POSIÇÕES RELATIVAS

Nesta apostila, vamos abordar algumas relações entre objetos já vistos no estudo da geometria plana. Estudaremos as seguintes posições relativas: entre circunferência e ponto, entre circunferência e reta e entre duas circunferências. Considere ao decorrer desta apostila que d signifique distância.

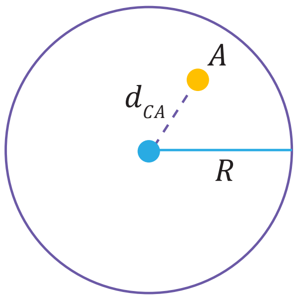
Posições entre Circunferência e Ponto

Considerando um ponto A qualquer e uma circunferência de centro C e raio R, o ponto pode ser: interior à circunferência, pertencente à circunferência ou exterior à circunferência.

Se a distância entre o centro da circunferência e o ponto A for **menor** que o raio, dizemos que este ponto é **interior** à circunferência e escrevemos:

$$d_{CA} < R$$

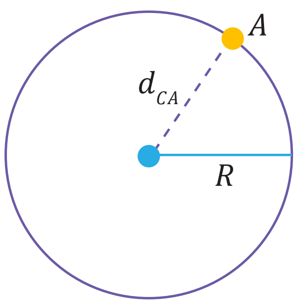
A figura abaixo ilustra este fato.



Se a distância entre o centro da circunferência e o ponto A for **igual** ao raio, dizemos que este ponto **pertence** à circunferência e escrevemos:

$$d_{CA} = R$$

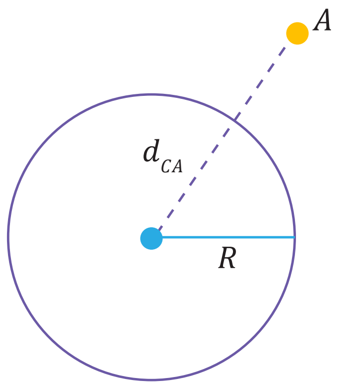
Observe abaixo.



Por fim, se a distância entre o centro da circunferência e o ponto A for **maior** que o raio, dizemos que este ponto é **exterior ou externo** à circunferência e escrevemos:

$$d_{CA} > R$$

Observe na figura abaixo.



A seguir, discorremos sobre as posições entre circunferência e reta, a partir, também, da distância entre elas.

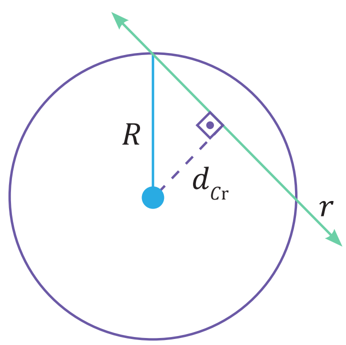
Posições entre Circunferência e Reta

Considerando uma reta r qualquer e uma circunferência de centro C e raio R, a reta pode ser: secante à circunferência, tangente à circunferência ou externa à circunferência.

Primeiramente, se a distância entre o centro da circunferência e a reta r for **menor** que o raio, dizemos que a reta é **secante** à circunferência e escrevemos:

$$d_{Cr} < R$$

A reta secante pode ser observada abaixo.

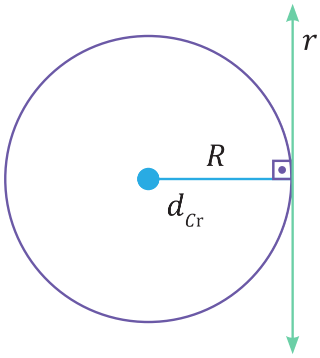


Observação: a reta secante possui dois pontos distintos em comum com a circunferência (dizendo de outra forma: a reta secante corta a circunferência em dois pontos distintos).

Se a distância entre o centro da circunferência e a reta r for **igual** ao raio, dizemos que a reta é **tangente** à circunferência e escrevemos:

$$d_{Cr} = R$$

A reta tangente pode ser observada abaixo.

