da gravidade é  $g$ , pode ser calculada por  $E_{PG} = mgh$ , em que  $h$  é a altura até o nível de referência para a energia potencial. Esse bloco é puxado para uma posição 40 cm abaixo da posição de equilíbrio e abandonado. Assim, ele oscila para cima e para baixo.
- a deformação da mola na posição de equilíbrio.
  - o período de oscilação do sistema.
  - a velocidade máxima do bloco.
  - a aceleração do bloco na posição inferior da oscilação.

**Resolução:**

- A) As figuras a seguir mostram a mola isoladamente e o sistema massa-mola em sua posição de equilíbrio (força resultante nula). Veja que, nessa posição, a força elástica ( $F_{el}$ ) exercida pela mola anula o peso ( $P$ ) do bloco.

Logo:



$$\begin{aligned} \Sigma F = 0 &\Rightarrow F_{el} = P \Rightarrow \\ kx = mg &\Rightarrow \\ 50x = 2,0 \cdot 10 &\Rightarrow \\ x = 0,40 \text{ m} = 40 \text{ cm} \end{aligned}$$

- B) O período de oscilação do sistema massa-mola pode ser calculado por:

$$\begin{aligned} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} &\Rightarrow T = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{\frac{2,0}{50}} \Rightarrow \\ T = 1,2 \text{ s} \end{aligned}$$

- C) O bloco apresenta velocidade máxima quando passa pela posição de equilíbrio (mostrada na figura anterior), posição em que a resultante das forças que atuam sobre o bloco é nula. Considere o ponto mais baixo da oscilação (B) como o nível zero de energia potencial. Nesse ponto, a deformação da mola é  $x = 80$  cm e a velocidade do bloco é nula, portanto, nesse ponto, as energias cinética e potencial gravitacional são nulas. Como esse sistema é conservativo, sua energia mecânica se conserva e, dessa forma, podemos escrever:

$$\begin{aligned} E_{MEC(0)} = E_{MEC(B)} &\Rightarrow \\ (E_C + E_{PE} + E_{PG})_0 = (E_{PE})_B &\Rightarrow \\ \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}kx_B^2 &\Rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot 2,0v_0^2 + \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0,40^2 + 2,0 \cdot 10 \cdot 0,4 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0,80^2 &\Rightarrow \\ v_0^2 + 4,0 + 8,0 = 16 &\Rightarrow v_0 = 2,0 \text{ m/s} \end{aligned}$$

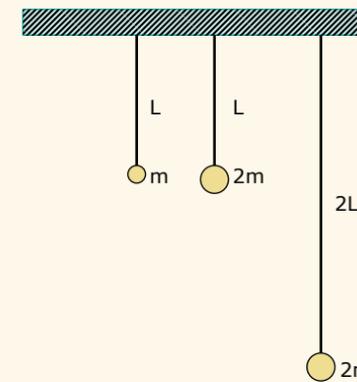
- D) Na posição inferior (B) da oscilação, atuam no bloco duas forças: seu peso, para baixo, e a força elástica exercida pela mola, para cima. Portanto, a aceleração é dada por:

$$\begin{aligned} F_R = ma &\Rightarrow a = F_R/m \\ F_R = F_{el} - P &\Rightarrow F_R = kx_B - mg \\ a = \frac{kx_B - mg}{m} = \frac{50 \cdot 0,80 - 2,0 \cdot 10}{2,0} &\Rightarrow \\ a = 10 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

**EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM**



- 01.** (UFJF-MG) A figura mostra três massas penduradas por fios presos ao teto. As massas serão postas para oscilar e se movimentarão como pêndulos simples. No pêndulo 1, da esquerda, o comprimento do fio é  $L$  e a massa é  $m$ . No pêndulo 2, do meio, o comprimento é  $L$ , mas a massa é  $2m$ . No pêndulo 3, da direita, o comprimento é  $2L$  e a massa é  $2m$ . Assinale a alternativa correta, quanto ao período de cada pêndulo.

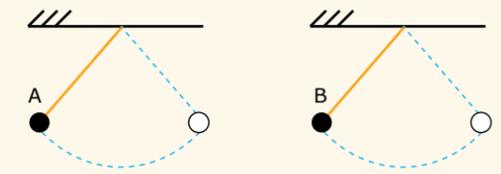


- Os três períodos serão distintos entre si.
- Os períodos dos pêndulos 1 e 2 serão iguais, e diferentes do período do pêndulo 3.
- Os períodos dos pêndulos 1 e 3 serão iguais, e diferentes do período do pêndulo 2.
- Os períodos dos pêndulos 2 e 3 serão iguais, e diferentes do período do pêndulo 1.
- Todos os pêndulos terão o mesmo período.

- 02.** (UECE-2019) Em antigos relógios de parede era comum o uso de um pêndulo realizando um movimento harmônico simples. Considere que um desses pêndulos oscila de modo que vai de uma extremidade a outra em 0,5 s. Assim, a frequência de oscilação desse pêndulo é, em Hz,
- 0,5.
  - 1.
  - $2\pi$ .
  - 2.

- 03.** (UECE-2016) Um pêndulo de relógio antigo foi construído com um fio metálico muito fino e flexível. Prendeu-se a uma das extremidades do fio uma massa e fixou-se a outra extremidade ao teto. Considerando exclusivamente os efeitos da temperatura ambiente no comprimento do fio, pode-se afirmar corretamente que, com um aumento de temperatura, o período e a frequência do pêndulo
- diminui e aumenta, respectivamente.
  - aumenta e diminui, respectivamente.
  - aumenta e mantém-se constante, respectivamente.
  - se mantêm constantes.

- 04.** (UFU-MG-2018) Considere duas situações em que dois pêndulos (A e B) de mesmo comprimento oscilam livremente em um cenário isento de resistência do ar. A esfera A tem o mesmo volume que a B, todavia, por serem de materiais diferentes, a densidade de A é um terço da de B. Ambas são soltas da mesma altura e do repouso para iniciarem a oscilação.



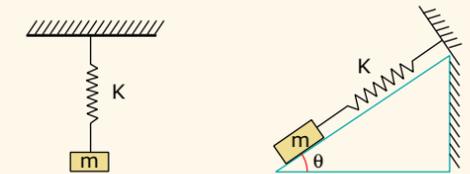
Com base na situação descrita, são feitas algumas afirmações.

- O período de oscilação de A é igual ao de B.
- A velocidade com que B passa pelo ponto mais baixo da trajetória é três vezes maior do que a velocidade com que A passa pelo mesmo ponto.
- A aceleração com que B passa pelo ponto mais baixo da trajetória é maior do que a de A nesse mesmo ponto.

Em relação às afirmações anteriores, marque V para as verdadeiras e F para as falsas e assinale a alternativa correta.

- I - F; II - V; III - F.
- I - V; II - F; III - V.
- I - F, II - V; III - V.
- I - V; II - F; III - F.

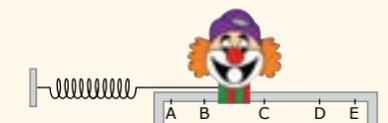
- 05.** (CEFET-MG-2015) Um estudante utilizou uma mola de constante elástica  $k$  e um bloco de massa  $m$  para montar dois experimentos conforme ilustra a figura.



Inicialmente, o sistema foi colocado para oscilar na vertical e a frequência observada foi  $f$ . Ao montar o sistema no plano inclinado e com atrito desprezível, a frequência de oscilação observada foi:

- $f$
- $f \cdot \text{tg } \theta$
- $f \cdot \text{sen } \theta$
- $f \cdot \text{cos } \theta$
- $f \cdot \text{sen}^2 \theta$

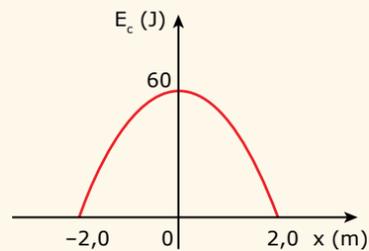
- 06.** (Unesp-2016) Em um parque de diversões, existe uma atração na qual o participante tenta acertar bolas de borracha na boca da figura de um palhaço que, presa a uma mola ideal, oscila em movimento harmônico simples entre os pontos extremos A e E, passando por B, C e D, de modo que em C, ponto médio do segmento AE, a mola apresenta seu comprimento natural, sem deformação.



Uma pessoa, ao fazer suas tentativas, acertou a primeira bola quando a boca passou por uma posição em que o módulo de sua aceleração é máximo e acertou a segunda bola quando a boca passou por uma posição em que o módulo de sua velocidade é máxima. Dos pontos indicados na figura, essas duas bolas podem ter acertados a boca da figura do palhaço, respectivamente, nos pontos

A) A e C.                      C) C e D.                      E) B e C.  
 B) B e E.                      D) E e B.

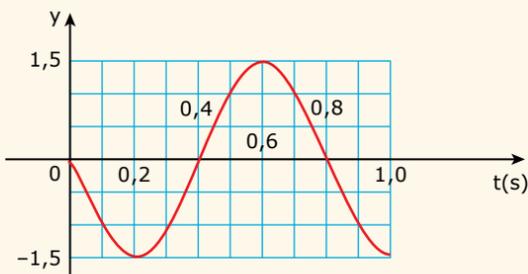
**07.** (EsPCEX-SP) O gráfico exposto representa a energia cinética  $E_c$  de um oscilador massa-mola ideal, que descreve um movimento harmônico simples em função da sua posição  $x$ .



Podemos afirmar que na posição  $x = -1,0$  m a energia cinética, em joules, do oscilador vale

A) 42.                      C) 49.                      E) 55.  
 B) 45.                      D) 52.

**08.** (Unitau-SP) O gráfico mostra a posição de um ponto em função do tempo. Assim, o período e a frequência são, respectivamente,



A) 0,8 s e 1,25 Hz.                      D) 4 s e 0,25 Hz.  
 B) 2 s e 0,5 Hz.                      E) 0,5 s e 2 Hz.  
 C) 1,5 s e (2/3) Hz.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**01.** (UECE-2018) Considere um sistema massa-mola que oscila verticalmente sob a ação da gravidade,  $g$ , e tem a mola de constante elástica  $k$  e distensão  $x$ . Sendo a massa  $m$ , é correto afirmar que a energia potencial do sistema é função de

A)  $k$  e  $x^2$  apenas.                      C)  $m$  e  $g$  apenas.  
 B)  $m$ ,  $g$ ,  $x$  e  $k$ .                      D)  $m$ ,  $g$  e  $x$  apenas.

**02.** (CEFET-MG) Dois sistemas de massa-mola oscilam com as frequências  $f_A$  e  $f_B$ , tal que  $f_A = 2f_B$ . Sabendo que as constantes elásticas das molas são iguais, a razão entre as massas,  $M_A/M_B$ , é:

- A) 2    D)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$   
 B) 4    E)  $\frac{1}{4}$   
 C)  $\sqrt{2}$

**03.** (UFRGS-RS) Um determinado pêndulo simples oscila com pequena amplitude em um dado local da superfície terrestre, e seu período de oscilação é de 8 s. Reduzindo-se o comprimento desse pêndulo para  $\frac{1}{4}$  do comprimento original, sem alterar sua localização, é correto afirmar que sua frequência, em Hz, será de

- A) 2.    D)  $\frac{1}{8}$   
 B)  $\frac{1}{2}$ .    E)  $\frac{1}{16}$   
 C)  $\frac{1}{4}$ .

**04.** (UEFS-BA-2015) O pêndulo simples é um sistema idealizado consistindo em uma partícula suspensa por um cabo leve inextensível que, quando puxado para um dos lados de sua posição de equilíbrio e liberado, oscila no plano vertical sob a influência da força gravitacional. Considere um pêndulo simples com comprimento de 9,0 m e que executa 20 oscilações completas em 2,0 min, em um determinado local.

Com base nessas informações, conclui-se que o módulo da aceleração da gravidade nesse local, em  $m/s^2$ , é, aproximadamente, igual a

A) 9,53.    D) 9,98.  
 B) 9,61.    E) 10,05.  
 C) 9,87.

**05.** (UEG-GO-2018) Em 1851, Léon Foucault realizou um experimento para demonstrar o movimento de rotação da Terra. Esse experimento ficou conhecido como o pêndulo de Foucault, que consistia em uma esfera de 28 kg, pendurada na cúpula do Pantheon de Paris, por um fio inextensível de comprimento  $L$ . Se o período do pêndulo medido por Foucault foi de 16 s, e adotando-o como um pêndulo simples, o comprimento aproximado do fio, em metros, era de

**Adote:**  $\pi = 3$   
 $g = 10 \text{ m/s}^2$

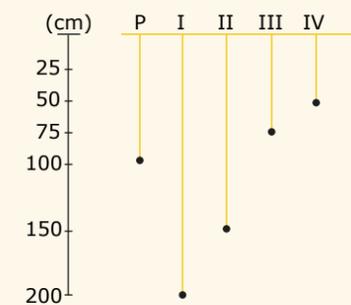
A) 71.    D) 44.  
 B) 20.    E) 85.  
 C) 64.

**06.** (Mackenzie-SP) Um corpo de 100 g, preso a uma mola ideal de constante elástica  $2 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ , descreve um MHS de amplitude 20 cm, como mostra a figura. A velocidade do corpo, quando sua energia cinética é igual à potencial, é



- A) 20 m/s.    D) 10 m/s.  
 B) 16 m/s.    E) 5 m/s.  
 C) 14 m/s.

**07.** (UFRGS-RS) A figura a seguir representa seis pêndulos simples, que estão oscilando num mesmo local.



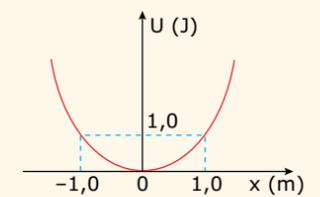
O pêndulo P executa uma oscilação completa em 2 s. Qual dos outros pêndulos executa uma oscilação completa em 1 s?

- A) I  
 B) II  
 C) III  
 D) IV  
 E) V

**08.** (UPF-RS-2016) Um pêndulo simples, de comprimento de 100 cm, executa uma oscilação completa em 6 s, num determinado local. Para que esse mesmo pêndulo, no mesmo local, execute uma oscilação completa em 3 s, seu comprimento deverá ser alterado para

- A) 200 cm.  
 B) 150 cm.  
 C) 75 cm.  
 D) 50 cm.  
 E) 25 cm.

**09.** (PUC Minas) Uma partícula de massa 0,50 kg move-se sob a ação apenas de uma força, à qual está associada uma energia potencial  $U(x)$ , cujo gráfico em função de  $x$  está representado na figura exposta. Esse gráfico consiste em uma parábola passando pela origem. A partícula inicia o movimento a partir do repouso, em  $x = -2,0$  m. Sobre essa situação, é falso afirmar que



- A) a energia mecânica dessa partícula é 8,0 J.  
 B) a velocidade da partícula, ao passar por  $x = 0$ , é 4,0 m/s.  
 C) em  $x = 0$ , a aceleração da partícula é zero.  
 D) quando a partícula passar por  $x = 1,0$  m, sua energia cinética é 3,0 J.

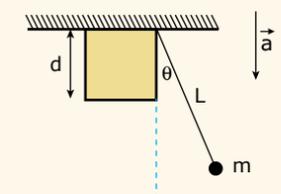
**10.** (Unifor-CE-2016) Uma balança de mola é um equipamento no qual a massa de um corpo a ser medida é mecanicamente equilibrada pela força elástica exercida por uma mola previamente calibrada. Suponha que um pacote ao ser suspenso em uma balança de mola que tem 10,0 cm de comprimento, oscila verticalmente com uma frequência de 4,00 Hz. Admitindo que a escala dessa balança mede massas de 0 kg a 10,0 kg e qual é o valor da constante elástica e a massa do pacote por ela suspenso respectivamente? Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A) 1 225 N/m e 7,76 kg.  
 B) 1 150 N/m e 4,23 kg.  
 C) 1 000 N/m e 1,58 kg.  
 D) 980 N/m e 6,89 kg.  
 E) 800 N/m e 10,8 kg.

**11.** (UDESC) Na superfície de um planeta de massa  $M$ , um pêndulo simples de comprimento  $L$  tem período  $T$  duas vezes maior que o período na superfície da Terra. A aceleração, devido à gravidade neste planeta, é

A)  $20,0 \text{ m/s}^2$ .    D)  $15,0 \text{ m/s}^2$ .  
 B)  $5,0 \text{ m/s}^2$ .    E)  $40 \text{ m/s}^2$ .  
 C)  $2,5 \text{ m/s}^2$ .

**12.** (UPE-2015) Um pêndulo ideal da massa  $m = 0,5 \text{ kg}$  e comprimento  $L = 1,0 \text{ m}$  é liberado do repouso a partir de um ângulo  $\theta$  muito pequeno. Ao oscilar, ele interage com um obstáculo em forma de cubo, de aresta  $d$ , que está fixado ao teto.



Sabendo que o período de oscilação do pêndulo é igual a  $T = 1,5 \text{ s}$  e que a aceleração da gravidade no local do experimento tem módulo  $a = \pi^2 \text{ m/s}^2$ , determine o valor  $d$  em metros.

- A) 0,25 m.    D) 1,00 m.  
 B) 0,50 m.    E) 1,50 m.  
 C) 0,75 m.

**13.** (UDESC–2017) Um antigo relógio de pêndulo (considere-o como um pêndulo simples) é constituído de uma barra metálica delgada. Este relógio é construído e calibrado para a região Norte do Brasil. Considere uma situação na qual ele é enviado da região Norte para a região Sul do Brasil, experimentando uma variação de temperatura média  $\Delta t$ . Em virtude desta mudança de temperatura o comprimento da barra é alterado, ocasionando uma mudança em seu período de oscilação. Sejam:



$L_N$  o comprimento do pêndulo quando na região Norte, na temperatura média  $t_N$ ;

$L_S$  o comprimento do pêndulo quando na região Sul, na temperatura média  $t_S$ ;

$\alpha$  o coeficiente de dilatação linear da barra metálica que forma o pêndulo;

$T_N$  o período das oscilações do pêndulo quando na região Norte;

$T_S$  o período das oscilações do pêndulo quando na região Sul;

$g$  a aceleração da gravidade (considere o mesmo valor nas duas regiões).

Com base nestas informações, é correto afirmar que o coeficiente de dilatação linear da barra metálica vale:

- A)  $\frac{(T_N/T_S)^2 - 1}{\Delta t}$
- B)  $\frac{(T_S/T_N)^2 + 1}{\Delta t}$
- C)  $\frac{(T_S/T_N)^2 - 1}{\Delta t}$
- D)  $\frac{(T_N/T_S)^2 + 1}{\Delta t}$
- E)  $\frac{(T_N/T_S) - 1}{\Delta t}$

## SEÇÃO ENEM

**01.** (Enem–2018) O sonorizador é um dispositivo físico implantado sobre a superfície de uma rodovia de modo que provoque uma trepidação e ruído quando da passagem de um veículo sobre ele, alertando para uma situação atípica à frente, como obras, pedágios ou travessia de pedestres. Ao passar sobre os sonorizadores, a suspensão do veículo sofre vibrações que produzem ondas sonoras, resultando em um barulho peculiar. Considere um veículo que passe com velocidade constante igual a 108 km/h sobre um sonorizador cujas faixas são separadas por uma distância de 8 cm.

Disponível em: <[www.denatran.gov.br](http://www.denatran.gov.br)>. Acesso em: 02 set. 2015 (Adaptação).

A frequência de vibração do automóvel percebida pelo condutor durante a passagem nesse sonorizador é mais próxima de

- A) 8,6 hertz.
- B) 13,5 hertz.
- C) 375 hertz.
- D) 1 350 hertz.
- E) 4860 hertz.

**02.** (Enem) Christiaan Huygens, em 1656, criou o relógio de pêndulo. Nesse dispositivo, a pontualidade baseia-se na regularidade das pequenas oscilações do pêndulo. Para manter a precisão desse relógio, diversos problemas foram contornados. Por exemplo, a haste passou por ajustes até que, no início do século XX, houve uma inovação, que foi sua fabricação usando uma liga metálica que se comporta regularmente em um largo intervalo de temperaturas.

YODER, J. G. *Unrolling Time: Christiaan Huygens and the mathematization of nature*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004 (Adaptação).

Desprezando a presença de forças dissipativas e considerando a aceleração da gravidade constante, para que esse tipo de relógio realize corretamente a contagem do tempo, é necessário que o(a)

- A) comprimento da haste seja mantido constante.
- B) massa do corpo suspenso pela haste seja pequena.
- C) material da haste possua alta condutividade térmica.
- D) amplitude da oscilação seja constante a qualquer temperatura.
- E) energia potencial gravitacional do corpo suspenso se mantenha constante.

**03.** (Enem) Um enfeite para berço é constituído de um aro metálico com um ursinho pendurado, que gira com velocidade angular constante. O aro permanece orientado na horizontal, de forma que o movimento do ursinho seja projetado na parede pela sua sombra.

Enquanto o ursinho gira, sua sombra descreve um movimento

- A) circular uniforme.
- B) retilíneo uniforme.
- C) retilíneo harmônico simples.
- D) circular uniformemente variado.
- E) retilíneo uniformemente variado.

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

<input type="radio"/> 01. B	<input type="radio"/> 03. B	<input type="radio"/> 05. A	<input type="radio"/> 07. B
<input type="radio"/> 02. B	<input type="radio"/> 04. D	<input type="radio"/> 06. A	<input type="radio"/> 08. A

Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

<input type="radio"/> 01. B	<input type="radio"/> 05. A	<input type="radio"/> 09. A	<input type="radio"/> 13. C
<input type="radio"/> 02. E	<input type="radio"/> 06. A	<input type="radio"/> 10. C	
<input type="radio"/> 03. C	<input type="radio"/> 07. E	<input type="radio"/> 11. C	
<input type="radio"/> 04. C	<input type="radio"/> 08. E	<input type="radio"/> 12. C	

Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

<input type="radio"/> 01. C	<input type="radio"/> 02. A	<input type="radio"/> 03. C
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Introdução à Ondulatória

Quando jogamos uma pedra em uma lagoa, observamos um “círculo” que se expande, mantendo o seu centro fixo no ponto em que a pedra caiu. O movimento desse círculo, que chamaremos de pulso, corresponde à propagação de uma onda na água. Um objeto flutuante, atingido pelo pulso (uma rolha, por exemplo), apenas sobe e desce enquanto o pulso passa por ele, não se deslocando no sentido do movimento do pulso. Isso evidencia que essa vibração não carrega matéria consigo, a despeito de a energia ter sido transmitida ao objeto flutuante e de ela propagar-se através da água. Outro tipo de propagação semelhante é o som. Considere duas pessoas conversando. Quando uma delas fala, o ar entre as pessoas vibra em torno de uma posição de equilíbrio e transmite a energia até o ouvinte. No entanto, o ar não se desloca de uma pessoa a outra. Apenas a energia é transmitida, através do ar, entre as duas pessoas.

Assim, dizemos que uma **onda** é qualquer processo periódico de **transmissão de energia** através de um meio de propagação **sem que exista transporte de matéria** entre pontos desse meio. Veja a seguir as fotos de ondas se propagando na água e em uma corda.



Roger McLassus / Creative Commons



Isociphoto

### TIPOS DE ONDAS

Uma onda pode ser classificada com base em diversos critérios, a saber:

#### Quanto à natureza da onda

1. Onda mecânica – É um fenômeno ondulatório que exige e depende de um **meio material** para se propagar. Isso significa que nenhuma onda mecânica se propaga no vácuo. Na propagação de uma onda desse tipo, através de um meio, as partículas do meio vibram em torno de suas respectivas posições de equilíbrio e transmitem energia às partículas vizinhas, de maneira que a energia se propaga através do meio sem que haja transporte de partículas de um ponto a outro. Ondas em cordas ou molas, ondas sonoras, ondas na água, entre outras, são exemplos típicos de ondas mecânicas.
2. Onda eletromagnética (OEM) – É formada por campos elétricos e magnéticos que oscilam ortogonalmente entre si e, também, à direção de propagação da onda. Detalhes de como as OEMs são produzidas serão vistos, posteriormente, nos módulos sobre Física Moderna. O espectro dessas ondas é formado por ondas de rádio e TV, de radar e micro-ondas, infravermelho (“calor radiante”), luz visível (do vermelho ao violeta), ultravioleta, raios X e raios gama. Cada uma dessas ondas difere entre si na frequência de oscilação dos campos. A frequência de oscilação dessas ondas cresce na mesma ordem em que estas foram apresentadas. As OEMs não necessitam de um meio material para se propagar, por isso, são as únicas ondas que podem se propagar no vácuo. Nesse meio, todas elas se propagam com velocidade de, aproximadamente,  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, independentemente de sua frequência. As ondas eletromagnéticas também podem se propagar em meios materiais que sejam “transparentes” a elas, como o ar, mas sempre com velocidades menores que  $3,0 \cdot 10^8$  m/s. Na propagação de uma onda eletromagnética através do ar, as moléculas de ar **não** vibram com a passagem dessa onda (como na propagação de som); são os campos elétricos e magnéticos da onda que oscilam. A forma como a onda eletromagnética se propaga através de um material é complexa e foge do escopo deste material.

### Quanto à direção de vibração do meio

1. **Onda transversal** – É o fenômeno ondulatório no qual as partículas do meio (ou os campos elétrico e magnético) oscilam (vibram) perpendicularmente à direção de propagação da onda. Uma onda se propagando na água, ou em uma corda, e todas as ondas eletromagnéticas são exemplos de ondas transversais. Veja a figura a seguir, que representa uma onda se propagando em uma corda.



Considere que a onda se propague para a direita. A velocidade de propagação define o sentido de movimento da onda e mede a rapidez com a qual a energia se desloca através do meio. Observe que cada ponto da corda (círculos brancos) se desloca para cima e para baixo, em torno da linha central de equilíbrio, enquanto a onda se desloca através da corda para a direita.

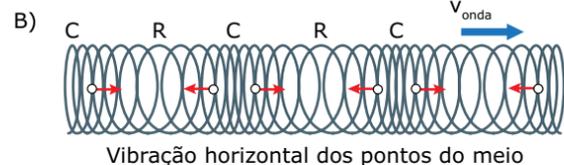
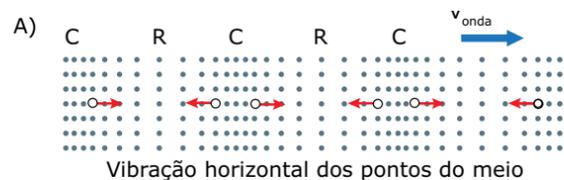
#### CONTEÚDO NO Bernoulli Play

##### Ondas transversais

Em ondas transversais, a vibração ocorre perpendicularmente ao movimento. Acesse o simulador "Propagação de ondas transversais" para visualizar o movimento desse tipo de onda. Você poderá ver as ondas em forma de oscilações e de pulsações, e também o transporte de energia sem que haja transporte de matéria. Boa atividade!



2. **Onda longitudinal** – É o tipo de onda em que as partículas do meio vibram na mesma direção de propagação da onda, ou seja, oscilam paralelamente à direção de transmissão da energia. As ondas sonoras, a transmissão de calor em um corpo sólido e algumas ondas em molas são exemplos de ondas longitudinais. Esse tipo de onda caracteriza-se por compressões (regiões de maior densidade) e rarefações (locais de menor densidade) de partículas do meio de propagação. Veja a seguir a representação da propagação do som através do ar (Figura A) e de uma onda longitudinal propagando-se em uma mola (Figura B).



Nas figuras, as moléculas de ar e os anéis da mola vibram para a direita e para a esquerda, enquanto a onda caminha para a direita, ou seja, as partículas do meio oscilam na mesma direção de propagação da onda. Observe as regiões C e R nas figuras. Elas representam regiões onde existe uma maior densidade de ar ou de anéis (compressão) e uma menor densidade de ar ou de anéis (rarefações), respectivamente.

#### CONTEÚDO NO Bernoulli Play

##### Ondas longitudinais

Em ondas longitudinais, a vibração ocorre na mesma direção do movimento. Com o simulador "Propagação de ondas longitudinais", você pode visualizar o movimento desse tipo de onda. Veja as ondas em forma de oscilações e de pulsações, perceba que há o transporte de energia sem que haja transporte de matéria. Boa atividade!

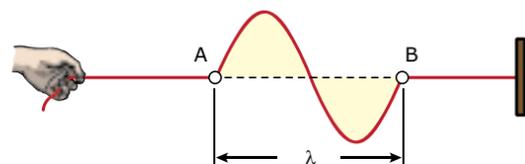


### Quanto ao número de dimensões do espaço

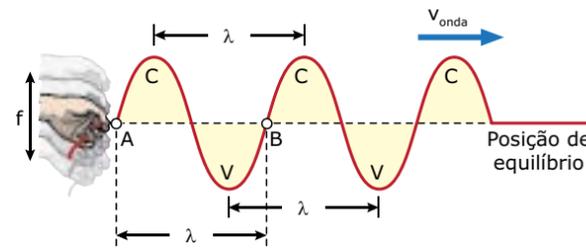
1. **Onda unidimensional** – É a onda que se propaga apenas em uma dimensão do espaço, ou seja, a energia transmitida pela onda caminha em uma única direção e em uma única linha. A onda transversal, que se propaga em uma corda, e a onda longitudinal, em uma mola, são dois exemplos clássicos desse tipo de onda.
2. **Onda bidimensional** – É a onda que se propaga em duas dimensões do espaço. Isso significa que a energia se propaga através de uma superfície plana, geralmente em diversas direções, a partir da fonte. O exemplo mais conhecido de ondas bidimensionais é o de uma onda que se propaga na água, quando uma pedra, por exemplo, é jogada em sua superfície.
3. **Onda tridimensional** – É a onda que se propaga pelo espaço, nas suas três dimensões. Dessa forma, a energia da onda se difunde por todo o espaço tridimensional em torno da fonte. O som de um sino, a luz de uma lâmpada ou as ondas de rádio que emergem de uma antena transmissora são exemplos típicos de ondas tridimensionais.

