



MB.S03.Lista: Múltiplos e Divisores + MMC e MDC

Profs. Fredão e Lobo

Exemplos Utilizados em Aula

Exemplo 1. (Enem (Libras) 2017)

"Veja os algarismos: não há dois que façam o mesmo ofício; 4 é 4, e 7 é 7. E admire a beleza com que um 4 e um 7 formam esta coisa que se exprime por 11. Agora dobre 11 e terá 22; multiplique por igual número, dá 484, e assim por diante."

ASSIS, M. Dom Casmurro. Olinda: Livro Rápido, 2010.

No trecho anterior, o autor escolheu os algarismos 4 e 7 e realizou corretamente algumas operações, obtendo ao final o número 484.

A partir do referido trecho, um professor de matemática solicitou aos seus alunos que escolhessem outros dois algarismos e realizassem as mesmas operações. Em seguida, questionou sobre o número que foi obtido com esse procedimento e recebeu cinco respostas diferentes.

Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4	Aluno 5
121	242	324	625	784

Quais alunos apresentaram respostas corretas, obedecendo ao mesmo princípio utilizado nas operações matemáticas do autor?

- a) 3 e 5
- b) 2, 3 e 5
- c) 1, 3, 4 e 5
- d) 1 e 2
- e) 1 e 4

Exemplo 2. (UERJ 2020)

Tem-se que o número $a_6a_5a_4a_3a_2a_1$ é divisível por 11, se o valor da expressão $(a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6)$ também é divisível por 11.

Por exemplo, 178409 é divisível por 11 porque:

$$(9 - 0 + 4 - 8 + 7 - 1 = 11) \text{ é divisível por 11.}$$

Considere a senha de seis dígitos $3894xy$, sendo x e y pertencentes ao conjunto

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Se essa senha forma um número divisível por 99, o algarismo y é igual a:

- a) 9
- b) 8
- c) 7
- d) 6

Exemplo 3. (ENEM 2014)

Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrar as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número N é dado pela expressão $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$, na qual x , y e z são números inteiros não negativos. Sabe-se que N é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de N , diferentes de N , é

- a) $x \cdot y \cdot z$
- b) $(x + 1) \cdot (y + 1)$
- c) $x \cdot y \cdot z - 1$
- d) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$
- e) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$

Exemplo 4. (ENEM 2014 – 2ª Aplicação)

Em uma plantação de eucaliptos, um fazendeiro aplicará um fertilizante a cada 40 dias, um inseticida para combater as formigas a cada 32 dias e um pesticida a cada 28 dias. Ele iniciou aplicando os três produtos em um mesmo dia.

De acordo com essas informações, depois de quantos dias, após a primeira aplicação, os três produtos serão aplicados novamente no mesmo dia?

- a) 100
- b) 140
- c) 400
- d) 1 120
- e) 35 840

Exemplo 5. (ENEM 2015)

O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano, serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

- 1) cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
- 2) todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
- 3) não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

- a) 2.
- b) 4.
- c) 9.
- d) 40.
- e) 80.



MB.S03.Lista: Múltiplos e Divisores + MMC e MDC Prof. Fredão e Lobo

Parte 1: Exercícios de Fixação

Na **Parte 1** haverá alguns exercícios com o objetivo de que vocês possam fixar o conteúdo estudado na aula.

Exercício 1.

Para cada um dos quatro números abaixo, descreva quais são os seus múltiplos e quantos são os seus divisores.

- a) 18.
- b) 45.
- c) 432.
- d) 1 001.

Exercício 2.

Para cada um dos quatro conjuntos de números abaixo encontre os valores do mmc e do mdc.

- a) 24 e 36.
- b) 45 e 25.
- c) 64 e 256.
- d) 91 e 143.

Exercício 3. (UERJ 2020)

A soma de dois números naturais diferentes é 68. Ambos são múltiplos de 17.

A diferença entre o maior número e o menor é:

- a) 35
- b) 34
- c) 33
- d) 32

Exercício 4. (IFCE 2020)

Um relógio A bate a cada 15 minutos, outro relógio B bate a cada 20 minutos, e um terceiro relógio C a cada 25 minutos. O menor intervalo de tempo decorrido entre duas batidas simultâneas dos três relógios, em horas, é igual a

- a) 3.
- b) 6.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 7.

Exercício 5. (UECE 2018)

O número de divisores inteiros e positivos do número $2018^2 - 2017^2$ é

- a) 8.
- b) 14.
- c) 10.
- d) 12.

Parte 2: Testando seus Conhecimentos

Na **Parte 2** haverá alguns exercícios intermediários e difíceis, às vezes com outras abordagens, com o objetivo de que vocês possam se testar e criar conexões do conteúdo estudado com outras interpretações e outros temas.

Exercício 6. (CMRJ 2020)



Dona Ivani vendia ovos de galinhas caipiras na feira. Em um dia de bastante movimento, dois alunos do Colégio Militar, distraídos com uma conversa animada, esbarraram em sua barraca, derrubando-a e quebrando todos os ovos. Os dois, prontamente, pediram desculpas e se ofereceram para pagar o prejuízo de dona Ivani.

A senhora, muito simpática, lembrou-se dos seus tempos de estudante e do quanto se divertia com os desafios matemáticos. Então, propôs aos dois um problema aritmético:

“O número total de ovos quebrados foi maior que 200 e menor que 400. Se eu contar de dois em dois, de três em três, de quatro em quatro, de cinco em cinco e de seis em seis, sempre sobrar um. Mas se eu contar de sete em sete, não sobrará nenhum. Eu vendo 7 ovos por R\$ 8,50. Quanto vocês me devem ao todo pelos ovos quebrados?”