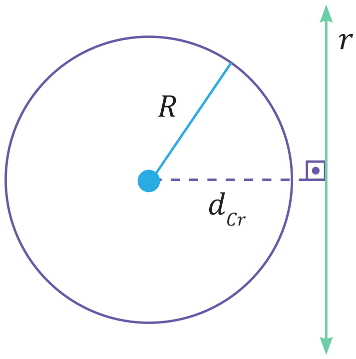


Observação: a reta tangente possui apenas um ponto comum com a circunferência (dizendo de outra forma: a reta tangente corta a circunferência em apenas um ponto).

Finalmente, se a distância entre o centro da circunferência e a reta r for **maior** que o raio, dizemos que a reta é **externa** à circunferência e escrevemos:

$$d_{Cr} > R$$

A reta externa à circunferência pode ser observada abaixo.



Observação: a reta externa **não possui** ponto em comum com a circunferência.

Já estudamos sobre as posições entre circunferência e ponto e circunferência e reta. Vamos falar agora sobre as posições entre circunferências.

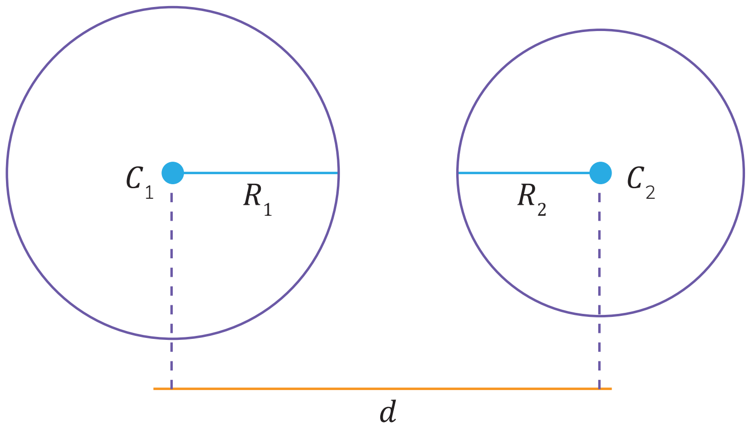
Posições entre Circunferências

Considerando duas circunferências quaisquer de centro C_1 e raio R_1 e centro C_2 e raio R_2, essas duas circunferências podem ser: externas, tangentes externas, tangentes internas, internas, concêntricas ou secantes.

Se a distância entre os centros C_1 e C_2 for **maior** que a soma dos raios R_1 e R_2, respectivamente, dizemos que as circunferências são **externas** e escrevemos:

$$d > R_1 + R_2$$

Observe abaixo.

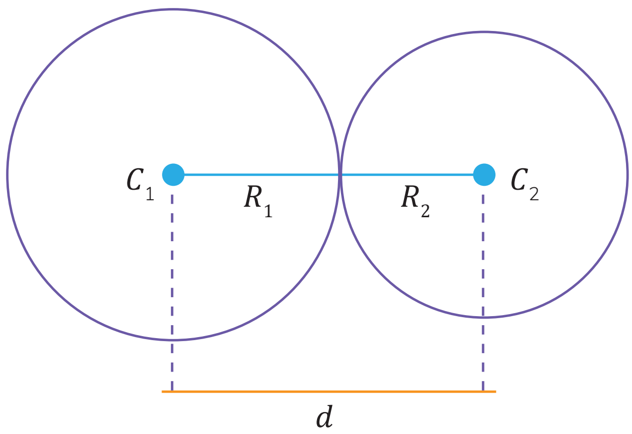


Observação: as circunferências externas **não possuem** pontos em comum.

Se a distância entre os centros C_1 e C_2 for **igual à soma** dos raios R_1 e R_2, respectivamente, dizemos que as circunferências são **tangentes externas** e escrevemos:

$$d = R_1 + R_2$$

Observe abaixo.

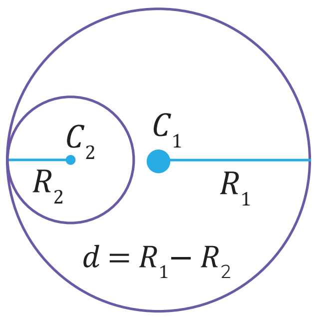


Observação: as circunferências tangentes externas possuem apenas um ponto em comum.