## GRANDEZAS CARACTERÍSTICAS DAS ONDAS

Vamos apresentar as características básicas de uma onda, utilizando, como exemplo, uma onda transversal que se propaga em uma corda elástica. Considere uma pessoa segurando uma corda elástica ideal. Se a pessoa oscila a mão para baixo e para cima e retorna sua mão à posição central, ela produz um pulso transversal que se propaga através da corda. A figura a seguir mostra um pulso completo, que, nesse caso, é uma onda (AB).



Se a pessoa oscila a mão sucessivamente na vertical, com uma frequência  $f$ , ela produz um conjunto de pulsos – uma onda (ou trem de ondas) – que se propaga através da corda. Veja a seguir:



As regiões da onda mais afastadas da posição de equilíbrio, acima e abaixo desta, são chamadas de cristas (C) e de vales (V) da onda, respectivamente. Se a mão tivesse oscilado na horizontal, teríamos as cristas em um dos lados da posição horizontal de equilíbrio e os vales do lado oposto.

As principais grandezas que caracterizam uma onda são o período (T), a frequência (f), o comprimento de onda ( $\lambda$ ), a velocidade de propagação da onda (v) e a amplitude (A).

### Período (T) e frequência (f)

O período (T) de oscilação de uma onda é o intervalo de tempo gasto em uma oscilação completa do sistema, ou seja, é o menor intervalo de tempo gasto entre dois instantes, nos quais cada ponto do meio apresenta as mesmas condições de posição, de velocidade e de aceleração. A frequência (f) da onda, uma de suas grandezas mais importantes, caracteriza o número de oscilações completas do sistema numa determinada unidade de tempo. A relação entre o período e a frequência, no movimento ondulatório, é a mesma vista no MHS. O período e a frequência da onda são impostos exclusivamente<sup>1</sup> pelo oscilador – fonte que deu origem à onda. Portanto, tais grandezas são determinadas na **geração** da onda. Assim, podemos escrever:

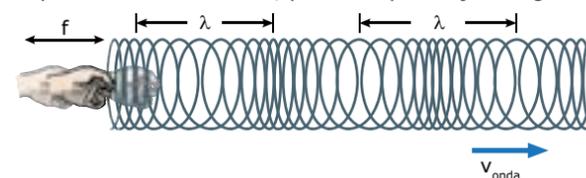
$$T_{\text{onda}} = T_{\text{oscilador}} \quad \text{e} \quad f_{\text{onda}} = f_{\text{oscilador}}$$

O fato de a frequência e o período de uma onda serem determinados durante a geração desta nos garante que a frequência da onda não é alterada quando esta sofre, por exemplo, reflexão ou refração.

### Comprimento de onda ( $\lambda$ )

O comprimento de onda ( $\lambda$ ) corresponde à distância percorrida pela onda em um período (T). O comprimento de onda pode ser medido pela distância entre os pontos A e B mostrados nas duas figuras anteriores. Veja também, na figura anterior, que o comprimento de onda é a distância entre duas cristas ou entre dois vales consecutivos de uma onda.

Em uma onda longitudinal, o comprimento de onda é a distância entre os centros de duas rarefações ou de duas compressões consecutivas, por exemplo. Veja a seguir:



<sup>1</sup>Alguns poucos fenômenos, como o efeito Compton, podem alterar a frequência de uma onda depois que ela foi gerada. Porém, esses fenômenos fogem à finalidade deste livro.

### Velocidade de propagação da onda (v)

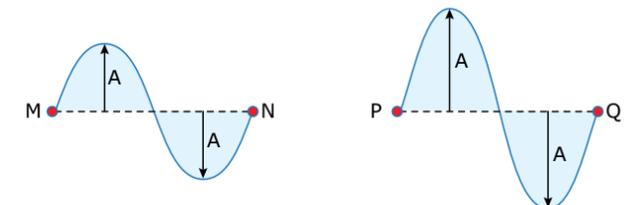
A velocidade (v) de propagação da onda caracteriza a rapidez com que a energia transmitida pela onda se propaga através do meio. A velocidade de propagação de uma determinada onda depende apenas do tipo dessa onda e do meio em que ela se propaga (exceto para as OEMs em meios dispersivos).

Considere, por exemplo, uma corda de nylon transparente na qual se propaguem ondas de tipos diferentes: a luz, o ultrassom e a onda transversal na corda (produzida pela oscilação desta). O meio de propagação é o mesmo (a corda de nylon), porém as velocidades de propagação das ondas são diferentes, pois se tratam de ondas diferentes.

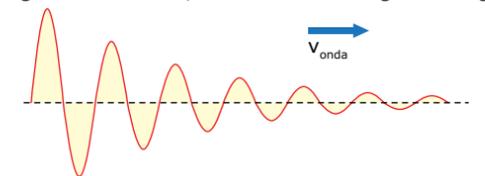
Quando nos referimos ao meio de propagação, não estamos falando, necessariamente, da substância que o compõe. Vamos analisar algumas situações a respeito dessa ideia. Considere, por exemplo, o ar como meio de propagação do som. Se a densidade ou a pressão do ar variar, teremos meios de propagação diferentes, e o som vai se deslocar, nesses meios, com diferentes velocidades. Imaginemos, agora, todas as cordas de um violão feitas do mesmo material. Se elas estão estiradas com a mesma força de tração, mas têm espessuras diferentes, cada corda é um meio diferente, e a velocidade com que as ondas se propagam através de cada uma delas será diferente. Considere duas cordas de violão do mesmo material e com a mesma espessura. Se as cordas estão esticadas com diferentes trações, as velocidades das ondas nessas cordas serão diferentes, pois se tratam de meios diferentes (cordas tracionadas de formas distintas). A velocidade de uma onda que se propaga na água depende, entre outras coisas, da profundidade do líquido. À medida que a profundidade aumenta, a velocidade da onda na água também aumenta.

### Amplitude (A)

A amplitude (A) é a distância que vai da linha de equilíbrio até o ponto máximo de uma crista ou até o ponto mínimo de um vale. A amplitude corresponde ao afastamento máximo de cada ponto do meio em relação à posição de equilíbrio. Essa grandeza está relacionada com a energia transmitida pela onda. Assim, quanto maior a energia (E) transportada pela onda, maior é a amplitude (A) de oscilação da onda. Observe a figura a seguir. A onda PQ, de maior amplitude, transmite mais energia que a onda MN, de menor amplitude.



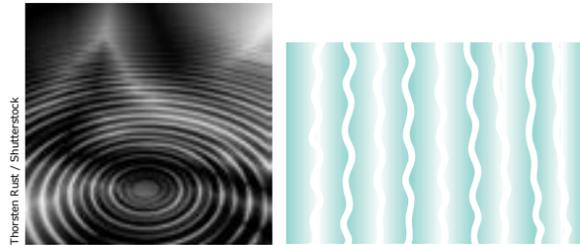
Quando uma onda se propaga através de um meio material que absorve energia, a amplitude de oscilação da onda diminui gradativamente, como mostra a figura a seguir:



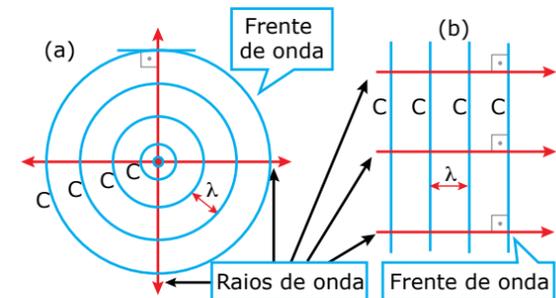
Apesar de a amplitude da onda estar diminuindo, a velocidade de propagação, que depende do meio, a frequência e o período, impostos pelo oscilador, e o comprimento de onda não sofrem variações.



Veja as fotografias a seguir. A primeira, (a), é formada por ondas circulares que se propagam a partir do ponto onde um pequeno objeto toca, sucessivamente, a superfície da água. A outra, (b), é formada por ondas retas que se propagam a partir da posição em que uma pessoa atinge, continuamente, a água com uma régua, por exemplo.



As figuras a seguir mostram, numa visão do alto, algumas das cristas (C) das ondas que se formam na água. Considere, nas figuras, que a frente de onda seja uma crista.



Frentes e raios de onda para uma onda circular e outra plana que se propagam na água.

Na figura (a), as ondas foram geradas no centro dos círculos e se propagam em todas as direções, conforme mostram os raios de onda. Na figura (b), elas foram produzidas à esquerda e se propagam para a direita – numa única direção. Veja que os raios de onda são paralelos entre si. Nas figuras, a distância entre duas cristas consecutivas corresponde ao comprimento de onda ( $\lambda$ ) das ondas.

Alguns autores consideram que, se a frente de onda é uma crista, todas as outras cristas são, também, frentes de onda. Nesta coleção, usaremos o termo frentes de onda secundárias. De uma forma geral, todos os pontos que estejam em concordância de fase com os pontos da frente de onda são frentes de onda secundárias.

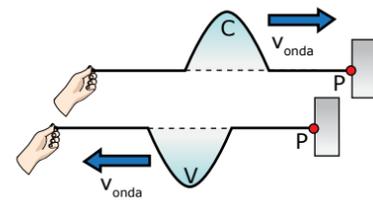
## REFLEXÃO DE ONDAS

Considere uma corda elástica ideal com uma das suas extremidades presa a um suporte. Uma pessoa vibra a extremidade livre da corda para cima e para baixo, apenas uma vez, produzindo um pulso transversal na vertical (que contém uma crista). Esse pulso se desloca para a direita através da corda e, dessa forma, cada ponto da corda sobe e desce enquanto o pulso passa por ele. Quando o pulso atinge o suporte, a onda sofre uma reflexão, e o pulso retorna pela corda, deslocando-se para a esquerda. A velocidade, a frequência e o comprimento de onda do pulso não se alteram. Na reflexão, a amplitude da onda pode ser alterada.

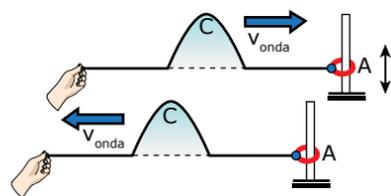
Como a amplitude depende da energia, a amplitude da onda refletida pode ser menor que a da onda incidente, desde que haja transferência de energia para o suporte, por exemplo.

A fase da onda refletida, em relação à da onda incidente, depende da conexão existente entre a corda e o suporte. A figura a seguir mostra uma onda que se reflete numa extremidade fixa (ponto P de uma parede). A onda, ao atingir o ponto P, tenta empurrá-lo para cima. Como a corda está fixa e o ponto P não pode deslocar-se para cima, ele reage e empurra a corda para baixo. Como consequência, temos uma onda refletida com inversão de fase em relação à onda incidente, ou seja, o pulso refletido apresenta um vale (V).

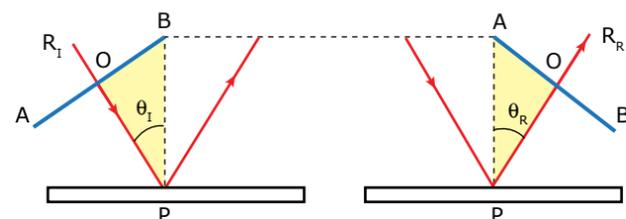
Os pulsos incidentes e refletido são simétricos tanto na horizontal quanto na vertical.



Considere, agora, que a extremidade da corda está presa a um anel (A), de massa desprezível, que pode se deslocar livremente, para cima e para baixo, em torno de uma haste. Dessa forma, a extremidade da corda é móvel. Quando o pulso atinge o anel, este sobe e desce junto com aquele, e a onda é refletida sem inversão de fase, ou seja, o pulso refletido também apresenta uma crista. Nesse caso a simetria é apenas na horizontal. Veja a seguir:

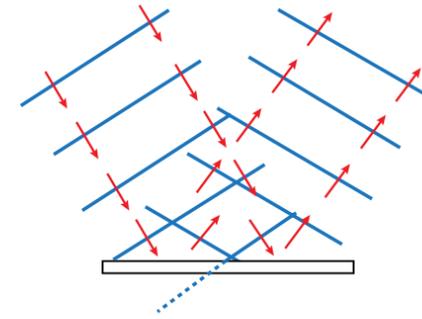


Considere, agora, uma onda reta que se propaga na água de um reservatório. Essa onda encontra, durante o seu deslocamento, um anteparo que impede a sua continuação e, dessa forma, obriga a onda a sofrer uma reflexão. As figuras a seguir mostram uma frente de onda (AOB) antes e depois de atingir, obliquamente, o obstáculo. Considere que O seja o ponto médio da frente de onda,  $R_i$  e  $R_r$  os raios de onda, incidente e refletido, respectivamente, e que BP e AP estão sobre a normal no ponto de incidência. Nas figuras, percebemos a 1ª Lei da Reflexão: os raios incidente e refletido (e as frentes de onda) estão no mesmo plano (aqui, o plano da folha de papel).

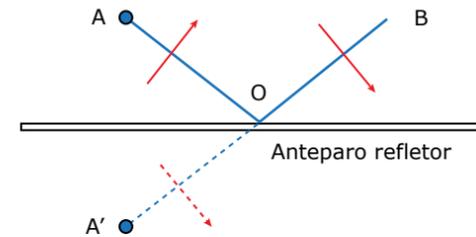


Observe que os triângulos destacados são congruentes. Logo,  $OB = OA$  e  $BP = AP \Rightarrow \sin \theta_i = \sin \theta_r \Rightarrow \theta_i = \theta_r$ . Assim, a 2ª Lei da Reflexão, embora tenha sido demonstrada para uma onda reta, vale para qualquer tipo de onda.

A figura a seguir mostra uma onda que incide e é refletida em um obstáculo. Uma eventual inversão de fase, que pode ocorrer nesse caso, não foi contemplada nesta figura.



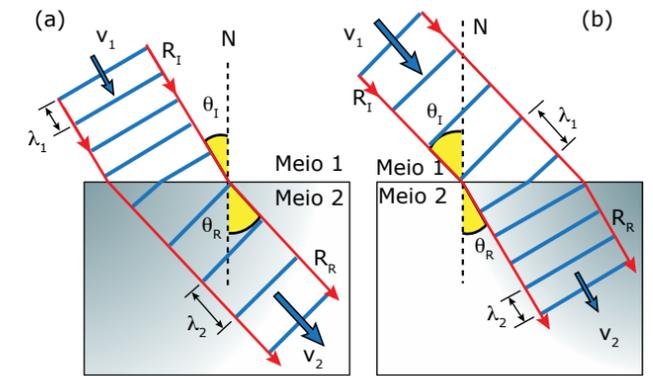
Veja em destaque, a seguir, a parte da crista que parece estar "quebrada" na figura anterior. Se o anteparo não estivesse na posição mostrada, a crista da onda ocuparia a semirreta A'OB. O segmento da onda que já refletiu, AO, é uma "imagem simétrica" da parte A'O em relação ao anteparo, como se este fosse um espelho plano.



## REFRAÇÃO DE ONDAS

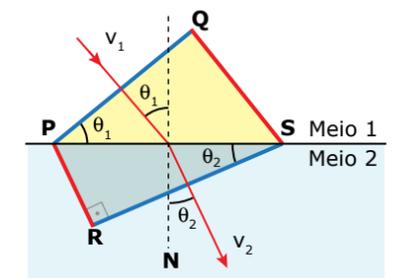
A refração de qualquer onda obedece às mesmas leis vistas no estudo da Óptica. Sabemos que a velocidade ( $v$ ) e a frequência ( $f$ ) de uma determinada onda dependem do meio de propagação e do oscilador que produziu a onda, respectivamente. Assim, quando a onda sofre refração, a sua frequência não altera, mas a velocidade deve, necessariamente, aumentar ou diminuir. O comprimento de onda ( $\lambda$ ) pode ser calculado por  $\lambda = v/f$ . Como a frequência permanece constante, o comprimento de onda será proporcional à velocidade ( $\lambda \propto v$ ). Sabemos, também, que os ângulos de incidência e refração, formados pelo raio de onda e pela normal, são proporcionais às velocidades da onda. O quadro e as figuras a seguir mostram as grandezas de uma onda que sofre refração.

	Figura a	Figura b
Se a velocidade ( $v$ )	Aumenta	Diminui
Frequência ( $f$ )	Não altera	Não altera
Comprimento de onda ( $\lambda$ )	Aumenta	Diminui
Ângulo de refração ( $\theta_r$ ) (em relação ao de incidência)	Aumenta	Diminui
O raio de onda (em relação à normal)	Afasta	Aproxima



$$v_2 > v_1 \Rightarrow \begin{cases} f_2 = f_1 \\ \lambda_2 > \lambda_1 \\ \theta_r > \theta_i \end{cases} \quad v_2 < v_1 \Rightarrow \begin{cases} f_2 = f_1 \\ \lambda_2 < \lambda_1 \\ \theta_r < \theta_i \end{cases}$$

A figura a seguir mostra uma frente de onda, que nesse caso é uma crista, no instante em que ela atinge a superfície de separação entre dois meios (PQ) e, depois, no momento em que ela acaba de penetrar no segundo meio (RS). Observe que os raios de onda e as suas cristas estão no plano do papel. Logo, percebemos a 1ª Lei da Refração, vista no estudo de Óptica: a normal e os raios incidente e refratado são coplanares. As velocidades da onda nos meios 1 e 2 são  $v_1$  e  $v_2$ , e os ângulos dos raios de onda com a normal (N) são  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , respectivamente. Enquanto a frente de onda vai de uma posição a outra, os pontos P e Q se deslocam, simultânea e respectivamente, até os pontos R e S.



Como a onda propaga, em cada meio, com velocidade constante, as distâncias percorridas, por cada ponto da extremidade da onda, são:

$$QS = v_1 \Delta t \quad \text{e} \quad PR = v_2 \Delta t$$

Nos triângulos destacados (PQS e SRP), temos:

$$\sin \theta_1 = QS/PS \quad \text{e} \quad \sin \theta_2 = PR/PS$$

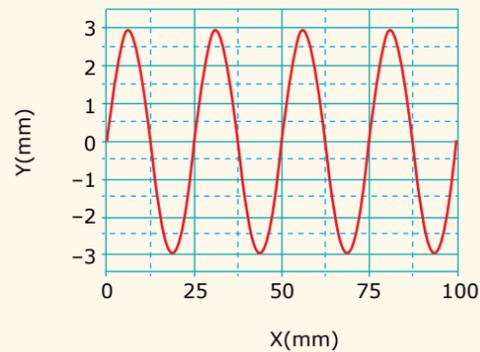
$$(1) \sin \theta_1 = v_1 \Delta t / PS \quad \text{e} \quad (2) \sin \theta_2 = v_2 \Delta t / PS$$

Dividindo as equações (1) e (2), membro a membro, encontramos a 2ª Lei da Refração, que pode ser escrita como:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$



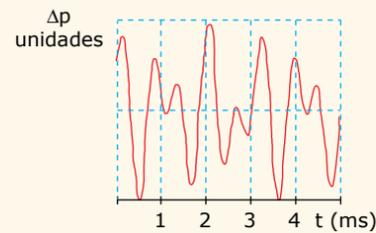
03. (PUC Rio-2018)



A figura mostra a oscilação em uma corda em um dado instante de tempo. A velocidade de propagação da onda é 0,400 m/s.

- O período dessa onda, em milissegundos (ms), é
- A) 30,0. C) 12,5. E) 31,3.  
 B) 62,5. D) 25,0.

04. (FGV-PR-2016) O som proveniente de um instrumento foi analisado por um aparelho que exibe, em sua tela, o gráfico da variação de pressão  $\Delta p$ , em função do tempo  $t$ , que a onda sonora provoca em um microfone, conforme a figura a seguir.



- A frequência do som analisado é aproximadamente igual a
- A) 1 670 Hz. C) 833 Hz. E) 526 Hz.  
 B) 312 Hz. D) 100 Hz.

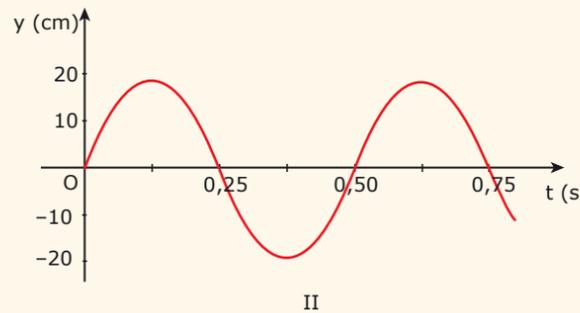
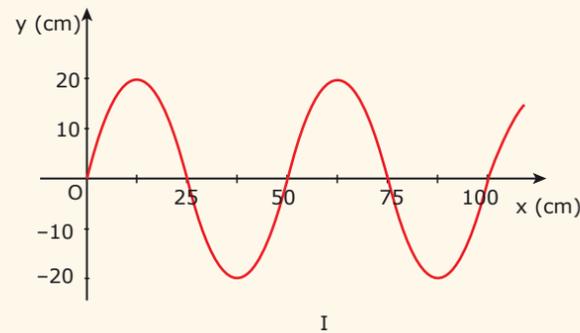
05. (Unicamp-SP) A tecnologia de telefonia celular 4G passou a ser utilizada no Brasil em 2013, como parte da iniciativa de melhoria geral dos serviços no Brasil, em preparação para a Copa do Mundo de 2014. Algumas operadoras inauguraram serviços com ondas eletromagnéticas de 40 MHz. Sendo a velocidade da luz no vácuo  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s, o comprimento de onda dessas ondas eletromagnéticas é

A) 1,2 m.  
 B) 7,5 m.  
 C) 5,0 m.  
 D) 12,0 m.

06. (UEL-PR) Uma das cordas de um violoncelo é afinada em lá ( $v = 440$  Hz) quando não pressionada com o dedo, ou seja, quando estiver com seu comprimento máximo que é de 60 cm, desde o cavalete até a pestana. Qual deve ser o comprimento da corda para produzir uma nota de frequência  $v = 660$  Hz?

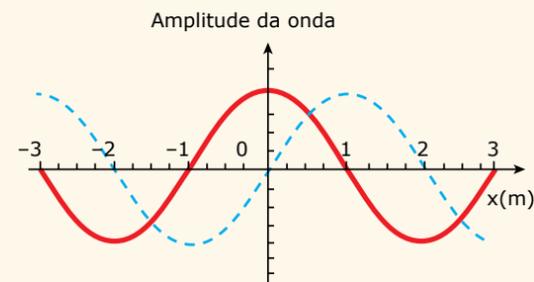
A) 10 cm. C) 30 cm. E) 50 cm.  
 B) 20 cm. D) 40 cm.

07. (UFMG) Bernardo produz uma onda em uma corda, cuja forma, em certo instante, está mostrada na Figura I. Na Figura II, está representado o deslocamento vertical de um ponto dessa corda em função do tempo.



- Considerando-se essas informações, é correto afirmar que a velocidade de propagação da onda produzida por Bernardo, na corda, é de
- A) 0,20 m/s. C) 1,0 m/s.  
 B) 0,50 m/s. D) 2,0 m/s.

08. (FUVEST-SP-2017) A figura representa uma onda harmônica transversal, que se propaga no sentido positivo do eixo  $x$ , em dois instantes de tempo:  $t = 3$  s (linha cheia) e  $t = 7$  s (linha tracejada).



Dentre as alternativas, a que pode corresponder à velocidade de propagação dessa onda é

- A) 0,14 m/s.  
 B) 0,25 m/s.  
 C) 0,33 m/s.  
 D) 1,00 m/s.  
 E) 2,00 m/s.

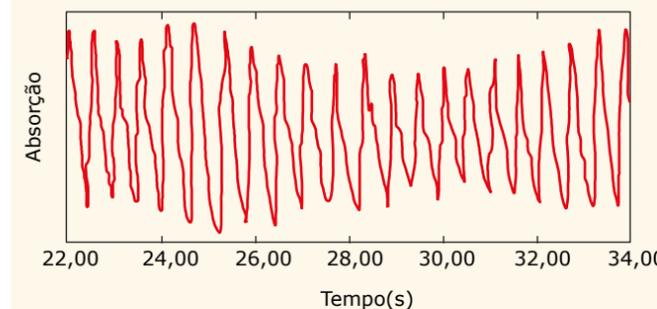
09. (UEL-PR) Suponha que as ondas geradas pelo satélite geostacionário possuam uma frequência constante de  $1,0 \cdot 10^8$  Hz e demorem  $1,1 \cdot 10^{-1}$  s para percorrer a distância de  $3,3 \cdot 10^7$  m entre o emissor e uma antena receptora.

Com relação às ondas emitidas, considere as afirmativas a seguir:

- I. Sua velocidade é de  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.  
 II. Sua velocidade é diretamente proporcional ao seu comprimento de onda.  
 III. Sua velocidade é inversamente proporcional à sua frequência.  
 IV. Seu comprimento de onda é de  $3,0 \cdot 10^{-3}$  m.
- Assinale a alternativa correta.
- A) Somente as afirmativas I e II são corretas.  
 B) Somente as afirmativas I e IV são corretas.  
 C) Somente as afirmativas III e IV são corretas.  
 D) Somente as afirmativas I, II e III são corretas.  
 E) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

10. (UPE-2016) Um relógio inteligente utiliza fotopletismografia para medir a frequência cardíaca de seu usuário. Essa tecnologia consiste na emissão de luz de coloração esverdeada no braço do portador e na consequente medição, por fotossensores, da intensidade da luz refletida por sua pele. Quando o coração bate, o sangue flui, e a absorção da luz verde através da pele é maior. Entre batidas, a absorção é menor. Piscando a luz centenas de vezes em um segundo, é possível calcular a frequência cardíaca.

Suponha que, monitorando os resultados obtidos pelo relógio, um usuário tenha se deparado com o seguinte gráfico de absorção da luz em função do tempo:



Então, sua frequência cardíaca em batimentos por minuto (bpm) no momento da medida está melhor representada na faixa entre

- A) 15 e 50 bpm. D) 90 e 100 bpm.  
 B) 55 e 65 bpm. E) 105 e 155 bpm.  
 C) 70 e 85 bpm.

11. (UEL-PR-2016) Leia o texto a seguir:

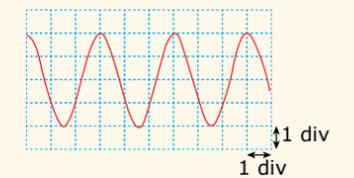
Em março de 2011, um terremoto no fundo do oceano, na costa nordeste do Japão, gerou um tremor de magnitude 8,9 na escala Richter que foi o maior do país e o 7º maior registrado na história. Esse fenômeno gerou uma onda gigante conhecida como *tsunami*, que alcançou áreas da cidade japonesa de Sendai, na ilha de Honshu, a principal do arquipélago japonês.

Disponível em: <<http://g1.globo.com/mundo/noticia/2011/03/tremor-no-japao-foi-o-7-pior-da-historia-mundial-diz-centros-nos-eua.html>>. Acesso em: 10 jul. 2015 (Adaptação).

Suponha que o *tsunami* se desloca com velocidade de 250 m/s e com período de oscilação de 10 min. Sabendo que na região do arquipélago a profundidade das águas é grande e que a amplitude da onda é de 1 m, de maneira que um navio parado nessa região praticamente não perceberia sua passagem, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o comprimento de onda associado a esse *tsunami*.

- A) 250 m. D) 1 500 km.  
 B) 1 500 m. E) 2 500 km.  
 C) 150 km.

12. (FIEB-SP-2016) A figura representa o sinal elétrico resultante da conversão do som emitido por uma das cordas de uma guitarra observado na tela de um osciloscópio, instrumento de medição que nos permite visualizar graficamente sinais elétricos por meio de sua tela quadriculada em pequenas divisões (div).



Na figura, o eixo vertical representa a amplitude do sinal e o eixo horizontal o tempo. Sendo a frequência desse som igual a 220 Hz, é correto afirmar que a base de tempo do osciloscópio está calibrada para a leitura mais próxima de

- A) 1,5 ms/div.  
 B) 2,0 ms/div.  
 C) 3,0 ms/div.  
 D) 4,5 ms/div.  
 E) 6,0 ms/div.



**04.** (Enem) Em um dia de chuva muito forte, constatou-se uma goteira sobre o centro de uma piscina coberta, formando um padrão de ondas circulares. Nessa situação, observou-se que caíam duas gotas a cada segundo. A distância entre duas cristas consecutivas era de 25 cm e cada uma delas se aproximava da borda da piscina com velocidade de 1,0 m/s.

Após algum tempo, a chuva diminuiu e a goteira passou a cair uma vez por segundo.

Com a diminuição da chuva, a distância entre as cristas e a velocidade de propagação da onda se tornaram, respectivamente,

- A) maior que 25 cm e maior 1,0 m/s.
- B) maior que 25 cm e igual a 1,0 m/s.
- C) menor que 25 cm e menor que 1,0 m/s.
- D) menor que 25 cm e igual a 1,0 m/s.
- E) igual a 25 cm e igual a 1,0 m/s.

**05.** (Enem) A ultrassonografia, também chamada de ecografia, é uma técnica de geração de imagens muito utilizada em medicina. Ela se baseia na reflexão que ocorre quando um pulso de ultrassom, emitido pelo aparelho colocado em contato com a pele, atravessa a superfície que separa um órgão do outro, produzindo ecos que podem ser captados de volta pelo aparelho. Para a observação de detalhes no interior do corpo, os pulsos sonoros emitidos têm frequências altíssimas, de até 30 MHz, ou seja, 30 milhões de oscilações a cada segundo.

A determinação de distâncias entre órgãos do corpo humano feita com esse aparelho fundamenta-se em duas variáveis imprescindíveis:

- A) A intensidade do som produzido pelo aparelho e a frequência desses sons.
- B) A quantidade de luz usada para gerar as imagens no aparelho e a velocidade do som nos tecidos.
- C) A quantidade de pulsos emitidos pelo aparelho a cada segundo e a frequência dos sons emitidos pelo aparelho.
- D) A velocidade do som no interior dos tecidos e o tempo entre os ecos produzidos pela superfícies dos órgãos.
- E) O tempo entre os ecos produzidos pelos órgãos e a quantidade de pulsos emitidos a cada segundo pelo aparelho.

