

# **Circuitos elétricos, medidas elétricas e capacitor em regime transitório.**

*Leis de Kirchhoff e teoremas para  
resolução de circuitos.*

João Maldonado

*Aula 19*

*IME 2020*

## SUMÁRIO

<b>Introdução .....</b>	<b>4</b>
<b>1. Geradores e receptores .....</b>	<b>5</b>
1.1. Gerador elétrico – Força eletromotriz.....	5
1.1.1. A equação do gerador .....	6
1.1.2. Gerador em aberto.....	7
1.1.3. Gerador em curto-circuito .....	7
1.1.4. Curva característica de um gerador .....	8
1.1.5. Lei de Pouillet .....	9
1.2. Potências elétricas no gerador.....	10
1.2.1. Rendimento elétrico do gerador.....	10
1.2.2. Circuito simples gerador-resistor .....	11
1.2.3. Potência máxima fornecida por um gerador .....	12
1.3. Receptores elétricos .....	14
1.3.1. Equação do receptor .....	15
1.3.2. Curva característica de alguns receptores.....	16
1.3.3. Potências elétricas no receptor.....	16
1.3.4. Rendimento elétrico do receptor.....	17
1.3.5. Circuito gerador-receptor .....	18
1.3.6. Gerador em oposição .....	18
1.4. Associação de geradores.....	20
1.4.1. Associação de geradores em série .....	21
1.4.2. Associação em paralelo de geradores iguais .....	21
<b>2. As leis de Kirchhoff .....</b>	<b>23</b>
<b>3. Instrumentos de medida elétrica .....</b>	<b>28</b>
3.1. Amperímetro.....	28
3.2. Voltímetro .....	29
3.3. Galvanômetro.....	31
3.5. Potenciômetro de Poggendorff.....	35
<b>4. Capacitor em regime transitório.....</b>	<b>37</b>
4.1. Circuito RC série .....	37
<b>5. Técnicas avançadas para resolução de circuitos.....</b>	<b>40</b>
5.1. Teorema de Thévenin .....	40
5.2. Teorema da superposição .....	41



5.3. Teorema de Norton .....	42
6. Lista de exercícios .....	44
7. Gabarito sem comentários .....	70
8. Lista de exercícios comentada .....	71
9. Considerações finais .....	147
10. Referências bibliográficas .....	148
11. Versão de aula .....	149



## Introdução

Nessa aula daremos continuidade ao estudo de Eletrodinâmica, dirigindo nossos trabalhos para geradores, receptores, resolução de circuitos elétricos e capacitores em regime transitório.


Além disso, apresentaremos técnicas avançadas para resolução de circuitos. Essas técnicas são muito legais para simplificação do circuito e te dar um poder de resolução muito grande.

No capítulo de capacitor em regime transitório, teremos algumas demonstrações usando Cálculo, mas peço para se atentar ao bizu para a prova.

A aula possui somente questões do ITA e IME, pois acredito que só pelas questões destes vestibulares você já fará um bom treinamento para a sua prova, dado que existem muitas questões nos mais variados tipos.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



 @proftoniburgatto



# 1. Geradores e receptores

## 1.1. Gerador elétrico – Força eletromotriz

Como vimos anteriormente, devido à diferença de potencial há uma movimentação dos elétrons livre, definindo uma corrente elétrica. Entretanto, espontaneamente essa diferença de potencial tenderia a zero e a corrente elétrica cessaria.

Para que não cesse a corrente elétrica é necessário manter a diferença de potencial entre os pontos do circuito que você deseja trabalhar. Assim, utilizamos geradores elétricos que converte outras formas de energia em elétrica.

A função de pilhas, baterias, geradores elétricos, células fotoelétricas e termopilhas é gerar dentro delas forças externas com a finalidade manter entre seus terminais uma ddp. Por isso, todos estes elementos são denominados de fonte de força eletromotriz.

O termo força eletromotriz não se refere a uma força propriamente dita, mas ao trabalho das forças externas para mover as partículas eletrizadas de um extremo a outro pelo interior dessas fontes e, dessa forma, manter a corrente elétrica no circuito ao qual está conectado.

Podemos dizer que a força eletromotriz ( $fem$ ) é o trabalho por unidade de carga que as forças externas realizam para transladar as partículas carregadas. Esquemáticamente, temos:

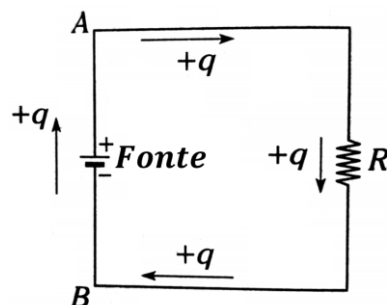


Figura 1: Representação de uma fonte.

Pela definição de corrente elétrica, os portadores de carga eletrizados positivamente ( $+q$ ) se movem por ação do campo elétrico de A para B (do maior para menor potencial elétrico). Para que as partículas saiam do polo negativo e cheguem no polo positivo, isto é, se desloquem para o maior potencial, é necessário que as forças externas da fonte realizem trabalho sobre as cargas, levando-as de B para A. Pela definição de força eletromotriz podemos dizer que:

$$\mathcal{E} = \frac{\tau_{B \rightarrow A}^{F_{ext}}}{q}$$

A unidade de força eletromotriz é o  $V$  (volt):

$$J/C = V$$

Note que a força eletromotriz se expressa em  $V$ , como uma diferença de potencial elétrico. Devemos ter em mente que a diferença de potencial elétrico está relacionada com o campo elétrico,

porém, a *fem* não se deve ao campo elétrico, pois ela pode ter origem química, magnetismo, térmico etc.

Podem existir dois tipos de geradores:

- **Gerador ideal:** é aquele que possui resistência interna nula ( $r_{int} = 0$ ). Assim, não há dissipação de energia no seu interior e, dessa forma, ele entrega para o circuito externo toda *fem*  $\mathcal{E}$  da fonte. Esquemáticamente:

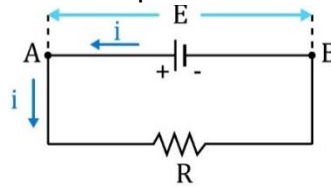


Figura 2: Representação de um gerador ideal.

- **Gerador real:** é aquele que possui resistência interna não nula ( $r_{int} \neq 0$ ). Na prática, é impossível existir um gerador sem resistência interna. Dessa forma, a ddp que um gerador real entrega ao circuito externo é menor que a sua *fem*, pois há uma queda de tensão igual a  $r_{int} \cdot i$  dentro do próprio gerador. Esquemáticamente:

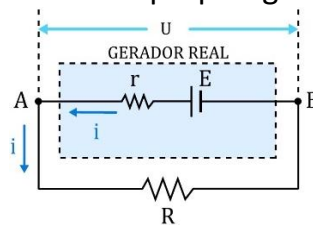


Figura 3: Representação de um gerador real onde a resistência interna é não nula.

### 1.1.1. A equação do gerador

Considere uma pilha ligada a uma pequena lâmpada com a seguinte representação esquemática:

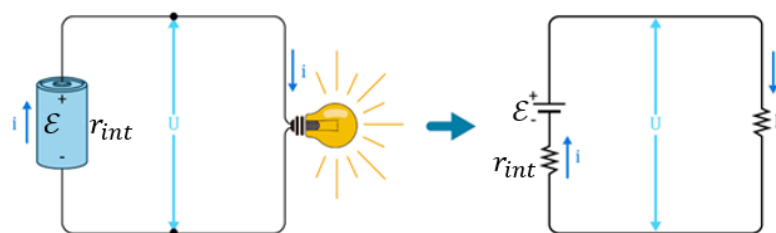


Figura 4: Gerador real ligado a uma lâmpada.

Para determinar a diferença de potencial que a fonte entrega ao circuito externo, iremos analisar a queda de tensão do ponto B até o ponto A. Adotando como nulo o potencial de B,  $V_B = 0$ , quando a corrente passa pela resistência interna do gerador há uma queda de tensão nela dada pela primeira lei de Ohm ( $r_{int} \cdot i$ ). Logo:

$$V_B - V_C = r_{int} \cdot i$$

Em seguida, há uma elevação do potencial elétrico de C para A, promovido pela força eletromotriz:

$$V_A - V_C = \mathcal{E}$$

Portanto:



$$U = V_A - V_B = (V_A - V_C) - (V_B - V_C) = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i$$

Assim, chegamos à equação característica de um gerador:

$$\boxed{U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i}$$

Lembre-se que o sentido da corrente elétrica dentro do gerador é do polo negativo para o polo positivo.

Você pode representar a resistência interna do gerador acima ou abaixo da *fem*. Se representarmos  $r_{int}$  acima da *fem* podemos analisar um pouco melhor as variações de potencial elétrico no interior do gerador.

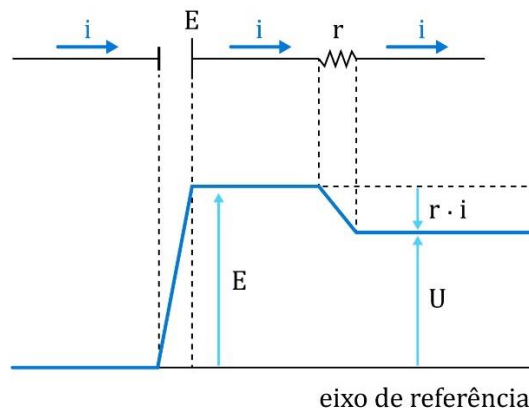


Figura 5: Diagrama representativo das variações de potencial no interior de um gerador elétrico. Note que ele ganhou  $\mathcal{E}$ , perdeu  $r \cdot i$  e o saldo foi  $U$ .

### 1.1.2. Gerador em aberto

Quando um gerador está em aberto, não há corrente elétrica passando por ele ( $i = 0$ ). Pela equação característica do gerador, vemos que:

$$U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i \Rightarrow U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot 0 \Rightarrow \boxed{U = \mathcal{E}}$$

Obviamente, isso ocorre somente quando o gerador não está conectado a nenhum circuito externo e, assim, a ddp é também denominada por tensão em aberto do gerador.

Uma forma de medir a *fem* de um gerador é conectá-lo a um voltímetro de boa qualidade ( $R_V \rightarrow \infty$ ) e, dessa forma, ter uma boa aproximação do valor da *fem* do gerador.

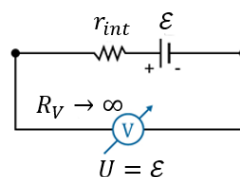


Figura 6: Gerador em aberto. Um voltímetro de resistência interna muito alta é capaz de medir com boa aproximação o valor da *fem*  $\mathcal{E}$ .

### 1.1.3. Gerador em curto-circuito

Um gerador está em curto-circuito quando seus terminais estão ligados por um fio de resistência elétrica desprezível, como na figura abaixo:



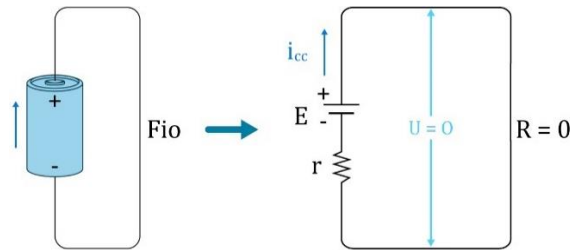


Figura 7: Representação de uma pilha em curto-circuito.

Nessa situação física, a ddp  $U$  entre os terminais do gerador é nula, ou seja, toda a força eletromotriz ( $\mathcal{E}$ ) que ele produz está aplicada em sua resistência interna ( $r_{int}$ ). Aplicando a equação característica do gerador, podemos encontrar a corrente elétrica nessa ocasião:

$$U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i \Rightarrow 0 = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i_{cc} \therefore i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r_{int}}$$

Em que  $i_{cc}$  é denominada corrente de **curto-circuito**.

#### 1.1.4. Curva característica de um gerador

A partir da equação característica do gerador, podemos determinar a sua representação gráfica observando dois pontos importantes:

1) Gerador em aberto:

$$i = 0 \Rightarrow U = \mathcal{E}$$

2) Gerador em curto-circuito:

$$U = 0 \Rightarrow i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r_{int}}$$

Analisando a equação característica  $U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i$ , vemos que ela é uma função do primeiro grau em  $i$ , em que  $\mathcal{E}$  é o coeficiente linear e  $r_{int}$  é o coeficiente angular da reta. Graficamente, temos:

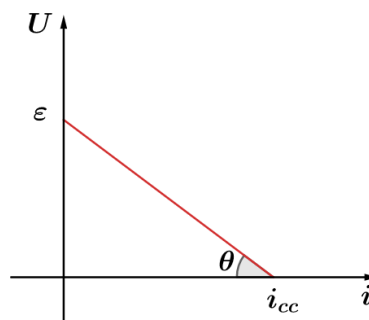


Figura 8: Curva característica de um gerador elétrico.

Da análise matemática, temos:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\mathcal{E}}{i_{cc}} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{\mathcal{E}}{r_{int}}} \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = r_{int}$$

Para o gerador ideal ( $r_{int} = 0$ ), temos a seguinte equação característica:



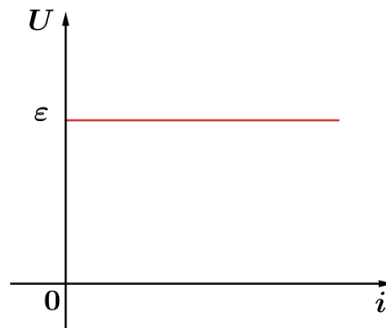


Figura 9: Curva característica de um gerador ideal.

Tenha sempre em mente que considerar um determinado gerador como ideal é uma aproximação muito boa, geralmente.

### 1.1.5. Lei de Pouillet

Considere um gerador elétrico de *fem*  $\mathcal{E}$  e resistência interna  $r_{int}$ , conectado a um único resistor de resistência elétrica  $R$ , como na figura abaixo:

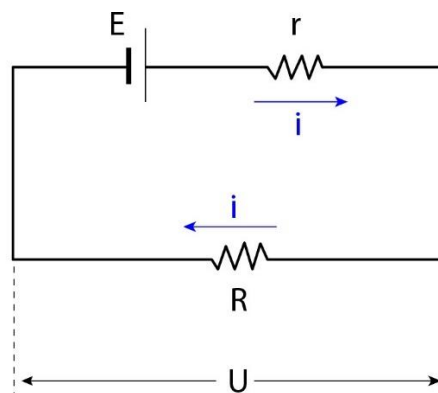


Figura 10: Circuito gerador e um único resistor.

A ddp  $U$  entre os terminais do resistor é dado pela primeira lei de Ohm:

$$U = R \cdot i$$

Por outro lado, sabemos que a ddp entregue pelo gerador é dada pela equação característica:

$$U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i$$

Igualando as duas equações, temos:

$$R \cdot i = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{r_{int} + R}$$

A Lei de Pouillet fornece a intensidade da corrente elétrica em um circuito simples do tipo gerador-resistor. Caso o circuito externo tenha mais de um resistor, será necessário fazer uma associação de resistores para encontrar o resistor equivalente à associação e, assim, poder usar a Lei de Pouillet. Futuramente, iremos aprender as Leis de Kirchhoff e ampliaremos nosso poder de resolução de circuitos elétricos.

## 1.2. Potências elétricas no gerador

Inicialmente, vamos definir alguns conceitos importantes quando falamos de potência. Como vimos anteriormente pelo efeito Joule, quando um resistor é percorrido por uma corrente elétrica, ele libera uma quantidade de energia térmica. Podemos sentir um resistor esquentar quando ele é percorrido por uma corrente elétrica.

Entretanto, essa dissipação de energia pode ser útil, dependendo de como foi empregado o resistor, como por exemplo, em um chuveiro elétrico. Por outro lado, essa energia térmica pode ser inútil e totalmente indesejada, como ocorre em fios de ligação de um notebook ou no interior de uma pilha. Sendo assim, sempre que dissermos energia desperdiçada estamos nos referindo a aquela que foi dissipada inutilmente.

Considere uma lâmpada ligada a uma pilha conforme mostra a figura abaixo:

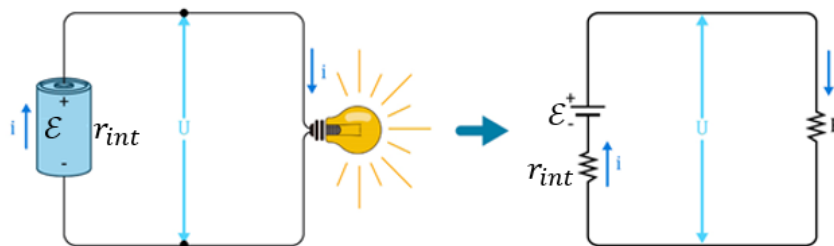


Figura 11: Circuito simples de um gerador alimentando uma lâmpada.

A potência elétrica que a bateria entrega à lâmpada é definida como a potência útil ( $Pot_u$ ) do gerador. Essa potência pode ser calculada da seguinte forma:

$$Pot_u = U \cdot i$$

A potência dissipada pela resistência interna da pilha geralmente não tem serventia alguma e, por isso, ela é desperdiçada. Essa potência pode ser calculada por:

$$Pot_d = r_{int} \cdot i^2$$

Somando a potência útil com a dissipada (desperdiçada no nosso caso), encontramos a potência elétrica total produzida pelo gerador ( $Pot_t$ ):

$$Pot_t = Pot_u + Pot_d \Rightarrow Pot_t = U \cdot i + r_{int} \cdot i^2$$

Como  $U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i$ , temos que:

$$Pot_t = (\mathcal{E} - r_{int} \cdot i) \cdot i + r_{int} \cdot i^2 \Rightarrow \mathcal{E} \cdot i - r_{int} \cdot i^2 + r_{int} \cdot i^2$$

$$\therefore Pot_t = \mathcal{E} \cdot i$$

### 1.2.1. Rendimento elétrico do gerador

Como vimos, ao conectar um gerador em um circuito externo, parte da potência elétrica total é transferida para o circuito e outra parte é desperdiçada internamente na própria resistência interna.

Diante disso, podemos definir um rendimento elétrico ( $\eta$ ) para um gerador da seguinte forma:



$$\eta = \frac{Pot_u}{Pot_t}$$

Como  $Pot_u = U \cdot i$  e  $Pot_t = \mathcal{E} \cdot i$ , podemos reescrever o rendimento elétrico em função da ddp fornecida pela fonte e sua *fem*:

$$\eta = \frac{U \cdot i}{\mathcal{E} \cdot i} \Rightarrow \eta = \frac{U}{\mathcal{E}}$$

Observe que como a potência útil é sempre menor que a potência total, o rendimento elétrico é sempre um número entre 0 e 1:

$$0 \leq \eta \leq 1 \text{ ou } 0 \leq \eta \leq 100\% \text{ (em porcentagem)}$$

### 1.2.2. Circuito simples gerador-resistor

Vamos voltar ao circuito simples que utilizamos na Lei de Pouillet:

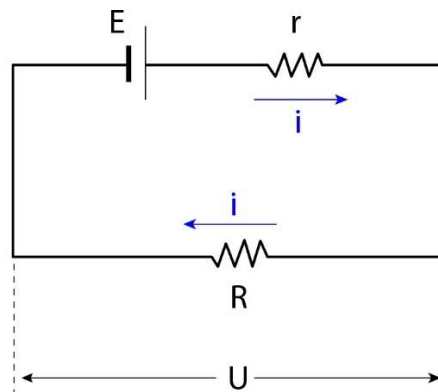


Figura 12: Circuito simples formado por um gerador e um resistor.

Já vimos que a equação característica do gerador é dada por:

$$U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i$$

E quando olhamos para o resistor, escrevemos que:

$$U = R \cdot i$$

Então, escrevemos a Lei de Pouillet:

$$\mathcal{E} = (R + r_{int}) \cdot i$$

Note que  $r_{int} + R$  representa a resistência equivalente do circuito. Então:

$$\mathcal{E} = R_{eq} \cdot i$$

Assim, em um circuito simples (apenas uma fonte e uma associação de resistores) podemos escrever que a *fem* é igual ao produto da resistência elétrica total do circuito pela intensidade da corrente elétrica.

Às vezes, a associação dos resistores pode não ser tão trivial. Por isso, estudamos técnicas avançadas para determinação da resistência equivalente na aula anterior. Caso ainda tenha alguma dúvida, revise alguns conceitos da aula passada.



### 1.2.3. Potência máxima fornecida por um gerador

Considere um circuito simples que consiste em um gerador alimentando um reostato (resistor de resistência variável).

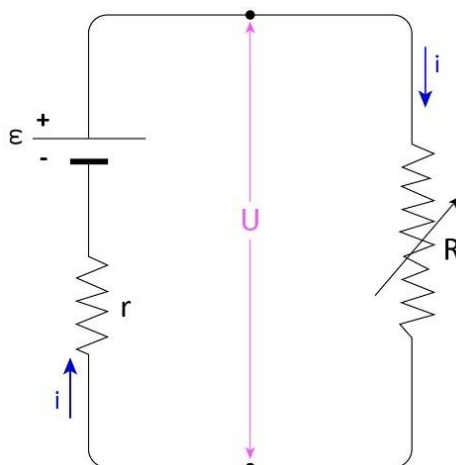


Figura 13: Gerador elétrico alimentando o reostato.

Vimos que a potência útil entregue pelo gerador é dada por:

$$Pot_u = U \cdot i$$

Pela equação característica do gerador, podemos reescrever a  $Pot_u$  como:

$$Pot_u = (\mathcal{E} - r_{int} \cdot i) \cdot i \Rightarrow \boxed{Pot_u = \mathcal{E} \cdot i - r_{int} \cdot i^2}$$

Observe que a  $Pot_u$  é uma função do segundo grau em  $i$ . Como o coeficiente na frente de  $i^2$  é negativo, então a curva que representa a potência útil em função da corrente é um arco de parábola com concavidade para baixo.

Note ainda que se  $i = 0$ , a potência útil fornecida pelo gerador é nula ( $Pot_u = 0$ ). Além disso, quando o gerador for curto-circuitado, teremos  $i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r_{int}}$ , então:

$$Pot_u(i_{cc}) = \mathcal{E} \cdot i_{cc} - r_{int} \cdot i_{cc}^2 = \mathcal{E} \cdot \frac{\mathcal{E}}{r_{int}} - r_{int} \cdot \left(\frac{\mathcal{E}}{r_{int}}\right)^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{r_{int}} - \frac{\mathcal{E}^2}{r_{int}} = 0$$

Podemos concluir que a potência útil será nula quando o circuito estiver aberto e quando o gerador estiver em curto-circuito.

Assim, podemos traçar a curva da potência útil em função da corrente:

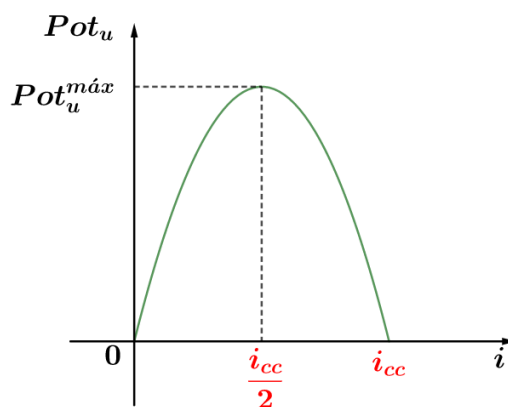


Figura 14: Gráfico da potência útil em função da corrente.



Como a parábola possui simetria, já sabemos que o  $x_v$  (ponto que leva ao seu valor máximo) é o ponto médio da corrente de curto e a origem do gráfico:

$$x_v = \frac{i_{cc}}{2} = \frac{\mathcal{E}}{2r_{int}}$$

Portanto, a tensão fornecida pelo gerador é de:

$$U' = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i = \mathcal{E} - r_{int} \cdot \frac{i_{cc}}{2} \Rightarrow U' = \mathcal{E} - r_{int} \cdot \frac{\mathcal{E}}{2r_{int}} \Rightarrow \boxed{U' = \frac{\mathcal{E}}{2}}$$

Lembrando que o reostato possui essa ddp  $U'$  entre os seus terminais, então:

$$U' = R \cdot \frac{i_{cc}}{2} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2} = R \cdot \frac{\mathcal{E}}{2r_{int}} \Rightarrow \boxed{R = r_{int}}$$

Este resultado mostra que para a máxima transferência de potência ao reostato, a resistência do reostato deve ser igual a resistência interna do gerador. Quando isto ocorre, dizemos que o gerador e o circuito externo estão “casados”.

Além disso, podemos calcular o rendimento elétrico do gerador nesta condição:

$$\eta = \frac{Pot_u^{máx}}{Pot_t} = \frac{U'}{\mathcal{E}} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{2}}{\mathcal{E}} \Rightarrow \eta = 0,5 \text{ ou } \eta = 50\%$$

Note que para a condição de máxima transferência de potência o rendimento possui um valor razoável. Assim, tal condição raramente é imposta aos sistemas de grande potência, já que as perdas também são muito elevadas (perde-se uma quantidade igual à que é transferida para o circuito externo).

ATENÇÃO  
DECORE!



1.

Com o objetivo de aquecer um recipiente no menor tempo possível, conecta-se um gerador de  $fem$   $\mathcal{E} = 60 V$  e resistência interna  $r_{int} = 3,0 \Omega$  e dispõe-se de dois resistores, um de  $9,0 \Omega$  e outro dois de  $6,0 \Omega$ .

- qual deve ser a melhor maneira de se utilizar os resistores para se conseguir o propósito desejado?
- se a quantidade de calor necessária para ferver a água é de  $2,4 \cdot 10^5 cal$ , determine o intervalo de tempo mínimo necessário. Adote  $1,0 cal = 4,0 J$  e que as perdas calor do recipiente para o ambiente seja nula.

**Comentários:**

a)



Para que a água possa ferver no menor tempo possível, o gerador deve fornecer a máxima potência ao resistor. Nessas condições, a resistência externa ao gerador deve ser igual à resistência interna da fonte. Portanto, a resistência do circuito externo deve ser igual a  $3,0 \Omega$ . Como não está disponível um resistor com esse valor de resistência, a melhor solução seria colocar dois resistores de  $6,0 \Omega$  em paralelo, pois teríamos uma resistência equivalente igual a  $3,0 \Omega$ .

b)

A potência elétrica é igual ao calor trocado pelo tempo. Então:

$$P_{\text{máx}} = \frac{Q}{\Delta t_{\text{mín}}} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2} \cdot \frac{i_{cc}}{2} = \frac{Q}{\Delta t_{\text{mín}}} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2} \cdot \frac{\mathcal{E}}{2r_{\text{int}}} = \frac{Q}{\Delta t_{\text{mín}}} \Rightarrow \frac{60}{2} \cdot \frac{60}{2 \cdot 3} = \frac{2,4 \cdot 10^5 \cdot 4,0}{\Delta t_{\text{mín}}} \\ \Rightarrow \Delta t_{\text{mín}} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ s}$$

## 2. (ITA – 1985)

No circuito mostrado na figura, a força eletromotriz e sua resistência interna são respectivamente  $E$  e  $r$ .  $R_1$  e  $R_2$  são duas resistências fixas. Quando o cursor móvel da resistência  $R$  se move para A, a corrente  $i_1$  em  $R_1$  e a corrente  $i_2$  em  $R_2$  variam da seguinte forma:

	$i_1$	$i_2$
a)	Cresce	Decresce
b)	Cresce	Cresce
c)	Decresce	Cresce
d)	Decresce	Decresce
e)	Não varia	Decresce

### Comentários:

Quando o cursor está o mais afastado de A,  $R_2$  e  $R$  estão em série e a resistência neste ramo é a maior possível. Portanto, a resistência do circuito externo ao gerador é a maior possível. Logo, a corrente que chega ao circuito é a menor possível e ao dividir em  $i_1$  e  $i_2$ , vemos que  $i_2$  é a menor possível, pois no seu ramo temos a condição de máxima resistência.

À medida que o cursor vai se deslocando para o ponto A, a resistência no ramo de  $R$  e  $R_2$  vai diminuindo, pois o cursor é condutor e, assim,  $R$  está diminuindo. Dessa forma, a resistência elétrica do circuito equivalente está diminuindo. Consequentemente, a corrente elétrica do circuito está aumentando. Ao dividir em  $i_1$  e em  $i_2$ , como a resistência no ramo de  $R$  e  $R_2$  está diminuindo, a corrente nesse ramo irá aumentar.

Portanto, a corrente  $i_1$  decresce quando o cursor móvel se desloca para A.

**Gabarito: C.**

## 1.3. Receptores elétricos

Chamamos de receptores elétricos dispositivos que recebem energia elétrica de um gerador e convertem uma parte dela em energia não-térmica.



Por exemplo, o motor elétrico é um excelente receptor. Esse dispositivo recebe energia elétrica de um gerador ao qual está conectado e transforma parte dessa energia em energia mecânica. Obviamente, uma parte da energia é desperdiçada termicamente por efeito Joule nos enrolamentos e nos contatos do motor.

Em alguns casos, é possível um gerador trabalhar como receptor e vice-versa. Um exemplo clássico disso são as baterias de automóveis. Quando elas estão alimentando as lâmpadas do carro, elas funcionam um gerador elétrico que está transformando energia química em energia elétrica.

Entretanto, quando elas estão recarregando por um dínamo, a bateria funciona como um receptor, recebendo energia elétrica e acumulando-a em energia química.

Basicamente, um receptor é caracterizado por extrair uma parte da ddp  $U$  entre seus terminais e convertendo-a para fins não-térmicos, como nos motores elétricos para produzir energia mecânica.

Essa parte útil da ddp  $U$  é chamada de força contraeletromotriz ( $f_{cem}$ ) do receptor, e simbolizamos por  $\mathcal{E}'$ . A outra parte da ddp  $U$  é desperdiçada pelo receptor, pois existe uma resistência interna no receptor que simbolizamos por  $r'$ . Em motores elétricos, essa resistência interna é devido aos enrolamentos e aos contatos elétricos.

Podemos representar um receptor nos circuitos elétricos de forma análoga aos geradores:

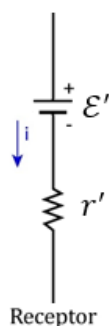


Figura 15: Símbolo de um receptor de  $f_{cem}$   $\mathcal{E}'$  e resistência interna  $r'$ .

### 1.3.1. Equação do receptor

Assim como foi feito para o gerador, vamos determinar a equação característica de um receptor. Para isso, considere uma pilha (gerador) alimentando um motor elétrico (receptor) conforme a figura abaixo:

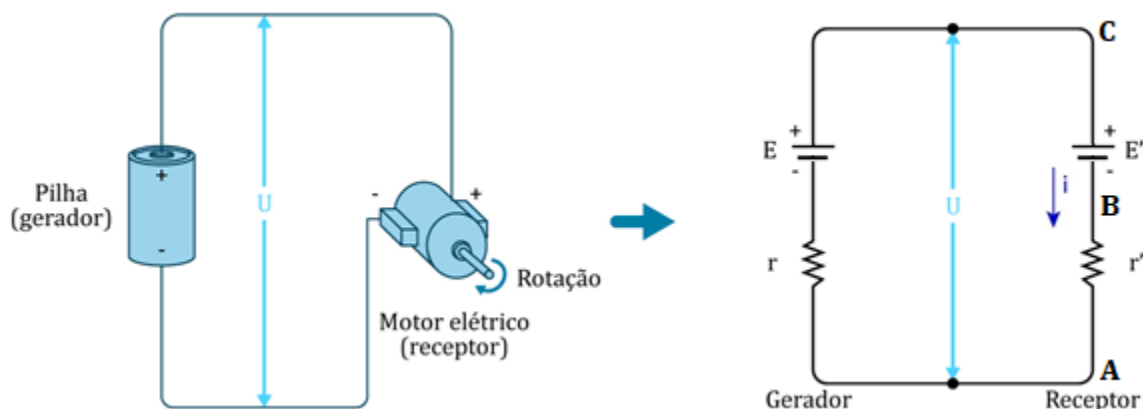


Figura 16: Esquema representativo de um receptor ligado a um gerador.

Observação: o motor não tem polos positivo e negativo próprios. A representação dos sinais (+) e (-) apenas indicam quais terminais foram conectados nos polos positivo negativo da pilha.

Quando o resistor  $r'$  é percorrido pela corrente  $i$ , a ddp é dada por  $V_B - V_A = r' \cdot i$ . Entre  $B$  e  $C$  há um ganho de potencial elétrico igual a  $V_C - V_B = \mathcal{E}'$ . Portanto,  $V_C - V_A = U$  é dado por:

$$U = V_C - V_A \Rightarrow U = (V_C - V_B) + (V_B - V_A)$$

$$\Rightarrow \boxed{U = \mathcal{E}' + r' \cdot i}$$

Pela equação característica do receptor podemos visualizar as quedas de potencial fazendo o seguinte diagrama:

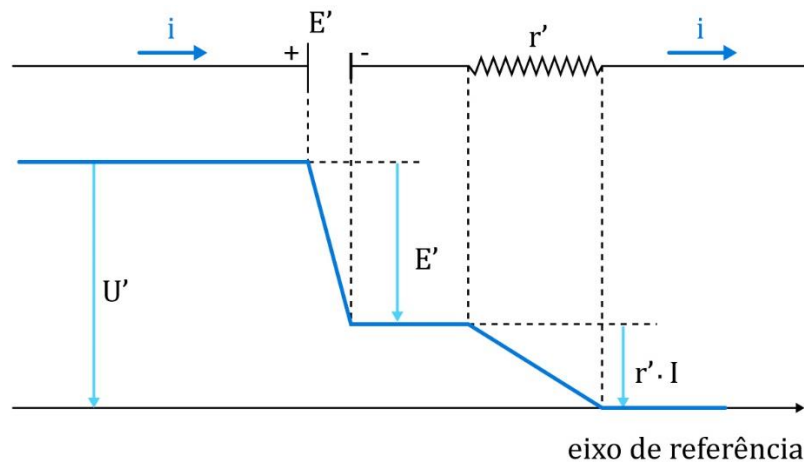


Figura 17: Diagrama representativo das quedas de potencial no receptor.

### 1.3.2. Curva característica de alguns receptores

De acordo com a equação característica do receptor, vemos que a ddp  $U$  entre os terminais do receptor é uma função do primeiro grau em  $i$  crescente, como na figura abaixo:

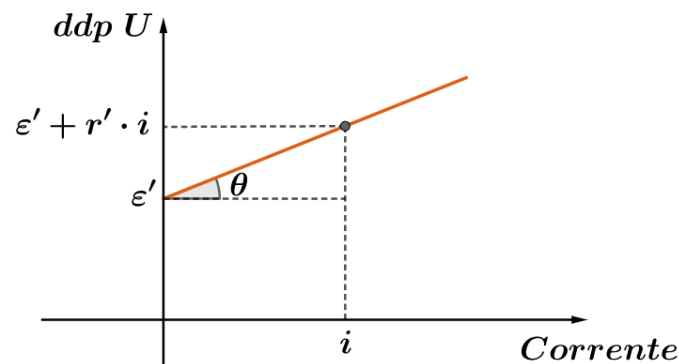


Figura 18: Curva característica de um receptor.

Note que o coeficiente angular da reta é dado por:

$$tg \theta = \frac{\mathcal{E}' + r' \cdot i - \mathcal{E}'}{i} \Rightarrow \boxed{tg \theta = r'}$$

Além disso, o coeficiente linear corresponde a força contraeletromotriz do receptor:

$$coef. linear = U(i = 0) = \mathcal{E}'$$

### 1.3.3. Potências elétricas no receptor

Considere um gerador alimentando um receptor, como na figura abaixo:





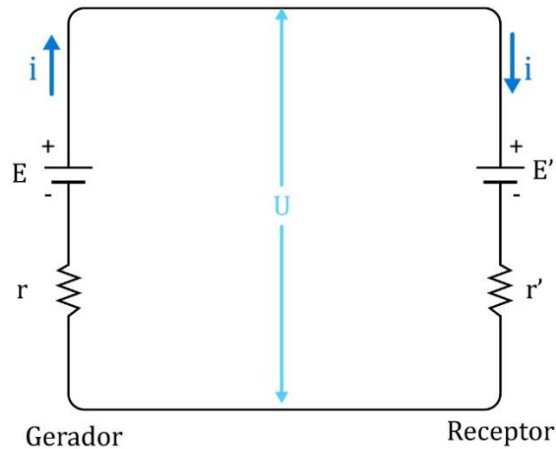


Figura 19: Receptor sendo alimentado por um gerador.

O gerador fornece ao receptor uma potência dada por:

$$Pot_t = U \cdot i$$

Note que para o receptor  $Pot_t$  representa a potência total que chega ao receptor. Uma parte dessa potência total é desperdiçada na resistência interna do receptor, na forma  $r' \cdot i^2$ . Portanto:

$$Pot_t = U \cdot i \text{ e } Pot_d = r' \cdot i^2$$

Fazendo o balanço de potências, podemos determinar a potência útil do receptor:

$$\begin{aligned} Pot_t &= Pot_u + Pot_d \Rightarrow U \cdot i = Pot_u + r' \cdot i^2 \\ \Rightarrow Pot_u &= U \cdot i - r' \cdot i^2 \Rightarrow Pot_u = (U - r' \cdot i) \cdot i \\ &\Rightarrow \boxed{Pot_u = \mathcal{E}' \cdot i} \end{aligned}$$

#### 1.3.4. Rendimento elétrico do receptor

Por definição, o rendimento elétrico é dado por:

$$\eta = \frac{Pot_u}{Pot_t}$$

Substituindo os valores encontrados, temos:

$$\eta = \frac{\mathcal{E}' \cdot i}{U \cdot i} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{\mathcal{E}'}{U}}$$

Como  $U = \mathcal{E}' + r' \cdot i$ , então  $0 \leq \eta \leq 1$  ou  $0 \leq \eta \leq 100\%$ .

Podemos resumir as potências e os rendimentos no gerador e no receptor no seguinte esquema:



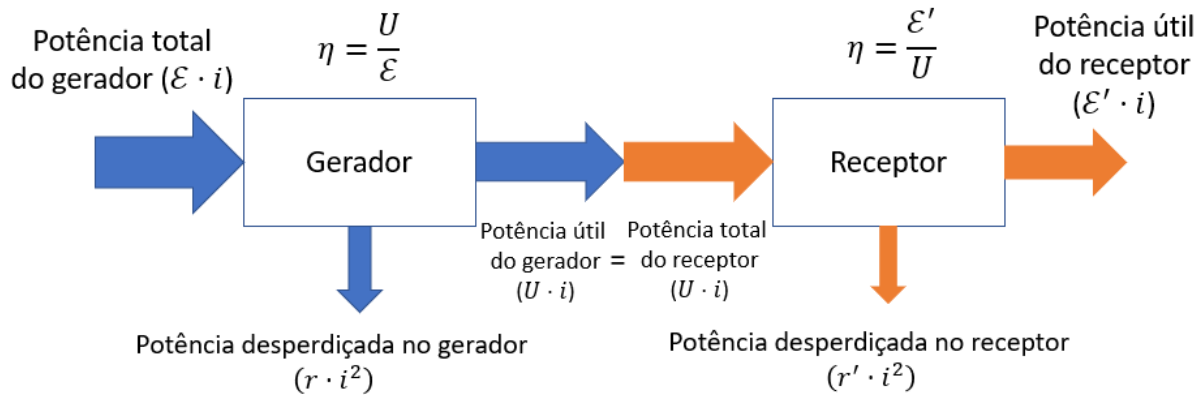


Figura 20: Esquema representativo das potências transferidas no circuito gerador-receptor.

### 1.3.5. Circuito gerador-receptor

Considere um circuito elétrico formado por um gerador elétrico de *fem* igual a  $\varepsilon$  e de resistência interna  $r$ , conectado a um receptor elétrico de *fcm* igual a  $\varepsilon'$  e de resistência interna  $r'$ . Para esse circuito, admita que  $\varepsilon > \varepsilon'$ .

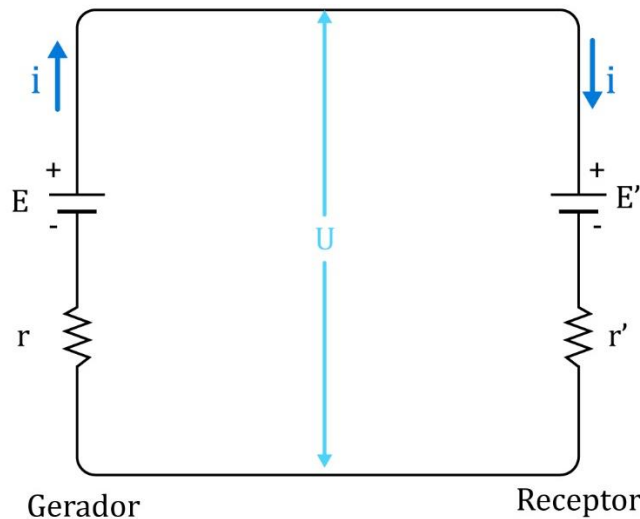


Figura 21: Circuito gerador-receptor.

Pelas equações características do gerador e do receptor, temos:

$$U_{receptor} = U_{gerador} \Rightarrow \varepsilon - r \cdot i = \varepsilon' + r' \cdot i \Rightarrow \boxed{i = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{r + r'}}$$

Essa equação é chamada de Lei de Pouillet para o circuito gerador-receptor. Futuramente, estudaremos as Leis de Kirchhoff e veremos que ela é bem mais forte que a lei de Pouillet e permite resolver circuitos bem mais complexos, envolvendo diversas fontes. Entretanto, estudar esses circuitos simples é fundamental para o entendimento de circuitos mais rebuscados.

### 1.3.6. Gerador em oposição

Considere um circuito elétrico formado por dois geradores  $G_1$  e  $G_2$ , com a corrente elétrica circulando no sentido horário, conforme figura abaixo:



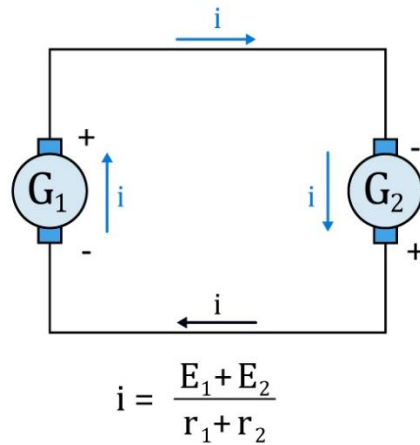


Figura 22:  $G_1$  e  $G_2$  atuam como dois geradores em série.

Vamos considerar que  $G_1$  tem *fem* maior que  $G_2$  ( $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}'$ ). Se invertermos a polaridade de  $G_2$  e colocá-lo em oposição a  $G_1$ , como na figura abaixo.

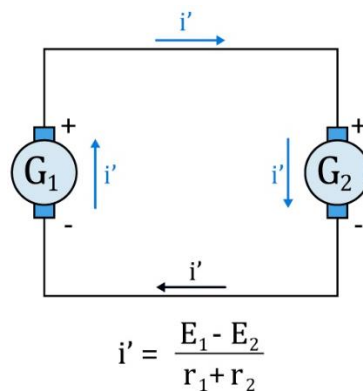


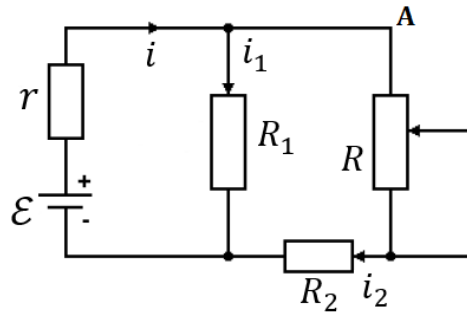
Figura 23:  $G_2$  está em oposição a  $G_1$ .

Pela configuração do novo circuito da figura 22, vemos que  $G_2$  agora se torna um receptor. Assim, podemos dizer que um gerador ( $G_1$ ) está em oposição a outro ( $G_2$ ), quando a corrente elétrica entra pelo polo positivo de  $G_2$  e sai pelo seu polo negativo.



### 3. (ITA – SP)

A diferença de potencial entre os terminais de uma bateria é de 8,5 V, quando há uma corrente que a percorre, internamente, do terminal negativo para o positivo, de 3,0 A. Por outro lado, quando a corrente que a percorre internamente for de 2,0 A, indo do terminal positivo para o negativo, a diferença de potencial entre seus terminais é de 11 V. Nestas condições, a resistência interna da bateria, expressa em ohms, e a sua força eletromotriz, expressa em volts, são, respectivamente:



- a) 2,0 e 100
- b) 0,50 e 10
- c) 0,50 e 12
- d) 1,50 e 10
- e) 5,0 e 10

**Comentários:**

Inicialmente, a pilha funciona como um gerador e sua equação característica pode ser escrita como:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i \Rightarrow 8,5 = \mathcal{E} - r \cdot 3 \text{ (eq. 1)}$$

No segundo momento, a pilha funciona como um receptor, já que a corrente percorre do terminal positivo para o negativo. A equação característica para este receptor é dada por:

$$U' = \mathcal{E} + r \cdot i' \Rightarrow 11 = \mathcal{E} + r \cdot 2 \text{ (eq. 2)}$$

Fazendo (2) – (1), temos:

$$11 - 8,5 = (\mathcal{E} + r \cdot 2) - (\mathcal{E} - r \cdot 3) \Rightarrow 2,5 = 5 \cdot r \Rightarrow \boxed{r = 0,5 \text{ A}}$$

Substituindo o valor da resistência interna em qualquer uma das equações, encontramos que:

$$11 = \mathcal{E} + 0,5 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 10 \text{ V}}$$



## 1.4. Associação de geradores

Podemos associar dois ou mais geradores em série, em paralelo ou de forma mista. É muito comum em lanternas, rádios e outros aparelhos elétricos, combinar pilhas para atingir uma determinada ddp, conforme a especificação do aparelho.

A seguir, vamos estudar como associar geradores em série e em paralelo, para chegarmos a um único gerador equivalente capaz de, quando percorrido por uma corrente de intensidade igual à da que percorre a associação, mantém entre seus terminais a mesma ddp entre os terminais da



associação. Dessa forma, diante de uma associação de geradores, devemos determinar os valores da *fem*  $\mathcal{E}$  e a resistência interna  $r$  que definem as características do gerador equivalente.

### 1.4.1. Associação de geradores em série

Dizemos que dois geradores estão associados em série quando são ligados em sequência, de tal forma que cada polo de um gerador está conectado ao polo de sinal oposto do próximo gerador ou do anterior. A figura abaixo ilustra uma associação em série.

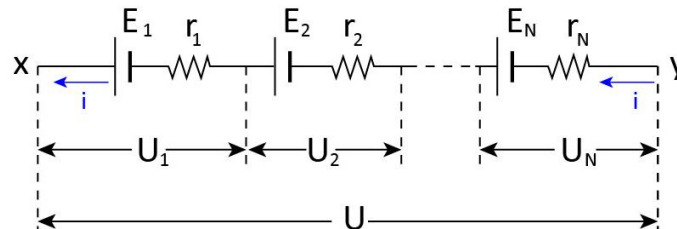


Figura 24: Associação de  $N$  geradores em série. Note que todos são percorridos pela mesma corrente elétrica.

Dessa forma, podemos determinar um gerador equivalente que é percorrido pela mesma corrente  $i$  que a da associação e mantém a mesma ddp entre os seus terminais.

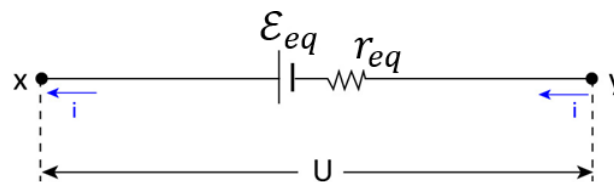


Figura 25: Representação do gerador equivalente.

A propriedade fundamental da associação em série é o fato de a intensidade da corrente elétrica ser a mesma em todos os geradores conectados.

Na associação de  $N$  geradores da figura 23, vemos que a ddp entre os terminais  $x$  e  $y$  é a soma das ddp de cada gerador da associação:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_N$$

$$\mathcal{E}_{eq} - r_{eq} \cdot i = \mathcal{E}_1 - r_1 \cdot i + \mathcal{E}_2 - r_2 \cdot i + \dots + \mathcal{E}_N - r_N \cdot i$$

$$\mathcal{E}_{eq} - r_{eq} \cdot i = (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots + \mathcal{E}_N) - (r_1 + r_2 + \dots + r_N) \cdot i$$

Para que o gerador seja equivalente à associação, devemos ter que:

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots + \mathcal{E}_N \text{ e } r_{eq} = r_1 + r_2 + \dots + r_N$$

Diante desse resultado, vemos que ao associar geradores em série, aumentamos a *fem* e a resistência interna.