Se a distância entre os centros C_1 e C_2 for i**gual à subtração** dos raios R_1 e R_2, respectivamente, dizemos que as circunferências são tangentes **internas** e escrevemos:

$$d = R_1 - R_2$$

Observe a imagem abaixo.

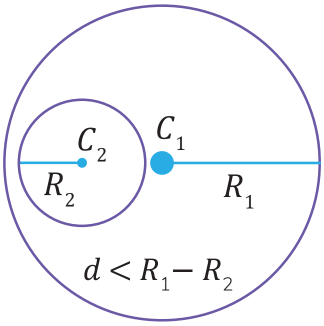


Observação: as circunferências tangentes internas também possuem apenas um ponto em comum.

Se a distância entre os centros C_1 e C_2 for **menor que a subtração** dos raios R_1 e R_2, respectivamente, dizemos que as circunferências são **internas** e escrevemos:

$$d < R_1 - R_2$$

Observe abaixo.

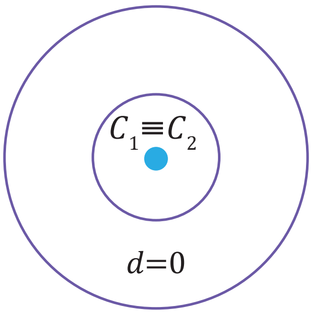


Observação: as circunferências internas **não possuem** pontos em comum.

Se a distância entre os centros C_1 e C_2 for **nula**, dizemos que as circunferências são **concêntricas** e escrevemos:

$$d = 0$$

Observe a figura abaixo, em que é perceptível o fato de que o centro das duas circunferências coincidem.

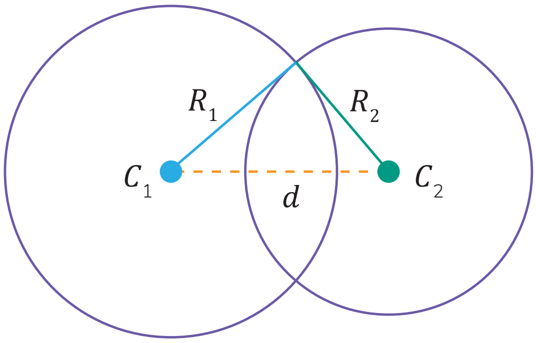


Observação: as circunferências concêntricas **não possuem** pontos em comum.

Por último, se a distância entre os centros C_1 e C_2 for **maior que o módulo da subtração** dos raios R_1 e R_2 **e menor que a soma** destes, dizemos que as circunferências são **secantes** e escrevemos:

$$|R_1 - R_2| < d < R_1 + R_2$$

Observe abaixo.



Observação: as circunferências secantes possuem dois pontos em comum.

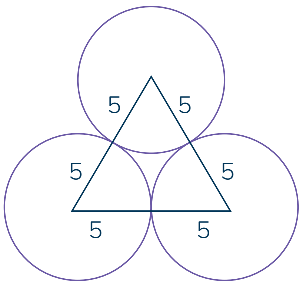
Finalizamos esta apostila com um exercício de fixação.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Três circunferências tangentes externas duas a duas possuem um raio de mesmo comprimento, medindo 5 cm. Traça-se um triângulo que une os três centros das circunferências. Qual é a área deste triângulo?

Solução:

Primeiro, vamos desenhar o que o exercício nos fala. Como as circunferências são tangentes externas duas a duas, elas possuem o seguinte formato.



Notamos que o triângulo formado é equilátero. Calculamos sua área pela sua fórmula conhecida, apresentada a seguir:

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

O lado do triângulo equivale à duas vezes o raio das circunferências, neste caso, l=10, logo:

$$A = \frac{10^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A = 25\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Assim, a área do triângulo vale $25\sqrt{3}$ cm².

Finalizamos assim o estudo das posições relativas.