## GABARITO

Meu aproveitamento 

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. A
- 03. A
- 04. A
- 05. D
- 06. B
- 07. E
- 08. B

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. B
- 02. E
- 03. B
- 04. B
- 05. B
- 06. D
- 07. C
- 08. B
- 09. A
- 10. E
- 11. C
- 12. A
- 13. A
- 14. D
- 15. B
- 16. D

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. B
- 03. C
- 04. B
- 05. D



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Cargas em Movimento em Campo Magnético

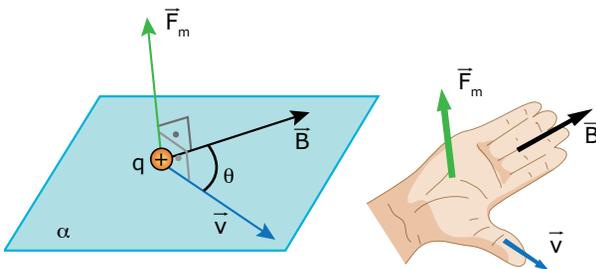
Anteriormente, estudamos o campo magnético, que caracteriza as propriedades do espaço em torno de um ímã ou de um fio percorrido por uma corrente elétrica, por exemplo. Vimos, ainda, que um ímã atrai um pedaço de ferro porque este fica magnetizado. Sabemos, assim, que ímãs exercem forças uns sobre os outros através da interação dos seus campos magnéticos.

Conhecemos o fato de que uma carga elétrica **em movimento** cria um campo magnético no espaço ao seu redor. Assim, uma carga elétrica em movimento, em uma região onde há um campo magnético, pode sofrer ação de uma força magnética devido a esse campo. É o que vamos discutir agora.

### FORÇA SOBRE UMA CARGA ELÉTRICA EM MOVIMENTO EM UM CAMPO MAGNÉTICO



A figura seguinte mostra uma carga elétrica positiva ( $q$ ) penetrando em uma região na qual existe um campo magnético. Observe que o campo magnético ( $\vec{B}$ ) e a velocidade da carga ( $\vec{v}$ ) formam um ângulo ( $\theta$ ) entre si e estão no mesmo plano ( $\alpha$ ). A carga, ao penetrar na região em que há o campo, sofre a ação de uma força magnética que a obriga a descrever uma curva.



A experiência nos mostra que:

$$\vec{F}_m \perp \vec{B} \text{ e } \vec{F}_m \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F}_m \perp \alpha$$

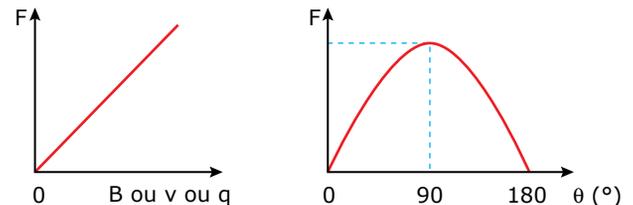
Dessa forma, a direção da força magnética está determinada (perpendicular ao plano  $\alpha$ ). O sentido dessa força pode ser encontrado a partir de uma regra prática, conhecida por **regra do tapa**. Na figura anterior, posicionamos a mão direita para determinar o sentido da força magnética sobre a carga naquela situação.

Você deve orientar o polegar no sentido da velocidade da carga, e os demais dedos devem ficar estendidos no sentido do campo magnético. Feito isso, a palma da mão fica virada para cima, como mostrado. O sentido da força magnética atuante na carga é obtido por meio de um tapa dado pela **palma** da mão, se a carga for **positiva**. Para as cargas **negativas**, o tapa deverá ser dado com as **costas** da mão.

O módulo da força magnética é calculado pela equação:

$$F = Bqv \cdot \sin \theta$$

Na expressão,  $B$  é o módulo do campo magnético,  $q$  e  $v$  são os valores da carga e da velocidade da partícula e  $\theta$  é o ângulo formado entre o vetor velocidade e o vetor campo magnético. Veja os gráficos de como varia o módulo da força magnética ( $F$ ), mantendo as demais variáveis constantes, em função do campo ( $B$ ), da carga ( $q$ ), da velocidade ( $v$ ) e do ângulo ( $\theta$ ).



A seguir, apresentamos três aspectos importantes sobre a força magnética.

1. Pela equação, percebemos que a força magnética pode ser **nula** em quatro situações.

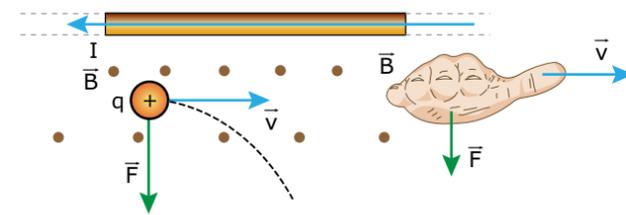
$$F = 0$$



- $B = 0$  (não existe força magnética sem campo magnético);
- $q = 0$  (campo magnético não interage com partículas que não estejam eletrizadas);
- $v = 0$  (campo magnético não interage com partículas em repouso);
- $\theta = 0^\circ$  ou  $\theta = 180^\circ$  (campo magnético não interage com partículas que se movem paralelamente a ele).

- Se a velocidade da carga é perpendicular às linhas de indução magnética, temos  $\theta = 90^\circ$ , e o valor do seno será máximo e igual a 1 (veja os gráficos anteriores). Assim, a força magnética será **máxima** e de módulo  $F = Bqv$ .
- De acordo com a regra do tapa, a força magnética  $\vec{F}$  é perpendicular ao plano  $\alpha$  (formado pelos vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ ). A força magnética, sendo perpendicular ao movimento da carga, não altera o módulo da velocidade nem a energia cinética da partícula. A força magnética altera apenas a direção e o sentido do vetor velocidade da partícula.

Veja que a palma da mão fica voltada para a parte inferior da folha de papel. Esse é o sentido da força magnética ( $\vec{F}$ ) que atua sobre a carga positiva naquela posição. De acordo com a 3ª Lei de Newton, a força sobre o fio aponta para a parte superior da folha.



Uma vez que a força magnética sobre a carga aponta para baixo, a tendência dessa carga é deslocar-se nesse sentido, afastando-se do fio (veja a trajetória pontilhada na figura anterior).

### MOVIMENTO DE UMA CARGA EM UM CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

Em todas as situações a seguir, vamos desprezar o peso da partícula. Dependendo da velocidade inicial da carga ( $\vec{v}_0$ ) e do ângulo ( $\theta$ ) entre a velocidade e as linhas do campo magnético, o movimento da partícula no campo pode ser de quatro tipos.

#### Partícula colocada em repouso em uma região onde há um campo magnético ( $v_0 = 0$ )

A força é dada por  $F = Bqv \cdot \sin \theta$ . Se  $v_0 = 0 \Rightarrow F = 0$ . Logo, a partícula permanece em repouso na posição em que foi colocada no campo magnético.

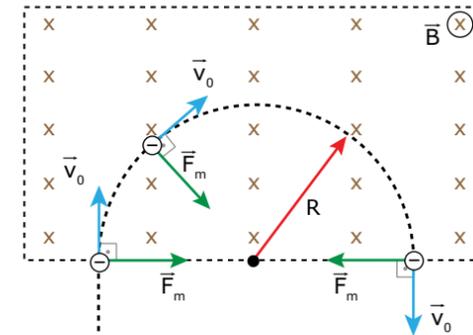
#### Partícula lançada paralelamente à linha de campo magnético ( $\vec{v}_0 // \vec{B}$ )

A força é  $F = Bqv \cdot \sin \theta$ . Para  $\theta = 0^\circ$  ou  $\theta = 180^\circ$ , a força magnética vale zero ( $\sin 0^\circ = \sin 180^\circ = 0$ ). Por isso, uma partícula lançada paralelamente às linhas de indução magnética descreve, de acordo com a 1ª Lei de Newton, um movimento retilíneo uniforme no sentido do movimento inicial.

#### Partícula lançada perpendicularmente à linha de campo magnético ( $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ )

A figura a seguir representa uma partícula, carregada **negativamente**, penetrando em uma região na qual o campo magnético é perpendicular à sua velocidade.

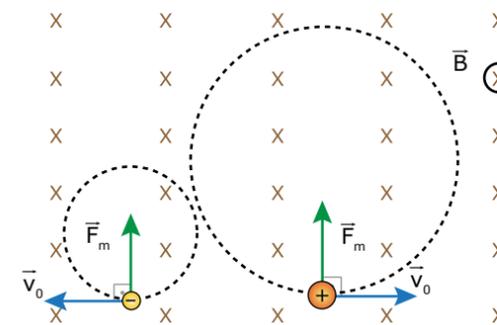
Indicamos o sentido da força magnética sobre a partícula em alguns pontos da sua trajetória circular (**regra do tapa** com as costas da mão). Para  $\theta = 90^\circ$ , o movimento da partícula será circular e uniforme, uma vez que a força magnética que atua sobre ela exerce o papel de força centrípeta e não altera o módulo da velocidade.



O raio da trajetória pode ser determinado igualando-se a equação da força magnética com a expressão que fornece o módulo da força centrípeta:  $F_m = F_c$ .

$$Bqv_0 \cdot \sin 90^\circ = \frac{mv_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{Bq}$$

A partícula só pode descrever uma trajetória circular completa se ela for lançada do interior da região em que há o campo magnético. A figura a seguir mostra um elétron e um próton lançados do interior de uma região onde há um campo magnético uniforme, com velocidades de mesmo módulo.



Observe que, embora as forças magnéticas que atuam sobre eles tenham o mesmo módulo, as trajetórias têm raios diferentes por causa da diferença entre as massas ( $R \propto m$ ). O período do movimento ( $T$ ) de cada um deles pode ser calculado por:

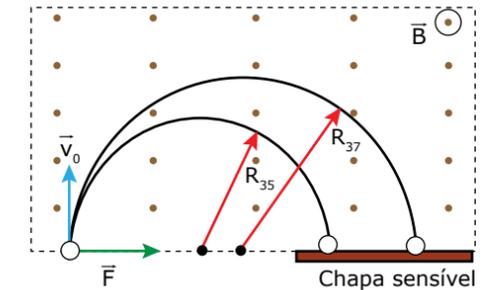
$$RBq = mv_0 \Rightarrow RBq = m \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot m}{B \cdot q}$$

Observe que o período não depende do raio da trajetória e nem da velocidade da partícula. Ele vai depender, apenas, da razão massa/carga dessa partícula.

As trajetórias circulares descritas por partículas lançadas em uma região na qual há um campo magnético uniforme apresentam uma aplicação prática muito interessante.

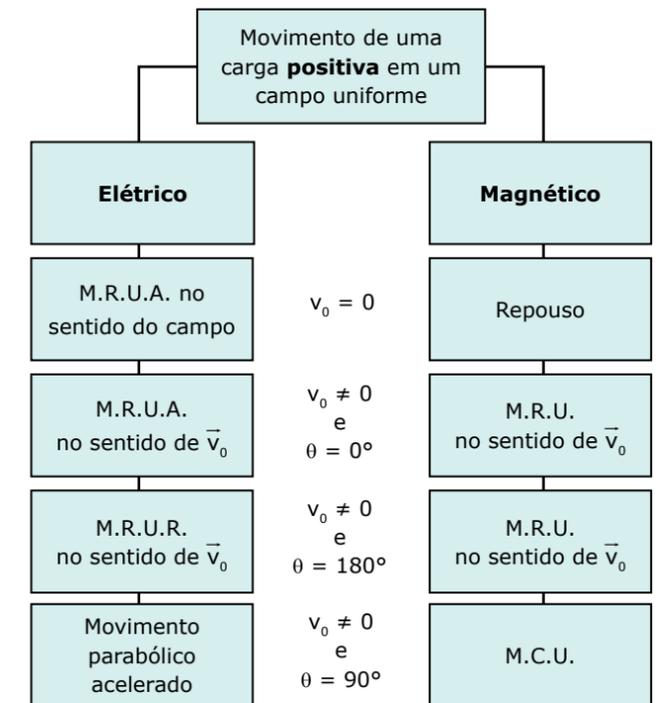
Você sabe, da Química, que o cloro tem dois isótopos principais –  $^{35}\text{Cl}$  e  $^{37}\text{Cl}$  –, e que uma amostra de cloro tem massa atômica média, aproximada, de 35,5 u. Mas como os químicos descobriram isso? Usando um aparelho chamado espectrômetro de massa, cujo funcionamento é muito simples.

Considere uma amostra de cloro com partículas ionizadas positivamente, com a mesma carga ( $q$ ). Ao serem lançadas, perpendicularmente, com a mesma velocidade ( $\vec{v}_0$ ), em uma região na qual atua um campo magnético uniforme ( $\vec{B}$ ), elas descrevem trajetórias circulares conforme mostrado a seguir:



A força magnética que atua sobre todas as partículas é a mesma ( $F = Bqv_0$ ). O raio da trajetória de cada um dos isótopos, porém, é diferente ( $R \propto m$ ). Os isótopos são detectados em uma chapa sensível à colisão de cada um deles. Revelando a chapa e medindo a densidade de colisões em cada ponto, é possível detectar a quantidade de cada um dos isótopos. Assim, fazendo uma média ponderada das massas dos isótopos, conclui-se que a massa atômica aproximada do cloro é 35,5 u.

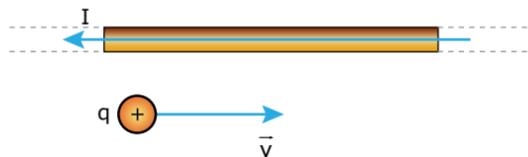
Veja o mapa comparativo entre os movimentos de uma carga positiva em campos elétrico e magnético uniformes.



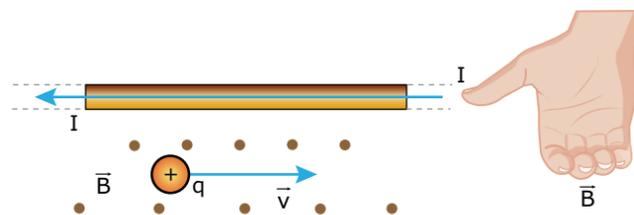
### INTERAÇÃO ENTRE CARGA E CORRENTE ELÉTRICA

O fato de uma corrente elétrica criar linhas de indução magnética no espaço ao seu redor e o de uma carga elétrica em movimento poder sofrer a ação de uma força exercida pelo campo magnético nos leva a uma aplicação importante. Vamos usar a regra da mão direita e, depois, a regra do tapa para investigar a interação entre carga elétrica em movimento e corrente elétrica.

Veja, a seguir, um exemplo. Um fio longo, colocado no plano da folha de papel, é percorrido por uma corrente elétrica ( $I$ ). Uma carga puntiforme ( $q$ ) positiva, por exemplo, é lançada com velocidade ( $v$ ) paralelamente ao fio. Vamos determinar a força que existe entre os dois – carga e fio.



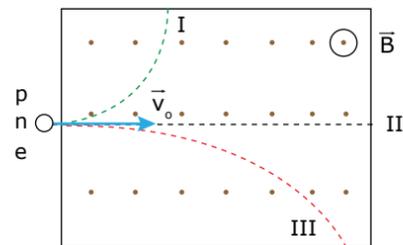
Primeiramente, vamos determinar o campo magnético produzido pela corrente, na região em que a carga se movimenta. Usando a regra da mão direita (dedão no sentido da corrente e girando a mão em torno do fio), descobrimos que o campo na parte de baixo do fio sai da folha de papel. Veja a figura seguinte:



Agora, vamos usar a regra do tapa sobre a carga. Aponte os quatro dedos no sentido do campo magnético (sentido dos seus olhos) e o dedão no sentido da velocidade da carga (para a direita).

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Prótons (p), nêutrons (n) e elétrons (e), todos com a mesma velocidade, são lançados perpendicularmente a um campo magnético uniforme e descrevem as trajetórias mostradas a seguir. Identificar cada partícula com as trajetórias I, II e III.



### Resolução:

O nêutron não tem carga elétrica ( $q = 0$ ). Ele não sofre ação da força magnética e, portanto, não se desvia. Logo, o nêutron segue a trajetória II.

Uma vez que o sentido do campo é conhecido (saindo da página), podemos usar a regra do tapa (com os dedos no sentido do campo magnético e o dedão no sentido da velocidade). Feito isso, percebemos que sobre o próton atua uma força magnética para baixo (trajetória III) e sobre o elétron atua uma força magnética para cima – tapa com as costas da mão (trajetória I).

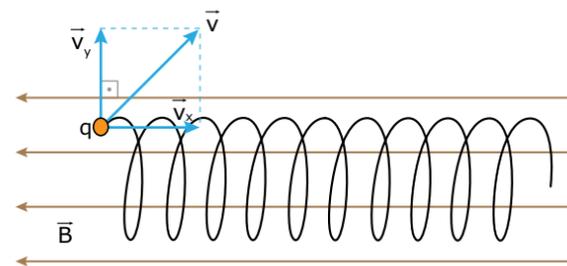
Mesmo sem conhecer o sentido do campo, podemos saber qual é a trajetória do próton e qual é a trajetória do elétron pelo raio da curva descrita por cada um. Sabemos que o raio da trajetória circular é dado por  $R = mv/(Bq)$ . Como ele é proporcional à massa ( $R \propto m$ ), o próton descreve a trajetória III (maior raio) e o elétron, a trajetória I (menor raio), porque a massa do próton é, aproximadamente, 1 840 vezes maior que a massa do elétron.

Temos, ainda, outra solução para a nossa dúvida anterior. Você sabe, da Mecânica, que a aceleração é inversamente proporcional à massa. A força magnética é a mesma para as duas partículas, e o valor da velocidade é constante. A aceleração que atua no elétron é a aceleração centrípeta ( $a_c = v^2/R$ ). Como a aceleração do elétron é maior (menor massa), ele deve descrever a trajetória de menor raio – trajetória I.

## Partícula lançada obliquamente às linhas de campo

Para  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  ou  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ , a trajetória da partícula será uma hélice cilíndrica. Podemos entender o porquê dessa trajetória se lembrarmos que a velocidade da partícula, nesses casos, é oblíqua em relação às linhas do campo magnético.

Vamos decompor a velocidade em duas componentes, uma paralela às linhas de indução do campo magnético ( $\vec{v}_x$ ) e a outra perpendicular a essas linhas ( $\vec{v}_y$ ).



Conforme discutido anteriormente, a componente  $\vec{v}_x$  gera um movimento retilíneo uniforme, enquanto a componente  $\vec{v}_y$  proporciona um movimento circular uniforme. A combinação desses dois movimentos corresponde a um movimento helicoidal uniforme. Esse é exatamente o tipo de movimento descrito por um ponto na hélice de um avião que se move em linha reta e com velocidade constante.

Dois dos fenômenos atmosféricos mais bonitos, que ocorrem próximos aos polos da Terra, são as auroras boreal e austral (polos norte e sul, respectivamente). Elas acontecem porque partículas carregadas, vindas do espaço (principalmente do Sol), atingem a Terra em altas velocidades, obliquamente ao campo magnético terrestre. Dessa forma, elas ficam “aprisionadas” dentro desse campo, descrevendo trajetórias helicoidais, como mostrado na figura anterior. Uma vez que o campo da Terra é mais intenso próximo aos polos, tais partículas (chamadas de raios cósmicos) são deslocadas para os polos, segundo a trajetória helicoidal. Lá, por diversos motivos que não são relevantes, elas colidem com átomos presentes na alta atmosfera, fazendo com que eles emitam luzes coloridas que “dançam” nos céus, como se fossem fantasmas multicoloridos e bem animados. Os povos da Antiguidade creditavam essas “luzes do céu” a manifestações divinas.

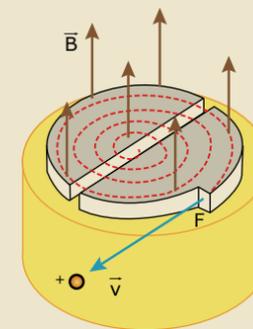


Samuel Blanc / Creative Commons

Os raios cósmicos vindos do espaço são mais frequentes quando o Sol tem a sua atividade mais acentuada. Em determinadas épocas do ano, as manchas solares (regiões onde ocorrem explosões muito intensas, gerando uma enorme quantidade de energia e de partículas eletrizadas) estão mais impetuosas. Nesse período, a quantidade de raios cósmicos que vêm em direção à Terra é muito grande. Eles podem interferir no funcionamento de diversos aparelhos eletrônicos. Dessa forma, o campo magnético terrestre serve de escudo contra tais partículas, aprisionando ou expulsando a maioria delas e protegendo o nosso planeta.

## O CÍCLOTRON E SUAS APLICAÇÕES

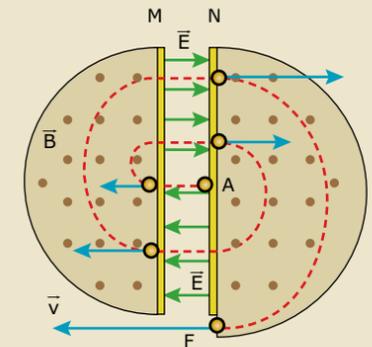
O cíclotron é um aparelho usado para acelerar cargas elétricas de modo a obter partículas eletrizadas com altas velocidades e, portanto, com energias elevadas. O aparelho foi desenvolvido em 1932, na Universidade da Califórnia. Ele é formado por duas câmaras metálicas ocas, dentro das quais é feito um vácuo parcial. Essas regiões têm o formato de dois “D” invertidos em relação ao outro. A figura a seguir mostra um cíclotron de forma simplificada.



O seu funcionamento está baseado em três consequências do movimento de cargas elétricas em regiões onde há campos elétrico e magnético, a saber:

1. Uma carga elétrica sofre ação de uma força elétrica exercida por um campo elétrico na mesma direção desse campo.
2. Uma carga elétrica em movimento perpendicular às linhas de indução de um campo magnético descreve uma trajetória circular no interior da região desse campo.
3. O período do movimento citado (tempo de cada volta) não depende do raio da trajetória nem da velocidade da partícula, conforme já explicado. Ele vai depender apenas da razão massa/carga dessa partícula.

O campo magnético está restrito à região central dos “dês” e é perpendicular à sua superfície. O campo elétrico existe apenas entre as partes planas dos “dês” (entre M e N, mostradas a seguir). Tais campos são uniformes.



A partícula eletrizada é abandonada no ponto A da figura anterior (parte central do cíclotron). Ela é acelerada pelo campo elétrico (de N para M) e, a seguir, entra no “D” esquerdo com certa velocidade. O campo magnético deflete a partícula num semicírculo de raio pequeno. Ela é novamente acelerada pelo campo elétrico e penetra no “D”, da direita, com velocidade de maior módulo. O campo elétrico é ajustado de forma que a partícula sempre o encontre no sentido de sua velocidade (assim, o módulo da velocidade estará sempre aumentando ao passar de um “D” para o outro). Dessa forma, o raio da trajetória aumenta. A trajetória total da partícula está representada pela linha pontilhada vermelha. Depois de várias “voltas” (muitas vezes, centenas delas) dentro dos “dês”, a partícula sai, com enorme energia, pela fresta (F) e atinge alvos específicos e devidamente escolhidos (núcleos a serem “bombardeados” pelas partículas).

O cíclotron foi muito usado na pesquisa de Física das Partículas, uma vez que ele permitia obter íons com velocidades muito elevadas. Tais íons colidindo contra núcleos de átomos produziam as partículas mais elementares da natureza, o que permitiu um grande desenvolvimento da Física e da tecnologia.

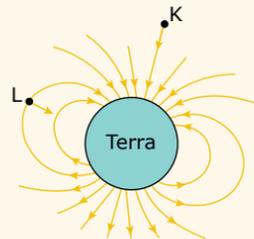
O principal fator que determina a energia (velocidade) da partícula ao sair do cíclotron é o tamanho deste e, portanto, o custo dos eletroímãs que têm de existir em todo o seu raio. Além desses fatores, à medida que a velocidade da partícula aumenta e atinge um valor relevante comparado à velocidade da luz, conceitos ligados à Teoria da Relatividade mostram que a massa inercial do íon aumenta e, por consequência, cresce o tempo que ele gasta em cada volta. Assim, o cíclotron perde o sincronismo e, acima de determinado valor de velocidade, não consegue mais acelerar a partícula. Por esses motivos, o cíclotron deixou de ser usado em pesquisa avançada de Física e foi substituído por seus sucessores, entre eles, o síncrotron.

O cíclotron, hoje, é muito utilizado para produzir isótopos radioativos usados na detecção e no tratamento de diversas doenças. Infelizmente, o número de aparelhos usados com esse objetivo no Brasil é limitado. O cíclotron está sendo usado, recentemente, no Hospital das Clínicas da USP, para a produção de prótons de altas energias, que são lançados diretamente contra tecidos com diversos tipos de câncer. O país está se preparando para uma nova área de pesquisa médica, ou seja, a Medicina ressuscitou o cíclotron.

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



**01.** (UFMG) Reações nucleares que ocorrem no Sol produzem partículas – algumas eletricamente carregadas –, que são lançadas no espaço. Muitas dessas partículas vêm em direção à Terra – e podem interagir com o campo magnético desse planeta. Nesta figura, as linhas indicam, aproximadamente, a direção e o sentido do campo magnético em torno da Terra:



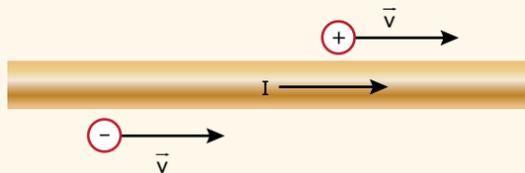
Nessa figura, K e L representam duas partículas eletricamente carregadas e as setas indicam suas velocidades em certo instante. Com base nessas informações, Alice e Clara chegam a estas conclusões:

- Alice – “Independentemente do sinal da sua carga, a partícula L terá a direção de sua velocidade alterada pelo campo magnético da Terra.”
- Clara – “Se a partícula K tiver carga elétrica negativa, sua velocidade será reduzida pelo campo magnético da Terra e poderá não atingi-la.”

Considerando-se a situação descrita, é correto afirmar que

- A) apenas a conclusão de Alice está certa.
- B) apenas a conclusão de Clara está certa.
- C) ambas as conclusões estão certas.
- D) nenhuma das duas conclusões está certa.

**02.** (UFMG) A figura representa um longo fio conduzindo corrente elétrica I. Em um dado instante, duas cargas, uma positiva e outra negativa, estão com velocidade  $\vec{v}$ , uma de cada lado do fio.



A configuração que melhor representa as forças do fio sobre cada uma das cargas é

- A)
- B)
- C)
- D)

**03.** (UFMG) O tubo de imagem de um televisor está representado, esquematicamente, na figura I. Elétrons são acelerados da parte de trás desse tubo em direção ao centro da tela. Quatro bobinas – K, L, M e N – produzem campos magnéticos variáveis, que modificam a direção dos elétrons, fazendo com que estes atinjam a tela em diferentes posições, formando uma imagem, como ilustrado na figura II. As bobinas K e L produzem um campo magnético na direção vertical e as bobinas M e N, na horizontal. Em um certo instante, um defeito no televisor interrompe a corrente elétrica nas bobinas K e L e apenas as bobinas M e N continuam funcionando.

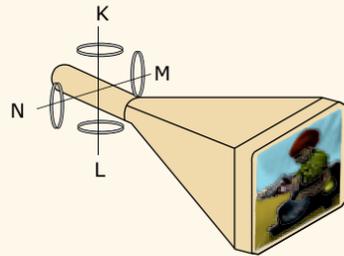


Figura I

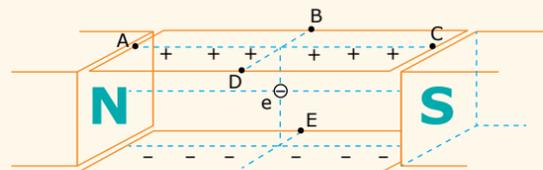


Figura II

Assinale a alternativa em que melhor se representa a imagem que esse televisor passa a produzir nessa situação.

- A)
- B)
- C)
- D)

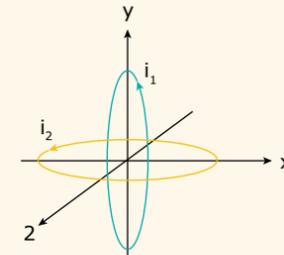
**04.** (Fatec-SP) Duas placas planas, paralelas, horizontais e carregadas com sinais opostos, são dispostas formando entre si um campo elétrico uniforme, e, nas suas laterais, encontram-se dois polos de um ímã formando um campo magnético uniforme, como na figura apresentada.



Abandonando-se um elétron (e) no ponto médio dos dois campos e desprezando-se as velocidades relativísticas e o campo gravitacional, pode-se afirmar que a posição mais provável que esse elétron atingirá será uma região nas proximidades do ponto

- A) A.
- B) B.
- C) C.
- D) D.
- E) E.

**05.** (Mackenzie-SP-2016) Duas espiras circulares de mesmo raio e percorridas por corrente elétrica  $i_1$  e  $i_2$  são dispostas em planos perpendiculares, como mostra a figura anterior. Uma carga elétrica puntiforme Q é colocada em repouso no centro das duas espiras, ficando sujeita a um campo de indução magnética resultante  $\vec{B}_R$  gerado pelas correntes elétricas.



A força magnética resultante que age na carga elétrica Q

- A) tem a mesma direção e sentido de  $\vec{B}_R$ .
- B) tem a mesma direção de  $\vec{B}_R$  mas o sentido depende do sinal da carga Q.
- C) tem direção perpendicular ao  $\vec{B}_R$  e sentido saindo de seu plano.
- D) tem direção perpendicular ao  $\vec{B}_R$  e sentido entrando no seu plano.
- E) é nula.

**06.** (UFC-CE) Analise as afirmações a seguir em relação à força magnética sobre uma partícula carregada em um campo magnético.

