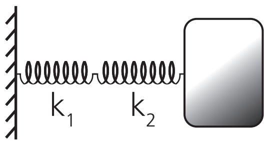
Resumo Teórico

Associação de Molas

Transformar molas em sistemas equivalentes pode ajudar muito o estudo analítico das oscilações. Sistemas extremamente complexos podem ser simplificados através das associações em série e em paralelo. Vejam as duas transformações a seguir.

Associação em série

Um conjunto de molas em série é assim classificado por elas estarem sequenciadas. Assim, todas as molas presenciam a mesma força.



$$k_1x_1 = k_2x_2 = k_3x_3 = \ldots = k_nx_n$$

Logo, a deformação total é igual à soma de todas as deformações. Dessa forma, podemos escrever que

$$x_{eq} = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n$$

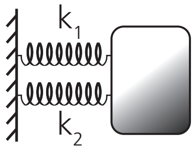
Substituindo x_{eq} por $\frac{F_{eq}}{K_{eq}}$. Logo:

$$\frac{F_{eq}}{k_{eq}} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \frac{F}{k_3} + \ldots + \frac{F}{k_n}$$

Ao substituir esse sistema por um sistema equivalente, o bloco deverá sentir a mesma força, ou seja, $F_{eq} = F$. Assim,

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \ldots + \frac{1}{k_n}$$

Associação em paralelo



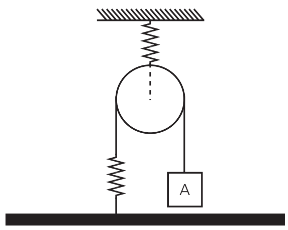
Nessa situação, as molas estão paralelas umas às outras. Isso significa que todas as molas possuem a mesma deformação. O resultado desse fato é que a força resultante de todas as molas é a mesma força que atua sobre o corpo. Com isso, podemos escrever que

$$F_{res} = F_1 + F_2 + F_3 + \cdots + F_n$$
$$k_{res} \cdot x = k_1 \cdot x + k_2 \cdot x + k_3 \cdot x + \cdots + k_n \cdot x$$

$$\boxed{k_{res} = k_1 + k_2 + k_3 + \cdots + k_n}$$

Associação em polias

Quando temos polias ligadas por molas, podemos utilizar alguns vínculos conhecidos. O exemplo a seguir deve ajudar no entendimento nas aplicações dos vínculos.



Chamaremos a mola da esquerda de (1) e a mola do meio de (2). A força na polia deve ser nula, pois ela não possui massa. Logo,

$$k_2\, x_2 = 2k_1x_1,$$

onde x_1 e x_2 são as deformações das molas 1 e 2, respectivamente. Note que, por ação e reação, a corda que envolve a polia possui a mesma força (igual à força da mola 1). Utilizamos então o vínculo geométrico para relacionar as deformações e a variação de posição do bloco A. Veja:

$$x_2 = \frac{x_A - x_1}{2}$$

Lembrando que essa relação está em módulo. Substituindo, teremos:

$$2\left(\frac{2k_1}{k_2}\right)x_1 = x_A - x_1$$

$$x_A = \left(4\frac{k_1}{k_2} + 1\right)x_1$$

A força resultante no bloco A é do tipo:

$$F_{res} = -k_1x_1 = -\frac{k_1}{\left(4\frac{k_1}{k_2} + 1\right)}x_A$$

Portanto:

$$k_{eq} = \frac{k_1k_2}{(4k_1 + k_2)}$$

Exercícios

01. Duas molas iguais e um mesmo bloco participam das duas montagens ilustradas nas figuras I e II:

Figura I

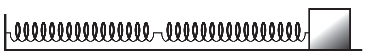
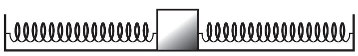
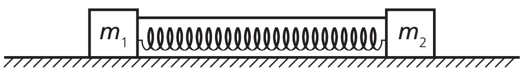


Figura II

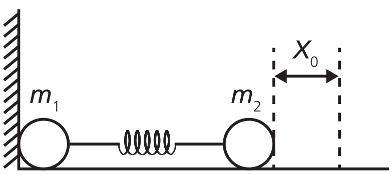


Se o bloco é afastado da posição de equilíbrio (molas relaxadas) e abandonado, ele oscila, na figura I, com período T_I e na figura II, com período T_{II}. Determine T_I / T_{II}.

02. Dois blocos de massas m_1 e m_2 são ligados por uma mola de rigidez **k**. A mola está comprimida com a ajuda de dois fios, como mostra a figura abaixo. Os fios são queimados. Determinar o período de oscilações dos blocos.



