

# OS L

# 4

Pré-vestibular Física



**Autoria:** Nicolau Arbex Sarkis, Rodrigo Fulgêncio Mauro e André Oliveira de Guadalupe.

**Direção geral:** Nicolau Arbex Sarkis.

**Gerência editorial:** Emília Noriko Ohno.

**Coordenação de projeto editorial:** Marília L. dos Santos C. Ribeiro e Viviane R. Nepomuceno.

**Analista de projeto editorial:** Brunna Mayra Vieira da Conceição.

**Edição:** Equipe de edição da Editora Poliedro.

**Coordenação de edição de texto:** Anaiza Castellani Selingardi.

**Edição de texto:** Equipe de edição de texto da Editora Poliedro.

**Coordenação de revisão:** Mariana Castelo Queiroz.

**Revisão:** Equipe de revisão da Editora Poliedro.

**Edição de arte:** Kleber S. Portela e Wellington Paulo.

**Diagramação:** Equipe de diagramação da Editora Poliedro.

**Ilustração:** Equipe de ilustração da Editora Poliedro.

**Coordenação de licenciamento:** Kelly Garcia.

**Analistas de licenciamento:** Equipe de licenciamento da Editora Poliedro.

**Coordenação de engenharia de produção:** Juliano Castilho Laet de Holanda.

**Analista de produção editorial:** Claudia Moreno Fernandes.

**Coordenação de PCP:** Anderson Flávio Correia.

**Analista de PCP:** Vandrê Luis Soares.

**Projeto gráfico:** Alexandre Moreira Lemes e Kleber S. Portela.

**Projeto gráfico da capa:** Bruno Torres e Varão Monteiro Junior.

**Impressão e acabamento:** Nywgraf.

**Créditos:** capa e frontispício DNY59/iStockphoto.com 61 Rich Niewiroski Jr./Wikipedia • Matt H. Wade/Wikimedia Commons • Volodymyr Coinyk/132rf.com 171 Arne Danielsen • Reprodução • Reprodução.

A Editora Poliedro pesquisou junto às fontes apropriadas a existência de eventuais detentores dos direitos de todos os textos e de todas as obras de artes plásticas presentes nesta obra, sendo que sobre alguns nenhuma referência foi encontrada. Em caso de omissão, involuntária, de quaisquer créditos faltantes, estes serão incluídos nas futuras edições, estando, ainda, reservados os direitos referidos nos arts. 28 e 29 da lei 9.610/98.



São José dos Campos-SP  
ISBN: 978-85-7901-052-1  
Telefone: (12) 3924-1616  
editora@sistemapoliedro.com.br  
www.sistemapoliedro.com.br

Copyright © 2018  
Todos os direitos de edição reservados à Editora Poliedro

# SUMÁRIO

## Frente 1

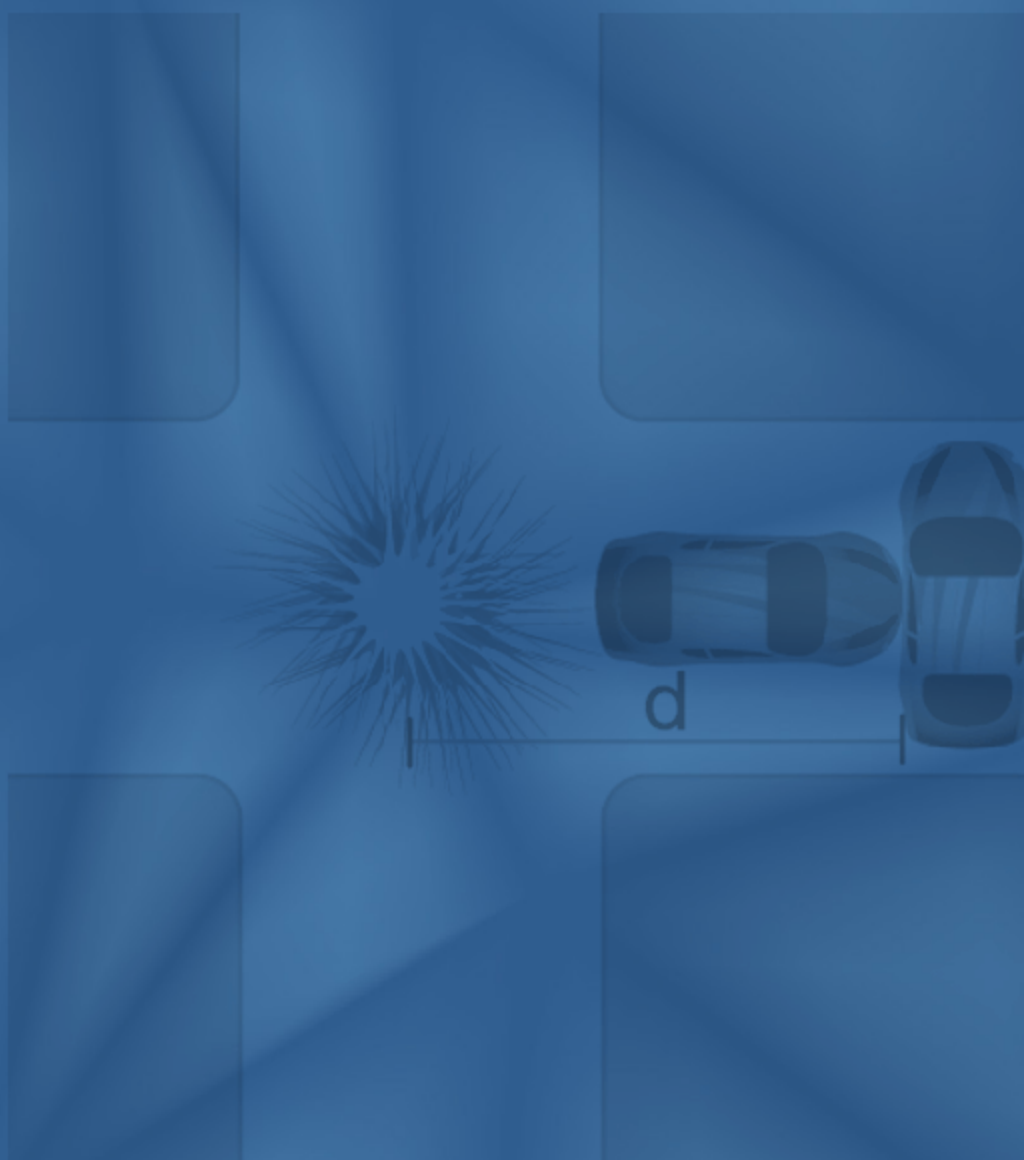
<b>11</b>	<b>Impulso, quantidade de movimento, colisões, centro de massa e análise dimensional.....</b>	<b>6</b>
	Impulso.....	7
	Quantidade de movimento.....	8
	Colisões.....	9
	Centro de massa.....	14
	Análise dimensional.....	15
	Revisando.....	17
	Exercícios propostos.....	24
	Textos complementares.....	39
	Exercícios complementares.....	42

## Frente 2

<b>11</b>	<b>Estática.....</b>	<b>62</b>
	Conceitos básicos de Estática.....	63
	Equilíbrio translacional.....	66
	Equilíbrio rotacional.....	70
	Condições de equilíbrio.....	74
	Tombamento e escorregamento.....	77
	Tipos de equilíbrio.....	79
	Revisando.....	81
	Exercícios propostos.....	83
	Texto complementar.....	99
	Exercícios complementares.....	101
<b>12</b>	<b>Hidrostática.....</b>	<b>117</b>
	Introdução à Mecânica dos Fluidos.....	118
	Conceitos básicos da Hidrostática.....	119
	Teorema de Stevin.....	122
	Teorema de Pascal.....	126
	Teorema de Arquimedes.....	127
	Revisando.....	133
	Exercícios propostos.....	136
	Texto complementar.....	150
	Exercícios complementares.....	153

## Frente 3

<b>13 Ondas periódicas</b> .....	<b>172</b>
Ondas periódicas.....	173
Princípio de Huygens .....	175
Intensidade e potência de uma onda.....	177
Revisando .....	178
Exercícios propostos.....	180
Texto complementar.....	182
Exercícios complementares.....	185
<b>14 Interferência</b> .....	<b>188</b>
Interferência.....	189
Revisando .....	193
Exercícios propostos .....	194
Texto complementar .....	197
Exercícios complementares.....	199
<b>15 Acústica</b> .....	<b>202</b>
Onda sonora.....	203
Cordas vibrantes .....	205
Tubos sonoros, colunas de ar que vibram.....	207
Efeito Doppler.....	208
Revisando .....	209
Exercícios propostos.....	210
Texto complementar .....	214
Exercícios complementares.....	217
<b>Gabarito</b> .....	<b>220</b>



# Frente 1

# 11

FRENTE 1

## Impulso, quantidade de movimento, colisões, centro de massa e análise dimensional

Milhares de meteoroides com as dimensões de um grão de areia entram na atmosfera terrestre diariamente. Ao colidir com a atmosfera com velocidades de cerca de 60 km/s, esses corpos transferem momento linear para as moléculas constituintes do ar e começam a desacelerar. O meteoróide perde energia cinética, e energia em forma de calor é produzida, de acordo com o princípio da conservação de energia, dando origem a um fenômeno luminoso conhecido como meteoro.

## Impulso

Quando empurramos um carrinho sobre uma superfície durante certo tempo, o carrinho ganha velocidade. Dizemos que “demos um impulso” no carrinho.



Fig. 1 Carro recebe impulso.

Dessa forma, se uma força constante  $\vec{F}$  age sobre uma partícula em um intervalo  $\Delta t$ :

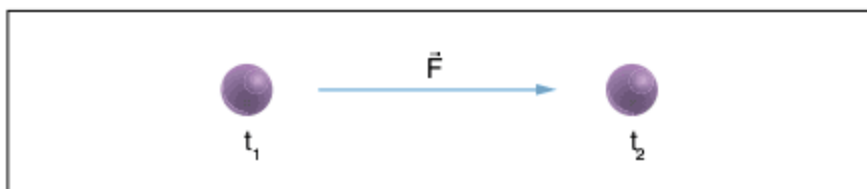


Fig. 2 Força constante agindo sobre partícula.

em que  $\Delta t = t_2 - t_1$

então o impulso  $\vec{I}$  dessa força é dado por:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$\vec{F}$  e  $\vec{I}$  são grandezas vetoriais e  $\Delta t$  é escalar.

módulo de  $\vec{I}$ :  $|\vec{I}| = |\vec{F}| \cdot \Delta t$ .

direção de  $\vec{I}$ : a mesma de  $\vec{F}$ , pois  $\Delta t$  é escalar.

sentido de  $\vec{I}$ : o mesmo de  $\vec{F}$ , pois  $\Delta t$  é positivo.

Temos ainda que:

$$\text{unid}(\vec{I}) = \text{unid}(\vec{F}) \cdot \text{unid}(\Delta t)$$

No SI:  $\text{unid}(\vec{I}) = \text{N} \cdot \text{s}$

Esta fórmula ( $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$ ) só pode ser utilizada para calcular o impulso de uma força constante. No caso de força de módulo variável e direção constante, o módulo do impulso será calculado pela área do gráfico força  $\times$  tempo:

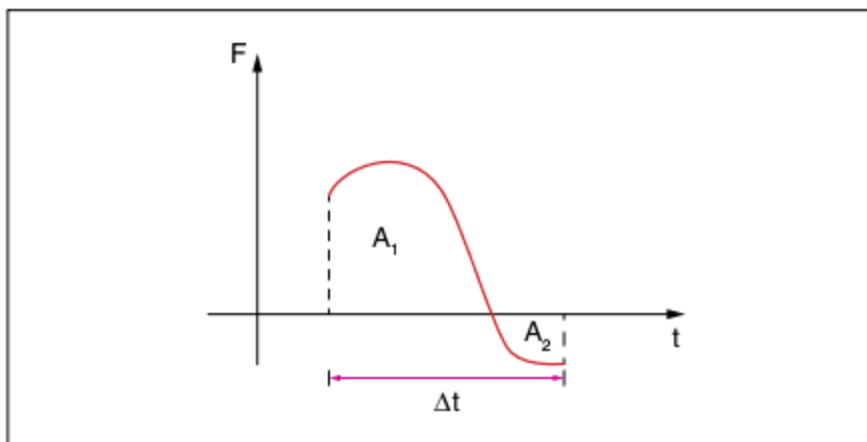


Fig. 3 Gráfico força  $\times$  tempo.

$$I \stackrel{N}{=} \text{área} = A_1 - A_2$$

$A_1$  é tomada com sinal positivo, pois está acima do eixo  $t$ .

$A_2$  é tomada com sinal negativo, pois está abaixo do eixo  $t$ .

A direção e o sentido de  $\vec{I}$  são os mesmos de  $\vec{F}$ .

## ATENÇÃO!

Se  $\vec{F}$  variar em direção, devemos construir os gráficos  $F_x \times t$  e  $F_y \times t$ , no qual teremos os valores de  $I_x$  e  $I_y$ , que são os impulsos nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente:

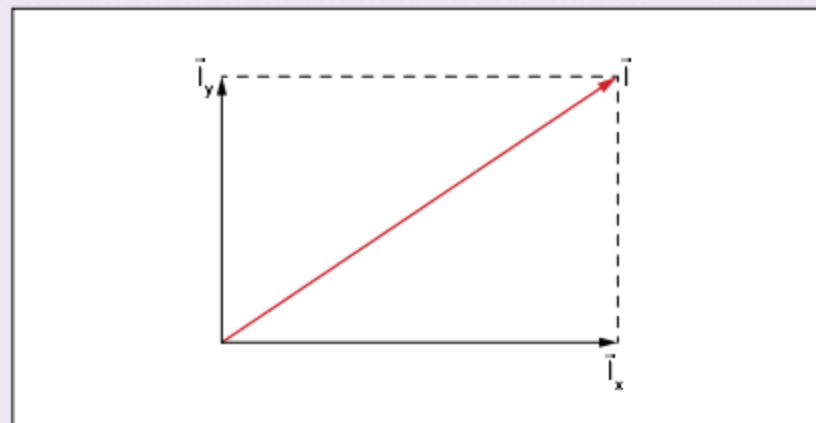


Fig. 4 Impulso total decomposto em duas direções.

$$|\vec{I}|^2 = |\vec{I}_x|^2 + |\vec{I}_y|^2$$

No caso particular de força constante, temos graficamente:

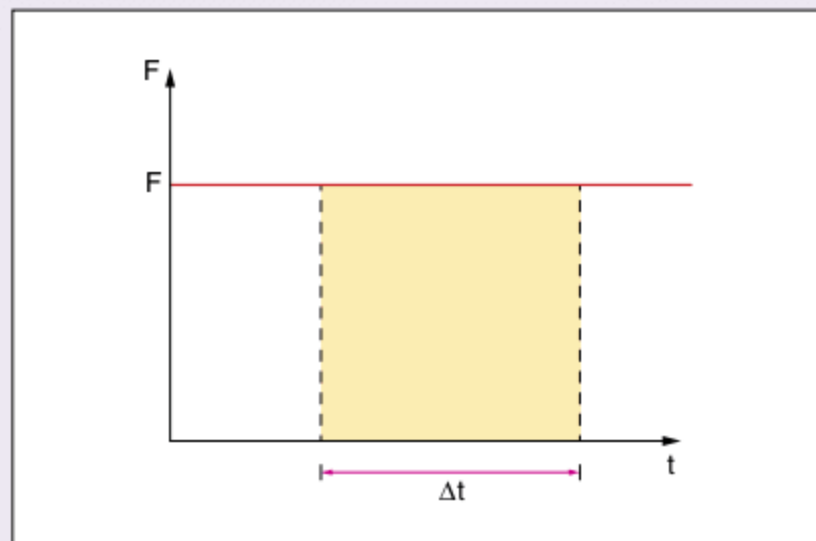


Fig. 5 Gráfico força  $\times$  tempo de uma força constante.

$I = F \cdot \Delta t$ , em que  $I$  e  $F$  são, respectivamente, os módulos de  $\vec{I}$  e de  $\vec{F}$ .

## Força média

Se uma partícula estiver sujeita a uma força variável em um certo intervalo de tempo, ela receberá um impulso dessa força. A força média é definida como uma força constante que produz o mesmo impulso no mesmo intervalo de tempo.