- I. Pode desempenhar o papel de força centrípeta.
- II. É sempre perpendicular à direção de movimento.
- III. Nunca pode ser nula, desde que a partícula esteja em movimento.
- IV. Pode acelerar a partícula, aumentando o módulo de sua velocidade.

Assinale a alternativa correta.

- A) Somente II é verdadeira.
- B) Somente IV é verdadeira.
- C) Somente I e II são verdadeiras.
- D) Somente II e III são verdadeiras.
- E) Somente I e IV são verdadeiras.

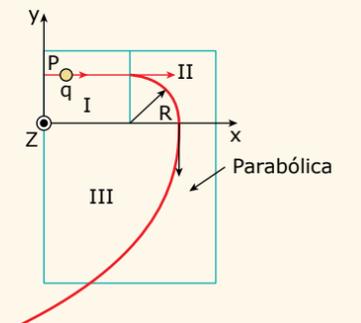
**07.** (UPF-RS-2016) Considere uma região do espaço onde existe um campo magnético uniforme cujas linhas de indução são verticais, com sentido para cima. Suponha que uma partícula carregada negativamente se movimenta horizontalmente da direita para a esquerda, com velocidade constante, e penetre na região do campo. Sobre o comportamento da partícula, analise as afirmações que seguem.

- I. O campo magnético interage com a partícula, diminuindo o módulo da velocidade.
- II. O campo magnético interage com a partícula, mas não influencia no módulo da sua velocidade.
- III. O campo magnético interage com a partícula e modifica a direção original do deslocamento dessa partícula.
- IV. O módulo da força magnética sobre a partícula é zero.

Está correto apenas o que se afirmar em

- A) I e II.
- B) II e III.
- C) III e IV.
- D) I e III.
- E) II e IV.

**08.** (FUVEST-SP) Em cada uma das regiões I, II, III da figura seguinte existe ou um campo elétrico constante  $\pm E_x$  na direção x, ou um campo elétrico constante  $\pm E_y$  na direção y, ou um campo magnético constante  $\pm B_z$  na direção z (perpendicular ao plano do papel). Quando uma carga positiva q é abandonada no ponto P da região I, ela é acelerada uniformemente, mantendo uma trajetória retilínea, até atingir a região II. Ao penetrar na região II, a carga passa a descrever uma trajetória circular de raio R e o módulo da sua velocidade permanece constante. Finalmente, ao penetrar na região III, percorre uma trajetória parabólica até sair dessa região.



A tabela a seguir indica algumas configurações possíveis dos campos nas três regiões. A única configuração dos campos, compatível com a trajetória da carga, é aquela descrita em:

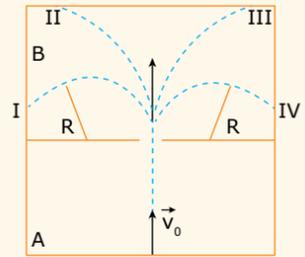
Configuração de campo	A	B	C	D	E
Região I	$E_x$	$E_x$	$B_z$	$E_x$	$E_x$
Região II	$B_z$	$E_y$	$E_y$	$E_y$	$B_z$
Região III	$E_y$	$B_z$	$E_x$	$-E_x$	$-E_x$

- A) A
- B) B
- C) C
- D) D
- E) E

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



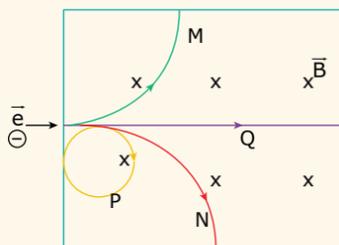
**01.** (FGV-SP-2016) Uma partícula dotada de massa e eletrizada negativamente é lançada, com velocidade inicial  $v_0$ , para o interior de uma região A onde impera um campo elétrico uniforme. A partícula segue a trajetória retilínea paralela ao plano da folha, mostrada na figura. Logo após atravessar a região A, a partícula ingressa na região B, com velocidade  $v > v_0$ , onde há um campo magnético uniforme, orientado perpendicularmente ao plano da folha, apontando para fora dela.



É correto afirmar que a orientação do campo elétrico em A é paralela ao plano da folha no

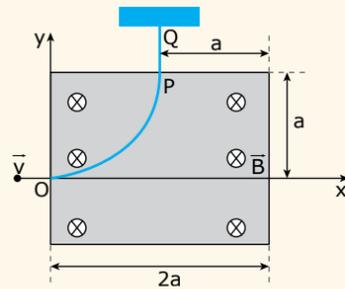
- A) mesmo sentido de  $v_0$ ; em B, a partícula segue a trajetória circular I de raio R.
- B) sentido oposto ao de  $v_0$ ; em B, a partícula segue a trajetória circular I de raio R.
- C) sentido oposto ao de  $v_0$ ; em B, a partícula segue a trajetória circular IV de raio R.
- D) sentido oposto ao de  $v_0$ ; em B, a partícula segue a trajetória parabólica II.
- E) mesmo sentido de  $v_0$ ; em B, a partícula segue a trajetória parabólica III.

02. (UFV-MG) Considere uma região onde há um campo magnético uniforme  $\vec{B}$  penetrando perpendicularmente ao plano da página, conforme mostra a figura a seguir. Um elétron ( $e^-$ ) é então lançado para dentro dessa região, com velocidade inicial paralela ao plano da página. Das curvas mostradas na figura ao lado, aquela que representa corretamente a trajetória desse elétron é



- A) Q
- B) N
- C) P
- D) M

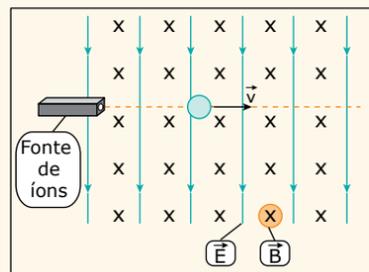
03. (AFA-SP) Uma partícula de carga positiva, com velocidade dirigida ao longo do eixo x, penetra através de um orifício em O, de coordenadas (0, 0), numa caixa onde há um campo magnético uniforme de módulo B, perpendicular ao plano do papel e dirigido "para dentro" da folha. Sua trajetória é alterada pelo campo, e a partícula sai da caixa passando por outro orifício, P, de coordenadas (a, a), com velocidade paralela ao eixo y. Percorre depois de sair da caixa, o trecho PQ, paralelo ao eixo y, livre de qualquer outra força. Em Q sofre uma colisão perfeitamente elástica, na qual sua velocidade é simplesmente invertida e volta pelo mesmo caminho, entrando de novo na caixa pelo orifício P. A ação da gravidade nesse problema é desprezível.



As coordenadas do ponto, em que a partícula deixa a região que delimita o campo magnético, são:

- A) (0, 0)
- B) (a, -a)
- C) (2a, 0)
- D) (2a, -a)

04. (IFGO-2016) Em um laboratório de espectroscopia, um dispositivo emite cátions que se deslocam a uma velocidade v muito elevada. Nesse dispositivo é possível regular a intensidade do campo elétrico (E) e do campo magnético (B) de modo que esses cátions possam ter a trajetória retilínea mostrada na figura a seguir:



Na situação descrita, temos que o campo magnético e uniforme tem intensidade de  $4,0 \cdot 10^{-2}$  T e a velocidade dos cátions emitidos é de  $5,0 \cdot 10^6$  m/s. Então, a intensidade do campo elétrico uniforme que deve ser imposto na região por onde passará os cátions deverá ser de

- A)  $1,25 \cdot 10^8$  V/m.
- B)  $2,0 \cdot 10^{-9}$  V/m.
- C)  $2,0 \cdot 10^{-4}$  V/m.
- D)  $2,0 \cdot 10^5$  V/m.
- E)  $1,25 \cdot 10^4$  V/m.

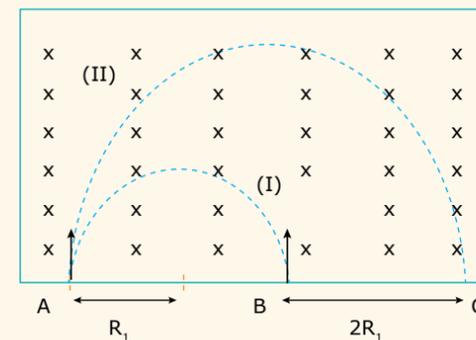
05. (UDESC) Uma partícula de massa m e carga q é acelerada a partir do repouso, por um campo elétrico uniforme de intensidade E. Após percorrer uma distância d, a partícula deixa a região de atuação do campo elétrico com uma velocidade v, e penetra em uma região de campo magnético uniforme de intensidade B, cuja direção é perpendicular a sua velocidade. O raio da trajetória circular que a partícula descreve dentro do campo magnético é igual a:

- A)  $(2mEd/Bq)^{1/2}$
- B)  $(2mEd/B^2q)^{1/2}$
- C)  $mEd/Bq$
- D)  $mE/Bq$
- E)  $(mE/Bq)^{1/2}$

06. (EEAR-SP-2016) Um corpúsculo de 10 g está eletrizado com carga de  $20 \mu\text{C}$  e penetra perpendicularmente em um campo magnético uniforme e extenso de 400 T a uma velocidade de 500 m/s, descrevendo uma trajetória circular. A força centrípeta ( $F_{cp}$ ), em N, e o raio da trajetória ( $r_t$ ), em m, são

- A)  $F_{cp} = 1$ ;  $r_t = 78$ .
- B)  $F_{cp} = 2$ ;  $r_t = 156$ .
- C)  $F_{cp} = 3$ ;  $r_t = 213$ .
- D)  $F_{cp} = 4$ ;  $r_t = 625$ .

07. (UFRN) As partículas I e II, de cargas e massas desconhecidas, penetram, com mesma velocidade, em uma região em que há um campo magnético constante e uniforme, de acordo com a figura a seguir. A trajetória da partícula I passa pelo ponto B e segue até A. A trajetória da partícula II passa em A e vai até C. Sabendo-se que o campo magnético está entrando perpendicularmente ao plano do papel, pode-se afirmar que



- A) a razão entre os módulos das cargas das partículas  $|Q_I/Q_{II}|$  é igual ao dobro da razão de suas massas  $m_I/m_{II}$ .
- B) o trabalho realizado sobre a partícula II pela força magnética é o dobro do realizado sobre a partícula I.
- C) a energia cinética da partícula II é o dobro da energia cinética da partícula I.
- D) as partículas possuem cargas iguais (mas de sinais opostos) e massas idênticas.
- E) as acelerações das partículas são iguais.

08. (PUC Rio) Cientistas creem ter encontrado o tão esperado "bóson de Higgs" em experimentos de colisão próton-próton com energia inédita de 4 TeV (tera elétron-Volts) no grande colisor de hádrons, LHC. Os prótons, de massa  $1,7 \cdot 10^{-27}$  kg e carga elétrica  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C, estão praticamente à velocidade da luz ( $3 \cdot 10^8$  m/s) e se mantêm em uma trajetória circular graças ao campo magnético de 8 Tesla, perpendicular a trajetória dos prótons.

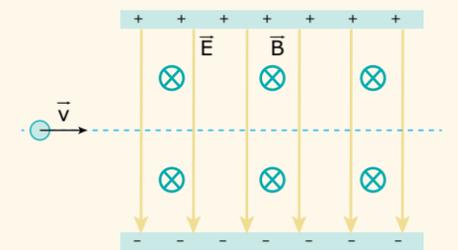
Com esses dados, a força de deflexão magnética sofrida pelos prótons no LHC é em Newton:

- A)  $3,8 \cdot 10^{-10}$
- B)  $1,3 \cdot 10^{-18}$
- C)  $4,1 \cdot 10^{-18}$
- D)  $5,1 \cdot 10^{-19}$
- E)  $1,9 \cdot 10^{-10}$

09. (FPS-PE-2017) Sabe-se que algumas regiões do cérebro humano podem gerar campos magnéticos com módulo da ordem de picotesla (pT), em que  $1 \text{ pT} = 10^{-12} \text{ T}$ . Se um próton de carga  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  e massa  $1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ingressar numa região de campo magnético uniforme, com este módulo e direção perpendicular à da sua velocidade de módulo v, ele descreverá uma circunferência de raio R. Nesta situação, a razão  $v/R$  será igual a:

- A)  $1,0 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$
- B)  $2,6 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$
- C)  $0,4 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$
- D)  $2,6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
- E)  $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

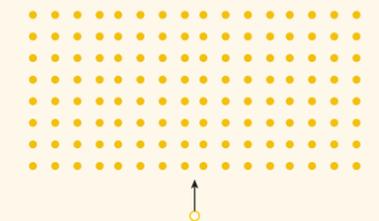
10. (UEG-GO-2018) A figura a seguir descreve uma região do espaço que contém um vetor campo elétrico  $\vec{E}$  e um vetor campo magnético  $\vec{B}$ .



Mediante um ajuste, percebe-se que, quando os campos elétricos e magnéticos assumem valores de  $1,0 \cdot 10^3 \text{ T}$  e  $2,0 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ , respectivamente, um íon positivo, de massa desprezível, atravessa os campos em linha reta. A velocidade desse íon, em m/s, foi de:

- A)  $5,0 \cdot 10^4$
- B)  $1,0 \cdot 10^5$
- C)  $2,0 \cdot 10^3$
- D)  $3,0 \cdot 10^3$
- E)  $1,0 \cdot 10^4$

11. (UNIFICADO-RJ)

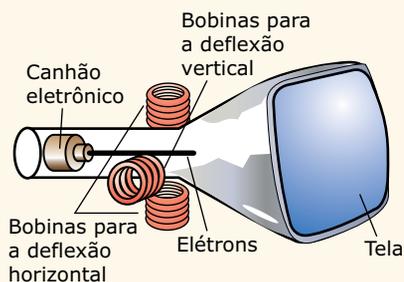


Um próton penetra perpendicularmente em um campo magnético uniforme, como ilustra a figura anterior, e descreve, em seu interior, uma trajetória semicircular. A intensidade do campo magnético é  $10^{-2} \text{ T}$  e a velocidade do próton é constante e igual a  $5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ . Sabendo-se que a massa e a carga do próton valem, respectivamente,  $1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  e  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  e considerando-se  $\pi = 3$ , o perímetro, em centímetros, desse percurso é

- A) 300.
- B) 200.
- C) 150.
- D) 100.
- E) 50.

## SEÇÃO ENEM

**01.** (Enem) A figura mostra o tubo de imagens dos aparelhos de televisão usado para produzir as imagens sobre a tela. Os elétrons do feixe emitido pelo canhão eletrônico são acelerados por uma tensão de milhares de volts e passam por um espaço entre bobinas em que são defletidos por campos magnéticos variáveis, de forma a fazerem a varredura da tela.



Nos manuais que acompanham os televisores, é comum encontrar, entre outras, as seguintes recomendações:

- I. Nunca abra o gabinete ou toque as peças no interior do televisor.
- II. Não coloque seu televisor próximo de aparelhos domésticos com motores elétricos ou ímãs.

Essas recomendações estão associadas, respectivamente, aos aspectos de

- A) riscos pessoais por alta tensão / perturbação ou deformação de imagem por campos externos.
- B) proteção dos circuitos contra manipulação indevida / perturbação ou deformação de imagem por campos externos.
- C) riscos pessoais por alta tensão / sobrecarga dos circuitos internos por ações externas.
- D) proteção dos circuitos contra a manipulação indevida / sobrecarga da rede por fuga de corrente.
- E) proteção dos circuitos contra manipulação indevida / sobrecarga dos circuitos internos por ação externa.

**02.** A magnetosfera protege a superfície da Terra das partículas carregadas do vento solar. É comprimida no lado diurno (Sol), devido à força das partículas que chegam, e estendida no lado noturno.



Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Campo\\_magnético\\_terrestre](https://pt.wikipedia.org/wiki/Campo_magnético_terrestre)>. Acesso em: 13 mar. 2018. [Fragmento]

As partículas carregadas emanadas do Sol e que atingem a magnetosfera são desviadas pelo campo magnético. Havendo uma redução drástica na intensidade do campo magnético terrestre,

- A) a força magnética sobre tais partículas aumenta, o que provoca maior aceleração, fazendo com que um número maior delas consiga chegar à camada atmosférica.
- B) a velocidade das partículas aumenta e, dessa forma, um maior número delas colide com a superfície terrestre, uma vez que o campo, mais fraco, não consegue desacelerar as partículas.
- C) o ângulo entre a velocidade das partículas e o campo magnético terrestre aumenta e tende a 90°, e, assim, numa incidência perpendicular, fica mais fácil de as partículas penetrarem na magnetosfera.
- D) a força magnética sobre tais partículas diminui, ficando menor o desvio magnético sofrido por elas, e, dessa forma, um número maior de partículas consegue chegar à superfície da Terra.
- E) a velocidade das partículas diminui e, dessa forma, mais partículas atingem a superfície, principalmente na região do Equador, uma vez que o campo não mais consegue desviá-las para os polos norte e sul.

### GABARITO

Meu aproveitamento

#### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <input type="radio"/> 01. A | <input type="radio"/> 04. D | <input type="radio"/> 07. B |
| <input type="radio"/> 02. B | <input type="radio"/> 05. E | <input type="radio"/> 08. E |
| <input type="radio"/> 03. B | <input type="radio"/> 06. C |                             |

#### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <input type="radio"/> 01. B | <input type="radio"/> 05. B | <input type="radio"/> 09. E |
| <input type="radio"/> 02. B | <input type="radio"/> 06. D | <input type="radio"/> 10. A |
| <input type="radio"/> 03. C | <input type="radio"/> 07. A | <input type="radio"/> 11. C |
| <input type="radio"/> 04. D | <input type="radio"/> 08. A |                             |

#### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- |                             |
|-----------------------------|
| <input type="radio"/> 01. A |
| <input type="radio"/> 02. D |



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Força Magnética sobre Fios

Imagine a felicidade de uma criança brincando com seu carrinho elétrico. Sabemos que, dentro dele, existem pilhas ou baterias, e que elas podem acender uma lâmpada. Mas como essas pilhas produzem movimento no carrinho desse garoto felizardo? Você já deve ter visto as torres de transmissão de eletricidade. Por que os fios, nessas torres, ficam tão longe uns dos outros? Não seria mais econômico aproximá-los para que a estrutura da torre ocupasse menos espaço e se gastasse menos material na sua construção? Neste módulo, você descobrirá as respostas para tais questionamentos.

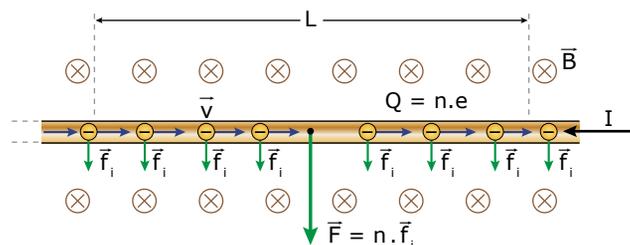
Já sabemos que uma carga elétrica, deslocando-se em uma região onde há um campo magnético, pode sofrer a ação de uma força que desvia sua trajetória. Uma corrente elétrica é um movimento ordenado de cargas elétricas. Assim, nada mais sensato do que esperar que as cargas que constituem a corrente elétrica também sofram, em condições particulares, a ação de forças de origem magnética, o que, de fato, acontece.

Uma das aplicações mais importantes desse fenômeno é o funcionamento dos motores elétricos, presentes em aparelhos que apresentam rotação, tais como ventilador, geladeira, liquidificador e muitos outros.

### FORÇA EM CONDUTOR MERGULHADO EM UM CAMPO MAGNÉTICO



Vamos considerar uma região na qual exista um campo magnético uniforme e, também, um condutor colocado nessa região, perpendicularmente às linhas de indução. Nesse condutor, as cargas livres estão se movendo aleatoriamente. Isso faz com que a força magnética que atua sobre cada uma dessas cargas aponte em direções também aleatórias. Assim, a força resultante que atua sobre o conjunto de cargas é nula. Quando uma corrente elétrica ( $I$ ) passa pelo condutor, cada carga em movimento ordenado, dentro do fio, ficará sujeita a uma força magnética individual ( $\vec{f}_i$ ), com direção e sentido bem definidos. Na figura a seguir, essa força tenta desviar as cargas para baixo (regra do tapa). Entretanto, como essas cargas estão confinadas ao fio, o efeito resultante das forças magnéticas atuando sobre cada uma das cargas será uma força magnética resultante ( $\vec{F}$ ) atuando sobre o condutor, que o empurra, também, para baixo.



Observe que, em um comprimento  $L$  do fio, existem  $n$  cargas elementares ( $e$ ) em movimento e, dessa forma, a carga total contida naquele trecho é  $Q = n.e$ . A velocidade média de cada carga, ao percorrer o comprimento  $L$ , será  $v = L/\Delta t$ . Sabemos que a força, em cada uma das cargas, é  $f_i = B.e.v$ , e que a corrente no fio é  $I = Q/\Delta t$ . Assim, a força resultante que atua no fio, de comprimento  $L$ , terá módulo igual a:

$$F = n.f_i = n.B.e.v = B.n.e.L/\Delta t = B(Q/\Delta t)L = B.I.L$$

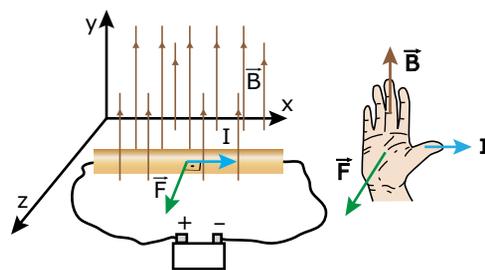
$F = B.I.L$

Na equação anterior,  $B$  é o módulo do campo magnético,  $I$  é o valor da corrente elétrica, e  $L$  é o comprimento do condutor mergulhado no campo magnético.

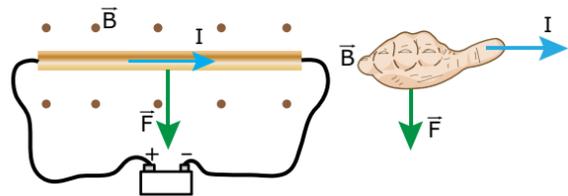
Sabemos que a força magnética é perpendicular ao vetor campo magnético e ao vetor velocidade da carga. Como a corrente ( $I$ ) está na direção do movimento das cargas ( $v$ ), a força sobre o fio será:

$\vec{F} \perp \vec{B} \text{ e } \vec{F} \perp I$

O sentido da força magnética é dado pela regra do tapa, colocando-se o dedo no sentido da corrente elétrica ( $I$ ) e os quatro dedos no sentido do vetor campo magnético ( $\vec{B}$ ). O sentido da força magnética sobre o condutor é indicado pela palma da mão direita. Veja a figura seguinte:

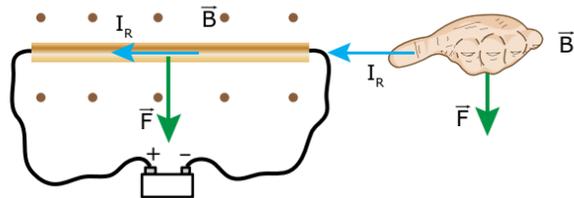


Lembre-se de que o sentido da corrente elétrica (convencional) corresponde ao sentido do movimento das cargas positivas. Por isso, o "tapa" que determina o sentido da força magnética foi dado com a palma da mão. Imagine a figura anterior vista "de cima" (eixo y). O campo aponta para os seus olhos e a corrente elétrica, para a direita. Assim, os dedos da mão devem apontar para fora da página (para o seu rosto) e o dedão, para a direita. Faça você mesmo e confira na figura a seguir. Veja que a força magnética, nessa situação, aponta para a parte de baixo da folha de papel.



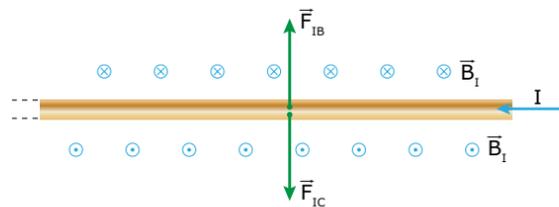
### Considerações importantes sobre a força magnética que atua em fios

1. A força magnética que atua no condutor da figura anterior foi obtida tomando como base a corrente convencional (movimento de cargas positivas). Qual seria a força magnética que atuaria sobre o fio se fosse tomada como base a corrente real (movimento de elétrons)? Na figura anterior, a corrente (convencional) é da esquerda para a direita. Logo, a corrente de elétrons é da direita para a esquerda, conforme a figura seguinte. A diferença é que o "tapa", agora, é dado com as costas da mão. Teríamos, assim, a mesma força magnética resultante. Veja a figura a seguir:

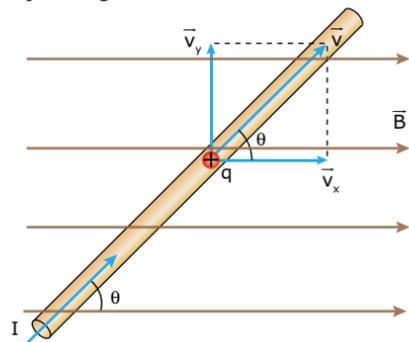


2. Sabemos que um corpo condutor "impede" que um campo elétrico externo atue em seu interior. Porém, isso não acontece com o campo magnético, ou seja, não existe blindagem magnética. Assim, o campo magnético da figura anterior, o qual chamaremos de campo externo (B), atua **dentro** do condutor. É por isso, e só por isso, que esse campo aplica força sobre as cargas ordenadas que constituem a corrente elétrica.

3. Use a regra do tapa (figura seguinte) com o campo magnético gerado pela própria corrente (B<sub>1</sub>). Se ele aplicasse força sobre o fio, haveria duas forças. Uma para baixo, F<sub>1C</sub> (exercida pelo campo que está na parte de cima do fio), e outra para cima, F<sub>1B</sub> (exercida pelo campo que está na parte de baixo do condutor). Logo, a resultante dessas forças seria nula. Dessa forma, somente os campos magnéticos externos devem ser usados para determinar a força magnética que atua sobre o fio.



4. Considere um condutor de 20 m de comprimento, submetido a uma força magnética de 600 N. Assim, cada metro desse condutor sofrerá uma força de módulo igual 30 N. É muito comum, principalmente em linhas de transmissão e de distribuição de energia, informar o valor da força que atua em cada unidade de comprimento do fio. Na situação desse exemplo, esse valor seria de 30 N/m.
5. A equação da força magnética foi obtida para um fio colocado perpendicularmente às linhas de indução (θ = 90°). Se o fio formar um ângulo θ ≠ 90° com o vetor campo magnético, a componente v<sub>x</sub> da velocidade das cargas será paralela ao campo e, devido a ela, não haverá força magnética sobre o fio. Apenas a componente da velocidade perpendicular ao campo (v<sub>y</sub>) contribuirá para que uma força magnética atue sobre o fio. Veja a seguir:



Essa componente é  $v_y = v \cdot \sin \theta$ . Dessa forma, a equação anterior deverá ser escrita como:  

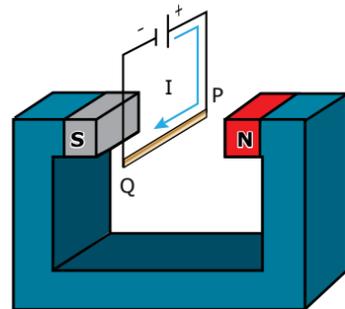
$$F = n \cdot B \cdot e \cdot v \cdot \sin \theta = B \cdot n \cdot e \cdot \sin \theta \cdot L / \Delta t \Rightarrow$$

$$F = B \cdot (Q / \Delta t) \cdot L \cdot \sin \theta$$

$$F = B \cdot I \cdot L \cdot \sin \theta$$

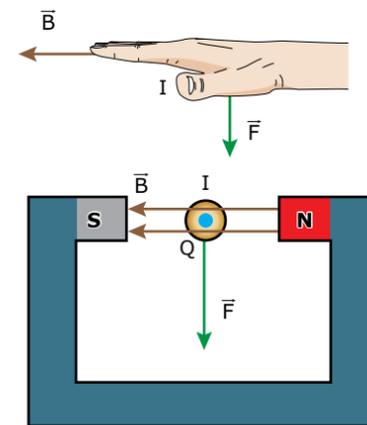
### EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Na figura a seguir, a corrente elétrica vale  $I = 2,0 \text{ A}$ , o módulo do campo magnético entre os polos do ímã é  $B = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ , o comprimento do fio PQ e a largura do ímã valem  $L = 20 \text{ cm}$ . Determinar o sentido e o módulo da força magnética sobre o fio PQ.



#### Resolução:

O sentido da força magnética, no fio, é dado pela regra do tapa com a palma da mão. A figura a seguir mostra a visão frontal do sistema (olhando de Q para P). A corrente sai pelo ponto Q, e o campo do ímã aponta para a esquerda. O sentido da força magnética atuante no fio PQ é para baixo, conforme mostrado.



Observe que a corrente é perpendicular ao campo. Assim, o valor dessa força é igual a:

$$F = B \cdot I \cdot L = 1,0 \cdot 10^{-2} \cdot 2,0 \cdot 0,20 = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

#### Atenção:

Veja que, na resolução, optamos por trabalhar com a visualização da figura em duas dimensões. Na maioria das vezes, essa técnica facilita a resolução do exercício, pois muitas pessoas têm dificuldade de visualizar figuras em três dimensões. Seria interessante você se acostumar com esse tipo de visualização.

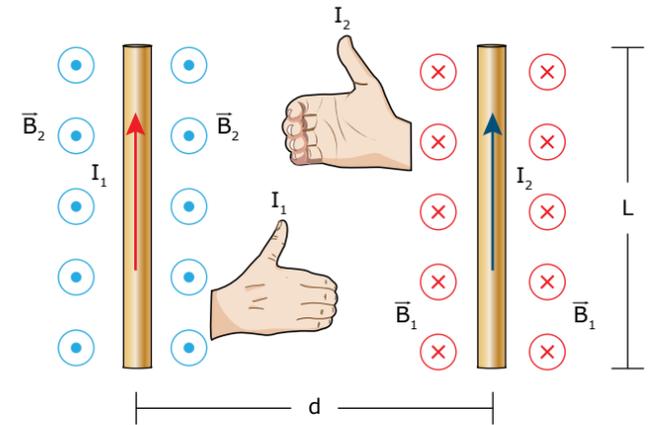
### FORÇA MAGNÉTICA ENTRE CONDUTORES PERCORRIDOS POR CORRENTES ELÉTRICAS

Sabemos que uma corrente elétrica gera um campo magnético no espaço à sua volta. Vimos, anteriormente, que um fio percorrido por corrente elétrica e mergulhado em uma região onde existem linhas de indução sofre ação de uma força exercida pelo campo magnético. Nada mais lógico do que esperar que dois ou mais fios, nos quais circulam correntes elétricas, devam exercer forças entre si. E é o que, de fato, acontece. Vamos analisar dois casos.

