EXPONENCIAL E LOGARITMOS

FUNÇÃO EXPONENCIAL

Representação

$$y = y_0 \cdot a^x \begin{cases} y = y_0 \to x = 0 \\ a : \text{base}(0 < a \neq 1) \\ x \in \Re \end{cases}$$

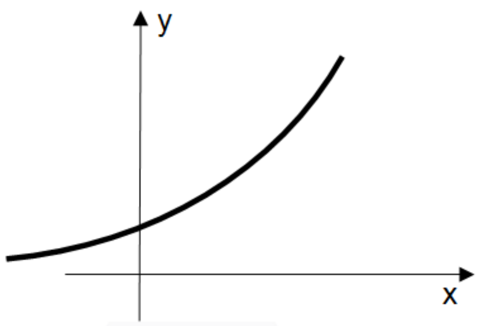
Atenção !

Uma situação muito comum de ***função exponencial*** é aquela em que uma determinada grandeza, que pra um instante t = 0 ela apresenta uma medida $y = y_0$, a partir deste instante, começa a apresentar um k crescimento (k > 0) ou decrescimento (k < 0) por unidade de tempo. Sendo assim fica mais prático representar a função da seguinte forma:

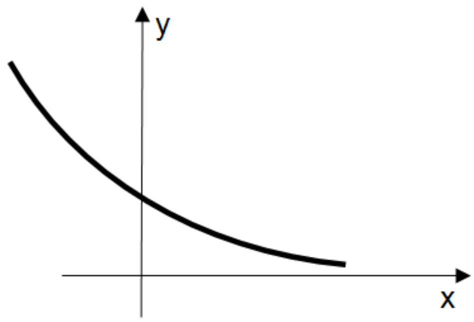
$$y = y_0 \cdot (1 + k)^t$$

Análise gráfica

Se a base a > 1 ∴ Função crescente



Se a base 0 < a < 1 ∴ Função decrescente



FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Representação

$$y = \log_a x \leftrightarrow a^y = x \begin{cases} y : \text{logaritmo} \\ a : \text{base}(0 < a \neq 1) \\ x : \text{logaritmando}(x > 0) \end{cases}$$

Consequências

I. $\log_a 1 = 0$

II. $\log_a a = 1$

III. $\log_a a^\alpha = \alpha$

IV. $a^{\log_a b} = b$

V. $\log_a b = \log_a c \to b = c$

Propriedades

I. $\log_a [b \cdot c] = \log_a b + \log_a c$

II. $\log_a \left[\frac{b}{c}\right] = \log_a b - \log_a c$

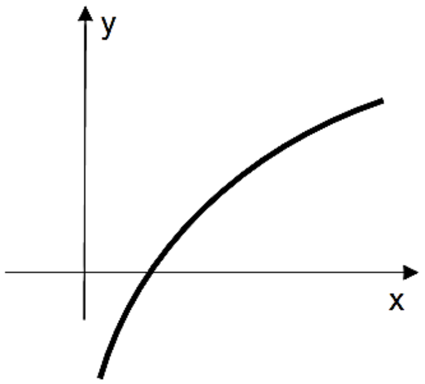
III. $\log_a b^{\alpha} = \alpha \cdot \log_a b$

IV. $\log_{a^{\alpha}} b = \frac{1}{\alpha} \cdot \log_a b$

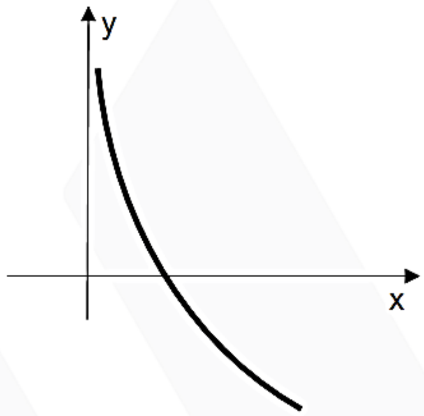
V. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ (mudança de base)