Caso os geradores associados sejam iguais, então:

$$\mathcal{E}_{eq} = n \cdot \mathcal{E} \text{ e } r_{eq} = n \cdot r$$

### 1.4.2. Associação em paralelo de geradores iguais

Neste tipo de conexão, todos os polos positivos dos geradores são ligados entre si e todos os polos negativos também, como na figura abaixo:



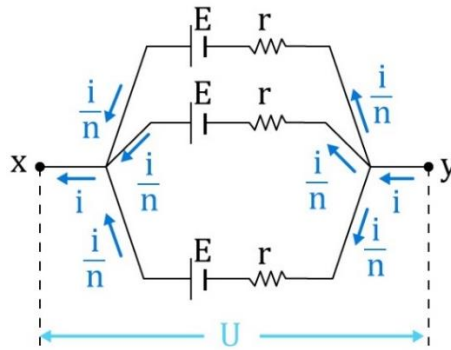


Figura 26: Conexão de  $n$  geradores idênticos em paralelo.

Como os  $n$  geradores são idênticos, a corrente que atravessa a associação se divide em  $n$  partes iguais, isto é,  $i/n$ . Além disso, os geradores associados mantêm a ddp  $U$  entre os terminais  $x$  e  $y$ . Portanto, o gerador equivalente é dado por:

$$U = \mathcal{E}_{eq} - r_{eq} \cdot i$$

Para cada gerador associado, temos:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot \frac{i}{n}$$

Então:

$$\mathcal{E}_{eq} - r_{eq} \cdot i = \mathcal{E} - \frac{r}{n} \cdot i$$

Para os fins desejados, devemos ter que:

$$\mathcal{E}_{Eq} = \mathcal{E} \text{ e } r_{eq} = \frac{r}{n}$$

Representativamente:

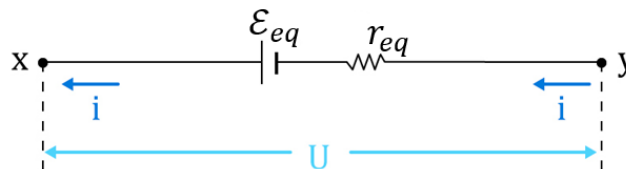


Figura 27: Representação do gerador equivalente para uma associação em paralelo.

Diante desse resultado, podemos concluir que na associação de geradores iguais em paralelo, a *fem* se mantém e há apenas uma diminuição na resistência interna.



## 2. As leis de Kirchhoff

Utilizamos as leis de Kirchhoff para a resolução de circuitos com duas ou mais malhas.

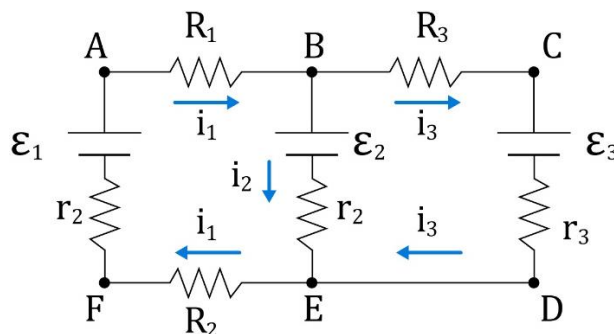


Figura 28: Para resolver o circuito em questão, devemos aplicar as leis de Kirchhoff.

Antes de mostrar as leis de Kirchhoff propriamente ditas, vamos fazer algumas considerações utilizando a tabela de ddp para alguns bipolos elétricos, supondo que o valor do potencial de A é  $x$ :

Elemento	$V_A$	$V_B$	$U_{AB}$
	$x$	$x - R \cdot i$	$R \cdot i$
	$x$	$x - \varepsilon$	$\varepsilon$
	$x$	$x - \varepsilon'$	$\varepsilon'$
	$x$	$x - Q/C$	$Q/C$

Agora, vamos fazer algumas definições, utilizando nosso circuito da figura 28.



1. Nó: ponto do circuito onde a corrente se divide. No nosso exemplo isso ocorre em  $B$  e  $C$ .
2. Ramo: trecho do circuito percorrido pela mesma corrente. No nosso caso:  $AB$ ,  $EF$ ,  $BE$  e  $BCDE$ .
3. Malha: conjunto de ramos que formam um percurso fechado. No nosso exemplo:  $ABEFA$ ,  $BCDEB$  e  $ABCDEF$ .

Diante dessas definições, podemos enunciar as leis de Kirchhoff:

### 1) Lei de Kirchhoff das correntes (LKC) ou Lei dos Nós:

O somatório das correntes que entram em um nó é igual ao somatório das correntes que saem do nó. Matematicamente:

$$\left(\sum i_{entram}\right)_{nó X} = \left(\sum i_{saem}\right)_{nó X}$$

### 2) Lei de Kirchhoff das tensões (LKT) ou Lei das Malhas:

O somatório das tensões ao longo de uma malha é nulo.

Sempre que resolvermos circuitos elétricos utilizando as Leis de Kirchhoff, adotaremos o seguinte procedimento:

- 1) Adotamos para cada ramo um sentido da corrente elétrica.
- 2) Aplicamos a LKC no circuito com o objetivo de diminuir a ordem do sistema de equação a ser obtido. Por exemplo:

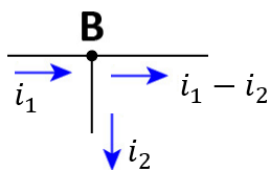


Figura 29: Aplicação da LKC no nó B.

- 3) Em cada malha, arbitraremos um sentido de percurso e aplicaremos a LKT, obtendo o sistema de equações:

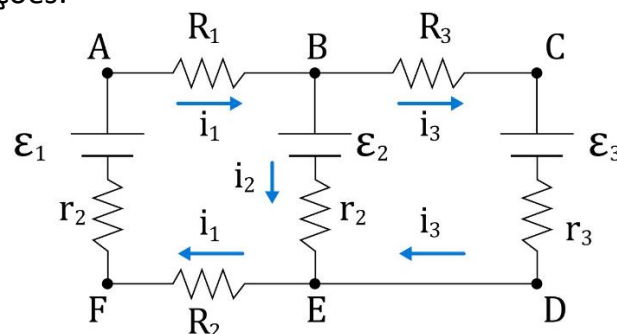


Figura 30: Aplicação de LKT em cada malha.



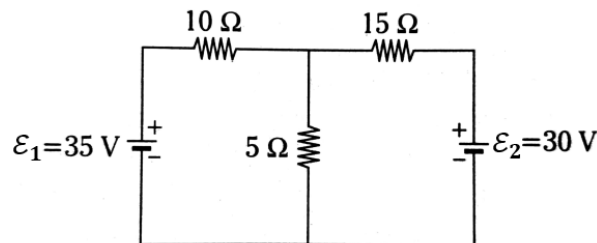


Rodando a malha  $FABEF$  e a malha  $EBCDE$ , temos as seguintes equações:

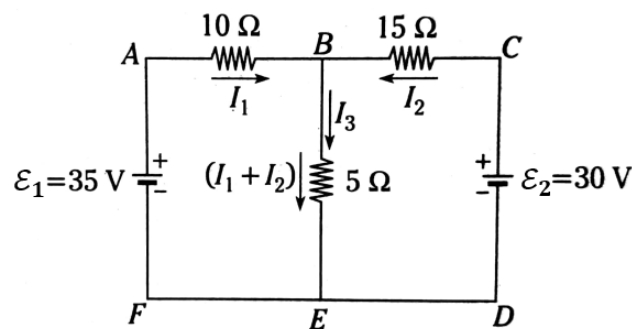
$$\begin{cases} -r_1 \cdot i_1 + \mathcal{E}_1 - R_1 \cdot i_1 - \mathcal{E}_2 - r_2 \cdot i_2 - R_2 \cdot i_1 = 0 \\ +r_2 \cdot i_2 + \mathcal{E}_2 - R_3 \cdot (i_1 - i_2) - \mathcal{E}_3 - r_3 \cdot i_3 = 0 \end{cases}$$

- 4) Resolvemos o sistema de equações. Por fim, as correntes com sinal negativo deverão ter seus sentidos invertidos.

Vamos resolver um circuito como exemplo. Considere o circuito da figura abaixo:



Inicialmente, arbitramos para ramo um sentido de corrente elétrica.



No segundo passo, aplicamos a LKC no circuito para diminuir a ordem do sistema de equações que será obtido. Por isso, ao invés de escrever  $i_3$ , nós substituiremos no circuito  $i_3$  por  $i_1 + i_2$ . No terceiro passo, aplicamos a LKT para cada malha fechada, obtendo as equações algébricas:

- Malha  $FABEF$ :

$$\begin{aligned} 35 - 10 \cdot i_1 - 5 \cdot (i_1 + i_2) &= 0 \\ 15i_1 + 5i_2 &= 35 \quad (eq. 1) \end{aligned}$$

- Malha  $DCBED$ :

$$\begin{aligned} 30 - 15 \cdot i_2 - 5 \cdot (i_1 + i_2) &= 0 \\ 5i_1 + 20i_2 &= 30 \quad (eq. 2) \end{aligned}$$

Último passo, resolvemos as equações algébricas. Para isso, basta fazer  $4 \cdot (eq. 1) - (eq. 2)$ :

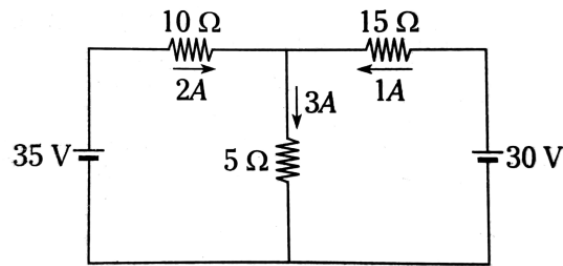
$$\begin{aligned} 4 \cdot (15i_1 + 5i_2) - (5i_1 + 20i_2) &= 4 \cdot 35 - 30 \\ 55i_1 &= 110 \Rightarrow \boxed{i_1 = 2 A} \end{aligned}$$

Portanto:

$$15 \cdot 2 + 5i_2 = 35 \Rightarrow \boxed{i_2 = 1 A}$$

Finalmente, temos:



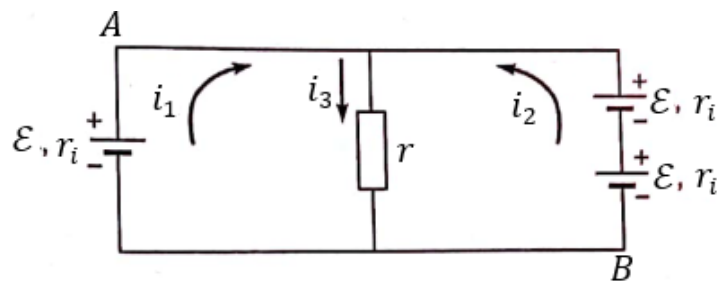


ATENÇÃO  
DECORE!



#### 4. (ITA – SP)

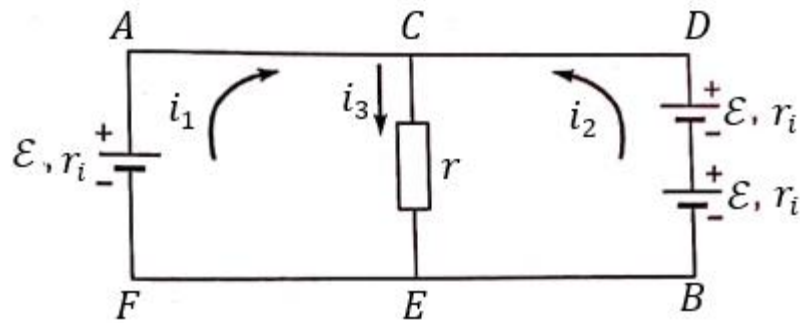
Baseado no esquema abaixo, onde  $\mathcal{E} = 2,0\text{ V}$ ,  $r_i = 1,0\ \Omega$  e  $r = 10\ \Omega$  e as correntes estão indicadas, podemos concluir que os valores de  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  e  $V_B - V_A$  são:



- |    | $i_1$   | $i_2$   | $i_3$  | $V_B - V_A$ |
|----|---------|---------|--------|-------------|
| a) | 0,20 A  | -0,40 A | 0,20 A | 2,0 V       |
| b) | -0,18 A | 0,33 A  | 0,15 A | -1,5 V      |
| c) | 0,20 A  | 0,40 A  | 0,60 A | 6,0 V       |
| d) | -0,50 A | 0,75 A  | 0,25 A | -2,5 V      |
| e) | 0,18 A  | 0,33 A  | 0,51 A | 5,1 V       |

#### Comentários:

A questão já determinou o sentido da corrente elétrica nas malhas. Então, partiremos para o segundo passo, escrevendo  $i_3 = i_1 + i_2$ , conforme a LKC no nó C. Portanto, aplicando a LKT em cada malha temos:



Malha *FACEF*:

$$\begin{aligned} -r_i \cdot i_1 + \varepsilon - r \cdot (i_1 + i_2) &= 0 \\ -i_1 + 2 - 10(i_1 + i_2) &= 0 \text{ (eq. 1)} \end{aligned}$$

Malha *BDCEB*:

$$\begin{aligned} -r_i \cdot i_2 + \varepsilon - r_i \cdot i_2 + \varepsilon - r \cdot (i_1 + i_2) &= 0 \\ -i_2 + 2 - i_2 + 2 - 10 \cdot (i_1 + i_2) &= 0 \text{ (eq. 2)} \end{aligned}$$

Fazendo (eq. 2) – (eq. 1), temos:

$$\begin{aligned} -i_2 + 2 - i_2 + 2 - 10 \cdot (i_1 + i_2) - [-i_1 + 2 - 10(i_1 + i_2)] &= 0 \\ i_1 &= 2i_2 - 2 \text{ (eq. 3)} \end{aligned}$$

Substituindo 3 em 1, temos:

$$\begin{aligned} -(2i_2 - 2) + 2 - 10(2i_2 - 2 + i_2) &= 0 \\ -2i_2 + 2 + 2 - 20i_2 + 20 - 10i_2 &= 0 \\ 32i_2 = 24 \Rightarrow i_2 &= 0,75 \text{ A} \end{aligned}$$

Substituindo o valor de  $i_2$  na equação 3, temos:

$$i_1 = 2 \cdot 0,75 - 2 \Rightarrow \boxed{i_1 = -0,5 \text{ A}}$$

Logo,  $i_3$  é igual a:

$$i_3 = i_1 + i_2 = 0,75 + (-0,5) \Rightarrow \boxed{i_3 = 0,25 \text{ A}}$$

Para determinar a diferença de potencial  $V_B - V_A$  basta ver que  $V_B = V_E = V_F$ . Assim, basta determinar  $V_F - V_A$ :

$$\begin{aligned} V_A - V_F &= -r_i \cdot i_1 + \varepsilon = -1 \cdot (-0,5) + 2 = 2,5 \text{ V} \\ \therefore \boxed{V_B - V_A} &= \boxed{-2,5 \text{ V}} \end{aligned}$$

**Gabarito: D.**





## 3. Instrumentos de medida elétrica

Na aula anterior, mencionamos como funciona um amperímetro ideal, um voltímetro ideal e um galvanômetro. Neste capítulo iremos trabalhar com estes instrumentos fora da idealidade. Existem outros instrumentos de medida elétrica, mas nos ocuparemos apenas naqueles mais básicos.

### 3.1. Amperímetro

Este instrumento é projetado para medir a corrente elétrica em um ramo do circuito. Como já vimos, sabemos determinar as correntes em cada ramo de um circuito utilizando as Leis de Kirchhoff, mas na prática quando confeccionamos um circuito surge a necessidade de medir a intensidade da corrente de forma experimental e para isso que usamos o amperímetro.

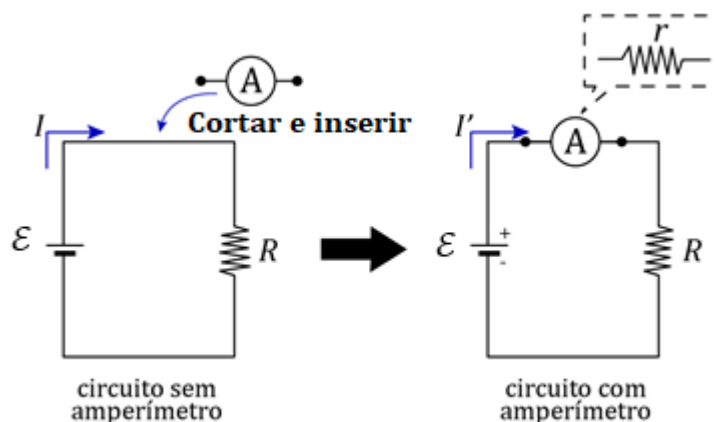


Figura 31: Aplicação de um amperímetro na medida da intensidade de corrente elétrica em um circuito simples.

Quando inserimos um instrumento de medição, em série ou em paralelo, a resistência total equivalente do circuito se altera, conseqüentemente, modifica a corrente que a fonte entrega e, respectivamente, sua distribuição.

$\varepsilon$

Dessa forma, ao introduzir um instrumento de medida no circuito, nós alteramos o valor que desejávamos medir, já que alteramos a resistência total do circuito.

Para adicionar o amperímetro, devemos abrir o circuito no ramo onde deseja-se medir a corrente e o instrumento é acoplado **em série** com os elementos (resistores ou fonte).

Vamos dizer que a resistência interna do amperímetro é  $r$ . A partir da figura 29, podemos ver que:

- Quando o circuito está sem o amperímetro:



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

- Quando o circuito está com o amperímetro:

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$

Ao analisar as duas equações, vemos que  $r + R > R$ , então  $I' < I$ . Dessa forma, para que a leitura do amperímetro ( $I'$ ) se aproxime do valor teórico desejado medir, devemos ter que a resistência interna do amperímetro seja muito pequena.

Geralmente, quando se projeta um amperímetro, o valor da resistência interna do amperímetro deve ser da ordem de  $m\Omega$  e, para casos de maior precisão, da ordem de  $\mu\Omega$ . Dessa forma, o valor experimental se aproxima do valor teórico calculado pelas Leis de Kirchhoff.

Sempre que o amperímetro for real, devemos levar em conta sua resistência interna.

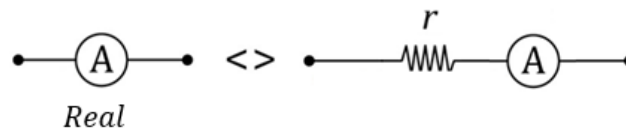


Figura 32: Ao inserir um amperímetro real no circuito, você deve levar em conta sua resistência interna.

Por outro lado, se o amperímetro for considerado ideal, não é necessário considerar sua resistência interna nos cálculos.



Figura 33: Amperímetro ideal sendo inserido no circuito.

## 3.2. Voltímetro

Assim como medir a intensidade da corrente elétrica é muito importante, também devemos ter um instrumento capaz de medir a ddp entre dois terminais quaisquer de um circuito.

Para isso, utilizamos um aparelho chamado voltímetro que é conectado em paralelo aos terminais onde se deseja medir a ddp, como ilustra a figura abaixo:

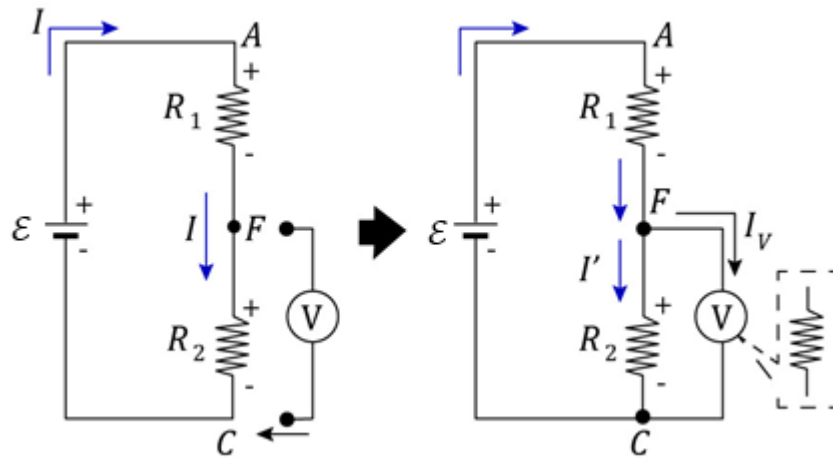


Figura 34: Voltímetro real em um circuito. Deve-se levar em conta a resistência interna do instrumento.

Quando colocamos um voltímetro real no circuito também alteramos a resistência total do circuito e, assim, modificamos a ddp nos pontos onde desejamos medi-la. De acordo com a figura acima, temos que:

- Sem o voltímetro:

$$U_2 = V_F - V_C = R_2 \cdot I$$

- Com o voltímetro:

$$U'_2 = V_F - V_C = R_2 \cdot I' = R_V \cdot I_V$$

Em que  $I_2 = I' + I_V$ .

Podemos ver também que  $U'_2 < U_2$ , já que  $I' < I$ . Isso decorre do fato da corrente se dividir em  $F$  quando adicionamos o voltímetro. Por isso, a leitura do voltímetro é sempre menor que o valor teórico.

Para que a leitura do voltímetro se aproxime muito do valor calculado teoricamente, a corrente que passa por  $R_2$  não deve sofrer alteração considerável. Isto significa que a corrente que passa pelo voltímetro deve ser muito pequena. Para isso, a resistência do voltímetro deve ser muito alta. Geralmente, voltímetros de qualidade possuem resistência interna da ordem de  $k\Omega$  e, dependendo da ocasião, da ordem de  $M\Omega$ .

Quando o voltímetro não é ideal, ao conectá-lo em um circuito, devemos levar em conta sua resistência interna.

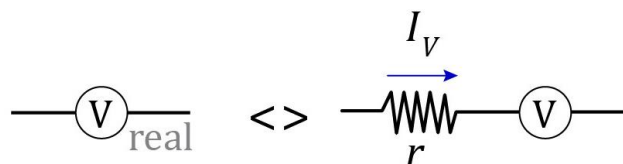


Figura 35: Quando o voltímetro é real, devemos considerar sua resistência interna no circuito.

Caso o voltímetro seja ideal, nos desprezamos a resistência interna.

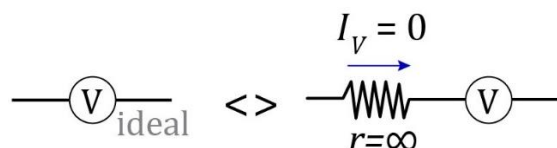


Figura 36: Quando o voltímetro é ideal, consideramos que a corrente não passa por ele.



Como a corrente elétrica no voltímetro ideal é nula, é comum representá-lo por um aberto no circuito:

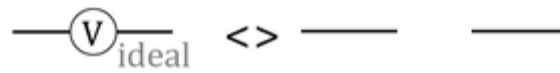


Figura 37: O voltímetro ideal pode ser considerado um aberto.



### 3.3. Galvanômetro

O sistema composto por uma bobina de arame condutor que está alojado em um núcleo cilíndrico de ferro e se fixa a um eixo que gira em um campo magnético estabelecido por ímãs.

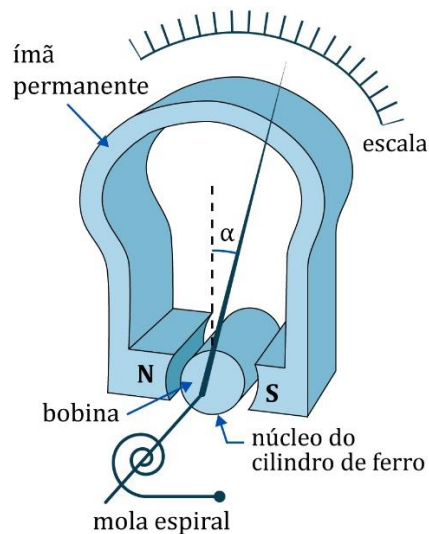


Figura 38: Esquema representativo de um galvanômetro.

O galvanômetro é uma parte essencial dos instrumentos analógicos que existem. Estes instrumentos são obtidos colocando sobre o galvanômetro uma agulha indicadora, que é associada a uma escala bem determinada.

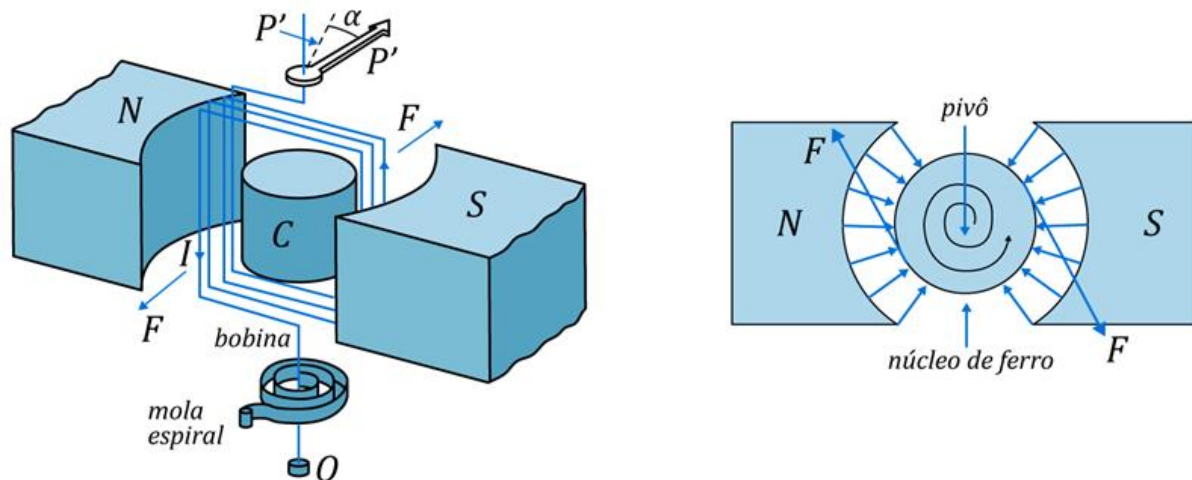


Figura 39: Representação das interações magnéticas no interior de um galvanômetro.

A representação do galvanômetro é:

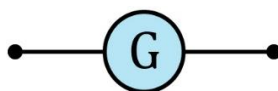


Figura 40: Representação de um galvanômetro em um circuito.

O galvanômetro é constituído por uma bobina móvel que tem uma resistência elétrica fixa e, por isso, seu esquema elétrico é:

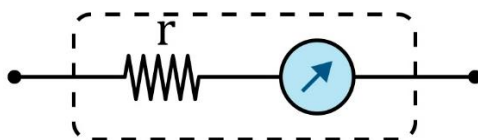


Figura 41: Ao inserir o galvanômetro no seu circuito, você deve levar em conta sua resistência interna.

Em que  $r$  é a resistência interna do galvanômetro.

Observações:

- 1) Como o valor de  $r$  é fixa, existirá uma corrente elétrica máxima que poderá circular através da bobina sem danificá-la. Tal corrente levará a agulha ao extremo da escala e, por isso, ela se chama corrente elétrica de fundo de escala ou de plena escala.
- 2) Um galvanômetro também pode ser empregado para medir voltagem se levamos em conta que a corrente que passa pela bobina multiplicada pela resistência interna origina a queda de tensão. Assim, basta apenas adaptar uma escala que converte para tensão, de acordo com a primeira lei de Ohm.
- 3) O galvanômetro é um instrumento muito sensível e, pelo fato de a corrente através do aparelho ser limitada, isto permite que ele meça pequenas intensidades de corrente e de voltagem. Por isso, ele é muito utilizado em laboratórios.
- 4) Para que o galvanômetro opere como um amperímetro, devemos conectar em paralelo uma resistência elétrica  $R_S$  denominado shunt (em inglês: desvio). O shunt tem a dupla função de diminuir a resistência elétrica do aparelho e, como ele desvia parte da corrente, ele permite medir correntes de maiores intensidades, sem danificar o instrumento.



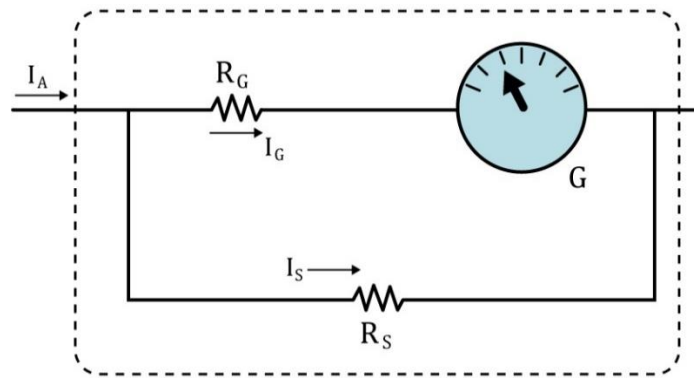


Figura 42: Desvio da corrente ao inserir o resistor shunt.

Dessa forma, o amperímetro obtido terá uma corrente de fundo de escala  $I_A$  de valor maior que a corrente de escala do galvanômetro ( $I_G$ ). Podemos relacionar as duas correntes, de acordo com os valores de  $r_G$  e de  $R_S$ .

Note que o galvanômetro se comporta como um resistor em paralelo ao resistor *shunt*. Portanto:

$$U_G = U_S \Rightarrow r_G \cdot I_G = R_S \cdot i_S \Rightarrow i_S = \frac{r_G}{R_S} \cdot I_G$$

Mas, pela LKC no ponto de divisão das correntes, temos:

$$I_A = I_G + i_S \Rightarrow I_A = I_G + \frac{r_G}{R_S} \cdot I_G$$

$$\boxed{I_A = I_G \cdot \left(1 + \frac{r_G}{R_S}\right)}$$

Nesta equação,  $\left(1 + \frac{r_G}{R_S}\right)$  é chamado fator multiplicador do aparelho, já que ele representa o valor pela qual deve ser multiplicado o fundo de escala do galvanômetro para chegarmos ao fundo de escala do amperímetro.

Como exemplo, considere um amperímetro *shunt* com  $R_G = 10^2 \Omega$ ,  $R_S = 10^{-2} \Omega$ ,  $I_G = 10 \text{ mA}$ . O fator de multiplicador do aparelho é de:

$$\left(1 + \frac{R_G}{R_S}\right) = \left(1 + \frac{10^2}{10 \cdot 10^{-3}}\right) \cong 10^4$$

Portanto, a corrente de fundo de escala do amperímetro é  $10^4$  vezes maior que a do galvanômetro, isto é:

$$I_A = 10^4 \cdot I_G \Rightarrow I_A = 10^4 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \boxed{I_A = 100 \text{ A}}$$

Se calcularmos a resistência equivalente desse amperímetro, encontramos que:

$$R_A = \frac{R_G \cdot R_S}{R_G + R_S} = \frac{10^2 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{10^2 + 10 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{10^2 + 10^{-2}} \cong 10^{-2} \Omega$$

Note que a resistência do amperímetro é muito pequena compara a  $R_G$  e bem próxima do valor de  $R_S$ . Com isso, vemos que o shunt deve ter resistência  $R_S$  muito menor que  $R_G$ . Observe ainda que a resistência elétrica do amperímetro é muito pequena, mas não-nula e próximo de  $R_S$ . Além disso, perceba que quanto menor  $R_S$  maior será  $I_A$ , já que o fator multiplicador é dado por  $\left(1 + \frac{R_G}{R_S}\right)$ . Para se obter um amperímetro com vários fundos de escalas, basta adicionar vários resistores *shunt* em paralelo como na figura abaixo:

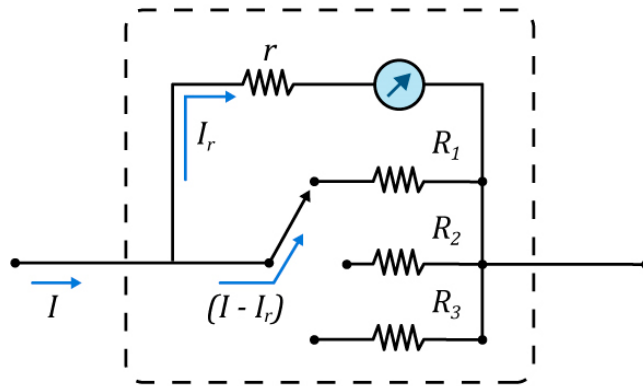


Figura 43: Esquema representativo para um amperímetro com vários fundos de escala.

- 5) Um voltímetro de boa qualidade é construído a partir de um galvanômetro, combinando-se em série a ele um resistor de grande resistência elétrica  $R_M$ , chamado multiplicador. Novamente, o multiplicador tem dupla função: aumentar a resistência elétrica do instrumento e permitir que ele possa medir valores maiores de ddp sem danificar o instrumento.

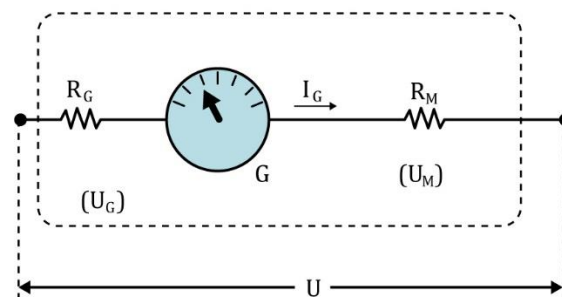


Figura 44: Voltímetro com resistor multiplicador.

Se definirmos  $U_G$  como a máxima ddp (fundo de escala) que o galvanômetro pode suportar. Quando adicionamos o multiplicador de resistência  $R_M$  em série, o voltímetro resultante pode medir ddp até um novo valor máximo (fundo de escala)  $U$ . Considerando  $R_G$  a resistência do galvanômetro e  $U_M$  a ddp nos terminais do multiplicador, podemos relacionar o novo fundo de escala  $U$  com resistência elétrica do multiplicador. Note que o galvanômetro e o multiplicador são percorridos pela mesma corrente, já que estão conectados em série:

$$i_G = \frac{U_G}{R_G} = \frac{U_M}{R_M} \Rightarrow U_M = U_G \cdot \frac{R_M}{R_G}$$

Mas  $U = U_G + U_M$ , então:

$$U = U_G + U_G \cdot \frac{R_M}{R_G} \Rightarrow U = U_G \cdot \left(1 + \frac{R_M}{R_G}\right)$$

Agora, o fator multiplicador do aparelho é dado por  $\left(1 + \frac{R_M}{R_G}\right)$ . Assim, quanto maior o resistor multiplicador, maior será o fundo de escala obtido para o voltímetro. Além disso, a resistência equivalente do voltímetro é praticamente a resistência  $R_M$ , já que  $R_M$  costuma ser bem maior que  $R_G$ . Caso você queira mais de um fundo de escala, basta associar vários resistores multiplicadores em paralelos, utilizando uma chave de conexão:

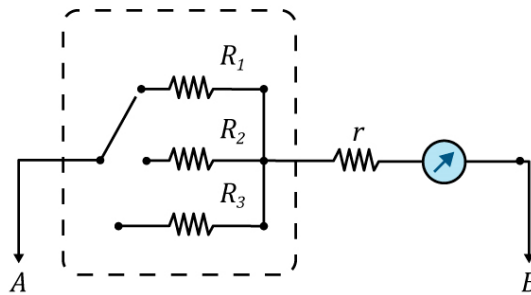


Figura 45: Representação de um voltímetro com vários fundos de escala.



### 3.5. Potenciômetro de Poggendorff

Este instrumento é empregado para a medição de força eletromotriz desconhecida. Ele é constituído de um fio homogêneo de secção reta constante, uma bateria padrão cuja força eletromotriz é muito bem conhecida ( $\mathcal{E}_p, r_p$ ), um gerador para manter a corrente em  $AB$  ( $\mathcal{E}, r$ ) e o gerador de força eletromotriz desconhecida ( $\mathcal{E}_x, r_x$ ).

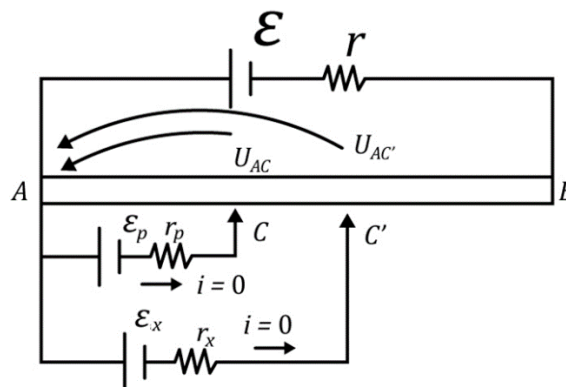


Figura 46: Esquema representativo para um potenciômetro de Poggendorff.

Nesse circuito, acopla-se ótimos amperímetros nos ramos dos geradores e movimenta-se os cursores em  $C$  e em  $C'$  até que as correntes observadas nos amperímetros sejam nulas. Quando os amperímetros indicarem correntes nulas, a corrente no fio  $AB$  não será nula (por isso a utilização do terceiro gerador ( $\mathcal{E}, r$ )).

Nessa condição, podemos dizer que:

$$U_{AC} = R_{AC} \cdot i = \mathcal{E}_p \text{ e } U_{AC'} = R_{AC'} \cdot i = \mathcal{E}_x$$

Portanto:

$$\frac{R_{AC}}{R_{AC'}} = \frac{\mathcal{E}_p}{\mathcal{E}_x} \Rightarrow \mathcal{E}_x = \mathcal{E}_p \cdot \frac{R_{AC}}{R_{AC'}}$$

Pela segunda lei de Ohm, vem:



$$\varepsilon_x = \varepsilon_p \cdot \frac{\rho \cdot \frac{AC}{A}}{\rho \cdot \frac{AC'}{A}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_x = \varepsilon_p \cdot \frac{AC}{AC'}}$$





## 4. Capacitor em regime transitório

Vamos analisar o comportamento do capacitor em regime transitório. Vimos na aula de capacitância o capacitor descarregado ou já previamente carregado. Agora, vamos analisar como o capacitor se comporta ao longo do seu carregamento com o tempo.

### 4.1. Circuito RC série

Considere o circuito RC série, em que a carga inicial do capacitor é nula e a tensão no capacitor também é nula:

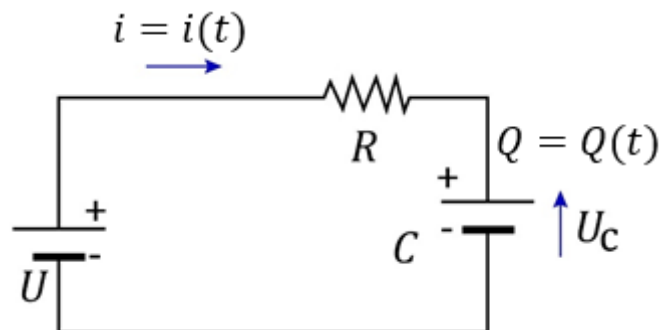


Figura 47: Circuito RC série.

Inicialmente:

$$U_C(t = 0) = 0 \text{ e } Q(t = 0) = 0$$

Pela LKT na única malha do circuito, temos:

$$U - R \cdot i - \frac{Q}{C} = 0 \Rightarrow i + \frac{Q}{RC} = \frac{U}{R}$$

A corrente no circuito pode ser escrita a partir da taxa da carga no capacitor:

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

Portanto:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{RC} = \frac{U}{R} \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{C \cdot U - Q}{RC} \Rightarrow \frac{dQ}{C \cdot U - Q} = \frac{1}{RC} dt$$

$$\int_0^Q \frac{dQ}{C \cdot U - Q} = \int_0^t \frac{1}{RC} dt$$

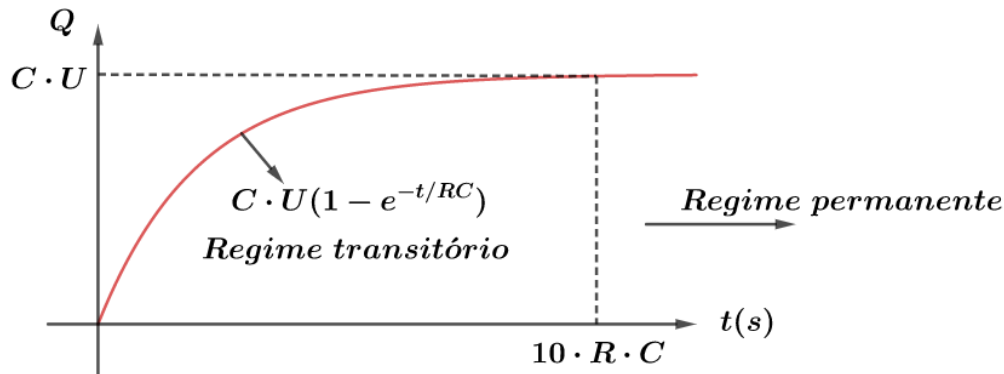


$$[-\ln(C \cdot U - Q)]_0^Q = \left[ \frac{t}{RC} \right]_0^t$$

$$\ln\left(\frac{C \cdot U - Q}{C \cdot U}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow C \cdot U - Q = C \cdot U \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = C \cdot U \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

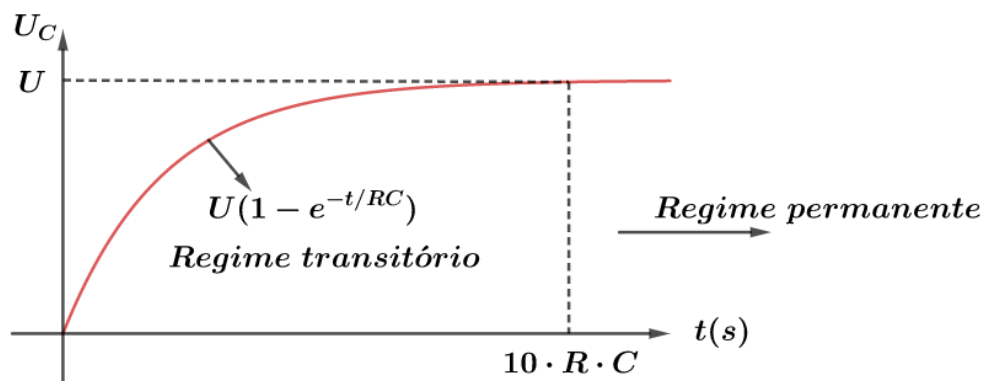
Assim, a carga inicial é nula e aumenta exponencialmente até o valor  $C \cdot U$ . Graficamente:



Dessa forma, a tensão no capacitor irá variar da seguinte forma:

$$Q = C \cdot U_c \Rightarrow U_c = \frac{Q}{C} \Rightarrow \boxed{U_c = U \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

Podemos notar que no início,  $t = 0$ , o capacitor se comporta como um curto (um fio), já que a tensão em seus terminais é nula. À medida que o tempo avança, a ddp em seus terminais aumenta até que no tempo próximo a  $10RC$ , a ddp entre os seus terminais é praticamente a tensão da fonte. Assim, temos o seguinte gráfico para a tensão no capacitor:



Pela LKT, podemos determinar a corrente no circuito:

$$U_{Resistor} = U - U_c = U - U \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \Rightarrow \boxed{U_{resistor} = U \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

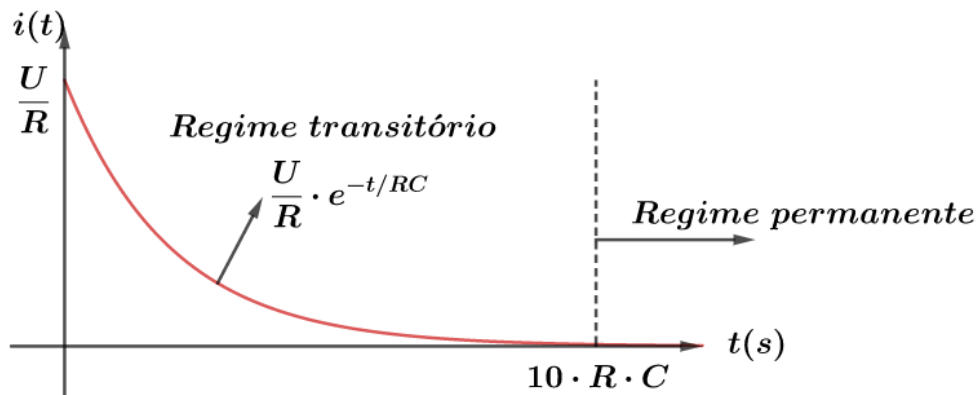
Portanto, pela primeira Lei de Ohm aplicada no resistor, temos que:

$$U_{resistor} = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{U_{resistor}}{R}$$

$$\boxed{i = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$



A partir desse resultado, vemos que a corrente é máxima em  $t = 0$  e vale  $i(t = 0) = \frac{U}{R}$ . Com o decorrer do tempo, a corrente vai diminuindo de intensidade, chegando à praticamente zero para um tempo próximo de  $10RC$ . Vale lembrar que neste tempo o capacitor comporta-se praticamente como um aberto. Graficamente:



A energia no capacitor é igual a:

$$E_c = \frac{Q \cdot U}{2}$$

Sendo que a energia na fonte expressa por:

$$E_{fonte} = Q \cdot U$$

Então, a energia dissipada no resistor é dada por:

$$E_{fonte} = E_c + E_d \Rightarrow E_d = \frac{Q \cdot U}{2}$$



Bizu para a prova. Qualquer tensão ou corrente em um circuito linear de primeira ordem com fontes constantes (circuito como RC em série ou em paralelo) será da forma:

$$x(t) = x(\infty) + (x(0) - x(\infty))^{\lambda t}$$

Em que  $x(0)$  representa o valor inicial da tensão ou da corrente e  $x(\infty)$  seu valor de regime permanente. Pode ocorrer do capacitor estar previamente carregado, mas a equação acima continuará valendo, basta adaptar as condições iniciais do problema. Além disso,  $\lambda = -\frac{1}{RC}$ , em que  $R$  é a resistência vista pelo capacitor quando todas as fontes independentes são anuladas.

Este bizu é muito forte para a prova, principalmente para o IME.

INDO MAIS  
FUNDO!

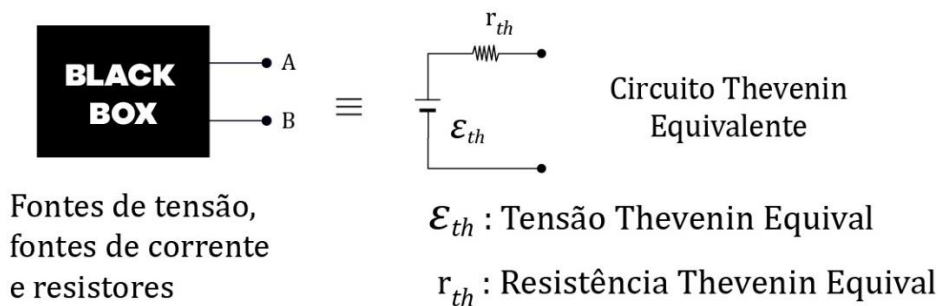


## 5. Técnicas avançadas para resolução de circuitos



### 5.1. Teorema de Thévenin

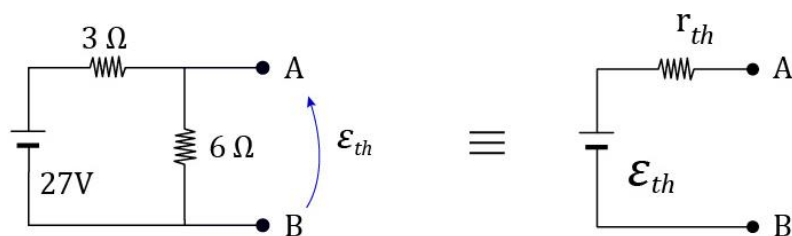
O método de Thévenin consiste em encontrar uma única tensão e uma única resistência que substituam uma rede. Representativamente:



Assim, devemos determinar a tensão Thévenin e a resistência utilizando os seguintes passos:

- 1) **Tensão Thévenin ( $\mathcal{E}_{th}$ ):** é a tensão em aberto entre os terminais AB do circuito o qual se deseja determinar o circuito Thévenin equivalente.
- 2) **Resistência Thévenin ( $r_{th}$ ):** é a resistência equivalente entre os terminais A e B, obtida curto-circuitando as fontes de tensão e abrindo as fontes de corrente.

Por exemplo:



$$\mathcal{E}_{th} = 6 \cdot i = 6 \cdot \frac{27}{6 + 9} = 18 \text{ V}$$

$$r_{th} = 6 // 3 = 2 \Omega$$







## 5.2. Teorema da superposição

Para mostrar o teorema da superposição, vamos utilizar o seguinte exemplo:

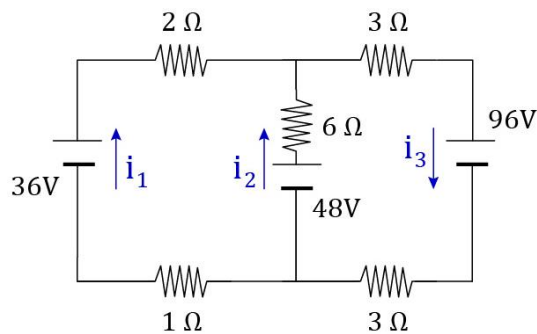


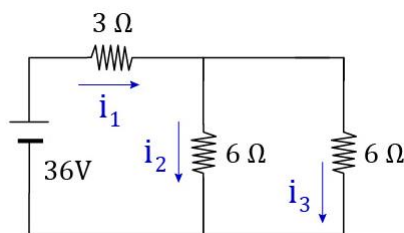
Figura 48: Circuito exemplo para a aplicação do teorema da superposição.

Basicamente, o teorema da superposição diz que as correntes que circulam no circuito são iguais à superposição das correntes gerados pelas fontes individualmente.