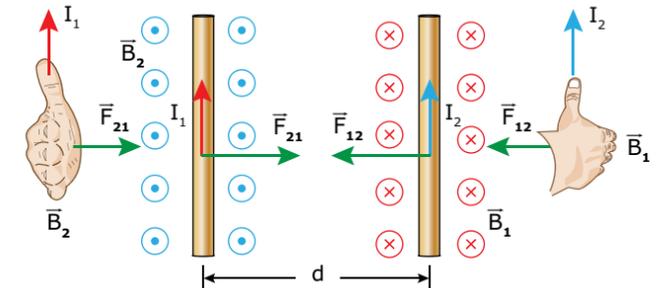
#### Condutores paralelos

Considere dois fios de comprimento L, longos e finos, paralelos um ao outro, separados pela distância d e percorridos por correntes elétricas I<sub>1</sub> e I<sub>2</sub>. Cada uma das correntes gera, em torno do fio percorrido por ela, um campo magnético, que vamos chamar de B<sub>1</sub> e B<sub>2</sub>, respectivamente. Observe que cada fio se encontra imerso no campo magnético criado pela corrente do outro fio.

O que acontece entre eles quando as correntes têm o mesmo sentido? A figura seguinte mostra o campo magnético gerado por cada corrente na região onde se encontra o outro fio. Os sentidos dos campos magnéticos B<sub>1</sub> e B<sub>2</sub> foram determinados usando a regra da mão direita. Utilize essa regra, você também, para comprovar o resultado.



Conhecidos os campos B<sub>1</sub> e B<sub>2</sub> e os sentidos das correntes I<sub>1</sub> e I<sub>2</sub>, vamos determinar a força magnética entre os fios (regra do tapa). Note que as forças entre fios percorridos por correntes de mesmo sentido são de atração. Utilize a regra do tapa e confira esse fato na figura seguinte:



Você se lembra de que começamos o módulo dizendo que os fios, principalmente nas torres de transmissão e de distribuição de energia, encontram-se distantes uns dos outros? Isso é necessário, entre outras coisas, porque eles podem ser percorridos por correntes de mesmo sentido. Assim, haverá atração entre eles, o que pode levar a um eventual contato e, por consequência, a um curto-circuito na rede elétrica. Ninguém gosta quando isso acontece, não é verdade?

Se as correntes elétricas que percorrem os fios paralelos tiverem sentidos opostos, a força entre esses fios será de repulsão. Deixamos, como exercício para você, a demonstração de tal fato.

#### Resumindo:

Fios percorridos por correntes de

- mesmo sentido se **atraem**.
- sentidos **opostos** se **repelem**.

As forças magnéticas determinadas na figura anterior sempre terão o mesmo módulo, independentemente dos valores das correntes, uma vez que formam um par de ação e reação.

O valor de cada campo pode ser determinado por:

$$B_1 = \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2\pi d}$$

$$B_2 = \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi d}$$

A força sobre cada fio pode ser calculada por:

$$F_{21} = B_2 \cdot I_1 \cdot L \quad \text{e} \quad F_{12} = B_1 \cdot I_2 \cdot L$$

Substituindo os valores dos campos, temos:

$$F_{21} = \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi d} \cdot I_1 \cdot L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot L$$

$$F_{12} = \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2\pi d} \cdot I_2 \cdot L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot L$$

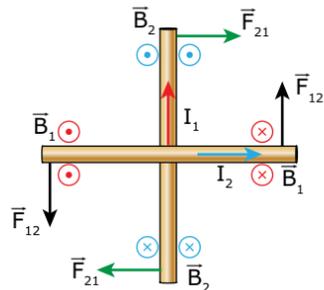
Observe que as duas equações anteriores são, exatamente, as mesmas. Dessa forma, as duas forças (de atração ou de repulsão) entre os fios têm, de fato, o mesmo módulo. Não há necessidade de se decorar tais equações. Quando precisar usá-las, você poderá fazer a dedução, conforme realizado anteriormente. Basta saber que as forças magnéticas entre condutores são proporcionais ao produto das correntes e inversamente proporcionais à distância entre os fios, ou seja:

$$F \propto \frac{I_1 \cdot I_2}{d}$$

### Condutores perpendiculares

Considere dois fios de comprimento L, longos e finos, perpendiculares um ao outro, isolados eletricamente e percorridos por correntes elétricas I<sub>1</sub> e I<sub>2</sub>. Sabemos que a corrente, em cada fio, cria um campo magnético na região onde está o outro, e que os fios exercem forças entre si. No caso anterior, tais forças produziram atração ou repulsão entre os fios. Veja, agora, o que vai acontecer.

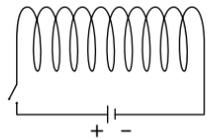
Na figura a seguir, já estão desenhados os campos magnéticos (obtidos pela regra da mão direita) e as forças magnéticas (desenhadas conforme a regra do tapa). Utilize as regras da mão direita e do tapa para conferir as direções e os sentidos dos campos e das forças.



Observe que as forças F<sub>21</sub> tendem a girar o fio vertical no sentido horário, e as forças F<sub>12</sub> tendem a girar o fio horizontal no sentido anti-horário, provocando um alinhamento entre eles. As forças magnéticas atuam de forma a dispor os fios, paralelamente, entre si e a fazer com que eles sejam percorridos por correntes de mesmo sentido. Se os fios puderem girar livremente, é o que vai acontecer com eles.

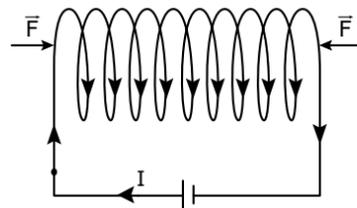
## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**02.** Considere um solenoide formado por fios flexíveis e finos, de modo que se possa alterar, com facilidade, as suas dimensões. Ele é apoiado sobre uma mesa sem atrito e existe ar dentro dele. Ao ser ligado a uma bateria, uma corrente percorre os anéis do solenoide. Discutir as alterações que vão ocorrer nas dimensões do solenoide devido à passagem da corrente elétrica.

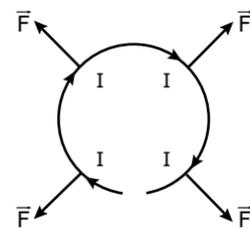


### Resolução:

Observe, a seguir, que cada anel é percorrido, tanto na parte superior (onde estão indicadas as setas) quanto na parte inferior (que está em contato com a mesa), por correntes de mesmo sentido. Dessa forma, haverá uma atração entre os anéis, e, assim, o comprimento do solenoide ficará menor, ou seja, os anéis irão se aproximar.



Agora, veja o que acontece com o raio de cada anel. A figura a seguir mostra um dos anéis visto de frente. Note que a corrente, em pontos simétricos do anel, possui sentidos contrários.

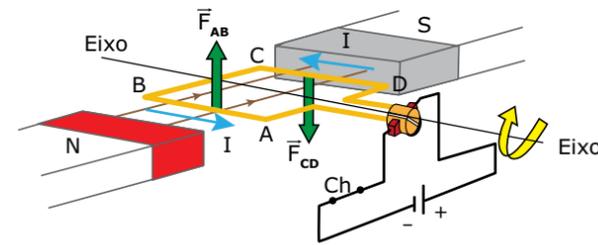


Assim, haverá uma repulsão entre todas as partes do anel, o que provoca um aumento no seu raio. Portanto, o solenoide ficará mais curto e mais largo.

## O TORQUE MAGNÉTICO E SUAS APLICAÇÕES

A figura a seguir mostra uma espira retangular ligada a uma fonte de tensão. A espira é colocada em repouso no interior de um campo magnético que aponta de norte para sul do ímã. Fechando-se a chave Ch, o circuito é percorrido por uma corrente elétrica, de forma que ela atravessa o fio CD de D para C e o fio AB de B para A. Aplicando a regra do tapa, verificamos que o fio AB sofre uma força F<sub>AB</sub> voltada para cima, enquanto o fio CD sofre uma força F<sub>CD</sub> voltada para baixo.

Os outros fios, BC e AD, acham-se paralelos às linhas do campo e, por isso, não sofrem ações de forças magnéticas.



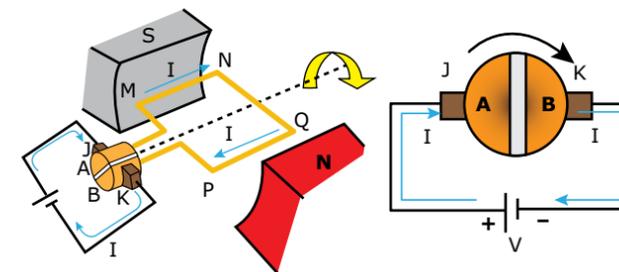
Devido às forças F<sub>AB</sub> e F<sub>CD</sub>, a espira sofre um torque (binário de forças) no sentido horário e começa a girar em torno do eixo nesse sentido. Esse é o princípio básico de funcionamento dos motores elétricos e dos medidores (galvanômetro) de quadro móvel, descritos a seguir.

### Motor de corrente contínua

Assim que a espira da figura anterior completar meia volta, os fios AB e CD trocarão de posições. A partir desse ponto, desde que a corrente, em cada fio, continue no mesmo sentido, o torque se inverterá, passando a ser no sentido anti-horário e retardando a rotação da espira.

Para evitar isso, a cada meia volta da espira, a polaridade da fonte de tensão deve ser invertida. Nos motores alimentados por corrente alternada, essa inversão de polaridade da fonte se faz de forma natural. Nesse caso, para se obter torque sempre de mesmo sentido, basta haver uma sincronização entre as frequências de rotação do motor e de alternância da corrente.

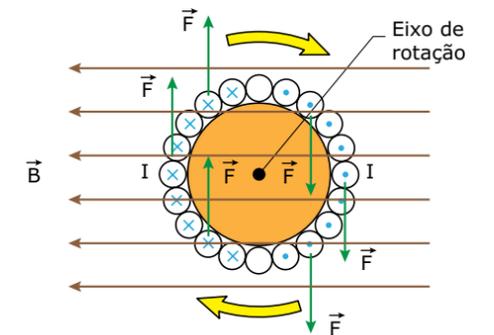
Nos motores de corrente contínua, para se obter torque sempre favorável ao movimento, existem duas peças muito importantes: as escovas (J e K) e o comutador (AB). O comutador é um pequeno cilindro condutor cortado ao longo de seu comprimento e preenchido por um isolante. A figura seguinte mostra um modelo simplificado de um motor alimentado por uma fonte de corrente contínua, com destaque para as escovas e para o comutador. Veja que a corrente elétrica sempre entra pela escova J e sai pela escova K. A espira PQNM tem suas extremidades soldadas às partes condutoras do comutador (AB), que gira junto do motor.



Quando a fonte é ligada, a corrente entra no motor pelo fio MN (através da parte A do comutador) e sai pelo fio QP. Use a regra do tapa (o campo magnético aponta do norte para o sul) e veja que o fio MN sofre ação de uma força magnética para cima, e que o fio QP sofre ação de uma força para baixo. Após meia volta da espira, os fios terão trocado de lugar. Assim, a corrente entra no motor pelo fio PQ (através do lado B do comutador) e sai pelo fio NM, o que mantém o torque no mesmo sentido anterior. Dessa forma, a rotação do motor é mantida sempre no sentido horário.

Quando se quer inverter o sentido de rotação do motor, basta trocar a polaridade da bateria. Dessa forma, o carrinho elétrico do nosso feliz garotinho pode andar para frente ou para trás.

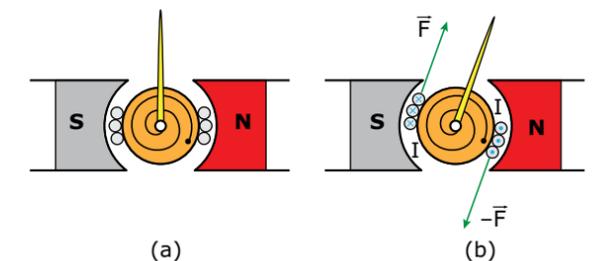
Naturalmente, para se obter torques mais elevados, os motores elétricos são dotados de uma grande quantidade de espiras enroladas em torno do rotor – parte mecânica que dá sustentação aos fios – em forma de bobinas. Isso faz com que cada fio sofra ação de uma força magnética, o que produz um torque resultante elevado no motor. Veja, a seguir, um corte lateral em um motor com algumas espiras enroladas em torno do rotor. Considere que o campo magnético esteja orientado conforme mostrado na figura. A corrente entra no motor pelos fios à esquerda e sai pelos fios à direita. Os fios superior e inferior não contribuem para o torque (as forças apontam na direção do eixo de rotação do motor) e, por isso, as correntes não foram desenhadas.



Nessa figura, foram indicadas apenas algumas forças para não poluí-la. Nos motores comerciais, o campo magnético é radial ao eixo do motor (o ímã tem forma curva acompanhando o rotor). Assim, cada espira fica submetida a forças perpendiculares aos fios, o que aumenta o torque.

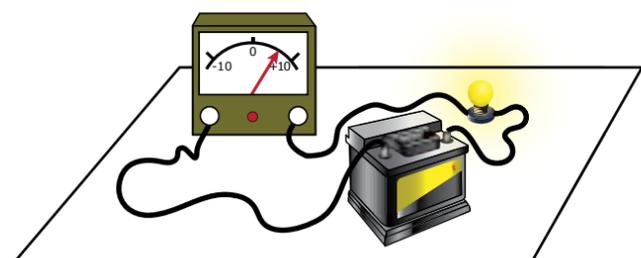
### Galvanômetro de quadro móvel

Vários galvanômetros analógicos (de ponteiros) têm o funcionamento baseado no torque magnético. Nesse caso, o binário de forças nas espiras é usado para girar o ponteiro desses aparelhos – que ficam presos ao rotor. As figuras a seguir mostram um galvanômetro em corte, em que são vistos três espiras (que formam a bobina), o ponteiro, o ímã e uma mola espiral. Na figura (a), não há corrente passando pelo aparelho, o ponteiro está no meio da escala – trata-se de um galvanômetro de zero central –, e a mola não está deformada.

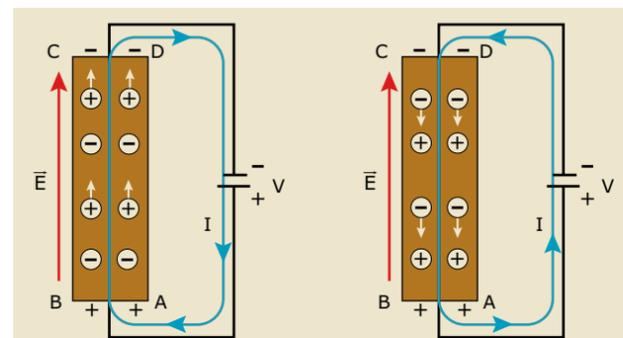


Na figura (b), uma corrente entra no aparelho pelos fios da esquerda. O torque aplicado pela força magnética gira o ponteiro no sentido horário. Agora, a mola está deformada e exerce um torque em sentido oposto.

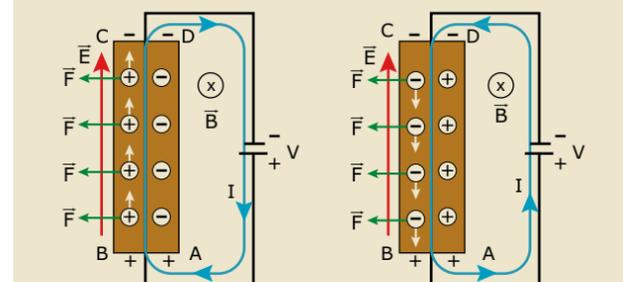
No momento em que os torques se equilibram, o ponteiro se estabiliza e a leitura pode ser feita na escala do instrumento, conforme a figura a seguir:



Se o sentido da corrente for invertido, o torque magnético será oposto ao mostrado anteriormente. Assim, o ponteiro gira para a esquerda. Esse tipo de galvanômetro, além de medir o valor da corrente, determina o sentido desta no circuito.



O que acontece com as cargas da figura anterior se um campo magnético for aplicado perpendicularmente à placa? Lembre-se de que o campo magnético não atua em cargas em repouso. Assim, apenas os prótons, na primeira figura, ou os elétrons, na segunda, sofreriam a ação de uma força exercida pelo campo magnético. Sabemos que a força magnética desvia as cargas lateralmente. Considere as linhas de indução entrando na folha de papel (para não poluir a figura, mostramos apenas uma linha do campo magnético). Veja, nas figuras a seguir, o resultado desse deslocamento lateral.



A direção e o sentido da força magnética que atua em cada uma das cargas em movimento foram obtidos com a regra do tapa (com a palma da mão para as cargas positivas e com as costas da mão para as cargas negativas).

Primeiramente, observe que a força magnética resultante que atua na placa aponta para a esquerda (independentemente de quais cargas estejam em movimento).

Depois, veja que, na primeira figura, o lado BC apresenta excesso de cargas positivas e, na segunda, é o lado AD que apresenta excesso de cargas positivas. Isso acontece porque as cargas em movimento sofrem a ação de forças magnéticas que as desviam lateralmente. Dessa forma, existe uma diferença de potencial entre as laterais da placa. Hall mediu a diferença de potencial entre as laterais e concluiu que os portadores de carga da corrente elétrica nos sólidos são, na verdade, elétrons. Dessa forma, a segunda figura apresenta o que ocorre na realidade.

Perceba, por último, que só é importante você usar a corrente eletrônica se for necessário descobrir qual lateral ficará positiva e qual estará negativa, ou se o exercício pedir a força magnética sobre os elétrons. Para os outros casos, continue a usar a corrente convencional.

## A CORRENTE ELÉTRICA NOS SÓLIDOS

Fizemos, em estudos anteriores, a convenção de que a corrente elétrica, em um condutor qualquer, era formada pelo movimento de cargas positivas – corrente convencional. Hoje, sabemos que, nos condutores sólidos, ela é formada pelo deslocamento de elétrons. Quem descobriu isso, em 1879, foi o cientista E. H. Hall, no mesmo ano da experiência com raios catódicos (elétrons) feita por J. J. Thomson.

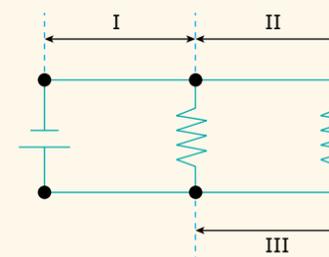
Vimos que o sentido da força magnética que atua em um condutor, percorrido por corrente elétrica, independe de quem sejam os portadores de carga, ou seja, a força magnética externa que atua sobre o condutor é a mesma, seja a corrente formada por cargas elétricas positivas ou negativas.

Vamos agora descobrir, juntos, quem, na verdade, se movimenta dentro de um condutor sólido (prótons ou elétrons). Considere, a seguir, uma placa metálica ABCD ligada a uma bateria. Observe que o lado AB está em um potencial elétrico maior (polo positivo da pilha) e o lado CD, em um menor potencial (polo negativo da pilha). Assim, um campo elétrico surge, dentro da placa, no sentido AB → CD. As cargas elétricas da placa se movimentam devido a esse campo, ou seja, uma corrente elétrica flui através dela conforme indicado a seguir. Na primeira figura, temos uma corrente convencional (movimento de cargas “positivas”) e, na segunda, uma corrente real ou eletrônica (movimento de elétrons). As setas brancas indicam o sentido do movimento das cargas (positivas, na primeira figura, e negativas, na segunda).

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



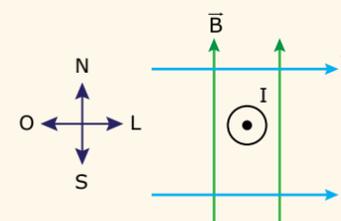
**01.** (UECE) Considere o circuito formado pela associação em paralelo de dois resistores idênticos conectados a uma bateria. Suponha que a disposição dos fios e dos componentes no circuito seja como a indicada na figura a seguir, com os fios no mesmo plano.



Se o circuito for colocado na presença de um campo magnético com direção perpendicular ao plano da figura, sobre os módulos das forças magnéticas  $F_I$ ,  $F_{II}$  e  $F_{III}$  nos fios I, II e III, respectivamente, é correto afirmar-se que

A)  $F_I = F_{II} > F_{III}$ .                      C)  $F_I = F_{II} = F_{III}$ .  
 B)  $F_I > F_{II} > F_{III}$ .                      D)  $F_I > F_{II} = F_{III}$ .

**02.** Um fio longo, percorrido por uma corrente convencional (I), está colocado num plano perpendicular à folha, saindo dela. Dois campos, um elétrico (sentido oeste-leste) e outro magnético (sentido sul-norte), atuam na região onde se encontra o fio. Os campos são uniformes, perpendiculares, e suas direções estão no plano da folha. O fio pode se deslocar para qualquer direção. A respeito das forças que os campos exercem sobre o fio, dois estudantes assim se expressaram:



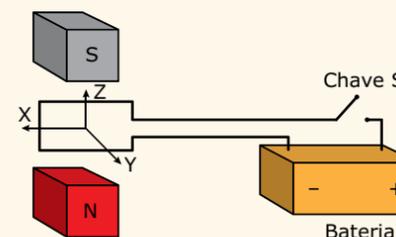
Lalá: A resultante entre elas, na situação mostrada, aponta na direção nordeste, pois a corrente é a convencional.

Lulu: O fio tende a se deslocar para a esquerda, pois o campo magnético é maior do que o campo elétrico.

Fez (fizeram) afirmações corretas e pertinentes

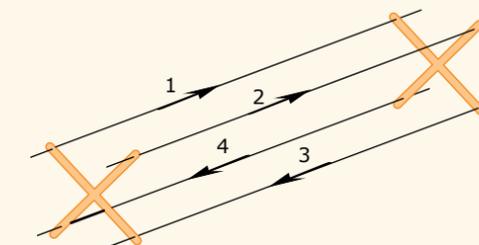
- A) Lalá, apenas.
- B) Lulu, apenas.
- C) os dois.
- D) nenhum dos dois.

**03.** (UFMS-RS) A figura representa uma espira ligada a uma bateria por meio de uma chave S e imersa numa região de campo magnético. Ao se ligar a chave S, a espira tende a

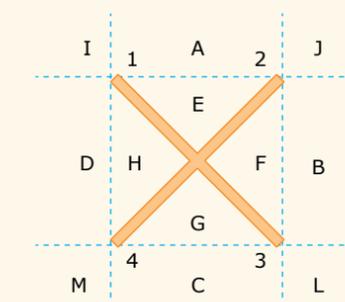


- A) girar ao redor do eixo X, no sentido Y → Z.
- B) girar ao redor do eixo X, no sentido Z → Y.
- C) se deslocar, sem girar, na direção do eixo X.
- D) escapar da região de campo ao longo do eixo X.
- E) escapar da região de campo ao longo do eixo Y.

**04.** (UFSCar-SP) Quatro fios, submetidos a correntes contínuas de mesma intensidade e sentidos indicados na figura, são mantidos separados por meio de suportes isolantes em forma de X, conforme figura.



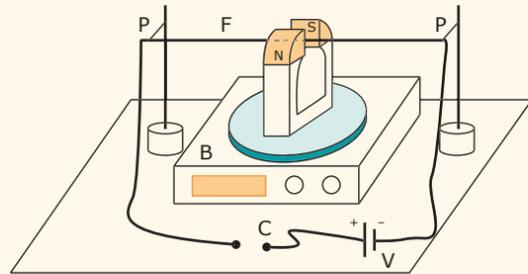
Observe as regiões indicadas.



Entre dois suportes, os fios 1, 2, 3 e 4 tendem a se movimentar, respectivamente, para as seguintes regiões do espaço

- A) A; A; C; C.
- B) A; B; C; E.
- C) E; E; G; G.
- D) I; J; L; M.
- E) D; B; B; D.

**05.** (UFRGS-RS-2016) No esquema da figura a seguir, o fio F, horizontalmente suspenso e fixo nos pontos de suporte P, passa entre os polos de um ímã, em que o campo magnético é suposto horizontal e uniforme. O ímã, por sua vez, repousa sobre uma balança B, que registra seu peso.

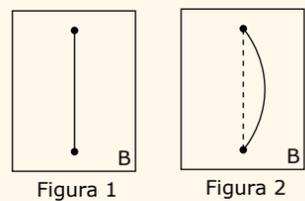


Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado a seguir, na ordem em que aparecem.

Em dado instante, a chave C é fechada, e uma corrente elétrica circula pelo fio. O fio sofre uma força vertical, \_\_\_\_\_, e o registro na balança \_\_\_\_\_.

- A) para baixo – não se altera
- B) para baixo – aumenta
- C) para baixo – diminui
- D) para cima – aumenta
- E) para cima – diminui

**06.** (UFPB) Em um laboratório de Física, o professor, depois de expor aos seus alunos a teoria dos efeitos de campos magnéticos sobre fios condutores, realiza dois experimentos e pede para que os alunos, embasados na teoria exposta, expliquem os resultados. Um fio vertical, flexível e com as extremidades fixas, por onde pode, ou não, estar passando uma corrente elétrica,  $i$ , é colocado na presença de um campo magnético B. No experimento representado na figura 1, o fio não se encurva; enquanto que, no experimento representado na figura 2, o fio se encurva para a direita.



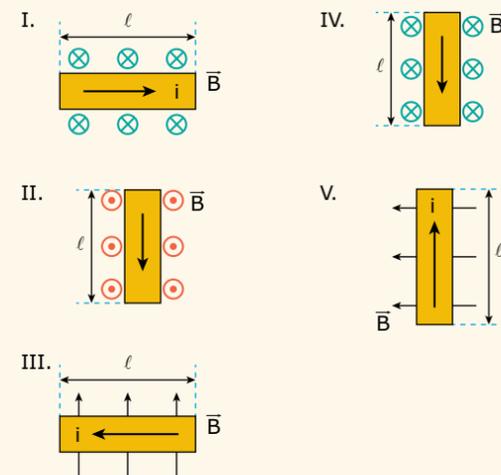
Com base no que foi exposto, os estudantes forneceram cinco explicações. Identifique as que são compatíveis com os experimentos.

- I. O fio, na figura 1, não se encurva, porque não passa corrente elétrica por ele.
- II. O fio, na figura 1, não se encurva, porque a orientação de B é paralela à orientação da corrente.
- III. O fio, na figura 2, se encurva para a direita, porque a corrente,  $i$ , flui para cima e o campo B está orientado para fora do plano da página.

IV. O fio, na figura 2, se encurva para a direita, porque a corrente,  $i$ , flui para baixo e o campo B está orientado para dentro do plano da página.

V. O fio, na figura 2, se encurva para a direita, porque a corrente,  $i$ , flui para baixo e o campo está orientado para a direita.

**07.** (UPE) Um condutor retilíneo de comprimento  $\ell$ , percorrido por uma corrente elétrica  $i$ , é imerso em um campo magnético uniforme B. Na figura a seguir estão disponibilizadas as seguintes situações I, II, III, IV e V:

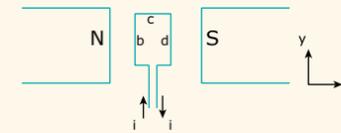


Nessas condições, o conjunto que melhor representa o sentido da força magnética que atua sobre o condutor nos itens I, II, III, IV e V, respectivamente, é:

- A) I    II    III    IV    V  
 $\odot$    ←   ↓    $\otimes$    ↑
- B) I    II    III    IV    V  
 ↓   →    $\odot$    ↑    $\otimes$
- C) I    II    III    IV    V  
 ↑    $\otimes$    ←   ↓    $\odot$
- D) I    II    III    IV    V  
 ↑   ←    $\otimes$    →    $\odot$
- E) I    II    III    IV    V  
 ←   ↑    $\otimes$    ↓    $\odot$

**08.** (Unimontes-MG-2015) Na figura a seguir, temos um modelo muito simplificado de um motor de corrente contínua, como os motores de arranque dos automóveis. Uma espira retangular, que está sendo percorrida por uma corrente  $i$ , foi colocada numa região de campo magnético.

Dessa maneira, a espira é capaz de girar em torno do eixo y. Entre as afirmativas a seguir, assinale a correta.



- A) A força magnética resultante na espira é zero, porém o torque resultante é diferente de zero.
- B) A força magnética nos lados b e d da espira é nula.
- C) O campo magnético na região da espira está no sentido negativo de x.
- D) A força magnética nos lados a e c da espira é diferente em módulo.

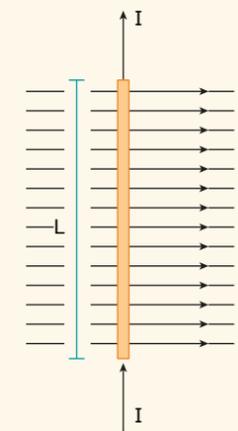
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**01.** (UFAL) Numa certa região, o campo magnético gerado pela Terra possui uma componente  $B_x$  paralela à superfície terrestre, com intensidade de  $2 \cdot 10^{-5}$  T, e uma componente  $B_z$  perpendicular à superfície terrestre, com intensidade de  $5 \cdot 10^{-5}$  T. Nessa região, uma linha de transmissão paralela à componente  $B_x$  é percorrida por uma corrente elétrica de 5 000 A. A força magnética por unidade de comprimento que o campo magnético terrestre exerce sobre essa linha de transmissão possui intensidade igual a

- A) 0,10 N/m.
- B) 0,25 N/m.
- C) 1,0 N/m.
- D) 2,5 N/m.
- E) 10 N/m.

