Resolva os sistemas abaixo:

1. $\begin{cases} 2x+3y-z=0 \\ x-4y+z=0 \\ 3x+y-2z=0 \end{cases}$ $L_1 \leftrightarrow L_2$

$$\begin{cases} x-4y+z=0 & \times(-2) \quad \times(-3) \\ 2x+3y-z=0 \\ 3x+y-2z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-4y+z=0 \\ 0x+11y-3z=0 & (-5) \\ 0x+13y-5z=0 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-4y+z=0 \\ 11y-3z=0 \\ -16y=0 \end{cases}$$

$-16y=0$ $\quad$ $11y-3z=0$ $\quad$ $x-4y+z=0$

$y=0$ $\quad$ $11.0-3z=0$ $\quad$ $x-4.0+0=0$

$z=0$ $\quad$ $x=0$

Solução trivial $\{0,0,0\}$

2. $\begin{cases} x+2y-z=0 & \times(-2) \quad \times(-4) \\ 2x-y+3z=0 \\ 4x+3y+z=0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 0x-5y+5z=0 \\ 0x-5y+5z=0 \end{cases} \quad \begin{matrix} -5y+5z=0 \\ -5y+5z=0 \end{matrix} \rightarrow \text{SPI}$$

Segundo $z=\alpha$

$z=\alpha$ $\quad$ $-5y+5z=0$ $\quad$ $x+2y-z=0$

$-5y+5.\alpha=0$ $\quad$ $x+2.\alpha-\alpha=0$

$y=\alpha$ $\quad$ $x=-\alpha$

SPI $\{\alpha,\alpha,\alpha\}$

Discuta, segundo os valores do parâmetro m os seguintes sistemas:

3. $\begin{cases} 5x+4y-2z=0 \\ x+8y+2z=0 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}$ $L_1 \leftrightarrow L_2$

$$\begin{cases} x+8y+2z=0 & \times(-5) \quad \times(-2) \\ 5x+4y-2z=0 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+8y+2z=0 \\ 0x-36y-12z=0 & (\div 12) \\ 0x-15y-5z=0 & (\div 5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+8y+2z=0 \\ -3y-z=0 \\ -3y-3z=0 \end{cases} \text{SPI}$$

$z=\alpha$ $\quad$ $-3y-z=0$ $\quad$ $x+8y+2z=0$

$-3y-\alpha=0$ $\quad$ $x+8.-\frac{\alpha}{3}+2.\alpha=0$

$y=-\frac{\alpha}{3}$ $\quad$ $x=\frac{2\alpha}{3}$

SPI $\{\frac{2\alpha}{3}, -\frac{1}{3}\alpha, \alpha\}$

4. $\begin{cases} x+my=0 \\ 2x+6y=0 \end{cases}$

$D=1.6-m.2 \rightarrow$ determinante $\begin{cases} =0 \rightarrow \text{SPI} \\ \neq 0 \rightarrow \text{SPD} \end{cases}$

$D=0$

$0=6-2m$

$m=3$

O sistema é possível determinado para $m \neq 3$

O sistema é possível indeterminado para $m=3$

5. $\begin{cases} x+y+z=0 \\ mx+3y+5z=0 \\ m^2x+9y+25z=0 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ m & 3 & 5 \\ m^2 & 9 & 25 \end{matrix}$

Sabemos resolver por Sarrus:

$(m, 3, 5)$

$(5-3)\cdot(5-m)\cdot(3-m)$

$2\cdot(15-8m+m^2)$

$2m^2-16m+30=0 \rightarrow D=0$

$\Delta=b^2-4.a.c$

$\Delta=(-16)^2-4.2.30$

$\Delta=16$

$m_{1,2}=\frac{-(-16)\pm\sqrt{16}}{2.2}$ $\rightarrow m_1=5$, $m_2=3$

O sistema é possível determinado para $m \neq 3$ e $m \neq 5$

O sistema é possível indeterminado para $m=3$ ou $m=5$

6. Dado o sistema, determine m para que o mesmo admita soluções distintas da trivial e determine-as.

$\begin{cases} x+y+z=0 \\ 4x-2my+3z=0 \\ 2x+6y-4mz=0 \end{cases}$ (-4) (-2)

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ (-4-2m)y-z=0 \\ 4y+(-2-4m)z=0 \end{cases}$$

para melhorar o estudo de z $(-4m-2)$

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ (-4-2m).(-4-2m)y+(4m+2)z=0 \\ +4y+(-4m-2)z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ (2m^2+2m+8)y+(4m+2)z=0 \\ (2m^2+2m+12)y+0z=0 \end{cases}$$

como $y \neq 0$ $\rightarrow$ $2m^2+2m+12=0$

solução não trivial

$\Delta=b^2-4.a.c$

$\Delta=2^2-4.2.12$

$\Delta=16$

$m_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2.2}$ $\rightarrow m_1=-\frac{3}{2}$ e $m_2=-1$

$m=-\frac{3}{2}$

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ (-4-2m)y-z=0 \\ 4y+(-2-4m)z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=0 \\ -y-z=0 \\ +4y+4z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1(y+z)=0 \\ 4(y+z)=0 \end{cases} \div 4 \qquad \begin{cases} y+z=0 \\ y+z=0 \end{cases} \rightarrow \text{SPI}$$

$z=\alpha$ $\quad$ $y+z=0$ $\quad$ $x+y+z=0$

$y+\alpha=0$ $\quad$ $x-\alpha+\alpha=0$

$y=-\alpha$ $\quad$ $x=0$

$m=-1$

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ (-4-2\cdot-1)y-z=0 \\ 4y+(-2-4\cdot-1)z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=0 \\ -2y-z=0 \\ 4y+2z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1(2y+z)=0 \\ 2(2y+z)=0 \end{cases} \div 2 \qquad \begin{cases} 2y+z=0 \\ 2y+z=0 \end{cases} \quad \text{SPI}$$

$z=\alpha$ $\quad$ $2y+z=0$ $\quad$ $x+y+z=0$

$2y+\alpha=0$ $\quad$ $x+(-\alpha/2)+\alpha=0$

$y=-\frac{\alpha}{2}$ $\quad$ $x=-\alpha/2$

S: $m=-1$; $\{-\frac{\alpha}{2}, -\frac{\alpha}{2}, \alpha\}$

$m=-\frac{3}{2}$; $\{0, -\alpha, \alpha\}$