Sempre que aplicarmos o teorema da superposição, utilizaremos o seguinte procedimento:

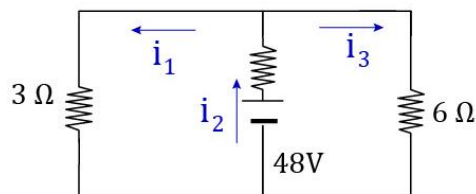
- 1) Analise as correntes produzidas pelas fontes equivalentes de cada um dos ramos (coloca-se as demais fontes de corrente em curto e as fontes de corrente em aberto). O processo é repetido para todas as fontes.
- 2) Superpõe-se (soma algébrica) as correntes de cada uma das fontes, resolvendo o circuito.

Para a fonte de 36 V, temos:



$$i'_1 = 6 \text{ A}; i'_2 = -3 \text{ A}; i'_3 = 3 \text{ A}$$

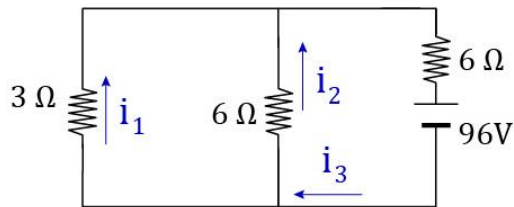
Para a fonte de 48 V, vem:



$$i''_1 = -4 \text{ A}; i''_2 = 6 \text{ A}; i''_3 = 2 \text{ A}$$

Por fim, temos para a fonte de 96 V:





$$i_1''' = 8 \text{ A}; i_2''' = 4 \text{ A}; i_3''' = 12 \text{ A}$$

Superpondo as correntes, vem:

$$i_1 = i_1' + i_1'' + i_1''' = 6 + (-4) + 8 = 10 \text{ A}$$

$$i_2 = i_2' + i_2'' + i_2''' = (-3) + 6 + 4 = 7 \text{ A}$$

$$i_3 = i_3' + i_3'' + i_3''' = 3 + 2 + 12 = 17 \text{ A}$$



**NOVIDADE**

### 5.3. Teorema de Norton

Antes de mostrar o teorema de Norton, iremos definir o que uma fonte de corrente.

Chamamos de fonte de corrente o bipolo elétrico que mantém entre os seus terminais uma corrente constante. Representamos uma fonte de corrente pelo seguinte símbolo:

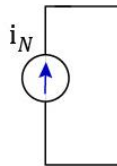
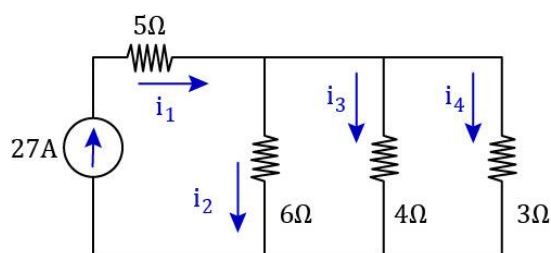


Figura 49: Representação de uma fonte de corrente em um circuito.

Por exemplo:



A corrente  $i_1$  já corresponde ao valor da corrente fornecida pela fonte de corrente. Para determinar as demais, basta utilizar a primeira lei de Ohm. Portanto:

$$i_1 = 27 \text{ A}, i_2 = 6 \text{ A}, i_3 = 9 \text{ A} \text{ e } i_4 = 12 \text{ A}$$

Diante disso, podemos enunciar o teorema de Norton. Assim, como fizemos para o teorema de Thévenin, o método de Norton consiste em encontrar uma única fonte de corrente e uma única resistência que substituam uma rede. Esquemáticamente:

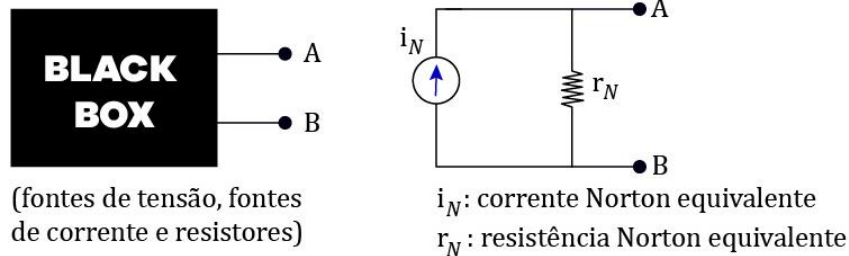


Figura 50: Representação do método de Norton.

Para encontrar a fonte de corrente e a resistência Norton devemos observar os seguintes passos:

- 1) Corrente Norton equivalente ( $i_N$ ):  
É a corrente que circula pelos terminais AB quando estes são colocados em curto.
- 2) Resistência Norton equivalente ( $r_N$ ):  
É idêntica à resistência Thévenin equivalente.

Podemos fazer a relação Norton-Thévenin da seguinte forma:

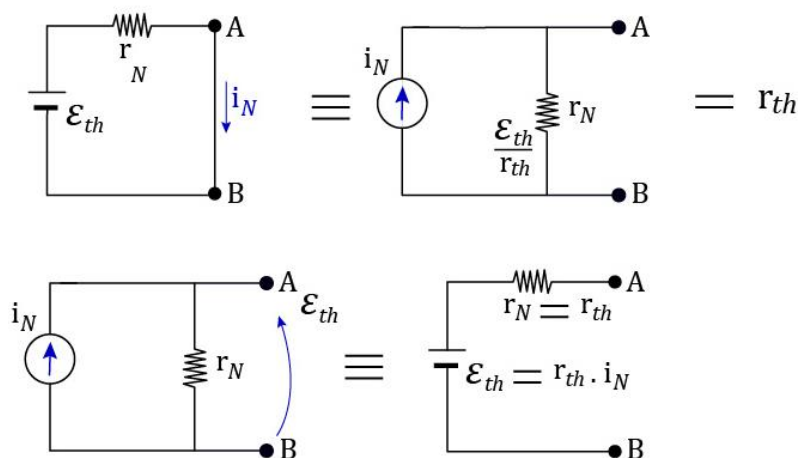


Figura 51: Comparação entre Norton e Thévenin.

Um exemplo de aplicação do teorema de Norton é a determinação do gerador equivalente em uma associação em paralelo de geradores distintos, como na figura abaixo:

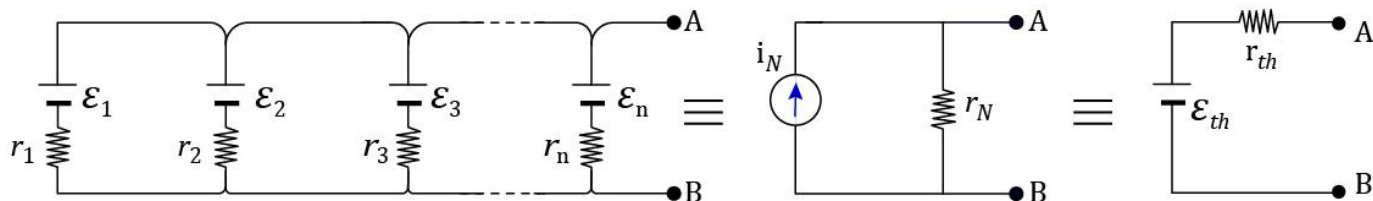
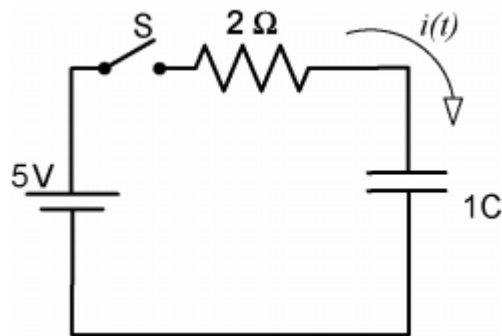


Figura 52: Utilização do método de Norton para determinação de gerador equivalente para uma associação em paralelo de geradores distintos.



## 6. Lista de exercícios

### 1. (IME – 2020 - 1ª Fase)



Um capacitor previamente carregado com energia de 4,5 J foi inserido no circuito, resultando na configuração mostrada na figura acima. No instante  $t = 0$ , a chave  $S$  é fechada e começa a circular no circuito a corrente  $i(t)$ , com  $i(0) > 2$  A.

Diante do exposto, ao ser alcançado o regime permanente, ou seja  $i(t \rightarrow \infty) = 0$ , o módulo da variação de tensão, em volts, entre os terminais capacitor desde o instante  $t = 0$  é:

- a) 0
- b) 2
- c) 3
- d) 5
- e) 8

### 2. (IME – 2002)

Após muito tempo aberta, a chave  $S$  do circuito da figura 1 é fechada em  $t = 0$ . A partir deste instante, traça-se o gráfico da figura 2, referente à tensão elétrica  $V_S$ . Calcule:

- a) o valor do capacitor  $C$ ;
- b) a máxima corrente admitida pelo fusível  $F$ ;
- c) a tensão  $V_S$ , a energia armazenada no capacitor e a potência dissipada por cada um dos resistores, muito tempo depois da chave ser fechada.

Dados (use os que julgar necessários):

$$\ln(0,65936) = -0,416486$$



$$\ln(1,34064) = 0,293147$$

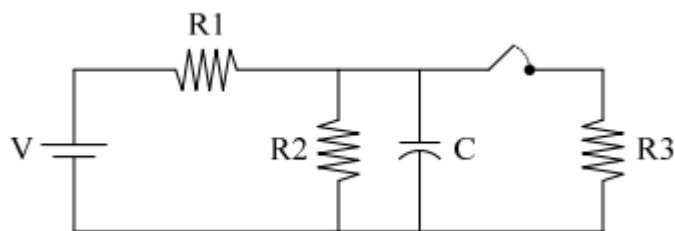
$$\ln(19,34064) = 2,962208$$

$$\ln(4) = 1,386294$$

$$\ln(10) = 2,302585$$

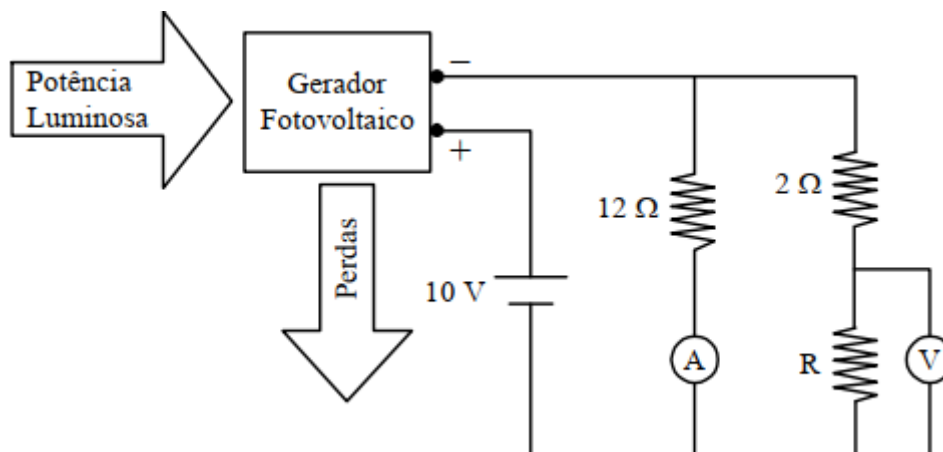
### 3. (IME – 2003)

Um circuito composto por uma fonte, três resistores, um capacitor e uma chave começa a operar em  $t = -\infty$  com o capacitor inicialmente descarregado e a chave aberta. No instante  $t = 0$ , a chave é fechada. Esboce o gráfico da diferença de potencial nos terminais do capacitor em função do tempo, indicando os valores da diferença de potencial para  $t = -\infty$ ,  $t = 0$  e  $t = +\infty$ .



### 4. (IME – 2004)

A figura abaixo mostra o esquema de um gerador fotovoltaico alimentando um circuito elétrico com 18 V. Sabendo que potência solicitada na entrada do gerador (potência luminosa) é de 100 W, determine o rendimento do gerador na situação em que a razão dos valores numéricos da tensão e da corrente medidos, respectivamente, pelo voltímetro V (em volts) e pelo amperímetro A (em ampéres) seja igual 2 (dois).



### 5. (IME – 2006)

Um raio luminoso incide ortogonalmente no ponto central de um espelho plano quadrado MNPQ, conforme a figura abaixo. Girando-se o espelho de um certo ângulo em torno da aresta PQ, consegue-se que o raio refletido atinja a superfície horizontal S paralela ao raio incidente.



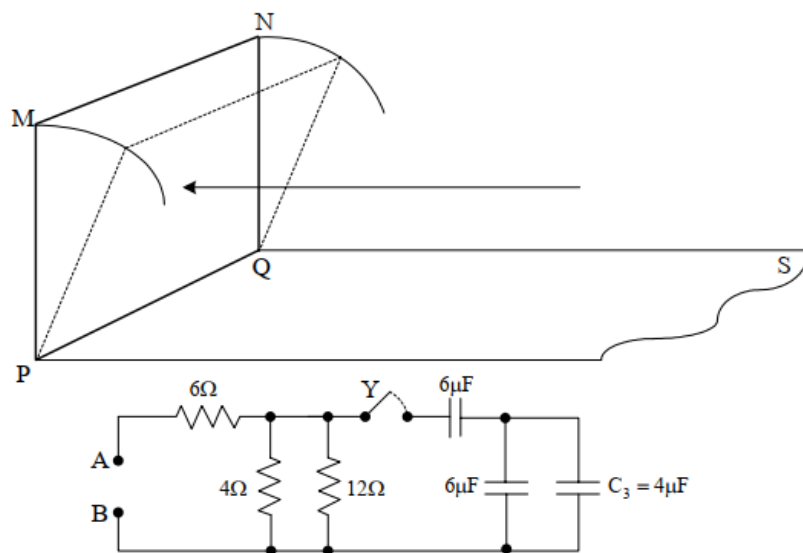
Com a sequência do giro, o ponto de chegada em S aproxima-se da aresta PQ. No ponto de chegada em S que fica mais próximo de PQ está um sensor que, ao ser atingido pelo raio refletido, gera uma tensão elétrica  $U$  proporcional à distância  $d$  entre o referido ponto e aquela aresta:  $U = k \cdot d$ .

Fixando o espelho na posição em que a distância  $d$  é mínima, aplica-se a tensão  $U$  aos terminais A e B do circuito. Dado que todos os capacitores estão inicialmente descarregados, determine a energia que ficará armazenada no capacitor  $C_3$  se a chave Y for fechada e assim permanecer por um tempo muito longo.

Dados:

Comprimento  $PQ = 6 \text{ m}$ .

Constante  $k = 12 \text{ V/m}$ .

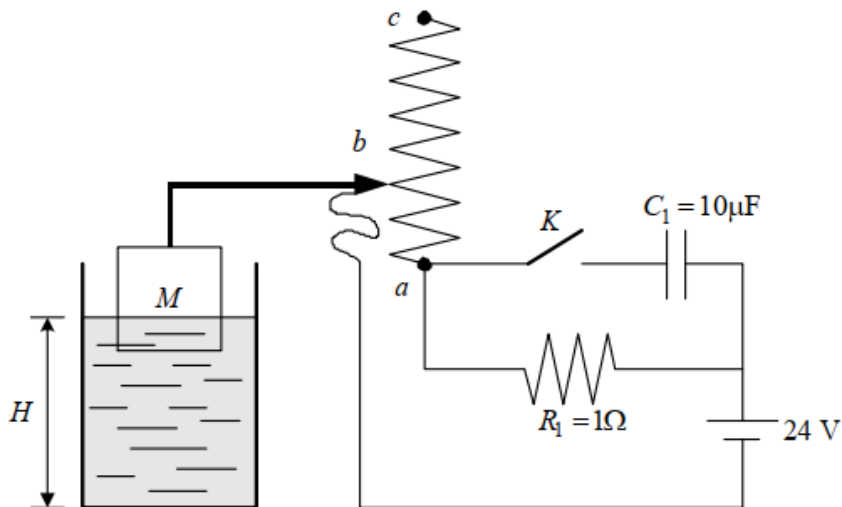


## 6. (IME – 2007)

A figura ilustra um bloco  $M$  de madeira com formato cúbico, parcialmente submerso em água, ao qual está fixado um cursor metálico conectado a um circuito elétrico. Na situação inicial, a face do fundo do bloco se encontra a 48 cm da superfície da água, a chave  $K$  está aberta e o capacitor  $C_1$  descarregado. O comprimento do fio resistivo entre a posição  $b$  do cursor metálico e o ponto  $a$  é 10 cm. A potência dissipada no resistor  $R_1$  é 16 W. Em determinado instante, a água é *substituída* por outro líquido mais denso, mantendo-se constante o nível  $H$  da coluna de água inicialmente existente. Fecha-se a chave  $K$  e observa-se que, após um longo intervalo de tempo, a energia armazenada em  $C_1$  se estabiliza em  $28,8 \mu\text{J}$ . Considerando que a resistência por unidade de comprimento do fio resistivo é constante, determine a massa específica do líquido que substituiu a água.

Dados: aceleração da gravidade ( $g$ ) =  $10 \text{ m/s}^2$ , massa específica da água ( $\mu_a$ ) =  $1 \text{ g/cm}^3$ .





### 7. (IME – 2007)

Um pequeno corpo é abandonado com velocidade inicial nula no ponto A de uma rampa, conforme ilustra a Figura 1. No instante em que esse corpo passa pelo ponto P, um dispositivo provoca o fechamento da chave S1 do circuito elétrico apresentado na Figura 2.

No instante em que o resistor  $R_1$  desse circuito atinge o consumo de  $0,05 \text{ W} \cdot \text{h}$ , um percussor é disparado, perpendicularmente ao trecho plano P – C, com o objetivo de atingir o corpo mencionado. Sabe-se que ao percorrer a distância  $d$  mostrada na Figura 1, o corpo tem sua velocidade reduzida a  $1/3$  da alcançada no ponto B. Considerando que os trechos A – B e P – C não possuem atrito e que o corpo permanece em contato com o solo até o choque, determine o ângulo de inclinação  $\theta$  da rampa para que o corpo seja atingido pelo percussor.

Dado: aceleração da gravidade ( $g$ ) =  $10 \text{ m/s}^2$ .

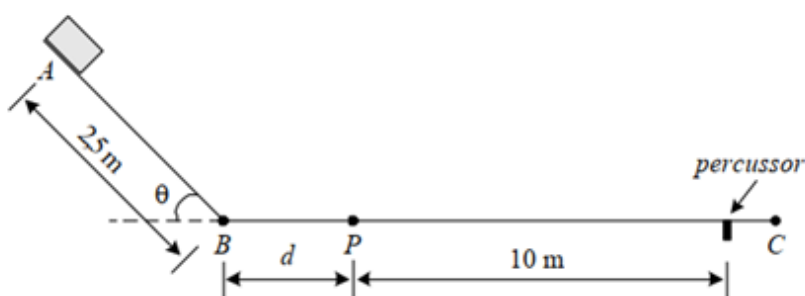


Figura 1

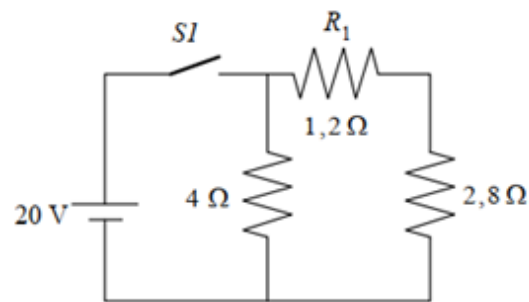


Figura 2

### 8. (IME – 2007)

A Figura 1 ilustra uma bateria, modelada através de uma fonte de tensão elétrica  $V_F$  em série com um resistor conectada a um voltímetro  $V$ , cuja leitura indica  $24 \text{ V}$ . Essa bateria é ligada em série com o amperímetro  $A$  e com um circuito composto por uma resistência de aquecimento  $R_A$  em paralelo com uma resistência  $R_B$ , conforme mostra a Figura 2. A resistência  $R_A$  encontra-se imersa em  $0,2 \text{ L}$  de um líquido com massa específica de  $1,2 \text{ g/cm}^3$ . Inicialmente, as chaves  $S_1$  e  $S_2$  da Figura 2 encontram-se abertas. A chave  $S_1$  é acionada.



Observa-se que o amperímetro indica 2 A e que a temperatura do líquido se eleva de 10 °C para 40 °C em 30 minutos. Em seguida, a chave  $S_2$  é fechada e o amperímetro passa a indicar 2,4 A. Considerando que não exista perda de energia no aquecimento da água e que o voltímetro e o amperímetro sejam ideais, determine:

- a resistência  $R_A$  em ohms;
- a resistência  $R_S$  em ohms;
- a resistência  $R_B$  em ohms.

Dados: calor específico do líquido ( $c$ ) = 2 cal/(g °C), 1 cal  $\cong$  4 J.

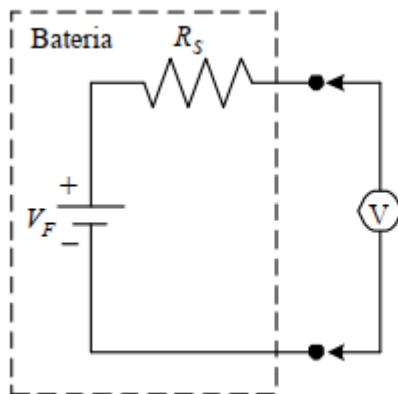


Figura 1

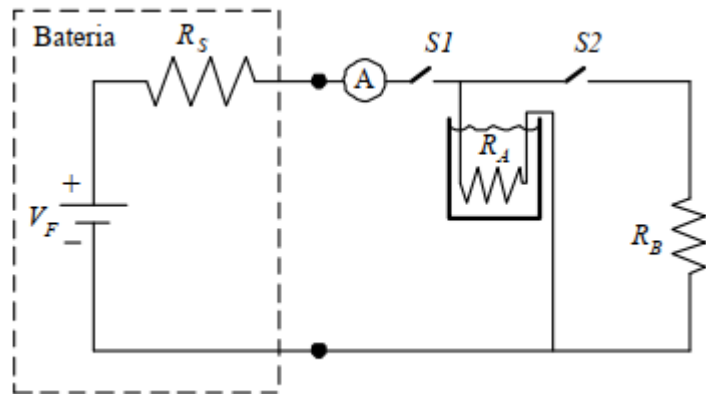
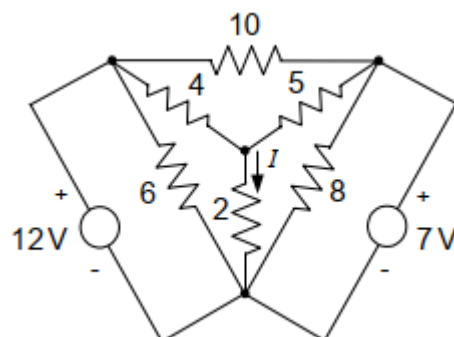


Figura 2

9. (IME – 2008)



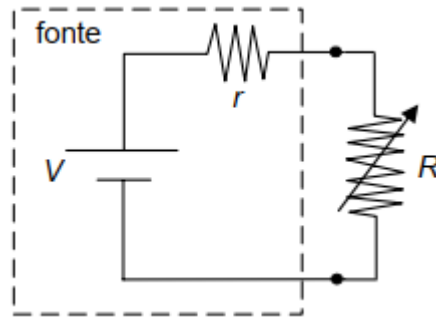
A figura acima ilustra um circuito resistivo conectado a duas fontes de tensão constante. Considere as resistências em ohms. O módulo da corrente  $I$  que atravessa o resistor de 2 ohms é, aproximadamente:

- 0,86 A
- 1,57 A
- 2,32 A
- 2,97 A
- 3,65 A

10. (IME – 2008)







A figura acima apresenta o modelo de uma fonte de tensão conectada a um resistor variável  $R$ . A tensão  $V$  e a resistência interna  $r$  da fonte possuem valores constantes. Com relação à resistência do resistor  $R$ , é correto afirmar que

- a) aumentando seu valor, necessariamente aumentará a potência dissipada em  $R$ .
- b) aumentando seu valor, aumentará a tensão sobre  $R$ , mas não necessariamente a potência dissipada em  $R$ .
- c) aumentando seu valor, aumentará a corrente fornecida pela fonte, mas não necessariamente a potência dissipada em  $R$ .
- d) diminuindo seu valor, aumentará a corrente fornecida pela fonte e, conseqüentemente, a potência dissipada em  $R$ .
- e) diminuindo seu valor, necessariamente aumentará a potência dissipada em  $R$ .

**11. (IME – 2009)**

Os pontos  $A$  e  $B$  da malha de resistores da figura 2 são conectados aos pontos  $x$  e  $y$  do circuito da figura 1. Nesta situação, observa-se uma dissipação de  $P$  watts na malha. Em seguida, conecta-se o ponto  $C$  ao ponto  $F$  e o ponto  $E$  ao ponto  $H$ , o que produz um incremento de 12,5% na potência dissipada na malha. Calcule a resistência  $R$  dos resistores da malha.

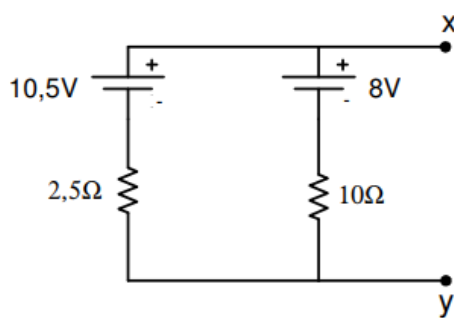


figura 1

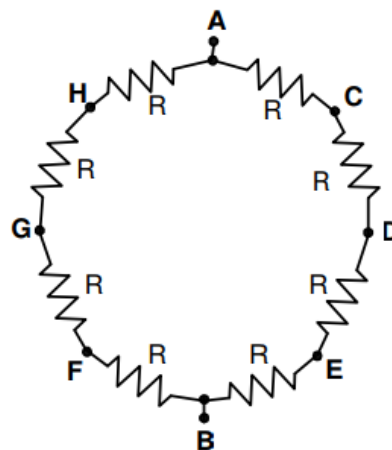
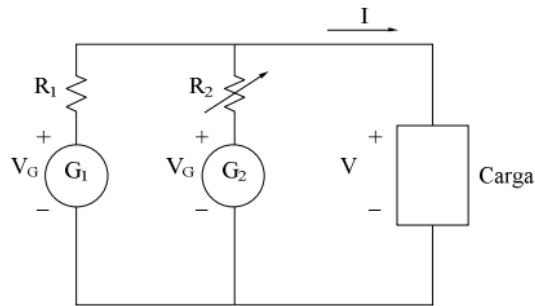


figura 2

**12. (IME – 2011)**





Um sistema composto por dois geradores denominados  $G_1$  e  $G_2$ , cuja tensão de saída é  $V_G$ , é apresentado na figura acima. Este sistema alimenta uma carga que opera com uma tensão  $V$  e demanda da rede uma corrente  $I$ . O valor de  $R_2$  em função de  $R_1$ , de modo que o gerador  $G_2$  atenda 40% da potência da carga, é:

- a)  $1/2R_1$
- b)  $R_1$
- c)  $3/2R_1$
- d)  $2R_1$
- e)  $5/2R_1$

**13. (IME – 2014 – Adaptada)**

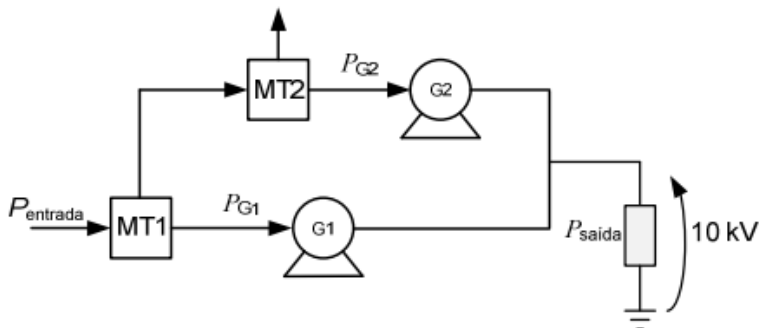


Figura 1

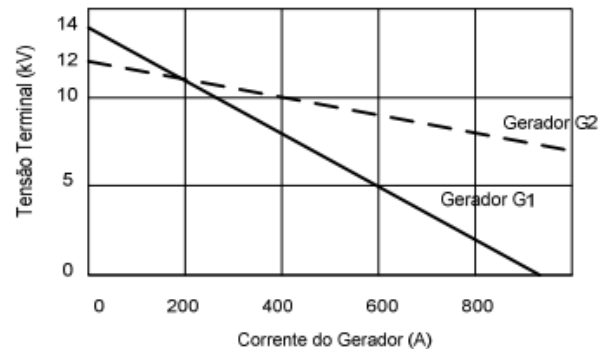


Figura 2

A Figura 1 apresenta a planta de uma usina térmica de ciclo combinado. As saídas das máquinas térmicas 1 e 2 ( $MT1$  e  $MT2$ ) alimentam os geradores  $G1$  e  $G2$ , fornecendo-lhes, respectivamente, as potências  $P_{G1}$  e  $P_{G2}$ . As curvas de Tensão Terminal versus Corrente do Gerador dos dois geradores são apresentadas na Figura 2. Os dois geradores estão conectados em paralelo fornecendo uma potência de saída ( $P_{saída}$ ) de  $\frac{20000}{3} kW$ , com uma tensão de  $10 kV$ . Determine:

- a) a resistência interna de cada gerador;
- b) o percentual da carga total fornecida por cada gerador;
- c) a perda na resistência de cada gerador;
- d) as potências  $P_{G1}$  e  $P_{G2}$  fornecidas aos geradores.



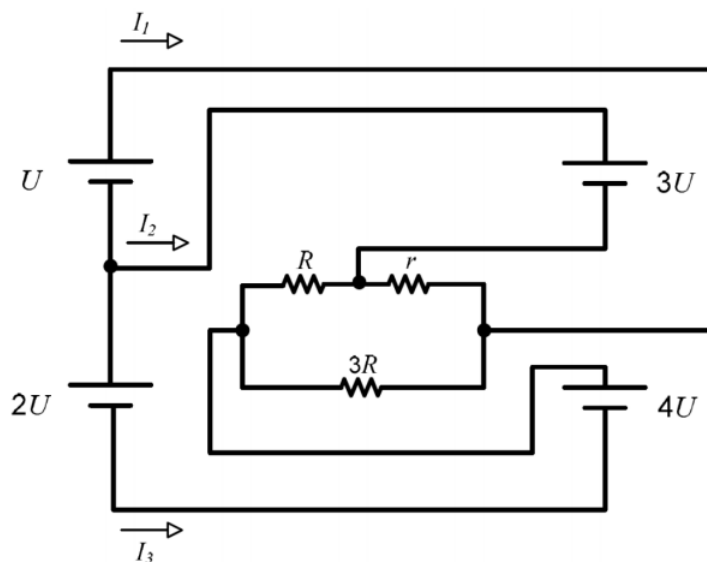
Dados:

- a máquina térmica  $MT1$  opera entre as temperaturas de  $800\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$  e o seu rendimento é 35% do rendimento máximo do ciclo de Carnot a ela associado;
- a máquina térmica  $MT2$  opera entre as temperaturas de  $500\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$  e o seu rendimento é 40% do rendimento máximo do ciclo de Carnot a ela associado.

Observação:

- considere nos geradores somente as perdas em suas resistências internas.

#### 14. (IME – 2015)



A figura acima apresenta um circuito composto por quatro baterias e três resistores. Sabendo-se que  $I_1$  é  $U$  igual a  $10 \frac{U}{R}$ , determine, em função de  $U$  e  $R$ :

- a) a resistência  $r$ ;
- b) o somatório de  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ ;
- c) a potência total dissipada pelos resistores;
- d) a energia consumida pelo resistor  $3R$  em 30 minutos.

#### 15. (IME – 2016)



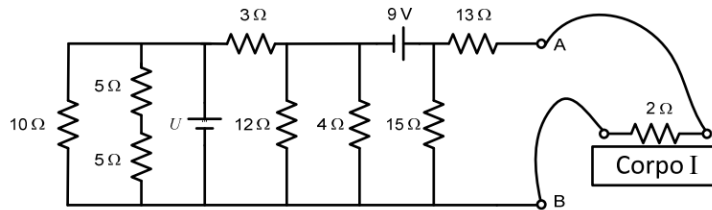


Figura 1



Figura 2

Um circuito elétrico tem uma resistência de  $2\ \Omega$  ligada entre seus terminais A e B. Essa resistência é usada para aquecer o Corpo 1 durante 21 minutos, conforme apresentado na Figura 1. Após ser aquecido, o Corpo 1 é colocado em contato com o Corpo II e a temperatura se estabiliza em  $50^\circ\text{C}$ , conforme apresentado na figura 2.

Determine o valor da fonte de tensão  $U$ .

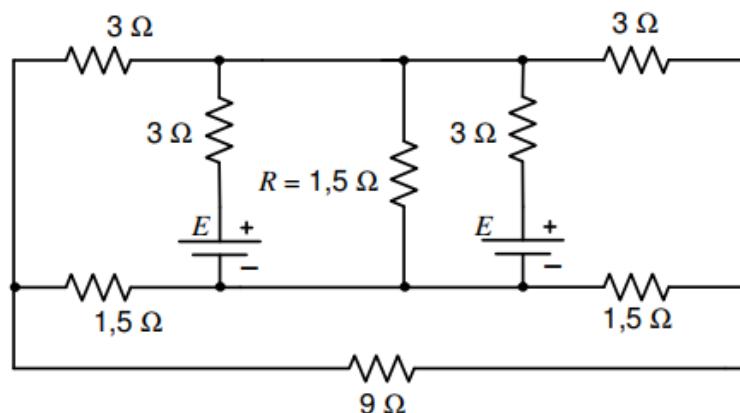
Dados:

- massa do Corpo I:  $0,4\ \text{kg}$ ;
- massa do Corpo D:  $1,0\ \text{kg}$ ;
- calor específico dos Corpos I e II:  $0,075\ \text{kcal/kg } ^\circ\text{C}$ ;
- temperatura inicial do Corpo I:  $20^\circ\text{C}$ ;
- temperatura inicial do Corpo II:  $30^\circ\text{C}$ .

Considerações:

- $1\ \text{cal} = 4,2\ \text{J}$ ;
- não há perda de calor no sistema.

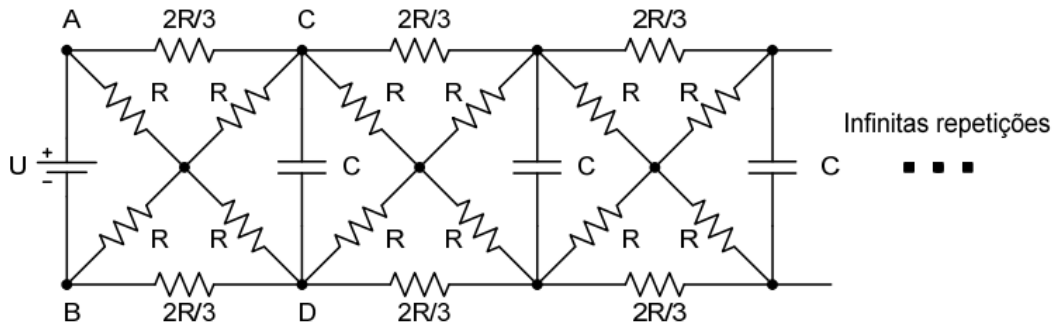
### 16. (IME – 2017)



A figura acima apresenta um circuito elétrico composto por duas baterias iguais e oito resistores. Determine o valor das baterias para que a potência elétrica no resistor  $R$  seja igual a  $6\text{ W}$ .

**17. (IME – 2018)**

Determine a energia total armazenada pelos capacitores do circuito infinito da figura abaixo.



Dados:

$R = 3\ \Omega$

$U = 8\text{ V}$

$C = 1\text{ F}$

**18. (IME – 2019)**

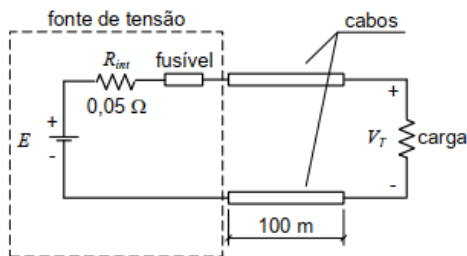


Figura 1

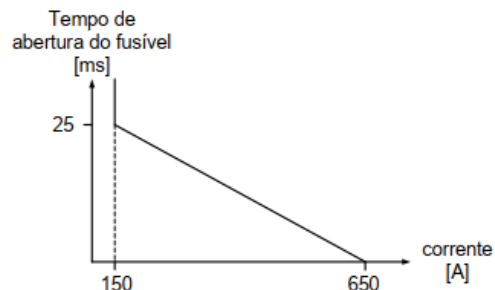


Figura 2

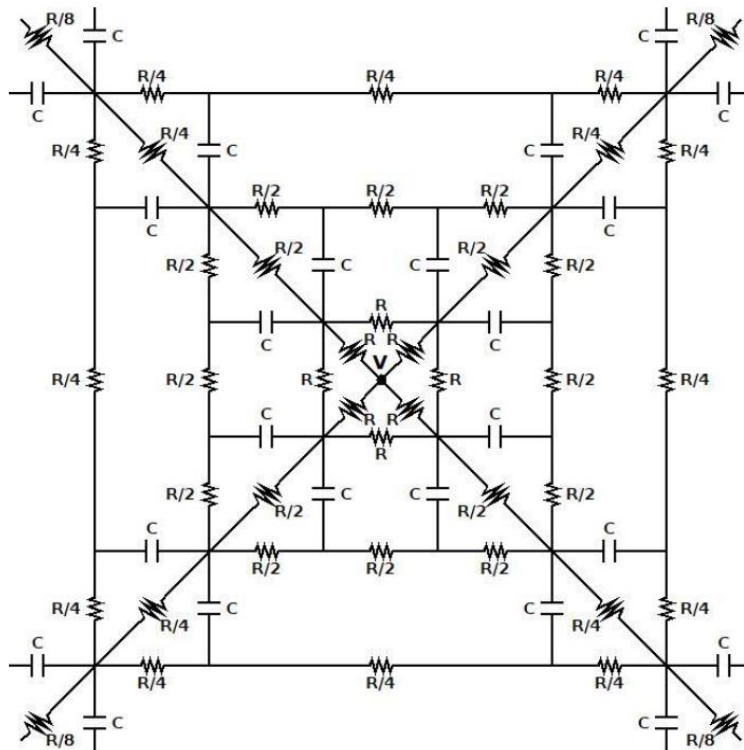
Uma fonte de tensão com tensão interna  $E$  e resistência interna  $R_{int} = 0,05\ \Omega$ , protegida por um fusível, alimenta uma carga por meio de dois cabos com resistência linear igual a  $1\ \Omega/km$ , como mostra a Figura 1. A Figura 2 mostra a aproximação da reta característica de operação do fusível utilizado na fonte. Inicialmente, a carga que consome  $10\text{ kW}$  e opera com tensão terminal  $V_T$  igual a  $100\text{ V}$ , mas, subitamente, um curto circuito entre os cabos que alimentam a carga faz com que o fusível se rompa, abrindo o circuito. Sabendo-se que o tempo de abertura do fusível foi de  $1,25\text{ ms}$ , a energia total dissipada nos cabos, em joules, durante o período de ocorrência do curto circuito é, aproximadamente:

- a) 41
- b) 55
- c) 73
- d) 90



e) 98

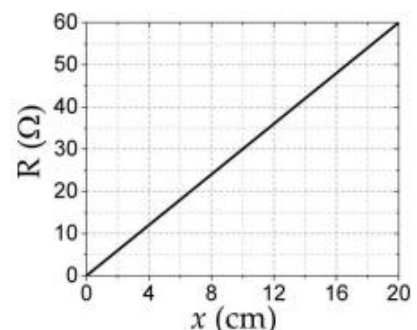
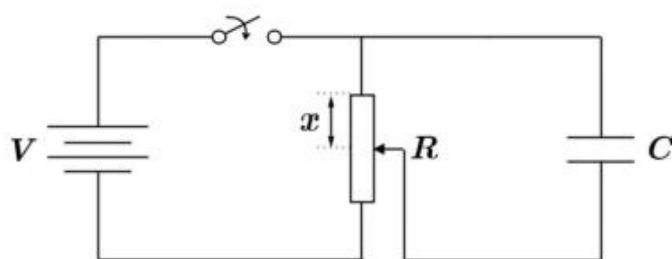
**19. (IME – 2019)**



O circuito da figura acima possui potencial  $V > 0$  em seu nó central. Esse circuito estende-se em direção ao infinito, com suas resistências sendo reduzidas à metade, gradativamente, e as capacitâncias todas iguais a  $C$ . Enquanto isso, o potencial vai se reduzindo também em direção ao infinito até atingir o valor nulo. Considerando um tempo infinito de funcionamento do circuito, determine a energia total armazenada nos capacitores.

**20. (ITA – 2020 1ª)**

Considere o circuito da figura no qual há uma chave elétrica, um reostato linear de comprimento total de 20 cm, uma fonte de tensão  $V = 1,5$  V e um capacitor de capacitância  $C = 10\mu\text{F}$  conectado a um ponto intermediário do reostato, de modo a manter contato elétrico e permitir seu carregamento. A resistência  $R$  entre uma das extremidades do reostato e o ponto de contato elétrico, a uma distância  $x$ , varia segundo o gráfico ao lado.



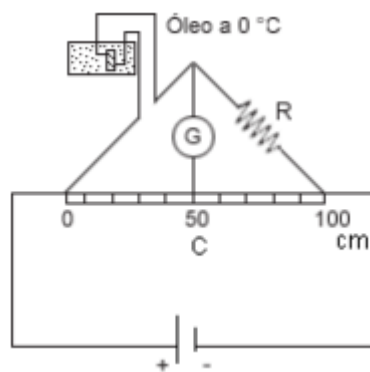
Com a chave fechada e no regime estacionário, a carga no capacitor é igual a



- a) 1,5 mC.
- b) 75  $\mu\text{C}$ .
- c) 75x  $\mu\text{C}/\text{cm}$ .
- d) 15x  $\mu\text{C}/\text{cm}$ .
- e) 7,5  $\mu\text{C}$ .

**21. (ITA – 1988)**

Uma bobina feita de fio de ferro foi imersa em banho de óleo. Esta bobina é ligada a um dos braços de uma ponte de Wheatstone e quando o óleo se acha a 0 °C a ponte entra em equilíbrio conforme mostra a figura. Se o banho de óleo é aquecido a 80 °C, quantos centímetros, aproximadamente, e em que sentido o contato C deverá ser deslocado para se equilibrar a ponte?



Dados:

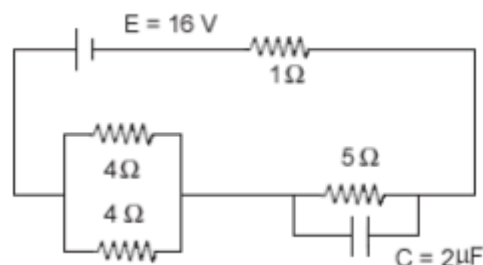
Resistividade  $\rho_0 = 10,0 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ .

Coeficiente de temperatura para o ferro a 0 °C =  $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

- a) 2,4 cm à direita.
- b) 8,3 cm à esquerda.
- c) 8,3 cm à direita.
- d) 41,6 cm à esquerda.
- e) 41,6 cm à direita.

**22. (ITA – 1988)**

Considere o circuito a seguir, em regime estacionário.

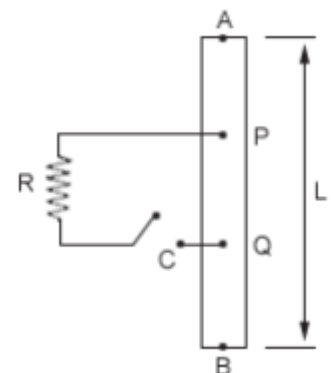


Indicando por  $Q$  a carga elétrica nas placas do capacitor  $C$ ; por  $U$  a energia eletrostática armazenada no capacitor  $C$ ; por  $P$  a potência dissipada por efeito Joule, então:

	$Q(C)$	$U(J)$	$P(J/s)$
a)	$-2 \cdot 10^{-5}$	64	18
b)	$+2 \cdot 10^{-5}$	64	64
c)	0	0	32
d)	$2 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	32
e)	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$6,3 \cdot 10^{-6}$	18

### 23. (ITA – 1991)

Na figura, AB representa um resistor filiforme, de resistência  $r$  e comprimento  $L$ . As distâncias  $AP$  e  $QB$  são  $2L/5$  e  $L/5$ , respectivamente. A resistência  $R$  vale  $0,40r$ . Quando a chave  $C$  está aberta, a corrente constante  $i_0 = 6,00 \text{ A}$  passa por  $r$ . Quando a chave  $C$  for fechada, considerando a tensão entre  $A$  e  $B$  constante, a corrente que entrará em  $A$  será:



- 7,5 A.
- 12,0 A.
- 4,5 A.
- 9,0 A.
- indeterminada pois o valor de  $r$  não foi fornecido.

### 24. (ITA – 1992)

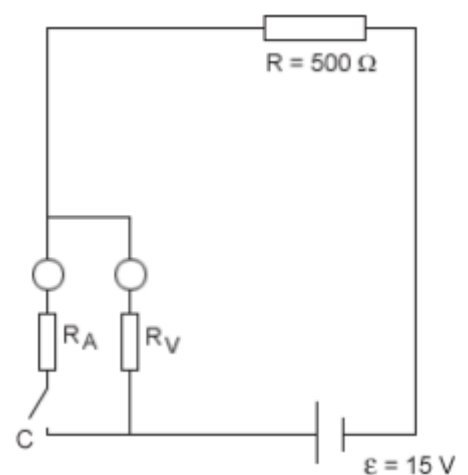
No circuito a seguir  $V$  e  $A$  são voltímetro e um amperímetro respectivamente, com fundos de escala (leitura máxima):

$$FEV = 1 \text{ V e } R_V = 1000 \Omega$$

$$FEA = 30 \text{ mA e } R_A = 5 \Omega$$

Ao se abrir a chave  $C$ :

- o amperímetro terá leitura maior que 30 mA e pode se danificar.
- o voltímetro indicará 0 V.
- o amperímetro não alterará sua leitura.
- o voltímetro não alterará sua leitura.





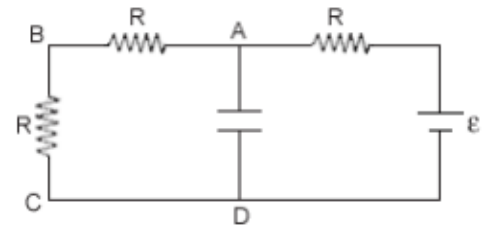
e) o voltímetro terá leitura maior que 1 V e pode se danificar.

### 25. (ITA – 1993)

No circuito a seguir vamos considerar as seguintes situações:

- I. não existe qualquer alteração no circuito.
- II. o trecho BC é curto-circuitado por um fio condutor.

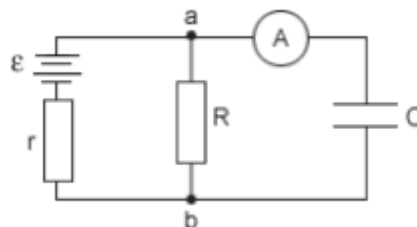
Para ambas as situações, quanto vale a diferença de potencial entre os pontos AD?



- |    | I.                        | II.                       |
|----|---------------------------|---------------------------|
| a) | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ | $V_{AD} = \varepsilon/3$  |
| b) | $V_{AD} = \varepsilon/3$  | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ |
| c) | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ | $V_{AD} = \varepsilon/2$  |
| d) | $V_{AD} = \varepsilon/2$  | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ |
| e) | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ |

### 26. (ITA – 1997)

No circuito mostrado na figura abaixo, a força eletromotriz da bateria é  $\varepsilon = 10\text{ V}$  e a sua resistência interna é  $r = 1,0\ \Omega$ . Sabendo que  $R = 4,0\ \Omega$  e  $C = 2,0\ \mu\text{F}$ , e que o capacitor já se encontra totalmente carregado, considere as seguintes afirmações:



- I. a indicação no amperímetro é de 0 A.
- II. a carga armazenada no capacitor é  $16\ \mu\text{C}$ .
- III. a tensão entre os pontos a e b é  $2,0\text{ V}$ .
- IV. a corrente na resistência  $R$  é  $2,5\text{ A}$ .



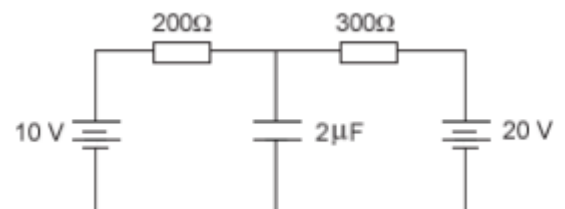
Das afirmativas mencionadas, é (são) correta(s):

- a) apenas I.
- b) I e II.
- c) I e IV.
- d) II e III.
- e) II e IV.