**02.** (FPS-PE-2015) Um fio condutor retilíneo tem comprimento  $L = 16$  metros e transporta uma corrente elétrica contínua, igual a  $I = 0,5$  A, em um local onde existe um campo magnético perpendicular e uniforme, cujo módulo vale  $B = 0,25$  Tesla, conforme indica a figura a seguir. O módulo da força magnética exercida pelo campo magnético sobre o fio será:



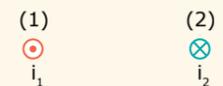
- A) 0,2 N.
- B) 20 N.
- C) 200 N.
- D) 10 N.
- E) 2 N.

**03.** (UDESC) A força entre dois fios condutores paralelos, perpendiculares ao plano da página, ambos com 10,0 m de comprimento e separados por 5,0 cm, é de repulsão. A corrente elétrica em ambos é de 20,0 A. A alternativa que melhor representa a força é:

**Dado:**  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{TA}{m}$

- A)  $|\vec{F}| = 8,00 \cdot 10^{-4}$  N
- B)  $|\vec{F}| = 8,00 \cdot 10^{-4}$  N
- C)  $|\vec{F}| = 16,00 \cdot 10^{-3}$  N
- D)  $|\vec{F}| = 16,00 \cdot 10^{-3}$  N
- E)  $|\vec{F}| = 16,00 \cdot 10^{-5}$  N

**04.** (Mackenzie-SP) Dois fios condutores (1) e (2), muito longos e paralelos são percorridos por correntes elétricas  $i_1$  e  $i_2$ , respectivamente, e sentidos opostos e situados no plano horizontal. A figura a seguir mostra a secção transversal desses condutores, em que a corrente elétrica  $i_1$  está saindo da página e a corrente elétrica  $i_2$  está entrando na página.



A melhor representação vetorial da força magnética ( $\vec{F}_m$ ) e do campo de indução magnética ( $\vec{B}$ ) agentes sobre o fio condutor (1) é:

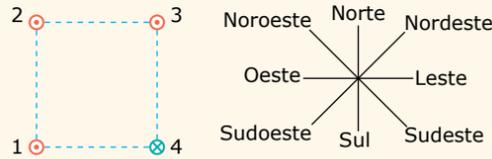
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

**05.** (EEAR-SP-2017) Dois condutores paralelos extensos são percorridos por correntes de intensidades  $i_1 = 3$  A e  $i_2 = 7$  A. Sabendo-se que a distância entre os centros dos dois condutores é de 15 cm, qual a intensidade da força magnética por unidade de comprimento entre eles, em  $\mu\text{N/m}$ ?

**Adote:**  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$

- A) 56
- B) 42
- C) 28
- D) 14

**06.** (UFSC) A figura a seguir mostra quatro fios, 1, 2, 3 e 4, percorridos por correntes de mesmo módulo, colocados nos vértices de um quadrado, perpendicularmente ao plano da página. Os fios 1, 2 e 3 têm correntes saindo da página e o fio 4 tem uma corrente entrando na página.

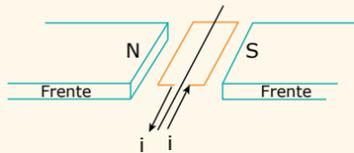


Com base na figura, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01. O campo magnético resultante que atua no fio 4 aponta para o leste.
- 02. A força magnética resultante sobre o fio 4 aponta para o sudoeste.
- 04. Os fios 1 e 3 repelem-se mutuamente.
- 08. A força magnética que o fio 2 exerce no fio 3 é maior do que a força magnética que o fio 1 exerce no fio 3.
- 16. O campo magnético resultante que atua no fio 2 aponta para o sudoeste.
- 32. O campo magnético resultante no centro do quadrado aponta para o leste.

Soma ( )

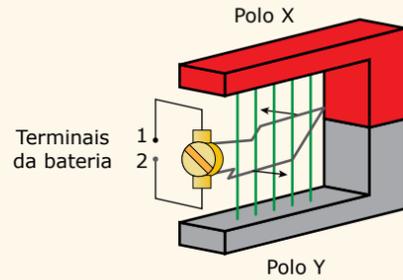
**07.** (PUC RS-2015) A figura a seguir mostra a posição inicial de uma espira retangular acoplada a um eixo de rotação, sob a ação de um campo magnético originado por ímãs permanentes, e percorrida por uma corrente elétrica. A circulação dessa corrente determina o aparecimento de um par de forças na espira, que tende a movimentá-la.



Em relação aos fenômenos físicos observados pela interação dos campos magnéticos originados pelos ímãs e pela corrente elétrica, é correto afirmar que

- A) o vetor indução magnética sobre a espira está orientado do polo S para o polo N.
- B) o vetor indução magnética muda o sentido da orientação enquanto a espira se move.
- C) a espira, percorrida pela corrente i, tende a mover-se no sentido horário quando vista de frente.
- D) a força magnética que atua no lado da espira próximo ao polo N tem orientação vertical para baixo.
- E) a força magnética que atua no lado da espira próximo ao polo S tem orientação vertical para cima.

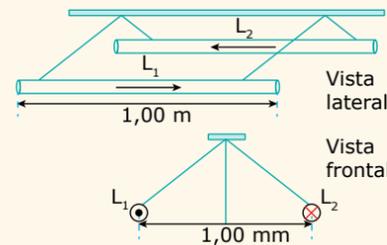
**08.** (CMMG) A figura a seguir mostra o esquema básico de um motor de corrente contínua, que converte a corrente elétrica da bateria em trabalho de girar uma espira que está inserida em um campo magnético gerado pelo ímã. As setas representam o sentido das forças magnéticas, que atuam na espira para fazê-la girar.



Para que a espira gire no sentido anti-horário, o terminal 1 da bateria, o polo X do ímã e o sentido do campo magnético criado pelo ímã devem ser, respectivamente,

- A) positivo, sul e do polo Y para o polo X.
- B) positivo, norte e do polo X para o polo Y.
- C) negativo, sul e do polo X para o polo Y.
- D) negativo, norte e do polo Y para o polo X.

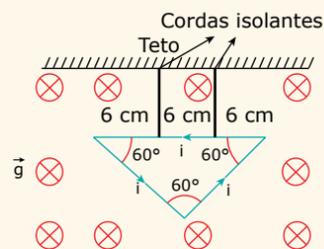
**09.** (CEFET-MG) Duas barras idênticas, retilíneas e rígidas, de comprimentos  $L_1 = L_2 = 1,0$  m e massas  $m_1 = m_2 = 2,0 \cdot 10^{-2}$  g, estão suspensas por fios de seda inextensíveis. Ao serem percorridas por correntes elétricas de intensidades  $I_1 = I_2 = 1,0$  A, de sentidos contrários, elas repelem-se, mantendo uma separação de 1,0 mm entre si. Considere  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  N/A<sup>2</sup>.



O ângulo entre os fios de seda que sustentam as barras é igual a

- A) 15°.
- B) 30°.
- C) 45°.
- D) 60°.
- E) 90°.

**10.** (EsPCEX-SP-2015) Em uma espira condutora triangular equilátera, rígida e homogênea, com lado medindo 18 cm e massa igual a 4,0 g, circula uma corrente i de 6,0 A, no sentido anti-horário. A espira está presa ao teto por duas cordas isolantes, ideais e de comprimento iguais, de modo que todo o conjunto fique em equilíbrio, num plano vertical. Na mesma região, existe um campo magnético uniforme de intensidade  $B = 0,05$  T que atravessa perpendicularmente o plano da espira, conforme indicado no desenho a seguir.



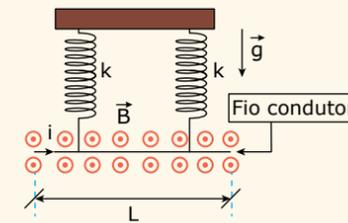
Considerando a imensidade da aceleração da gravidade  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, a intensidade da força de tração em cada corda é de

**Dados:**  $\cos 60^\circ = 0,50$   
 $\sin 60^\circ = 0,87$

- A) 0,01 N.
- B) 0,02 N.
- C) 0,03 N.
- D) 0,04 N.
- E) 0,05 N.

**11.** (EsPCEX-SP-2016) A figura a seguir representa um fio condutor homogêneo rígido, de comprimento L e massa M, que está em um local onde a aceleração da gravidade g. O fio é sustentado por duas molas ideais, isolantes e, cada uma, de constante elástica k. O fio condutor está imerso em um campo magnético uniforme de intensidade B, perpendicular ao plano da página e saindo dela, que age sobre o condutor, mas não sobre as molas.

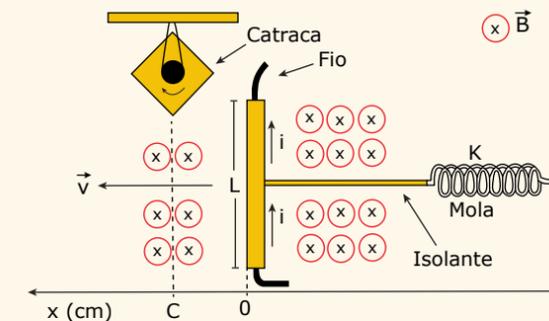
Uma corrente elétrica i passa pelo condutor e, após o equilíbrio do sistema, cada mola apresentará uma deformação de:



- A)  $\frac{Mg + 2k}{BiL}$
- B)  $\frac{BiL}{Mg + 2k}$
- C)  $\frac{k}{2(Mg + BiL)}$
- D)  $\frac{Mg + BiL}{2k}$
- E)  $\frac{2k + BiL}{Mg}$

**SEÇÃO ENEM**

**01.** (Enem) Desenvolve-se um dispositivo para abrir automaticamente uma porta no qual um botão, quando acionado, faz com que uma corrente elétrica  $i = 6$  A percorra uma barra condutora de comprimento  $L = 5$  cm, cujo ponto médio está preso a uma mola de constante elástica  $k = 5 \cdot 10^{-2}$  N/cm. O sistema mola-condutor está imerso em um campo magnético uniforme perpendicular ao plano. Quando acionado o botão, a barra sairá da posição de equilíbrio a uma velocidade média de 5 m/s e atingirá a catraca em 6 milissegundos, abrindo a porta.



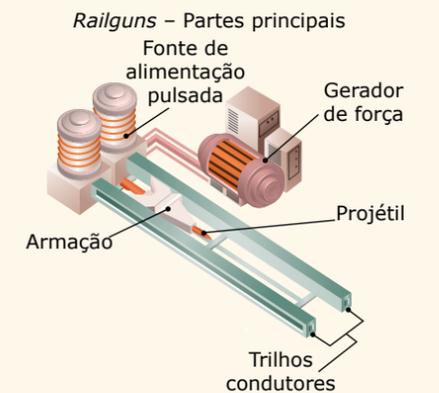
A intensidade do campo magnético, para que o dispositivo funcione corretamente, é de

- A)  $5 \cdot 10^{-1}$  T.
- B)  $5 \cdot 10^{-2}$  T.
- C)  $5 \cdot 10^1$  T.
- D)  $2 \cdot 10^{-2}$  T.
- E)  $2 \cdot 10^0$  T.

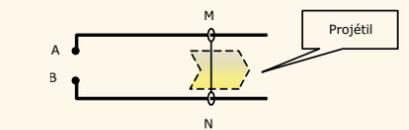
**02.**

**Princípios básicos sobre as railguns (Canhões "elétricos")**

Railguns são canhões elétricos que disparam projéteis a altas velocidades. Basicamente, uma railgun é um circuito elétrico constituído por uma fonte de energia, um par de trilhos condutores e uma armação móvel, também condutora, que é capaz de correr sobre os trilhos. Quando a fonte de energia é acionada, a armação é acelerada na direção oposta da fonte de alimentação.



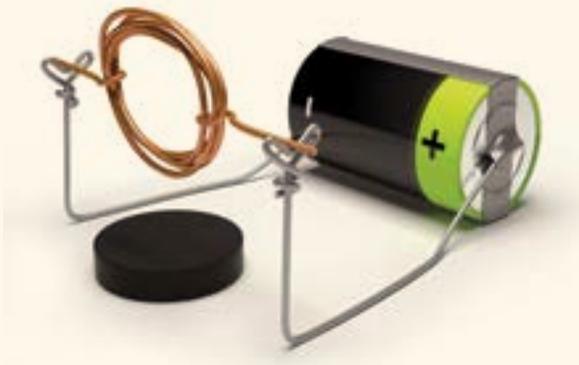
A figura a seguir apresenta o esquema básico da railgun. Nele, a haste MN, condutora, está em contato com os trilhos horizontais. Quando a fonte de alimentação é ligada aos pontos A e B, a haste é disparada levando o projétil consigo. Isso acontece porque a corrente elétrica que circula pelos trilhos (AM e BN) cria um campo magnético que interage com a corrente que circula na haste.



Para que o projétil seja disparado para a direita, na figura anterior, a fonte de alimentação ligada aos pontos A e B

- A) deve ser, necessariamente, contínua, e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser perpendicular ao plano da railgun.
- B) deve ser, necessariamente, contínua, e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser paralelo ao plano da railgun.
- C) deve ser, necessariamente, alternada, e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser perpendicular ao plano da railgun.
- D) pode ser contínua ou alternada, e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser perpendicular ao plano da railgun.
- E) pode ser contínua ou alternada, e o campo magnético criado pela corrente que circula nos trilhos deve ser paralelo ao plano da railgun.

- 03.** Um motor elétrico bem simples pode ser construído em casa usando uma pilha de 1,5 V, um ímã, um suporte de madeira, fio esmaltado para a bobina, arames e pregos. Esse motor foi inventado em 1833 pelo inglês W. Ritchie. A figura a seguir mostra a montagem descrita.



O fio esmaltado deve ser enrolado na forma de uma bobina e as suas extremidades devem ficar em contato com o arame que estará ligado aos polos da bateria. Para que o motor possa funcionar, as extremidades do fio da bobina devem ser raspadas de modo a retirar o esmalte. Entretanto, para que o motor funcione de forma efetiva e possa girar em alta rotação, uma das extremidades do fio deve ser raspada apenas de um dos lados, mantendo o esmalte no outro. Para colocar o motor em funcionamento, basta dar uma rotação inicial, e a força magnética nos fios da bobina produz o torque necessário para o movimento. Raspar apenas uma das metades de um dos fios é necessário porque isso

- A) reduz o consumo de energia à metade, uma vez que a corrente elétrica não circula pelo motor quando a metade isolada do fio está em contato com o arame.
- B) faz com que a força magnética que atua em cada fio da bobina tenha seu valor dobrado em relação ao fio todo descascado.
- C) permite que o torque da força magnética sobre a bobina seja sempre no mesmo sentido de rotação, o que não aconteceria com o fio todo descascado.
- D) aumenta a resistência da bobina e reduz o valor da corrente elétrica. Com isso, a força magnética aumenta de valor e aumenta a frequência de rotação do motor.
- E) transforma a corrente elétrica fornecida pela pilha em alternada, e isso permite que o torque exercido pela força magnética seja sempre no mesmo sentido de rotação.

## GABARITO

Meu aproveitamento

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

01. D
02. D
03. A
04. A
05. D
06. I, II, III e IV
07. D
08. A

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

01. B
02. E
03. C
04. B
05. C
06. Soma = 26
07. C
08. B
09. E
10. B
11. D

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

01. A
02. D
03. C



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Indução Eletromagnética e Transformadores

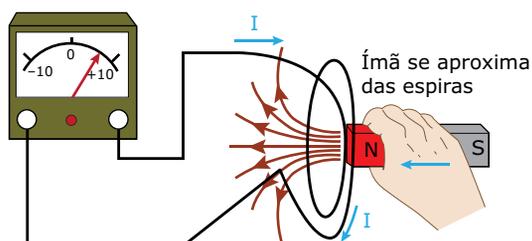
Em 1820, Oersted descobriu que uma corrente elétrica gera um campo magnético. Em 1831, o cientista Michael Faraday observou que o fenômeno contrário também é possível. Ele percebeu que, em determinadas condições, um campo magnético é capaz de produzir corrente elétrica. Essa descoberta é conhecida como a Lei da Indução Eletromagnética, um dos legados da Física que mais auxiliou o homem na busca de novas tecnologias.

O presente módulo está dividido em duas partes. Na primeira delas, vamos apresentar os fundamentos da Lei da Indução Eletromagnética. Na segunda, vamos abordar duas aplicações importantes dessa lei: o gerador de corrente elétrica alternada e o transformador elétrico. Também vamos discutir a geração e a transmissão de energia elétrica nas grandes usinas de eletricidade. Você vai aprender que todas essas usinas (hidroelétricas, como Itaipu e Furnas, ou termoelétricas, como Igarapé e Angra I e II) funcionam com base no fenômeno da indução eletromagnética.

### A INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA



A figura seguinte ilustra uma das experiências realizadas por Faraday durante suas pesquisas. Nesse caso, ele construiu um circuito que tinha uma bobina com algumas voltas de fio. O amperímetro de zero central servia para detectar a presença de corrente elétrica no circuito. Quando ele aproximava o ímã, rapidamente, da bobina, verificava desvio no ponteiro do aparelho, indicando passagem de corrente elétrica pelo circuito. Quando o ímã era, rapidamente, afastado, o ponteiro se desviava para o outro lado, indicando uma corrente elétrica em sentido oposto ao anterior. Mantendo o ímã parado diante da bobina, nenhuma corrente era observada.



Analisando a figura, percebemos que o número de linhas de indução magnética que atravessam a bobina se altera quando o ímã se movimenta em relação a ela. Quando o ímã é aproximado da bobina, o número de linhas que a penetram aumenta. Quando ele é afastado, o número de linhas que a "furam" diminui. Com o ímã parado diante da bobina, o número de linhas que a atravessam não é alterado. Assim, Faraday chegou à seguinte conclusão:

Um campo magnético produz corrente elétrica em uma bobina, por exemplo, desde que o número de linhas de indução magnética que atravessam o circuito esteja variando com o tempo.

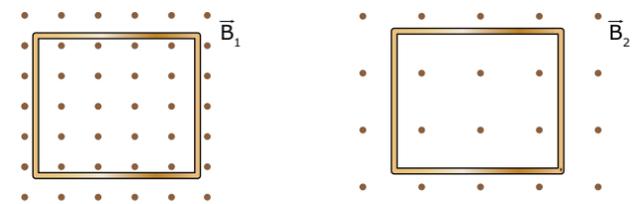
### O fluxo magnético ( $\Phi$ )

Para entender a Lei da Indução Eletromagnética, é necessário definir uma grandeza chamada fluxo magnético ( $\Phi$ ). O fluxo magnético é **proporcional ao número de linhas de indução que atravessam uma determinada superfície a cada instante** (em geral, a superfície de uma espira).

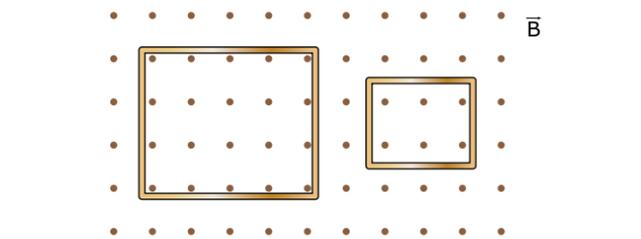
Para que possamos entender o conceito de fluxo magnético com mais facilidade, vamos, antes, entender o significado de um fluxo de gotas de água. Imagine que você precisa coletar água da chuva em um recipiente. Vamos juntos responder à seguinte pergunta: quais são as grandezas que determinam o número de gotas de chuva que atravessam a "boca" do recipiente a cada instante? Fácil, concorda? Primeiro, a intensidade da chuva. Chuva mais forte tem maior número de gotas por metro quadrado. Segundo, a área da "boca" da vasilha. Um recipiente de bocal mais largo coleta maior quantidade de gotas a cada instante. E, por último, o ângulo da "boca" do recipiente em relação à chuva. Se o bocal é colocado perpendicularmente ao movimento da chuva, o número de gotas recolhidas é grande. Ao contrário, se girarmos o recipiente, de modo que a "boca" fique paralela à chuva, nenhuma gota é recolhida pela vasilha.

O mesmo acontece com o fluxo magnético. A intensidade do campo magnético externo (chamado campo indutor) interfere no valor do fluxo, pois um campo magnético mais intenso corresponde a linhas de indução mais concentradas.

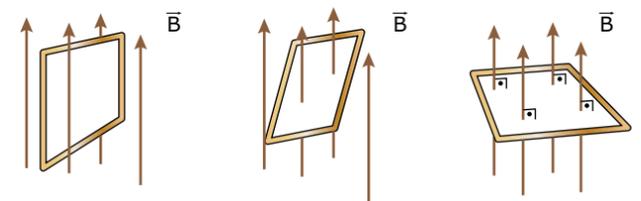
Por isso, na figura a seguir, a primeira espira, que se encontra em um campo magnético mais intenso ( $|\vec{B}_1| > |\vec{B}_2|$ ), está sujeita a um fluxo magnético maior. O número de linhas que atravessam a espira da esquerda (20) é maior do que o número de linhas que atravessam a espira da direita (6).



Assim como a intensidade do campo, a área (A) da espira também influencia o valor do fluxo magnético. A figura seguinte mostra duas espiras dentro de um mesmo campo magnético uniforme, no qual elas apresentam suas faces perpendiculares às linhas de indução do campo magnético. Naturalmente, a primeira espira, de área maior, apresenta o maior valor de fluxo magnético, pois ela é "perfurada" por um maior número de linhas de indução (20) do que a espira menor (6).



A figura a seguir representa uma espira quadrada sendo girada dentro de um campo magnético. Na figura à esquerda (espira paralela ao campo), o fluxo magnético vale zero, pois nenhuma linha de indução "fura" a superfície da espira. Na figura do centro, existe um pequeno fluxo magnético, mas é na figura à direita (espira perpendicular ao campo magnético) que o fluxo é máximo, pois, nesse caso, a superfície da espira é "perfurada" pelo maior número de linhas de indução magnética possível.

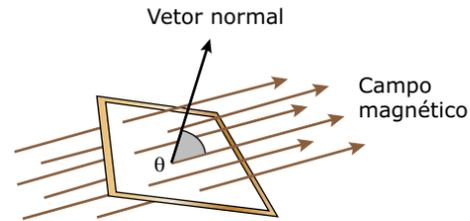


Assim, o fluxo magnético em uma espira colocada em um campo magnético depende da intensidade do campo, da área da espira e da inclinação desta em relação às linhas de indução. Operacionalmente, o fluxo magnético é definido pela seguinte expressão:

$$\varphi = B.A.\cos \theta$$

Sendo B e A os valores do campo magnético e da área da espira, respectivamente. O ângulo  $\theta$  mede a inclinação da espira em relação ao vetor campo magnético.

O ângulo  $\theta$  é o ângulo formado entre o vetor campo magnético e um vetor imaginário normal à superfície da espira (figura a seguir). Para  $\theta = 0^\circ$ , a espira apresenta a sua face perpendicular às linhas do campo. Nesse caso, o fluxo magnético é máximo e igual a  $B.A$ , pois  $\cos 0^\circ = 1$ . Para  $\theta = 90^\circ$ , a face da espira é paralela às linhas de indução e o fluxo magnético é nulo, pois  $\cos 90^\circ = 0$ .



A unidade de fluxo magnético no SI é o weber (Wb), em homenagem ao cientista alemão Wilhelm Weber. Um fluxo magnético de 1,0 Wb corresponde a determinado número de linhas de indução através de um circuito. Se o fluxo passar para 2,0 Wb, por exemplo, o número de linhas de indução que atravessam a área daquele circuito terá dobrado.

Vimos, anteriormente, que a unidade de medida do campo magnético era  $U(B) = N/A.m = T$  (tesla). Usando a definição de fluxo, podemos obter outra unidade para o campo magnético no SI. Veja a seguir:

$$\varphi = B.A.\cos \theta \Rightarrow B = \varphi / (A.\cos \theta) \Rightarrow U(B) = Wb/m^2 = T$$

Assim, as duas unidades são idênticas, ou seja,  $Wb/m^2 = N/A.m = T$ . Podemos usar qualquer uma delas para medir o campo magnético.

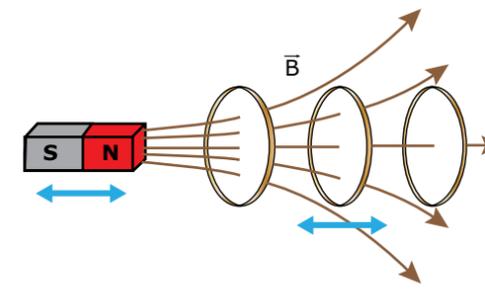
### A variação do fluxo magnético ( $\Delta\varphi$ )

Vimos, na experiência de Faraday, que o medidor indicava a passagem de corrente pelas espiras quando havia uma variação do fluxo magnético. Uma vez que a definição de fluxo envolve três grandezas (campo, área e ângulo), a variação do fluxo pode ser conseguida por meio da variação de qualquer uma dessas grandezas. Vamos analisar alguns casos.

### Variação do campo magnético ( $\Delta B$ )

Considere um fio reto, uma espira ou um solenoide percorrido por corrente elétrica. Em cada ponto próximo a eles, existe um campo magnético. Se a corrente elétrica aumentar ou diminuir, o valor do campo magnético será mais ou menos intenso naquele ponto. Assim, podemos variar o fluxo magnético, alterando o valor da corrente elétrica. Isso produzirá uma variação do fluxo magnético através de uma espira colocada nessa região.

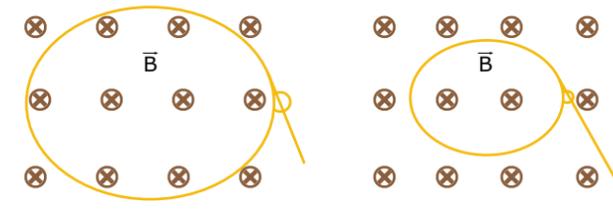
Sabemos que um ímã apresenta um valor de campo magnético bem definido em cada ponto próximo a ele. Assim, uma forma de variar o fluxo magnético em uma espira, por exemplo, é alterar a distância entre ela e o ímã, conforme mostrado na figura seguinte. Nessa representação, usaremos apenas algumas linhas de indução magnética para não poluir muito a figura.



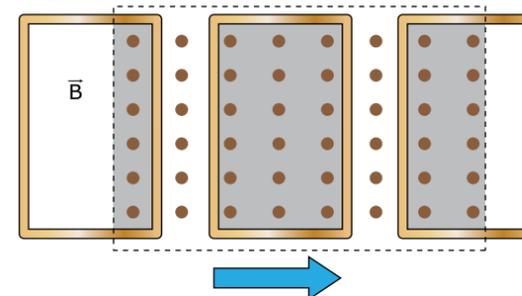
Se o ímã e a espira se aproximam, seja pelo movimento dele, dela ou de ambos, o campo magnético que "fura" a espira é mais intenso, e, assim, o fluxo magnético aumenta. Se, ao contrário, eles se afastam, o campo magnético é menos intenso, e o fluxo magnético diminui. Observe que o número de linhas de indução que atravessam a espira diminui à medida que esta é afastada do ímã. O mesmo efeito seria obtido mantendo-se a espira sempre dentro do campo do ímã, se o ímã fosse deslocado, paralelamente à espira, para cima, para baixo, para a direita ou para a esquerda. A variação de fluxo também poderia ser obtida deslocando-se a espira da mesma forma.

### Variação da área da espira ( $\Delta A$ )

Podemos variar a área da espira de duas formas. Primeiramente, alternando literalmente o tamanho da espira, conforme mostrado na figura a seguir. Veja que, puxando a extremidade livre do fio, a área da espira fica menor, e o fluxo através dela diminui.

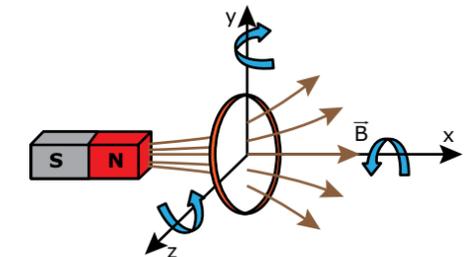


Segundo, alterando a área da espira sujeita ao campo. Na figura seguinte, uma espira de área definida se desloca entrando e saindo de uma região na qual existe um campo magnético. A parte cinza mostra a área da espira sujeita ao campo. Veja que, quando a espira entra no campo, o fluxo magnético aumenta; quando ela se movimenta, estando totalmente dentro do campo, o fluxo é constante; quando a espira deixa a região onde há o campo magnético, o fluxo diminui.



### Variação do ângulo ( $\Delta\theta$ )

Considere uma espira colocada de frente para um ímã e três eixos de rotação possíveis (x, y e z), conforme mostrado a seguir. Os eixos x e y estão no plano da folha, e o eixo z é perpendicular a ela e para fora desta. Observe que o campo magnético atravessa a espira perpendicularmente ao plano formado por ela, e, por isso, o fluxo magnético é máximo. Se girarmos a espira em torno do eixo x, ela continuará perpendicular ao campo, e o fluxo continuará máximo, sem sofrer alteração. Mas, se a rotação for em torno dos eixos y ou z, após um quarto de volta, a espira estará paralela ao campo, e o fluxo magnético através dela será nulo. Veja, portanto, que a rotação em torno de y ou z faz variar o fluxo magnético na espira.



## A LEI DA INDUÇÃO DE FARADAY

Conhecendo o conceito de fluxo magnético e suas possíveis variações, podemos expressar a Lei da Indução Eletromagnética de Faraday da seguinte forma:

Toda vez que o fluxo magnético externo que atravessa um circuito fechado VARIAR com o passar do tempo, surgirá, no circuito, uma força eletromotriz induzida e, portanto, uma corrente elétrica induzida.