- a) R\$ 325,00
- b) R\$ 340,00
- c) R\$ 365,50
- d) R\$ 370,00
- e) R\$ 385,00

Exercício 7. (ENEM 2015)

Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1.080cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

- a) 105 peças.
- b) 120 peças.
- c) 210 peças.
- d) 243 peças.
- e) 420 peças.

Exercício 8. (CP2 2020)

Um estudante recebeu um kit para montagem de minirobôs. Para a parte eletrônica, havia peças de três tipos diferentes, com as seguintes quantidades:



Espaçadores: 15



Porcas: 20



Parafusos: 30

O estudante distribuiu as peças em saquinhos, colocando um único tipo de peça em cada um deles, de modo que todos os saquinhos ficassem com a mesma quantidade de peças.

Foram necessários para distribuir todas as peças, no mínimo,

- a) 17 saquinhos.
- b) 13 saquinhos.
- c) 9 saquinhos.
- d) 5 saquinhos.

Exercício 9. (CFTRJ 2020)

Determine o maior número natural, múltiplo de 25, que tem todos os seus algarismos distintos.

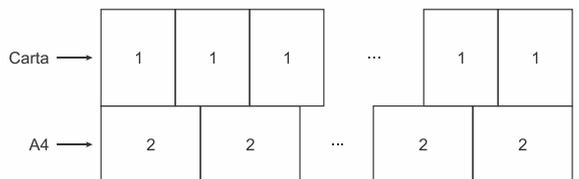
Exercício 10. (UECE 2020)

Assinale a opção que corresponde à quantidade de números inteiros positivos que são fatores do número 30.030.

- a) 32
- b) 34
- c) 64
- d) 66

Exercício 11. (UFPR 2019)

Giovana deseja fazer um painel usando folhas de papel de tamanhos carta e A4. O painel será composto por duas faixas, cada uma contendo apenas folhas inteiras de um tipo dispostas lado a lado (sem sobreposição e sem espaço entre elas), formando uma figura retangular, sem sobras e sem cortes de papel. As folhas do tipo carta (1) serão dispostas na posição vertical, e as folhas do tipo A4 (2) serão dispostas na posição horizontal, conforme ilustra a figura abaixo:



Sabendo que as folhas A4 têm tamanho 210 mm por 297 mm e que as folhas carta têm tamanho 216 mm por 279 mm, a menor quantidade total de folhas de papel (incluindo A4 e carta) que Giovanna precisa usar para conseguir atender às exigências do enunciado é:

- a) 12.
- b) 19.
- c) 21.
- d) 57
- e) 88.

Exercício 12. (PUC 2001)

O número de três algarismos abc , menor que 500, tal que a , b e c formam uma progressão aritmética e que é divisível por 45, está contido no intervalo:

- a) [0, 100)
- b) [100, 200)
- c) [200, 300)
- d) [300, 400)
- e) [400, 500)



MB.S03.Lista: Múltiplos e Divisores + MMC e MDC Profs. Fredão e Lobo

Parte 3: Desafios para a Mente

Na **Parte 3** haverá exercícios para você que já está mais treinado e quer ir um pouco além e se desafiar. Nessa seção podem aparecer, inclusive, questões de temas relacionados, mas não necessariamente trabalhados na aula. A ideia é que você se aprofunde naquele em determinado tópico, caso esteja confiante!

Exercício 13. (IME 2020)

O menor número natural ímpar que possui o mesmo número de divisores que 1800 está no intervalo:

- a) [1, 16000]
- b) [16001, 17000]
- c) [17001, 18000]
- d) [18001, 19000]
- e) [19001, ∞)

Exercício 14. (FUVEST 2020)

A função E de Euler determina, para cada número natural n , a quantidade de números naturais menores do que n cujo máximo divisor comum com n é igual a 1. Por exemplo, $E(6) = 2$ pois os números menores do que 6 com tal propriedade são 1 e 5. Qual o valor máximo de $E(n)$, para n de 20 a 25?

- a) 19
- b) 20
- c) 22
- d) 24
- e) 25

Exercício 15. (Maio 2001)

Na minha calculadora, uma das teclas de 1 a 9 está com defeito: ao pressioná-la aparece na tela um dígito entre 1 e 9 que não é o correspondente. Quando tentei escrever o número 987 654 321, apareceu na tela um número divisível por 11 e que deixa resto 3 ao ser dividido por 9.

- a) Qual é a tecla defeituosa?
- b) Qual é o número que apareceu na tela?

Gabaritos dos Exercícios

- 01. a) $M(18) = \{0, \pm 18, \pm 36, \pm 54, \dots\}$
 $|D_+(18)| = 6$
- b) $M(45) = \{0, \pm 45, \pm 90, \pm 135, \dots\}$
 $|D_+(45)| = 6$
- c) $M(432) = \{0, \pm 432, \pm 864, \pm 1296, \dots\}$
 $|D_+(432)| = 20$
- d) $M(1001) = \{0, \pm 1001, \pm 2002, \pm 3003, \dots\}$
 $|D_+(1001)| = 8$
- 02. a) $\text{mmc}(24, 36) = 72$
 $\text{mdc}(24, 36) = 12$
- b) $\text{mmc}(45, 25) = 225$
 $\text{mdc}(45, 25) = 5$
- c) $\text{mmc}(64, 256) = 256$
 $\text{mdc}(64, 256) = 64$
- d) $\text{mmc}(91, 143) = 1001$
 $\text{mdc}(91, 143) = 13$
- 03. B
- 04. D
- 05. A
- 06. C
- 07. E
- 08. B
- 09. 9.876.431.025.
- 10. C
- 11. B
- 12. B
- 13. C
- 14. C
- 15. a) Aparece o 2 no lugar do 8. b) 927.654.321