### 27. (ITA – 1998)

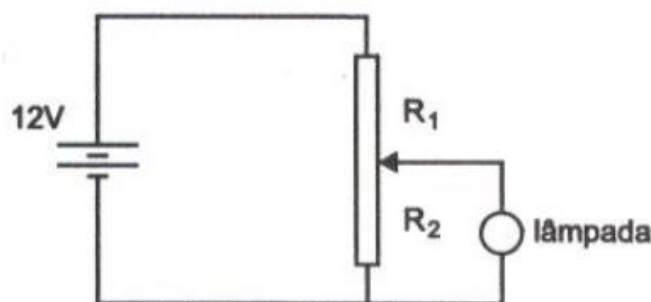
Dois baterias, de *f. e. m.* de 10 V e 20 V respectivamente, estão ligadas a duas resistências de 200 Ω e 300 Ω e com um capacitor de 2 μF, como mostra a figura. Sendo  $Q_C$  a carga do capacitor e  $P_d$  a potência total dissipada depois de estabelecido o regime estacionário, conclui-se que:

- a)  $Q_C = 14 \mu C$ ;  $P_d = 0,1 W$ .
- b)  $Q_C = 28 \mu C$ ;  $P_d = 0,2 W$ .
- c)  $Q_C = 28 \mu C$ ;  $P_d = 10 W$ .
- d)  $Q_C = 32 \mu C$ ;  $P_d = 0,1 W$ .
- e)  $Q_C = 32 \mu C$ ;  $P_d = 0,2 W$ .



### 28. (ITA – 1999)

A força eletromotriz (*f. e. m.*) da bateria do circuito abaixo é de 12 V. O potenciômetro possui uma resistência total de 15 Ω e pode ser percorrido por uma corrente máxima de 3 A. As correntes que devem fluir pelos resistores  $R_1$  e  $R_2$ , para ligar uma lâmpada projetada para funcionar em 6 V e 3 W, são, respectivamente:

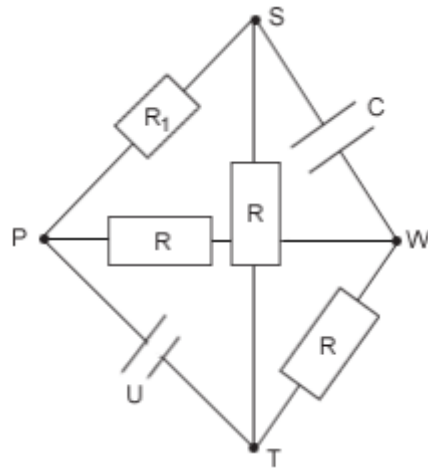


- a) iguais a 0,50 A.
- b) de 1,64 A e 1,14 A.
- c) de 2,00 A e 0,50 A.
- d) de 1,12 A e 0,62 A.
- e) de 2,55 A e 0,62 A.



### 29. (ITA – 2001)

Considere o circuito da figura, assentado nas arestas de um tetraedro, construído com 3 resistores de resistência  $R$ , um resistor de resistência  $R_1$ , uma bateria de tensão  $U$  e um capacitor de capacitância  $C$ . O ponto  $S$  está fora do plano definido pelos pontos  $P$ ,  $W$  e  $T$ . Supondo que o circuito esteja em regime estacionário, pode-se afirmar que:



- a) a carga elétrica no capacitor é de  $2,0 \cdot 10^{-6} C$ , se  $R_1 = 3R$ .
- b) a carga elétrica no capacitor é nula, se  $R_1 = R$ .
- c) a tensão entre os pontos  $W$  e  $S$  é de  $2,0 V$ , se  $R_1 = 3R$ .
- d) a tensão entre os pontos  $W$  e  $S$  é de  $16 V$ , se  $R_1 = 3R$ .
- e) nenhuma das respostas acima é correta.

### 30. (ITA – 2002)

Numa prática de laboratório, um estudante conectou uma bateria a uma resistência, obtendo uma corrente  $i_1$ . Ligando em série mais uma bateria, idêntica à primeira, a corrente passa ao valor  $i_2$ . Finalmente, ele liga as mesmas baterias em paralelo e a corrente que passa pelo dispositivo toma-se  $i_3$ . Qual das alternativas abaixo expressa uma relação existente entre as correntes  $i_1$ ,  $i_2$ , e  $i_3$ ?

- a)  $i_2 \cdot i_3 = 2i_1 \cdot (i_2 + i_3)$
- b)  $2i_2 \cdot i_3 = i_1 \cdot (i_2 + i_3)$
- c)  $i_2 \cdot i_3 = 3i_1 \cdot (i_2 + i_3)$
- d)  $3i_2 \cdot i_3 = i_1 \cdot (i_2 + i_3)$
- e)  $3i_2 \cdot i_3 = 2i_1 \cdot (i_2 + i_3)$

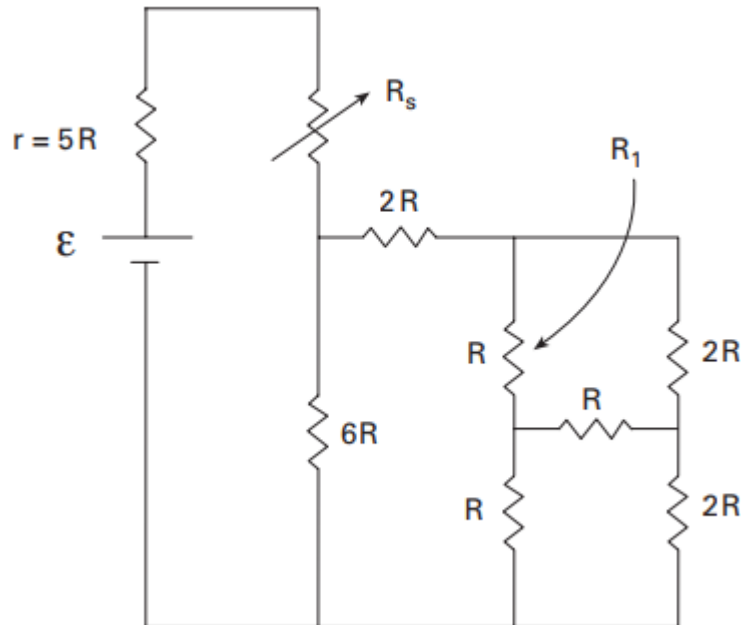
### 31. (ITA – 2002)

Você dispõe de um dispositivo de resistência  $R = 5r$ , e de 32 baterias idênticas, cada qual com resistência  $r$  e força eletromotriz  $V$ . Como seriam associadas as baterias, de modo a obter a máxima corrente que atrevesse  $R$ ? Justifique.



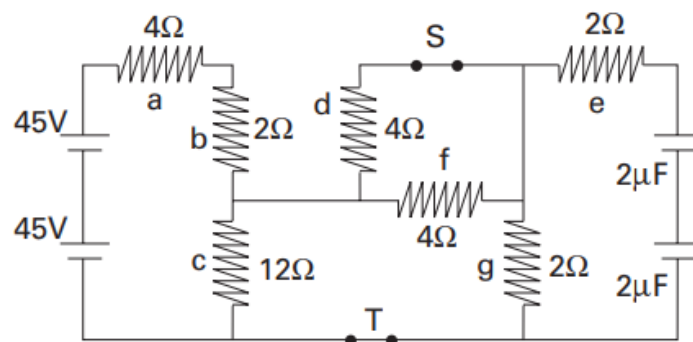
### 32. (ITA – 2003)

Um gerador de força eletromotriz  $\mathcal{E}$  e resistência interna  $r = 5R$  está ligado a um circuito conforme mostra a figura. O elemento  $R_s$  é um reostato, com resistência ajustada para que o gerador transfira máxima potência. Em um dado momento o resistor  $R_1$  é rompido, devendo a resistência do reostato ser novamente ajustada para que o gerador continue transferindo máxima potência. Determine a variação da resistência do reostato, em termos de  $R$ .



### 33. (ITA – 2004)

O circuito elétrico mostrado na figura é constituído por dois geradores ideais, com  $45\text{ V}$  de força eletromotriz, cada um; dois capacitores de capacitâncias iguais a  $2\ \mu\text{F}$ ; duas chaves  $S$  e  $T$  e sete resistores, cujas resistências estão indicadas na figura. Considere que as chaves  $S$  e  $T$  se encontram inicialmente fechadas e que o circuito está no regime estacionário.



Assinale a opção correta.

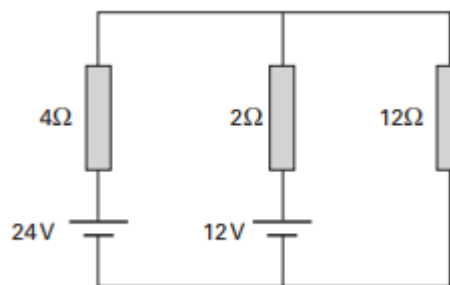
- A corrente através do resistor  $d$  é de  $7,5\text{A}$ .
- A diferença de potencial em cada capacitor é de  $15\text{ V}$ .
- Imediatamente após a abertura da chave  $T$ , a corrente através do resistor  $g$  é de  $3,75\text{A}$ .



- d) A corrente através do resistor  $e$ , imediatamente após a abertura simultânea das chaves  $S$  e  $T$ , é de  $1,0\text{ A}$ .
- e) A energia armazenada nos capacitores é de  $6,4 \cdot 10^{-4}\text{ J}$ .

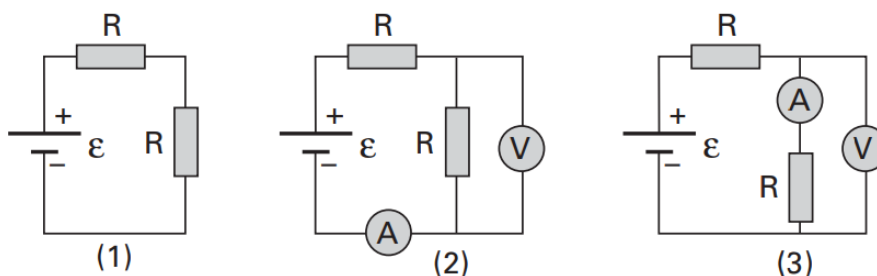
### 34. (ITA – 2005)

Um técnico em eletrônica deseja medir a corrente que passa pelo resistor de  $12\ \Omega$  no circuito da figura. Para tanto, ele dispõe apenas de um galvanômetro e uma caixa de resistores. O galvanômetro possui resistência interna  $R_g = 5\text{ k}\Omega$  e suporta, no máximo, uma corrente de  $0,1\text{ mA}$ . Determine o valor máximo do resistor  $R$  a ser colocado em paralelo com o galvanômetro para que o técnico consiga medir a corrente.



### 35. (ITA – 2006)

Numa aula de laboratório, o professor enfatiza a necessidade de levar em conta a resistência interna de amperímetros e voltímetros na determinação da resistência  $R$  de um resistor. A fim de medir a voltagem e a corrente que passa por um dos resistores, são montados os 3 circuitos da figura, utilizando resistores iguais, de mesma resistência  $R$ . Sabe-se de antemão que a resistência interna do amperímetro é  $0,01 R$ , ao passo que a resistência interna do voltímetro é  $100R$ .



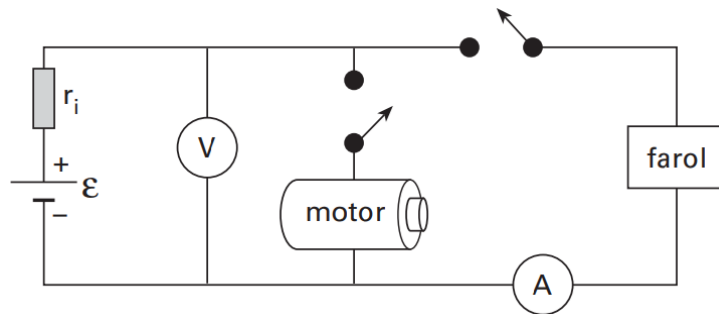
Assinale a comparação correta entre os valores de  $R$ ,  $R_2$  (medida de  $R$  no circuito 2) e  $R_3$  (medida de  $R$  no circuito 3).

- a)  $R < R_2 < R_3$
- b)  $R > R_2 > R_3$
- c)  $R_2 < R < R_3$
- d)  $R_2 > R > R_3$
- e)  $R > R_3 > R_2$



**36. (ITA – 2006)**

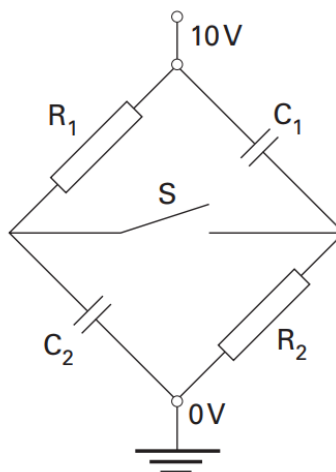
Quando se acendem os faróis de um carro cuja bateria possui resistência interna  $r_i = 0,050 \Omega$ , um amperímetro indica uma corrente de  $10 A$  e um voltmímetro uma voltagem de  $12 V$ . Considere desprezível a resistência interna do amperímetro. Ao ligar o motor de arranque, observa-se que a leitura do amperímetro é de  $8,0 A$  e que as luzes diminuem um pouco de intensidade.



Calcular a corrente que passa pelo motor de arranque quando os faróis estão acesos.

**37. (ITA – 2007)**

O circuito da figura é composto de duas resistências,  $R_1 = 1,0 \cdot 10^3 \Omega$  e  $R_2 = 1,5 \cdot 10^3 \Omega$  respectivamente, e de dois capacitores, de capacitâncias  $C_1 = 1,0 \cdot 10^{-9} F$  e  $C_2 = 2,0 \cdot 10^{-9} F$ , respectivamente, além de uma chave  $S$ , inicialmente aberta. Sendo fechada a chave  $S$ , a variação da carga  $\Delta Q$  no capacitor de capacitância  $C_1$ , após determinado período, é de

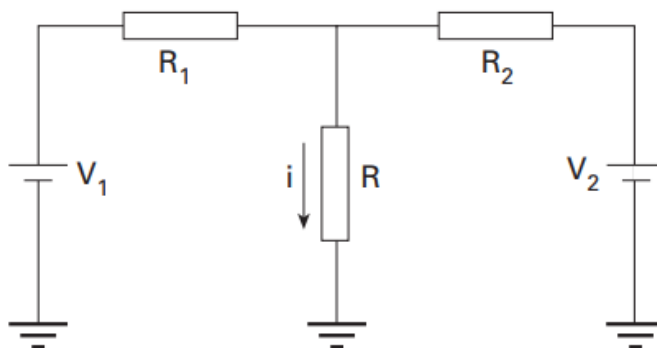


- a)  $-8,0 \cdot 10^{-9} C$ .
- b)  $-6,0 \cdot 10^{-9} C$ .
- c)  $-4,0 \cdot 10^{-9} C$ .
- d)  $+4,0 \cdot 10^{-9} C$ .
- e)  $+8,0 \cdot 10^{-9} C$ .



### 38. (ITA – 2007)

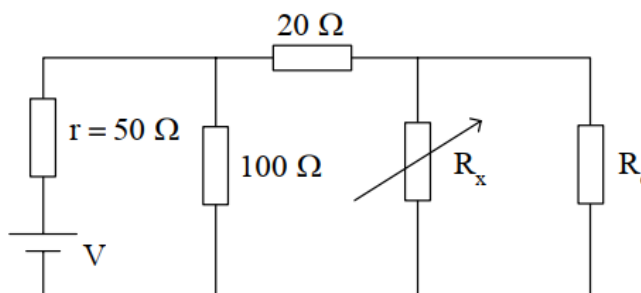
No circuito da figura, têm-se as resistências  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  e as fontes  $V_1$  e  $V_2$  aterradas. A corrente  $i$  indicada é



- a)  $i = \frac{V_1 R_2 - V_2 R_1}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$   
 b)  $i = \frac{V_1 R_1 + V_2 R_2}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$   
 c)  $i = \frac{V_1 R_1 - V_2 R_2}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$   
 d)  $i = \frac{V_1 R_2 + V_2 R_1}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$   
 e)  $i = \frac{V_2 R_1 - V_1 R_2}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$

### 39. (ITA – 2007)

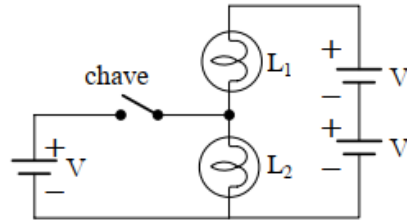
Sabe-se que a máxima transferência de energia de uma bateria ocorre quando a resistência do circuito se iguala à resistência interna da bateria, isto é, quando há o casamento de resistências. No circuito da figura, a resistência de carga  $R_c$  varia na faixa  $100 \text{ Cl} < R_c < 400 \text{ Cl}$ . O circuito possui um resistor variável,  $R_x$  que é usado para o ajuste da máxima transferência de energia. Determine a faixa de valores de  $R_x$  para que seja atingido o casamento de resistências do circuito.



### 40. (ITA – 2008)

No circuito representado na figura, têm-se duas lâmpadas incandescentes idênticas,  $L_1$  e  $L_2$ , e três fontes idênticas, de mesma tensão  $V$ . Então, quando a chave é fechada,

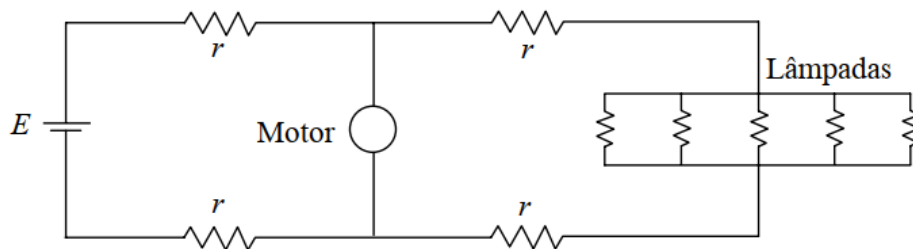




- a) apagam-se as duas lâmpadas.
- b) o brilho da  $L_1$  aumenta e o da  $L_2$  permanece o mesmo.
- c) o brilho da  $L_2$  aumenta e o da  $L_1$  permanece o mesmo.
- d) o brilho das duas lâmpadas aumenta.
- e) o brilho das duas lâmpadas permanece o mesmo.

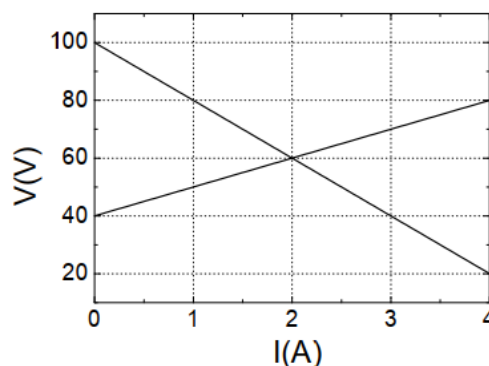
**41. (ITA – 2009)**

Considere um circuito constituído por um gerador de tensão  $E = 122,4 V$ , pelo qual passa uma corrente  $I = 12 A$ , ligado a uma linha de transmissão com condutores de resistência  $r = 0,1 \Omega$ . Nessa linha encontram-se um motor e uma carga de 5 lâmpadas idênticas, cada qual com resistência  $R = 99 \Omega$ , ligadas em paralelo, de acordo com a figura. Determinar a potência absorvida pelo motor,  $P_M$ , pelas lâmpadas,  $P_L$ , e a dissipada na rede,  $P_r$ .



**42. (ITA – 2010)**

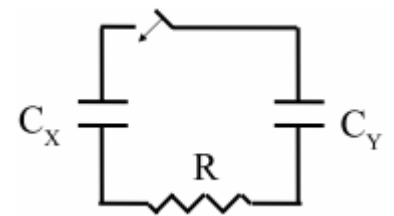
No gráfico ao lado estão representadas as características de um gerador, de força eletromotriz igual a  $\mathcal{E}$  e resistência interna  $r$ , e um receptor ativo de força contraeletromotriz  $\mathcal{E}'$  e resistência interna  $r'$ . Sabendo que os dois estão interligados, determine a resistência interna e o rendimento para o gerador e para o receptor.





**43. (ITA – 2011)**

No circuito ideal da figura, inicialmente aberto, o capacitor de capacitância  $C_X$  encontra-se carregado e armazena uma energia potencial elétrica  $E$ . O capacitor de capacitância  $C_Y = 2C_X$  está inicialmente descarregado. Após fechar o circuito e este alcançar um novo equilíbrio, pode-se afirmar que a soma das energias armazenadas nos capacitores é igual a



- a) 0
- b)  $E/9$
- c)  $E/3$
- d)  $4E/9$
- e)  $E$

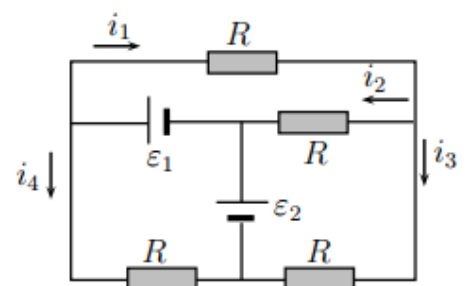
**44. (ITA – 2012)**

Um gerador elétrico alimenta um circuito cuja resistência equivalente varia de 50 a 150  $\Omega$ , dependendo das condições de uso desse circuito. Lembrando que, com resistência mínima, a potência útil do gerador é máxima, então, o rendimento do gerador na situação de resistência máxima, é igual a

- a) 0,25
- b) 0,50
- c) 0,67
- d) 0,75
- e) 0,90

**45. (ITA – 2014)**

Considere o circuito elétrico mostrado na figura formado por quatro resistores de mesma resistência,  $R = 10 \Omega$ , e dois geradores ideais cujas respectivas forças eletromotrizes são  $\mathcal{E}_1 = 30 V$  e  $\mathcal{E}_2 = 10 V$ . Pode-se afirmar que as correntes  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  e  $i_4$  nos trechos indicados na figura, em ampères, são respectivamente de

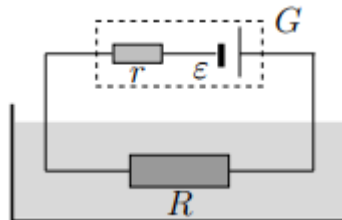


- a) 2, 2/3, 5/3 e 4.
- b) 7/3, 2/3, 5/3 e 4.
- c) 4, 4/3, 2/3 e 2
- d) 2, 4/3, 7/3 e 5/3.
- e) 2, 2/3, 4/3 e 4.

**46. (ITA – 2013)**

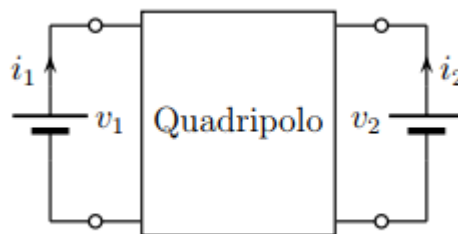


O experimento mostrado na figura foi montado para elevar a temperatura de certo líquido no menor tempo possível, dispendendo uma quantidade de calor  $Q$ . Na figura,  $G$  é um gerador de força eletromotriz  $\mathcal{E}$ , com resistência elétrica interna e  $R$  é a resistência externa submersa no líquido. Desconsiderando trocas de calor entre o líquido e o meio externo, a) Determine o valor de  $R$  e da corrente  $i$  em função de  $\mathcal{E}$  e da potência elétrica  $P$  fornecida pelo gerador nas condições impostas, b) Represente graficamente a equação característica do gerador, ou seja, a diferença de potencial  $U$  em função da intensidade da corrente elétrica  $i$ . c) Determine o intervalo de tempo transcorrido durante o aquecimento em função de  $Q$ ,  $i$  e  $\mathcal{E}$ .



**47. (ITA – 2014)**

Um circuito elétrico com dois pares de terminais é conhecido como quadripolo.



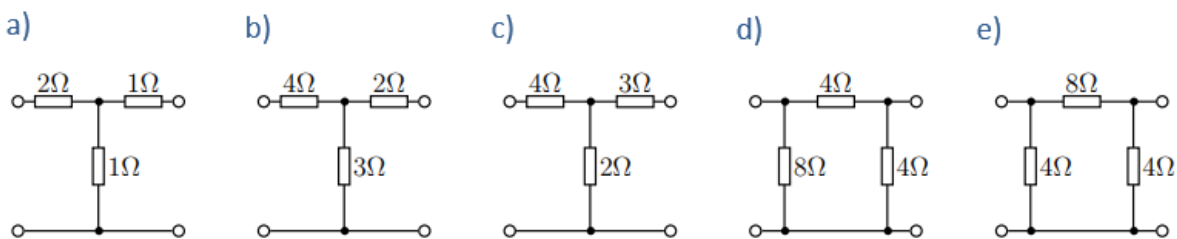
Para um quadripolo passivo, as tensões medidas em cada par de terminais podem ser expressas em função das correntes mediante uma matriz de impedância:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

De tal forma que:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

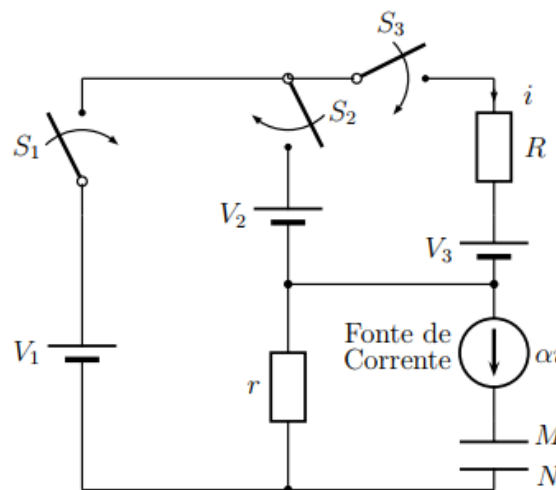
Dos quadripolos propostos nas alternativas seguintes, assinale aquele cuja matriz de impedância seja  $\begin{bmatrix} 4 \Omega & 2 \Omega \\ 2 \Omega & 3 \Omega \end{bmatrix}$ .



**48. (ITA – 2014)**

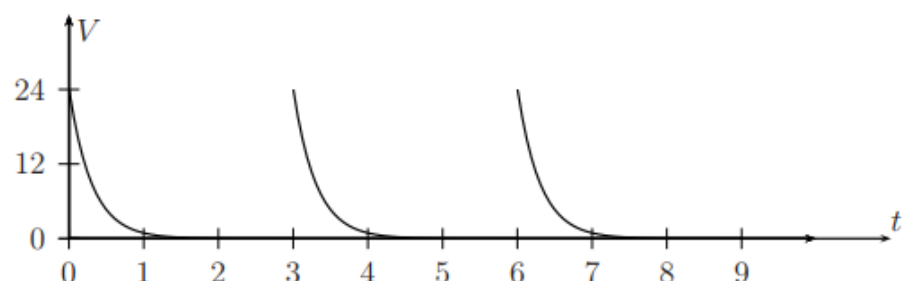
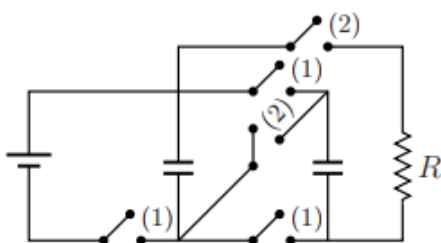


Uma fonte de corrente é um dispositivo que fornece uma corrente invariável independentemente da tensão entre seus terminais. No circuito da figura, a corrente  $i$  produzida pela fonte é proporcional à corrente  $i$  que circula no resistor  $R$ . Inicialmente descarregadas, as placas  $M$  e  $N$  são carregadas após o fechamento das chaves  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ , que serão novamente abertas após um intervalo de tempo  $T$ . A placa  $M$  é então retirada do circuito e é posta em contato com um condutor  $C$  descarregado (não mostrado na figura), ao qual transfere uma fração  $f$  de sua carga. Em seguida, com esse contato desfeito, o condutor  $C$  é totalmente descarregado. Na sequência, o mesmo procedimento é aplicado à placa  $N$ , a qual transfere a  $C$  a mesma fração  $f$  de sua carga, sendo então o contato desfeito e descarregando-se novamente  $C$ . Quando  $M$  e  $N$  são reintroduzidas no circuito, com as respectivas cargas remanescentes (de mesmo módulo, mas de sinais opostos), as chaves  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  são fechadas outra vez, permanecendo assim durante o intervalo de tempo  $T$ , após o que são novamente abertas. Então, como antes, repetem-se os contatos entre cada placa e  $C$ , e este processo de carga/descarga das placas é repetido indefinidamente. Nestas condições, considerando os sucessivos processos de transferência de carga entre  $M$  e  $C$ , e  $N$  e  $C$ , determine a carga  $q$  de  $M$  após todo esse procedimento em função de  $\alpha$ ,  $f$ ,  $r$ ,  $R$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  e  $T$ . Considere  $V_3 < V_2 < V_1$ .



#### 49. (ITA – 2016)

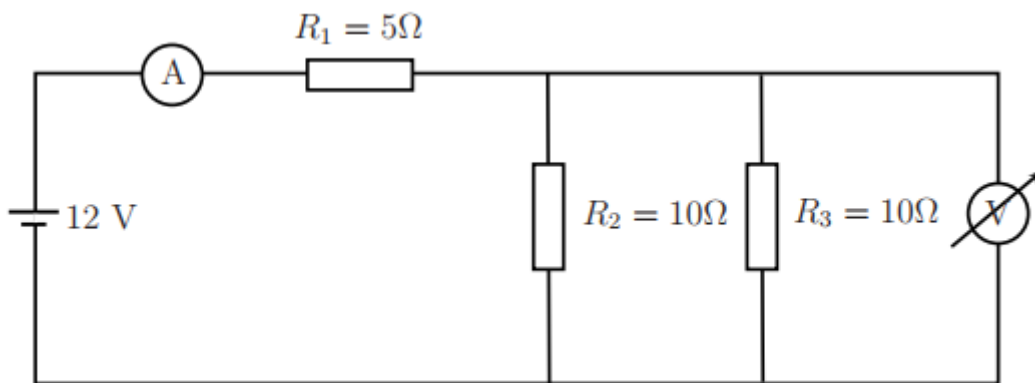
No circuito da figura há três capacitores iguais, com  $C = 1000 \mu F$ , inicialmente descarregados. Com as chaves (2) abertas e as chaves (1) fechadas, os capacitores são carregados. Na sequência, com as chaves (1) abertas e as chaves (2) fechadas, os capacitores são novamente descarregados e o processo se repete. Com a tensão no resistor  $R$  variando segundo o gráfico da figura, a carga transferida pelos capacitores em cada descarga é igual a



- a)  $4,8 \cdot 10^{-2} C$
- b)  $2,4 \cdot 10^{-2} C$
- c)  $1,2 \cdot 10^{-2} C$
- d)  $0,6 \cdot 10^{-2} C$
- e)  $0,3 \cdot 10^{-2} C$

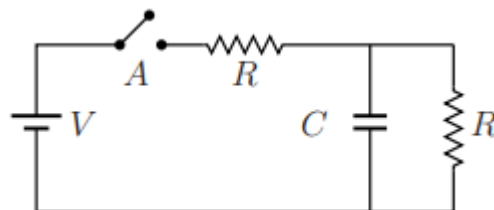
**50. (ITA – 2016)**

No circuito abaixo os medidores de corrente e tensão elétrica são reais, ou seja, possuem resistência interna. Sabendo-se que o voltímetro acusa 3,0 V e o amperímetro, 0,8 A, calcule o valor da resistência interna do voltímetro.



**51. (ITA – 2016)**

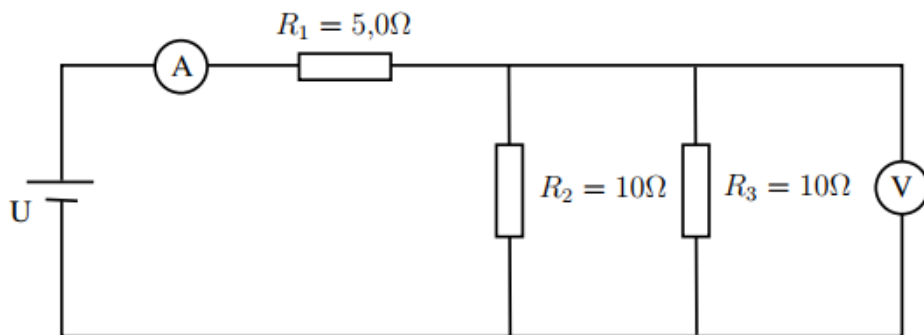
No circuito da figura o capacitor encontra-se descarregado com a chave *A* aberta que a seguir, é fechada no instante  $t_1$ , sendo que o capacitor estará totalmente carregado no instante  $t_2$ . Desprezando a resistência da bateria *V*, determine a corrente no circuito nos instantes  $t_1$  e  $t_2$ .



**52. (ITA – 2018)**

No circuito abaixo os medidores de corrente e de tensão elétrica possuem resistência interna. Sabendo-se que a fonte fornece a ddp  $U$ , o voltímetro mede 4,0 V, o amperímetro mede 1,0 A e que os valores das resistências  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  estão indicadas na figura, calcule o valor da resistência interna do voltímetro.





**53. (ITA – 2019)**

Uma bateria composta por 50 células voltaicas em série é carregada por uma fonte de corrente contínua ideal de 220 V. Cada célula tem uma força eletromotriz de 2,30 V e resistência interna de 0,100 Ω. Sendo a corrente de carregamento de 6,00 A, indique o valor da resistência extra que deve ser inserida em série com a fonte.

- a) 23 Ω
- b) 36,6 Ω
- c) 12,5 Ω
- d) 5,00 Ω
- e) 19,2 Ω





## 7. Gabarito sem comentários

- 1) S/A
- 2) Ver gráfico.
- 3) 72%
- 4) 40,5  $\mu J$
- 5) 1,2  $\frac{g}{cm^3}$
- 6) 30°
- 7) a)  $R_A = 8 \Omega$  b)  $R_S = 4 \Omega$  c)  $R_B = 24 \Omega$
- 8) C
- 9) B
- 10) 2  $\Omega$
- 11) C
- 12) a)  $r_1 = 15 \Omega$  e  $r_2 = 5 \Omega$  b) 40% e 60%
- c)  $\frac{32}{3} \cdot 10^5 W$  e  $P_{d_2} = 8 \cdot 10^5 W$  d)  $P_{G1} = 3,73 \cdot 10^6 W$  e  $P_{G2} = 4,8 \cdot 10^6 W$
- 13) a)  $r = \frac{12}{31} R$  b)  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$  c)  $P_d = \frac{200U^2}{3R}$  d)  $E_d = \frac{600U^2}{R}$
- 14) 54 V
- 15) 8 V
- 16) 4 J
- 17) C
- 18)  $\frac{C \cdot V^2}{3}$
- 19) a)  $C = 5 F$  b)  $i = 0,065936 A$  c)  $V_S = 20 V, E = 1000 J$  e  $P = 0$ .
- 20) S/A
- 21) C
- 22) D
- 23) A
- 24) E
- 25) C
- 26) B
- 27) B
- 28) D
- 29) B
- 30) E
- 31) Vide comentários.
- 32)  $\Delta R_s = -\frac{45R}{77}$
- 33) C
- 34) 0,42  $\Omega$
- 35) C
- 36) 50 A
- 37) B
- 38) D
- 39)  $100 \Omega \leq R_x \leq 400 \Omega$
- 40) E
- 41)  $P_M = 720 W, P_L = 712,8 W$  e  $P_r = 36 W$
- 42)  $\eta_{gerador} = 60\%$  e  $\eta_{receptor} = 67\%$
- 43) C
- 44) D
- 45) B
- 46) a)  $R = \frac{\varepsilon^2}{4P}$  e  $i = \frac{2P}{\varepsilon}$  b) gráfico c)  $\Delta t = \frac{2Q}{\varepsilon \cdot i}$
- 47) D
- 48)  $Q_C = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot \left(\frac{1-f}{f}\right)$
- 49) C
- 50) 15  $\Omega$
- 51)  $i(t_1) = \frac{V}{R}$  e  $i(t_2) = \frac{V}{2R}$
- 52)  $R_V = 20 \Omega$
- 53) C

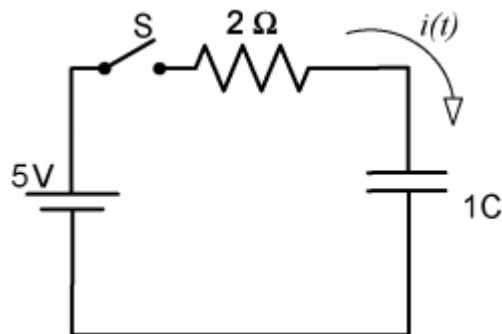


ESCLARECENDO!



## 8. Lista de exercícios comentada

### 1. (IME – 2020 - 1ª Fase)



Um capacitor previamente carregado com energia de 4,5 J foi inserido no circuito, resultando na configuração mostrada na figura acima. No instante  $t = 0$ , a chave S é fechada e começa a circular no circuito a corrente  $i(t)$ , com  $i(0) > 2$  A.

Diante do exposto, ao ser alcançado o regime permanente, ou seja  $i(t \rightarrow \infty) = 0$ , o módulo da variação de tensão, em volts, entre os terminais capacitor desde o instante  $t = 0$  é:

- a) 0
- b) 2
- c) 3
- d) 5
- e) 8

#### Comentários:

A questão foi anulada pois na figura o capacitor encontra-se com 1C quando era para ser 1F. Vamos resolver a questão considerando que o capacitor tem 1F (1 não 1C conforme a figura mostra):

A ddp inicial é:

$$E = \frac{CU^2}{2} \rightarrow U = \sqrt{\frac{2E}{C}} = 3V$$

Temos duas configurações para colocar o capacitor, na mesma polaridade do gerador ou oposto. Se colocássemos em polaridade oposta:



$$i(0) = \frac{5 - 3}{2} = 1A$$

Se colocássemos na mesma polaridade:

$$i(0) = \frac{5 + 3}{2} = 4A$$

Das informações do enunciado a corrente inicial é  $>2A$ , logo a polaridade é igual. A ddp final desse capacitor vale a ddp do gerador com sinal trocado.

$$U' = -5V$$

$$|\Delta U| = 8V$$

**Gabarito: S/A**

## 2. (IME – 2002)

Após muito tempo aberta, a chave  $S$  do circuito da figura 1 é fechada em  $t = 0$ . A partir deste instante, traça-se o gráfico da figura 2, referente à tensão elétrica  $V_S$ . Calcule:

- o valor do capacitor  $C$ ;
- a máxima corrente admitida pelo fusível  $F$ ;
- a tensão  $V_S$ , a energia armazenada no capacitor e a potência dissipada por cada um dos resistores, muito tempo depois da chave ser fechada.

Dados (use os que julgar necessários):

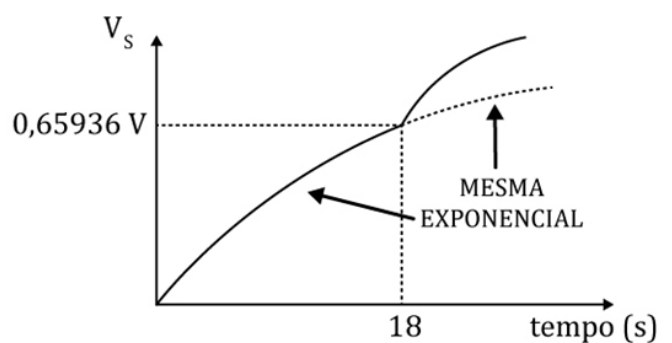
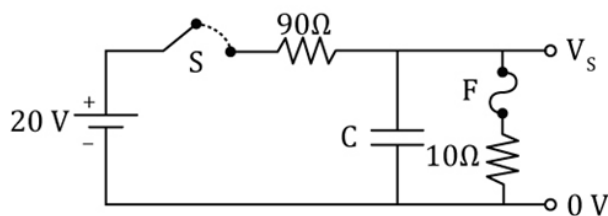
$$\ln(0,65936) = -0,416486$$

$$\ln(1,34064) = 0,293147$$

$$\ln(19,34064) = 2,962208$$

$$\ln(4) = 1,386294$$

$$\ln(10) = 2,302585$$

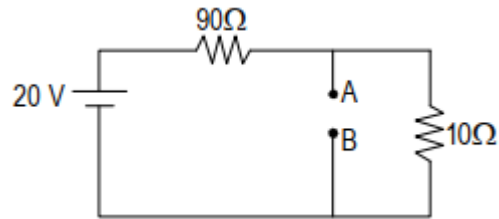


### Comentários:

Aplicando o teorema de Thévenin entre os terminais do capacitor, o circuito se reduz a:



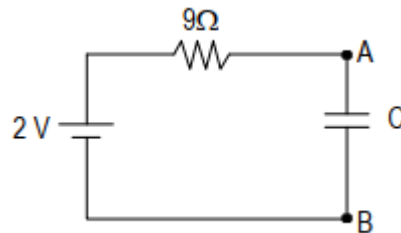




$$\mathcal{E}_{th} = 10 \cdot \frac{20}{100} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{th} = 2 \text{ V}}$$

$$r_{th} = 10 // 90 \Rightarrow \boxed{r_{th} = 9 \Omega}$$

Logo, o circuito simplificado fica assim:



Como visto em teoria, a equação de  $U_{AB}$  é dada por:

$$U_{AB} = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$U_{AB} = 2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{9C}}\right)$$

Aplicando as condições para  $t = 18 \text{ s}$ , temos:

$$0,65936 = 2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{18}{9C}}\right) \Rightarrow e^{-\frac{2}{C}} = 1 - \frac{0,65936}{2} \Rightarrow -\frac{2}{C} = \ln\left(\frac{1,34064}{2}\right)$$

a)

A capacitância  $C$  é dada por:

$$C = -\frac{2}{\ln\left(\frac{1,34064}{2}\right)} = -\frac{2}{\ln 1,34064 - \ln 2} = -\frac{2}{\ln 1,34064 - \frac{1}{2} \ln 4}$$

$$\boxed{C = 5 \text{ F}}$$

b)

A ruptura ocorre quando a tensão  $U_{AB} = 0,65936 \text{ V}$ . Então:

$$i = \frac{0,65936}{10} \Rightarrow \boxed{i = 0,065936 \text{ A}}$$

c)

Depois de muito tempo fechada a chave, o fusível se romperá e os 20 V de tensão estarão aplicados no capacitor de 5 F. Voltamos ao circuito inicial em questão. Assim:

$$\boxed{V_S = 20 \text{ V}}$$



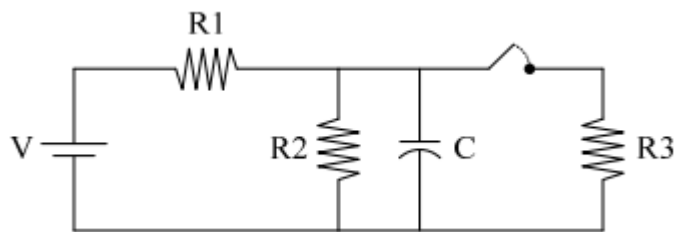
$$E = \frac{CU^2}{2} \Rightarrow E = \frac{5 \cdot 20^2}{2} \Rightarrow \boxed{E = 1000 J}$$

Se o resistor de  $10 \, \Omega$  foi cortado (fusível foi aberto) e o capacitor  $C$  está carregado, não haverá corrente passando por nenhum dos resistores. Portanto, a potência dissipada é nula, isto é,  $P = 0$ .

**Gabarito: a)  $C = 5 F$  b)  $i = 0,065936 A$  c)  $V_S = 20 V, E = 1000 J$  e  $P = 0$ .**

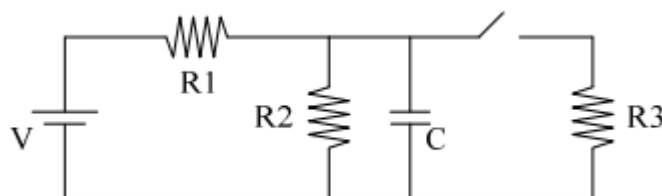
### 3. (IME – 2003)

Um circuito composto por uma fonte, três resistores, um capacitor e uma chave começa a operar em  $t = -\infty$  com o capacitor inicialmente descarregado e a chave aberta. No instante  $t = 0$ , a chave é fechada. Esboce o gráfico da diferença de potencial nos terminais do capacitor em função do tempo, indicando os valores da diferença de potencial para  $t = -\infty$ ,  $t = 0$  e  $t = +\infty$ .



#### Comentários:

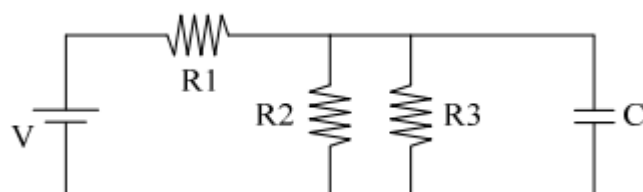
Quando a chave está aberta, temos o seguinte circuito;



Em  $t = -\infty$  o circuito começa a funcionar e em  $t = 0$  a ddp no capacitor é a mesma que nos terminais de  $R_2$ , pois admite-se que ele já está completamente carregado, já que se passou um longo tempo. Portanto:

$$U_{\text{capacitor}}(t = 0) = \boxed{U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V}$$

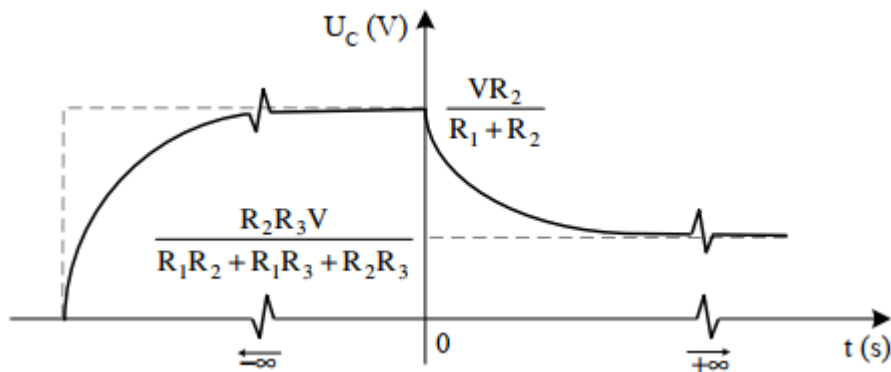
Para  $t = 0$  a chave está fechada e uma nova tensão de equilíbrio se estabelece, conforme mostra a figura abaixo:



$$U_{\text{capacitor}}(t = \infty) = U_{R_2 // R_3} = V \cdot \frac{R_2 // R_3}{R_2 // R_3 + R_1}$$

$$U_{\text{capacitor}}(t = \infty) = \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot V}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

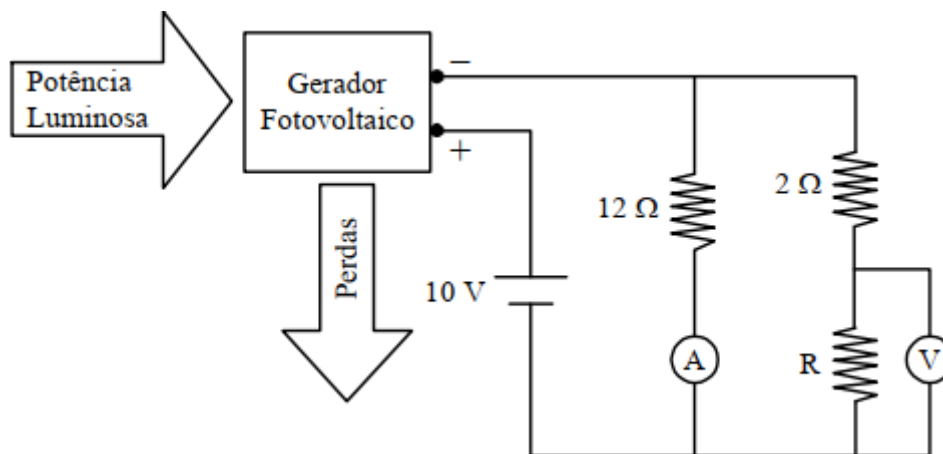
Portanto, considerando os comportamentos transitórios, o gráfico da tensão no capacitor em função do tempo é dado por:



**Gabarito:** ver gráfico.

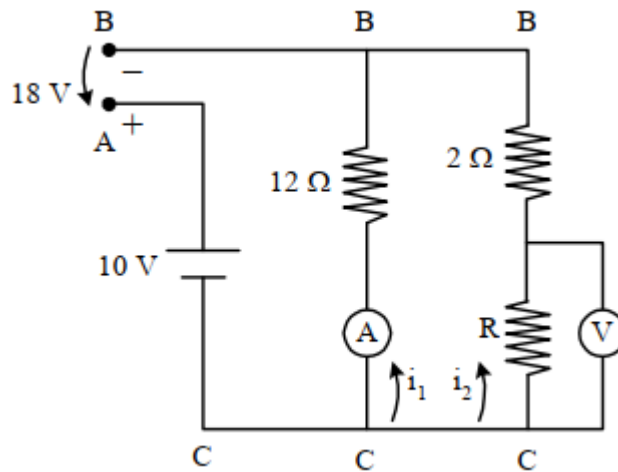
#### 4. (IME – 2004)

A figura abaixo mostra o esquema de um gerador fotovoltaico alimentando um circuito elétrico com 18 V. Sabendo que potência solicitada na entrada do gerador (potência luminosa) é de 100 W, determine o rendimento do gerador na situação em que a razão dos valores numéricos da tensão e da corrente medidos, respectivamente, pelo voltímetro V (em volts) e pelo amperímetro A (em ampéres) seja igual 2 (dois).