O valor médio da força eletromotriz induzida (também chamada de eletromotância induzida) é dado por:

$$\varepsilon_i = N \left( \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \right)$$

Na equação anterior, N é o número de espiras,  $\Delta\varphi$  é a variação sofrida pelo fluxo magnético e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo decorrido nessa variação.

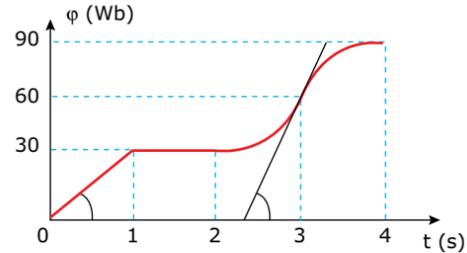
Sabemos que a corrente elétrica pode ser calculada por  $I = \varepsilon / R_{eq}$ . Dessa forma, a corrente induzida que surge num circuito fechado de resistência constante vai depender do valor da f.e.m. induzida.

Veja, na equação anterior, que a f.e.m. induzida será tanto maior quanto maiores forem dois fatores básicos:

1. o número de espiras (voltas de fio) do circuito;
2. a taxa de variação temporal de fluxo ( $\Delta\varphi/\Delta t$ ).

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**01.** Considere uma espira de resistência constante, sendo atravessada por um fluxo magnético hipotético que tem o seu valor, em função do tempo, dado pelo gráfico a seguir. Nele, as curvas entre os instantes 2 e 4 são funções quadráticas (2º grau). Analisar a variação temporal do fluxo magnético e construir um gráfico qualitativo da intensidade da corrente elétrica induzida ( $I_i$ ) que aparece na espira em função do tempo.



### Resolução:

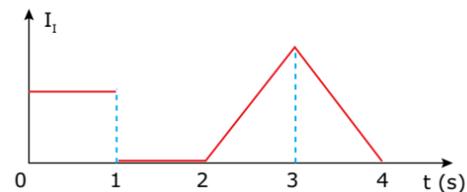
A intensidade da corrente induzida na espira pode ser calculada por  $I_i = \varepsilon_i / R = (N/R) \cdot (\Delta\phi / \Delta t)$ . Na situação desse exercício, temos somente uma espira ( $N = 1$ ) de resistência elétrica constante. Assim, a corrente induzida ( $I_i$ ) é proporcional apenas à variação temporal do fluxo ( $I_i \propto \Delta\phi / \Delta t$ ). Em um gráfico de  $\phi \cdot t$ , a inclinação da curva é uma medida da variação de fluxo magnético. Dessa forma, a corrente induzida está relacionada com a inclinação da curva do gráfico. Para facilitar, lembre-se de que, na Cinemática, o gráfico  $v \cdot t$  era obtido a partir da inclinação da curva do gráfico  $s \cdot t$ .

Entre 0 e 1 s, o gráfico é uma reta. Logo, a inclinação do gráfico é constante, e a corrente induzida é também constante.

Entre 1 s e 2 s, o gráfico é uma reta de inclinação nula (não existe variação de fluxo). Dessa forma, a corrente induzida é igual a zero.

De 2 s a 3 s, a inclinação aumenta e, claro, a corrente induzida também aumenta.

Entre 3 s e 4 s, a inclinação diminui (tendendo a zero). Assim, a corrente induzida também diminui, e tende a zero.



Observe a reta tangente à curva, no instante  $t = 3$  s, mostrada no gráfico de  $\phi \times t$ . Podemos perceber que ela é mais inclinada do que a reta que representa o valor do fluxo entre 0 e 1 s. Consequentemente, a corrente é maior naquele instante do que no primeiro intervalo. Veja, ainda, que a variação de fluxo magnético foi a mesma em todos os intervalos apresentados (30 Wb/s), à exceção do intervalo de 1 a 2 s, em que a variação do fluxo foi nula. Isso quer dizer que a f.e.m. média induzida e, portanto, a corrente média induzida são as mesmas nos intervalos de 0 a 1 s, de 2 a 3 s e de 3 a 4 s. Porém, entre 2 e 3 s e entre 3 e 4 s, a corrente deve ter valor máximo maior que a média. Fica de dever de casa você explicar isso usando esse argumento.

## A LEI DE LENZ

É muito comum encontrarmos a equação que determina a f.e.m. induzida escrita conforme a expressão a seguir:

$$\varepsilon_i = -N \left( \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right)$$

Observe o sinal negativo na expressão para a f.e.m. induzida. Esse sinal existe para indicar que a variação de fluxo estabelece, em um circuito fechado, uma corrente elétrica induzida contrária à sua causa. Quem melhor interpretou esse aspecto da Lei de Faraday foi o físico russo Heinrich Lenz. Por isso, chamamos de Lei de Lenz a regra para determinar o sentido da corrente induzida, que, em palavras, pode ser assim escrita:

Em um circuito fechado (espira ou bobina), a corrente elétrica induzida apresenta um sentido que CONTRARIA a sua causa (que é a variação do fluxo magnético no circuito).

A Lei de Lenz estabelece uma relação de sentidos entre os dois campos magnéticos presentes no fenômeno da indução eletromagnética: o campo magnético externo (criado, por exemplo, pelo ímã) e o campo magnético induzido (criado pela própria corrente induzida). Daqui para frente, chamaremos o campo magnético externo de  $\vec{B}_E$  e o campo magnético gerado pela corrente induzida de  $\vec{B}_I$ . Para que a corrente induzida contrarie a sua causa, o seu sentido deve ser tal que:

1. Se o fluxo magnético **aumenta**, a corrente elétrica induzida cria um campo  $\vec{B}_I$  **contrário** ao campo externo  $\vec{B}_E$ , para tentar conter o aumento do fluxo e conservar a energia do sistema.
2. Se o fluxo magnético **diminui**, a corrente elétrica induzida produz um campo  $\vec{B}_I$  no **mesmo sentido** do campo externo  $\vec{B}_E$ , na tentativa de conter a redução do fluxo e conservar a energia do sistema.

A fim de encontrar, de forma mais fácil, o sentido da corrente induzida em qualquer processo, vamos usar a seguinte ordenação de eventos (embora estes não aconteçam nesta sequência):

$$\vec{B}_E \rightarrow \Delta\phi \rightarrow \vec{B}_I \rightarrow I_i$$

Primeiramente, devemos descobrir o sentido do campo magnético externo (chamado de campo indutor). A seguir, precisamos observar a variação do fluxo (se ele está aumentando ou diminuindo). Feito isso, devemos desenhar o sentido do campo induzido (conforme a regra a seguir). Agora, basta colocar o dedão no sentido do campo induzido e, usando a regra da mão direita, os quatro dedos indicarão o sentido da corrente induzida.

### Resumindo:

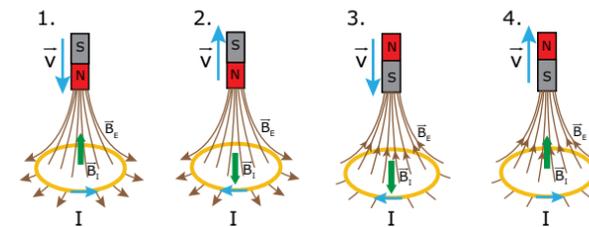
Se o fluxo magnético:  
 Aumenta → desenhar  $\vec{B}_I$  em sentido **contrário** a  $\vec{B}_E$ ;  
 Diminui → desenhar  $\vec{B}_I$  no **mesmo** sentido de  $\vec{B}_E$ .

Veamos, agora, um dos aspectos mais importantes das leis de Faraday e de Lenz. Quando uma corrente passa por um resistor, existe conversão de energia elétrica em energia térmica (efeito Joule). Uma vez que surge a corrente induzida e, conseqüentemente, a energia elétrica, algum elemento presente no processo tem de realizar trabalho sobre o sistema (e "gastar" sua própria energia), de modo a conservar a energia total dos objetos envolvidos. Procure, nas situações apresentadas de agora em diante, analisar todas as transformações de energia envolvidas – "quem gasta" qual forma de energia, e "quem ganha" qual tipo de energia.

Veja a seguir a forma correta de se usar a Lei de Lenz. Um estudante aproxima e afasta um ímã de uma espira. Nas situações 1 e 2, o polo norte do ímã está voltado para a espira. Nas figuras 3 e 4, o polo sul está mais próximo da espira. Vamos determinar os sentidos da corrente induzida na espira, vista por cima do ímã, nas quatro situações apresentadas.

Observe, nas duas primeiras figuras, que o campo externo (do ímã) está apontado para baixo, e, nas outras duas, dirigido para cima.

Nas figuras 1 e 3, o ímã é aproximado da espira (o fluxo magnético através dela aumenta). Assim, desenhamos o campo induzido ( $\vec{B}_I$ ) em sentido oposto a  $\vec{B}_E$ . Use a regra da mão direita, com o dedão no sentido do campo induzido, gire os quatro dedos em torno da espira e confira, nas figuras 1 e 3 a seguir, os sentidos das correntes induzidas.



Observe agora que, nas situações 2 e 4, o ímã é afastado da espira (o fluxo magnético que a atravessa diminui). Logo, vamos desenhar um campo induzido ( $\vec{B}_I$ ) no mesmo sentido de  $\vec{B}_E$ . Novamente com a regra da mão direita (dedão no sentido de  $\vec{B}_I$ ), determinamos os sentidos das correntes induzidas, mostradas nas situações 2 e 4.

Assim, observaremos correntes induzidas no sentido horário nas situações 2 e 3 e no sentido anti-horário nas situações 1 e 4.

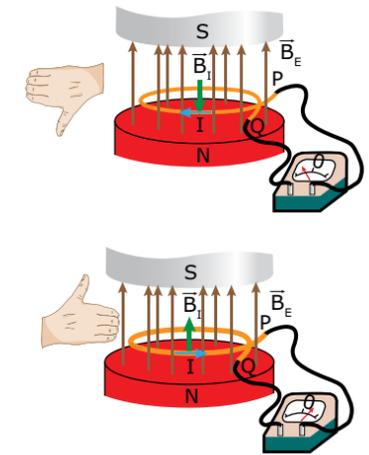
## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**02.** Uma espira circular de extremidades PQ é colocada perpendicularmente aos polos de um solenoide (para simplificar a figura, as espiras do solenoide não foram desenhadas). O campo do solenoide aponta para cima e o seu módulo pode ser variado. Determinar o sentido da corrente induzida na espira quando o campo do solenoide aumenta e, depois, diminui.

### Resolução:

As figuras mostram a situação apresentada. Conhecemos o sentido do campo externo (para cima). Na primeira figura, o campo está aumentando e, por isso, o campo induzido ( $\vec{B}_I$ ) aponta para baixo – contrário a  $\vec{B}_E$ .

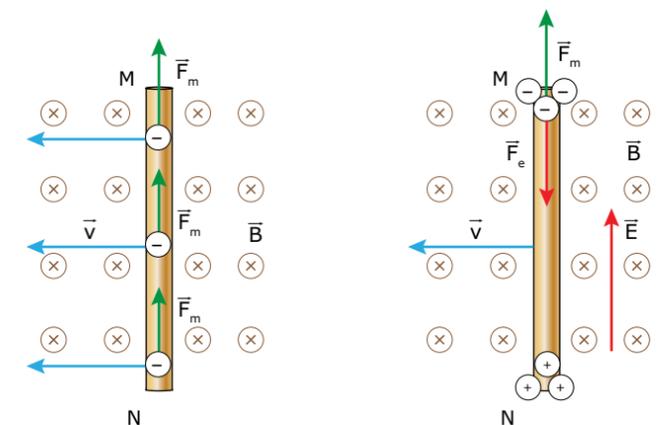
Na segunda figura, o campo externo está diminuindo, e foi desenhado um campo induzido ( $\vec{B}_I$ ) para cima – mesmo sentido de  $\vec{B}_E$ .



Usando a regra da mão direita, com o dedão no sentido do campo induzido, percebemos que a corrente circula, na espira, de P para Q, na primeira situação, e de Q para P, na segunda. Observe que as correntes têm sentidos opostos, o que pode ser verificado na indicação do galvanômetro. Confira as figuras anteriores.

## ELETROMOTÂNCIA (F.E.M.) INDUZIDA EM UM FIO

Podemos conseguir uma f.e.m. induzida sem que exista, necessariamente, um fluxo magnético variável no tempo. Considere um fio condutor (ou uma barra de metal) em movimento uniforme, por exemplo, onde há um campo magnético considerado uniforme. O material, sendo condutor, possui elétrons livres. Com o movimento do fio, tais elétrons também estão em movimento em relação ao campo. Assim, eles sofrem ação de uma força magnética que os desloca, momentaneamente, dentro do condutor. De acordo com a regra do tapa, os elétrons se deslocam para cima. Veja na primeira figura a seguir:



Com o deslocamento dos elétrons livres, as extremidades do fio ficam com cargas positivas localizadas em N, e negativas em M. Isso faz com que um campo elétrico ( $\vec{E}$ ), praticamente uniforme, aponte de baixo para cima (dentro do fio), conforme mostrado na figura anterior, à direita. O deslocamento dos elétrons termina quando tais elétrons atingirem uma situação de equilíbrio, instante em que as forças elétrica e magnética se anulam.

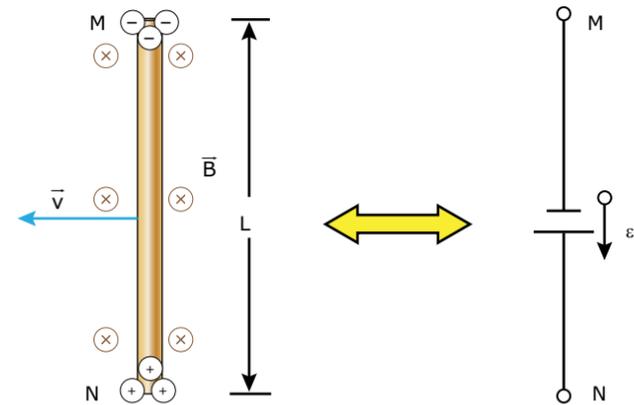
O fio com extremidades positiva e negativa equivale a uma f.e.m. ( $\varepsilon$ ) que aponta de M para N. Veja a seguir.

Considere a distância MN igual a L. Assim, a f.e.m. que aparece nas extremidades do fio pode ser calculada por:

$$\vec{F}_R = 0 \quad (F_e = F_m) \quad \text{e} \quad \varepsilon = E \cdot L \quad (V = E \cdot d)$$

$$E \cdot q = B \cdot q \cdot v \Rightarrow E = B \cdot v \Rightarrow \varepsilon / L = B \cdot v \Rightarrow$$

$$\varepsilon = B \cdot L \cdot v$$



Se uma lâmpada for, convenientemente, conectada entre os pontos M e N, ela será percorrida por uma corrente elétrica como se o fio MN (ou a barra) fosse uma genuína bateria.

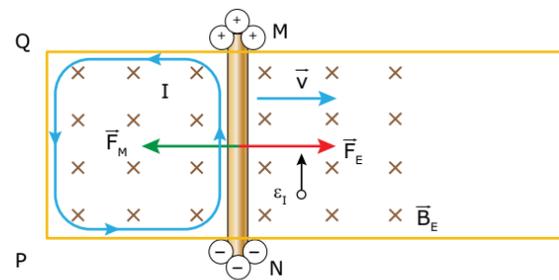
Quando uma corrente elétrica é produzida por uma pilha ou por uma bateria, a energia química se transforma em energia elétrica. No caso da geração de corrente elétrica induzida, utilizando as leis de Faraday e de Lenz, ela surge como consequência da transformação de energia mecânica em energia elétrica. A seguir, vamos apresentar um exemplo que nos permitirá compreender melhor tal transformação de energia.

### EXERCÍCIO RESOLVIDO

**03.** Seja uma barra metálica (MN) apoiada sobre suportes condutores. Ela é puxada para a direita por um agente externo, por meio de uma força  $\vec{F}_e$ , e se desloca com velocidade constante, numa região onde o campo magnético externo ( $\vec{B}_e$ ) é perpendicular ao sistema. Determinar os sentidos da corrente induzida e da força magnética que atuam na barra e as transformações de energia envolvidas nessa situação.

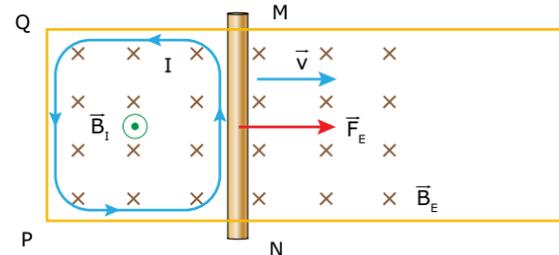
**Resolução:**

O sentido da corrente induzida pode ser determinado de duas maneiras. Primeiro, determinando-se a f.e.m. induzida na barra, como foi feito no tópico anterior. Veja a seguir:



Aplique a regra do tapa nas cargas livres da barra MN (que se deslocam para a direita com velocidade  $\vec{v}$ , devido ao movimento da barra) e confirme que as extremidades M e N ficam submetidas a uma f.e.m. induzida ( $\varepsilon_i$ ), conforme indicado – positivo em M e negativo em N. Assim, surge, como consequência da f.e.m. induzida, uma corrente elétrica induzida (I) na espira MNPQ, no sentido anti-horário. Use agora a regra do tapa na corrente que percorre a barra e você verá que a força magnética é oposta à força do agente externo. Assim, o agente deve realizar trabalho para deslocar a barra, “gastando” parte da sua energia no movimento. Tal energia “aparece”, na espira, na forma de energia elétrica (que vai aquecer a espira), ou seja, houve transformação de energia mecânica (do agente externo) em energia elétrica (na espira).

Outra maneira de determinar o sentido da corrente induzida no circuito é observar a variação do fluxo por meio da espira. Veja que a barra está se deslocando para a direita. Assim, o fluxo magnético aumenta com o tempo (a área da espira MNPQ, sujeita ao campo, aumenta). Assim, basta desenhar um campo induzido ( $\vec{B}_i$ ) oposto ao campo externo ( $\vec{B}_e$ ). Veja a seguir:



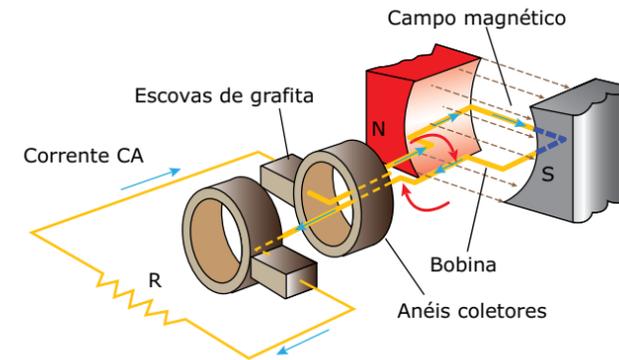
Se você apontar o dedão da mão direita no sentido do campo induzido (aponte para os seus olhos) e girar a mão em torno dele, os quatro dedos da mão indicarão o sentido da corrente induzida, conforme mostrado. O restante da discussão é idêntico ao da primeira solução e será omitido.

**Observação:** Despreze quaisquer tipos de atrito na análise a seguir. O que aconteceria com a barra do exemplo anterior se o agente externo deixasse de fazer força ou se a barra tivesse sido lançada sobre os suportes condutores? Veja, no Exercício Resolvido, o sentido da força magnética que atua na barra – em sentido oposto ao movimento dela. Dessa forma, a barra tende ao repouso, ou seja, a força magnética que surge como consequência da corrente induzida é sempre oposta ao movimento que gerou essa corrente. Assim, dizemos que essa força tende a neutralizar a ação que gera a corrente induzida – outra forma de expor a Lei de Lenz. A esse fenômeno, damos o nome de Frenagem Eletromagnética. Ele é o responsável, por exemplo, pela redução de velocidade dos famosos trens-balas.

## GERADOR DE CORRENTE ALTERNADA

### Princípio de funcionamento

A figura a seguir mostra o esquema de um gerador de corrente alternada simples. Esse dispositivo é uma bobina que gira em um campo magnético uniforme. Para simplificar a figura, representamos a bobina com apenas uma espira, embora, na prática, ela seja constituída por centenas, ou até milhares, de voltas. A bobina é acoplada a um eixo (não mostrado na figura). Esse eixo é acionado por uma fonte de energia mecânica, que pode ser uma turbina hidráulica, uma manivela manual ou outro dispositivo qualquer capaz de impor rotação ao sistema. O circuito elétrico externo é constituído por uma carga, aqui representada pela resistência R. Os terminais da bobina são conectados ao circuito externo, por meio de anéis metálicos que giram junto da bobina. Esses anéis fazem um contato móvel e abrasivo com escovas de grafita fixadas no circuito externo.



Enquanto a bobina gira, o fluxo magnético em seu interior varia. Segundo a Lei de Faraday, uma força eletromotriz é induzida entre os terminais da bobina, e uma corrente elétrica flui através do circuito. Essa corrente é alternada, isto é, ora ela percorre o circuito em um sentido, ora em sentido oposto. Por isso, o gerador de CA também é conhecido como alternador. Para entender isso, considere o instante mostrado na figura e observe que o plano da bobina se acha em posição horizontal. Nessa condição, o fluxo magnético vale zero, pois não há nenhuma linha de campo magnético passando através da área da bobina. À medida que a bobina gira e o seu plano começa a se inclinar, a área da bobina é perfurada por algumas linhas de campo magnético, e o fluxo magnético, em seu interior, começa a aumentar. Nesse caso, de acordo com a Lei de Lenz, a corrente induzida tem um sentido que determina o surgimento de um campo magnético de sentido oposto ao do campo indutor (campo do ímã). Aplique você mesmo a regra da mão direita e veja que essa corrente tem o sentido horário em relação a você, percorrendo a resistência R no sentido indicado na figura anterior.

Agora, considere que a bobina da figura anterior tenha acabado de completar 1/4 de volta em relação à posição mostrada na figura. Nesse novo instante, o plano da bobina está passando pela posição vertical, e o fluxo magnético é máximo. À medida que a espira continua a girar, o fluxo diminui.

Por isso, o sentido da corrente induzida deve determinar o surgimento de um campo magnético no mesmo sentido do campo do ímã. Em relação a você, a corrente induzida no circuito externo apresentará o sentido anti-horário, sendo, portanto, invertida em relação à primeira análise que fizemos.

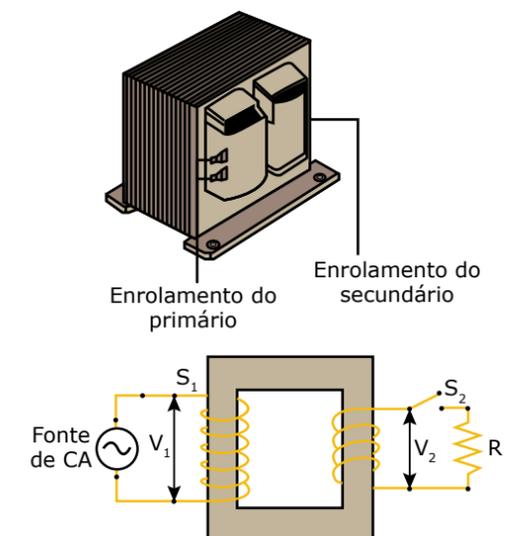
Você notou que a inversão da corrente elétrica, na bobina do gerador da figura anterior, ocorre exatamente quando a bobina passa por uma posição na qual o fluxo magnético é máximo? Isso significa que a corrente possui valor nulo quando o fluxo é máximo. Não há nenhuma inconsistência nesse fato, pois a corrente elétrica induzida depende da taxa de variação do fluxo magnético e não do fluxo propriamente dito. Assim, quando o plano da bobina passa pelas posições verticais, apesar de o fluxo magnético ser máximo, a taxa de variação desse fluxo é, nesse momento, nula.

## TRANSFORMADOR

### Princípio de funcionamento

Um transformador elétrico é um dispositivo usado para modificar o valor de uma tensão alternada, aumentando-a ou diminuindo-a conforme a necessidade. Essa transformação é possível, porque a variação do campo magnético gerado por uma corrente alternada é capaz de induzir uma f.e.m. em um circuito vizinho. O princípio de funcionamento de um transformador, portanto, é baseado na Lei da Indução Eletromagnética.

A figura a seguir mostra um transformador padrão. O equipamento é constituído por duas bobinas independentes, enroladas em torno de um núcleo de ferro (na forma da letra O). Uma das bobinas é alimentada por uma fonte de tensão alternada e é denominada bobina ou enrolamento do circuito primário. A outra é a bobina ou enrolamento do circuito secundário. As bobinas dos circuitos primário e secundário possuem  $N_1$  e  $N_2$  espiras, respectivamente. Para facilitar o entendimento da figura seguinte, representamos as bobinas com poucas espiras, embora, na prática, os transformadores sejam fabricados com centenas e até milhares delas.



Quando uma tensão alternada  $V_1$  é aplicada no circuito primário, uma tensão  $V_2$ , também alternada, é induzida no circuito secundário. Para  $N_2 > N_1$ , a variação de fluxo magnético no circuito secundário é grande, e a tensão de saída  $V_2$  é maior que a tensão de entrada  $V_1$ . Para  $N_2 < N_1$ , ocorre o inverso, isto é, a tensão  $V_2$  é menor que  $V_1$ .

### Cálculo da tensão de saída

Agora, vamos deduzir uma equação simples para calcular a tensão de saída em um transformador, em função da tensão de entrada e do número de espiras existentes nos dois enrolamentos. Quando o circuito primário é alimentado por uma tensão elétrica, uma corrente elétrica passa por seu enrolamento. Como consequência, um campo magnético aparece não apenas no enrolamento primário, como também no enrolamento secundário, pois o núcleo de ferro, além de intensificar o campo, permite que as suas linhas de indução se estendam até o enrolamento do secundário.

Na figura anterior, considere que o enrolamento do circuito primário é alimentado por uma fonte de tensão alternada  $V_1$ . Uma variação de fluxo magnético ocorre nos dois enrolamentos. Assim, de acordo com a Lei de Faraday, aparece uma tensão induzida  $V_2$  entre os terminais do enrolamento do secundário. O valor da tensão induzida  $V_2$  é dado por:

$$V_2 = N_2 \cdot \Delta\phi / \Delta t$$

Da mesma forma, a variação do fluxo induz uma diferença de potencial entre os terminais do enrolamento do circuito primário. Vamos chamar essa d.d.p. de  $U_1$  (e não de  $V_1$ , pois reservamos essa denominação para a tensão de entrada que alimenta o primário). De acordo com a Lei de Faraday, o valor da d.d.p. induzida  $U_1$  é igual a:

$$U_1 = N_1 \cdot \Delta\phi / \Delta t$$

No circuito primário, se a resistência do enrolamento for desprezível (essa hipótese é razoável), a d.d.p.  $U_1$  deve ser igual à tensão de alimentação  $V_1$ . Matematicamente, temos:

$$V_1 = U_1 = N_1 \cdot \Delta\phi / \Delta t$$

Como o núcleo de ferro confina as linhas de indução em seu interior (a fuga de fluxo magnético é desprezível), o campo e o fluxo magnético são os mesmos nos dois enrolamentos. Por isso, a taxa de variação do fluxo também é a mesma nos dois enrolamentos. Então, combinando as equações que fornecem  $V_1$  e  $V_2$  e cancelando as taxas de variação do fluxo, obtemos a equação desejada:

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

Essa expressão pode ser usada para obter a relação entre os valores instantâneos, ou entre os valores médios, das tensões no circuito primário e no secundário. Analisando a equação, vemos que a tensão de saída é diretamente proporcional ao quociente  $N_2/N_1$ . Por exemplo, se o número de espiras da bobina do secundário for o dobro do número de espiras da bobina do primário, então, teremos  $V_2 = 2V_1$ . Um transformador desse tipo é chamado de transformador de alta, pois serve para elevar a tensão. No caso contrário, o aparelho é chamado de transformador de baixa. Alguns carregadores de baterias automotivas possuem um transformador de baixa.

Alimentado por uma tensão  $V_1 = 120$  V de uma tomada, esse transformador abaixa a tensão para  $V_2 = 12$  V. Nesse caso, se o número de espiras no primário for  $N_1 = 500$ , então o número de espiras no secundário deverá ser  $N_2 = 50$ , pois a relação  $V_2/V_1$  é igual a  $1/10$ .

Na figura anterior, em que representamos um transformador, o que acontecerá se a chave  $S_2$  for fechada? A resposta é que haverá uma corrente alternada  $I_2 = V_2/R$  no circuito secundário ( $R$  é a resistência de carga do secundário). Essa corrente cria um fluxo magnético extra no núcleo do transformador. Apesar disso, a taxa de variação do fluxo magnético não é alterada. Mesmo com a presença de uma carga no secundário, a taxa de variação do fluxo continua sendo determinada pela tensão de entrada  $V_1$ . O mesmo ocorre com a tensão de saída. A explicação para isso é que o valor da corrente  $I_1$ , no primário, aumenta quando a carga é introduzida no secundário. O crescimento dessa corrente gera maior variação de fluxo, que compensa a variação de fluxo oposta causada pelo aparecimento da corrente  $I_2$ . Uma experiência simples que comprova o aumento de  $I_1$  consiste em ligar uma lâmpada em série com a bobina do primário. Com a chave  $S_2$  aberta, essa lâmpada brilha pouco, mas, com a chave fechada, a lâmpada brilha muito mais. A conclusão mais importante que tiramos dessa discussão, e que você deve reter, é que a tensão de saída  $V_2$  pode ser calculada pela equação anterior, existindo ou não uma carga no secundário.

### Potência e rendimento de um transformador

Agora, vamos discutir as transformações de energia em um transformador. No núcleo de um transformador, circulam correntes parasitas, induzidas pela variação do fluxo magnético. Esse é um dos motivos que explicam por que um transformador fica quente durante o seu funcionamento. As correntes parasitas que circulam pelo transformador ocasionam perdas de energia por efeito Joule, devido às próprias resistências das bobinas. Para minimizar os efeitos das correntes parasitas, os núcleos dos transformadores são formados por lâminas de ferro montadas lado a lado, separadas por um esmalte isolante. Veja, novamente, o transformador mostrado na figura anterior e observe o seu núcleo laminado.

