CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

Determinantes 2
Determinante de uma Matriz de Ordem 1 ou de 1ª Ordem 2
Determinante de uma Matriz de Ordem 2 ou de 2ª Ordem 2
Determinante de uma Matriz de Ordem 3 ou de 3ª Ordem 2
Determinante de uma Matriz de Ordem superior a 3 3

Determinantes

- É o valor de uma matriz quadrada!

Obs.: só há determinante se tiver uma matriz quadrada!

Determinante de uma Matriz de Ordem 1 ou de 1ª Ordem

Se a matriz é de 1ª ordem, significa que ela tem apenas uma linha e uma coluna, portanto só um elemento que é o próprio determinante da matriz.

$A_{1\times 1} = [7]$

Det A=7

$B_{1\times 1} = [-7]$

Det B=-7

Determinante de uma Matriz de Ordem 2 ou de 2ª Ordem

Será calculado pela multiplicação dos elementos da diagonal principal ***menos*** a multiplicação dos elementos da diagonal secundaria.

$$A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 25 & 18 \end{bmatrix}$$

Det A = (7 x 18) – (2 x 25)

Det A = (126) – (50)

Det A = 76

$$B_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}$$

Det B = (1 x 10) – (–4 x 13)

Det B = (10) – (–52)

Det B = 10 + 52

Det B = 62

Determinante de uma Matriz de Ordem 3 ou de 3ª Ordem

→ Será calculado pela **REGRA DE SARRUS**, que consiste em:

- Repetir as duas primeiras colunas ao lado da matriz
- Multiplicar os elementos da diagonal principal e das outras duas diagonais que seguem a mesma direção, e somá-los.
- Multiplicar os elementos da diagonal secundaria e das outras duas diagonais que seguem a mesma direção, e somá-los.
- O valor do determinante será dado pela operação matemática: ITEM 2 – ITEM 3 (da referida regra, acima)

$$A_{3\times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 7 & 10 & 13 \\ 18 & 21 & 25 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 7 & 10 \\ 18 & 21 \end{matrix}$$

$$A_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 7 & 10 & 13 \\ 18 & 21 & 25 \end{pmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 7 & 10 \\ 18 & 21 \end{matrix}$$

Det A = (1x10x25 + 2x13x18 + 4x7x21) – (4x10x18 + 1x13x21 + 2x7x25)

Det A = (250 + 468 + 588) – (720 + 273 + 350)

Det A = (1306) – (1343)

Det A = -37

OBS.: Se estivermos diante de uma **matriz triangular** ou **matriz diagonal**, o seu determinante será calculado pelo produto dos elementos da diagonal principal, somente.

$$A_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 10 & 13 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 10 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

$$A_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 10 & 13 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 10 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

Det A = (1x10x25 + 2x13x0 + 4x0x0) – (4x10x0 + 1x13x0 + 2x0x25)

Det A = (250 + 0 + 0) – (0 + 0 + 0)

Det A = 250 (produto da diagonal principal = 1 x 10 x 25)

$$B_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 10 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

$$B_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 10 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

Det B = (1x10x25 + 0x0x0 + 0x0x0) – (0x10x0 + 1x0x0 + 0x0x25)

Det B = (250 + 0 + 0) – (0 + 0 + 0)

Det B = 250 (produto da diagonal principal = 1 x 10 x 25)

Determinante de uma Matriz de Ordem superior a 3

→ Será calculado pela REGRA DE CHIÓ ou TEOREMA DE LAPLACE.

Calculando o determinante de A:

$$A_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 8 \\ 1 & 9 & 6 \end{pmatrix}\begin{matrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ 1 & 9 \end{matrix}$$

Det A = (2x5x6 + 4x8x1 + 7x3x9) – (7x5x1 + 2x8x9 + 4x3x6)

Det A = (60 + 32 + 189) – (35 + 144 + 72)

Det A = (281) – (251)

Det A = 30

→ A **REGRA DE CHIÓ** consiste em:

I. Escolher um elemento $a_{ij} = 1$.

II. Retirando a linha (i) e a coluna (j) do elemento $a_{ij} = 1$, obtenha o menor complementar (D_{ij}) do referido elemento – uma nova matriz com uma ordem a menos.

III. Subtraia de cada elemento dessa nova matriz – menor complementar (D_{ij}) – o produto dos elementos que pertenciam a sua linha e coluna e que foram retirados, e forme outra matriz.

IV. Calcule o determinante dessa última matriz e multiplique por $(-1)^{i+j}$, sendo que i e j pertencem ao elemento $a_{ij} = 1$.

Exemplo:

$$A_{3x3} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 8 \\ 1 & 9 & 6 \end{pmatrix} \text{(I)}$$

$$\text{Det. } A_{3x3} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 8 \\ 1 & 9 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \text{(II)}$$

$$\text{Det. } A_{3x3} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 8 \\ 1 & 9 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-(2 x 9) & 7-(2 x 6) \\ 5-(3 x 9) & 8-(3 x 6) \end{pmatrix} \text{(III)}$$

$$\text{Det. } A_{3x3} = (-1)^{3+1} * \begin{pmatrix} -14 & -5 \\ -22 & -10 \end{pmatrix} \text{(IV)}$$

$\text{Det. } A_{3x3} = (1) * (140 - 110)$

Det A = 30

→ O **TEOREMA DE LAPLACE** fica assim:

Primeiramente precisamos saber o que é um cofator.

O cofator de um elemento a_{ij} de uma matriz é: $A_{ij} = (-1)^{i+j} * D_{ij}$.

> Agora vamos ao TEOREMA:

Escolha uma fila (linha ou coluna) qualquer do determinante:

$$A_{3x3} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 8 \\ 1 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

Calcule o cofator de cada elemento dessa fila:

$$a_{11} = A_{11} = (-1)^{1+1} * \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 6 \end{pmatrix} = (1) * (-42)$$

$$a_{21} = A_{21} = (-1)^{2+1} * \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 9 & 6 \end{pmatrix} = (-1) * (-39)$$

$$a_{31} = A_{31} = (-1)^{3+1} * \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} = (1) * (-3)$$

Multiplica-se cada elemento da fila selecionada, pelo seu respectivo cofator. O determinante da matriz será a soma desses produtos.

$\text{Det. } A_{3x3} = a_{11} * A_{11} + a_{21} * A_{21} + a_{31} * A_{31}$

$\text{Det. } A_{3x3} = 2*(-42) + 3*39 + 1*(-3)$

$\text{Det. } A_{3x3} = (-84) + 117 + (-3)$

$\text{Det. } A_{3x3} = 117 - 87$

Det A = 30