**Comentários:**

Redesenhando o circuito, temos:



Pela lei de Ohm, temos:

$$U_{CB} = 12 \cdot i_1$$

$$U_{CB} = (R + 2) \cdot i_2$$

Além disso:

$$U_{CB} = U_{CA} + U_{AB} \Rightarrow U_{CB} = -10 + 18 = 8 \text{ V}$$

Portanto:

$$i_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ A}$$

$$i_2(R + 2) = 8$$

Mas a leitura do voltímetro é dada por:

$$V = R \cdot i_2$$

Como a razão entre a leitura do voltímetro (em volts) pela do amperímetro (em amperes) é igual a 2, então:

$$V = 2 \cdot i_1 \Rightarrow V = 2 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{V = \frac{4}{3} \text{ V}}$$

Logo:

$$\begin{cases} i_2(R + 2) = 8 \\ \frac{4}{3} = R \cdot i_2 \end{cases} \Rightarrow i_2 R + 2i_2 = 8 \Rightarrow 2i_2 = 8 - \frac{4}{3} \Rightarrow \boxed{i_2 = \frac{10}{3} \text{ A}}$$

Dessa forma, a potência útil do gerador é de:

$$P_{\text{útil}} = U_{AB} \cdot (i_1 + i_2) \Rightarrow P_{\text{útil}} = 18 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{10}{3}\right) \Rightarrow \boxed{P_{\text{útil}} = 72 \text{ W}}$$

Portanto, o rendimento elétrico do gerador é dado por:

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{total}}} \Rightarrow \eta = \frac{72}{100} \Rightarrow \boxed{\eta = 72\%}$$

**Gabarito: 72%**



### 5. (IME – 2006)

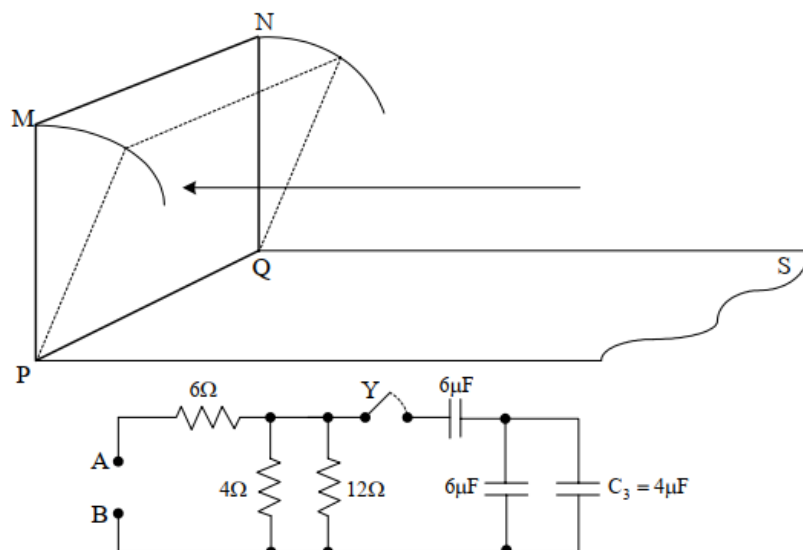
Um raio luminoso incide ortogonalmente no ponto central de um espelho plano quadrado MNPQ, conforme a figura abaixo. Girando-se o espelho de um certo ângulo em torno da aresta PQ, consegue-se que o raio refletido atinja a superfície horizontal S paralela ao raio incidente. Com a sequência do giro, o ponto de chegada em S aproxima-se da aresta PQ. No ponto de chegada em S que fica mais próximo de PQ está um sensor que, ao ser atingido pelo raio refletido, gera uma tensão elétrica  $U$  proporcional à distância  $d$  entre o referido ponto e aquela aresta:  $U = k \cdot d$ .

Fixando o espelho na posição em que a distância  $d$  é mínima, aplica-se a tensão  $U$  aos terminais A e B do circuito. Dado que todos os capacitores estão inicialmente descarregados, determine a energia que ficará armazenada no capacitor  $C_3$  se a chave Y for fechada e assim permanecer por um tempo muito longo.

Dados:

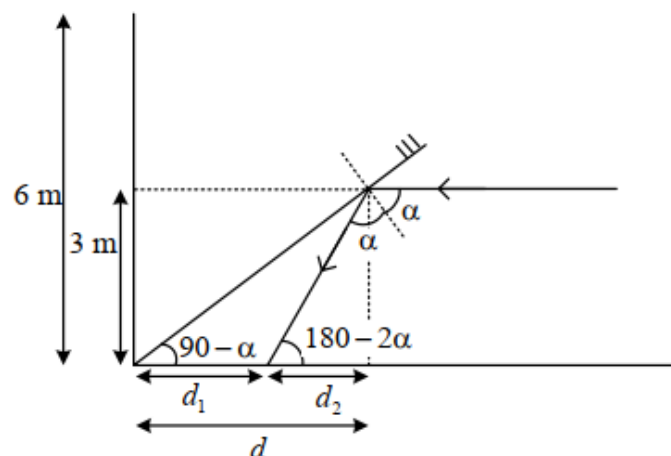
Comprimento  $PQ = 6 \text{ m}$ .

Constante  $k = 12 \text{ V/m}$ .



### Comentários:

Para um ângulo  $\alpha$  qualquer de incidência no espelho, temos:



Da figura, temos:

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{3}{d}$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - 2\alpha) = \frac{3}{d_2}$$

$$d_1 = d - d_2 \Rightarrow d_1 = \frac{3}{\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)} - \frac{3}{\operatorname{tg}(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow d_1 = 3 \cdot \left( \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{sen}2\alpha} \right) \Rightarrow d_1 = \frac{3}{\operatorname{sen}2\alpha}$$

Para que  $d_1$  seja mínimo,  $\alpha = 45^\circ$ , pois  $\operatorname{sen}(2 \cdot 45^\circ) = \operatorname{sen}90^\circ = 1$  é o máximo valor do denominador.

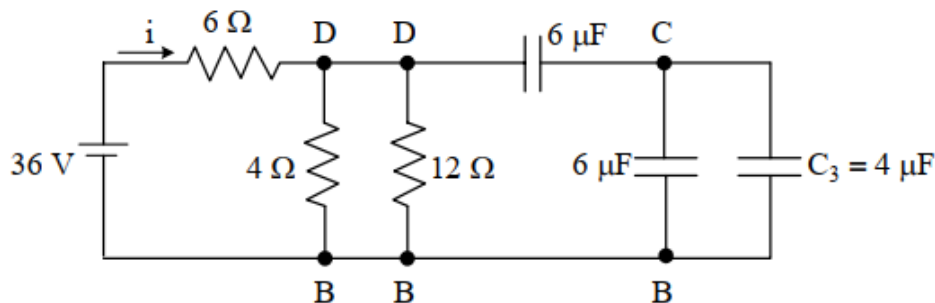
Portanto:

$$d_1(\text{mínimo}) = 3 \text{ m}$$

Desse modo, a tensão aplicada ao circuito é dada por:

$$U = k \cdot d_1(\text{mínimo}) \Rightarrow U = 12 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{U = 36 \text{ V}}$$

Logo, o circuito possui a seguinte configuração:



Para o regime estacionário:

$$R_{eq} = 6 + (4//12) = 9 \Omega$$

Então:

$$i = \frac{U}{R} \Rightarrow i = \frac{36}{9} \Rightarrow i = 4 \text{ A}$$

Assim, a tensão em DB é de:

$$U = R \cdot i \Rightarrow U = (4//12) \cdot 4 = 12 \text{ V}$$

Para o trecho DB, a capacitância equivalente é de:

$$C_{eq} = 6 \mu\text{F} + 4 \mu\text{F} = 10 \mu\text{F}$$

Logo, a carga dos capacitores é a mesma, já que eles estão conectados em série. Então:

$$Q_{DC} = Q_{BC} \Rightarrow 6 \cdot 10^{-6} \cdot U_{DC} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot U_{BC} \Rightarrow 3 \cdot U_{DC} = 5 \cdot U_{BC}$$

Como  $U_{DC} + U_{BC} = 12 \text{ V}$ , então  $U_{BC} = 4,5 \text{ V}$ , que é a tensão no capacitor equivalente de  $6//4$ .

Portanto:

$$E_3 = \frac{C_3 U_3^2}{2} \Rightarrow E_3 = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 4,5^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_3 = 40,5 \mu\text{J}}$$

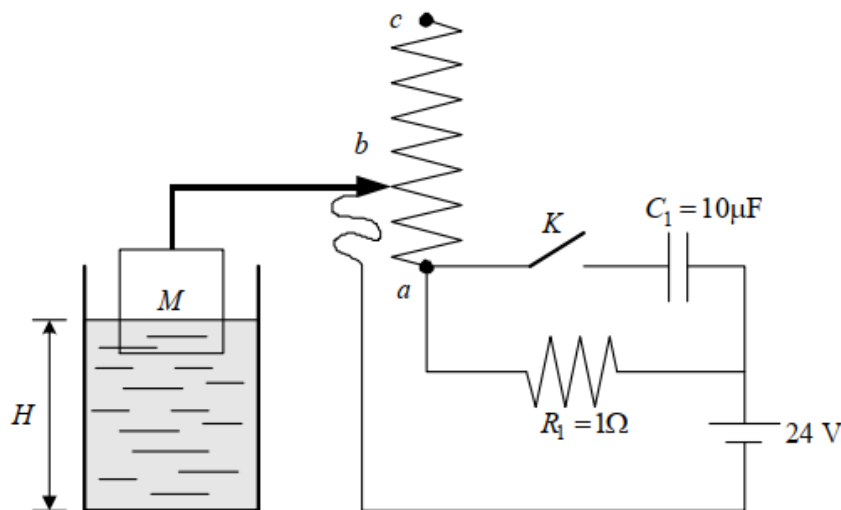


**Gabarito: 40,5  $\mu J$**

**6. (IME – 2007)**

A figura ilustra um bloco  $M$  de madeira com formato cúbico, parcialmente submerso em água, ao qual está fixado um cursor metálico conectado a um circuito elétrico. Na situação inicial, a face do fundo do bloco se encontra a 48 cm da superfície da água, a chave  $K$  está aberta e o capacitor  $C_1$  descarregado. O comprimento do fio resistivo entre a posição  $b$  do cursor metálico e o ponto  $a$  é 10 cm. A potência dissipada no resistor  $R_1$  é 16 W. Em determinado instante, a água é substituída por outro líquido mais denso, mantendo-se constante o nível  $H$  da coluna de água inicialmente existente. Fecha-se a chave  $K$  e observa-se que, após um longo intervalo de tempo, a energia armazenada em  $C_1$  se estabiliza em  $28,8 \mu J$ . Considerando que a resistência por unidade de comprimento do fio resistivo é constante, determine a massa específica do líquido que substituiu a água.

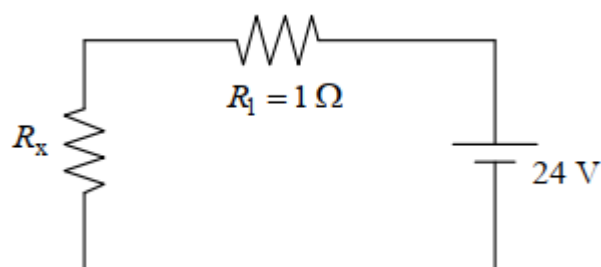
Dados: aceleração da gravidade ( $g$ ) =  $10 \text{ m/s}^2$ , massa específica da água ( $\mu_a$ ) =  $1 \text{ g/cm}^3$ .



**Comentários:**

A partir da variação da resistência nas trocas dos líquidos podemos relacionar com a alteração sofrida pela altura do corpo no interior do líquido e, assim, partir para a hidrostática do problema e determinar a massa específica do líquido.

Se a chave  $K$  está aberta, temos o seguinte circuito:



Então, podemos encontrar a corrente e a tensão no resistor  $R_1$  a partir da potência:

$$P = R_1 \cdot i^2 \Rightarrow 16 = 1 \cdot i^2 \Rightarrow i = 4 \text{ A}$$



$$U_1 = R_1 \cdot i \Rightarrow U_1 = 1 \cdot 4 \Rightarrow U_1 = 4 V$$

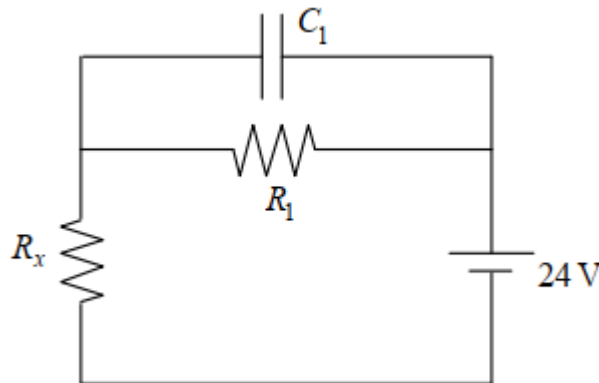
Aplicando no circuito:

$$U_1 + U_x = 24 V \Rightarrow 4 + U_x = 24 \Rightarrow U_x = 20 V$$

Logo,  $R_x$  é de:

$$U_x = R_x \cdot i \Rightarrow 20 = R_x \cdot 4 \Rightarrow \boxed{R_x = 5 \Omega}$$

Ao fechar a chave  $K$ , estabelecido o regime permanente e o líquido trocado, temos:



Pela energia no capacitor  $C_1$ , podemos determinar a ddp sobre os seus terminais:

$$E_C = \frac{C \cdot U_C^2}{2} \Rightarrow 28,8 \cdot 10^{-6} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot U_C^2}{2} \Rightarrow U_C = 2,4 V$$

Como o resistor  $R_1$  está em paralelo com o capacitor, ele terá a mesma ddp  $U_C$  entre seus terminais:

$$U_C = U_{R_1} = 2,4 V$$

$$2,4 = 1 \cdot i' \Rightarrow \boxed{i' = 2,4 A}$$

Então, a nova ddp  $U'_x$  é de:

$$U_{R_1} + U'_x = 24 \Rightarrow 2,4 + U'_x = 24 \Rightarrow U'_x = 21,6 V$$

Pela primeira lei de Ohm em  $R_x$ , temos a sua nova resistência:

$$21,6 = R'_x \cdot 2,4 \Rightarrow \boxed{R'_x = 9 \Omega}$$

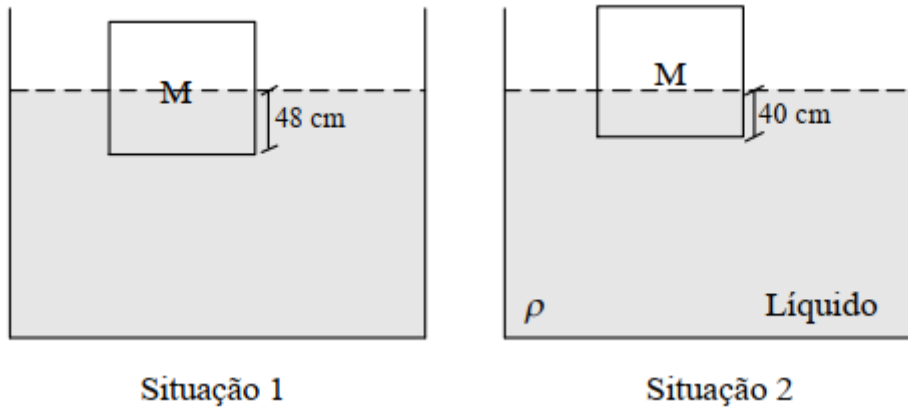
Na primeira situação, o comprimento de  $R_x$  é igual a  $10 \text{ cm}$  e considerando que a variação de resistência ocorre de forma linear, então:

$$\frac{R_x}{l} = \frac{R'_x}{l'} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{9}{l'} \Rightarrow \boxed{l' = 18 \text{ cm}}$$

Logo, devido à troca de líquido, a parte submersa diminui de  $8 \text{ cm}$ . Esquemáticamente, temos:







Para cada uma das situações, temos as condições de equilíbrio:

$$\begin{cases} P = E \Rightarrow m \cdot g = \rho_{\text{água}} \cdot V_S \cdot g \Rightarrow m = \rho_{\text{água}} \cdot V_S \\ P = E' \Rightarrow m \cdot g = \rho_{\text{líquido}} \cdot V'_S \cdot g \Rightarrow m = \rho_{\text{líquido}} \cdot V'_S \end{cases}$$

Portanto:

$$\rho_{\text{água}} \cdot V_S = \rho_{\text{líquido}} \cdot V'_S \Rightarrow \rho_{\text{água}} \cdot 48 \cdot A = \rho_{\text{líquido}} \cdot 40 \cdot A \Rightarrow \boxed{\rho_{\text{líquido}} = 1,2 \text{ g/cm}^3}$$

**Gabarito: 1,2 g/cm<sup>3</sup>**

### 7. (IME – 2007)

Um pequeno corpo é abandonado com velocidade inicial nula no ponto *A* de uma rampa, conforme ilustra a Figura 1. No instante em que esse corpo passa pelo ponto *P*, um dispositivo provoca o fechamento da chave *S1* do circuito elétrico apresentado na Figura 2.

No instante em que o resistor *R*<sub>1</sub> desse circuito atinge o consumo de 0,05 *W* · *h*, um percussor é disparado, perpendicularmente ao trecho plano *P – C*, com o objetivo de atingir o corpo mencionado. Sabe-se que ao percorrer a distância *d* mostrada na Figura 1, o corpo tem sua velocidade reduzida a 1/3 da alcançada no ponto *B*. Considerando que os trechos *A – B* e *P – C* não possuem atrito e que o corpo permanece em contato com o solo até o choque, determine o ângulo de inclinação *θ* da rampa para que o corpo seja atingido pelo percussor.

Dado: aceleração da gravidade (*g*) = 10 *m/s*<sup>2</sup>.

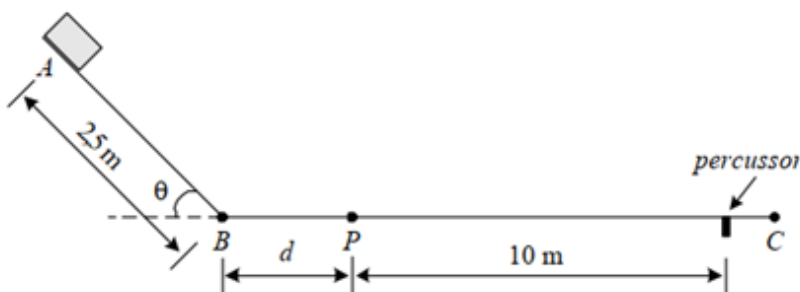


Figura 1

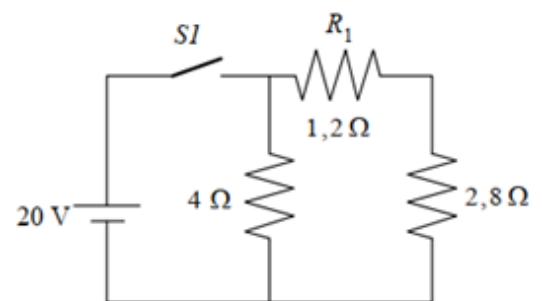


Figura 2

**Comentários:**



Pelo circuito da figura 2, ao fechar a chave  $S_1$ , temos:

$$U = 20 \text{ V}$$

$$R_{eq} = 4//4 = 2 \Omega$$

$$U = R_{eq} \cdot i \Rightarrow 20 = 2 \cdot i \Rightarrow i = 5 \text{ A}$$

Então:

$$P = R_1 \cdot i^2 \Rightarrow P = 1,2 \cdot 5^2 \Rightarrow P = 30 \text{ W}$$

A partir do consumo no resistor, temos:

$$E = P \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{0,05 \cdot 3600}{30} \Rightarrow \Delta t = 6 \text{ s}$$

Logo, a velocidade do corpo no trecho de P até o percussor é de:

$$v_P = \frac{10}{6} \Rightarrow v_P = \frac{5}{3} \text{ m/s}$$

Do enunciado, sabemos que a velocidade é reduzida a  $1/3$  no ponto B, logo:

$$v_P = \frac{1}{3} v_B \Rightarrow v_B = 3 \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow v_B = 5 \text{ m/s}$$

Aplicando a conservação da energia mecânica entre A e B, temos:

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 \Rightarrow h_A = \frac{5^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow h_A = 1,25 \text{ m}$$

Portanto:

$$\text{sen}(\theta) = \frac{h_A}{AB} \Rightarrow \text{sen}(\theta) = \frac{1,25}{2,5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\theta = 30^\circ}$$

**Gabarito: 30°**

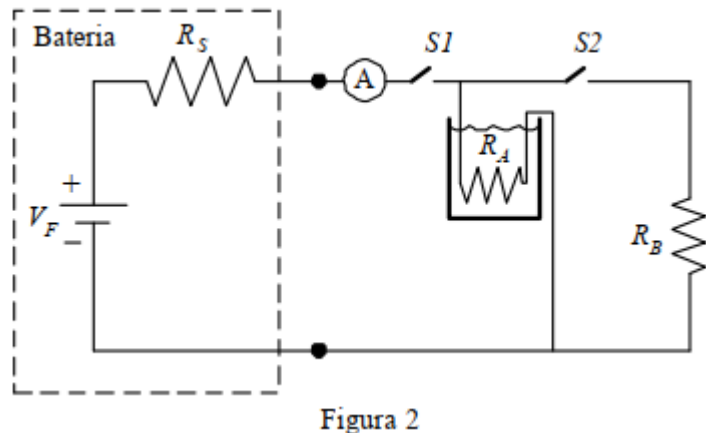
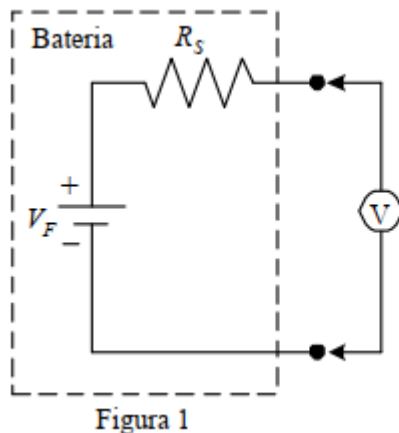
## 8. (IME – 2007)

A Figura 1 ilustra uma bateria, modelada através de uma fonte de tensão elétrica  $V_F$  em série com um resistor conectada a um voltímetro  $V$ , cuja leitura indica  $24 \text{ V}$ . Essa bateria é ligada em série com o amperímetro  $A$  e com um circuito composto por uma resistência de aquecimento  $R_A$  em paralelo com uma resistência  $R_B$ , conforme mostra a Figura 2. A resistência  $R_A$  encontra-se imersa em  $0,2 \text{ L}$  de um líquido com massa específica de  $1,2 \text{ g/cm}^3$ . Inicialmente, as chaves  $S_1$  e  $S_2$  da Figura 2 encontram-se abertas. A chave  $S_1$  é acionada. Observa-se que o amperímetro indica  $2 \text{ A}$  e que a temperatura do líquido se eleva de  $10^\circ \text{ C}$  para  $40^\circ \text{ C}$  em  $30$  minutos. Em seguida, a chave  $S_2$  é fechada e o amperímetro passa a indicar  $2,4 \text{ A}$ . Considerando que não exista perda de energia no aquecimento da água e que o voltímetro e o amperímetro sejam ideais, determine:

- a resistência  $R_A$  em ohms;
- a resistência  $R_S$  em ohms;
- a resistência  $R_B$  em ohms.



Dados: calor específico do líquido ( $c$ ) =  $2 \text{ cal}/(g \text{ } ^\circ\text{C})$ ,  $1 \text{ cal} \cong 4 \text{ J}$ .

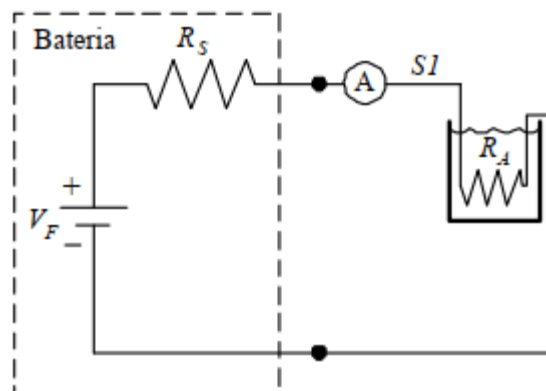


**Comentários:**

Considerando o voltímetro ideal, a medição da tensão feita na figura 1 é a própria *fem* da bateria. Logo:

$$V_F = 24 \text{ V}$$

Quando apenas  $S1$  é fechada, temos:



Logo, a energia em  $R_A$  é dada por:

$$E = P \cdot \Delta t \Rightarrow E = R_A \cdot i^2 \cdot \Delta t$$

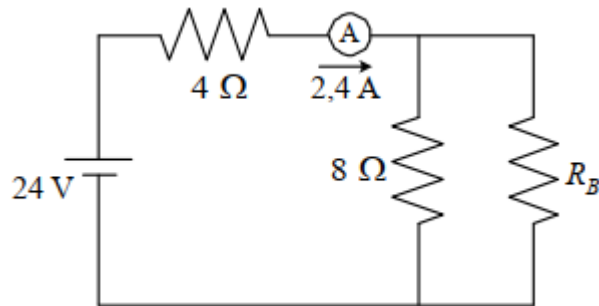
Mas, da calorimetria:

$$E = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow R_A \cdot i^2 \cdot \Delta t = \rho_{\text{líqu}} \cdot V_{\text{líqu}} \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow R_A = \frac{240 \cdot 8 \cdot 30}{2^2 \cdot 1800} \Rightarrow \boxed{R_A = 8 \Omega}$$

Pela Lei de Pouillet:

$$i = \frac{V_F}{R_A + R_S} \Rightarrow 2 = \frac{24}{8 + R_S} \Rightarrow \boxed{R_S = 4 \Omega}$$

Quando fechamos a chave  $S2$ , com  $S1$  já fechada, a resistência  $R_B$  estará em paralelo com  $R_A$ , como na configuração abaixo:

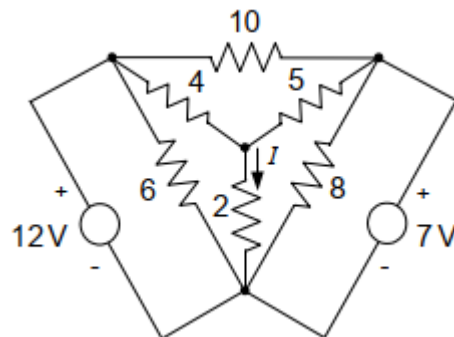


A partir do valor da corrente nessa nova situação, podemos encontrar o valor de  $R_B$ :

$$i = \frac{V_F}{R_S + R_A // R_B} \Rightarrow 2,4 = \frac{24}{4 + \frac{8R_B}{8 + R_B}} \Rightarrow \boxed{R_B = 24 \Omega}$$

**Gabarito:** a)  $R_A = 8 \Omega$  b)  $R_S = 4 \Omega$  c)  $R_B = 24 \Omega$

9. (IME – 2008)

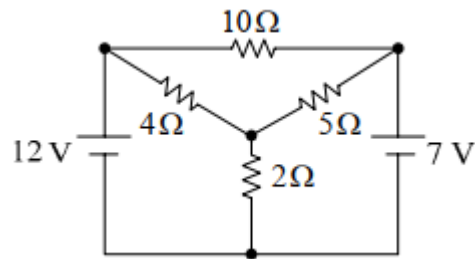


A figura acima ilustra um circuito resistivo conectado a duas fontes de tensão constante. Considere as resistências em ohms. O módulo da corrente  $I$  que atravessa o resistor de 2 ohms é, aproximadamente:

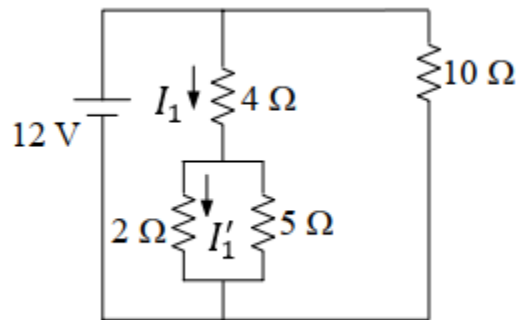
- a) 0,86 A
- b) 1,57 A
- c) 2,32 A
- d) 2,97 A
- e) 3,65 A

**Comentários:**

Considerando as fontes ideais, as resistências internas são desprezíveis, então podemos retirar do circuito os resistores  $6 \Omega$  e  $8 \Omega$ , já que conhecemos a ddp entre seus terminais. Assim, o circuito pode ser redesenhado da seguinte forma:



Uma ótima abordagem para solucionar este circuito é aplicar o teorema da superposição. Primeiramente, vamos fazer a análise da fonte de 12 V, curto-circuitando a fonte de 7 V. Neste caso, o circuito fica:

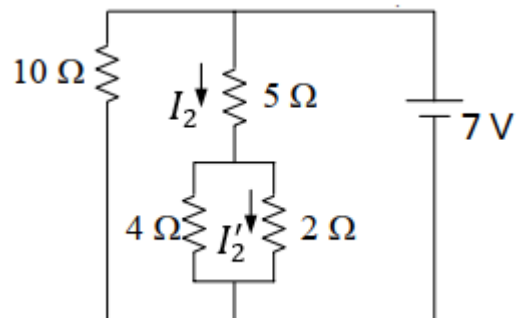


Logo:

$$I_1 = \frac{12}{4 + \frac{2 \cdot 5}{2 + 5}} \Rightarrow I_1 = 2,21 \text{ A}$$

$$I'_1 = \frac{5}{2 + 5} \cdot 2,21 \Rightarrow I'_1 = 1,58 \text{ A}$$

Repetindo a análise para a fonte de 7 V, temos:



Então:

$$I_2 = \frac{7}{5 + \frac{8}{6}} = 1,11 \text{ A}$$

$$I'_2 = \frac{4}{4 + 2} \cdot 1,11 = 0,74 \text{ A}$$

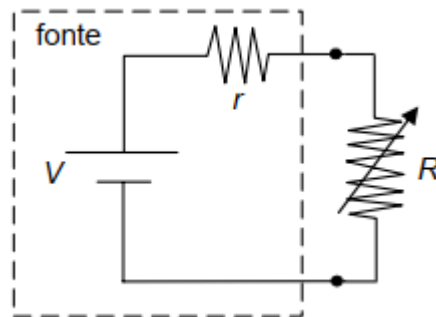
Portanto, a corrente  $I$  é dada por:

$$I = I'_1 + I'_2 \Rightarrow I = 1,58 + 0,74 \Rightarrow \boxed{I = 2,32 \text{ A}}$$

**Gabarito: C**



## 10. (IME – 2008)



A figura acima apresenta o modelo de uma fonte de tensão conectada a um resistor variável  $R$ . A tensão  $V$  e a resistência interna  $r$  da fonte possuem valores constantes. Com relação à resistência do resistor  $R$ , é correto afirmar que

- a) aumentando seu valor, necessariamente aumentará a potência dissipada em  $R$ .
- b) aumentando seu valor, aumentará a tensão sobre  $R$ , mas não necessariamente a potência dissipada em  $R$ .
- c) aumentando seu valor, aumentará a corrente fornecida pela fonte, mas não necessariamente a potência dissipada em  $R$ .
- d) diminuindo seu valor, aumentará a corrente fornecida pela fonte e, conseqüentemente, a potência dissipada em  $R$ .
- e) diminuindo seu valor, necessariamente aumentará a potência dissipada em  $R$ .

### Comentários:

Pela condição de máxima transferência de potência, sabemos que isso ocorre quando:

$$r = R$$

A tensão no resistor  $R$  é dada por:

$$U_R = i \cdot R \Rightarrow U_R = \frac{V}{r + R} \cdot R \Rightarrow U_R = \frac{R}{r + R} \cdot V$$

Assim, quando aumentamos o valor de  $R$ , a tensão nele aumentará, mas não necessariamente a potência, de acordo com a condição de máxima transferência de potência. Logo, a única alternativa correta teoricamente é a letra B.

A letra A está errada porque a potência dissipada em  $R$  não aumenta necessariamente com o aumento de  $R$ .

A letra C está errada, pois quando aumentamos o valor de  $R$ , a corrente necessariamente diminui:

$$i = \frac{V}{r + R}$$

A letra D está errada, pois sabemos que ao diminuir  $R$ , a corrente irá aumentar, mas não necessariamente a potência dissipada irá aumentar.



A letra E está errada, pois de acordo com a máxima transferência de potência,  $r = R$ , não sabemos se  $R$  está se aproximando de  $r$  ou não.

**Gabarito: B**

**11. (IME – 2009)**

Os pontos  $A$  e  $B$  da malha de resistores da figura 2 são conectados aos pontos  $x$  e  $y$  do circuito da figura 1. Nesta situação, observa-se uma dissipação de  $P$  watts na malha. Em seguida, conecta-se o ponto  $C$  ao ponto  $F$  e o ponto  $E$  ao ponto  $H$ , o que produz um incremento de 12,5% na potência dissipada na malha. Calcule a resistência  $R$  dos resistores da malha.

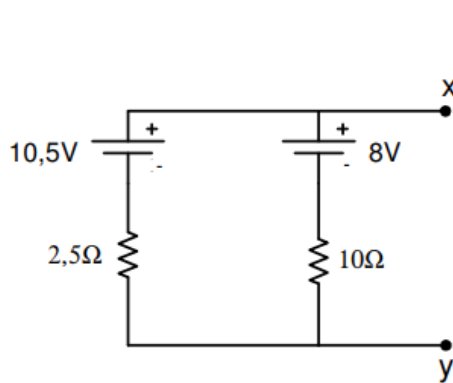


figura 1

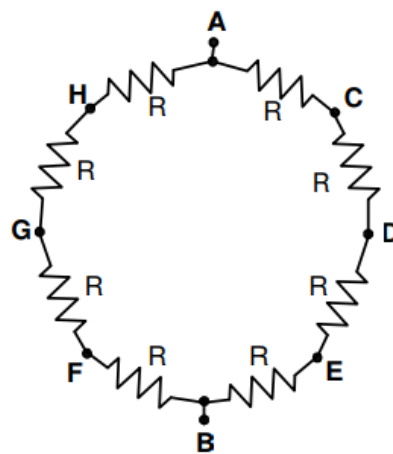
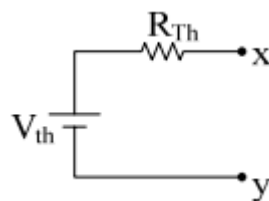


figura 2

**Comentários:**

Vamos utilizar o teorema de Thévenin no circuito da figura 1 para simplificar o circuito entre os pontos  $x$  e  $y$ :



$$R_{th} = 10 // 2,5\Omega$$

$$\boxed{R_{th} = 2}$$

$$-2,5 \cdot i + 10,5 - 8 - 10 \cdot i \Rightarrow i = \frac{2,5}{12,5} \Rightarrow i = 0,2 \text{ A}$$

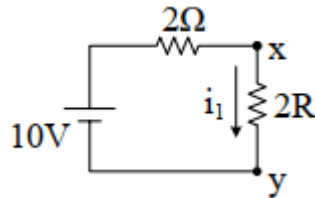
$$V_{th} = 10,5 - 2,5 \cdot 0,2 \Rightarrow \boxed{V_{th} = 10 \text{ V}}$$

Para a primeira situação, temos:

$$(R_{eq})_{AB} = 4R // 4R \Rightarrow (R_{eq})_{AB} = 2 \Omega$$

Portanto, temos o seguinte circuito:





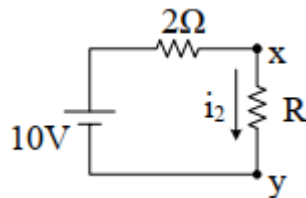
$$i_1 = \frac{10}{2 + 2R} = \frac{5}{1 + R}$$

$$P_1 = 2R \cdot \left(\frac{5}{1 + R}\right)^2$$

Na segunda situação, temos:

$$(R_{eq})'_{AB} = 2R // 2R \Rightarrow \boxed{(R_{eq})'_{AB} = R}$$

Nesta situação, o circuito é:



$$i_2 = \frac{10}{2 + R}$$

$$P_2 = R \cdot \left(\frac{10}{2 + R}\right)^2$$

Do enunciado, sabemos que:

$$P_2 = (1 + 12,5\%) \cdot P_1 \Rightarrow R \cdot \left(\frac{10}{2 + R}\right)^2 = 1,125 \cdot 2R \cdot \left(\frac{5}{1 + R}\right)^2$$

Substituindo 1,125 por 9/8, facilitará nossas contas:

$$\left(\frac{10}{2 + R}\right)^2 = \frac{9}{8} \cdot 2R \cdot \left(\frac{5}{1 + R}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{10}{2 + R}\right)^2 = \frac{9}{4} \cdot R \cdot \left(\frac{5}{1 + R}\right)^2$$

$$\frac{10}{2 + R} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{1 + R}\right)$$

Lembrando que são válidos apenas valores positivos para resistências elétricas. Portanto:

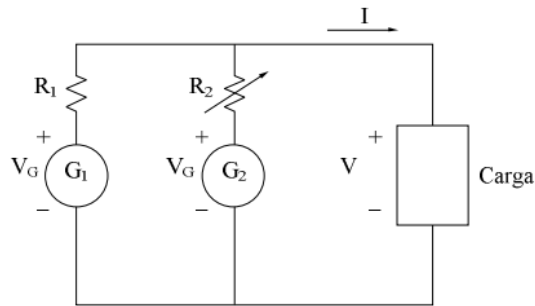
$$\boxed{R = 2 \Omega}$$

**Gabarito: 2 Ω**

**12. (IME – 2011)**





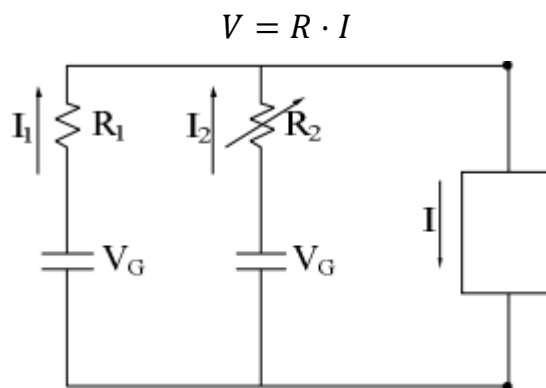


Um sistema composto por dois geradores denominados  $G_1$  e  $G_2$ , cuja tensão de saída é  $V_G$ , é apresentado na figura acima. Este sistema alimenta uma carga que opera com uma tensão  $V$  e demanda da rede uma corrente  $I$ . O valor de  $R_2$  em função de  $R_1$ , de modo que o gerador  $G_2$  atenda 40% da potência da carga, é:

- a)  $1/2R_1$
- b)  $R_1$
- c)  $3/2R_1$
- d)  $2R_1$
- e)  $5/2R_1$

**Comentários:**

Ao colocar a carga no circuito, a corrente que passa pela carga será dada por:



$$V = R \cdot I$$

$$V_G - R_1 \cdot I_1 = V = R \cdot I = V_G - R \cdot I_2$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

Do enunciado, o gerador 1 atende 60% da potência da carga:

$$0,6 \cdot V \cdot I = V \cdot I_1 \Rightarrow 0,6 \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \Rightarrow \boxed{R_2 = \frac{3}{2}R_1}$$

**Gabarito: C**

**13. (IME – 2014 – Adaptada)**



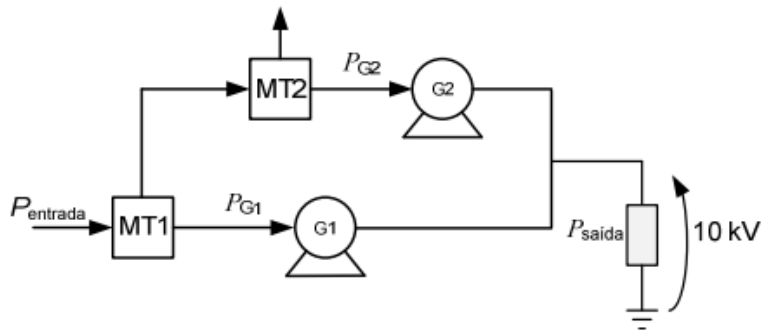


Figura 1

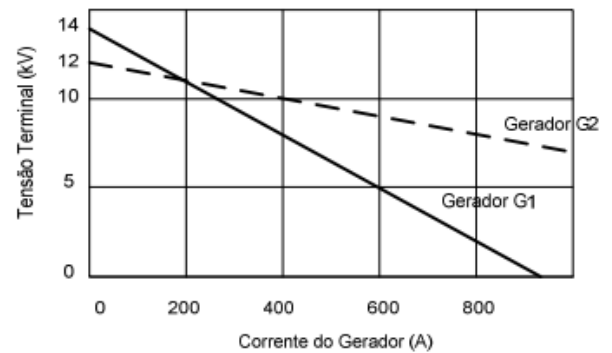


Figura 2

A Figura 1 apresenta a planta de uma usina térmica de ciclo combinado. As saídas das máquinas térmicas 1 e 2 ( $MT1$  e  $MT2$ ) alimentam os geradores  $G1$  e  $G2$ , fornecendo-lhes, respectivamente, as potências  $P_{G1}$  e  $P_{G2}$ . As curvas de **Tensão Terminal** versus **Corrente do Gerador** dos dois geradores são apresentadas na Figura 2. Os dois geradores estão conectados em paralelo fornecendo uma potência de saída ( $P_{saída}$ ) de  $\frac{20000}{3} \text{ kW}$ , com uma tensão de  $10 \text{ kV}$ . Determine:

- a resistência interna de cada gerador;
- o percentual da carga total fornecida por cada gerador;
- a perda na resistência de cada gerador;
- as potências  $P_{G1}$  e  $P_{G2}$  fornecidas aos geradores.

Dados:

- a máquina térmica  $MT1$  opera entre as temperaturas de  $800 \text{ °C}$  e  $300 \text{ °C}$  e o seu rendimento é 35% do rendimento máximo do ciclo de Carnot a ela associado;
- a máquina térmica  $MT2$  opera entre as temperaturas de  $500 \text{ °C}$  e  $50 \text{ °C}$  e o seu rendimento é 40% do rendimento máximo do ciclo de Carnot a ela associado.

Observação:

- considere nos geradores somente as perdas em suas resistências internas.

**Comentários:**

- A partir do gráfico da figura 2, podemos determinar a resistência interna de cada gerador:

$$r_1 = \frac{14 - 5}{600 - 0} \cdot 10^3 \Rightarrow r_1 = 15 \Omega$$

$$r_2 = \frac{12 - 10}{400 - 0} \cdot 10^3 \Rightarrow r_2 = 5 \Omega$$

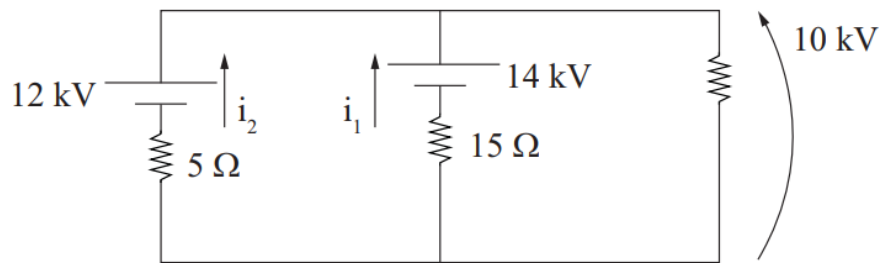
- 



A corrente de saída na carga é determinada a partir da potência nela:

$$\frac{20000}{3} \text{ kW} = (10 \text{ kV}) \cdot i \Rightarrow i = \frac{2000}{3} \text{ A}$$

Pelo fato de os geradores estarem em paralelo, temos:



Pela equação característica do gerador 1, vem:

$$10 \cdot 10^3 = 14 \cdot 10^3 - 15 \cdot i_1 \Rightarrow i_1 = \frac{800}{3} \text{ A}$$

Pela equação característica do gerador 2, temos:

$$10 \cdot 10^3 = 12 \cdot 10^3 - 5 \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = 400 \text{ A}$$

Assim, a porcentagem de carga fornecida pelo gerador 1 é de:

$$\eta_1 = \frac{14 \cdot 10^3 \cdot \frac{800}{3} - 15 \cdot \left(\frac{800}{3}\right)^2}{\frac{20000}{3} \cdot 10^3} \Rightarrow \boxed{\eta_1 = 40\%}$$

Logo, a porcentagem fornecida pelo gerador 2 é de 60%.

c)

A potência dissipada na resistência interna de 1 é igual a:

$$P_{d_1} = 15 \cdot \left(\frac{800}{3}\right)^2 \Rightarrow P_{d_1} = \frac{32}{3} \cdot 10^5 \text{ W}$$

Para o gerador 2:

$$P_{d_2} = 5 \cdot (400)^2 \Rightarrow P_{d_2} = 8 \cdot 10^5 \text{ W}$$

d)

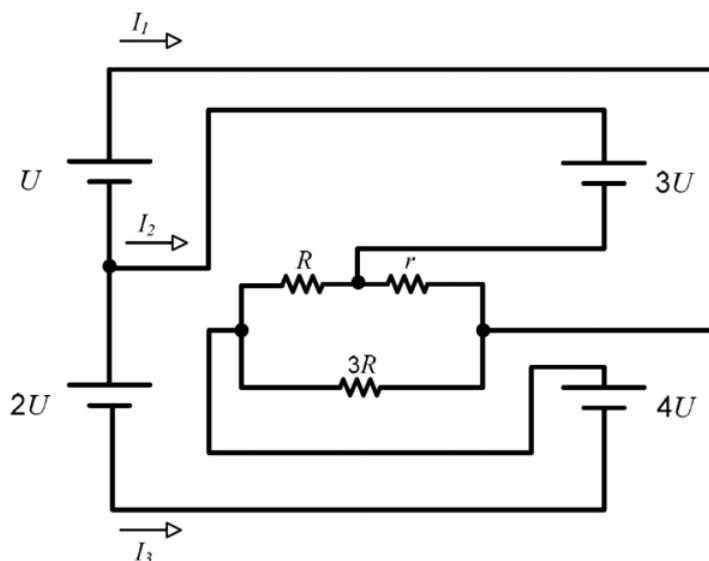
As potências fornecidas aos geradores são de:

$$\begin{cases} P_{G_1} = \mathcal{E}_1 \cdot i_1 \Rightarrow P_{G_1} = 14 \cdot 10^3 \cdot \frac{800}{3} \Rightarrow P_{G_1} = 3,73 \cdot 10^6 \text{ W} \\ P_{G_2} = \mathcal{E}_2 \cdot i_2 \Rightarrow P_{G_2} = 12 \cdot 10^3 \cdot 400 \Rightarrow P_{G_2} = 4,8 \cdot 10^6 \text{ W} \end{cases}$$

**Gabarito:** a)  $r_1 = 15 \Omega$  e  $r_2 = 5 \Omega$  b) 40% e 60% c)  $\frac{32}{3} \cdot 10^5 \text{ W}$  e  $P_{d_2} = 8 \cdot 10^5 \text{ W}$  d)  $P_{G_1} = 3,73 \cdot 10^6 \text{ W}$  e  $P_{G_2} = 4,8 \cdot 10^6 \text{ W}$



14. (IME – 2015)

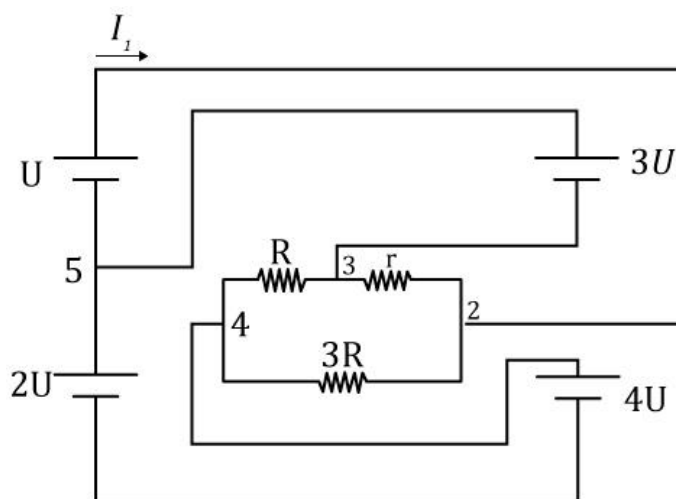


A figura acima apresenta um circuito composto por quatro baterias e três resistores. Sabendo-se que  $I_1$  é  $U$  igual a  $10 \frac{U}{R}$ , determine, em função de  $U$  e  $R$ :

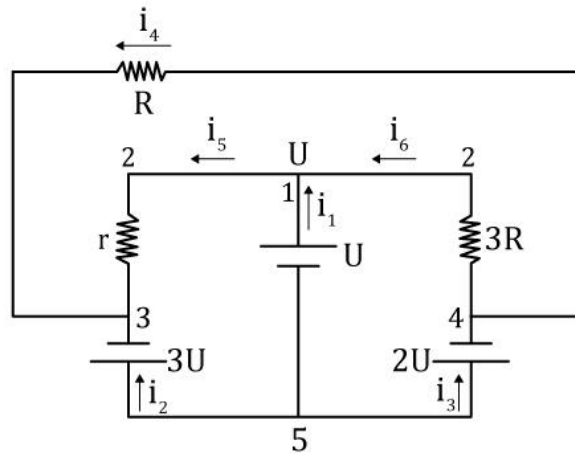
- a resistência  $r$ ;
- o somatório de  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ ;
- a potência total dissipada pelos resistores;
- a energia consumida pelo resistor  $3R$  em 30 minutos.

**Comentários:**

Nomeando os nós e redesenhando o circuito, temos a seguinte equivalência entre os circuitos:



Redesenhando o circuito, temos:



Arbitrando nulo o potencial no nó 5, temos:

$$V_1 = U; V_3 = -3U; V_4 = 2U$$

Portanto:

$$\begin{cases} U_{34} = R \cdot i_4 \Rightarrow i_4 = \frac{5U}{4} \\ U_{13} = R \cdot i_5 \Rightarrow i_5 = \frac{4U}{r} \\ U_{14} = R \cdot i_6 \Rightarrow i_6 = \frac{U}{3R} \end{cases}$$

Aplicando a LKC no nó 1, temos:

$$i_1 + i_6 = i_5$$

$$10 \cdot \frac{U}{R} + \frac{U}{3R} = 4 \cdot \frac{U}{r} \Rightarrow r = \frac{12}{31}R$$

b)

Aplicando LKC nos nós 3 e 4, vem:

$$\begin{cases} i_5 + i_4 + i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = -\frac{5U}{R} - \frac{4U}{\frac{12R}{31}} = -\frac{5U}{R} - \frac{31U}{3R} \Rightarrow i_2 = -\frac{46U}{3R} \\ i_3 = i_4 + i_6 \Rightarrow i_3 = \frac{5U}{R} + \frac{U}{3R} = \frac{16U}{3R} \end{cases}$$

Portanto:

$$i_1 + i_2 + i_3 = \frac{10U}{R} - \frac{46U}{3R} + \frac{16U}{3R} \Rightarrow i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

c)

A potência dissipada pelos resistores é dada por:

$$P_d = R \left( \frac{5U}{R} \right)^2 + 3R \left( \frac{U}{3R} \right)^2 + \frac{12R}{31} \left( \frac{4U}{\frac{12R}{31}} \right)^2$$



$$P_d = \frac{200U^2}{3R}$$

d)

A energia consumida no resistor  $3R$  é de:

$$E_d = P_d \cdot \Delta t \Rightarrow E_d = 3R \cdot \left(\frac{U}{3R}\right)^2 \cdot 1800 \Rightarrow E_d = \frac{600U^2}{R}$$

**Gabarito:** a)  $r = \frac{12}{31}R$  b)  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$  c)  $P_d = \frac{200U^2}{3R}$  d)  $E_d = \frac{600U^2}{R}$

**15. (IME – 2016)**

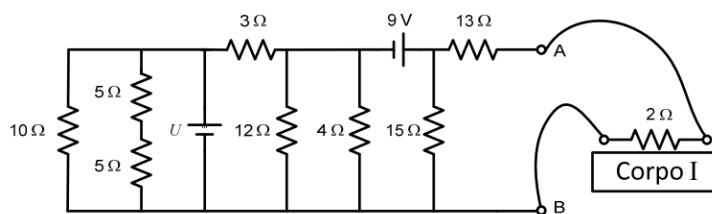


Figura 1

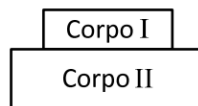


Figura 2

Um circuito elétrico tem uma resistência de  $2\ \Omega$  ligada entre seus terminais A e B. Essa resistência é usada para aquecer o Corpo 1 durante 21 minutos, conforme apresentado na Figura 1. Após ser aquecido, o Corpo 1 é colocado em contato com o Corpo II e a temperatura se estabiliza em  $50^\circ\text{C}$ , conforme apresentado na figura 2.

Determine o valor da fonte de tensão  $U$ .

Dados:

- massa do Corpo I:  $0,4\ \text{kg}$ ;
- massa do Corpo D:  $1,0\ \text{kg}$ ;
- calor específico dos Corpos I e II:  $0,075\ \text{kcal/kg } ^\circ\text{C}$ ;
- temperatura inicial do Corpo I:  $20^\circ\text{C}$ ;
- temperatura inicial do Corpo II:  $30^\circ\text{C}$ .

Considerações:

- $1\ \text{cal} = 4,2\ \text{J}$ ;
- não há perda de calor no sistema.



**Comentários:**

Primeiramente, vamos determinar a potência térmica dissipada no resistor. Para isso, vamos resolver a parte de equilíbrio térmico. A temperatura inicial do corpo 1 é de:

$$m_1 \cdot c \cdot (\theta - 50) = m_2 \cdot c \cdot (50 - 30) \Rightarrow 0,4 \cdot (\theta - 50) = 1 \cdot (50 - 30) \Rightarrow \theta = 100 \text{ }^\circ\text{C}$$

A quantidade de energia recebida pelo corpo 1 é de:

$$Q = 400 \cdot 0,075 \cdot (100 - 20) \Rightarrow Q = 2400 \text{ cal}$$

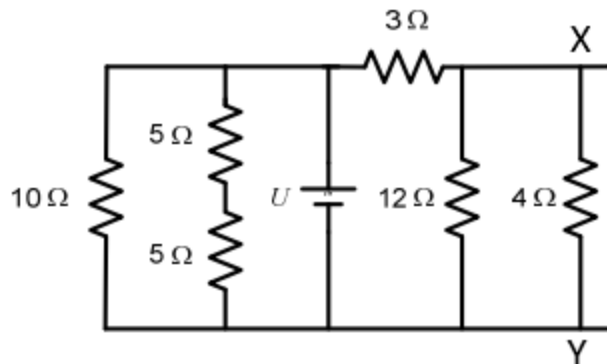
Portanto, a potência dissipada no resistor vale:

$$P = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{2400}{12 \cdot 60} \Rightarrow P = 8 \text{ W}$$

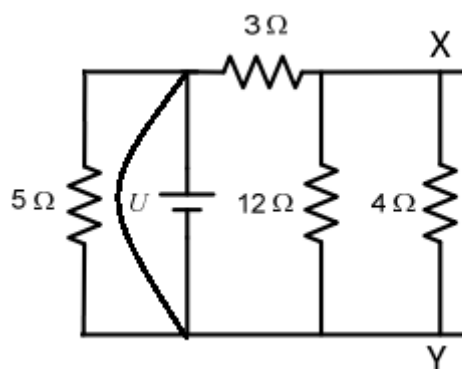
Logo, a corrente no resistor é igual a:

$$P = 2 \cdot i^2 \Rightarrow 8 = 2 \cdot i^2 \Rightarrow i = 2 \text{ A}$$

Podemos aplicar o método de Thévenin entre os pontos X e Y:



Primeiramente, note que ao lado esquerdo da tensão U, o circuito resistivo pode ser simplificado para:



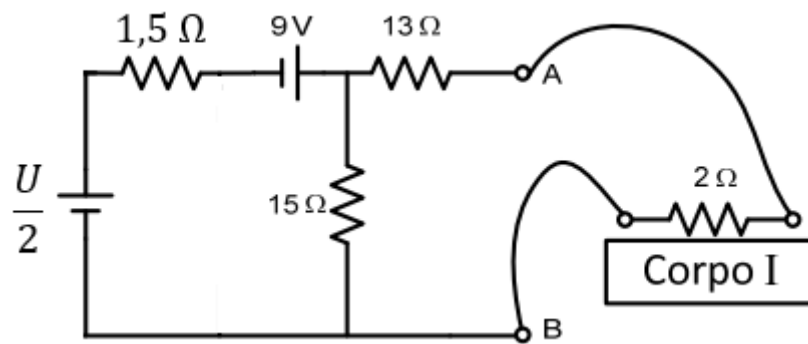
$$r_{th} = 3 // 4 // 12$$

$$r_{th} = 1,5 \text{ } \Omega$$

$$i = \frac{U}{3 + 12 // 4} \Rightarrow i = \frac{U}{6}$$

$$\mathcal{E}_{th} = V_X - V_Y = \frac{U}{6} \cdot (12 // 4) \Rightarrow \mathcal{E}_{th} = \frac{U}{6} \cdot 3 \Rightarrow \mathcal{E}_{th} = \frac{U}{2}$$

Portanto, o circuito pode ser simplificado para:



Como a corrente que passa pelo resistor é de  $2\text{ A}$  e temos  $15\ \Omega // (2\ \Omega + 13\ \Omega)$ , então a corrente que passa pelas fontes é igual a  $4\text{ A}$ . Portanto:

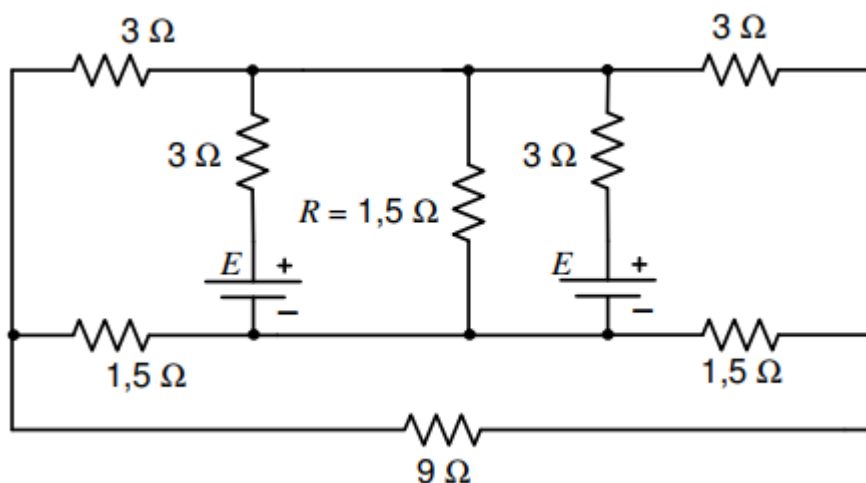
$$\frac{U}{2} - 1,5 \cdot 4 + 9 - 4 \cdot (15 // (2 + 13)) = 0$$

$$U = 2 \cdot 1,5 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 7,5 - 9 \cdot 2$$

$$\boxed{U = 54\text{ V}}$$

**Gabarito: 54 V**

**16. (IME – 2017)**



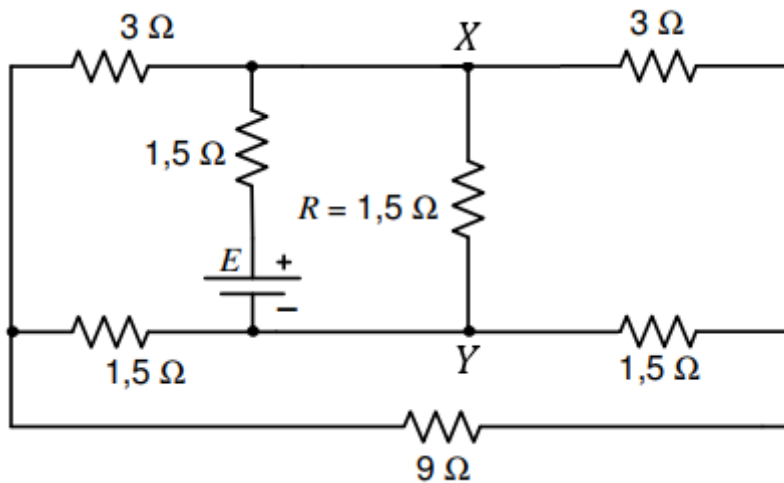
A figura acima apresenta um circuito elétrico composto por duas baterias iguais e oito resistores. Determine o valor das baterias para que a potência elétrica no resistor  $R$  seja igual a  $6\text{ W}$ .

**Comentários:**

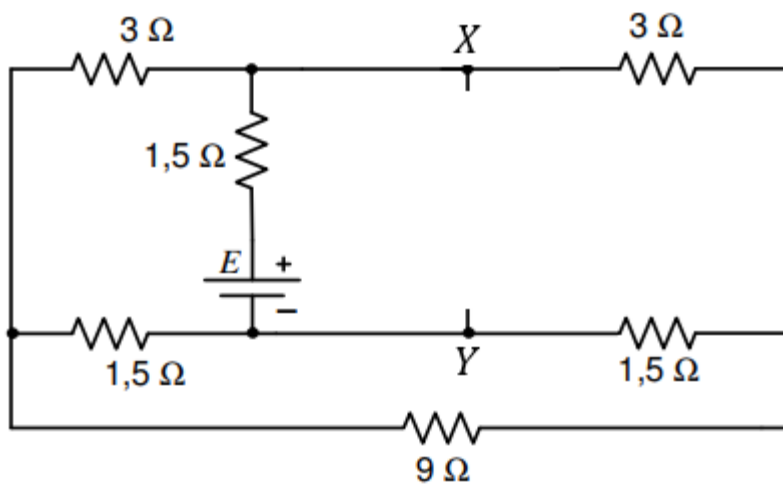
Inicialmente, vamos determinar o gerador equivalente para os dois geradores que estão em paralelo:







Aplicando o método de Thévenin entre X e Y, temos:

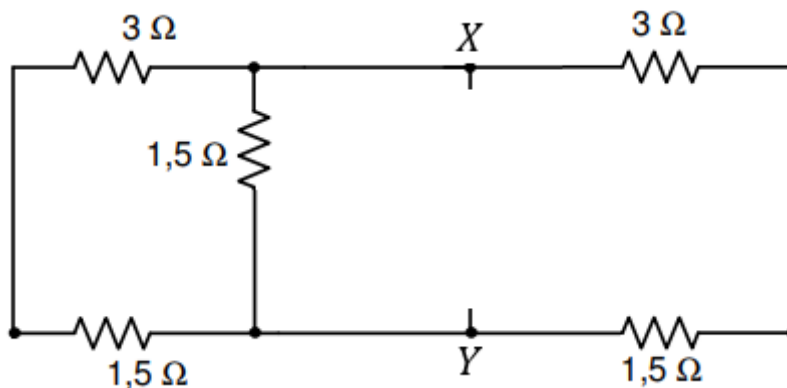


Note que temos uma ponte de Wheatstone equilibrada, isto é, o resistor igual a  $9 \Omega$  pode ser removido e a tensão entre os terminais X e Y é igual a:

$$i = \frac{E}{1,5 + 4,5 // 4,5} \Rightarrow i = \frac{E}{3,75}$$

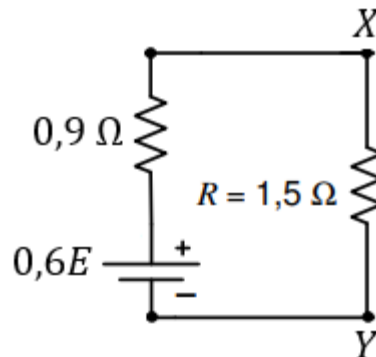
$$U_{XY} = E - 1,5 \cdot \frac{E}{3,75} \Rightarrow \boxed{U_{XY} = 0,6E}$$

Por outro lado, a resistência Thévenin vale:



$$R_{XY} = \frac{2,25 \cdot 1,5}{2,25 + 1,5} \Rightarrow R_{XY} = 0,9 \Omega$$

Observe que nessa situação, o resistor de  $9 \Omega$  também está em curto. Então, o circuito se resume a:



A corrente no circuito é dada por:

$$i = \frac{0,6E}{0,9 + 1,5} \Rightarrow i = \frac{E}{4}$$

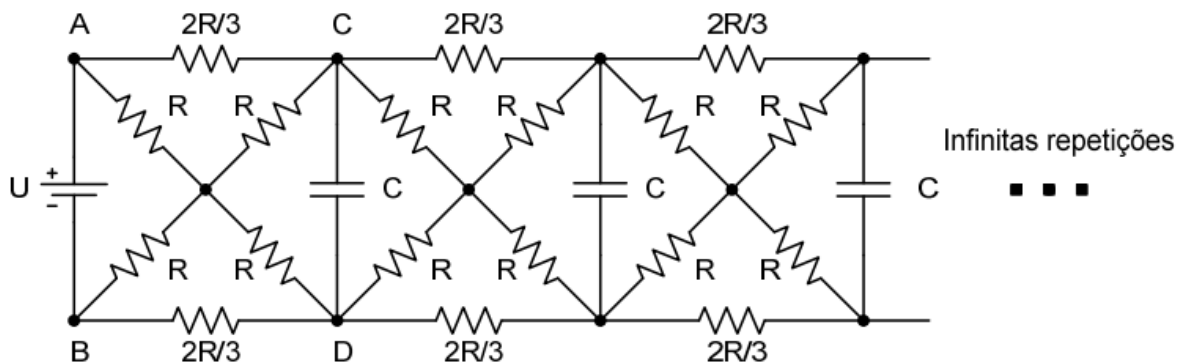
Logo, a potência no resistor  $R$  é dada por:

$$P = R \cdot i^2 \Rightarrow 6 = 1,5 \cdot \left(\frac{E}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{E}{4} = 2 \Rightarrow \boxed{E = 8 V}$$

**Gabarito: 8 V**

### 17. (IME – 2018)

Determine a energia total armazenada pelos capacitores do circuito infinito da figura abaixo.



Dados:

$$R = 3 \Omega$$

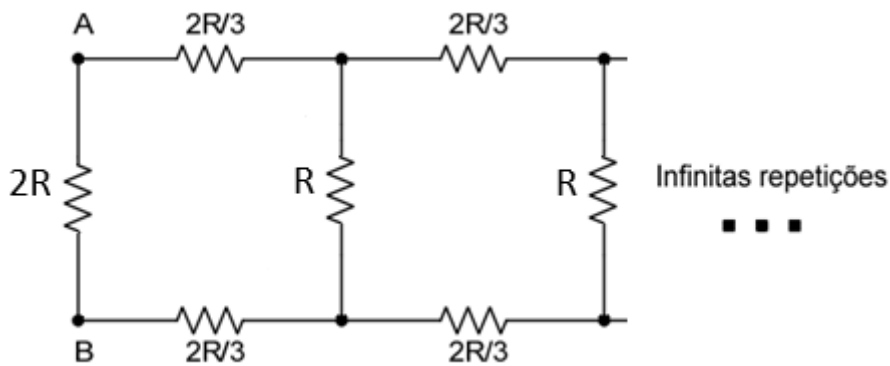
$$U = 8 V$$

$$C = 1 F$$

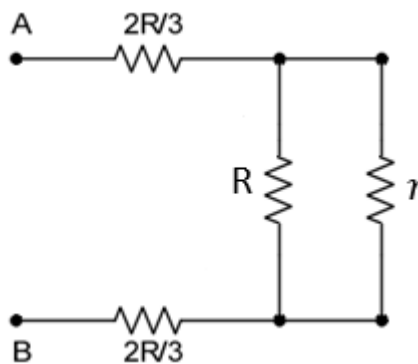
### Comentários:

Para o momento quando os capacitores já são considerados abertos e dada a simetria dos nós, podemos dizer que:





Logo:



Portanto:

$$r = \frac{rR}{r+R} + \frac{4R}{3} \Rightarrow 3r^2 - 4Rr - 4R^2 = 0$$

$$r = 2R = 6 \Omega$$

Logo:

$$R_{AB} = 2R // 2R = 3 \Omega$$

Dessa forma, para cada ramo com capacitor a tensão é proporcional a  $\frac{1}{3}$  da tensão do ramo anterior. Se o conjunto é infinito, então as tensões sobre os capacitores formaram uma PG de razão  $\frac{1}{3}$ .

Para o primeiro capacitor, a energia armazenada é dada por:

$$E_0 = \frac{CU_0^2}{2}$$

Logo, o próximo capacitor irá armazenar uma energia igual a  $\frac{1}{9}$  da anterior, formando uma PG infinita também, de razão  $q = \left(\frac{1}{3}\right)^2$ .

Logo, a energia armazenada por todos os capacitores será dada por:

$$E = \frac{E_0}{1-q} \Rightarrow E = \frac{\frac{CU_0^2}{2}}{1-\frac{1}{9}} \Rightarrow E = \frac{1 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^2}{\frac{8}{9}} \Rightarrow \boxed{E = 4J}$$

**Gabarito: 4 J**



18. (IME – 2019)

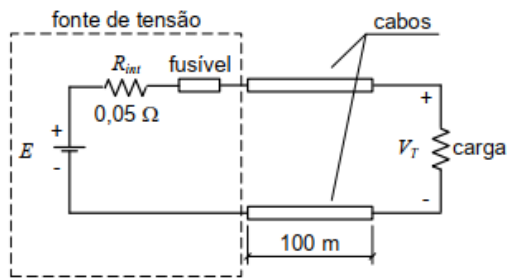


Figura 1

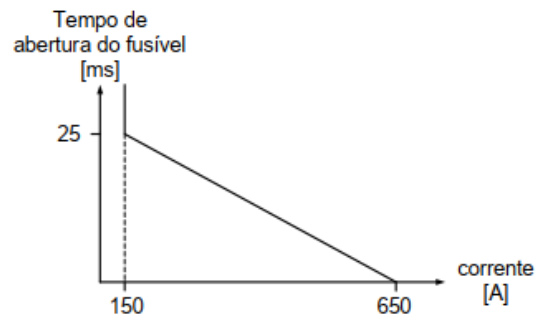


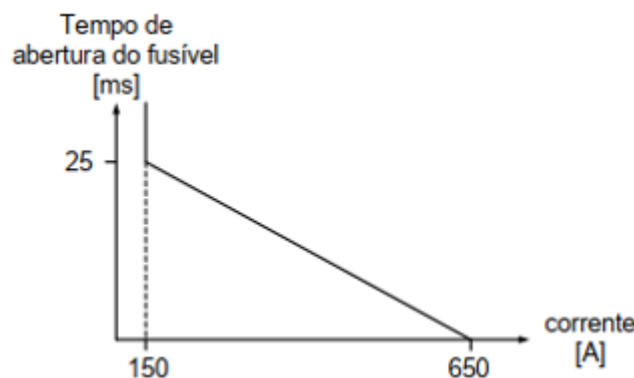
Figura 2

Uma fonte de tensão com tensão interna  $E$  e resistência interna  $R_{int} = 0,05 \Omega$ , protegida por um fusível, alimenta uma carga por meio de dois cabos com resistência linear igual a  $1 \Omega/km$ , como mostra a Figura 1. A Figura 2 mostra a aproximação da reta característica de operação do fusível utilizado na fonte. Inicialmente, a carga que consome  $10 kW$  e opera com tensão terminal  $V_T$  igual a  $100 V$ , mas, subitamente, um curto circuito entre os cabos que alimentam a carga faz com que o fusível se rompa, abrindo o circuito. Sabendo-se que o tempo de abertura do fusível foi de  $1,25 ms$ , a energia total dissipada nos cabos, em joules, durante o período de ocorrência do curto circuito é, aproximadamente:

- a) 41
- b) 55
- c) 73
- d) 90
- e) 98

**Comentários:**

Inicialmente, devemos encontrar a corrente quando o fusível queimou. Pelo gráfico fornecido, podemos encontrar a equação característica do fusível:



$$t = 32,5 - 0,05 \cdot i$$

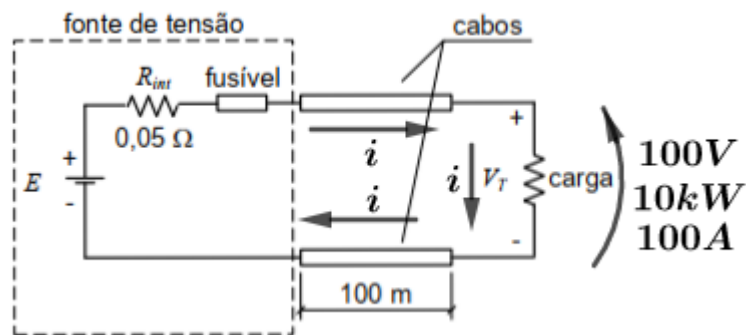
Em que o tempo está em  $ms$ . Como o fusível queima em  $t = 1,25 ms$ , então:

$$1,25 = 32,5 - 0,05 \cdot i$$



$$i = 625 \text{ A}$$

Antes do curto temos a seguinte configuração:

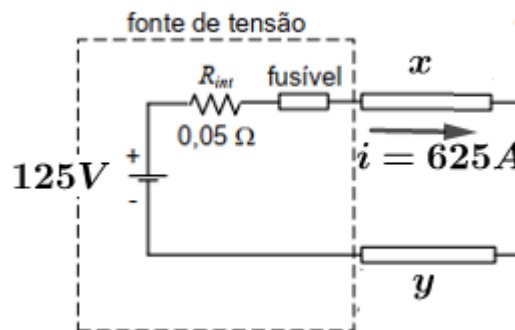


Pela lei das tensões em uma malha fechada, temos:

$$E - i \cdot R_{int} - R_{cabos} \cdot i - V_T = 0 \Rightarrow E = 100 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,100 \cdot 1 \cdot 100 + 100$$

$$E = 125 \text{ V}$$

Após o curto em um ponto qualquer, podemos representar nosso circuito da seguinte forma:



A resistência dos cabos pode ser determinada novamente pela lei das tensões em uma malha fechada:

$$125 - 0,05 \cdot 625 - (R_x + R_y) \cdot 625 = 0$$

$$R_x + R_y = 0,15 \Omega$$

Logo, a energia total dissipada durante o período de curto circuito é de:

$$E = P \cdot \Delta t$$

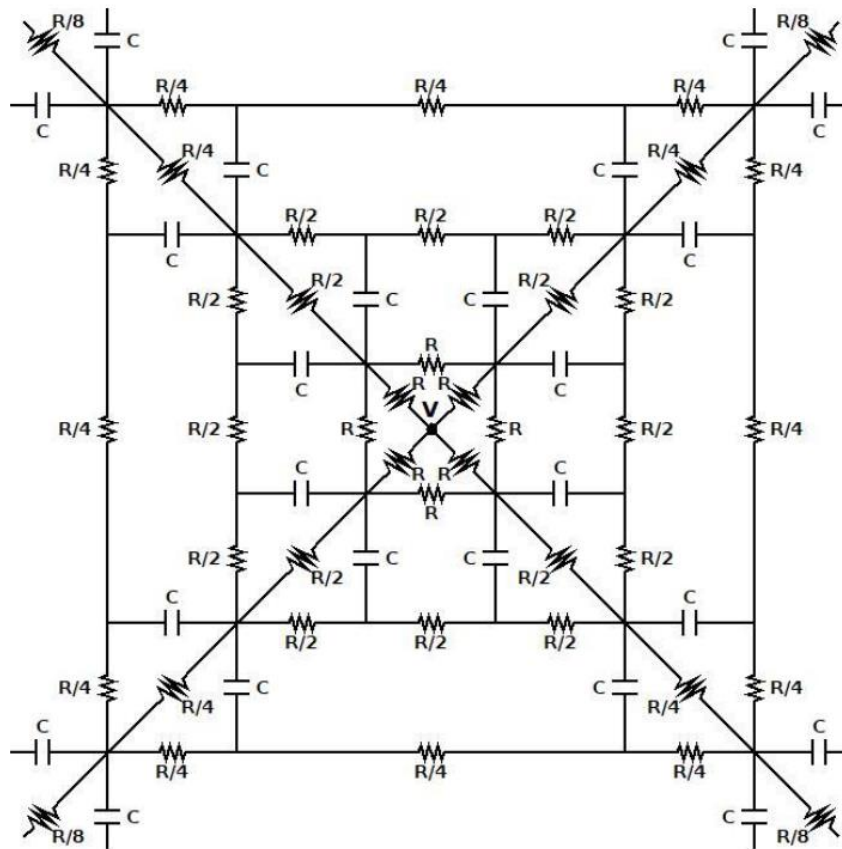
$$E = (R_x + R_y) \cdot i^2 \cdot \Delta t \Rightarrow E = 0,15 \cdot 625^2 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3}$$

$$E \cong 73 \text{ J}$$

**Gabarito: C**

19. (IME – 2019)



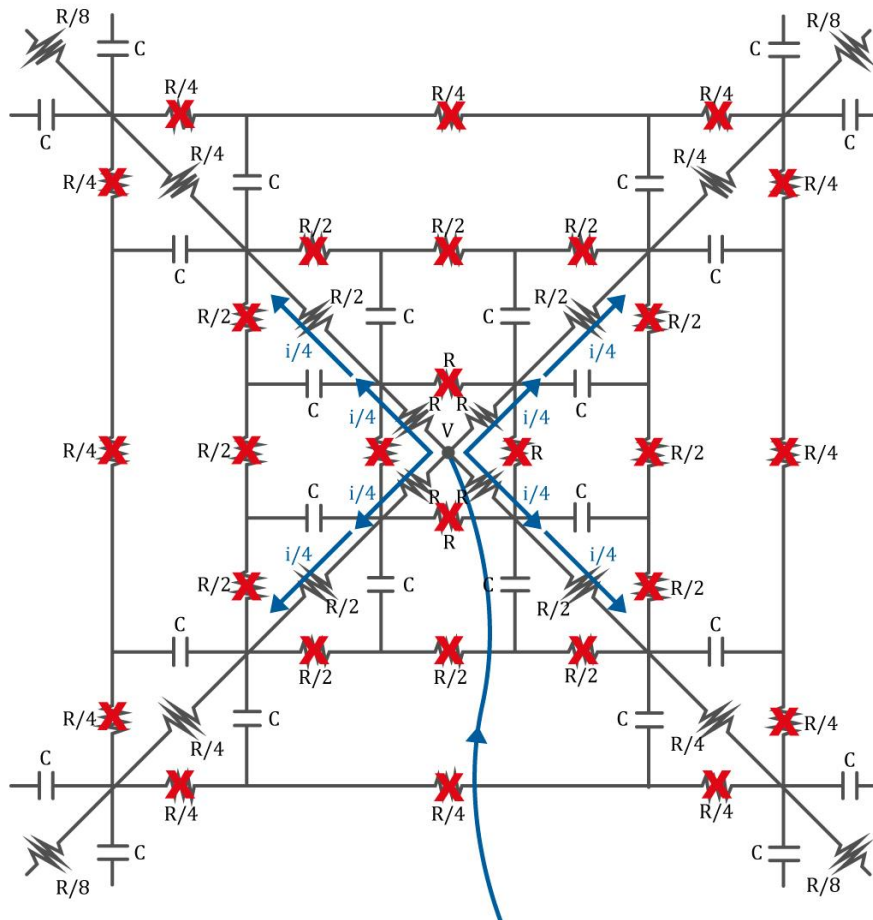


O circuito da figura acima possui potencial  $V > 0$  em seu nó central. Esse circuito estende-se em direção ao infinito, com suas resistências sendo reduzidas à metade, gradativamente, e as capacitâncias todas iguais a  $C$ . Enquanto isso, o potencial vai se reduzindo também em direção ao infinito até atingir o valor nulo. Considerando um tempo infinito de funcionamento do circuito, determine a energia total armazenada nos capacitores.

**Comentários:**

Pela simetria de circuitos, restarão apenas as resistências das diagonais. Os demais estão em curto.





Dessa forma, a resistência equivalente ao longo de uma diagonal é expressa por:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \dots = R \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right)$$

Lembrando que a soma dos termos de uma PG infinita com razão entre 0 e 1 é dada por:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q}$$

Então:

$$R_{eq} = R \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = 2R}$$

Logo, a corrente em uma diagonal é dada por:

$$V - 0 = R_{eq} \cdot i \Rightarrow \boxed{i = \frac{V}{2R}}$$

Dessa forma, a queda de tensão no primeiro resistor de uma diagonal é:

$$V - V_1 = R \cdot i \Rightarrow V - V_1 = R \cdot \frac{V}{2R} \Rightarrow \boxed{V - V_1 = \frac{V}{2}}$$

Para o segundo resistor em uma diagonal, temos:

$$V_1 - V_2 = \frac{R}{2} \cdot i \Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{R}{2} \cdot \frac{V}{2R} \Rightarrow \boxed{V - V_2 = \frac{V}{4}}$$



E assim sucessivamente. Portanto, a energia total armazenada nos capacitores em uma diagonal será igual a:

$$(E_{total})_{diag} = \frac{1}{2}(2C) \left(\frac{V}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}(2C) \left(\frac{V}{8}\right)^2 + \dots$$

$$(E_{total})_{diag} = \frac{1}{2}(2C) \cdot V^2 \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots\right)$$

Novamente, aplicando a soma de PG infinita de razão entre 0 e 1, temos:

$$(E_{total})_{diag} = C \cdot V^2 \left(\frac{\frac{1}{16}}{1 - \frac{1}{4}}\right) = \frac{C \cdot V^2}{12}$$

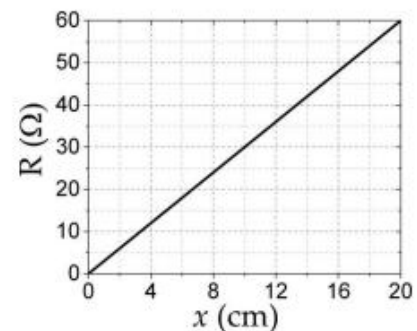
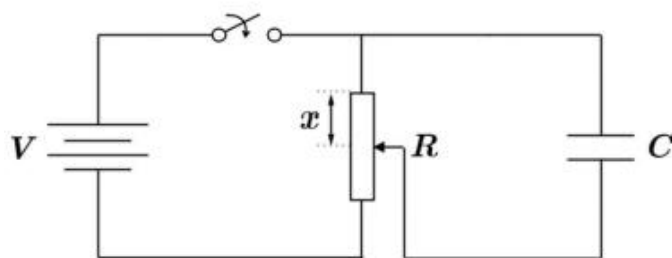
Para as 4 diagonais, a energia total armazenada nos capacitores é de:

$$E_{total} = 4(E_{total})_{diag} \Rightarrow \boxed{E_{total} = \frac{C \cdot V^2}{3}}$$

**Gabarito:**  $\frac{C \cdot V^2}{3}$

## 20. (ITA – 2020 1ª)

Considere o circuito da figura no qual há uma chave elétrica, um reostato linear de comprimento total de 20 cm, uma fonte de tensão  $V = 1,5 \text{ V}$  e um capacitor de capacitância  $C = 10 \mu\text{F}$  conectado a um ponto intermediário do reostato, de modo a manter contato elétrico e permitir seu carregamento. A resistência  $R$  entre uma das extremidades do reostato e o ponto de contato elétrico, a uma distância  $x$ , varia segundo o gráfico ao lado.



Com a chave fechada e no regime estacionário, a carga no capacitor é igual a

- 1,5 mC.
- 75  $\mu\text{C}$ .
- 75x  $\mu\text{C} / \text{cm}$ .
- 15x  $\mu\text{C} / \text{cm}$ .
- 7,5  $\mu\text{C}$ .

### Comentários:

A resistência em função de  $x$  vale:





$$R = \frac{60}{20}x = 3x$$

A resistência total do reostato vale

$$R_T = 3 \cdot 20 = 60\Omega$$

A corrente que circula pelo circuito vale:

$$i = \frac{V}{R_T} = 0,025A$$

A ddp no capacitor vale:

$$U_R = Ri = 3xi = 0,075x$$

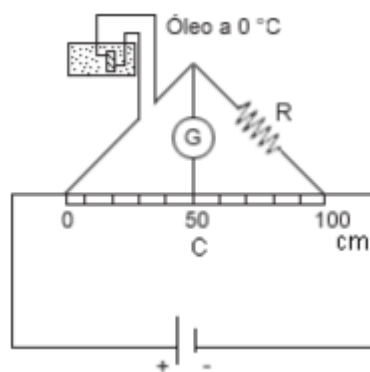
A carga no capacitor vale:

$$Q = CU_R = 75x \frac{\eta C}{cm}$$

**Gabarito: S/A**

### 21. (ITA – 1988)

Uma bobina feita de fio de ferro foi imersa em banho de óleo. Esta bobina é ligada a um dos braços de uma ponte de Wheatstone e quando o óleo se acha a  $0^\circ\text{C}$  a ponte entra em equilíbrio conforme mostra a figura. Se o banho de óleo é aquecido a  $80^\circ\text{C}$ , quantos centímetros, aproximadamente, e em que sentido o contato C deverá ser deslocado para se equilibrar a ponte?



Dados:

Resistividade  $\rho_0 = 10,0 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ .

Coeficiente de temperatura para o ferro a  $0^\circ\text{C} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

- a) 2,4 cm à direita.
- b) 8,3 cm à esquerda.
- c) 8,3 cm à direita.
- d) 41,6 cm à esquerda.
- e) 41,6 cm à direita.

**Comentários:**

Inicialmente, a ponte está equilibrada a 0 °C e, por isso, aplicando a condição de equilíbrio, podemos encontrar a resistência da bobina em função da resistência  $R$ :

$$R_b \cdot (100 - 50) = R \cdot (50 - 0) \Rightarrow \boxed{R_b = R}$$

Quando o óleo é aquecido até 80 °C, a resistividade da bobina é de:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot \Delta\theta) = \rho_0(1 + 5,0 \cdot 10^{-3} \cdot 80) = \rho_0(1 + 0,4) = 1,4\rho_0$$

Considerando desprezíveis as variações de comprimento e área de secção transversal da bobina, podemos dizer que a nova resistência é devida apenas a variação da resistividade:

$$R'_b = \rho \cdot \frac{L_0}{S_0} = 1,4 \cdot \rho_0 \cdot \frac{L_0}{S_0} \Rightarrow R'_b = 1,4 \cdot R_b = 1,4 \cdot R$$

Para a nova posição de equilíbrio da ponte, a partir do 0 da escala da ponte, temos:

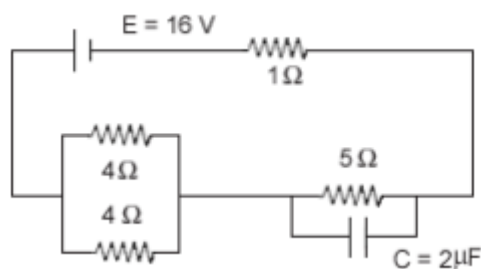
$$R'_b \cdot (100 - x) = R \cdot x \Rightarrow 1,4 \cdot R \cdot (100 - x) = R \cdot x \Rightarrow \boxed{x \cong 58,3 \text{ cm}}$$

Quanto a temperatura era de 0 °C, o ponteiro estava no 50. Agora, à temperatura de 80 °C, para que a ponte fique equilibrada, ele deve ser deslocado para 58,3 cm, isto é, o ponteiro deve deslocar de 8,3 cm para a direita.

**Gabarito: C**

**22. (ITA – 1988)**

Considere o circuito a seguir, em regime estacionário.



Indicando por  $Q$  a carga elétrica nas placas do capacitor  $C$ ; por  $U$  a energia eletrostática armazenada no capacitor  $C$ ; por  $P$  a potência dissipada por efeito Joule, então:

	$Q(C)$	$U(J)$	$P(J/s)$
a)	$-2 \cdot 10^{-5}$	64	18
b)	$+2 \cdot 10^{-5}$	64	64
c)	0	0	32

d)  $2 \cdot 10^{-5}$      $1 \cdot 10^{-4}$     32

e)  $1,1 \cdot 10^{-6}$      $6,3 \cdot 10^{-6}$     18

**Comentários:**

Se o circuito já se encontra no regime estacionário, então o capacitor se comporta como um aberto, isto é, não passa corrente por ele e a ddp sobre ele é a mesma sobre o resistor de  $5 \Omega$ . Dessa forma, basta encontrar a intensidade da corrente elétrica que passa pelo resistor de  $5 \Omega$ . Para isso, vamos determinar a resistência equivalente do circuito:

$$R_{eq} = 1 + 5 + (4//4) \Rightarrow R_{eq} = 6 + 2 \Rightarrow R_{eq} = 8 \Omega$$

Portanto, a corrente no circuito é de:

$$i = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{16}{8} = 2 A$$

Dessa forma a queda de tensão no resistor de  $5 \Omega$  é de:

$$U = 5 \cdot 2 = 10 V$$

Assim, a carga no capacitor é de:

$$Q = C \cdot U \Rightarrow Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \Rightarrow \boxed{Q = 2 \cdot 10^{-5} C}$$

A energia armazenada no capacitor é igual a:

$$E = \frac{Q \cdot U}{2} \Rightarrow E = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 10}{2} \Rightarrow \boxed{E = 1 \cdot 10^{-4} J}$$

A potência dissipada por efeito Joule nos resistores é de:

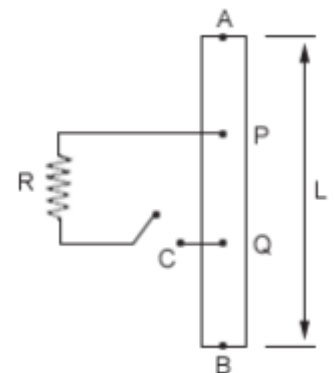
$$P = R_{eq} \cdot i^2 \Rightarrow P = 8 \cdot 2^2 \Rightarrow \boxed{P = 32 W = 32 J/s}$$

**Gabarito: D**

**23. (ITA – 1991)**

Na figura, AB representa um resistor filiforme, de resistência  $r$  e comprimento  $L$ . As distâncias  $AP$  e  $QB$  são  $2L/5$  e  $L/5$ , respectivamente. A resistência  $R$  vale  $0,40r$ . Quando a chave  $C$  está aberta, a corrente constante  $i_0 = 6,00 A$  passa por  $r$ . Quando a chave  $C$  for fechada, considerando a tensão entre  $A$  e  $B$  constante, a corrente que entrará em  $A$  será:

- a) 7,5 A.
- b) 12,0 A.
- c) 4,5 A.
- d) 9,0 A.



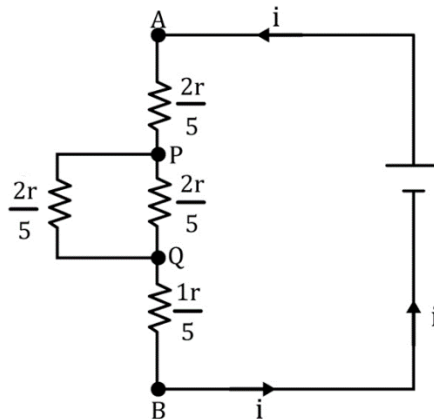
e) indeterminada pois o valor de  $r$  não foi fornecido.

### Comentários:

Quando a chave  $C$  está aberta, ao aplicar uma ddp de valor  $\mathcal{E}$  entre A e B, a corrente que passa pelo resistor filiforme é de:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r} \Rightarrow 6 = \frac{\mathcal{E}}{r} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 6r}$$

Ao fechar a chave  $C$ , pela segunda lei de Ohm, podemos dizer que as resistências ao longo do circuito possuem a seguinte configuração:



Pela Lei de Pouillet (ou LKT nessa única malha), temos:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$$

Em que  $R_{eq}$  é dado por:

$$R_{eq} = \frac{2r}{5} + \frac{r}{5} + \frac{2r}{5} // \frac{2r}{5} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2r}{5} + \frac{r}{5} + \frac{r}{5} = \frac{4r}{5}$$

Portanto:

$$i = \frac{6r}{\frac{4r}{5}} \Rightarrow \boxed{i = 7,5 A}$$

**Gabarito: A**

### 24. (ITA – 1992)



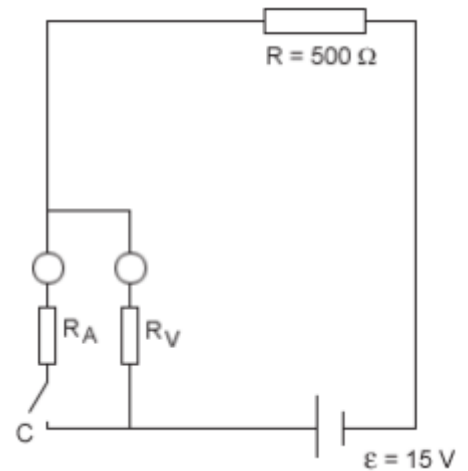
No circuito a seguir  $V$  e  $A$  são voltímetro e um amperímetro respectivamente, com fundos de escala (leitura máxima):

$$FEV = 1 \text{ V e } R_V = 1000 \Omega$$

$$FEA = 30 \text{ mA e } R_A = 5 \Omega$$

Ao se abrir a chave  $C$ :

- a) o amperímetro terá leitura maior que 30 mA e pode se danificar.
- b) o voltímetro indicará 0 V.
- c) o amperímetro não alterará sua leitura.
- d) o voltímetro não alterará sua leitura.
- e) o voltímetro terá leitura maior que 1 V e pode se danificar.



### Comentários:

Quando a chave  $C$  está fechada, a resistência  $R_V \gg R_A$ , portanto  $R_V // R_A \cong R_A$ . Mas  $R_A \ll R$ . Portanto, a resistência equivalente do circuito é praticamente  $R$ . Com isso, a corrente que passa pelo amperímetro é dada por:

$$i = \frac{15}{500} = 0,03 \text{ A}$$

Note que a corrente passa toda pelo amperímetro, já que  $R_V \gg R_A$ . Dessa forma, o voltímetro marca aproximadamente zero volts.

Quando a chave  $C$  é aberta, o amperímetro passa a indicar zero, pois não passa mais corrente por ele (o circuito está aberto neste ramo). Por outro lado, a corrente no circuito é dada por:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_V + R} = \frac{15}{1000 + 500} = 0,01 \text{ A}$$

Portanto, a queda de tensão em  $R_V$  é de:

$$U_V = R_V \cdot i = 1000 \cdot 0,01 = 10 \text{ V}$$

Sendo assim, quando abrimos a chave  $C$ , a leitura do amperímetro cai de 0,03 A para zero e a do voltímetro sobe de zero para 10 V e, portanto, pode danificar o voltímetro que possui fundo de escala igual a 1V.

**Gabarito: E**

25. (ITA – 1993)

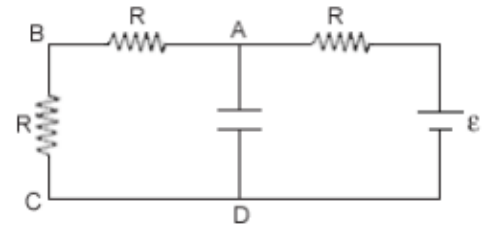


No circuito a seguir vamos considerar as seguintes situações:

I. não existe qualquer alteração no circuito.

II. o trecho BC é curto-circuitado por um fio condutor.

Para ambas as situações, quanto vale a diferença de potencial entre os pontos AD?

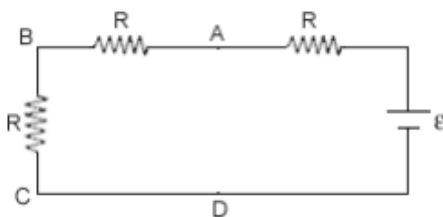


- |    | I.                        | II.                       |
|----|---------------------------|---------------------------|
| a) | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ | $V_{AD} = \varepsilon/3$  |
| b) | $V_{AD} = \varepsilon/3$  | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ |
| c) | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ | $V_{AD} = \varepsilon/2$  |
| d) | $V_{AD} = \varepsilon/2$  | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ |
| e) | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ | $V_{AD} = 2\varepsilon/3$ |

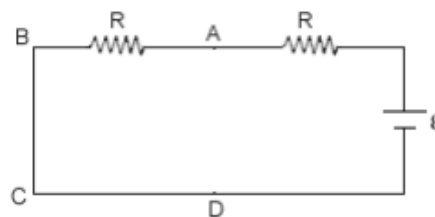
### Comentários:

Para as duas situações, temos os respectivos circuitos:

#### Situação I.



#### Situação II.



Primeira situação:

$$V_{AD} = 2R \cdot i = 2R \cdot \frac{\varepsilon}{3R} \Rightarrow \boxed{V_{AD} = \frac{2\varepsilon}{3}}$$

Segunda situação:

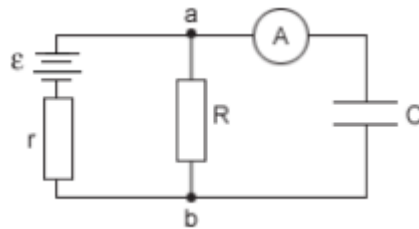
$$V_{AD} = R \cdot i' = R \cdot \frac{\varepsilon}{2R} \Rightarrow \boxed{V_{AD} = \frac{\varepsilon}{2}}$$

**Gabarito: C**



### 26. (ITA – 1997)

No circuito mostrado na figura abaixo, a força eletromotriz da bateria é  $\mathcal{E} = 10\text{ V}$  e a sua resistência interna é  $r = 1,0\ \Omega$ . Sabendo que  $R = 4,0\ \Omega$  e  $C = 2,0\ \mu\text{F}$ , e que o capacitor já se encontra totalmente carregado, considere as seguintes afirmações:



- I. a indicação no amperímetro é de 0 A.
- II. a carga armazenada no capacitor é  $16\ \mu\text{C}$ .
- III. a tensão entre os pontos a e b é  $2,0\text{ V}$ .
- IV. a corrente na resistência  $R$  é  $2,5\text{ A}$ .

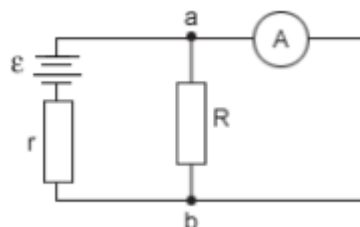
Das afirmativas mencionadas, é (são) correta(s):

- a) apenas I.
- b) I e II.
- c) I e IV.
- d) II e III.
- e) II e IV.

#### Comentários:

Devido ao fato de o capacitor está completamente carregado, o regime permanente já está estabelecido, então a corrente no ramo do capacitor-amperímetro deve ser nula. Portanto, este ramo do circuito é considerado um aberto.

Precisamos calcular a ddp entre os terminais a e b. Para isso, vamos calcular a resistência equivalente do circuito que restou:



$$R_{eq} = R + r = 4,0 + 1,0 = 5,0\ \Omega$$

Portanto, a corrente no circuito é de:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{10}{5,0} = 2,0\text{ A}$$

Então, a ddp entre os terminais a e b é dada por:

$$U_{ab} = R \cdot i = 4,0 \cdot 2,0 = 8,0 \text{ V}$$

Esta ddp é a mesma sobre os terminais do capacitor. Portanto, a carga do capacitor é igual a:

$$Q = C \cdot U_{ab} \Rightarrow Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \Rightarrow \boxed{Q = 16 \mu\text{C}}$$

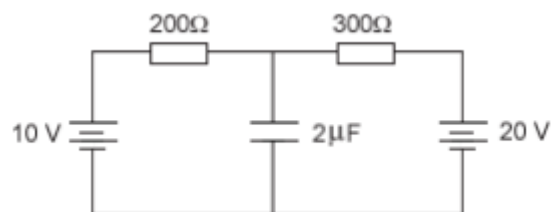
Portanto, estão corretos os itens I e II, e estão falsos os itens III e IV.

**Gabarito: B**

**27. (ITA – 1998)**

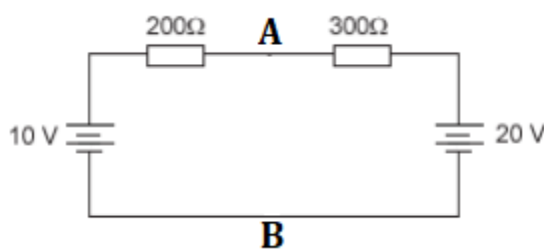
Duas baterias, de *f. e. m.* de 10 V e 20 V respectivamente, estão ligadas a duas resistências de 200 Ω e 300 Ω e com um capacitor de 2 μF, como mostra a figura. Sendo  $Q_C$  a carga do capacitor e  $P_d$  a potência total dissipada depois de estabelecido o regime estacionário, conclui-se que:

- a)  $Q_C = 14 \mu\text{C}; P_d = 0,1 \text{ W}$ .
- b)  $Q_C = 28 \mu\text{C}; P_d = 0,2 \text{ W}$ .
- c)  $Q_C = 28 \mu\text{C}; P_d = 10 \text{ W}$ .
- d)  $Q_C = 32 \mu\text{C}; P_d = 0,1 \text{ W}$ .
- e)  $Q_C = 32 \mu\text{C}; P_d = 0,2 \text{ W}$ .



**Comentários:**

Se o capacitor está em regime permanente, então ele se comporta como um aberto no circuito e, assim, temos uma nova configuração no circuito:



Pela lei de Pouillet, temos:

$$i = \frac{20 - 10}{200 + 300} \Rightarrow \boxed{i = 2 \cdot 10^{-2} \text{ A}}$$

Dessa forma, a ddp entre os terminais do capacitor será dada por:

$$U_C = V_A - V_B = 20 - 300 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 14 \text{ V}$$

Portanto:

$$Q = C \cdot U \Rightarrow Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 14 \Rightarrow \boxed{Q = 28 \mu\text{C}}$$



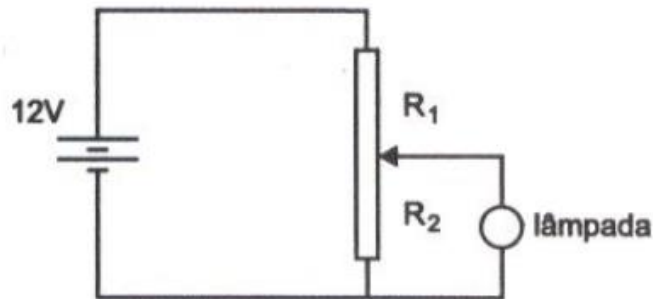


$$P_d = 500 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 \Rightarrow \boxed{P_d = 0,2 \text{ W}}$$

**Gabarito: B**

**28. (ITA – 1999)**

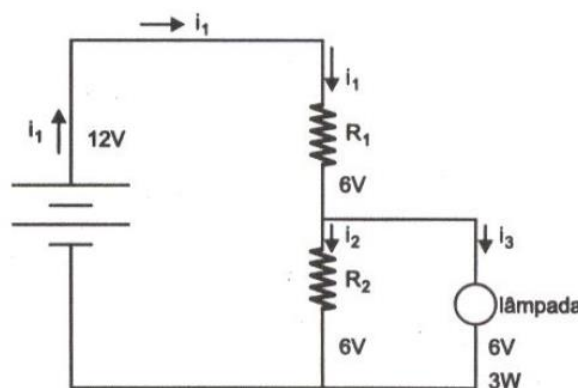
A força eletromotriz (*f. e. m.*) da bateria do circuito abaixo é de 12 V. O potenciômetro possui uma resistência total de 15 Ω e pode ser percorrido por uma corrente máxima de 3 A. As correntes que devem fluir pelos resistores  $R_1$  e  $R_2$ , para ligar uma lâmpada projetada para funcionar em 6 V e 3 W, são, respectivamente:



- a) iguais a 0,50 A.
- b) de 1,64 A e 1,14 A.
- c) de 2,00 A e 0,50 A.
- d) de 1,12 A e 0,62 A.
- e) de 2,55 A e 0,62 A.

**Comentários:**

De acordo com o circuito, temos a seguinte divisão das correntes:



Para a lâmpada funcionar com 6 V e 3 W, a corrente que deve passar por ela é de:

$$P = U \cdot i_3 \Rightarrow 3 = 6 \cdot i_3 \Rightarrow \boxed{i_3 = 0,5 \text{ A}}$$

Mas, pela continuidade da corrente elétrica, temos que:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Em que  $i_2$  e  $i_3$  podem ser expressos pela primeira lei de Ohm:



$$i_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{6}{R_2} \text{ e } i_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{6}{R_1}$$

Substituindo na equação das correntes, vem:

$$\frac{6}{R_1} = \frac{6}{R_2} + 0,5$$

Como  $R_1 + R_2 = 15 \Omega$ , então:

$$\frac{6}{15 - R_2} = \frac{6}{R_2} + 0,5 \Rightarrow R_2^2 + 9R_2 - 180 = 0 \Rightarrow \boxed{R_2 = 9,65 \Omega}$$

Portanto:

$$R_1 = 15 - R_2 \Rightarrow \boxed{R_1 = 5,35 \Omega}$$

Assim, as correntes são de:

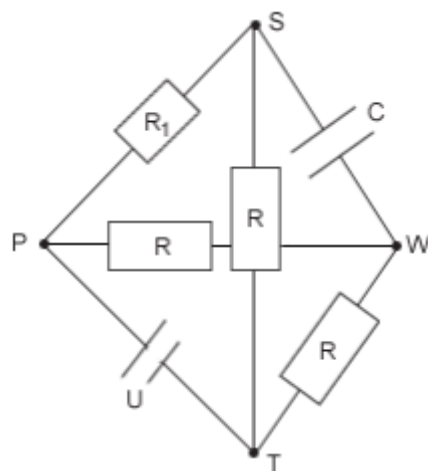
$$i_1 = \frac{6}{R_1} = \frac{6}{5,35} \Rightarrow \boxed{i_1 = 1,12 \text{ A}}$$

$$i_2 = \frac{6}{R_2} = \frac{6}{9,65} \Rightarrow \boxed{i_2 = 0,62 \text{ A}}$$

**Gabarito: D**

### 29. (ITA – 2001)

Considere o circuito da figura, assentado nas arestas de um tetraedro, construído com 3 resistores de resistência  $R$ , um resistor de resistência  $R_1$ , uma bateria de tensão  $U$  e um capacitor de capacitância  $C$ . O ponto  $S$  está fora do plano definido pelos pontos  $P$ ,  $W$  e  $T$ . Supondo que o circuito esteja em regime estacionário, pode-se afirmar que:

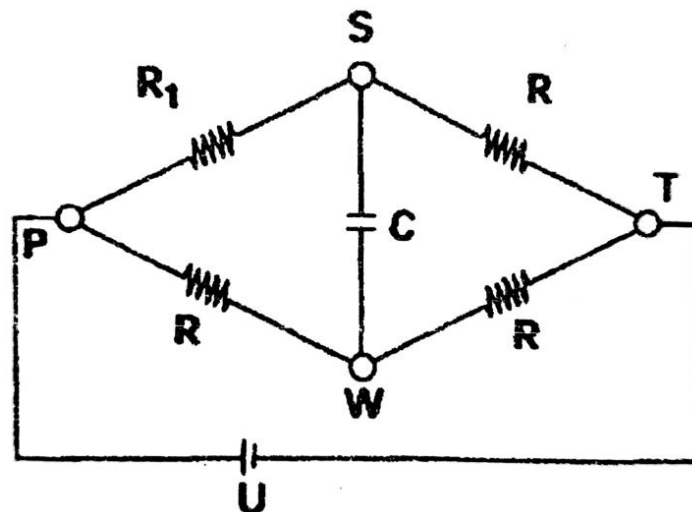


- a) a carga elétrica no capacitor é de  $2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , se  $R_1 = 3R$ .
- b) a carga elétrica no capacitor é nula, se  $R_1 = R$ .
- c) a tensão entre os pontos  $W$  e  $S$  é de  $2,0 \text{ V}$ , se  $R_1 = 3R$ .
- d) a tensão entre os pontos  $W$  e  $S$  é de  $16 \text{ V}$ , se  $R_1 = 3R$ .
- e) nenhuma das respostas acima é correta.



**Comentários:**

Redesenhando o circuito, temos:



Se o capacitor se encontra em regime estacionário, a corrente por S-W é nula, ou seja, a ponte está equilibrada, então:

$$R_1 \cdot R = R \cdot R \Rightarrow \boxed{R_1 = R}$$

**Gabarito: B**

**30. (ITA – 2002)**

Numa prática de laboratório, um estudante conectou uma bateria a uma resistência, obtendo uma corrente  $i_1$ . Ligando em série mais uma bateria, idêntica à primeira, a corrente passa ao valor  $i_2$ . Finalmente, ele liga as mesmas baterias em paralelo e a corrente que passa pelo dispositivo toma-se  $i_3$ . Qual das alternativas abaixo expressa uma relação existente entre as correntes  $i_1$ ,  $i_2$ , e  $i_3$ ?

- a)  $i_2 \cdot i_3 = 2i_1 \cdot (i_2 + i_3)$
- b)  $2i_2 \cdot i_3 = i_1 \cdot (i_2 + i_3)$
- c)  $i_2 \cdot i_3 = 3i_1 \cdot (i_2 + i_3)$
- d)  $3i_2 \cdot i_3 = i_1 \cdot (i_2 + i_3)$
- e)  $3i_2 \cdot i_3 = 2i_1 \cdot (i_2 + i_3)$

**Comentários:**

Para cada situação, temos as seguintes correntes:

$$i_1 = \frac{\varepsilon}{R + r}, i_2 = \frac{2\varepsilon}{R + 2r}, i_3 = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{2}}$$



Em que  $\mathcal{E}$  é a força eletromotriz de cada bateria,  $R$  a resistência na qual são conectadas as baterias e  $r$  a resistência interna das baterias.

Agora, basta fazer manipulações algébricas para encontrar uma relação entre as correntes.

Note que em todas as afirmativas aparece o termo  $i_2 + i_3$ , então, vamos calcular esse termo.

$$i_2 + i_3 = \frac{2\mathcal{E}}{R + 2r} + \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{2}} \Rightarrow i_2 + i_3 = \frac{3 \cdot \mathcal{E} \cdot (R + r)}{(R + 2r) \cdot \left(R + \frac{r}{2}\right)}$$

Agora, note que  $i_2 \cdot i_3$ , também aparece nas alternativas. Então:

$$i_2 \cdot i_3 = \frac{2\mathcal{E}}{R + 2r} \cdot \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{2}} \Rightarrow i_2 \cdot i_3 = \frac{2\mathcal{E}^2}{(R + 2r) \cdot \left(R + \frac{r}{2}\right)}$$

Se chamarmos  $i_2 + i_3$  de  $A$  e  $i_2 \cdot i_3$  de  $B$ , dado o jeito das alternativas, temos que:

$$B = K \cdot A$$

Então, precisamos encontrar quem é  $K$ , então:

$$\frac{2\mathcal{E}^2}{(R + 2r) \cdot \left(R + \frac{r}{2}\right)} = K \cdot \frac{3 \cdot \mathcal{E} \cdot (R + r)}{(R + 2r) \cdot \left(R + \frac{r}{2}\right)} \Rightarrow 2 \cdot \mathcal{E} = K \cdot 3(R + r) \Rightarrow K = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{2}{3} \cdot i_1$$

Portanto:

$$i_2 \cdot i_3 = \frac{2}{3} \cdot i_1 \cdot (i_2 + i_3)$$

Ou seja:

$$\boxed{3i_2 \cdot i_3 = 2i_1 \cdot (i_2 + i_3)}$$

**Gabarito: E**

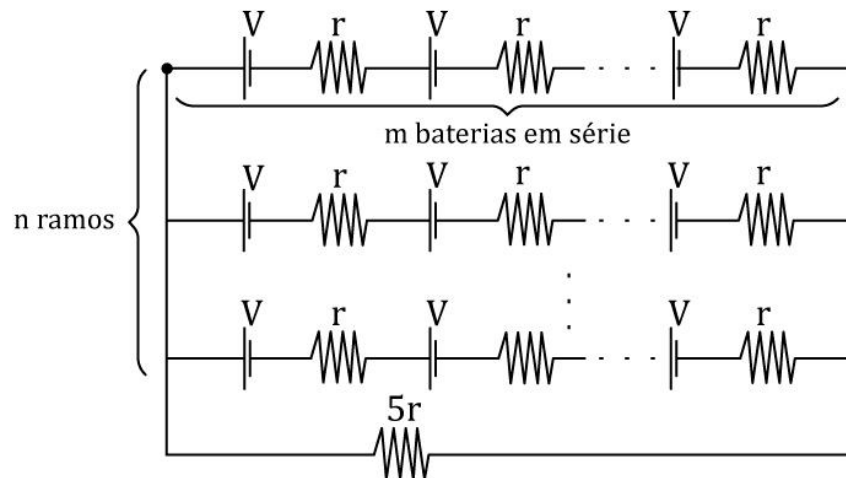
### 31. (ITA – 2002)

Você dispõe de um dispositivo de resistência  $R = 5r$ , e de 32 baterias idênticas, cada qual com resistência  $r$  e força eletromotriz  $V$ . Como seriam associadas as baterias, de modo a obter a máxima corrente que atrevesse  $R$ ? Justifique.

#### Comentários:

Devemos associar as baterias de tal maneira que formem braços iguais de ramos em paralelo. Tomando-se  $n$  ramos em paralelo, cada um contendo  $m$  baterias associadas em série, de modo que  $m \cdot n = 32$ , temos a seguinte configuração:





Dessa forma, a corrente será dada por:

$$m \cdot V = \left( m \cdot \frac{r}{n} + R \right) \cdot i \Rightarrow i = \frac{m \cdot V}{\frac{mr}{n} + 5r}$$

Mas  $m = \frac{32}{n}$ , então:

$$i = \frac{\frac{32}{n} \cdot V}{\frac{32r}{n^2} + 5r} \Rightarrow i = \frac{32}{\frac{32}{n} + 5n} \cdot \frac{V}{r}$$

Como  $n$  e  $m$  são naturais, podemos ir variando  $n$  de tal forma a minimizar o denominador para obter o máximo valor de  $i$ . Para isso, vamos criar a seguinte tabela:

$n$	$\frac{32}{n} + 5n$	$i$
1	37	$\frac{32V}{37r}$
2	26	$\frac{32V}{26r}$
4	28	$\frac{32V}{28r}$
8	44	$\frac{32V}{44r}$
16	82	$\frac{32V}{82r}$
32	161	$\frac{32V}{161r}$



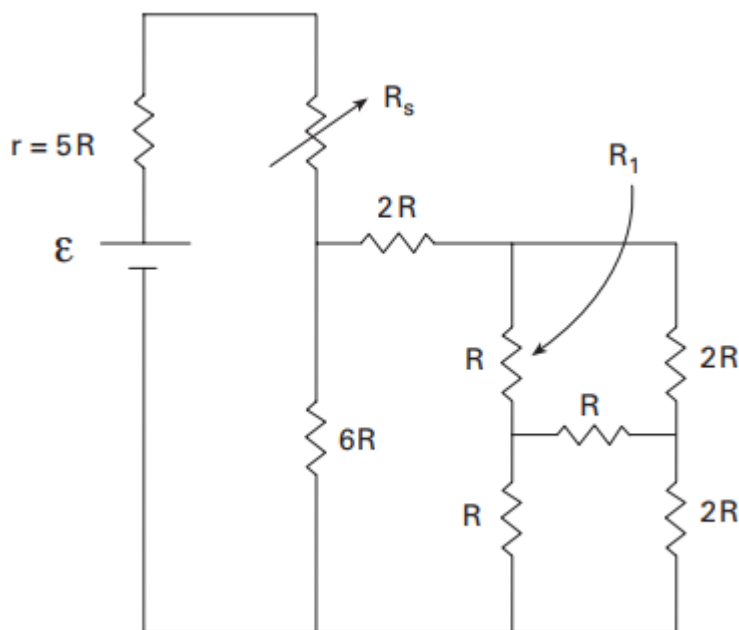
Portanto, a configuração que permite a maior passagem de corrente é aquela que associa dois ramos em paralelo de 16 baterias cada e conecta-se o gerador obtido aos terminais da resistência  $5r$ .

Existem outras ligações que podem resultar em correntes maiores, entretanto, os desgastes das baterias seriam desiguais, o que não é preferível na prática.

**Gabarito: vide comentários.**

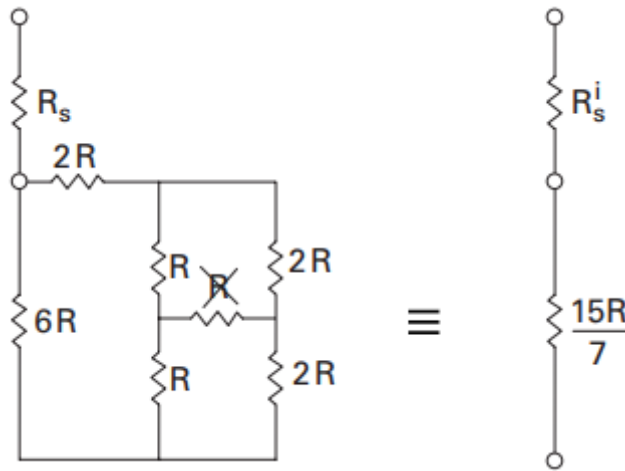
### 32. (ITA – 2003)

Um gerador de força eletromotriz  $\mathcal{E}$  e resistência interna  $r = 5R$  está ligado a um circuito conforme mostra a figura. O elemento  $R_s$  é um reostato, com resistência ajustada para que o gerador transfira máxima potência. Em um dado momento o resistor  $R_1$  é rompido, devendo a resistência do reostato ser novamente ajustada para que o gerador continue transferindo máxima potência. Determine a variação da resistência do reostato, em termos de  $R$ .



#### Comentários:

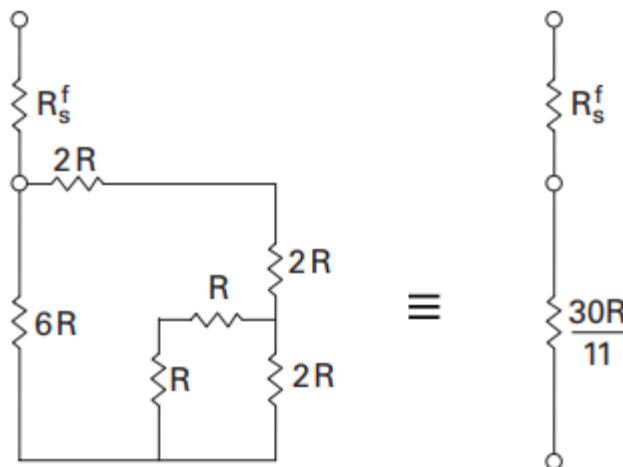
Sabemos que o gerador transfere a máxima potência quando o circuito externo resistivo tem resistência igual à do gerador. Na primeira situação, temos:



Portanto:

$$5R = R_s^i + \frac{15R}{7} \Rightarrow R_s^i = \frac{20R}{7}$$

Segunda situação:



Logo:

$$5R = R_s^f + \frac{30R}{11} \Rightarrow R_s^f = \frac{25R}{11}$$

Sendo assim, a variação na resistência do reostato é de:

$$\Delta R_s = R_s^f - R_s^i \Rightarrow \Delta R_s = \frac{25R}{11} - \frac{20R}{7} \Rightarrow \Delta R_s = -\frac{45R}{77}$$

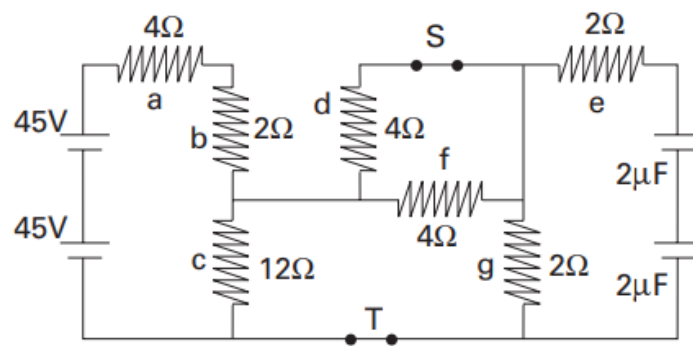
**Gabarito:**  $\Delta R_s = -\frac{45R}{77}$

### 33. (ITA – 2004)

O circuito elétrico mostrado na figura é constituído por dois geradores ideais, com  $45\text{ V}$  de força eletromotriz, cada um; dois capacitores de capacitâncias iguais a  $2\ \mu\text{F}$ ; duas chaves  $S$  e



$T$  e sete resistores, cujas resistências estão indicadas na figura. Considere que as chaves  $S$  e  $T$  se encontram inicialmente fechadas e que o circuito está no regime estacionário.

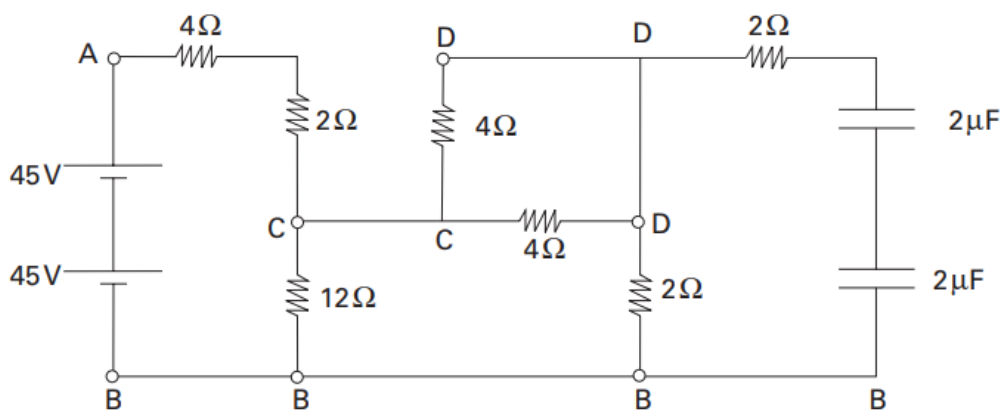


Assinale a opção correta.

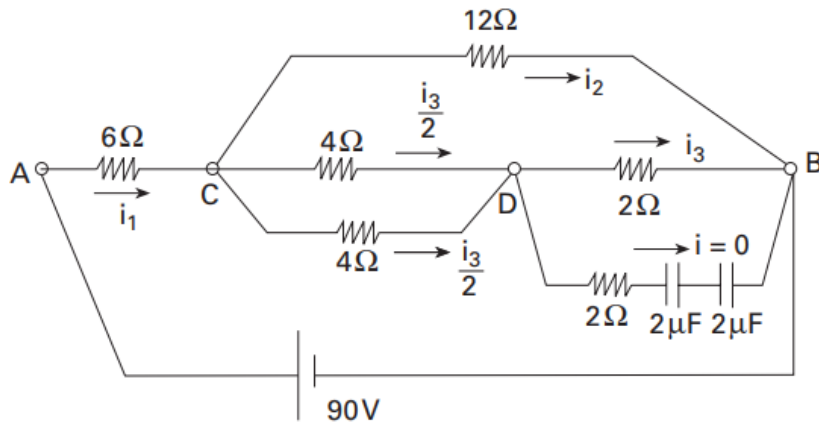
- a) A corrente através do resistor  $d$  é de  $7,5A$ .
- b) A diferença de potencial em cada capacitor é de  $15V$ .
- c) Imediatamente após a abertura da chave  $T$ , a corrente através do resistor  $g$  é de  $3,75A$ .
- d) A corrente através do resistor  $e$ , imediatamente após a abertura simultânea das chaves  $S$  e  $T$ , é de  $1,0A$ .
- e) A energia armazenada nos capacitores é de  $6,4 \cdot 10^{-4} J$ .

**Comentários:**

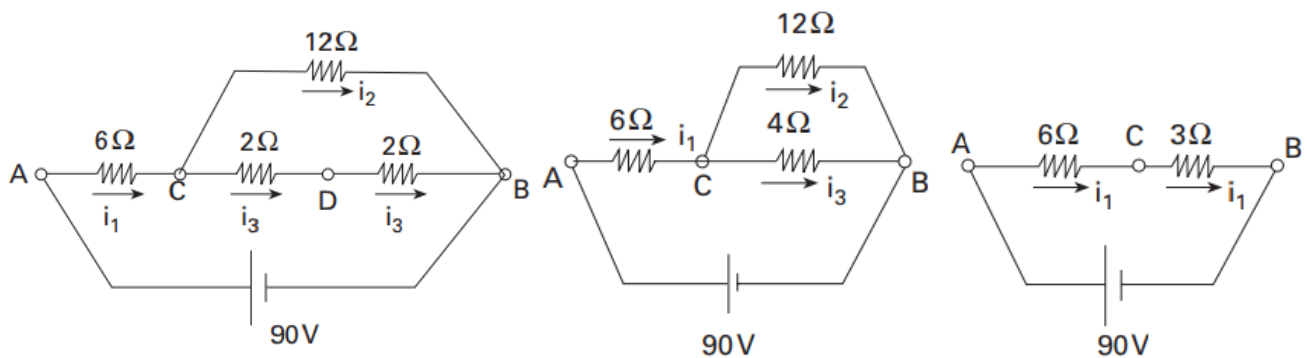
Dado que os capacitores estão no regime permanente, sabemos que no ramo que os contém a corrente será nula e eles se comportam como um aberto. Portanto, podemos redesenhar o circuito da seguinte forma:







Simplificando o circuito, temos:



Assim, a corrente  $i_1$  é de  $i_1 = \frac{90}{6+3} = 10 \text{ A}$ , e a ddp entre  $C$  e  $B$ , pela primeira lei de Ohm, vale  $U_{CB} = 3 \cdot 10 = 30 \text{ V}$ .

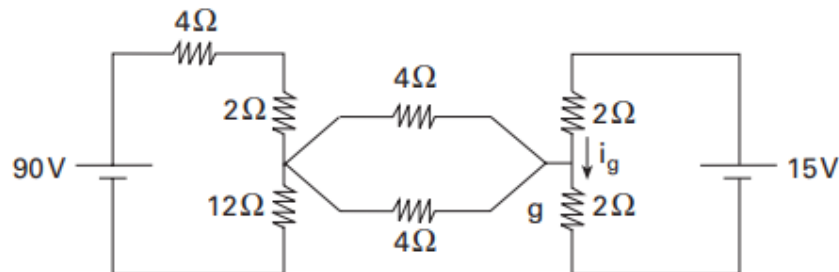
Dessa forma,  $i_2$  e  $i_3$  valem:

$$i_2 = \frac{30}{12} = 2,5 \text{ A}; i_3 = \frac{30}{4} = 7,5 \text{ A}$$

Portanto, a corrente através do resistor  $d$  é igual a  $3,75 \text{ A}$ . Além disso, a ddp entre  $D$  e  $B$  é de  $15 \text{ V}$  e, conseqüentemente, em cada capacitor,  $7,5 \text{ V}$ . Com isso, a energia dos capacitores vale:

$$W = \frac{C_{eq} \cdot U^2}{2} = \frac{(2\mu\text{F} // 2\mu\text{F}) \cdot 15^2}{2} = 1,125 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Logo após a abertura da chave  $T$ , o circuito equivalente é:

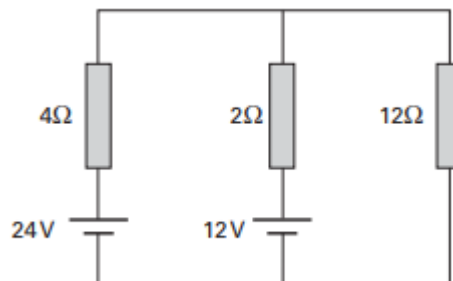


$$i_g = \frac{15}{2+2} \Rightarrow \boxed{i_g = 3,75 \text{ A}}$$

**Gabarito: C**

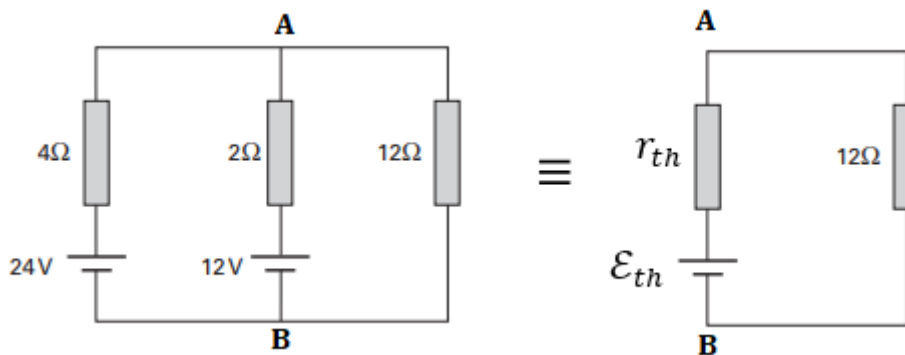
### 34. (ITA – 2005)

Um técnico em eletrônica deseja medir a corrente que passa pelo resistor de  $12\ \Omega$  no circuito da figura. Para tanto, ele dispõe apenas de um galvanômetro e uma caixa de resistores. O galvanômetro possui resistência interna  $R_g = 5\ k\Omega$  e suporta, no máximo, uma corrente de  $0,1\ mA$ . Determine o valor máximo do resistor  $R$  a ser colocado em paralelo com o galvanômetro para que o técnico consiga medir a corrente.



#### Comentários:

Utilizando o método de Thévenin podemos simplificar nosso circuito da seguinte forma:



Em que a resistência Thévenin é dada colocando as fontes de tensão em curto:

$$r_{th} = \frac{4 \cdot 2}{4 + 2} \Rightarrow r_{th} = \frac{4}{3}\ \Omega$$

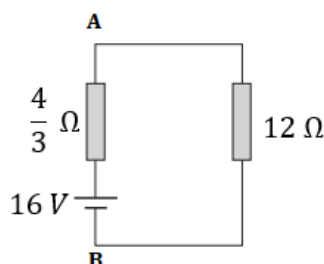
E, a tensão Thévenin é a tensão em aberto entre os terminais AB:

$$24 - 4 \cdot i - 2 \cdot i - 12 = 0 \Rightarrow i = 2,0\ A$$

Então, a tensão entre A e B para o circuito aberto é de:

$$\mathcal{E}_{th} = 24 - 4 \cdot 2 \Rightarrow \mathcal{E}_{th} = 16\ V$$

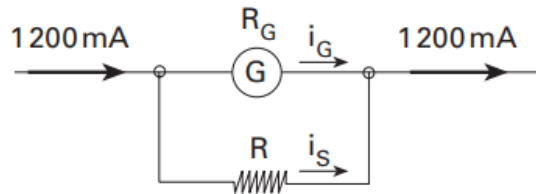
Dessa forma, simplificamos nosso circuito para:



Portanto, nessas condições, a corrente que passa pelo resistor de  $12\ \Omega$  vale:

$$i = \frac{16}{12 + \frac{4}{3}} \Rightarrow i = 1,2 \text{ A ou } i = 1200 \text{ mA}$$

Para determinar a resistência *shunt*  $R$ , devemos ter em mente o circuito:



Se a corrente máxima no galvanômetro é de  $0,1 \text{ mA}$ , então a corrente que deve passar pelo *shunt* é de  $i_s = 1200 - 0,1 = 1199,9 \text{ mA}$ . Como a ddp entre  $R_G$  e  $R$  deve ser a mesma, então:

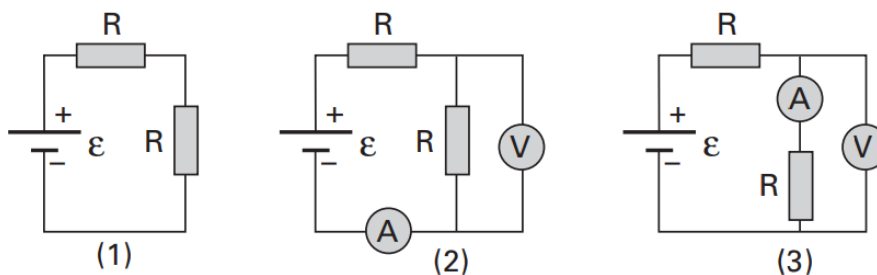
$$R \cdot i_s = R_G \cdot i_G \Rightarrow R = 5 \cdot 10^3 \cdot \frac{0,1}{1199,9} \Rightarrow \boxed{R \cong 0,42 \Omega}$$

Mas note que esse valor foi calculado para o caso de a corrente no galvanômetro ser máxima. Portanto, o valor máximo de  $R$  é  $0,42 \Omega$ .

**Gabarito: 0,42  $\Omega$**

### 35. (ITA – 2006)

Numa aula de laboratório, o professor enfatiza a necessidade de levar em conta a resistência interna de amperímetros e voltímetros na determinação da resistência  $R$  de um resistor. A fim de medir a voltagem e a corrente que passa por um dos resistores, são montados os 3 circuitos da figura, utilizando resistores iguais, de mesma resistência  $R$ . Sabe-se de antemão que a resistência interna do amperímetro é  $0,01 R$ , ao passo que a resistência interna do voltímetro é  $100R$ .



Assinale a comparação correta entre os valores de  $R$ ,  $R_2$  (medida de  $R$  no circuito 2) e  $R_3$  (medida de  $R$  no circuito 3).

- a)  $R < R_2 < R_3$
- b)  $R > R_2 > R_3$
- c)  $R_2 < R < R_3$
- d)  $R_2 > R > R_3$
- e)  $R > R_3 > R_2$



**Comentários:**

No esquema montado em (2), o amperímetro mede a soma das correntes do resistor e do voltímetro, e o voltímetro mede a ddp do resistor. Então:

$$R_2 = \frac{U_R}{i_R + i_V} < \frac{U_R}{i_R} = R \Rightarrow \boxed{R_2 < R}$$

Já no esquema (3), o voltímetro mede a soma das ddps do resistor e do amperímetro, e o amperímetro mede a corrente do resistor:

$$R_3 = \frac{U_R + U_A}{i_R} > \frac{U_R}{i_R} = R \Rightarrow \boxed{R_3 > R}$$

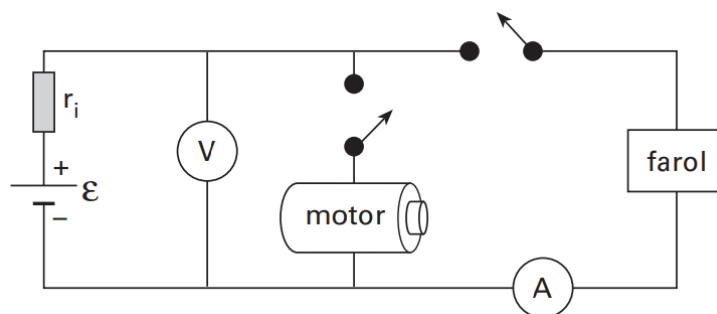
Portanto:

$$\boxed{R_2 < R < R_3}$$

**Gabarito: C**

**36. (ITA – 2006)**

Quando se acendem os faróis de um carro cuja bateria possui resistência interna  $r_i = 0,050 \Omega$ , um amperímetro indica uma corrente de  $10 A$  e um voltímetro uma voltagem de  $12 V$ . Considere desprezível a resistência interna do amperímetro. Ao ligar o motor de arranque, observa-se que a leitura do amperímetro é de  $8,0 A$  e que as luzes diminuem um pouco de intensidade.

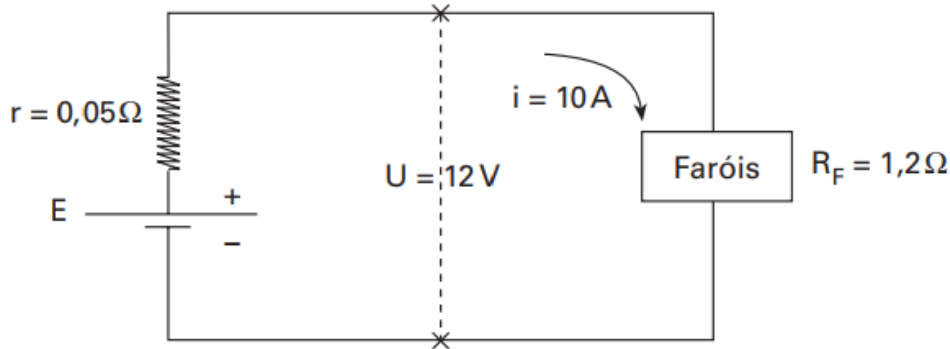


Calcular a corrente que passa pelo motor de arranque quando os faróis estão acesos.

**Comentários:**

Quando o moto de arranque não é acionado, temos o seguinte circuito:

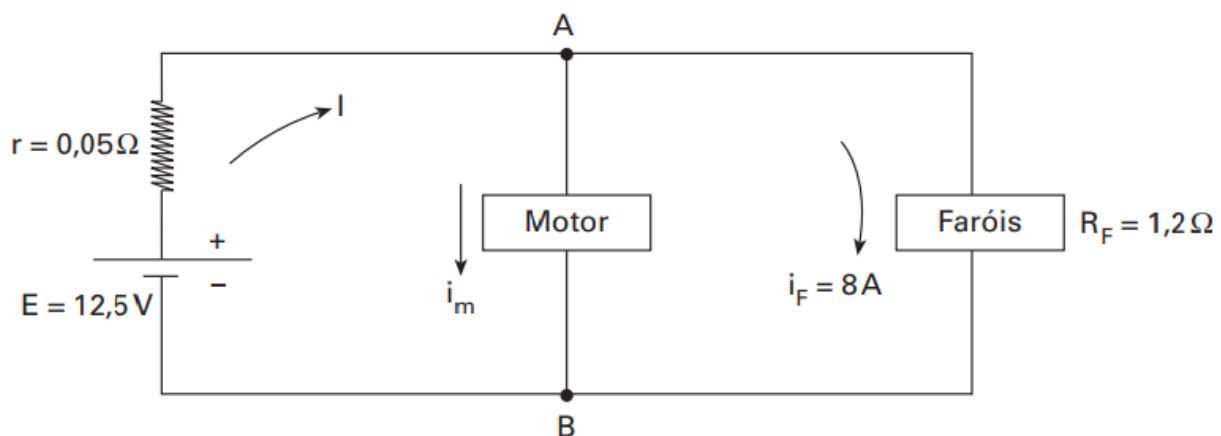




Portanto, a *fem* da bateria vale:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r + R_F} \Rightarrow 10 = \frac{\mathcal{E}}{1,2 + 0,05} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 12,5 \text{ V}}$$

Ao ligar o motor de arranque, se estabelece uma corrente  $i_m$  pelo ramo do motor, que é dada por:



A ddp fornecida pela bateria é a mesma sobre os faróis, logo:

$$U_{AB} = U_{\text{faróis}} \Rightarrow \mathcal{E} - r \cdot i = R_F \cdot i_F \Rightarrow 12,5 - 0,05 \cdot i = 1,2 \cdot 8 \Rightarrow \boxed{i = 58 \text{ A}}$$

Pela LKC no ponto A, temos:

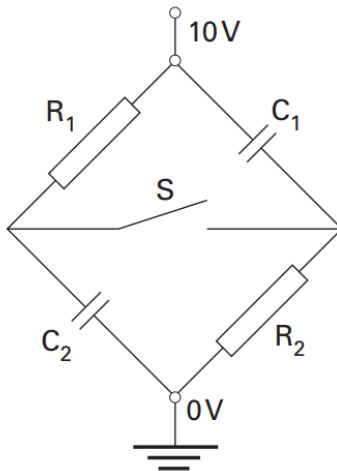
$$i_m + i_F = i \Rightarrow i_m = 58 - 8 \Rightarrow \boxed{i_m = 50 \text{ A}}$$

**Gabarito: 50 A**

### 37. (ITA – 2007)

O circuito da figura é composto de duas resistências,  $R_1 = 1,0 \cdot 10^3 \Omega$  e  $R_2 = 1,5 \cdot 10^3 \Omega$  respectivamente, e de dois capacitores, de capacitâncias  $C_1 = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ F}$  e  $C_2 = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ F}$ , respectivamente, além de uma chave  $S$ , inicialmente aberta. Sendo fechada a chave  $S$ , a variação da carga  $\Delta Q$  no capacitor de capacitância  $C_1$ , após determinado período, é de

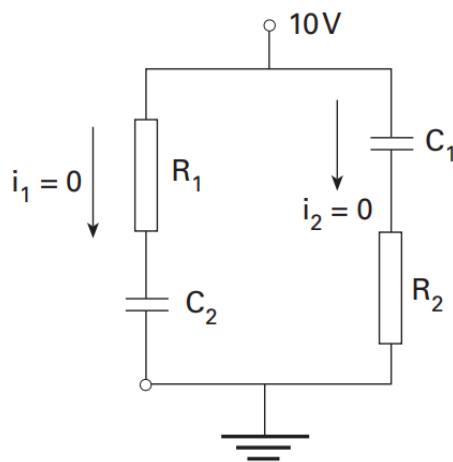




- a)  $-8,0 \cdot 10^{-9} C$ .
- b)  $-6,0 \cdot 10^{-9} C$ .
- c)  $-4,0 \cdot 10^{-9} C$ .
- d)  $+4,0 \cdot 10^{-9} C$ .
- e)  $+8,0 \cdot 10^{-9} C$ .

**Comentários:**

Quando a chave  $S$  está aberta, temos o seguinte circuito:

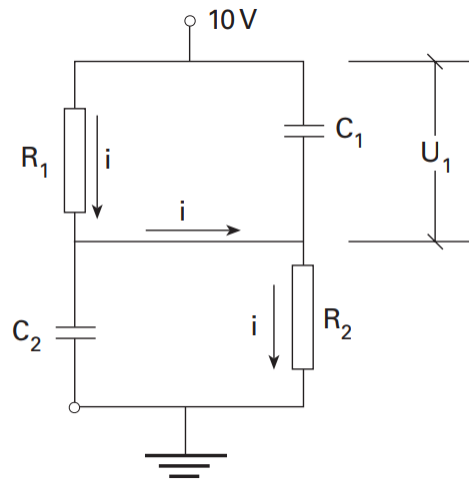


Dessa forma, a carga no capacitor 1 é igual a:

$$Q_1 = C_1 \cdot U \Rightarrow Q_1 = 1,0 \cdot 10^{-9} \cdot 10 \Rightarrow \boxed{Q_1 = 10 \cdot 10^{-9} C}$$

Ao fechar a chave  $S$ , temos um novo circuito:





Diante deste novo circuito, temos:

$$i = \frac{10}{R_1 + R_2} = \frac{10}{1,0 \cdot 10^3 + 1,5 \cdot 10^3} \Rightarrow i = 4 \cdot 10^{-3} \text{ A ou } i = 4 \text{ mA}$$

Logo,  $U_1$  é igual a:

$$U_1 = R_1 \cdot i = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \boxed{U_1 = 4,0 \text{ V}}$$

Assim, a carga em  $C_1$  é igual a:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 \Rightarrow Q_1 = 1,0 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \Rightarrow \boxed{Q_1 = 4,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}}$$

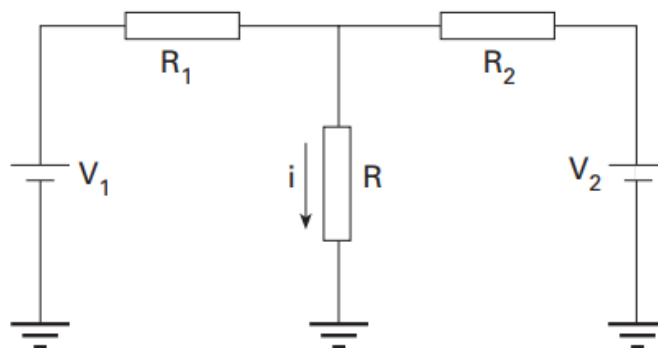
A variação de carga em  $C_1$  é de:

$$\Delta Q = Q'_1 - Q_1 = 4,0 \cdot 10^{-9} - 10 \cdot 10^{-9} \Rightarrow \boxed{\Delta Q = -6,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}}$$

**Gabarito: B**

### 38. (ITA – 2007)

No circuito da figura, têm-se as resistências  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  e as fontes  $V_1$  e  $V_2$  aterradas. A corrente  $i$  indicada é



$$\text{a) } i = \frac{V_1 R_2 - V_2 R_1}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$$

$$\text{b) } i = \frac{V_1 R_1 + V_2 R_2}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$$



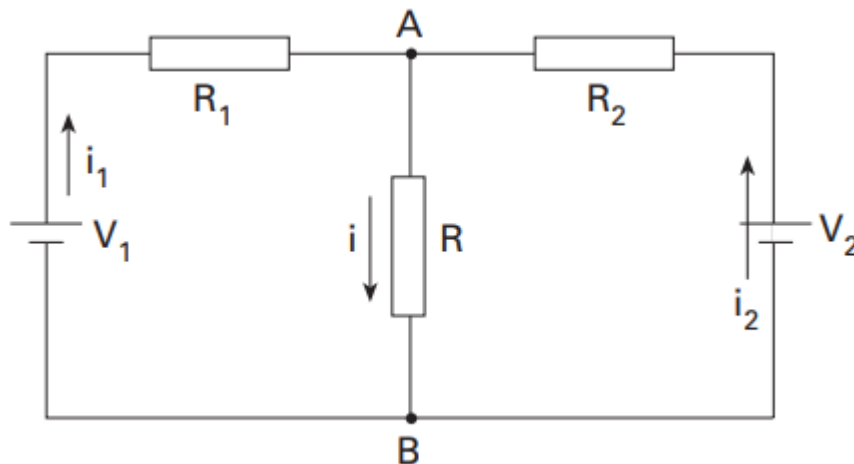
$$c) i = \frac{V_1 R_1 - V_2 R_2}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$$

$$d) i = \frac{V_1 R_2 + V_2 R_1}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$$

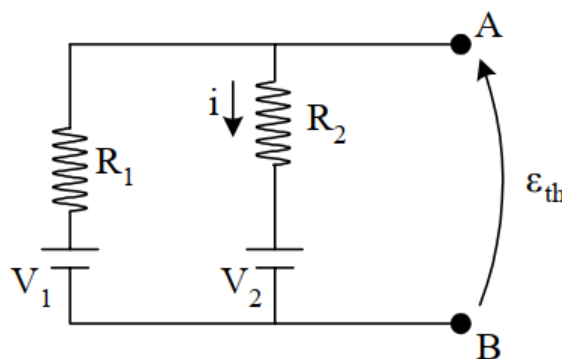
$$e) i = \frac{V_2 R_1 - V_1 R_2}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$$

**Comentários:**

Como  $V_1$ ,  $R$  e  $V_2$  estão aterrados (mesmo potencial nulo), podemos redesenhar nosso circuito da seguinte forma:



Podemos utilizar o método de Thévenin e determinar o circuito equivalente:



$$\mathcal{E}_{th} = V_2 + R_2 \cdot i \Rightarrow \mathcal{E}_{th} = V_2 + R_2 \cdot \frac{V_1 - V_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{th} = \frac{V_1 R_2 + V_2 R_1}{R_1 + R_2}}$$

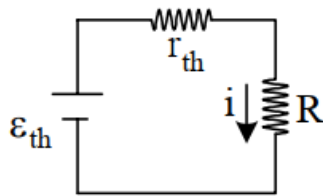
E a resistência Thévenin é a resistência entre os terminais A e B, colocando em curto as fontes de tensão:

$$r_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Assim, o circuito equivalente de Thévenin é:







Portanto, a corrente no resistor  $R$  é:

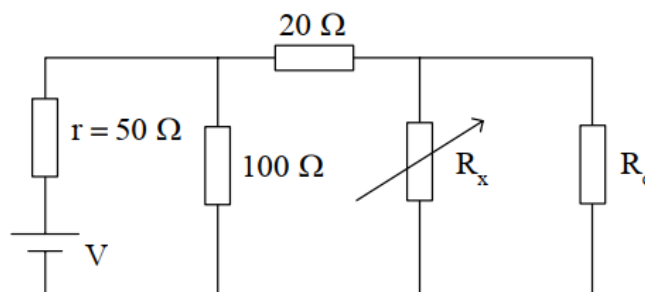
$$i = \frac{\mathcal{E}_{th}}{r_{th} + R} = \frac{\frac{V_1 R_2 + V_2 R_1}{R_1 + R_2}}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R}$$

$$i = \frac{V_1 R_2 + V_2 R_1}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$$

**Gabarito: D**

### 39. (ITA – 2007)

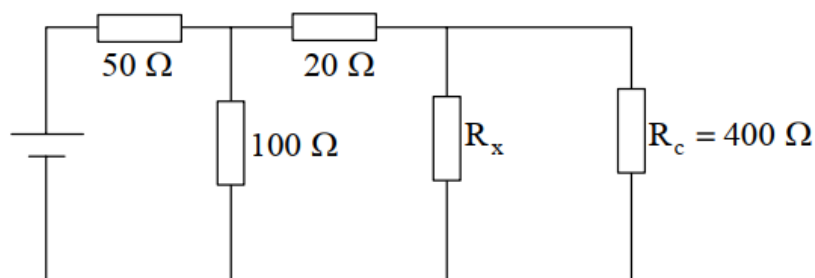
Sabe-se que a máxima transferência de energia de uma bateria ocorre quando a resistência do circuito se iguala à resistência interna da bateria, isto é, quando há o casamento de resistências. No circuito da figura, a resistência de carga  $R_c$  varia na faixa  $100 \text{ } \Omega < R_c < 400 \text{ } \Omega$ . O circuito possui um resistor variável,  $R_x$  que é usado para o ajuste da máxima transferência de energia. Determine a faixa de valores de  $R_x$  para que seja atingido o casamento de resistências do circuito.



**Comentários:**

Para fazer o casamento das resistências, devemos analisar os valores de  $R_x$  para os valores máximo e mínimo de  $R_c$ .

a) Para  $R_c = 400 \text{ } \Omega$ :



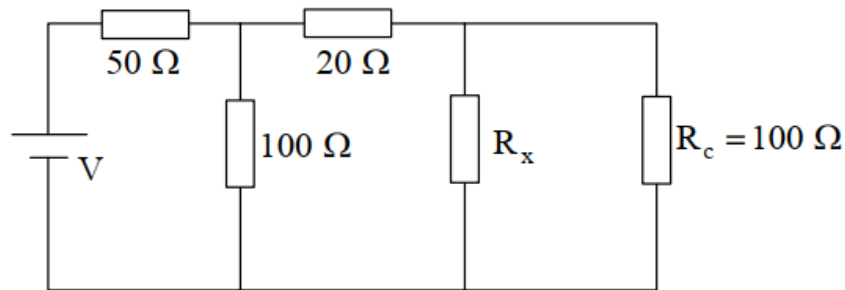
Então, pela condição do enunciado, temos:



$$50 = 100 // (20 + 400 // R_x)$$

$$R_x = 100 \Omega$$

b) Para  $R_c = 100 \Omega$ :



Então:

$$50 = 100 // (20 + 100 // R_x)$$

$$R_x = 400 \Omega$$

Note que independente dos valores de  $R_x$  e  $R_c$ , o valor  $R_x // R_c$  sempre deve ser igual a  $80 \Omega$  para que haja casamento das resistências. Portanto, ao aumentar  $R_c$ , devemos observar uma diminuição de  $R_x$  e vice-versa.

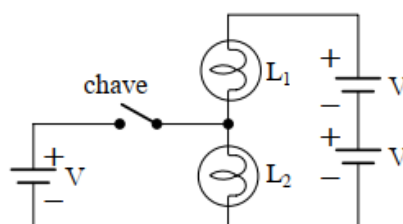
Portanto, a faixa de valores de  $R_x$  é dada por:

$$100 \Omega \leq R_x \leq 400 \Omega$$

**Gabarito:**  $100 \Omega \leq R_x \leq 400 \Omega$

#### 40. (ITA – 2008)

No circuito representado na figura, têm-se duas lâmpadas incandescentes idênticas,  $L_1$  e  $L_2$ , e três fontes idênticas, de mesma tensão  $V$ . Então, quando a chave é fechada,

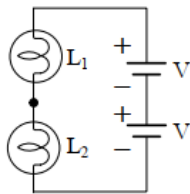


- apagam-se as duas lâmpadas.
- o brilho da  $L_1$  aumenta e o da  $L_2$  permanece o mesmo.
- o brilho da  $L_2$  aumenta e o da  $L_1$  permanece o mesmo.
- o brilho das duas lâmpadas aumenta.
- o brilho das duas lâmpadas permanece o mesmo.

**Comentários:**

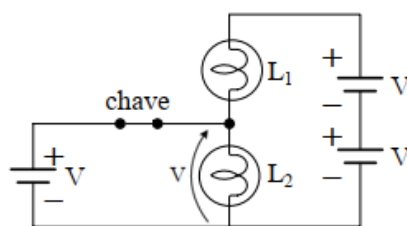


Antes de fecharmos a chave, temos o seguinte circuito:



Como as lâmpadas são idênticas, ou seja, apresentam a mesma resistência interna, cada lâmpada estará submetida ao mesmo potencial que é igual a  $V$ .

Ao fecharmos a chave, temos que a segunda lâmpada ( $L_2$ ) sempre terá a mesma ddp  $V$  sobre ela, já que ela está ligada diretamente aos terminais da fonte  $V$ . Por outro lado, se olharmos para  $L_1$ , ela terá sempre a ddp  $V$  sobre ela, pois na malha que contém  $2V$  já foram gastos  $V$  em  $L_2$ , como na figura abaixo:

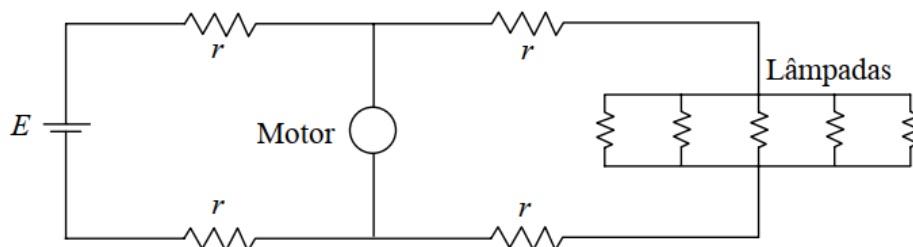


Portanto, as duas lâmpadas permaneceram com o mesmo brilho.

**Gabarito: E**

#### 41. (ITA – 2009)

Considere um circuito constituído por um gerador de tensão  $E = 122,4 V$ , pelo qual passa uma corrente  $I = 12 A$ , ligado a uma linha de transmissão com condutores de resistência  $r = 0,1 \Omega$ . Nessa linha encontram-se um motor e uma carga de 5 lâmpadas idênticas, cada qual com resistência  $R = 99 \Omega$ , ligadas em paralelo, de acordo com a figura. Determinar a potência absorvida pelo motor,  $P_M$ , pelas lâmpadas,  $P_L$ , e a dissipada na rede,  $P_r$ .



**Comentários:**

A potência total é de:

$$Pot_t = E \cdot i = 122,4 \cdot 12 = 1468,8 W$$



Logo, a ddp sobre o motor é igual a:

$$U_M = E - 2r \cdot I \Rightarrow U_M = 122,4 - 2 \cdot 0,1 \cdot 12 \Rightarrow \boxed{U_M = 120 V}$$

A ddp  $U_M$  também está no ramo composto por  $r +$  (lâmpadas em paralelo)  $+ r$ . Então:

$$i_L = \frac{120}{R_{eq}} = \frac{120}{0,2 + \frac{99}{5}} \Rightarrow \boxed{i_L = 6 A}$$

Assim, a corrente que passa pelo motor é  $i_M = 12 - 6 = 6 A$ . Portanto, a potência absorvida pelo motor é de:

$$P_M = U_M \cdot i_M \Rightarrow P_M = 120 \cdot 6 \Rightarrow \boxed{P_M = 720 W}$$

Para as lâmpadas, temos:

$$P_L = R_L \cdot i_L^2 \Rightarrow P_L = \frac{99}{5} \cdot 6^2 \Rightarrow \boxed{P_L = 712,8 W}$$

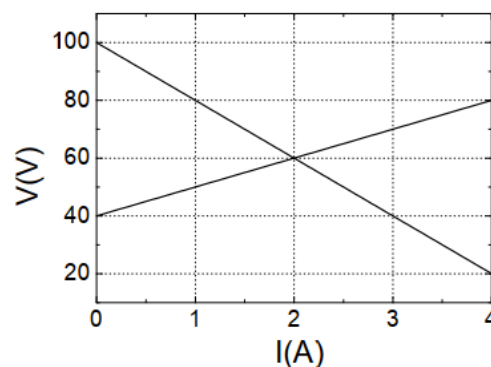
Por fim, para as linhas de transmissão, vem:

$$P_r = 0,2 \cdot 12^2 + 0,2 \cdot 6^2 \Rightarrow \boxed{P_r = 36 W}$$

**Gabarito:  $P_M = 720 W$ ,  $P_L = 712,8 W$  e  $P_r = 36 W$**

#### 42. (ITA – 2010)

No gráfico ao lado estão representadas as características de um gerador, de força eletromotriz igual a  $\mathcal{E}$  e resistência interna  $r$ , e um receptor ativo de força contraeletromotriz  $\mathcal{E}'$  e resistência interna  $r'$ . Sabendo que os dois estão interligados, determine a resistência interna e o rendimento para o gerador e para o receptor.



#### Comentários:

Para um gerador real, sabemos que sua equação característica é dada por:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

Em que  $r$  é numericamente igual ao módulo do coeficiente angular da reta e  $\mathcal{E}$  corresponde ao coeficiente linear. Pelo gráfico, vemos que:

$$\mathcal{E} = 100 V \text{ e } r = \frac{100-20}{4} \Rightarrow r = 20 \Omega$$



Para o gerador, temos:

$$U' = \mathcal{E}' + r' \cdot i$$

$$\therefore \mathcal{E}' = 40 \text{ V e } r' = \frac{60-40}{2} \Rightarrow r' = 10 \Omega$$

Quando ligamos por fios ideais o gerador e o receptor, temos:

$$U = U' \Rightarrow 100 - 20 \cdot i = 40 + 10 \cdot i \Rightarrow i = 2 \text{ A}$$

Para o gerador, o rendimento elétrico é de:

$$\eta_{\text{gerador}} = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E} - r \cdot i}{\mathcal{E}} = \frac{100 - 20 \cdot 2}{100} \Rightarrow \boxed{\eta_{\text{gerador}} = 60\%}$$

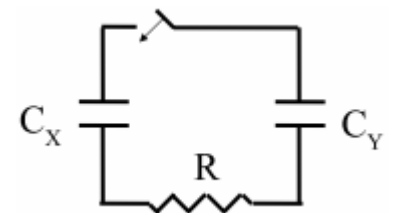
Para o receptor:

$$\eta_{\text{receptor}} = \frac{\mathcal{E}'}{U'} = \frac{40}{40 + 10 \cdot 2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\eta_{\text{receptor}} = 67\%}$$

**Gabarito:**  $\eta_{\text{gerador}} = 60\%$  e  $\eta_{\text{receptor}} = 67\%$

### 43. (ITA – 2011)

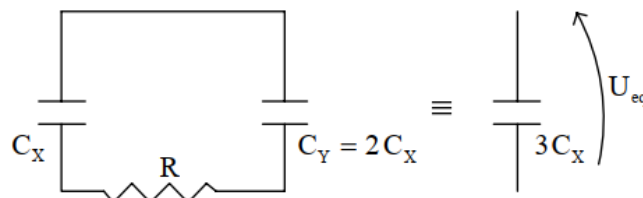
No circuito ideal da figura, inicialmente aberto, o capacitor de capacitância  $C_X$  encontra-se carregado e armazena uma energia potencial elétrica  $E$ . O capacitor de capacitância  $C_Y = 2C_X$  está inicialmente descarregado. Após fechar o circuito e este alcançar um novo equilíbrio, pode-se afirmar que a soma das energias armazenadas nos capacitores é igual a



- a) 0
- b)  $E/9$
- c)  $E/3$
- d)  $4E/9$
- e)  $E$

### Comentários:

Após fechar a chave e estabelecer o equilíbrio, temos o seguinte circuito:



Se chamarmos de  $U$  a ddp em  $C_X$ , então ddp  $U_{eq}$  é igual a:



$$U_{eq} = \frac{C_X \cdot U + C_Y \cdot 0}{C_X + C_Y} = \frac{C_X \cdot U}{3C_X} = \frac{U}{3}$$

Portanto, a energia no sistema será de:

$$E' = \frac{3C_X \cdot U_{eq}^2}{2} = \frac{3C_X}{2} \cdot \left(\frac{U}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{C_X \cdot U^2}{2}$$

Como  $E = \frac{C_X \cdot U^2}{2}$ , portanto:

$$E' = \frac{E}{3}$$

**Gabarito: C**

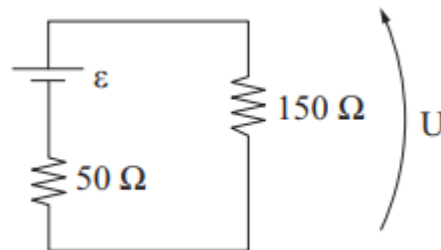
#### 44. (ITA – 2012)

Um gerador elétrico alimenta um circuito cuja resistência equivalente varia de 50 a 150 Ω, dependendo das condições de uso desse circuito. Lembrando que, com resistência mínima, a potência útil do gerador é máxima, então, o rendimento do gerador na situação de resistência máxima, é igual a

- a) 0,25
- b) 0,50
- c) 0,67
- d) 0,75
- e) 0,90

#### Comentários:

Quando o gerador transfere a máxima potência, há um casamento da resistência dele com a resistência do circuito externo. Para a condição de mínima resistência, a resistência interna do gerador deve ser igual a 50 Ω também. No caso de haver máxima resistência do circuito externo, temos:



Assim, a força eletromotriz do gerador em função da corrente é igual a:

$$\mathcal{E} = (50 + 150) \cdot i \Rightarrow \mathcal{E} = 200 \cdot i$$

Mas, pela equação característica do gerador, temos:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i \Rightarrow U = 200 \cdot i - 50 \cdot i \Rightarrow U = 150 \cdot i$$

Portanto, o rendimento elétrico do gerador nesta condição é de:

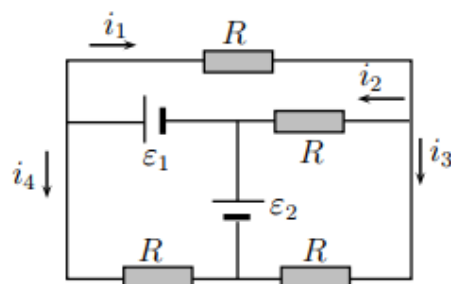
$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{150 \cdot i}{200 \cdot i} \Rightarrow \boxed{\eta = 0,75}$$

**Gabarito: D**

**45. (ITA – 2014)**

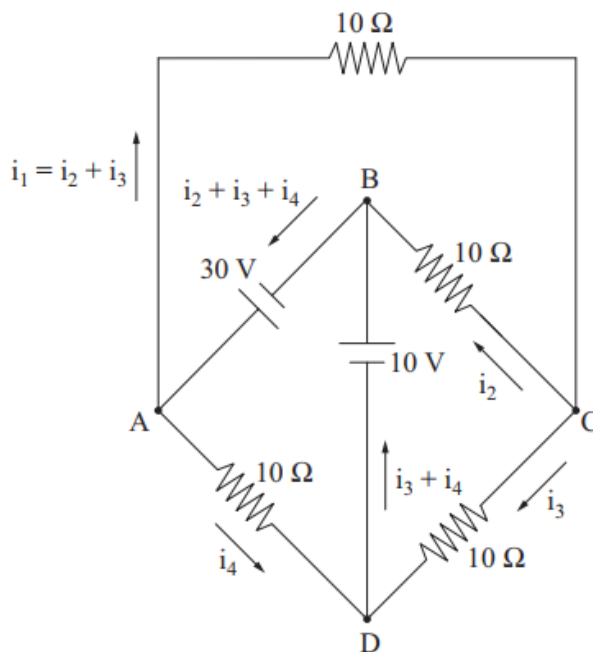
Considere o circuito elétrico mostrado na figura formado por quatro resistores de mesma resistência,  $R = 10 \Omega$ , e dois geradores ideais cujas respectivas forças eletromotrizes são  $\mathcal{E}_1 = 30 V$  e  $\mathcal{E}_2 = 10 V$ . Pode-se afirmar que as correntes  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  e  $i_4$  nos trechos indicados na figura, em ampères, são respectivamente de

- a) 2, 2/3, 5/3 e 4.
- b) 7/3, 2/3, 5/3 e 4.
- c) 4, 4/3, 2/3 e 2
- d) 2, 4/3, 7/3 e 5/3.
- e) 2, 2/3, 4/3 e 4.



**Comentários:**

Vamos redesenhar o circuito para que possamos enxergar melhor as malhas e as divisões das correntes:



Note que já aplicamos a LKC no circuito para diminuir o número de equações do nosso sistema. Aplicando a LKT na malha ACBA, temos:

$$-10(i_2 + i_3) - 10i_2 + 30 = 0 \Rightarrow 2i_2 + i_3 = 3 \text{ (eq. 1)}$$

Agora, vamos aplicar LKT na malha BCDB:



$$10i_2 - 10i_3 + 10 = 0 \Rightarrow i_2 = i_3 - 1 \text{ (eq. 2)}$$

Substituindo 2 em 1, vem:

$$\boxed{i_2 = \frac{2}{3} A} \text{ e } \boxed{i_3 = \frac{5}{3} A}$$

Como  $i_1 = i_2 + i_3$ , então:

$$\boxed{i_1 = \frac{7}{3} A}$$

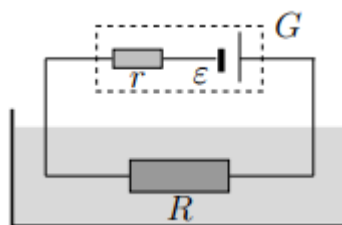
Aplicando LKT na malha ADBA, temos:

$$-10i_4 + 10 + 30 = 0 \Rightarrow \boxed{i_4 = 4 A}$$

**Gabarito: B**

#### 46. (ITA – 2013)

O experimento mostrado na figura foi montado para elevar a temperatura de certo líquido no menor tempo possível, dispendendo uma quantidade de calor  $Q$ . Na figura,  $G$  é um gerador de força eletromotriz  $\mathcal{E}$ , com resistência elétrica interna e  $R$  é a resistência externa submersa no líquido. Desconsiderando trocas de calor entre o líquido e o meio externo, a) Determine o valor de  $R$  e da corrente  $i$  em função de  $\mathcal{E}$  e da potência elétrica  $P$  fornecida pelo gerador nas condições impostas, b) Represente graficamente a equação característica do gerador, ou seja, a diferença de potencial  $U$  em função da intensidade da corrente elétrica  $i$ . c) Determine o intervalo de tempo transcorrido durante o aquecimento em função de  $Q$ ,  $i$  e  $\mathcal{E}$ .



**Comentários:**

a)

Para que o líquido possa aquecer no menor tempo possível, o gerador deve fornecer a máxima potência ao circuito externo. Sabemos que quando isto ocorre, há um casamento das resistências, isto é:

$$r = R$$

Logo, a resistência equivalente do circuito é de:

$$R_{eq} = r + R = 2R$$

Portanto, a corrente que atravessa o circuito vale:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{2R}$$





Como a potência dissipada no resistor  $R$  é dada por:

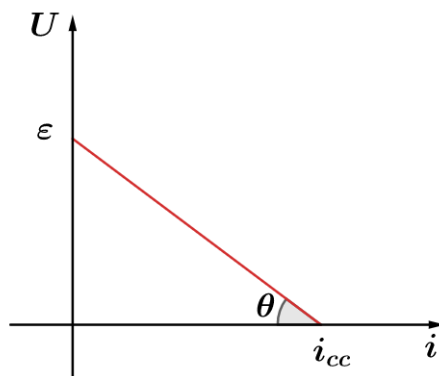
$$P = R \cdot i^2 \Rightarrow P = R \cdot \left(\frac{\mathcal{E}}{2R}\right)^2 \Rightarrow \boxed{R = \frac{\mathcal{E}^2}{4P}}$$

Então:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{2R} \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{2 \frac{\mathcal{E}^2}{4P}} \Rightarrow \boxed{i = \frac{2P}{\mathcal{E}}}$$

b)

A equação característica de um gerador é  $U = \mathcal{E} - r \cdot i$ , em que  $U$  é a ddp em seus terminais. Portanto, a curva característica  $U \times i$  é dada por:



Em que  $i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$ .

c)

Pela definição de potência, a potência dissipada  $P$  pode ser escrita como:

$$P = \frac{Q}{\Delta t}$$

Da equação da corrente,  $i = \frac{2P}{\mathcal{E}}$ , podemos dizer que o intervalo de tempo vale:

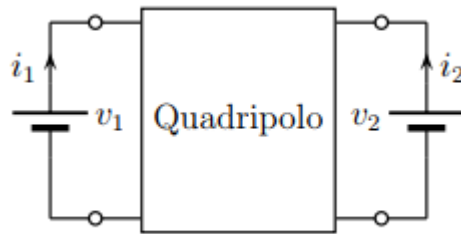
$$\frac{\mathcal{E} \cdot i}{2} = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{2Q}{\mathcal{E} \cdot i}}$$

**Gabarito:** a)  $R = \frac{\mathcal{E}^2}{4P}$  e  $i = \frac{2P}{\mathcal{E}}$  b) gráfico c)  $\Delta t = \frac{2Q}{\mathcal{E} \cdot i}$

#### 47. (ITA – 2014)

Um circuito elétrico com dois pares de terminais é conhecido como quadripolo.





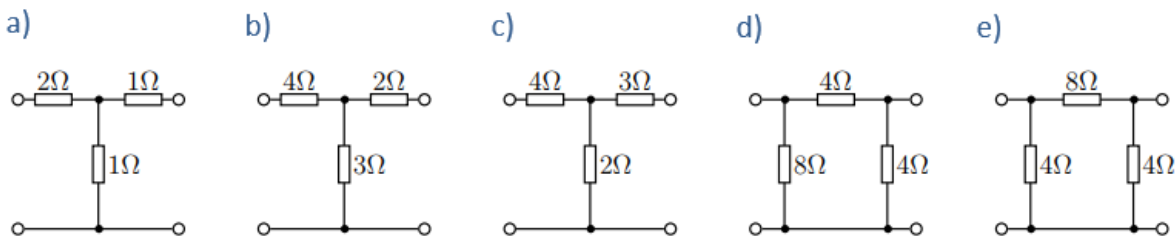
Para um quadripolo passivo, as tensões medidas em cada par de terminais podem ser expressas em função das correntes mediante uma matriz de impedância:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

De tal forma que:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Dos quadripolos propostos nas alternativas seguintes, assinale aquele cuja matriz de impedância seja  $\begin{bmatrix} 4 \Omega & 2 \Omega \\ 2 \Omega & 3 \Omega \end{bmatrix}$ .



### Comentários:

De acordo com a equação matricial do enunciado, temos:

$$\begin{cases} v_1 = z_{11} \cdot i_1 + z_{12} \cdot i_2 \\ v_2 = z_{21} \cdot i_1 + z_{22} \cdot i_2 \end{cases}$$

Para  $i_2 = 0$ , ou seja, circuito aberto no lado direito do quadripolo:

$$z_{11} = \frac{v_1}{i_1} \text{ e } z_{21} = \frac{v_2}{i_1}$$

Para  $i_1 = 0$ , ou seja, circuito aberto no lado esquerdo do quadripolo:

$$z_{12} = \frac{v_1}{i_2} \text{ e } z_{22} = \frac{v_2}{i_2}$$

Perceba que olhando para  $z_{11}$ , vemos que somente a configuração da alternativa d permite que, estando aberto do lado direito, o circuito tenha  $z_{11} = 4 \Omega$ . Portanto, já sabemos que a letra d está correta.

Para determinar  $z_{21} = \frac{v_2}{i_1}$ , na condição do circuito aberto no lado direito do quadripolo, temos:

$$i_1 = \frac{v_1}{8/8} = \frac{v_1}{4}$$

$$v_2 = 4 \cdot \frac{i_1}{2} \Rightarrow \frac{v_2}{i_1} = \boxed{z_{21} = 2 \Omega}$$

Para determinar  $z_{22}$  de acordo com a alternativa d, vemos que:

$$i_1 = 0 \Rightarrow v_2 = (12//4) \cdot i_2 \Rightarrow \frac{v_2}{i_2} = z_{22} = 3 \Omega$$

Por fim,  $z_{12}$  é dado por:

$$i_2 = \frac{v_2}{4//12} = \frac{v_2}{3}$$

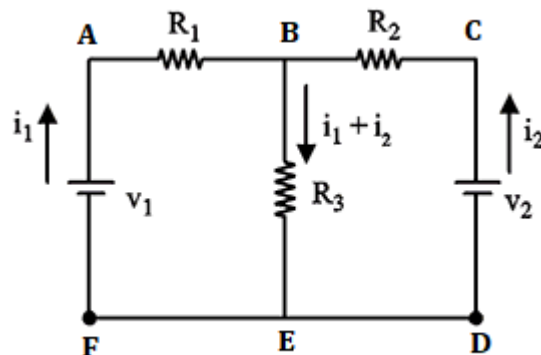
Mas,

$$4 \cdot i_2' + 8 \cdot i_2' = 4 \cdot i_2'' \Rightarrow i_2'' = 3i_2' \Rightarrow v_1 = 8 \cdot i_2' \text{ e } v_2 = 4 \cdot i_2'' \Rightarrow v_1 = \frac{8}{12} v_2$$

$$v_1 = \frac{8}{12} \cdot 3 \cdot i_2 \Rightarrow \frac{v_1}{i_2} = \frac{24}{12} = z_{12} = 2 \Omega$$

Aqui fizemos uma análise a parte de  $z_{11}$  que já nos entregou a resposta correta. Na hora da prova, se você já viu qual item está correto, vá para a próxima questão.

Vamos agora fazer a questão, sem ter olhado para o detalhe de  $z_{11}$ . Para isso, considere o circuito em questão:



Do enunciado, sabemos que:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4i_1 & 2i_2 \\ 2i_1 & 3i_2 \end{bmatrix}$$

Aplicando LKT na malha FABEF:

$$v_1 - R_1 \cdot i_1 - R_3 \cdot (i_1 + i_2) = 0 \Rightarrow v_1 = (R_1 + R_3) \cdot i_1 + R_3 \cdot i_2$$

Então, pela identidade matricial:

$$R_3 = 2 \Omega \text{ e } R_1 = 2 \Omega$$

Aplicando LKT na malha DCBED:

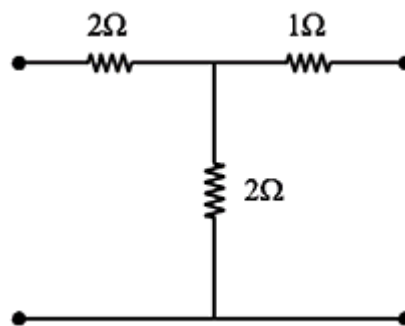
$$v_2 - R_2 \cdot i_2 - R_3 \cdot (i_2 + i_1) = 0 \Rightarrow v_2 = R_3 \cdot i_1 + (R_2 + R_3) \cdot i_2$$

Pela identidade matricial, temos que:

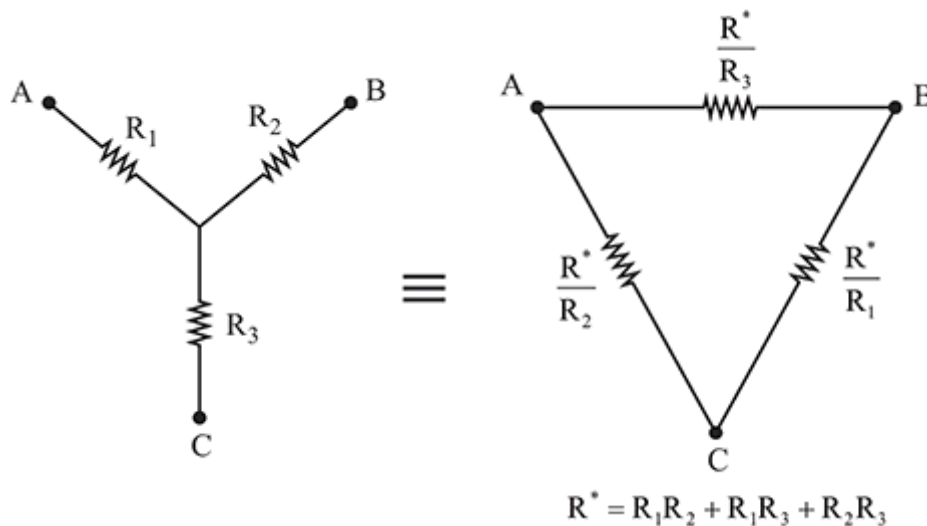


$$R_2 = 1 \Omega$$

Diante desses resultados, temos o seguinte circuito:

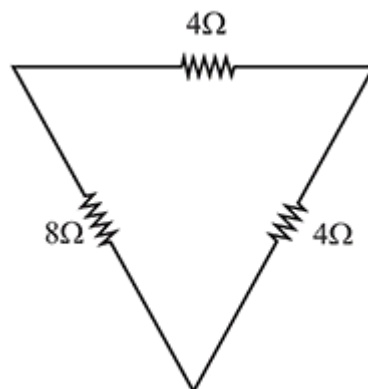


Aplicando a transformação  $Y - \Delta$ , vem:



Como  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 1 \Omega$  e  $R_3 = 2 \Omega$ , então  $R^* = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 8$ .

Portanto:



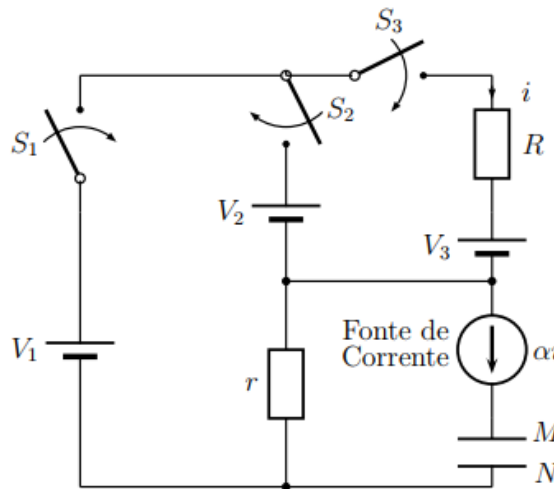
Circuito equivalente ao da alternativa d.

**Gabarito: D**

48. (ITA – 2014)

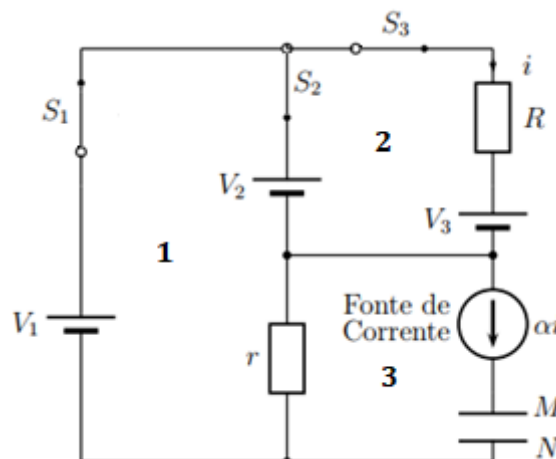


Uma fonte de corrente é um dispositivo que fornece uma corrente invariável independentemente da tensão entre seus terminais. No circuito da figura, a corrente  $i$  produzida pela fonte é proporcional à corrente  $i$  que circula no resistor  $R$ . Inicialmente descarregadas, as placas  $M$  e  $N$  são carregadas após o fechamento das chaves  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ , que serão novamente abertas após um intervalo de tempo  $T$ . A placa  $M$  é então retirada do circuito e é posta em contato com um condutor  $C$  descarregado (não mostrado na figura), ao qual transfere uma fração  $f$  de sua carga. Em seguida, com esse contato desfeito, o condutor  $C$  é totalmente descarregado. Na sequência, o mesmo procedimento é aplicado à placa  $N$ , a qual transfere a  $C$  a mesma fração  $f$  de sua carga, sendo então o contato desfeito e descarregando-se novamente  $C$ . Quando  $M$  e  $N$  são reintroduzidas no circuito, com as respectivas cargas remanescentes (de mesmo módulo, mas de sinais opostos), as chaves  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  são fechadas outra vez, permanecendo assim durante o intervalo de tempo  $T$ , após o que são novamente abertas. Então, como antes, repetem-se os contatos entre cada placa e  $C$ , e este processo de carga/descarga das placas é repetido indefinidamente. Nestas condições, considerando os sucessivos processos de transferência de carga entre  $M$  e  $C$ , e  $N$  e  $C$ , determine a carga  $q$  de  $M$  após todo esse procedimento em função de  $\alpha$ ,  $f$ ,  $r$ ,  $R$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  e  $T$ . Considere  $V_3 < V_2 < V_1$ .



**Comentários:**

Quando as chaves são fechadas, temos a seguinte configuração do circuito:



Aplicando LKT no sentido horário na malha 2, temos:



$$V_2 - i \cdot R - V_3 = 0 \Rightarrow i = \frac{V_2 - V_3}{R}$$

Conforme enunciado, a corrente na fonte de corrente é  $\alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R}$ , que é a corrente no ramo do capacitor. Após um certo tempo  $T$ , a carga  $Q$  de cada uma das placas do capacitor será:

$$Q_1 = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T$$

Para o primeiro contato, a carga resultante é  $Q_{R_1}$ :

$$Q_{R_1} = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T - \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot f \Rightarrow Q_{R_1} = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot (1 - f)$$

Ao recolocar a placa no circuito e religar as chaves, para o mesmo tempo  $T$ , observamos que:

$$Q_2 = \left( Q_{R_1} + \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \right) = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot (1 - f + 1)$$

Portanto, após o segundo contato, a carga restante é de:

$$Q_{2C} = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot (1 - f + 1) - \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot (1 - f + 1) \cdot f$$

$$Q_{2C} = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot [(1 - f) + 1](1 - f)$$

$$Q_{2C} = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot [(1 - f)^2 + (1 - f)]$$

Portanto, podemos generalizar para o  $n$  contato:

$$Q_{nC} = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot \left[ \sum_{i=1}^n (1 - f)^i \right]$$

Como  $n$  tende ao infinito, já que o processo é repetido indefinidamente, o somatório corresponde a uma PG de razão  $(1 - f)$ , que é menor do que 1 e maior que 0, com termo inicial  $(1 - f)$ . Portanto, a carga  $Q_C$  é dada por:

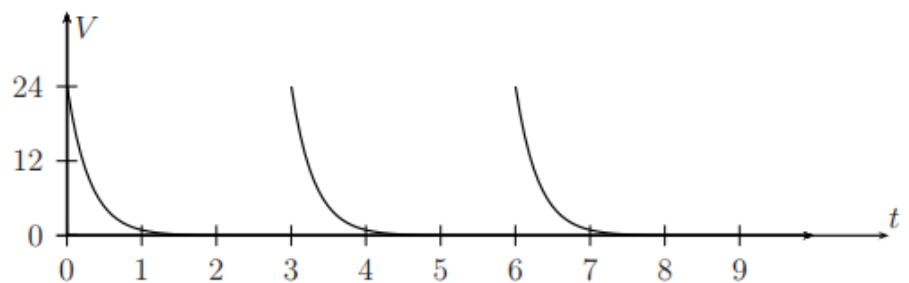
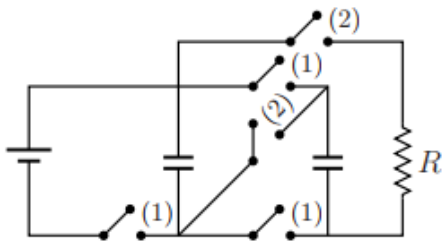
$$Q_C = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot \left( \frac{1 - f}{f} \right)$$

**Gabarito:**  $Q_C = \alpha \cdot \frac{V_2 - V_3}{R} \cdot T \cdot \left( \frac{1 - f}{f} \right)$

#### 49. (ITA – 2016)

No circuito da figura há três capacitores iguais, com  $C = 1000 \mu F$ , inicialmente descarregados. Com as chaves (2) abertas e as chaves (1) fechadas, os capacitores são carregados. Na sequência, com as chaves (1) abertas e as chaves (2) fechadas, os capacitores são novamente descarregados e o processo se repete. Com a tensão no resistor  $R$  variando segundo o gráfico da figura, a carga transferida pelos capacitores em cada descarga é igual a

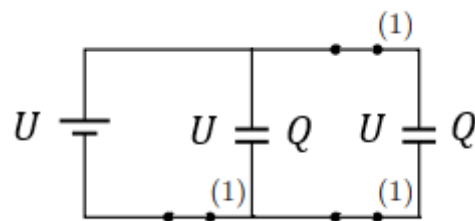




- a)  $4,8 \cdot 10^{-2} C$
- b)  $2,4 \cdot 10^{-2} C$
- c)  $1,2 \cdot 10^{-2} C$
- d)  $0,6 \cdot 10^{-2} C$
- e)  $0,3 \cdot 10^{-2} C$

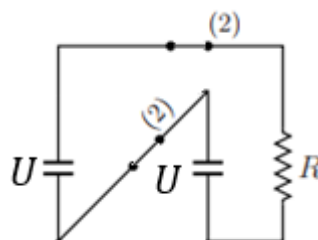
**Comentários:**

Quando as chaves (1) estão fechadas e as chaves (2) abertas, temos:



Então a ddp em cada capacitor é  $U$ .

Com as chaves (2) fechadas e (1) abertas, vem:



Pelo gráfico, temos que:

$$2U = 24 V$$

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 500 \mu F$$

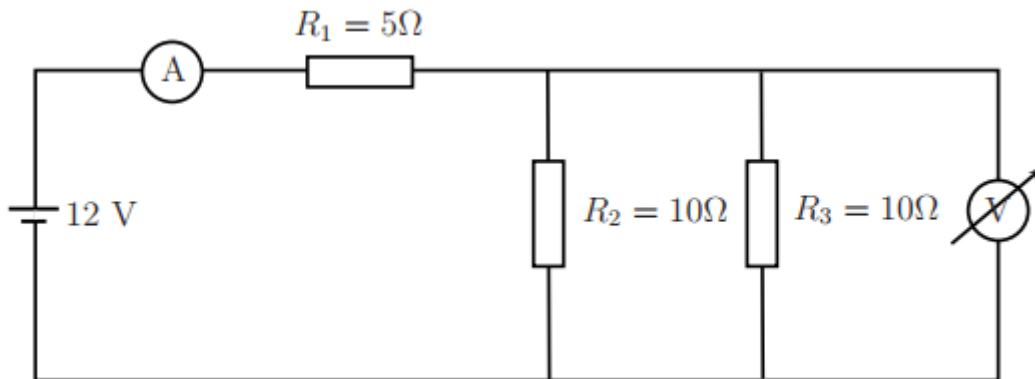
$$\therefore Q = C \cdot U \Rightarrow Q = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 24 \Rightarrow \boxed{Q = 1,2 \cdot 10^{-2} C}$$

**Gabarito: C**

50. (ITA – 2016)

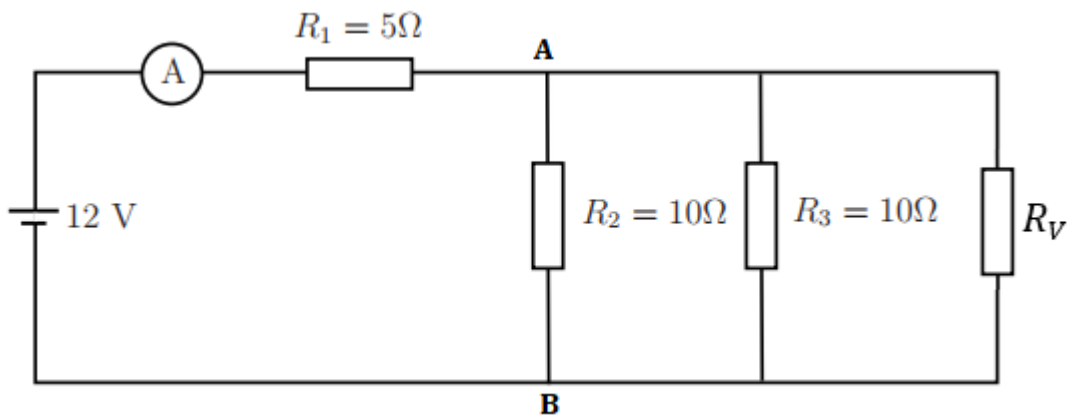


No circuito abaixo os medidores de corrente e tensão elétrica são reais, ou seja, possuem resistência interna. Sabendo-se que o voltímetro acusa 3,0 V e o amperímetro, 0,8 A, calcule o valor da resistência interna do voltímetro.



**Comentários:**

De acordo com o enunciado, temos:



De acordo com a leitura do voltímetro, a ddp entre A e B é dada por:

$$U_{AB} = 3,0 \text{ V}$$

Portanto:

$$3 = (10 // 10 // R_V) \cdot 0,8$$

$$\frac{5 \cdot R_V}{5 + R_V} = 3,75 \Rightarrow \boxed{R_V = 15 \Omega}$$

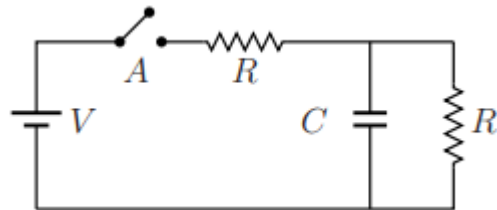
**Gabarito: 15 Ω**

**51. (ITA – 2016)**

No circuito da figura o capacitor encontra-se descarregado com a chave *A* aberta que a seguir, é fechada no instante  $t_1$ , sendo que o capacitor estará totalmente carregado no instante  $t_2$ . Desprezando a resistência da bateria *V*, determine a corrente no circuito nos instantes  $t_1$  e  $t_2$ .

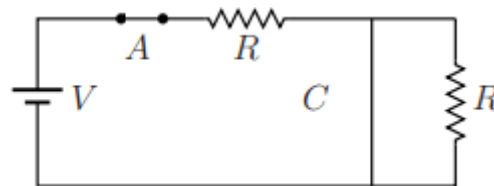






**Comentários:**

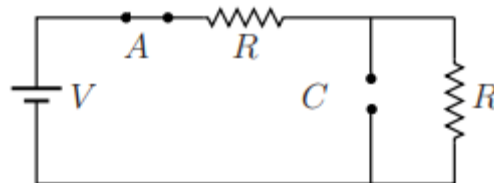
Para  $t_1$ , isto é, tempo em que a chave acabou de ser fechada, o capacitor se comporta como um curto, já que está descarregado.



Logo, a corrente logo após o fechamento da chave ( $t_1$ ) é de:

$$i(t_1) = \frac{V}{R}$$

Perceba que  $R$  mais a direita está curto-circuitado. Para o instante  $t_2$ , o capacitor está completamente carregado e ele se comporta como um aberto.



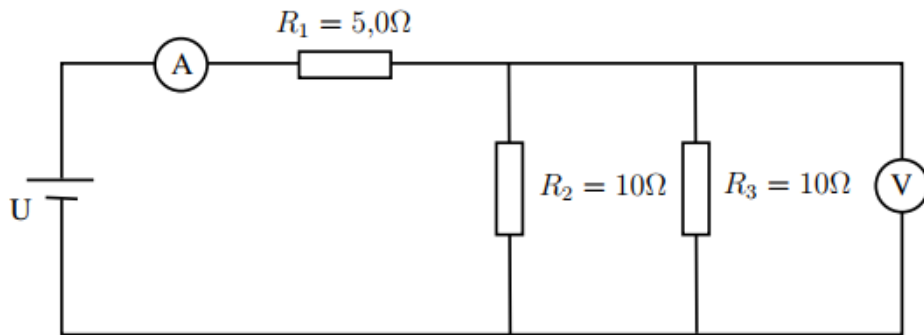
Neste caso, a corrente é dada por:

$$i(t_2) = \frac{V}{2R}$$

**Gabarito:**  $i(t_1) = \frac{V}{R}$  e  $i(t_2) = \frac{V}{2R}$

**52. (ITA – 2018)**

No circuito abaixo os medidores de corrente e de tensão elétrica possuem resistência interna. Sabendo-se que a fonte fornece a ddp  $U$ , o voltímetro mede  $4,0\text{ V}$ , o amperímetro mede  $1,0\text{ A}$  e que os valores das resistências  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  estão indicadas na figura, calcule o valor da resistência interna do voltímetro.



**Comentários:**

Como o voltímetro mede  $4,0\text{ V}$  e a corrente que passa pelo amperímetro é de  $1,0\text{ A}$ , temos:

$$10 // 10 // R_V \cdot 1 = 4 \Rightarrow \frac{R_V \cdot 5}{R_V + 5} = 4 \Rightarrow \boxed{R_V = 20\ \Omega}$$

**Gabarito:**  $R_V = 20\ \Omega$

---

**53. (ITA – 2019)**

Uma bateria composta por 50 células voltaicas em série é carregada por uma fonte de corrente contínua ideal de  $220\text{ V}$ . Cada célula tem uma força eletromotriz de  $2,30\text{ V}$  e resistência interna de  $0,100\ \Omega$ . Sendo a corrente de carregamento de  $6,00\text{ A}$ , indique o valor da resistência extra que deve ser inserida em série com a fonte.

- a)  $23\ \Omega$
- b)  $36,6\ \Omega$
- c)  $12,5\ \Omega$
- d)  $5,00\ \Omega$
- e)  $19,2\ \Omega$

**Comentários:**

Ao associar 50 geradores em série, a força eletromotriz é de  $50 \cdot 2,3 = 115\text{ V}$ . A resistência interna é de  $50 \cdot 0,1 = 5\ \Omega$ .

Pela Lei de Pouillet:

$$i = \frac{220 - 115}{5 + R} = 6 \Rightarrow \boxed{R = 12,5\ \Omega}$$

**Gabarito:** C

---



## 9. Considerações finais

Chegamos ao final da nossa aula. Relembre os conceitos estudado nessa aula e revise com calma os tópicos relacionados às técnicas de resolução de circuito. Você percebeu pela lista de questões que o método de Thévenin e o método da superposição são importantíssimos para a prova do ITA e do IME, pois simplificam muito nossas análises.

Tenha em mente as curvas características de geradores e de receptores, pois são muito importantes e, normalmente, a partir dela tiramos as equações características.

Quando estudar o capacitor em regime transitório, fique tranquilo se você não é familiarizado com integrais. Eu acho melhor você decorar a equação bizu e saber aplicar ela na hora da prova.

As Leis de Kirchhoff também são muito importantes. Elas são as bases para resolver circuitos elétricos, portanto, trabalhe bem as duas leis. Para fechar eletricidade, estudaremos ainda Magnetismo.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



 @proftoniburgatto



## 10. Referências bibliográficas

- [1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica volume 5. 2. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.
- [2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Seleccionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977.518p.
- [3] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física volume 3. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.
- [4] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física volume 3. 9ª ed. Moderna. 490p.
- [5] Resnick, Halliday, Jearl Walker. Fundamentos de Física volume 3. 10ª ed. LTC. 365p.
- [6] Asociación Fondo de Investigadores y Editores. Una visión analítica del movimiento volume II. 11ª ed. Lumbreras editores. 989 p.



## 11. Versão de aula

Versão de Aula	Data da última atualização
1.0	26/09/2019