Análise gráfica

Se a base $a > 1 \therefore$ Função crescente



Se a base $0 < a < 1 \therefore$ Função decrescente



Inequações ou desigualdades

$$\left.\begin{matrix} a^b > a^c \\ \log_a b > \log_a c \end{matrix}\right\} \text{se} \begin{cases} a > 1 \therefore b > c \\ 0 < a < 1 \therefore b < c \end{cases}$$

Comentários finais

I. base decimal (a = 10)

$\log_{10} b = \log b$

II. base neperiano (a = e)

$\log_e b = \ln b$

III. cologaritmo

$\operatorname{colog}_a b = -\log_a b$

IV. Antilogaritmo

$y = \log_a x \rightarrow x = \operatorname{antilog}_a y$

Testes de fixação

01. (EFOMM) O valor de *x* para resolver a equação $4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x$ é:
a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

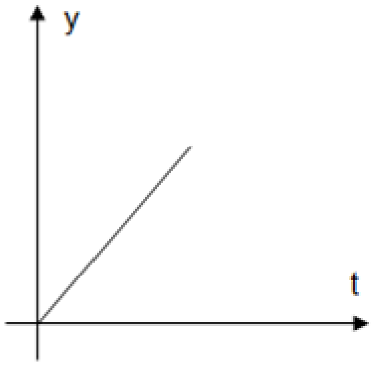
02. (EFOMM) O número de bactérias B, numa cultura, após t horas, é $B = B_0 e^{k \cdot t}$ onde k é uma constante real. Sabendo-se que o número inicial de bactérias é 100 e que essa quantidade duplica em $t = \frac{\ln 2}{2}$ horas, então o número N de bactérias, após 2 horas, satisfaz:
a) 800 < N < 1600
b) 1600 < N < 8100
c) 8100 < N < 128000
d) 128000 < N < 256000
e) 256000 < N < 512000

03. (EFOMM) O conjunto solução da inequação $\dfrac{\log_{10}\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)}{(x+1)^3 \cdot (1-x)^2} \geq 0$ é:

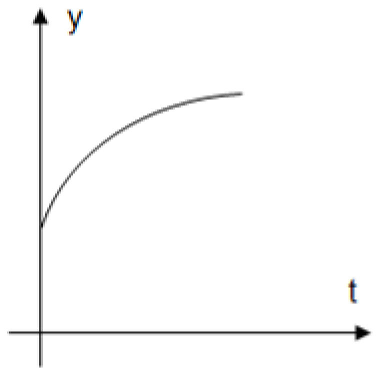
a) $\left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$
b) $\left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right] \cup \left(\frac{2}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$
c) $\left[-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$
d) $\left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup \left(1; \frac{2}{\sqrt{3}}\right]$
e) $\left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup \left(1; \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

04. (EFOMM) Em radioatividade, na função $A(t) = A_0 \cdot e^{-\varphi \cdot t}$, temos que:
I. A é a quantidade da substância radioativa ainda existente, no instante t;
II. φ é a constante de desintegração e $\varphi > 0$
III. A_0 é a amostra inicial no instante t_0; e
IV. t é o tempo.
De acordo com as informações acima, o gráfico que melhor representa a função $y(t) = \ln[A(t)]$ é:

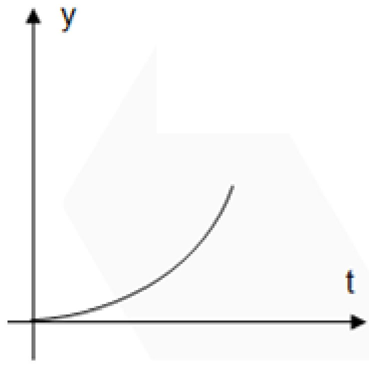
a)



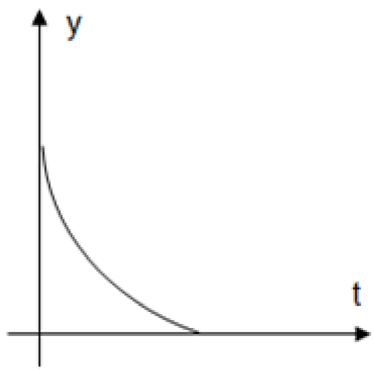
b)



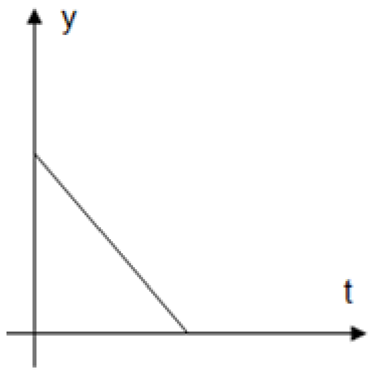
c)



d)



e)



05. (EFOMM) Sabendo que o $\log_{30} 3 = a$ e $\log_{30} 5 = b$**,** que opção representa $\log_{10} 2$?

a) $\dfrac{1-a-b}{2+a}$
b) $\dfrac{1-a-b}{2+a}$
c) $\dfrac{1-a-b}{1+a}$
d) $\dfrac{1-a-b}{2-a}$
e) $\dfrac{1-a-b}{1-a}$

06. (EFOMM) Numa embarcação é comum ouvirem-se determinados tipos de sons. Suponha que o nível sonoro β e a intensidade I de um desses sons esteja relacionado com a equação logarítmica $\beta = 12 + \log_{10} I$, em que β é medido em decibéis e I em watts por metro quadrado. Qual é a razão $\dfrac{I_1}{I_2}$, sabendo-se que I_1 corresponde ao ruído sonoro de 8 decibéis de uma aproximação de dois navios e que I_2 corresponde a 6 decibéis no interior da embarcação?

a) 0,1
b) 1
c) 10
d) 100
e) 1000

07. (EFOMM) Os domínios das funções reais f(x) = log x^2 e g(x) = 2.log x são D_1 e D_2, respectivamente. Sendo assim, pode-se afirmar que:
a) $D_1 = D_2$
b) $D_1 \neq D_2$, mas $D_1 \subset D_2$
c) $D_1 \neq D_2$, mas $D_2 \subset D_1$
d) $D_1 \neq D_2$, e $D_1 \cap D_2 = \varphi$
e) $D_1 \not\subset D_2$, $D_2 \not\subset D_1$ e $D_1 \cap D_2 \neq \varphi$

08. (EFOMM) [...] A vantagem de lidar com os logaritmos é que eles são números mais curtos do que as potências. Imagine que elas indiquem a altura de um foguete que, depois de lançado, atinge 10 metros em 1 segundo, 100 metros em 2 segundos e assim por diante, nesse caso, o tempo (t) é sempre o logaritmo decimal da altura (h) em metros.

Revista Superinteressante, pg.: 86 de 2000 maio.

A partir das informações dadas, analise as afirmativas abaixo:
I. Pode-se representar a relação descrita por meio da função: h= log t.
II. Se o foguete pudesse ir tão longe, atingiria 1 bilhão de metros em 9 segundos.
III. Em 2,5 segundos o foguete atinge 550 metros.
Dentre as respostas, assinale a alternativa correta.
a) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
b) Apenas a afirmativa II é verdadeira.
c) As afirmativas I e II são falsas.
d) As afirmativas I e III são verdadeiras.
e) Apenas a afirmativa III é falsa.

09. (EFOMM) Em uma certa região, ocorreu uma infecção viral que se comportou de acordo com a função: $N(t) = a \cdot 2^{b \cdot t}$, em que N(t) são pessoas infectadas em t dias após a realização do estudo; a e b constantes reais. Sabe-se que, ao iniciar o estudo, havia 3000 pessoas infectadas e que, após 2 dias, esse número chegava a 24000 pessoas. Assinale a alternativa que representa o número de pessoas infectadas após 16 horas.
a) 5000
b) 6000
c) 7000
d) 8000
e) 9000

10. (EFOMM) Sendo $\log_a b = 10$ e $\log_a c = 20$, podemos afirmar que $\log_a \sqrt[3]{bc} + \log_c a\sqrt{c}$ é igual a:
a) 211/20
b) 200
c) 30
d) 10
e) 135/7

11. (EFOMM) São conhecidas que as indicações R_1 e $R_{2,}$ na escala Richter, em relação aos dois terremotos que estão relacionados pela fórmula: $R_2 - R_1 = \log (M_2/M_1)$ onde encontram-se M_1 e M_2, sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Considerando os 9 pontos na escala Richter do terremoto de San Francisco (R_2) e 7 pontos no de Lisboa (R_1), assinale a alternativa correta que define a razão entre as energias liberadas pelos abalos sísmicos.

a) 10^3
b) 10^2
c) 0,001
d) 10
e) 0,1

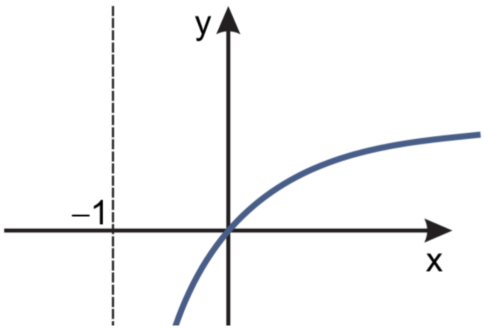
12. (EFOMM) Se $\log a = 0,4771$ e $\log b = 0,3010$, então o $\log \frac{a}{b}$ é:

a) 0,1761
b) - 0,1761
c) 0,7781
d) 0,8239
e) -0,8239

13. (EFOMM) Determine o domínio da função real $y = \sqrt{\left(\log_{\frac{1}{2}} x + 2\right)}$.

a) $D = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x \leq 4\}$
b) $D = \{x \in \mathbb{R} / 0 > x \geq 4\}$
c) $D = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x \leq 2\}$
d) $D = \{x \in \mathbb{R} / 0 > x \geq 4\}$
e) $D = \{x \in \mathbb{R} / x < 4\}$

14. (EFOMM) Considere o gráfico abaixo. A função mais bem representada por ele é a:



a) $f(x) = \log_2 (x+1)$
b) $f(x) = \log_{1/2} (x+1)$
c) $f(x) = \log_2 (x-1)$
d) $f(x) = \log_{1/2} (x-1)$
e) $f(x) = \log_2 (-x+1)$

15. (EFOMM) Determine o valor de x na equação: $\log(x-9)+2\log\sqrt{2x-1}=2$.

a) 7/2
b) – 7/2
c) 1/2
d) 13
e) 2

16. (EFOMM) A intensidade I de um terremoto, medida na escala Richter, é um número que varia de I = 0 até I = 8,9 para o maior terremoto conhecido. I é dado pela fórmula: $I=\frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}$, onde E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e $E_0 = 7\cdot 10^{-3}\,kwh$. Qual a energia liberada num terremoto de intensidade 6 na escala Richter? Considere $10^{0,845} = 7$.

a) $E = 10^{6,845}$
b) $E = 10^{8}$
c) $E = 10^{8,747}$
d) $E = 10^{9,496}$
e) $E = 10^{9,845}$

17. (EFOMM) Sabendo-se que $3^x - 3^{2-x} = 2^3$, calcule $15 - x^2$.

a) 11
b) 9
c) 8
d) 7
e) 3

18. (EFOMM) O domínio da função $\Re$ em $\Re$, definida por $y=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^x-243}}$, é:

a) $D=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x>5\}$
b) $D=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x<5\}$
c) $D=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x<-5\}$
d) $D=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x>-5\}$
e) $D=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x>-3\}$

19. (EFOMM) Dada a função real $y=\log\left(\sqrt{x-3}-3\right)$, determine seu domínio.

a) $D(f)=]12,+\infty[$
b) $D(f)=]9,12[$
c) $D(f)=]9,+\infty[$
d) $D(f)=[30,+\infty[$
e) $D(f)=]30,+\infty[$

20. (EFOMM) Calcule os valores de x na expressão $9^{x-\frac{1}{2}} - \frac{4}{3^{1-x}} = -1$.

a) $S = \{1;2\}$

b) $S = \{0;1\}$

c) $S = \{-1;2\}$

d) $S = \{0;2\}$

e) $S = \{1;-1\}$

21. (EFOMM) Calcule o valor de x na expressão $2^{3x+5} - 2^{3x+1} = 3^{3x+5} - 3^{3x+4} - 142 \cdot 3^{3x}$.

a) $-\frac{1}{2}$

b) $-\frac{1}{3}$

c) 0

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{2}$

22. (EFOMM) Sendo $a^2 + b^2 = 70ab$, o valor de $\log_5 \left[\frac{(a+b)^2}{ab}\right]$ em função de $m = \log_5 2$ e $n = \log_5 3$, é:

a) n + m
b) 2n + m
c) 3n + m
d) 2n + 2m
e) 2n + 3m

23. (EFOMM) A igualdade $7^x + 7^{x-1} = 8x$ se verifica:
a) apenas para os valores irracionais de x
b) apenas para x = 1
c) para x = 0 e x = 1
d) para x = 1 e x = -16
e) para x = -1 e x = 0

24. (EFOMM) Sendo a = 8 e $b = \sqrt{2}$, o valor de $\log_2 \sqrt{\frac{8a^2b}{\sqrt{a}\sqrt[3]{b}}}$ é igual a:

a) 65/12
b) 57
c) 38/15
d) 32
e) 47/12

25. (EFOMM) A base do sistema de logaritmos, no qual o logaritmo de $2\sqrt{5}$ vale – 0,5 é:
a) 2
b) 1,5
c) 3/7
d) 0,05
e) 2,5

26. (EFOMM) Dados log2 = 0,301, log3 = 0,477 e $p = 0{,}72^3 \cdot \sqrt{5}$, podemos afirmar que $\log\left(\frac{1}{p^2}\right)$ é:

a) 1,159
b) 3,238
c) 0,159
d) 3,238
e) 1,637

27. (EFOMM) Sabendo que $\log_p a = n \cdot \log_q a$, a relação estabelecida entre as bases p e q é:

a) $q = p^n$
b) $q = p$
c) $p = nq$
d) $q = p^{n-1}$
e) $q = np$

28. (EFOMM) Sabendo-se que $P = \log_{\sqrt{0,1}} \sqrt[3]{16}$, então o valor de $\sqrt[3]{P}$ é:

Dado: $\log 2 = 0{,}3$.

a) – 0,8
b) – 0,2
c) 0,02
d) $2\sqrt[3]{10}$
e) $\frac{-2}{\sqrt[3]{10}}$

29. (EFOMM) Se $\log_c a = 3$ e $\log_c b = 5$, então o valor de $\log_c\left(\frac{\sqrt[3]{a\sqrt[5]{b^2}}}{c\sqrt{c}}\right)$ é:

a) 1/6
b) 7/6
c) 3/2
d) 5/6
e) 4/3

30. (EFOMM) Se log200 = 2,30103, o valor de $\log 0{,}008^{1/4}$ é:

a) - 0,2242275
b) - 0,3242275
c) - 0,4242275
d) - 0,5242275
e) - 0,6242275

31. (EFOMM) Sabendo que $\log 2 = 0{,}301$ e $\log 3 = 0{,}477$, $\log_5 18$ vale:

a) 0,778
b) 0,068
c) 1,795
d) 1,255
e) 2,510

GABARITO

01. a	02. b	03. a	04. e	05. e	06. d	07. c	08. b	09. b	10. a	11. b	12. a
13. a	14. a	15. d	16. a	17. a	18. c	19. a	20. b	21. d	22. e	23. b	24. e
25. d	26. c	27. a	28. e	29. a	30. d	31. c					