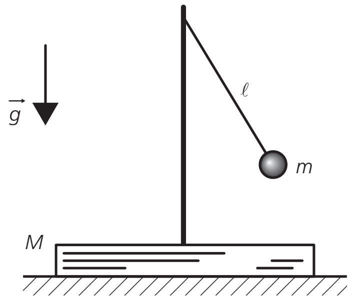
03. (ITA-Adaptada) Um sistema é composto por duas massas idênticas ligadas por uma mola, de constante **k**, e repousa sobre uma superfície plana, lisa e horizontal. Uma das massas é então aproximada da outra (de forma que a segunda massa permaneça apoiada sobre uma parede), comprimindo x_0 = 2,0 cm da mola.



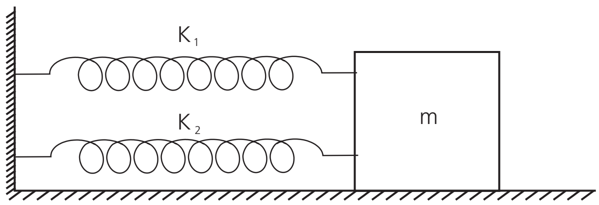
Uma vez liberado, o sistema inicia um movimento com o seu centro de massa, deslocando com velocidade de 18,0 cm/s em uma determinada direção. O período de oscilação de cada massa é

A) 0,70 s
B) 0,35 s
C) 1,05 s
D) 0,25 s
E) indeterminado, pois a constante da mola não é conhecida.

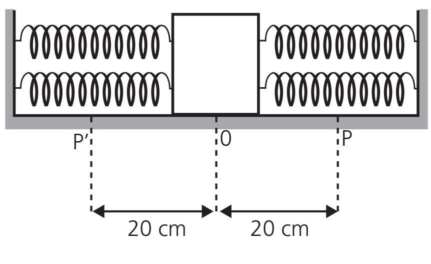
04. Uma plataforma de massa M possui uma haste vertical e na extremidade superior existe um cordão com uma massa **m** presa à outra extremidade. Considere que não há atrito entre a plataforma e o solo. Determine o período para pequenas oscilações do sistema.



05. Duas molas, cujas constantes são K_1 = 100 N/m e K_2 = 50 N/m, estão unidas a uma parede vertical e a um corpo de massa **m**. Em um determinado instante, a mola K_1 é alongada 0,3 m e a mola K_2 é comprimida 0,3 m. Determine, em cm, a amplitude das oscilações do corpo. Despreze os atritos.



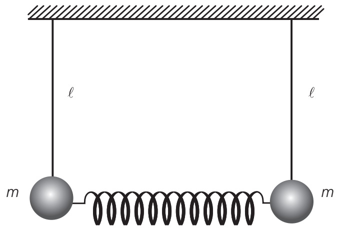
06. Na figura a seguir, o bloco tem massa 10 kg, o plano de apoio é horizontal e as quatro molas ideais são idênticas, apresentando, cada uma, constante elástica 2,5 · 102 N/m. Com o bloco na posição de equilíbrio (ponto 0), as quatro molas apresentam-se livres de qualquer deformação.



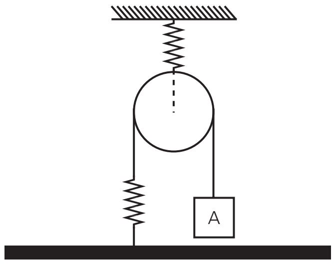
O bloco é então deslocado até o ponto P, de onde é abandonado, passando a oscilar em condições ideais entre P e P'. Determine, para o sistema oscilante:

A) a energia mecânica;
B) o período de oscilação.

07. Dois pêndulos simples, de comprimento (l) cada um, estão ligados por uma mola de peso desprezível, como mostra a figura abaixo. O coeficiente de elasticidade da mola é igual a **k**. Em equilíbrio, os pêndulos estão na posição vertical e a mola não se deforma. Determine a frequência das pequenas oscilações dos pêndulos nos casos: quando forem inclinados, em um mesmo plano, em ângulos iguais, para um mesmo lado (oscilações em fase) e para lados diferentes (oscilações em fase oposta).



08. O sistema mostrado na figura está em equilíbrio. A polia e as molas (as duas constantes são iguais a **k**) são ideais. O período de oscilações verticais da massa **m** é dado por



A) $2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

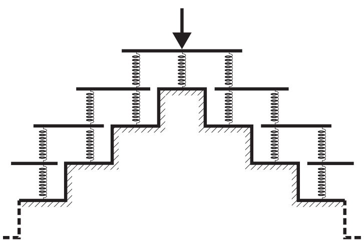
B) $2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$

C) $2\pi\sqrt{\frac{5m}{k}}$

D) $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$

E) $2\pi\sqrt{\frac{m}{5k}}$

09. Um aluno de turma ITA criou um sistema de molas bem diferente do convencional. A sequência representada na figura abaixo é repetida infinitamente. Se o aluno colocar um bloco de massa **m**, qual será o período das oscilações? A constante elástica de cada mola vale **k**.



A) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

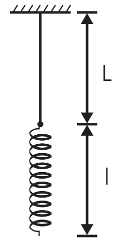
B) $\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

C) $2\pi\sqrt{\frac{m}{\sqrt{5}m}}$

D) $2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{3}m}{k}}$

E) $2\pi\sqrt{\frac{m}{\sqrt{3}k}}$

10. Um longo cabo metálico de comprimento L está preso ao teto. Na sua outra extremidade, existe uma mola ideal de constante **k**. Quando uma massa **m** é posta a oscilar presa a esse sistema, o período de vibração pode ser dado por:



Dados:

Secção transversal do cabo: A

Módulo de Young do cabo: γ

A) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

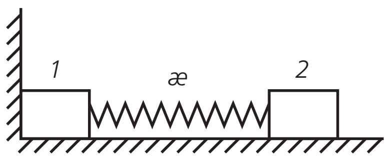
B) $2\pi\sqrt{\frac{m(\gamma A + kL)}{\gamma Ak}}$

C) $2\pi\sqrt{\frac{m(\gamma A - kL)}{\gamma Ak}}$

D) $2\pi\sqrt{\frac{m\gamma A}{kL}}$

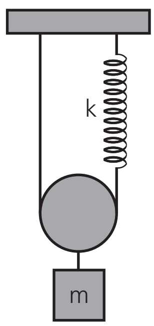
E) $2\pi\sqrt{\frac{mL}{\gamma A}}$

11. Dois corpos, de massas m_1 e m_2, ligados por uma mola de rigidez **k**, repousam sobre um plano horizontal liso.

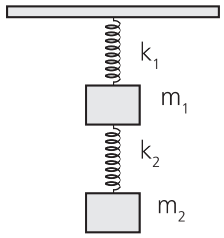


O corpo 2 é deslocado de uma pequena distância **x** para a esquerda e, em seguida, liberado. Encontre a velocidade do centro de massa do sistema imediatamente após o corpo 1 perder o contato com a parede.

12. Determine o período da configuração abaixo.

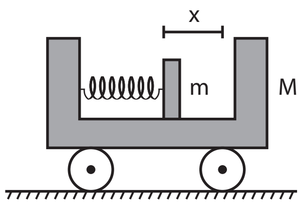


13. (ITA) Um elevador sobe verticalmente com aceleração constante e igual a **a**. No seu teto está preso um conjunto de dois sistemas massa-mola acoplados em série, conforme a figura. O primeiro , tem massa m_1 e constante de mola k_1 e o segundo, massa m_2 e constante de mola k_2. Ambas as molas têm o mesmo comprimento natural (sem deformação) l. Na condição de equilíbrio estático relativo ao elevador, a deformação da mola de constante k_1 é **y**, e a da outra, **x**. Pode-se, então, afirmar que (y – x) é



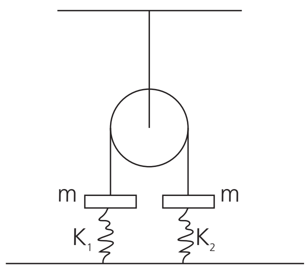
A) $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g - a) / k_1k_2$
B) $[k_2 + k_1)m_2 + k_2m_1] (g - a) / k_1k_2$
C) $[k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1] (g + a) / k_1k_2$
D) $[(k_2 + k_1)m_2 + k_2m_1](g + a) / k_1k_2 - 2l$
E) $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g + a) / k_1k_2 + 2l$

14. (ITA) No interior de um carrinho de massa M, mantido em repouso, uma mola de constante elástica **k** encontra-se comprimida de uma distância **x**, tendo uma extremidade presa e a outra conectada a um bloco de massa **m**, conforme a figura. Sendo o sistema então abandonado e considerando que não há atrito, pode-se afirmar que o valor inicial da aceleração do bloco, relativa ao carrinho, é



A) kx/m
B) kx/M
C) kx/(m +M)
D) kx(M – m)/mM
E) kx(M + m)/mM

15. Na figura abaixo, dois blocos, de massas iguais a **m**, são conectados, respectivamente, por molas de constantes k_1 e k_2 ($k_1 > k_2$). Inicialmente, as molas estão relaxadas. O bloco da esquerda é puxado a uma distância **x** para baixo. Encontre a aceleração de cada bloco imediatamente após o bloco da esquerda ser solto. Analise todos os casos.



Gabarito

01	02	03	04	05
–	–	D	–	–
06	**07**	**08**	**09**	**10**
–	–	C	C	B
11	**12**	**13**	**14**	**15**
–	–	C	E	–

– Demonstração.

Anotações

SUPERVISOR/DIRETOR: MARCELO PENA – AUTOR: CARLOS EDUARDO
DIG.: JULIANA – REV.: SARAH