Para um transformador sem perdas (equipamento que, na prática, não existe), a potência elétrica aplicada ao primário é igual à potência elétrica de saída. Matematicamente, isso se traduz pela seguinte equação:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$$

No caso real, definimos o rendimento, ou a eficiência, de um transformador pela seguinte relação:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 \cdot I_2}{V_1 \cdot I_1}$$

Por exemplo, se um transformador ideal ( $\eta = 100\%$ ) com  $N_1/N_2 = 10$  for alimentado com uma tensão alternada  $V_1 = 120$  V, e o secundário for conectado a uma resistência  $R = 10 \Omega$ , teremos uma tensão alternada de saída  $V_2 = 12$  V. Além disso, as correntes na resistência e no primário serão  $I_2 = 1,2$  A e  $I_1 = 0,12$  A, respectivamente (faça os cálculos para obter esses valores).

Agora, vamos considerar que o rendimento desse mesmo transformador seja  $\eta = 0,80$  (rendimento de 80%). A tensão  $V_2$  continuará sendo 12 V, e a corrente na resistência também continuará sendo 1,2 A (por quê?), mas a corrente no circuito primário mudará de valor.

$$\eta = \frac{V_2 \cdot I_2}{V_1 \cdot I_1} \Rightarrow 0,80 = \frac{12 \cdot 1,2}{120 \cdot I_1} \Rightarrow I_1 = 0,15 \text{ A}$$

Observe que a corrente no primário do transformador real foi maior do que a corrente no primário do transformador ideal. Quanto menor for o rendimento de um transformador de baixa, maior será a corrente no primário e maior será a dissipação de calor por efeito joule no enrolamento do circuito primário.

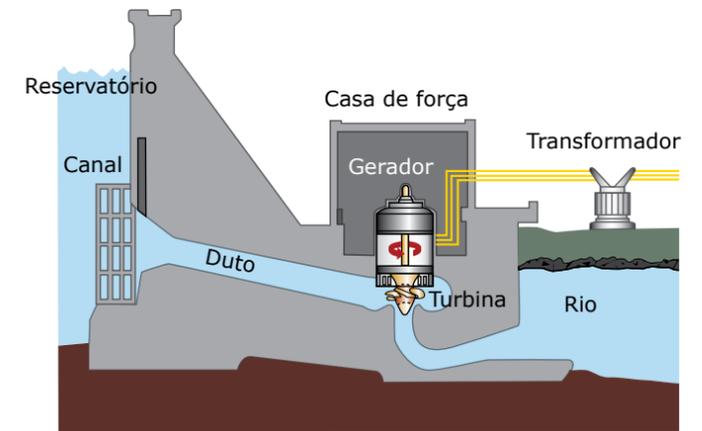
No caso de um transformador de alta ideal, a corrente de saída é menor do que a de entrada, a fim de que a potência do primário seja igual à potência do secundário. No caso real, o rendimento do transformador é menor que 100%, e, conseqüentemente, a corrente de entrada do transformador real é um pouco maior que a corrente que entra no transformador ideal.

No próximo e último tópico deste módulo, que é dedicado ao estudo do transporte da energia elétrica das usinas até os locais de consumo, veremos por que os transformadores são peças fundamentais nesse processo.

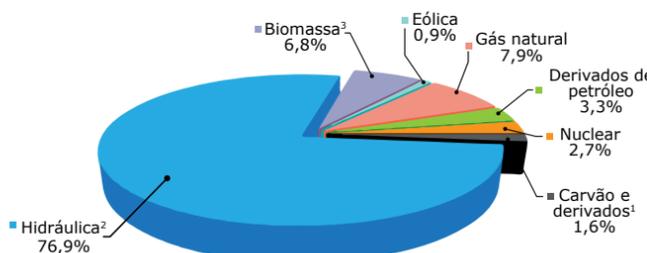
## TRANSPORTE DA ENERGIA ELÉTRICA

### Transmissão em alta tensão

Anteriormente, estudamos a produção da corrente alternada por meio dos geradores elétricos. Quase toda energia elétrica utilizada no mundo é obtida em usinas, onde a energia mecânica de rotação do eixo de uma turbina é convertida em energia elétrica por meio de um gerador de CA. No Brasil, quase 80% da energia elétrica utilizada provém de usinas hidroelétricas, como pode ser constatado no diagrama mostrado na figura a seguir. O grande potencial hídrico do nosso país é um bem precioso, uma vez que a energia elétrica gerada a partir dessa fonte é mais barata, além de causar menores impactos ambientais.



### Oferta interna de energia elétrica por fonte no Brasil (2012)



Notas:  
<sup>1</sup> Inclui gás de coqueria  
<sup>2</sup> Inclui importação de eletricidade  
<sup>3</sup> Inclui lenha, bagaço de cana, lixívia e outras recuperações

EPE, 2013. Balanço Energético Nacional 2012.

A figura seguinte mostra o corte de uma usina hidroelétrica. Nesse tipo de usina, a energia potencial gravitacional da água armazenada na represa é convertida em energia cinética de rotação do eixo da turbina hidráulica. No gerador elétrico, a energia cinética é transformada em energia elétrica, que é distribuída para os centros de consumo por meio da corrente alternada. Essa corrente é transportada a longas distâncias por meio de linhas de transmissão.

Observe o transformador mostrado na parte direita da figura. Esse equipamento é um transformador de alta, cuja função é elevar o valor da tensão gerada na usina. Em geral, a tensão alternada de saída, gerada nas grandes usinas, é cerca de 10 mil volts. O transformador da usina aumenta essa tensão para valores como 100 mil volts, ou muito mais, quando a distância que separa a usina do local de consumo é muito grande. Por exemplo, o Sistema de Transmissão de Itaipu, cujas linhas de transmissão cruzam 900 km, desde o estado do Paraná até São Paulo, possui linhas de transmissão de corrente alternada de 750 kV. Uma das linhas de transmissão da usina de Três Gargantas, na China, opera com a tensão de 500 kV e possui uma extensão de quase 200 km.

O transporte de energia elétrica em altas tensões permite reduzir muito as perdas de energia em uma linha de transmissão. A potência fornecida pelo gerador de uma usina é dada por  $P = \varepsilon \cdot I$ , sendo  $\varepsilon$  a f.e.m. (tensão) induzida no gerador e  $I$  a corrente elétrica correspondente. De acordo com o Princípio da Conservação da Energia, a potência  $P$  deve ser conservada. Assim, quando a tensão é elevada no transformador da usina, o valor da corrente diminui. Como resultado, as perdas de energia na linha de transmissão sofrem uma redução proporcional ao quadrado da redução de  $I$ , pois essas perdas valem  $r \cdot I^2$ , sendo  $r$  a resistência elétrica dos fios. O transporte da energia elétrica é realizado, portanto, em alta tensão e baixa corrente. O motivo principal da escolha da transmissão por corrente alternada é a facilidade que esta proporciona para alterarmos o valor da tensão por meio de transformadores elétricos.

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

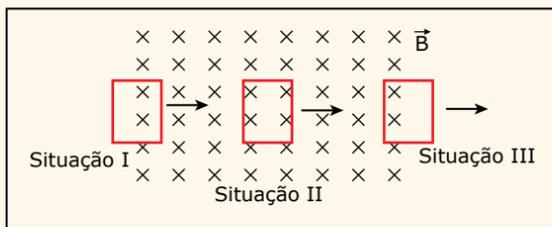


- 01.** (UEPG-PR) Sempre que um fluxo magnético, através de um circuito, for variável, surge neste circuito uma f.e.m. e uma corrente induzida. Esse fenômeno é conhecido como indução eletromagnética. Sobre esse fenômeno, assinale o que for correto.
01. A voltagem induzida em uma bobina é proporcional ao produto do número de espiras pela taxa com a qual o fluxo magnético varia no interior das espiras.
02. Quando existe um movimento relativo entre um ímã e uma espira, surge na espira uma corrente induzida.
04. O sentido da corrente induzida, através de uma espira, é tal que ela origina um fluxo magnético induzido, que se opõe à variação do fluxo magnético indutor.
08. A variação temporal do fluxo magnético através de um circuito fornece, em cada instante, o valor da f.e.m. induzida, com o sinal invertido.
16. A f.e.m. induzida e a corrente induzida têm o mesmo sentido.

Soma ( )

- 02.** (UERJ-2015) O princípio físico do funcionamento de alternadores e transformadores, comprovável de modo experimental, refere-se à produção de corrente elétrica por meio da variação de um campo magnético aplicado a um circuito elétrico.
- Esse princípio se fundamenta na denominada Lei de
- A) Newton.  
B) Ampère.  
C) Faraday.  
D) Coulomb.

- 03.** (Unimontes-MG) Uma espira retangular condutora, deslocando-se em movimento retilíneo uniforme, da esquerda para a direita, encontra uma região de campo magnético uniforme, perpendicular ao plano do papel, penetrando-o (veja a figura).



I	Situação I	A	Corrente induzida nula
II	Situação II	B	Corrente induzida no sentido horário
III	Situação III	C	Corrente induzida no sentido anti-horário

Considerando a figura e as tabelas, marque a alternativa que apresenta uma associação correta entre as informações A, B e C, sobre a corrente elétrica induzida na espira, e as situações I, II e III, evidenciadas na figura.

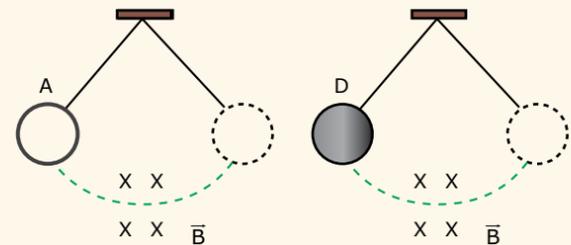
- A) IC, IIB, IIIA.                      C) IC, IIA, IIIB.  
B) IA, IIB, IIIC.                      D) IB, IIA, IIIC.

- 04.** (UFSC-RS) As usinas geradoras de energia elétrica produzem \_\_\_\_\_ que permite, através de um transformador, elevar a \_\_\_\_\_ e, assim, diminuir a \_\_\_\_\_, de modo a diminuir as perdas de energia por efeito Joule nas linhas de transmissão.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas.

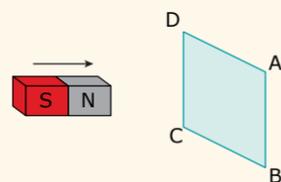
- A) tensão – corrente elétrica – tensão  
B) corrente contínua – corrente elétrica – tensão  
C) corrente alternada – tensão – corrente elétrica  
D) corrente contínua – tensão – corrente elétrica  
E) corrente alternada – corrente elétrica – tensão

- 05.** (UFMG) Um anel metálico (A) e um disco metálico (D), de mesmo tamanho e mesma massa, presos a um fio de seda são postos a oscilar na forma de um pêndulo, conforme a figura. Eles passam por uma pequena região onde existe um campo magnético, perpendicular aos seus planos de oscilação. Os atritos são desprezíveis. A respeito de seus movimentos, é correto afirmar que



- A) o disco diminui sua oscilação e o anel oscila indefinidamente.  
B) o anel diminui sua oscilação e o disco oscila indefinidamente.  
C) os dois diminuem suas oscilações e param ao mesmo tempo.  
D) os dois diminuem suas oscilações e o disco para primeiro.

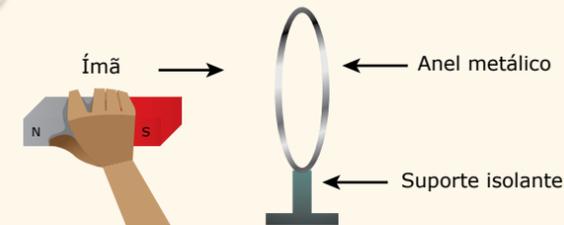
- 06.** (UEL-PR) Um ímã, em forma de barra, atravessa uma espira condutora retangular ABCD, disposta verticalmente, conforme a figura a seguir.



Nessas condições, é correto afirmar que, na espira,

- A) não aparecerá corrente elétrica induzida nem quando o ímã se aproxima e nem quando se afasta da espira.  
B) tem-se uma corrente elétrica induzida, no sentido de A para B, apenas quando o ímã se aproxima da espira.  
C) tem-se uma corrente elétrica induzida, no sentido de A para B, tanto quando o ímã se aproxima como quando se afasta da espira.  
D) tem-se uma corrente elétrica induzida, no sentido de B para A, tanto quando o ímã se aproxima como quando se afasta da espira.  
E) tem-se uma corrente elétrica induzida, no sentido de A para B, apenas quando o ímã se afasta de espira.

- 07.** (FUVEST-SP) Aproxima-se um ímã de um anel metálico fixo em um suporte isolante, como mostra a figura. O movimento do ímã, em direção ao anel,



- A) não causa efeitos no anel.  
B) produz corrente alternada no anel.  
C) faz com que o polo sul do ímã vire polo norte e vice-versa.  
D) produz corrente elétrica no anel, causando uma força de atração entre anel e ímã.  
E) produz corrente elétrica no anel, causando uma força de repulsão entre anel e ímã.

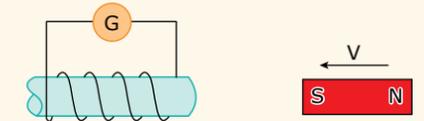
- 08.** (UCS-RS-2016) A Costa Rica, em 2015, chegou muito próximo de gerar 100% de sua energia elétrica a partir de fontes de energias renováveis, como hídrica, eólica e geotérmica. A lei da Física que permite a construção de geradores que transformam outras formas de energia em energia elétrica é a Lei de Faraday, que pode ser melhor definida pela seguinte declaração:

- A) Toda carga elétrica produz um campo elétrico com direção radial, cujo sentido independe do sinal dessa carga.  
B) Toda corrente elétrica, em um fio condutor, produz um campo magnético com direção radial ao fio.  
C) Uma carga elétrica, em repouso, imersa em um campo magnético sofre uma força centrípeta.  
D) A força eletromotriz induzida em uma espira é proporcional à taxa de variação do fluxo magnético em relação ao tempo gasto para realizar essa variação.  
E) Toda onda eletromagnética se torna onda mecânica quando passa de um meio mais denso para um menos denso.

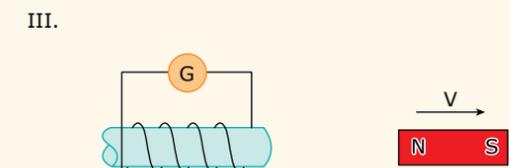
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



- 01.** (UFRGS-RS-2018) A figura a seguir representa um experimento em que um ímã está sendo aproximado com velocidade  $V$  de uma bobina em repouso, ligada em série com um galvanômetro  $G$ .

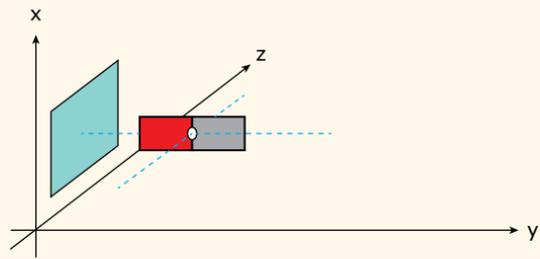


A seguir, três variantes do mesmo experimento estão representadas nas figuras I, II e III.



Assinale a alternativa que indica corretamente as variantes que possuem corrente elétrica induzida igual àquela produzida no experimento original.

- A) Apenas I.  
B) Apenas II.  
C) Apenas III.  
D) Apenas I e II.  
E) I, II e III.
- 02.** (Fatec-SP) Observando a figura a seguir, vê-se um ímã em forma de barra que possui um eixo pelo qual pode girar. Próximo a ele, encontra-se uma espira retangular de metal, no plano  $(x, z)$ . O ímã está alinhado com o centro da espira na direção do eixo  $y$ .



Com a finalidade de induzir uma corrente elétrica na espira, um aluno faz as seguintes experiências:

- I. Movimenta o ímã e a espira na mesma direção e sentido e com velocidades iguais.
- II. Gira o ímã em torno de seu eixo paralelo ao eixo z e mantém a espira em repouso em relação ao plano (x,z).
- III. Desloca a espira numa direção paralela ao eixo y e mantém o ímã em repouso em relação ao plano (x,z).

Para conseguir a corrente induzida, o aluno conclui que o correto é proceder como indicado em

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| A) I, apenas.       | D) II e III, apenas. |
| B) II, apenas.      | E) I, II e III.      |
| C) I e III, apenas. |                      |

**03.** (EFOMM-RJ-2016) Uma espira condutora retangular rígida move-se, com velocidade vetorial  $\vec{v}$  constante, totalmente imersa numa região na qual existe um campo de indução magnética  $\vec{B}$  uniforme, constante no tempo, e perpendicular ao plano que contém tanto a espira como seu vetor velocidade. Observa-se que a corrente induzida na espira é nula.

Podemos afirmar que tal fenômeno ocorre em razão de o

- A) fluxo de  $\vec{B}$  ser nulo através da espira.
- B) vetor  $\vec{B}$  ser uniforme e constante no tempo.
- C) vetor  $\vec{B}$  ser perpendicular ao plano da espira.
- D) vetor  $\vec{B}$  ser perpendicular a  $\vec{v}$ .
- E) vetor  $\vec{v}$  ser constante.

**04.** (Unesp) O freio eletromagnético é um dispositivo no qual interações eletromagnéticas provocam uma redução de velocidade num corpo em movimento, sem a necessidade da atuação de forças de atrito. A experiência descrita a seguir ilustra o funcionamento de um freio eletromagnético.

Na figura 1, um ímã cilíndrico desce em movimento acelerado por dentro de um tubo cilíndrico de acrílico, vertical, sujeito apenas à ação da força peso.

Na figura 2, o mesmo ímã desce em movimento uniforme por dentro de um tubo cilíndrico, vertical, de cobre, sujeito à ação da força peso e da força magnética, vertical e para cima, que surge devido à corrente elétrica induzida que circula pelo tubo de cobre, causada pelo movimento do ímã por dentro dele.

Nas duas situações, podem ser desconsiderados o atrito entre o ímã e os tubos, e a resistência do ar.

Tubo de acrílico      Tubo de cobre

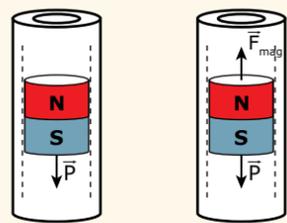
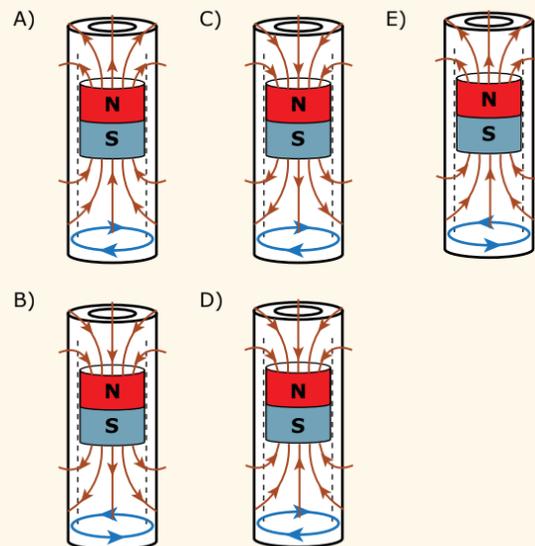


Figura 1      Figura 2

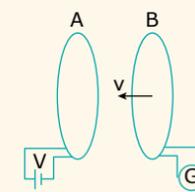
Considerando a polaridade do ímã, as linhas de indução magnética criadas por ele e o sentido da corrente elétrica induzida no tubo condutor de cobre abaixo do ímã, quando este desce por dentro do tubo. A alternativa que mostra uma situação coerente com o aparecimento de uma força magnética vertical para cima no ímã é a indicada pela letra



**05.** (IMED-RS-2015) A lei da indução de Faraday é fundamental, por exemplo, para explicarmos o funcionamento de um dispositivo usado em usinas de energia elétrica: o dínamo. Trata-se de um equipamento eletromecânico que transforma energia mecânica nas usinas de energia em energia elétrica. Em relação a esse dispositivo, assinale a alternativa incorreta.

- A) Segundo a Lei de Faraday, a quantidade de energia elétrica produzida por um dínamo pode ser superior à quantidade de energia mecânica que ele consome.
- B) A Lei de Faraday é importante para explicar o funcionamento dos transformadores de tensão que usamos em nossas residências.
- C) É impossível construir um dínamo cujo único efeito seja produzir 200 J de energia elétrica consumindo somente 100 J de energia mecânica.
- D) A Lei de Faraday relaciona o fluxo de um campo magnético, variando ao longo do tempo, a uma força eletromotriz induzida por essa variação.
- E) O dínamo é percorrido por uma corrente elétrica induzida quando rotaciona na presença de um campo magnético externo.

**06.** (UFRGS-RS) Observe a figura a seguir:



Esta figura representa dois circuitos, cada um contendo uma espira de resistência elétrica não nula. O circuito A está em repouso e é alimentado por uma fonte de tensão constante V. O circuito B aproximasse com velocidade constante de módulo v, mantendo-se paralelos os planos das espiras. Durante a aproximação, uma força eletromotriz (f.e.m.) induzida aparece na espira do circuito B, gerando uma corrente elétrica que é medida pelo galvanômetro G.

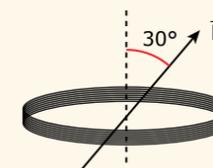
Sobre essa situação, são feitas as seguintes afirmações.

- I. A intensidade da f.e.m. induzida depende de v.
- II. A corrente elétrica induzida em B também gera campo magnético.
- III. O valor da corrente elétrica induzida em B independe da resistência elétrica deste circuito.

Quais estão corretas?

- |                |                   |
|----------------|-------------------|
| A) Apenas I.   | D) Apenas I e II. |
| B) Apenas II.  | E) I, II e III.   |
| C) Apenas III. |                   |

**07.** (UFV-MG) Uma bobina composta de 10 espiras circulares, de área A cada uma, é colocada entre os polos de um grande eletroímã onde o campo magnético é uniforme e forma um ângulo de  $30^\circ$  com o eixo da bobina (como mostra a figura a seguir). Reduzindo-se o campo magnético com uma taxa igual a  $0,5 \text{ T/s}$ , o módulo da força eletromotriz induzida na bobina, durante a variação do campo magnético, é:



- |                           |                            |
|---------------------------|----------------------------|
| A) $\frac{5A}{2}$         | C) $\frac{5\sqrt{3}A}{20}$ |
| B) $\frac{5\sqrt{3}A}{2}$ | D) $\frac{5A}{20}$         |

**08.** (UPE) Uma bobina, formada por 5 espiras que possui um raio igual a  $3,0 \text{ cm}$  é atravessada por um campo magnético perpendicular ao plano da bobina.

Se o campo magnético tem seu módulo variado de  $1,0 \text{ T}$  até  $3,5 \text{ T}$  em  $9,0 \text{ ms}$ , é correto afirmar que a força eletromotriz induzida foi, em média, igual a

- |            |            |
|------------|------------|
| A) 25 mV.  | D) 1,25 V. |
| B) 75 mV.  | E) 3,75 V. |
| C) 0,25 V. |            |

**09.** (UERJ-2016) Em uma loja, a potência média máxima absorvida pelo enrolamento primário de um transformador ideal é igual a  $100 \text{ W}$ . O enrolamento secundário desse transformador, cuja tensão eficaz é igual a  $5,0 \text{ V}$ , fornece energia a um conjunto de aparelhos eletrônicos ligados em paralelo. Nesse conjunto, a corrente em cada aparelho corresponde a  $0,1 \text{ A}$ .

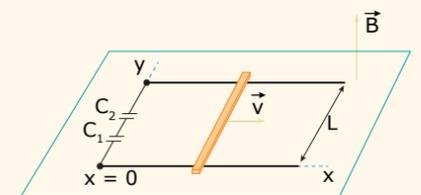
O número máximo de aparelhos que podem ser alimentados nessas condições é de:

- A) 50.
- B) 100.
- C) 200.
- D) 400.

**10.** (UFMG-PB) Cientistas do grupo de Tsuvoshi Sekitani, da Universidade de Tóquio, produziram por nanotecnologia, um material condutor elástico. Em certo ensaio conseguiram esticar uma amostra do material até o dobro de suas dimensões iniciais. Suponha que a amostra seja retangular com dimensões de  $0,20 \text{ cm}$  e  $0,50 \text{ cm}$  e que apenas seu comprimento passe pelas alterações relatadas pelos pesquisadores. Caso o fenômeno ocorra na presença de um campo magnético estático de módulo  $0,50 \text{ T}$  e perpendicular à amostra e que seu comprimento varie à taxa de  $0,10 \text{ cm/s}$ , pode-se afirmar que a força eletromotriz induzida na amostra vale

- A)  $0,0 \mu\text{V}$ .
- B)  $1,0 \mu\text{V}$ .
- C)  $2,5 \mu\text{V}$ .
- D)  $3,0 \mu\text{V}$ .
- E)  $7,5 \text{ V}$ .

**11.** (UPE-2015) Uma barra metálica de massa  $m = 250 \text{ g}$  desliza ao longo de dois trilhos condutores, paralelos e horizontais, com uma velocidade de módulo  $v = 2,0 \text{ m/s}$ . A distância entre os trilhos é igual a  $L = 50 \text{ cm}$ , estando eles interligados por um sistema com dois capacitores ligados em série, de capacitância  $C_1 = C_2 = 6,0 \mu\text{F}$ , conforme ilustra a figura a seguir:



O conjunto está no vácuo, imerso em um campo de indução magnética uniforme, de módulo  $B = 8,0 \text{ T}$ , perpendicular ao plano dos trilhos.

Desprezando os efeitos do atrito, calcule a energia elétrica armazenada no capacitor  $C_1$  em micro joules.

- A) 384
- B) 192
- C) 96
- D) 48
- E) 24

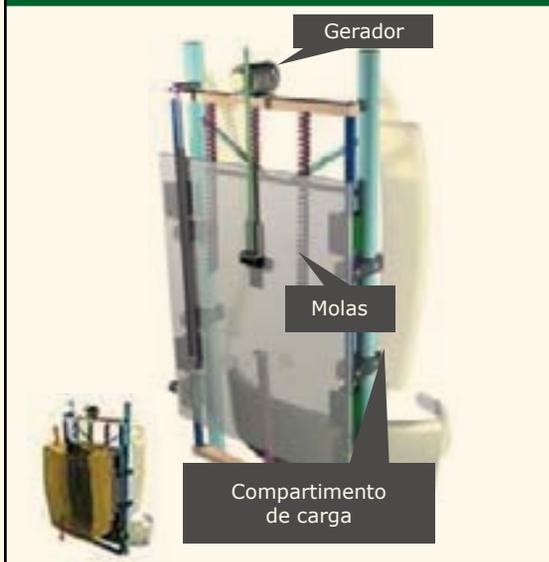


06. (Enem)

Mochila geradora de energia

- ▶ A mochila tem uma estrutura rígida semelhante à usada por alpinista.
- ▶ O compartimento de carga é suspenso por molas colocadas na vertical.
- ▶ Durante a caminhada, os quadris sobem e descem em média cinco centímetros. A energia produzida pelo vai e vem do compartimento de peso faz girar um motor conectado ao gerador de eletricidade.

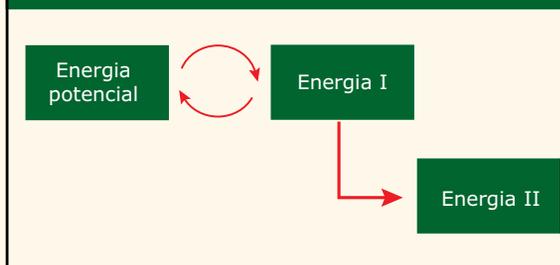
O sobe e desce dos quadris faz a mochila gerar eletricidade



ISTOÉ, n. 1 864, p. 69, set. 2005 (Adaptação).

Com o projeto de mochila ilustrado anteriormente, pretende-se aproveitar, na geração de energia elétrica para acionar dispositivos eletrônicos portáteis, parte da energia desperdiçada no ato de caminhar. As transformações de energia envolvidas na produção de eletricidade enquanto uma pessoa caminha com essa mochila podem ser assim esquematizadas:

Movimento da Mochila



As energias I e II, representadas no esquema anterior, podem ser identificadas, respectivamente, como

- A) cinética e elétrica.
- B) térmica e cinética.
- C) térmica e elétrica.
- D) sonora e térmica.
- E) radiante e elétrica.

07. (Enem) Em usinas hidrelétricas, a queda-d'água move turbinas que acionam geradores. Em usinas eólicas, os geradores são acionados por hélices movidas pelo vento. Na conversão direta solar-elétrica são células fotovoltaicas que produzem tensão elétrica. Além de todos produzirem eletricidade, esses processos têm em comum o fato de

- A) não provocarem impacto ambiental.
- B) independem de condições climáticas.
- C) a energia gerada poder ser armazenada.
- D) utilizarem fontes de energia renováveis.
- E) dependerem das reservas de combustíveis fósseis.

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. Soma = 31
- 02. C
- 03. C
- 04. C
- 05. D
- 06. E
- 07. E
- 08. D

Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D
- 02. D
- 03. B
- 04. A
- 05. A
- 06. D
- 07. B
- 08. E
- 09. C
- 10. B
- 11. D
- 12. C
- 13. D

14.

- A)  $\frac{N_p}{N_s} = 40$
- B) 400 A

15.

- A) O funcionamento de um transformador se baseia na criação de uma corrente induzida devido à variação do fluxo magnético.
- B) A voltagem na bobina secundária é nula, pois, como a bateria é uma fonte de tensão contínua de 12 V, não há variação de fluxo magnético na bobina primária.
- C) O número de espiras da bobina secundária é metade do número de espiras da bobina primária. Por isso, para uma voltagem alternada de 120 V na bobina primária, a voltagem induzida na bobina secundária é metade desse valor, ou seja, 60 V.

Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. A
- 03. C
- 04. C
- 05. E
- 06. A
- 07. D



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %