MATEMÁTICA

FRENTE: MATEMÁTICA IV

PROFESSOR(A): MARCELO MENDES

EAD – ITA/IME

AULA 29

ASSUNTO: TRIÂNGULO DE PASCAL E BINÔMIO DE NEWTON – PARTE 3

Resumo Teórico

TRIÂNGULO DE PASCAL E BINÔMIO DE NEWTON – PARTE 3

Escrevendo os termos do desenvolvimento de

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^{n-k}y^k = \binom{n}{0}x^ny^0 + \binom{n}{1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \ldots + \binom{n}{n}x^0y^n$$

na ordem acima (isto é, ordenados seguindo as potências decrescentes de **x**), o termo de ordem k + 1 é:

Termo Geral do Binômio de Newton

$$T_{k+1} = \binom{n}{k}x^{n-k}y^k$$

Expansão Multinominal

O coeficiente de $x^iy^jz^k$ (i + j + k = n) em $(x + y + z)^n$ é dado por:

$$\binom{n}{i,\ j,\ k} = \frac{n!}{i!\ j!\ k!}$$

Em geral, temos

$$(x_1 + x_2 + \ldots + x_r)^n = \sum_{n_i \in \mathbb{N}} n_1 + n_2 + \ldots + n_r \left(\frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_r!}x_1^{n_1}\cdot x_2^{n_2}\cdot \ldots \cdot x_r^{n_r}\right)$$

Exercícios de Fixação

01. (ITA) No desenvolvimento de $(x^2 + 3x)^{12}$, o coeficiente de x^{20} é:
A) $3^4 \cdot 55$
B) $3^5 \cdot 110$
C) $3^6 \cdot 55$
D) $3 \cdot 110$
E) 55

02. (ITA) No desenvolvimento de $(1 + 3x)^n$, a razão entre os coeficientes dos termos de terceiro e primeiro graus em **x** é 6(m – 1). O valor de **m** é:
A) 3
B) 4
C) 6
D) 8
E) 10

03. (ITA) Considere o desenvolvimento $(x + y)^{10} = A_1x^{10} + A_2x^9y + \ldots$, em que **x** e **y** são números reais. A oitava parcela do lado direito é igual a $\frac{405}{2}(\log_k 2)^3$, para algum k > 1, $x = \frac{2\log_2 k}{\sqrt{\log_k 2}}$ e $y = \frac{\sqrt{\log_k 2}}{2\log_2 k}$.
Nesse caso:
A) $k^2 = 2$
B) $k^2 = 3$
C) $k^3 = 2$
D) $k^3 = 7$
E) $k^3 = 5$

04. (IME) Determine o termo máximo do desenvolvimento da expressão $\left(1+\frac{1}{3}\right)^{65}$.

05. (ITA) Determine o coeficiente de x^4 no desenvolvimento de $(1+x+x^4)^9$.

Exercícios Propostos

01. (ITA) No desenvolvimento de $(x + y)^6$, ordenado segundo as potências decrescentes de **x**, a soma do 2º termo com $\frac{1}{10}$ do termo de maior coeficiente é igual a oito vezes a soma de todos os coeficientes. Se $x = 2^{z+1}$ e $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{z-\frac{1}{2}}$, então:
A) z ∈ [0, 1]
B) z ∈ (20, 50)
C) z ∈ (– ∞, 0]
D) z ∈ [1, 15]
E) n.d.a.

02. Quantos termos racionais contém o desenvolvimento de $\left(\sqrt{2}+\sqrt[3]{3}\right)^{100}$?

03. No desenvolvimento do binômio $(a + b)^{n+5}$, ordenado segundo as potências decrescentes de **a**, o quociente do termo que ocupa a posição n + 3 pelo termo que ocupa a posição n + 1 é $\frac{2b^2}{3a^2}$. Então, o valor de **n** é:
A) 4
B) 5
C) 6
D) 0
E) 9

04. Os três primeiros coeficientes no desenvolvimento de $\left(x^2+\frac{1}{2x}\right)^n$ estão em progressão aritmética. O valor de **n** é:
A) 4
B) 6
C) 8
D) 10
E) 12

05. (IME) Determine o termo independente de **x** de $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$.

06. (IME) Determine a condição que o inteiro **m** deve satisfazer para que exista termo independente de **x** no desenvolvimento de $\left(x^4-\frac{1}{x^8}\right)^m$.

07. (ITA) O termo independente de **x** no desenvolvimento do binômio $\left(\sqrt{\frac{3\sqrt[3]{x}}{5x}}-\sqrt[3]{\frac{5x}{3\sqrt{x}}}\right)^{12}$ é:

A) $729\sqrt[3]{45}$
B) $972\sqrt[3]{15}$
C) $891\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$
D) $376\sqrt[3]{\frac{5}{3}}$
E) $165\sqrt[3]{75}$

08. (ITA) O coeficiente de $a^{n+1-p}b^p$ no produto de $a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\ldots+\binom{n}{p}a^{n-p}b^p+\ldots+b^n$ por (a + b) vale:
A) $\binom{n}{p}$
B) $\binom{n+1}{p}$
C) $\binom{n-1}{p}$
D) $\binom{n+1}{p+1}$
E) n.d.a.

09. (ITA) Escreva o desenvolvimento do binômio $(tg^3x - cossec^6x)^m$, em que **m** é um número inteiro maior que zero, em termos de potências inteiras de sen x e cos x. Para determinados valores do expoente, esse desenvolvimento possuirá uma parcela P, que não conterá a função sen x. Seja **m** o menor valor para o qual isso ocorre. Então $P=-\frac{64}{9}$, quando **x** for igual a:
A) $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$, **k** inteiro.
B) $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$, **k** inteiro.
C) $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, **k** inteiro.
D) $x=\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi$, **k** inteiro.
E) não existe **x** satisfazendo a igualdade desejada.

10. Mostre que o coeficiente de x^3 em $(1 + 3x + 2x^2)^{10}$ é 3780.

Gabarito

Exercícios de Fixação				
01	**02**	**03**	**04**	**05**
C	C	C	*	–

***04:** $\frac{1}{3^{16}}\binom{65}{16}$

– Demonstração.

Exercícios Propostos				
01	**02**	**03**	**04**	**05**
C	*	A	C	*
06	**07**	**08**	**09**	**10**
*	E	B	D	–

***02:** 17
05: –252
06: **m** múltiplo de 3.
– Demonstração.

Supervisor(a)/Diretor: Marcelo Pena – Autor(a): Marcelo Mendes
Dig.: Sofia – Rev.: Katiary