Seja a força variável dada pelo gráfico seguinte:

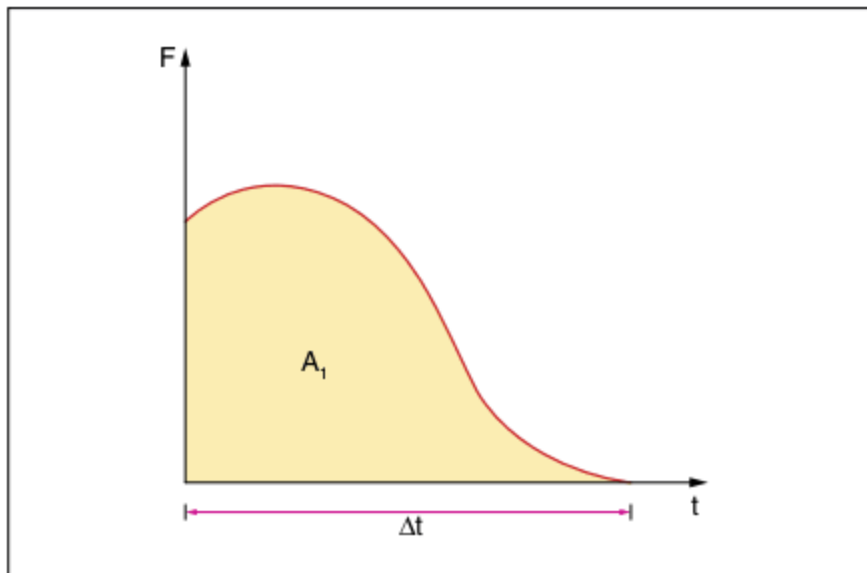


Fig. 6 Força variável atuando em um intervalo  $\Delta t$ .

A força média será dada por:

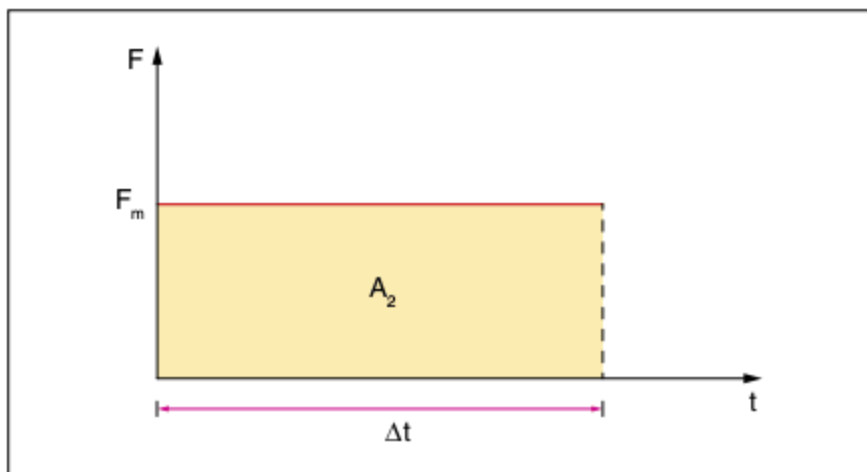


Fig. 7 Força constante atuando em um intervalo  $\Delta t$ .

onde  $A_1 = A_2$

## Quantidade de movimento

Se uma partícula de massa  $m$  possui velocidade vetorial instantânea  $\vec{v}$ :



Fig. 8 Partícula de massa  $m$  com velocidade  $\vec{v}$ .

então a quantidade de movimento  $\vec{Q}$  do corpo é dada por:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$$

$\vec{Q}$  e  $\vec{v}$  são grandezas vetoriais e  $m$  é escalar.

módulo de  $\vec{Q}$ :  $|\vec{Q}| = m \cdot |\vec{v}|$ .

direção de  $\vec{Q}$ : a mesma de  $\vec{v}$ , pois  $m$  é escalar.

sentido de  $\vec{Q}$ : o mesmo de  $\vec{v}$ , pois  $m$  é positivo.

Temos ainda que:

$$\text{unid}(\vec{Q}) = \text{unid}(m) \cdot \text{unid}(v)$$

No SI:  $\text{unid}(\vec{Q}) = \text{kg} \cdot \text{m/s}$

A quantidade de movimento, ou momento linear, ou *momentum*, é uma grandeza instantânea, pois a velocidade também é grandeza instantânea.

Se um sistema for constituído de várias partículas, com massas  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , e velocidades vetoriais instantâneas  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ :

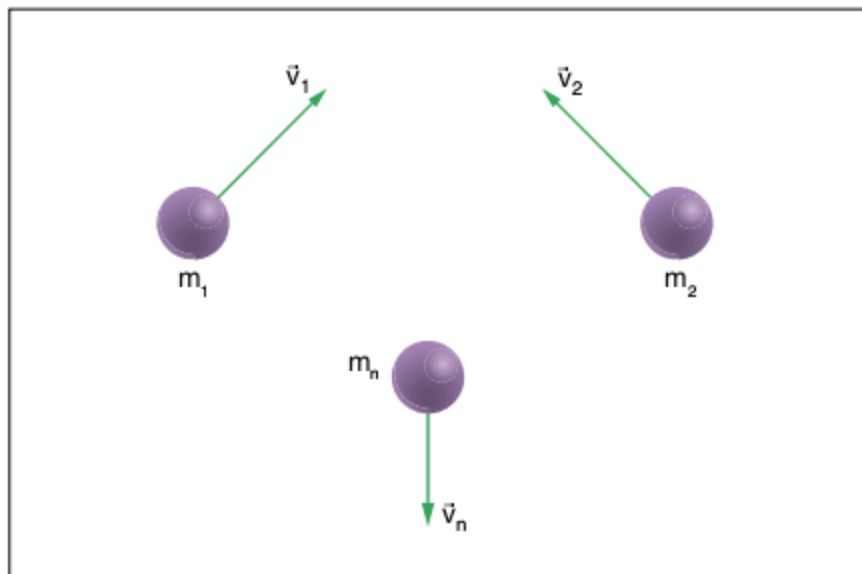


Fig. 9 Sistema de partículas.

então a quantidade de movimento total do sistema é a soma vetorial das quantidades de movimento de cada partícula:

$$\vec{Q}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n \vec{Q}_i = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \dots + \vec{Q}_n$$

ou

$$\vec{Q}_{\text{total}} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n$$

## Teorema do impulso

Para a demonstração do Teorema do Impulso, vamos tomar o caso particular da força constante, apenas por simplicidade. No entanto, este teorema é válido sempre, quer as forças sejam constantes ou variáveis. A única condição é que seja a força resultante.

Tomemos uma força resultante  $\vec{F}$  agindo sobre uma partícula de massa  $m$ , na mesma direção de seu movimento, durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ :

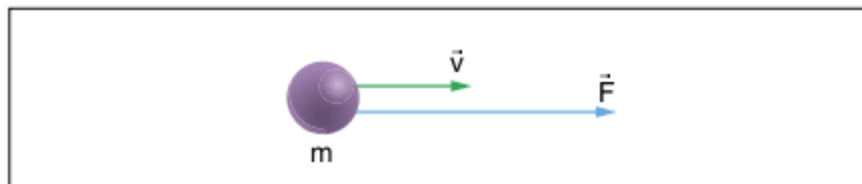


Fig. 10 Força atuando sobre partícula de massa  $m$ .

Se  $\vec{F}$  for constante, então o impulso de  $\vec{F}$  será dado por:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Como  $\vec{F}$  é a resultante das forças sobre a partícula, então:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{I} = m \cdot \vec{a} \cdot \Delta t$$



Se  $\vec{F}$  é constante, então  $\vec{a}$  é constante e o movimento da partícula será uniformemente variado.

Logo:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{a} \cdot \Delta t = \Delta \vec{v}$$

e:

$$\vec{I} = m \cdot \vec{a} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} = m \cdot (\vec{v}_{\text{final}} - \vec{v}_{\text{inicial}})$$

$$\vec{I} = m \cdot \vec{v}_{\text{final}} - m \cdot \vec{v}_{\text{inicial}} = \vec{Q}_{\text{final}} - \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{Q}$$

Assim, o impulso da resultante das forças sobre uma partícula é igual à variação da sua quantidade de movimento.

## ATENÇÃO!

Se duas grandezas são equivalentes, como no caso do teorema apresentado, elas devem ser ambas escalares ou ambas vetoriais e possuir as mesmas unidades. No nosso caso:  $\text{unid}(\vec{I}) = \text{unid}(\vec{Q})$ , pois  $\text{N} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m/s}$

No caso de um sistema constituído de várias partículas, sujeitas a várias forças resultantes:

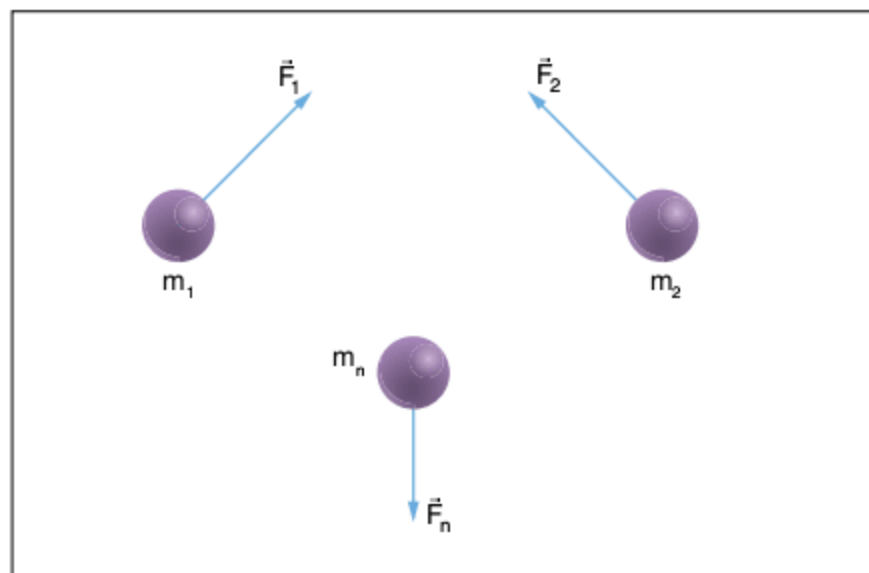


Fig. 11 Sistema de partículas sujeito a uma força resultante.

então o impulso total da resultante dessas forças é a soma vetorial das variações das quantidades de movimento de cada partícula:

$$\vec{I}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{Q}_i = \Delta \vec{Q}_1 + \Delta \vec{Q}_2 + \dots + \Delta \vec{Q}_n$$

$$\vec{I}_{\text{total}} = (\vec{Q}_{1,\text{final}} - \vec{Q}_{1,\text{inicial}}) + (\vec{Q}_{2,\text{final}} - \vec{Q}_{2,\text{inicial}}) + \dots + (\vec{Q}_{n,\text{final}} - \vec{Q}_{n,\text{inicial}})$$

$$\vec{I}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n \vec{Q}_{i,\text{final}} - \sum_{i=1}^n \vec{Q}_{i,\text{inicial}} = \vec{Q}_{\text{total,final}} - \vec{Q}_{\text{total,inicial}}$$

$$\vec{I}_{\text{total}} = \Delta \vec{Q}_{\text{total}}$$

## Conservação da quantidade de movimento

Tomemos um sistema formado por  $n$  partículas. Sobre esse sistema, agem forças externas e forças internas. As forças externas são aquelas trocadas com partículas que não pertencem ao sistema. As forças internas são aquelas trocadas entre as partículas que pertencem ao sistema.

Pelo Princípio da Ação e Reação, a resultante das forças internas é nula.

Em um sistema em que a resultante de forças externas é nula, isolado ou não, teremos:

$$\vec{F}_R = \vec{0}$$

Consequentemente:

$$\vec{I}_{\text{total}} = \vec{0}$$

Mas:

$$\vec{I}_{\text{total}} = \Delta \vec{Q}_{\text{total}} \Rightarrow \Delta \vec{Q}_{\text{total}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_{\text{final}} - \vec{Q}_{\text{inicial}} = \vec{0}$$

Portanto:

$$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

Logo, em um sistema em que a resultante de forças é nula, a quantidade de movimento total é constante.

## Colisões

Vamos considerar a colisão, ou choque, de dois corpos, A e B, que se movem sobre a mesma reta com velocidades  $\vec{v}_A$  e  $\vec{v}_B$ , respectivamente:

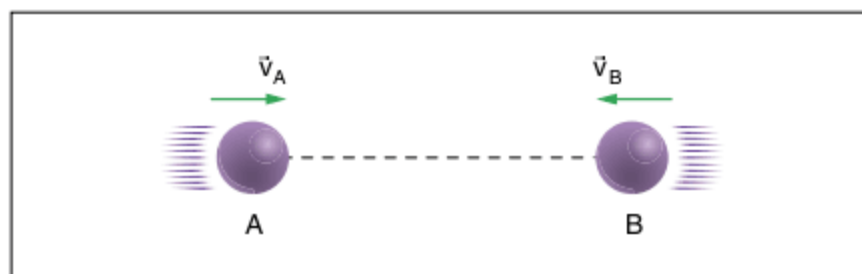


Fig. 12 Dois corpos se movem para a colisão.

Durante o choque, os corpos irão interagir, realizando forças um sobre o outro. O corpo A realizará a força  $\vec{F}_{AB}$  sobre B e o corpo B realizará a força  $\vec{F}_{BA}$  sobre A. Pelo Princípio da Ação e Reação, sabemos que  $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ . O módulo dessa força varia com o tempo.

Durante a colisão, existem duas fases: deformação e restituição. A deformação se estende desde o início do contato entre os corpos até que eles atinjam a máxima deformação.

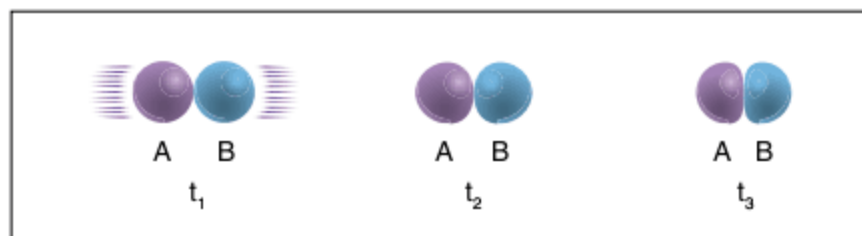


Fig. 13 Fase de deformação da colisão.

Durante essa fase, parte da energia cinética dos corpos se transforma em energia potencial elástica de deformação.

A restituição se estende desde a máxima deformação até o fim do contato entre os corpos.

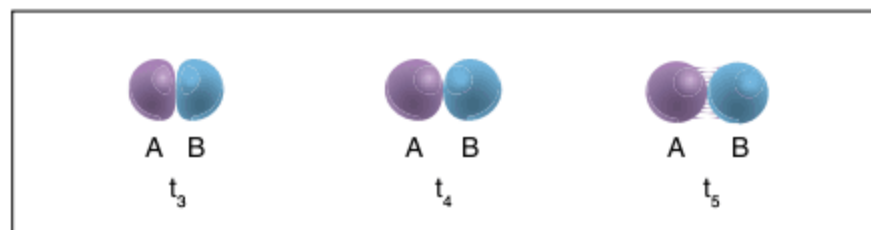


Fig. 14 Fase de restituição da colisão.

Um possível gráfico da variação do módulo da força de interação durante a colisão pode ser dado por:

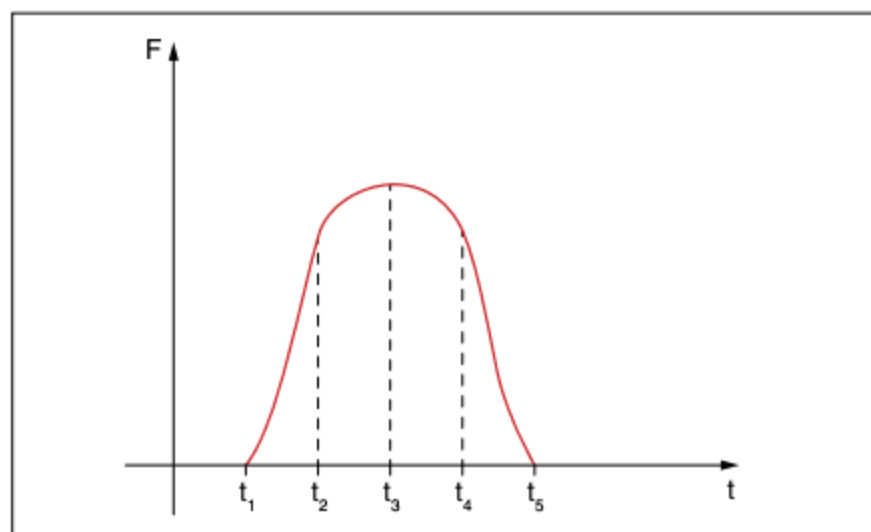


Fig. 15 Gráfico força x tempo durante uma colisão.

A colisão é chamada unidimensional quando os corpos se movem sobre a mesma reta, antes e depois da colisão.

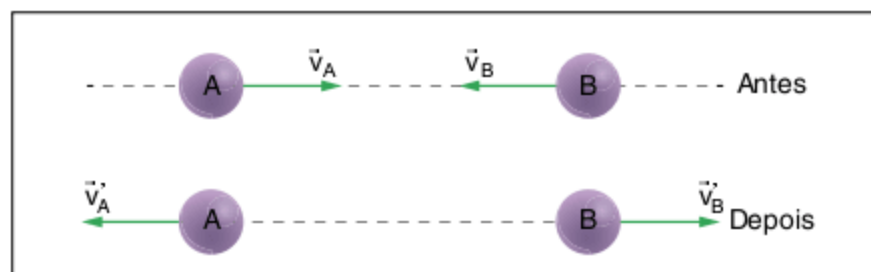


Fig. 16 Colisão unidimensional.

Se essa situação não ocorrer, a colisão é chamada bidimensional quando os corpos se movem sobre o mesmo plano, antes e depois da colisão.

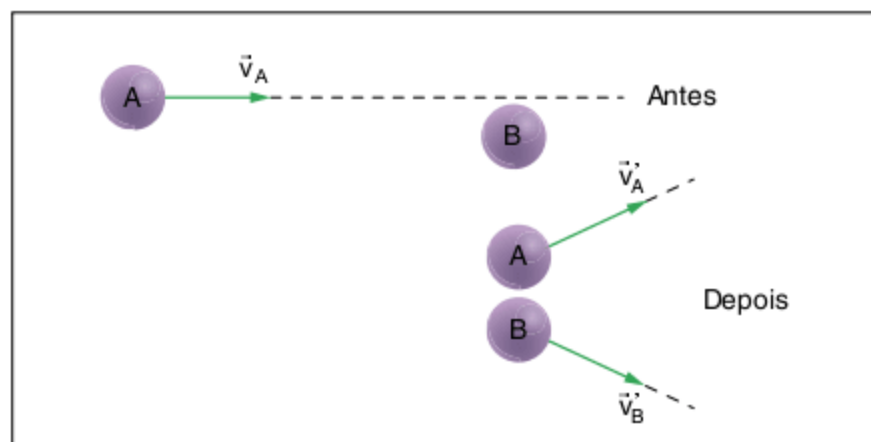


Fig. 17 Colisão bidimensional.

## Conservação da quantidade de movimento nas colisões

Uma característica muito importante das colisões é seu curto intervalo de tempo. Durante a colisão de partículas, certamente estarão atuando forças internas de interação entre elas e eventualmente podem estar atuando forças externas ao sistema. No entanto, essas forças externas são muito pequenas se comparadas com as forças internas, pois estas devem ser muito grandes para, em curtíssimo intervalo de tempo, modificar as velocidades e, portanto, as quantidades de movimento de cada partícula.

Desse modo, mesmo que o sistema não seja isolado, a resultante externa, atuando em um pequeníssimo intervalo de tempo, praticamente não realizará impulso sobre o sistema:

$$\vec{I}_{\text{total}} \approx \vec{0}$$

Logo, podemos afirmar que a variação da quantidade de movimento total do sistema é nula:

$$\Delta \vec{Q}_{\text{total}} \approx \vec{0}$$

E, finalmente:

$$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

### ATENÇÃO!

As palavras *final* e *inicial* se referem a um pouco após a colisão e um pouco antes, respectivamente, e não muito depois ou muito antes.

É importante notar que, apesar de haver conservação da quantidade de movimento total do sistema, não há conservação da quantidade de movimento de cada partícula. Cada uma delas tem sua velocidade rapidamente modificada pela força recebida durante a interação. Desse modo, a força de interação é interna ao sistema, mas externa à partícula. As resultantes sobre cada uma delas realizam impulso e, portanto, fazem variar as respectivas quantidades de movimento.

## Energia cinética nas colisões

Apesar de sempre haver conservação da quantidade de movimento durante uma colisão, o mesmo não ocorre com a energia cinética.

Enquanto ocorre a colisão entre duas partículas, parte da energia cinética inicial do sistema é transformada em outras formas de energia, como energia potencial elástica de deformação, energia térmica e energia sonora.

Durante as colisões, desprezamos a variação de energia potencial gravitacional, pois o intervalo de tempo de sua duração é insuficiente para que a resultante externa, se existir, promova variação de posição das partículas do sistema.

Sendo assim, as colisões podem ser classificadas quanto à conservação ou não de energia cinética.

- **Colisão elástica (perfeitamente elástica):** ocorre quando a perda de energia cinética total do sistema é desprezível durante a colisão, ou seja:

$$E_{C,\text{final}} = E_{C,\text{inicial}}$$

Nesse caso, os corpos não se mantêm juntos após o choque. Isso não significa necessariamente que a energia cinética de cada partícula se conserva, mas sim a energia cinética total do sistema, que é igual à soma das energias cinéticas de cada partícula.

- *Colisão parcialmente elástica*: ocorre quando há perda de energia cinética total do sistema durante a colisão, ou seja:

$$E_{C,final} < E_{C,inicial}$$

Nesse caso, os corpos também não se mantêm juntos após o choque.

- *Colisão inelástica (perfeitamente inelástica)*: ocorre quando a perda de energia cinética total do sistema durante a colisão é máxima, e novamente:

$$E_{C,final} < E_{C,inicial}$$

Nesse caso, os corpos se mantêm juntos após o choque. Essa perda máxima de energia não é necessariamente sinônimo de perda total de energia, pois na perda total as partículas ficariam juntas e paradas após o choque.

## ATENÇÃO!

Colisão superelástica é aquela em que existe aumento de energia cinética total do sistema. Este ganho de energia cinética provém da transformação de outras formas de energia durante a colisão. Nas reações nucleares, ocorrem colisões superelásticas.

### Exemplo de colisão elástica

Vamos estudar a colisão elástica de dois corpos, A e B, de massas  $m_A$  e  $m_B$  e velocidades  $v_A$  e  $v_B$ , respectivamente. Queremos descobrir as velocidades  $v'_A$  e  $v'_B$  dos corpos após a colisão:

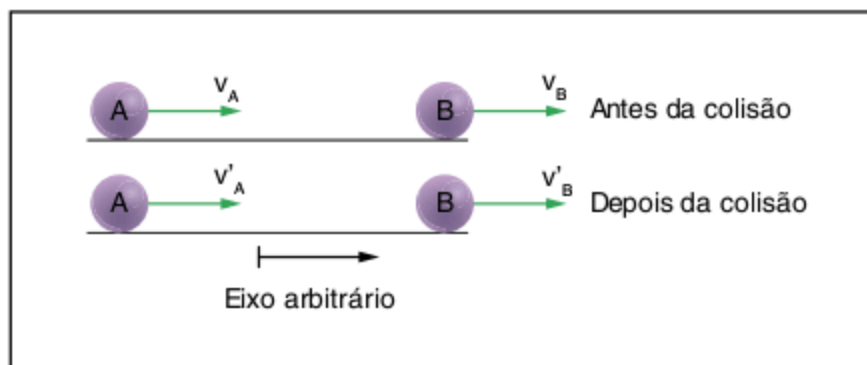


Fig. 18 Velocidades de duas partículas antes e depois da colisão elástica entre elas.

Escolhemos também um eixo arbitrário para nosso estudo.

Como vimos, em toda colisão há conservação da quantidade de movimento do sistema:

$$Q_{inicial} = Q_{final}$$

ou seja:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \quad (I)$$

Como essa colisão é elástica, também há conservação de energia cinética total do sistema:

$$E_{C,inicial} = E_{C,final}$$

ou seja:

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B \quad (II)$$

De (II):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_A v_A^2 - \frac{1}{2} m_A v'^2_A &= \frac{1}{2} m_B v'^2_B - \frac{1}{2} m_B v_B^2 \Rightarrow \\ m_A (v_A^2 - v'^2_A) &= m_B (v'^2_B - v_B^2) \end{aligned} \quad (III)$$

De (I):

$$\begin{aligned} m_A v_A - m_A v'_A &= m_B v'_B - m_B v_B \Rightarrow \\ m_A (v_A - v'_A) &= m_B (v'_B - v_B) \end{aligned} \quad (IV)$$

Dividindo (III) por (IV):

$$\begin{aligned} \frac{m_A (v_A^2 - v'^2_A)}{m_A (v_A - v'_A)} &= \frac{m_B (v'^2_B - v_B^2)}{m_B (v'_B - v_B)} \Rightarrow \\ v_A + v'_A &= v_B + v'_B \end{aligned}$$

Assumimos  $v_A \neq v'_A$  e  $v_B \neq v'_B$

Logo:

$$v'_B = v_A + v'_A - v_B \quad (V)$$

Substituindo (V) em (I):

$$\begin{aligned} m_A v_A + m_B v_B &= m_A v'_A + m_B (v_A + v'_A - v_B) \Rightarrow \\ m_A v_A + m_B v_B &= m_A v'_A + m_B v_A + m_B v'_A - m_B v_B \Rightarrow \\ m_A v_A - m_B v_A + m_B v_B + m_B v_B &= m_A v'_A + m_B v'_A \Rightarrow \\ (m_A - m_B) v_A + 2m_B v_B &= (m_A + m_B) v'_A \Rightarrow \\ v'_A &= \frac{(m_A - m_B)}{(m_A + m_B)} v_A + \frac{2m_B}{(m_A + m_B)} v_B \end{aligned} \quad (VI)$$

Substituindo esta expressão em (V), obtemos:

$$v'_B = \frac{(m_B - m_A)}{(m_B + m_A)} v_B + \frac{2m_A}{(m_B + m_A)} v_A \quad (VII)$$

Esses resultados demonstram como obter as velocidades finais utilizando as equações de conservação de quantidade de movimento e energia cinética.

Veremos mais adiante que existem métodos algebricamente mais simples de se determinar as velocidades finais de dois corpos após a colisão, utilizando o conceito de coeficiente de restituição.

### Casos particulares

- Se a colisão elástica ocorrer entre duas partículas de mesma massa ( $m_A = m_B$ ), temos, substituindo esta informação em (VI) e (VII):

$$v'_A = v_B \text{ e } v'_B = v_A$$

ou seja, em um choque elástico entre dois corpos de mesma massa, eles trocam suas velocidades:

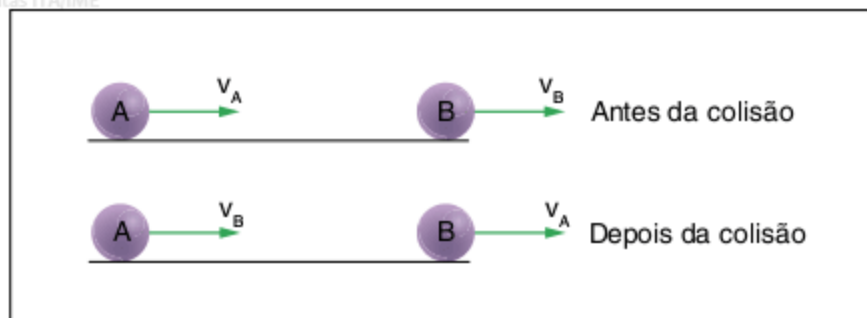


Fig. 19 Velocidades são trocadas durante um choque elástico entre duas partículas de massas iguais.

- Se a colisão elástica ocorrer entre duas partículas, A e B, de tal modo que  $m_A \gg m_B$ , temos:

De (VI):

$$v'_A = \frac{(m_A - m_B)}{(m_A + m_B)} \cdot v_A + \frac{2m_B}{(m_A + m_B)} \cdot v_B$$

Como, nesse caso:

$$\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \approx 1 \text{ e } \frac{2m_B}{m_A + m_B} \approx 0$$

Então:

$$v'_A \approx v_A$$

De (VII):

$$v'_B = \frac{(m_B - m_A)}{(m_B + m_A)} \cdot v_B + \frac{2m_A}{(m_B + m_A)} \cdot v_A$$

Como, nesse caso:

$$\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \approx -1 \text{ e } \frac{2m_A}{m_B + m_A} \approx 2$$

Então:

$$v'_B \approx -v_B + 2v_A$$

ou seja, o corpo A permaneceria praticamente com a mesma velocidade e o corpo B sairia da colisão com o dobro da velocidade de A, acrescida de sua velocidade inicial com sinal negativo.

Se, além de  $m_A \gg m_B$ , tivermos:

- a)  $v_A = 0 \Rightarrow v'_A \approx 0$  e  $v'_B \approx -v_B$   
que é o caso de uma bola se chocando contra uma parede elasticamente.

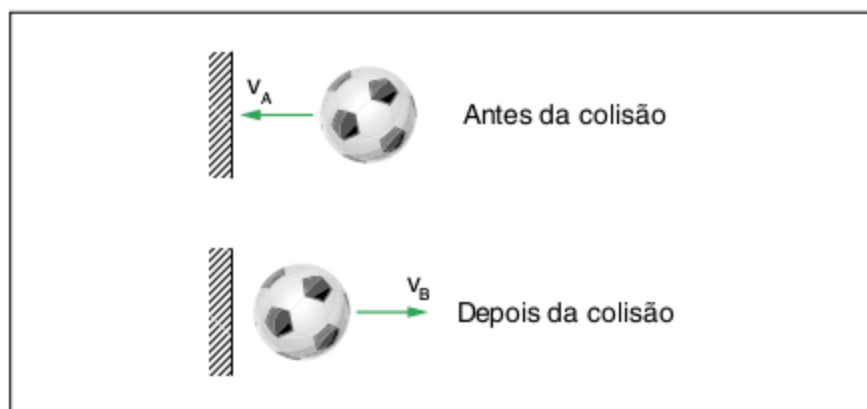


Fig. 20 Choque elástico de bola (massa pequena) contra parede em repouso (massa grande).

- b)  $v_B = 0 \Rightarrow v'_A \approx v_A$  e  $v'_B \approx 2v_A$   
que é o caso de uma bola de bilhar se chocando elasticamente contra uma bola de pingue-pongue parada.

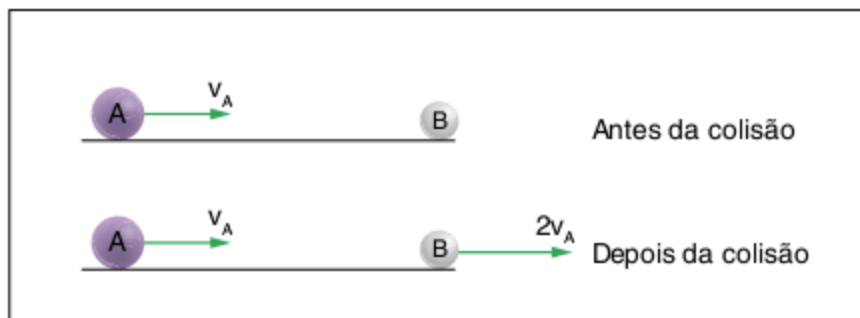


Fig. 21 Choque elástico de bola de bilhar (massa grande) contra bola de pingue-pongue em repouso (massa pequena).

## Coefficiente de restituição

Como vimos anteriormente, a resolução de problemas utilizando a conservação de quantidade de movimento e conservação ou não de energia cinética é muito trabalhosa, pois temos de resolver uma equação de 2º grau.

Felizmente, existe uma relação importante entre as velocidades relativas de afastamento, depois da colisão, e de aproximação, antes da colisão, entre dois corpos em uma colisão unidimensional. Essa relação é chamada de coeficiente de restituição ( $e$ ) e é expressa da seguinte forma:

$$e = \left| \frac{\text{velocidade relativa de afastamento}}{\text{velocidade relativa de aproximação}} \right|$$

Notamos que esta é uma grandeza adimensional, pois é uma relação entre velocidades.

Uma forma mais simples e prática, para a resolução de exercícios, de escrevermos a equação do coeficiente de restituição é dada a seguir.

Se dois corpos, A e B, possuem velocidades  $v_{AI}$  e  $v_{BI}$  antes da colisão e velocidades  $v_{AF}$  e  $v_{BF}$  depois da colisão:

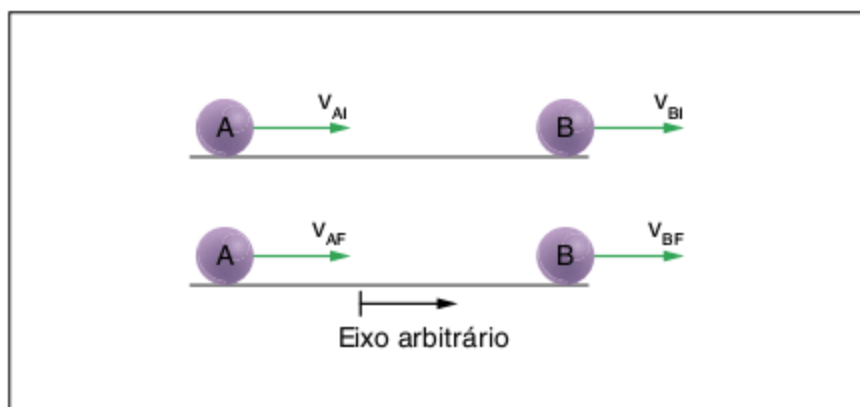


Fig. 22 Velocidades de duas partículas antes e depois da colisão entre elas.

assim:

$$e = \frac{v_{BF} - v_{AF}}{v_{AI} - v_{BI}}$$

em que o sinal negativo pertence à fórmula, e  $v_{BF}$ ,  $v_{AF}$ ,  $v_{AI}$  e  $v_{BI}$  podem assumir valores positivos ou negativos se estiverem a favor ou contrários ao eixo arbitrário escolhido para a resolução dos exercícios. A escolha desse eixo não altera de modo algum o resultado.

O valor do coeficiente de restituição ( $e$ ) depende da natureza do choque.

- Colisão elástica (perfeitamente elástica)  
Na resolução do exemplo de colisão elástica, na equação (V), obtivemos:

$$v'_B = v_A + v'_A - v_B \Rightarrow v'_B - v'_A = v_A - v_B \Rightarrow$$

$$\frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} = 1$$

Logo, na colisão elástica:  $e = 1$

ou seja, a velocidade relativa de afastamento é, em módulo, igual à velocidade relativa de aproximação:

$$|v_{rel,af}| = |v_{rel,ap}|$$

- Colisão inelástica (perfeitamente inelástica)  
Na colisão inelástica, os corpos permanecem juntos após o choque. Sendo assim,  $v_{BF} = v_{AF} \Rightarrow$  velocidade relativa de afastamento = 0 ( $|v_{rel,af}| = 0$ ).

Logo, na colisão inelástica:  $e = 0$ .

- Colisão parcialmente elástica

Nesses casos,  $0 < e < 1$

ou seja:

$$0 < \frac{|v_{rel,af}|}{|v_{rel,ap}|} < 1 \Rightarrow 0 < |v_{rel,af}| < |v_{rel,ap}|$$

## ATENÇÃO!

Além de depender dos materiais de que são feitos os corpos, o coeficiente de restituição depende também da forma dos corpos.

Nos choques superelásticos, o coeficiente de restituição é maior que um ( $e > 1$ ).

Na resolução de problemas de choques unidimensionais, utilizaremos normalmente duas equações: uma para a conservação da quantidade de movimento e outra para o coeficiente de restituição.

## Choque contra a superfície

Seja uma partícula que é solta de uma altura  $h_1$  em relação ao solo e se choca contra ele com coeficiente de restituição  $e$ , atingindo, após o choque, uma altura  $h_2$ .

Vamos analisar 4 situações:

- partícula se soltando de altura  $h_1$ .
- partícula atingindo o solo com velocidade  $v_1$ .
- partícula deixando o solo com velocidade  $v_2$ .
- partícula atingindo altura  $h_2$ .

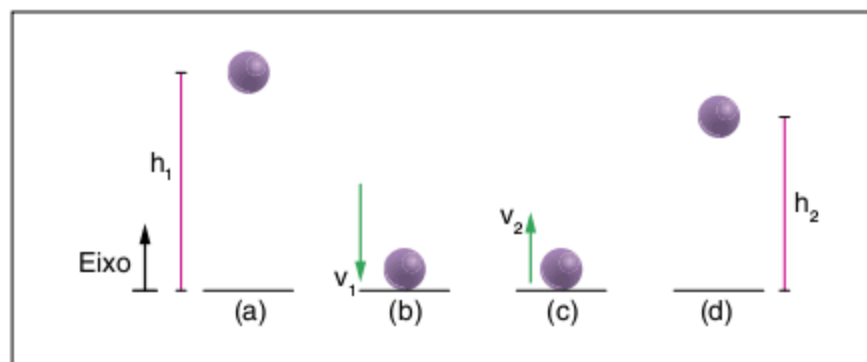


Fig. 23 Sequência do movimento de queda e choque parcialmente elástico de uma partícula contra uma superfície fixa.

- Entre (a) e (b), há conservação de energia:

$$E_{M,a} = E_{M,b} \Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh_1}$$

- Entre (b) e (c), acontece o choque com coeficiente de restituição  $e$ :

$$e = \frac{v_{particula,final} - v_{solo,final}}{v_{solo,inicial} - v_{particula,inicial}}$$

$$e = \frac{v_2 - 0}{0 - (-v_1)} \Rightarrow e = \frac{v_2}{v_1}$$

o que significa que o coeficiente de restituição no choque de uma partícula contra uma superfície fixa é igual à relação entre os módulos das velocidades de afastamento e de aproximação da partícula em relação à superfície.

- Entre (c) e (d), há conservação de energia:

$$E_{M,c} = E_{M,d} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh_2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_2}$$

Assim:

$$e = \frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}} \Rightarrow e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

Analisemos o caso de uma partícula se chocar obliquamente contra o solo, com velocidade de aproximação  $\vec{v}_1$  e ângulo  $\theta_1$  com a vertical e velocidade de afastamento  $\vec{v}_2$  e ângulo  $\theta_2$  com a vertical.

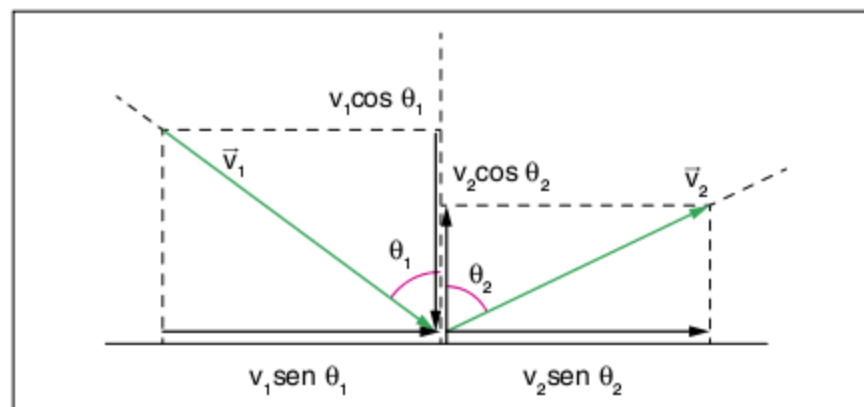


Fig. 24 Choque bidimensional parcialmente elástico de uma partícula contra uma superfície fixa.

Na direção paralela ao plano, a velocidade permanece a mesma, pois o plano não exerce força alguma sobre a partícula nesta direção:

$$v_1 \cos \theta_1 = v_2 \cos \theta_2 \quad (I)$$

Na direção perpendicular ao plano, haverá perda de energia, com coeficiente de restituição  $e$ :

$$e = \frac{v_2 \cos \theta_2}{v_1 \cos \theta_1} \Rightarrow e \cdot v_1 \cos \theta_1 = v_2 \cos \theta_2 \quad (II)$$

Dividindo as equações (I) e (II):

$$\frac{v_1 \cos \theta_1}{e \cdot v_1 \cos \theta_1} = \frac{v_2 \cos \theta_2}{v_2 \cos \theta_2} \Rightarrow \frac{\cos \theta_1}{e} = \cos \theta_2 \Rightarrow \cos \theta_1 = e \cdot \cos \theta_2$$

## Colisão elástica bidimensional

Se uma partícula A, de massa  $m_A$  e velocidade  $\vec{v}_A$ , choca-se com outra partícula B, de massa  $m_B$  e velocidade  $\vec{v}_B$ , movendo-se sobre retas diferentes, o choque será bidimensional:

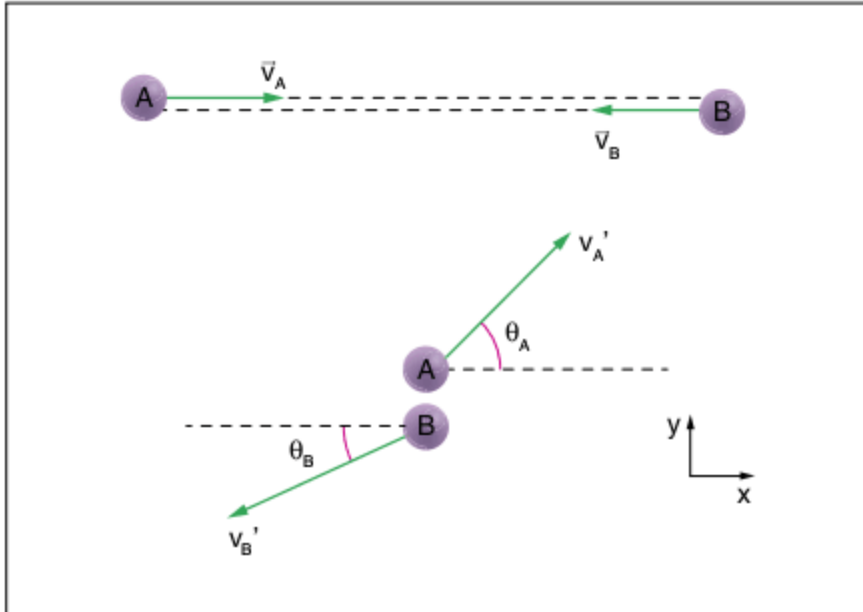


Fig. 25 Choque bidimensional entre duas partículas.

Para resolver este problema, utilizaremos a conservação da quantidade de movimento nas duas direções e a conservação de energia.

- $Q_{x,\text{inicial}} = Q_{x,\text{final}}$

$$m_A v_A - m_B v_B = m_A v'_A \cos \theta_A - m_B v'_B \cos \theta_B$$

- $Q_{y,\text{inicial}} = Q_{y,\text{final}}$

$$0 = m_A v'_A \sin \theta_A - m_B v'_B \sin \theta_B$$

- $E_{C,\text{inicial}} = E_{C,\text{final}}$

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B$$

Temos aqui 3 equações e 4 incógnitas ( $v'_A$ ,  $v'_B$ ,  $\theta_A$ , e  $\theta_B$ ).

Para encontrarmos a solução, necessitaremos conhecer alguma informação adicional ou alguma das incógnitas.

## Centro de massa

O centro de massa de um sistema é o ponto do espaço onde podemos considerar concentrada toda a sua massa.

Em um sistema constituído de material homogêneo, o centro de massa coincide com seu centro geométrico.

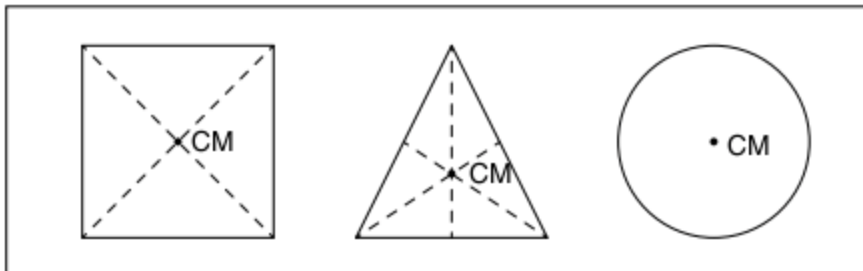


Fig. 26 Centro de massa para figuras geométricas.

Em um sistema constituído de várias partículas, o centro de massa é igual à média ponderada entre as posições, tomando como pesos de ponderação as suas massas.

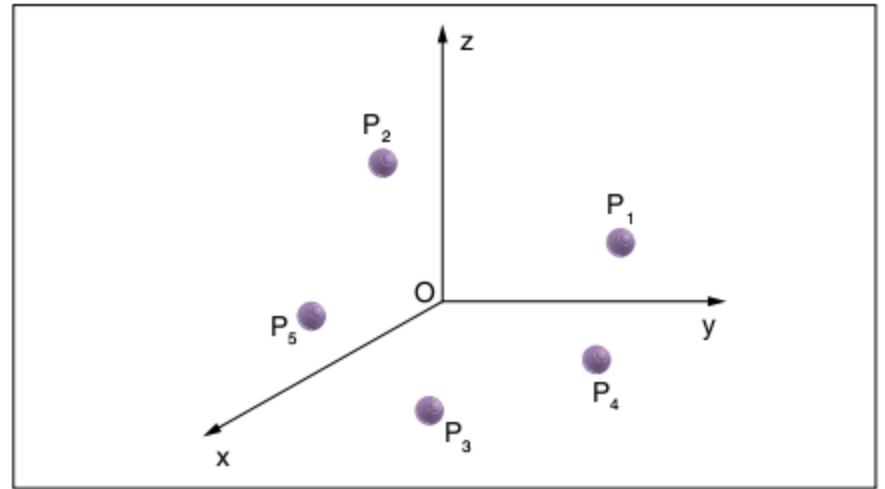


Fig. 27 Sistema de partículas.

A partícula  $P_1$  tem massa  $m_1$  e posições  $x_1$ ,  $y_1$  e  $z_1$ .

A partícula  $P_2$  tem massa  $m_2$  e posições  $x_2$ ,  $y_2$  e  $z_2$ , e assim por diante.

O CM tem massa  $m_1 + m_2 + \dots + m_n$  e posições  $x_{CM}$ ,  $y_{CM}$ ,  $z_{CM}$ , em que:

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$z_{CM} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots + m_n z_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Representando a posição de cada partícula pelo vetor posição, temos:

$$\vec{r}_1 = (x_1; y_1; z_1); \vec{r}_2 = (x_2; y_2; z_2); \dots; \vec{r}_n = (x_n; y_n; z_n)$$

Assim:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (I)$$

Da mesma forma:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (II)$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (III)$$

- A expressão de  $\vec{v}_{CM}$  pode ser obtida por derivação da expressão  $\vec{r}_{CM}$ .
- A expressão de  $\vec{a}_{CM}$  pode ser obtida por derivação da expressão  $\vec{v}_{CM}$ .

De (II):

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n}{M} \Rightarrow$$

$$M \cdot \vec{v}_{CM} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n$$

Mas:

$$m_1 \vec{v}_1 = \vec{Q}_1; m_2 \vec{v}_2 = \vec{Q}_2; \dots; m_n \vec{v}_n = \vec{Q}_n$$

Logo:

$$M \cdot \vec{v}_{CM} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \dots + \vec{Q}_n \Rightarrow$$

$$\vec{Q}_{total} = M \cdot \vec{v}_{CM}$$

ou seja, a quantidade de movimento total do sistema é igual ao produto da massa total do sistema pela velocidade do seu centro de massa.

De (III):

$$\vec{a}_{CM} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n}{M} \Rightarrow$$

$$M \cdot \vec{a}_{CM} = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n$$

Mas:

$$m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_1 ; m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_2 ; \dots ; m_n \vec{a}_n = \vec{F}_n$$

Logo:

$$M \cdot \vec{a}_{CM} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \Rightarrow$$

$$\vec{F}_R = M \cdot \vec{a}_{CM}$$

ou seja, a resultante de forças externas ao sistema é igual ao produto da massa total do sistema pela aceleração do seu centro de massa.

Se o sistema de partículas for isolado de forças externas, então:

$$\vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_{CM} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_{CM} = \text{cte.}$$

## Análise dimensional

No Sistema Internacional são utilizadas 7 grandezas fundamentais:

Grandezas	Unidade	Símbolo	Dimensional
Comprimento	metro	m	L
Massa	quilograma	kg	M
Tempo	segundo	s	T
Intensidade de corrente elétrica	ampère	A	I
Temperatura termodinâmica	kelvin	K	$\theta$
Intensidade luminosa	candela	cd	$I_0$
Quantidade de matéria	mol	mol	N

A análise dimensional tem sua grande utilidade na previsão de fórmulas e verificação da homogeneidade dimensional das fórmulas que relacionam as grandezas físicas.

Chamamos de M, L e T, respectivamente, as dimensões de massa, comprimento e tempo, representadas por:

$$[\text{massa}] = M$$

$$[\text{comprimento}] = L$$

$$[\text{tempo}] = T$$

Podemos determinar as dimensões de diversas grandezas físicas a partir da definição dessas grandezas:

- Velocidade**

Podemos escolher qualquer fórmula que relaciona a velocidade com as grandezas fundamentais ou derivadas.

No movimento uniforme:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow [v] = \frac{[\Delta s]}{[\Delta t]}$$

Mas:  $[\Delta s] = L$  e  $[\Delta t] = T$

$$\text{Logo: } [v] = \frac{L}{T} \Rightarrow [v] = LT^{-1}$$

No SI, sua unidade será dada pela simples substituição de L por m e de T por s:  $m \cdot s^{-1}$ .

- Aceleração**

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow [a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]}$$

Mas:  $[\Delta v] = LT^{-1}$  e  $[\Delta t] = T$

$$\text{Logo: } [a] = \frac{LT^{-1}}{T} \Rightarrow [a] = LT^{-2}$$

No SI, sua unidade é  $m \cdot s^{-2}$ .

- Força**

$$F = m \cdot a \Rightarrow [F] = [m] \cdot [a]$$

Mas:  $[m] = M$  e  $[a] = LT^{-2}$

$$\text{Logo: } [F] = MLT^{-2}$$

No SI, sua unidade é  $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ .

- Trabalho e energia**

$$W = F \cdot d \Rightarrow [W] = [F] \cdot [d]$$

Mas:  $[F] = MLT^{-2}$  e  $[d] = L$

$$\text{Logo: } [W] = MLT^{-2} \cdot L \Rightarrow [W] = ML^2T^{-2}$$

No SI, sua unidade é  $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ .

- Potência**

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow [P] = \frac{[W]}{[\Delta t]}$$

Mas:  $[W] = ML^2T^{-2}$  e  $[\Delta t] = T$

$$\text{Logo: } [P] = \frac{ML^2T^{-2}}{T} \Rightarrow [P] = ML^2T^{-3}$$

No SI, sua unidade é  $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$ .

- Quantidade de movimento**

$$Q = m \cdot v \Rightarrow [Q] = [m] \cdot [v]$$

Mas:  $[m] = M$  e  $[v] = LT^{-1}$

$$\text{Logo: } [Q] = MLT^{-1}$$

No SI, sua unidade é  $kg \cdot m \cdot s^{-1}$ .

• **Área**

$$A = (\text{comprimento}) \cdot (\text{comprimento}) \Rightarrow [A] = [\text{comprimento}] \cdot [\text{comprimento}]$$

Mas:  $[\text{comprimento}] = L$   
 Logo:  $[A] = L \cdot L \Rightarrow [A] = L^2$   
 No SI, sua unidade é  $m^2$ .

• **Volume**

$$V = (\text{comprimento}) \cdot (\text{comprimento}) \cdot (\text{comprimento}) \Rightarrow [V] = [\text{comprimento}] \cdot [\text{comprimento}] \cdot [\text{comprimento}]$$

Mas:  $[\text{comprimento}] = L$   
 Logo:  $[V] = L \cdot L \cdot L \Rightarrow [A] = L^3$   
 No SI, sua unidade é  $m^3$ .

• **Pressão**

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow [P] = \frac{[F]}{[A]}$$

Mas:  $[F] = MLT^{-2}$  e  $[A] = L^2$

$$\text{Logo: } [P] = \frac{MLT^{-2}}{L^2} \Rightarrow [P] = ML^{-1}T^{-2}$$

No SI, sua unidade é  $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$ .

• **Densidade volumétrica**

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow [\rho] = \frac{[m]}{[V]}$$

Mas:  $[\rho] = M$  e  $[V] = L^3$

$$\text{Logo: } [\rho] = \frac{M}{L^3} \Rightarrow [\rho] = ML^{-3}$$

No SI, sua unidade é  $kg \cdot m^{-3}$ .

A expressão  $S = k \cdot a \cdot b$ , que relaciona a área (S) de uma superfície com as grandezas a e b, que são comprimentos, traz consigo uma constante k adimensional. Isso significa que k não tem dimensão, sendo um número, ou seja:  $[k] = 1$ .

A homogeneidade dimensional desta expressão pode ser verificada.

$$S = k \cdot a \cdot b \Rightarrow [S] = [k \cdot a \cdot b] \Rightarrow [S] = [k] \cdot [a] \cdot [b]$$

Mas:  $[S] = L^2$ ,  $[k] = 1$ ,  $[a] = L$  e  $[b] = L$

$$\text{Logo: } L^2 = 1 \cdot L \cdot L \Rightarrow L^2 = L^2$$

O valor de k depende da situação estudada.

No cálculo da área de um quadrado:

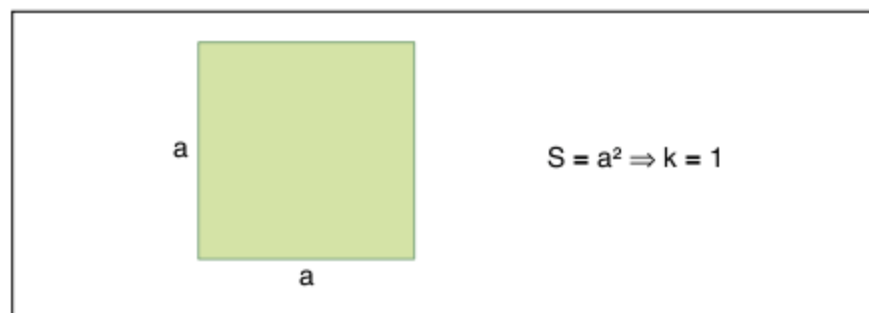


Fig. 28 Quadrado de lado a.

No cálculo da área de um triângulo:

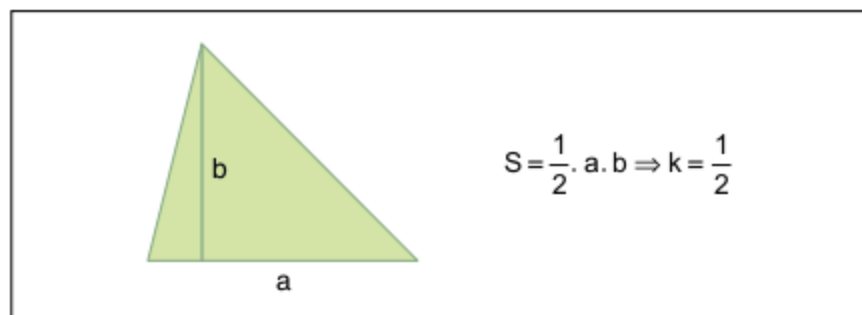


Fig. 29 Triângulo de base a e altura b.

No cálculo da área de uma circunferência:

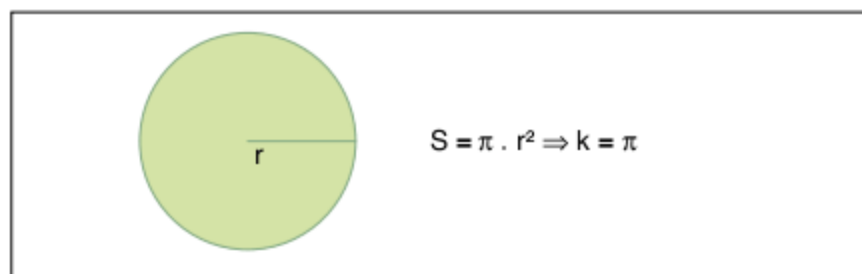


Fig. 30 Circunferência de raio r.

Em todos os casos apresentados, não mudou a equação dimensional, apenas o valor de k.

Podemos também, com a análise dimensional, fazer a previsão de fórmulas.

Sabe-se, por exemplo, que a força de sustentação (L) da asa de um avião depende da densidade do ar ( $\rho$ ), da área da superfície de referência (S) e da velocidade do avião (v).

Assim, podemos relacionar essas grandezas da seguinte maneira:

$$L = k \cdot \rho^x \cdot S^y \cdot v^z$$

onde x, y e z devem ser determinados para que a equação anterior tenha homogeneidade dimensional:

$$[L] = [k \cdot \rho^x \cdot S^y \cdot v^z] = [k] \cdot [\rho^x] \cdot [S^y] \cdot [v^z] = [k] \cdot [\rho]^x \cdot [S]^y \cdot [v]^z$$

Mas:

$$[L] = MLT^{-2}; [k] = 1; [\rho] = ML^{-3}; [S] = L^2 \text{ e } [v] = LT^{-1}$$

Logo:

$$(MLT^{-2}) = 1 \cdot (ML^{-3})^x \cdot (L^2)^y \cdot (LT^{-1})^z$$

$$M \cdot L \cdot T^{-2} = M^x \cdot L^{-3x} \cdot L^{2y} \cdot L^z \cdot T^{-z}$$

$$M^1 \cdot L^1 \cdot T^{-2} = M^x \cdot L^{-3x+2y+z} \cdot T^{-z}$$

Para que esta equação dimensional seja homogênea, devemos ter os expoentes de M, L e T iguais em ambos os lados da equação:

$$\begin{cases} x = 1 \\ -3x + 2y + z = 1 \\ -z = -2 \end{cases}$$

$$z = 2 \Rightarrow -3 \cdot 1 + 2y + 2 = 1 \Rightarrow 2y = 2 \Rightarrow y = 1$$

e a equação fica:

$$L = k \cdot \rho^1 \cdot S^1 \cdot v^2 \Rightarrow L = k \cdot \rho \cdot S \cdot v^2$$

Mas a expressão utilizada para a sustentação é dada por:

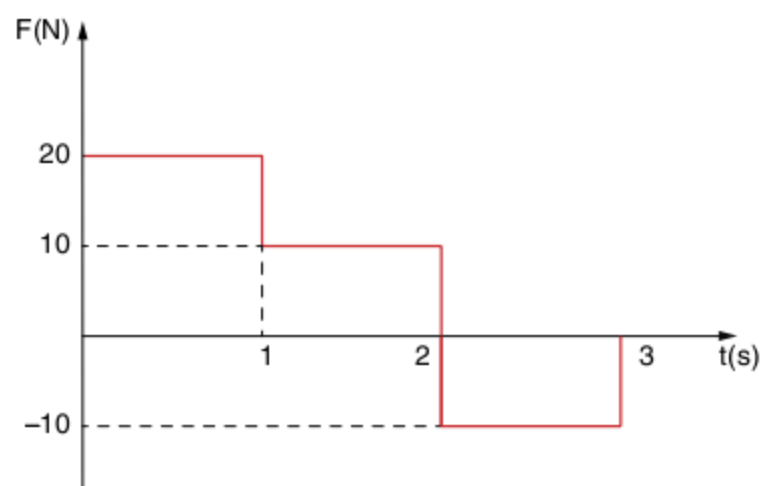
$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot c_L \cdot v^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2} c_L, \text{ com } c_L \text{ uma constante adimensional que identifica o coeficiente de sustentação da asa.}$$



## Revisando

Considere, quando necessário,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1 UFPR 2010** Uma força, cujo módulo  $F$  varia com o tempo  $t$  conforme o gráfico ao lado, atua sobre um objeto de massa  $10 \text{ kg}$ . Nesse gráfico, valores negativos para  $F$  indicam uma inversão de sentido em relação àquele dos valores positivos. Com base nesses dados e considerando que em  $t = 0$  o objeto está em repouso, determine:
- a sua velocidade depois de transcorridos  $3 \text{ s}$ .
  - a força média para o intervalo de tempo de  $0$  a  $2 \text{ s}$ .



- 2 UFBA 2009** Buscando melhorar a segurança de seus veículos, as fábricas de automóveis fazem testes de impacto, a fim de avaliar os efeitos sobre a estrutura dos carros e sobre seus ocupantes. Como resultado dessa iniciativa, as pesquisas têm conduzido à construção de carros com carroceria menos rígida, que se deformam mais facilmente em caso de colisão. Em um teste realizado, um veículo de  $1000,0 \text{ kg}$ , movendo-se com velocidade igual a  $72,0 \text{ km/h}$  e dirigido por controle remoto, foi arremessado contra uma parede de concreto. A colisão, completamente inelástica, durou  $0,05$  segundos. Analise a decisão dos fabricantes de produzir automóveis com carroceria menos rígida e calcule a intensidade da força média exercida pela parede sobre esse veículo.

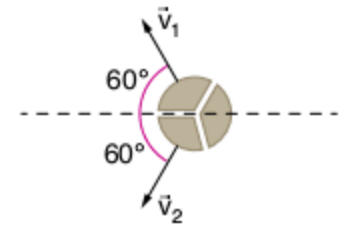
- 3 Unicamp 2000** Um canhão de massa  $M = 300 \text{ kg}$  dispara na horizontal uma bala de massa  $m = 15 \text{ kg}$  com uma velocidade de  $60 \text{ m/s}$  em relação ao chão.
- Qual a velocidade de recuo do canhão em relação ao chão?
  - Qual a velocidade de recuo do canhão em relação à bala?
  - Qual a variação da energia cinética no disparo?

**4** Um canhão atira uma granada obliquamente, de maneira a atingir o ponto de altura máxima com velocidade horizontal  $\vec{v}$ . Nesse instante, a granada sofre uma explosão, que a divide em três fragmentos de mesma massa. Dois fragmentos adquirem velocidades  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ , cujos módulos são iguais ao da velocidade inicial. Determine a velocidade do terceiro fragmento, imediatamente após a explosão.

imediatamente antes da explosão



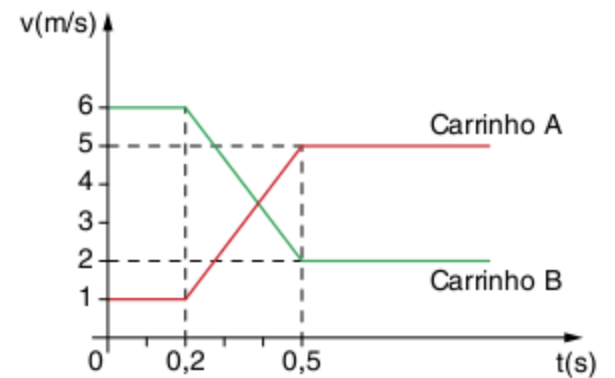
imediatamente depois da explosão



**5 UFPB** A figura ao lado representa esquematicamente os gráficos da velocidade *versus* tempo da colisão unidimensional de dois carrinhos A e B.

Supondo que não existam forças externas, calcule:

- o coeficiente de restituição da colisão.
- a razão entre as massas  $m_A$  e  $m_B$  dos carrinhos.
- a massa do carrinho B, se a massa do carrinho A vale 0,6 kg.
- a razão entre a força média que o carrinho A exerce sobre o carrinho B e a força média que o carrinho B exerce sobre o carrinho A.
- a força média que o carrinho A exerce sobre o carrinho B.



**6 EN (Adapt.)** Um corpo de massa igual a 300 g e velocidade 5 m/s choca-se contra um corpo de massa 100 g e velocidade 1 m/s, que se movia na mesma direção e no mesmo sentido. Admitindo-se o choque perfeitamente inelástico, determine:

- a velocidade do sistema após a colisão.
- a energia cinética dissipada sob forma de calor.

**7** Um corpo A, de massa 2 kg e velocidade 7 m/s para a direita, choca-se com um corpo B, de massa 3 kg e velocidade 3 m/s para a esquerda. Sabendo que a colisão é elástica e unidimensional, determine a velocidade final:

- do corpo A.
- do corpo B.

**8** Um corpo A, de massa 4 kg e velocidade 20 m/s, choca-se com um corpo B, de massa 6 kg e velocidade 10 m/s, ambos movendo-se no mesmo sentido. Sabendo que o coeficiente de restituição da colisão vale 0,5 e que a colisão é unidimensional, determine:

- a velocidade final do corpo A.
- a velocidade final do corpo B.
- a energia dissipada na colisão.

**9** Em um cruzamento mal sinalizado, houve a colisão entre um automóvel e um ônibus, que vinham em direções perpendiculares entre si, em linha reta. Após a colisão, os veículos ficaram presos um ao outro e se deslocaram em uma direção de  $45^\circ$  em relação à direção inicial de ambos. Imediatamente após a colisão, eles passaram a desacelerar, devido ao atrito com o chão, cujo coeficiente é  $\mu = 0,6$ , percorrendo uma distância de 24 m até parar. Sabendo que a massa do ônibus é o dobro da massa do automóvel, determine:

- a velocidade do conjunto imediatamente após a colisão.
- a velocidade do ônibus imediatamente antes da colisão.
- a velocidade do automóvel imediatamente antes da colisão.

- 10** Uma bola é arremessada contra uma parede, com velocidade igual a 8 m/s e formando um ângulo de  $45^\circ$  com a parede. Sabendo que a colisão ocorre com coeficiente de restituição igual a 0,75, determine, para o instante imediatamente após a colisão:
- o módulo da velocidade da bola.
  - o ângulo que a velocidade da bola forma com a parede.

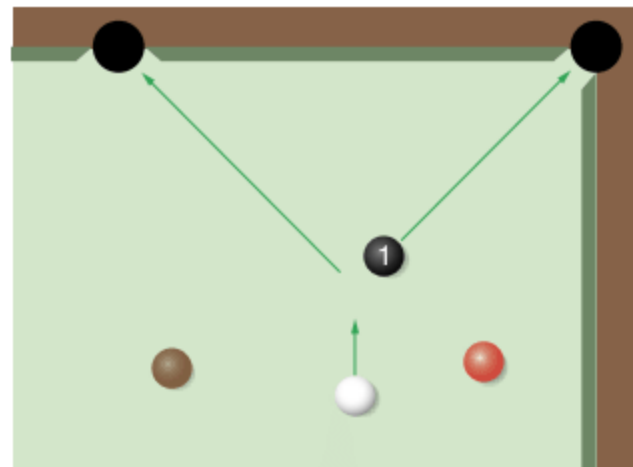
- 11 UEL 2008** Em um jogo de sinuca, as bolas estão dispostas como mostrado na figura ao lado. A bola branca é tacada com uma força de 100 N, que age na mesma por 0,2 s, chocando-se contra a bola 1. Após a colisão, a bola 1 é também colocada em movimento, sendo que o ângulo entre a direção do movimento de ambas e a direção do movimento inicial da bola branca é igual a  $45^\circ$ .

Considerando que:

- cada bola tem massa igual a 0,4 kg;
- a colisão é perfeitamente elástica;
- não há atrito entre a mesa e as bolas.

Assinale a alternativa que mais se aproxima do módulo do vetor velocidade da bola branca após a colisão.

- 25 m/s
- 35 m/s
- 55 m/s
- 65 m/s
- 75 m/s



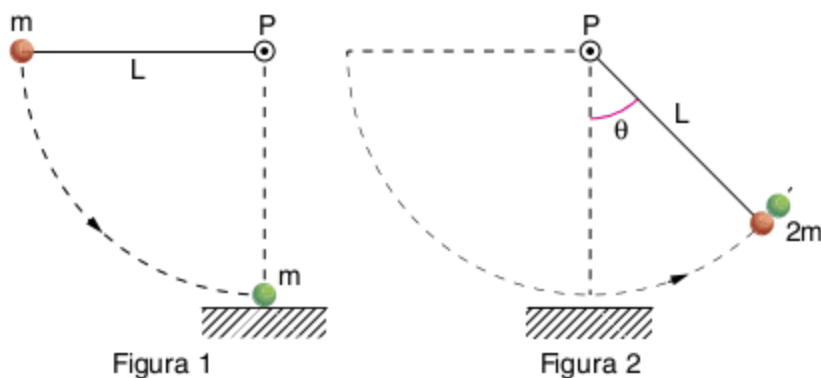
- 12** Uma bola é solta a partir de uma altura igual a 48 m sobre uma superfície horizontal lisa. A bola se choca contra a superfície com um coeficiente de restituição igual a 0,5. Supondo a inexistência de qualquer atrito, determine:
- a velocidade da bola imediatamente antes do primeiro choque.
  - a velocidade da bola imediatamente depois do primeiro choque.
  - a altura máxima atingida pela bola depois do primeiro choque.
  - a altura máxima atingida pela bola depois do segundo choque.
  - a distância total percorrida pela bola desde o instante inicial até se chocar com a superfície pela terceira vez.
  - a distância total percorrida pela bola desde o instante inicial até parar.

**13 UFRJ 2007** A figura 1 ao lado mostra um pêndulo constituído por um fio ideal de comprimento  $L$ , com uma extremidade presa a um ponto fixo  $P$ , e por uma partícula de massa  $m$  presa à outra extremidade. O pêndulo está inicialmente em repouso com o fio esticado na posição horizontal.

Após ter sido abandonado do repouso, o pêndulo desce e colide com outra partícula de massa  $m$ , que está em repouso sobre uma superfície lisa, no ponto mais baixo de sua trajetória. No choque, as partículas se grudam de modo que o pêndulo continua seu movimento com as duas presas em sua extremidade, como mostra a figura 2.

Suponha que todo o movimento ocorra em um plano vertical.

- Calcule, em função de  $L$  e do módulo da aceleração da gravidade  $g$ , a velocidade da partícula presa à extremidade do pêndulo, imediatamente antes da colisão.
- Calcule o valor máximo do ângulo  $\theta$  que o pêndulo faz com a vertical após a colisão.



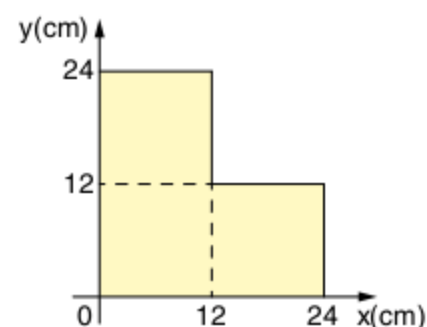
**14** Duas partículas, A e B, partem de um mesmo ponto, com direções perpendiculares entre si, A com movimento acelerado e B com movimento retardado. Em  $t = 0$ , os módulos das velocidades de A e B eram, respectivamente,  $2 \text{ m/s}$  e  $16 \text{ m/s}$ . Em  $t = 0$ , os módulos das acelerações de A e B eram, respectivamente,  $6 \text{ m/s}^2$  e  $2 \text{ m/s}^2$ . Sabendo que a massa de B é o quádruplo da massa de A, determine:

- a distância do centro de massa do conjunto ao ponto de partida no instante  $t = 6 \text{ s}$ .
- o módulo da velocidade do centro de massa do conjunto no instante  $t = 5 \text{ s}$ .
- o módulo da aceleração do centro de massa do conjunto no instante  $t = 7 \text{ s}$ .

**15 UFMS 2006** Considere a peça homogênea de densidade  $10 \text{ g/cm}^2$ , disposta em um plano vertical (figura ao lado). É correto afirmar que:

- 01 o centro de massa da peça tem coordenadas  $(10; 10) \text{ cm}$ .
- 02 o centro de massa da peça pertence a uma reta de equação  $y = x$ .
- 04 o centro de massa da peça está localizado fora da peça.
- 08 a distância do centro de massa da peça à origem do sistema de eixos  $xy$  é de  $2 \text{ cm}$ .
- 16 o peso da peça é de  $12 \text{ kgf}$ .

Soma =



**16** Admita que você está na ponta de uma canoa de  $3 \text{ m}$  de comprimento, ambos em repouso em relação a um lago, onde se despreze a resistência da água, e que a massa da canoa seja o triplo da sua. Se você andar sobre a canoa até chegar à outra ponta, determine, em relação às margens do lago, o afastamento do barco de sua posição primitiva.

**17 UFPB 2008** O motor de um carro é programado de modo a causar, nesse carro, um deslocamento que varia no tempo de acordo com a expressão  $\Delta x = \alpha t + \beta t^2$ , onde  $\Delta x$  é o deslocamento,  $t$  é o tempo e  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes. Nesse contexto, determine as unidades das constantes  $\alpha$  e  $\beta$  no sistema MKS.

**18** Determine a expressão dimensional da:

- constante de gravitação universal.
- grandeza campo magnético.

**19 IME 2007** Analisando certo fenômeno físico, um pesquisador verificou que determinada grandeza era diretamente proporcional ao produto de uma força por uma velocidade e inversamente proporcional ao produto do quadrado de um peso pelo cubo de uma aceleração. Sabendo-se que a constante de proporcionalidade é adimensional, a expressão dimensional da referida grandeza é:

- $[L]^{-4} [M]^{-2} [T]^5$
- $[L]^{-2} [M]^{-1} [T]^3$
- $[L]^{-5} [M]^{-3} [T]^6$
- $[L]^{-2} [M]^{-4} [T]^4$
- $[L]^{-3} [M]^{-1} [T]^7$

**20 FEI-SP** Estudando um determinado fenômeno físico, um pesquisador concluiu que a velocidade  $v$  do objeto em estudo dependia de certa força  $F$ , de certa massa  $m$ , e de certo comprimento  $\ell$ . Através da análise dimensional das grandezas que foram dadas, determine uma possível expressão monômica para  $v = f(F, m, \ell)$ .

# Exercícios propostos

Considere, quando necessário,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

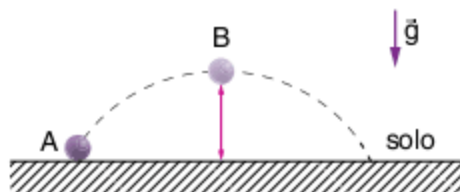
## Quantidade de movimento

**1 UFMA** Duas partículas, A e B, de massas respectivamente iguais a  $M$  e  $2M$ , têm, num dado instante, quantidade de movimento de módulos iguais. Podemos afirmar que, nesse instante, a relação  $\frac{v_A}{v_B}$  entre os módulos das velocidades de

A e B vale:

- (a) 1 (c)  $\frac{1}{2}$   
 (b) 4 (d) 2

**2** Um projétil, lançado obliquamente a partir do ponto A, descreve a trajetória parabólica representada na figura a seguir.



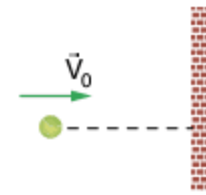
Sabendo que o projétil atinge a altura máxima no ponto B, aponte a alternativa cujo vetor melhor representa a variação de sua quantidade de movimento entre os pontos A e B.

- (a) (c) (e)   
 (b) (d)

**3 IME 2007** Considere um corpo que descreve um movimento circular uniforme. Pode-se afirmar que:

- (a) o módulo da força que age sobre o corpo é diferente de zero, o vetor quantidade de movimento não muda com o tempo, o trabalho realizado é nulo e a energia cinética é constante.  
 (b) o módulo da força que age sobre o corpo é diferente de zero, o vetor quantidade de movimento muda com o tempo, o trabalho realizado é nulo e a energia cinética é constante.  
 (c) o módulo da força que age sobre o corpo é nulo, o vetor quantidade de movimento não muda com o tempo, o trabalho realizado é constante e a energia cinética é constante.  
 (d) o módulo da força que age sobre o corpo é nulo, o vetor quantidade de movimento muda com o tempo, o trabalho realizado é nulo e a energia cinética é constante.  
 (e) o módulo da força que age sobre o corpo é diferente de zero, o vetor quantidade de movimento muda com o tempo, o trabalho realizado é diferente de zero e a energia cinética é diferente de zero.

**4 UFRJ 2002** Uma bola de tênis de massa  $m$  colide contra uma parede fixa, conforme é mostrado na figura a seguir.



A velocidade da bola imediatamente antes do choque é perpendicular à parede e seu módulo vale  $V_0$ . Imediatamente após o choque, a velocidade continua perpendicular à parede e seu módulo passa a valer  $\frac{2}{3} V_0$ .

Calcule, em função de  $m$  e  $V_0$ :

- a) o módulo da variação do momento linear da bola.  
 b) a variação de energia cinética da bola.

## Impulso

**5 UFG 2008** O jogo de *squash* resume-se basicamente em arremessar com uma raquete a bola contra uma parede e rebatê-la novamente após cada colisão. Se após o saque a bola chocar-se perpendicularmente contra a parede e voltar na mesma direção, o impulso da força exercida pela parede sobre a bola será:

- (a) igual a zero, pois a energia cinética da bola se conserva quando o choque é perfeitamente elástico.  
 (b) diretamente proporcional à soma dos módulos das velocidades antes e após a colisão com a parede.  
 (c) igual ao produto da massa pela velocidade de retorno da bola.  
 (d) igual à soma vetorial das quantidades de movimento antes e depois do choque com a parede.  
 (e) igual ao impulso da raquete na bola.

**6 Uerj 2007** Um estudante, ao observar o movimento de uma partícula, inicialmente em repouso, constatou que a força resultante que atuou sobre a partícula era não nula e manteve módulo, direção e sentido inalterados durante todo o intervalo de tempo da observação.

Desse modo, ele pôde classificar a variação temporal da quantidade de movimento e da energia cinética dessa partícula, ao longo do tempo de observação, respectivamente, como:

- (a) linear – linear.  
 (b) constante – linear.  
 (c) linear – quadrática.  
 (d) constante – quadrática.

**7 Unicamp** Uma metralhadora dispara balas de massa  $m = 80 \text{ g}$  com velocidade de  $500 \text{ m/s}$ . O tempo de duração de um disparo é igual a  $0,01 \text{ s}$ .

- a) Calcule a aceleração média que uma bala adquire durante um disparo.  
 b) Calcule o impulso médio exercido sobre uma bala.



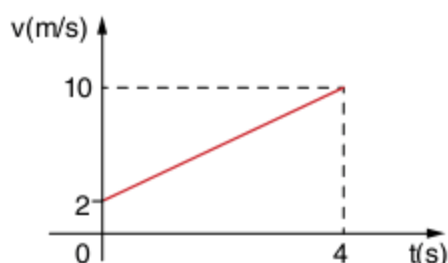
**8 Vunesp** Uma nave espacial de  $10^3$  kg movimenta-se, livre de quaisquer forças, com velocidade constante de 1 m/s, em relação a um referencial inercial. Necessitando pará-la, o centro de controle decidiu acionar um dos motores auxiliares, que fornecerá uma força constante de 200 N, na mesma direção, mas em sentido contrário ao do movimento. Esse motor deverá ser programado para funcionar durante:

- (a) 1 s                      (c) 4 s                      (e) 10 s  
 (b) 2 s                      (d) 5 s

**9 Puccamp** Um carrinho de massa igual a 1,50 kg está em movimento retilíneo com velocidade de 2,0 m/s quando fica submetido a uma força resultante de intensidade 4,0 N, na mesma direção e sentido do movimento, durante 6,0 s. Ao final dos 6,0 s, a quantidade de movimento e a velocidade do carrinho têm valores, em unidades do SI, respectivamente iguais a:

- (a) 27 e 18                      (c) 18 e 16                      (e) 3,0 e 16  
 (b) 24 e 18                      (d) 6,0 e 16

**10 UFRGS** Um corpo com massa de 2 kg, em movimento retilíneo, tem a sua velocidade linear variando no tempo, de acordo com o gráfico a seguir.



O valor do impulso e do trabalho da força resultante sobre o corpo entre  $t = 0$  e  $t = 4$  s valem, respectivamente:

- (a) 8 N·s e 24 J                      (c) 16 N·s e 24 J                      (e) 16 N·s e 96 J  
 (b) 24 N·s e 8 J                      (d) 24 N·s e 96 J

**11 UFSM** Uma partícula com uma quantidade de movimento de módulo 4 kg·m/s colide, elasticamente, com uma parede imóvel, retornando sobre si mesma. Sendo 0,2 s o tempo de contato entre a partícula e a parede, o módulo da força (em N) da parede sobre a partícula é:

- (a) 0,05                      (c) 1,6                      (e) 40  
 (b) 0,8                      (d) 20

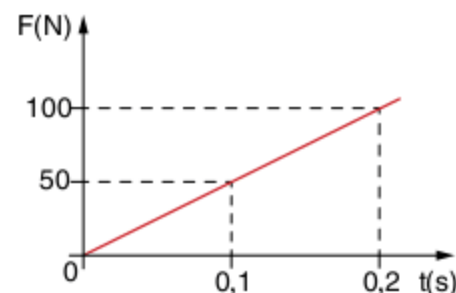
**12 Mackenzie** A figura a seguir mostra a trajetória de uma bola de bilhar de massa 0,40 kg quando colide com a tabela da mesa de bilhar.



A velocidade escalar antes e depois da colisão é 0,10 m/s. Se a duração da colisão é de 0,20 s, a intensidade média da força, em newtons, exercida sobre a bola durante a colisão é:

- (a) 0,50                      (c) 0,25                      (e) 0,18  
 (b) 0,40                      (d) 0,20

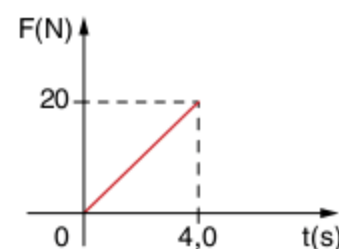
**13 UFPE 2002** A força resultante que atua sobre um bloco de 2,5 kg, inicialmente em repouso, aumenta uniformemente de zero até 100 N em 0,2 s, conforme a figura a seguir.



A velocidade final do bloco, em m/s, é:

- (a) 2,0                      (c) 6,0                      (e) 10  
 (b) 4,0                      (d) 8,0

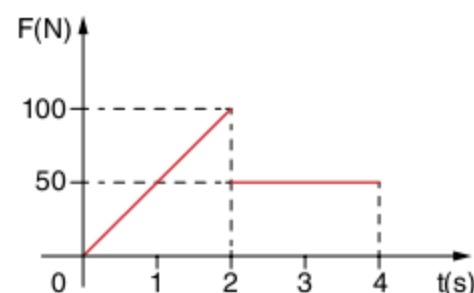
**14 PUC-MG** Um móvel de massa 5,0 kg tem movimento retilíneo uniforme quando recebe a ação de uma força, na mesma direção e no mesmo sentido da velocidade, que varia com o tempo conforme o gráfico a seguir.



A aceleração média produzida pela força, no tempo considerado, em  $m/s^2$ , é igual a:

- (a) 2                      (c) 4                      (e) 6  
 (b) 3                      (d) 5

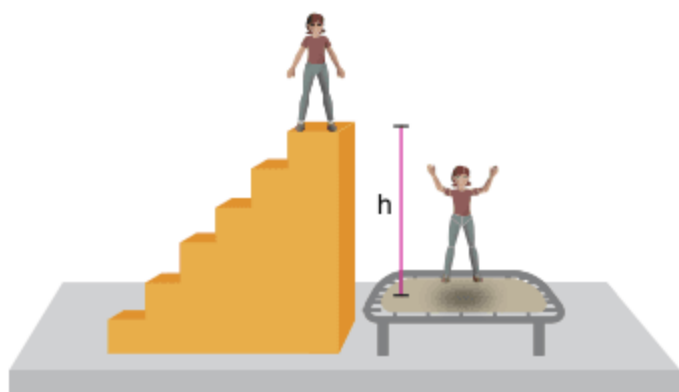
**15 Fuvest** Um corpo de massa  $m = 10$  kg, inicialmente à velocidade escalar  $v_0 = 5,0$  m/s, é solicitado por uma força  $\vec{F}$  que atua na direção e no sentido do movimento e que varia com o tempo da forma vista no gráfico.



- a) Determine o módulo de uma força constante capaz de produzir no móvel a mesma variação de velocidade que  $\vec{F}$  proporcionou, desde que atue na direção e no sentido do movimento, durante 4,0 s.  
 b) Determine a velocidade escalar ao fim dos 4,0 s.

**16 UFBA 2005** A modificação rápida do movimento do corpo é a característica principal da maioria dos esportes e dos brinquedos nos parques de diversão. Essa modificação do movimento é responsável pela sensação de prazer causada por esses "jogos do corpo", a qual os bioquímicos associam à produção de adrenalina.

Em um parque de diversões, uma jovem de 40 kg brinca em uma cama elástica, representada na figura. Ela pula de uma altura  $h = 1,8 \text{ m}$  e, durante 0,5 segundo, a cama freia o movimento da jovem até pará-la, empurrando-a, posteriormente, para cima.

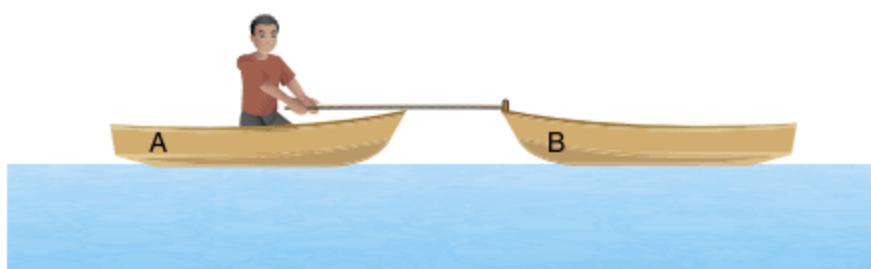


Sabendo que, ao atingir a cama, o movimento da jovem é na direção vertical, calcule a força elástica média que a cama exerce sobre ela até pará-la. Considere a aceleração da gravidade como sendo  $10 \text{ m/s}^2$ .

### Conservação da quantidade de movimento

**17 UFSC 2007** Na situação apresentada na figura a seguir, desconsidere o efeito do atrito.

Estando todas as partes em repouso no início, uma pessoa puxa com sua mão uma corda que está amarrada ao outro barco. Considere que o barco vazio (B) tenha a metade da massa do barco mais a pessoa, que formam o conjunto (A).



Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

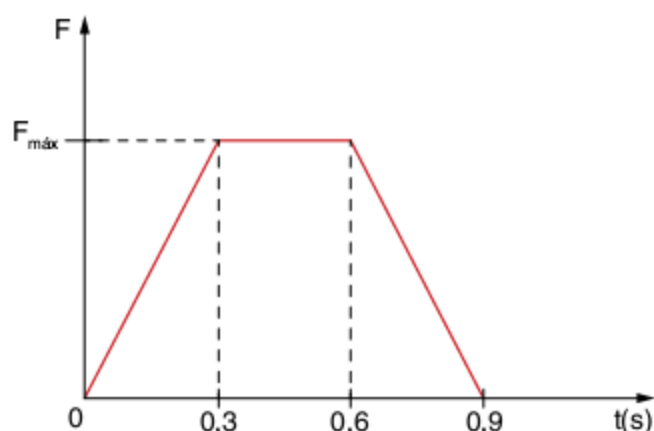
- 01 Após a pessoa puxar a corda, ambos os barcos se moverão com a mesma velocidade.
- 02 Após o puxar da corda, o módulo da velocidade de B será o dobro do módulo da velocidade de A.
- 04 É impossível fazer qualquer afirmação sobre as velocidades das partes do sistema ao se iniciar o movimento.
- 08 Após o puxar da corda, as quantidades de movimento dos barcos apresentarão dependência entre si.
- 16 Ao se iniciar o movimento, a energia cinética de A é sempre igual à energia cinética de B.

Soma =

**18 Unicamp 2010** O lixo espacial é composto de partes de naves espaciais e satélites fora de operação abandonados em órbita ao redor da Terra. Esses objetos podem colidir com satélites, além de pôr em risco astronautas em atividades extraveiculares. Considere que durante um reparo na estação espacial, um astronauta substitui um painel solar de massa  $m_p = 80 \text{ kg}$ , cuja

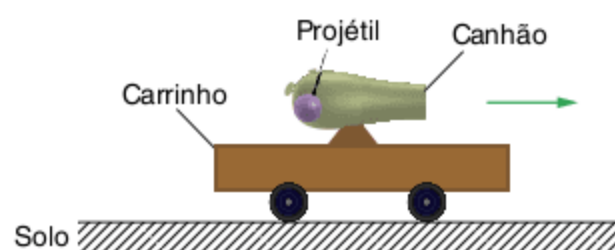
estrutura foi danificada. O astronauta estava inicialmente em repouso em relação à estação e, ao abandonar o painel no espaço, lança-o com uma velocidade  $v_p = 0,15 \text{ m/s}$ .

- a) Sabendo que a massa do astronauta é  $m_a = 60 \text{ kg}$ , calcule sua velocidade de recuo.
- b) O gráfico abaixo mostra, de forma simplificada, o módulo da força aplicada pelo astronauta sobre o painel em função do tempo durante o lançamento. Sabendo que a variação de momento linear é igual ao impulso, cujo módulo pode ser obtido pela área do gráfico, calcule a força máxima  $F_{\text{máx}}$ .



**19 USF-SP** Um atirador, juntamente com seu fuzil automático, tem massa de 70 kg e está em repouso sobre patins em um plano horizontal sem atrito. Não se considera o efeito do ar. O atirador dá cinco tiros num mesmo alvo fixo. Cada projétil tem massa de 20 g e deixa a arma com velocidade horizontal de módulo igual a 700 m/s. Ao fim dos cinco disparos, qual a intensidade da velocidade do atirador?

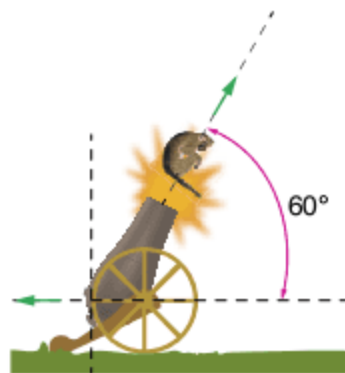
**20 Uerj** Na figura a seguir, que representa a visão de um observador fixo no solo, o sistema (carrinho + canhão + projétil) possui massa total  $M$  de valor 100 kg e encontra-se inicialmente em repouso. Num dado instante, um projétil de massa  $m$  é disparado a 54 m/s, com direção e sentido indicados pela seta, e o carrinho passa a mover-se com velocidade de módulo igual a 6,0 m/s.



Desprezando-se o atrito e as dimensões do carrinho, determine:

- a) o sentido do movimento do carrinho, para o observador em questão.
- b) a massa  $m$  do projétil.
- c) a distância entre o carrinho e o projétil, dois segundos após o disparo.

**21 Uerj 2001** O número do homem-bala apresenta um homem sendo disparado por um canhão. Nesse circo, um macaquinho de 4,0 kg substitui o homem. Ele é disparado, com uma velocidade inicial de 20 m/s, por um canhão de 400 kg, montado sobre rodas e não freado, formando um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal, conforme mostra a figura.



Determine o módulo da velocidade horizontal de recuo do canhão, imediatamente após o disparo.

**22 UFPE 2004** Uma menina de 40 kg é transportada na garupa de uma bicicleta de 10 kg, a uma velocidade constante de 2,0 m/s, por seu irmão de 50 kg. Em um dado instante, a menina salta para trás com velocidade de 2,5 m/s em relação ao solo. Após o salto, o irmão continua na bicicleta, afastando-se da menina. Qual a velocidade da bicicleta em relação ao solo, imediatamente após o salto?

- (a) 3,0 m/s (d) 4,5 m/s  
 (b) 3,5 m/s (e) 5,0 m/s  
 (c) 4,0 m/s

**23 Fuvest** Um cachorro de massa 20 kg está inicialmente em repouso sobre uma prancha de 80 kg. A prancha está em repouso sobre um solo horizontal sem atrito. Num dado instante, o cachorro começa a se movimentar num dado sentido com velocidade de 1 m/s em relação à prancha. Determinar:

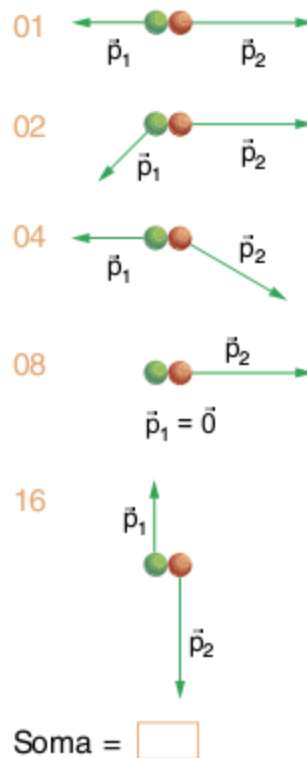
- a) a velocidade do cachorro em relação ao solo.  
 b) a velocidade da prancha em relação ao solo.

### Explosão unidimensional

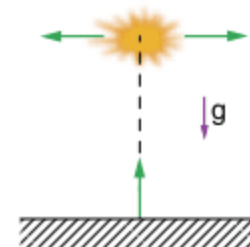
**24 Ufes** Uma bomba tem velocidade  $\vec{v}$  no instante em que explode e se divide em dois fragmentos, um de massa  $M$  e outro de massa  $2M$ . A velocidade do fragmento menor, logo após a explosão, é igual a  $5\vec{v}$ . Desprezando-se a ação da gravidade e a resistência do ar, qual a velocidade do fragmento maior?

- (a)  $\frac{5\vec{v}}{2}$  (d)  $-\vec{v}$   
 (b)  $\vec{v}$  (e)  $-\frac{5\vec{v}}{2}$   
 (c)  $\frac{2\vec{v}}{5}$

**25 UFSC 2006** Durante as festividades comemorativas da Queda da Bastilha, na França, realizadas em 14 de julho de 2005, foram lançados fogos de artifício em homenagem ao Brasil. Durante os fogos, suponha que um rojão com defeito, lançado obliquamente, tenha explodido no ponto mais alto de sua trajetória, partindo-se em apenas dois pedaços que, imediatamente após a explosão, possuíam quantidades de movimento  $\vec{p}_1$  e  $\vec{p}_2$ . Considerando-se que todos os movimentos ocorrem em um mesmo plano vertical, assinale a(s) proposição(ões) que apresenta(m) o(s) par(es) de vetores  $\vec{p}_1$  e  $\vec{p}_2$  fisicamente possível(is).



**26 Fuvest 2001** Uma granada foi lançada verticalmente, a partir do chão, em uma região plana. Ao atingir sua altura máxima, 10 s após o lançamento, a granada explodiu, produzindo dois fragmentos com massa total igual a 5 kg, lançados horizontalmente. Um dos fragmentos, com massa igual a 2 kg, caiu a 300 m, ao Sul do ponto de lançamento, 10 s depois da explosão.



Pode-se afirmar que a parte da energia liberada na explosão, e transformada em energia cinética dos fragmentos, é aproximadamente de:

- (a) 900 J  
 (b) 1.500 J  
 (c) 3.000 J  
 (d) 6.000 J  
 (e) 9.000 J

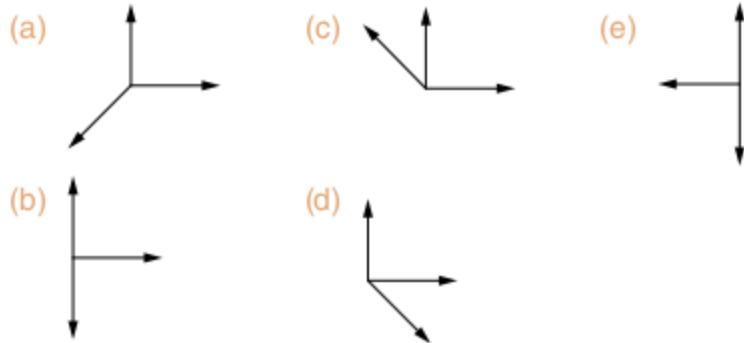
**27 Mackenzie** Um canhão atira um projétil com velocidade de  $400\sqrt{2}$  m/s, formando um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. No ponto mais alto da trajetória, o projétil explode em dois fragmentos de massas iguais. Um fragmento, cuja velocidade imediatamente após a explosão é zero, cai verticalmente. Desprezando a resistência do ar e supondo que o terreno seja plano, a distância do canhão ao ponto em que cairá o outro fragmento será:

Dados:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\text{sen } 45^\circ = \text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- (a) 8.000 m  
 (b) 16.000 m  
 (c) 48.000 m  
 (d) 50.000 m  
 (e) 64.000 m

## Explosão bidimensional

**28 FCC** Uma bomba suspensa e em repouso explode em três fragmentos de massas iguais. O conjunto de três vetores que pode representar a direção e o sentido dos movimentos dos três fragmentos, logo após a explosão, é aquele desenhado na alternativa:



**29 UMC** Uma bomba de massa  $m$ , inicialmente em repouso, explode, partindo-se em três fragmentos de massas  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ . Os dois primeiros fragmentos possuem massas iguais  $m_1 = m_2 = 100$  g e velocidades iguais  $v_1 = v_2 = 100$  m/s e saem em direções perpendiculares entre si. O terceiro fragmento possui massa  $m_3 = 2m_1$  e sai numa direção tal que a quantidade de movimento do sistema seja conservada. Calcular:

- a massa inicial da bomba.
- as quantidades de movimento dos dois primeiros fragmentos.
- a velocidade do terceiro fragmento.
- a quantidade de movimento do terceiro fragmento.

## Conceitos de colisão

**30 Cefet-MG** Considere as afirmativas relacionadas às colisões entre partículas.

- Em todo choque, há conservação de energia cinética.
- Em todo choque inelástico, a energia cinética é completamente dissipada.
- Em todo choque, a quantidade de movimento do sistema é conservada.
- Em todo choque perfeitamente elástico, há conservação da energia cinética.

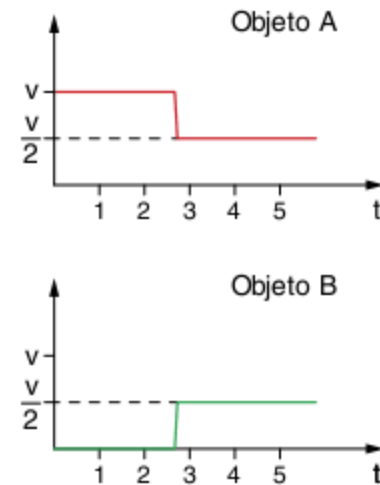
Estão corretas apenas as afirmativas:

- I e II.
- II e III.
- III e IV.
- I e III.
- II e IV.

**31 UFC 2007** Um pequeno automóvel colide frontalmente com um caminhão cuja massa é cinco vezes maior que a massa do automóvel. Em relação a essa situação, marque a alternativa que contém a afirmativa correta.

- Ambos experimentam desaceleração de mesma intensidade.
- Ambos experimentam força de impacto de mesma intensidade.
- O caminhão experimenta desaceleração cinco vezes mais intensa que a do automóvel.
- O automóvel experimenta força de impacto cinco vezes mais intensa que a do caminhão.
- O caminhão experimenta força de impacto cinco vezes mais intensa que a do automóvel.

**32 Fuvest** Os gráficos a seguir representam as velocidades, em função do tempo, de dois objetos esféricos homogêneos idênticos, que colidem frontalmente.



Se  $p$  é a quantidade de movimento do sistema formado pelos dois objetos e  $E$  a energia cinética deste mesmo sistema, podemos afirmar que na colisão:

- $p$  se conservou e  $E$  não se conservou.
- $p$  se conservou e  $E$  se conservou.
- $p$  não se conservou e  $E$  se conservou.
- $p$  não se conservou e  $E$  não se conservou.
- $(p + E)$  se conservou.

## Colisão inelástica, elástica ou parcialmente elástica

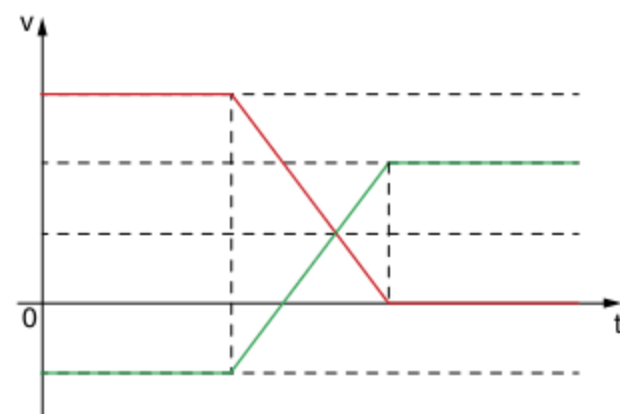
**33 PUC-SP** Um tronco de massa 50 kg desce um rio levado pela correnteza com velocidade constante de 2 m/s. Uma ave de massa 10 kg, voando a 2 m/s rio acima, procura pousar sobre o tronco. A ave escorrega de uma extremidade à outra sem conseguir permanecer sobre o tronco, saindo com velocidade 0,5 m/s. Desprezando o atrito com a água, qual a velocidade final do tronco assim que a ave o abandona? Considere todas as velocidades em relação às margens do rio.

- 2,2 m/s
- 2,0 m/s
- 1,9 m/s
- 1,7 m/s
- 1,5 m/s

**34 Fuvest** Um vagão A, de massa 10.000 kg, move-se com velocidade igual a 0,4 m/s sobre trilhos horizontais sem atrito até colidir com outro vagão B, de massa 20.000 kg, inicialmente em repouso. Após a colisão, o vagão A fica parado. A energia cinética final do vagão B vale:

- 100 J
- 200 J
- 400 J
- 800 J
- 1.600 J

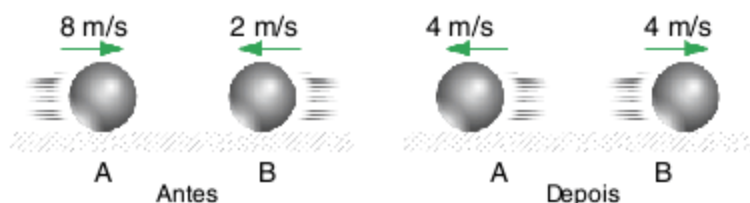
**35 UFPB 2005** O gráfico mostra a variação das velocidades com o tempo de dois blocos que colidem ao longo da direção  $x$ .



Nesse contexto, é correto afirmar:

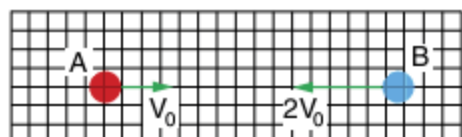
- (a) a colisão é perfeitamente elástica.
- (b) a colisão é perfeitamente inelástica.
- (c) os blocos movimentam-se sempre no mesmo sentido.
- (d) a relação entre as massas é  $m_2 = 3m_1$ .
- (e) a relação entre as massas é  $m_2 = m_1$ .

**36 UFV-MG** As situações representam duas esferas de aço, imediatamente antes e imediatamente depois de colidirem.



- a) Calcule a razão  $\frac{m_A}{m_B}$  entre suas massas.
- b) Determine o percentual de energia dissipada na colisão.

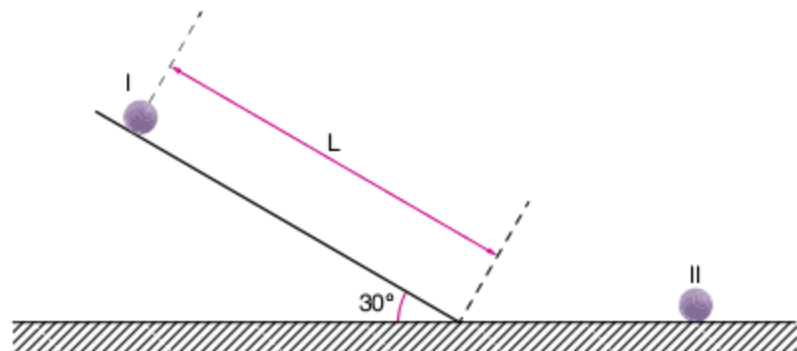
**37 Fuvest 2004** Dois discos, A e B, de mesma massa  $M$ , deslocam-se com velocidades  $V_A = V_0$  e  $V_B = 2V_0$ , como na figura, vindo a chocar-se um contra o outro.



Após o choque, que não é elástico, o disco B permanece parado. Sendo  $E_1$  a energia cinética total inicial  $\left(E_1 = 5 \cdot \frac{1}{2} MV_0^2\right)$ , a energia cinética total  $E_2$ , após o choque, é:

- (a)  $E_2 = E_1$
- (b)  $E_2 = 0,8E_1$
- (c)  $E_2 = 0,4E_1$
- (d)  $E_2 = 0,2E_1$
- (e)  $E_2 = 0$

**38 UFF 2005 (Adapt.)** Uma partícula I de massa  $0,10 \text{ kg}$  é abandonada, com velocidade inicial nula, do topo de uma calha de comprimento  $L = 40 \text{ cm}$  e com uma inclinação de  $30^\circ$  em relação ao plano horizontal, conforme ilustra a figura a seguir.



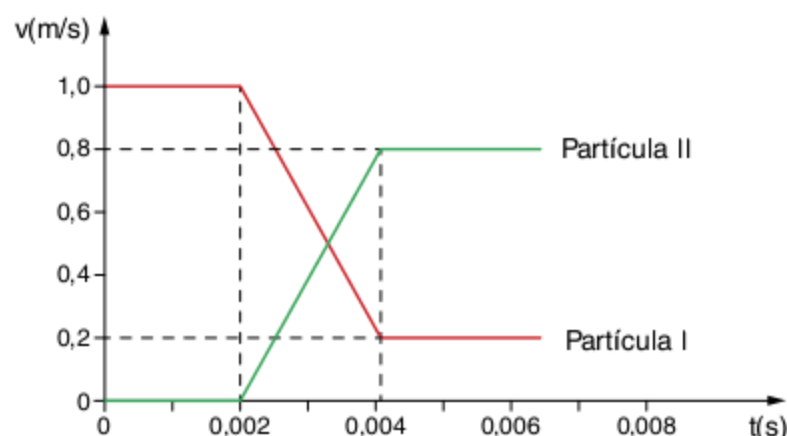
Dados:  $\sin 30^\circ = 0,50$ ;  $\cos 30^\circ = 0,86$ ; aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

A partícula I alcança o plano horizontal com velocidade de  $1,0 \text{ m/s}$ .

- a) Determine a perda de energia mecânica na descida, em joules.

A partícula I prossegue movendo-se sobre o plano horizontal até colidir com a partícula II, inicialmente em repouso.

O gráfico  $v \times t$ , abaixo, descreve as velocidades de ambas as partículas imediatamente antes, durante e após a colisão. Não há atrito entre o plano horizontal e as partículas I e II.



Determine:

- b) a massa da partícula II, em kg.
- c) a perda de energia decorrente da colisão, em joules.
- d) o módulo da força de interação que age sobre cada uma das partículas, I e II, durante a colisão, em newtons.
- e) o coeficiente de restituição da colisão.

### Colisão inelástica

**39 UFSC** Um patinador, cuja massa é  $70 \text{ kg}$ , desliza em linha reta sobre uma camada horizontal de gelo, a uma velocidade de  $30 \text{ m/s}$ . Durante sua trajetória, ele apanha um pacote em repouso, seguindo com ele em linha reta. Sendo desprezível a força de atrito, e sabendo que a velocidade final dos dois é igual a  $20 \text{ m/s}$ , calcule, em quilogramas, a massa do pacote.

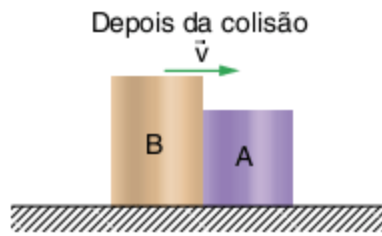
**40 UFPE 2008** Uma bala de massa  $m = 20 \text{ g}$  e velocidade  $v = 500 \text{ m/s}$  atinge um bloco de massa  $M = 480 \text{ g}$  e velocidade  $V = 10 \text{ m/s}$ , que se move em sentido contrário sobre uma superfície horizontal sem atrito. A bala fica alojada no bloco. Calcule o módulo da velocidade do conjunto (bloco + bala), em  $\text{m/s}$ , após a colisão.

- (a) 10,4
- (b) 14,1
- (c) 18,3
- (d) 22,0
- (e) 26,5

**41 Fuvest 2009** Um caminhão, parado em um semáforo, teve sua traseira atingida por um carro. Logo após o choque, ambos foram lançados juntos para frente (colisão inelástica), com uma velocidade estimada em  $5 \text{ m/s}$  ( $18 \text{ km/h}$ ), na mesma direção em que o carro vinha. Sabendo-se que a massa do caminhão era cerca de três vezes a massa do carro, foi possível concluir que o carro, no momento da colisão, trafegava a uma velocidade aproximada de:

- (a) 72 km/h
- (b) 60 km/h
- (c) 54 km/h
- (d) 36 km/h
- (e) 18 km/h

**42 Fuvest** Sobre uma mesa horizontal de atrito desprezível, dois blocos, A e B, de massas  $m$  e  $2m$ , respectivamente, movendo-se ao longo de uma reta, colidem um com o outro. Após a colisão, os blocos se mantêm unidos e deslocam-se para a direita com velocidade  $\vec{v}$ , como indicado na figura.



O único esquema que não pode representar os movimentos dos dois blocos antes da colisão é:

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

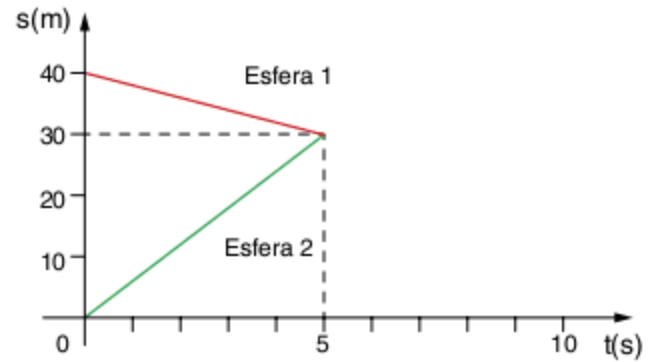
**43 Unicamp 2007** Suponha que o esquilo do filme *A Era do Gelo* tenha desenvolvido uma técnica para recolher nozes durante o percurso para sua toca. Ele desliza por uma rampa até atingir uma superfície plana com velocidade de 10 m/s. Uma vez nessa superfície, o esquilo passa a apanhar nozes em seu percurso. Todo o movimento se dá sobre o gelo, de forma que o atrito pode ser desprezado. A massa do esquilo é de 600 g e a massa de uma noz é de 40 g.

- Qual é a velocidade do esquilo após colher 5 nozes?
- Calcule a variação da energia cinética do conjunto formado pelo esquilo e pelas nozes entre o início e o final da coleta das 5 nozes.

**44 Unicamp** Um carrinho de massa  $m_1 = 80$  kg desloca-se horizontalmente com velocidade  $v_1 = 5$  m/s. Um bloco de massa  $m_2 = 20$  kg cai verticalmente sobre o carrinho, de uma altura muito pequena, aderindo a ele.

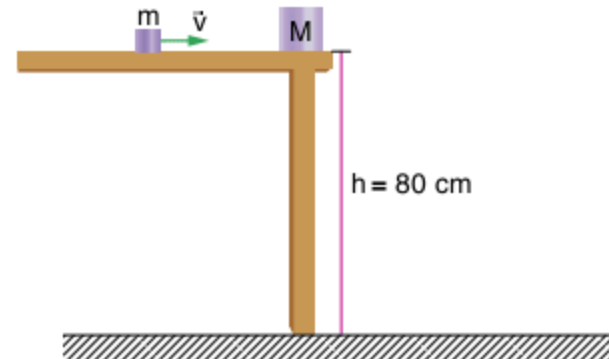
- Com que velocidade final move-se o conjunto?
- Que quantidade de energia mecânica foi transformada em energia térmica?

**45 Fuvest** Duas esferas de 2,0 kg cada deslocam-se sem atrito sobre uma mesma reta horizontal. Elas se chocam e passam a se mover grudadas. O gráfico representa a posição de cada esfera, em função do tempo, até o instante da colisão.



- Calcule a energia cinética total do sistema antes do choque.
- Esboce a continuação do gráfico até  $t = 10$  s.
- Calcule a energia dissipada com o choque.

**46 UFF 2009** Um projétil de massa  $m = 10$  g viaja horizontalmente com a velocidade  $v = 1,0 \cdot 10^2$  m/s. Com esta velocidade, ele atinge um bloco de massa  $M = 0,99$  kg, que está em repouso na beirada de uma mesa cujo tampo encontra-se a uma altura  $h = 80$  cm do chão, como mostra a figura a seguir. O projétil se aloja no bloco e o conjunto cai da mesa. Considere desprezíveis as dimensões do bloco e do projétil quando comparadas com as da mesa. Suponha  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.



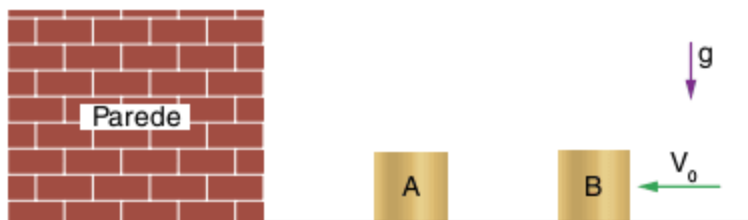
- Qual a razão entre os módulos das forças horizontais que atuam sobre o projétil e o bloco durante a colisão?
- Com que velocidade, em módulo e direção, o conjunto sai da mesa?
- Qual o módulo da velocidade do conjunto ao atingir o solo?
- A que distância da base da mesa o conjunto atinge o solo?

**47 Unicamp 2001** Acredita-se que a extinção dos dinossauros tenha sido causada por uma nuvem de pó levantada pela colisão de um asteroide com a Terra. Esta nuvem de pó teria bloqueado a ação do Sol. Estima-se que a energia liberada pelo impacto do asteroide tenha sido de  $10^8$  megatons, equivalente a  $10^{23}$  J. Considere a massa do asteroide  $m = 8,0 \cdot 10^{15}$  kg e a massa da Terra  $M = 6,0 \cdot 10^{24}$  kg.

- Determine a velocidade do asteroide imediatamente antes da colisão.
- Determine a velocidade de recuo da Terra imediatamente após a colisão, supondo que o asteroide tenha ficado encaixado nela.

### Colisão elástica

**48 Fuvest 2001** Dois caixotes de mesma altura e mesma massa, A e B, podem movimentar-se sobre uma superfície plana, sem atrito. Estando inicialmente A parado, próximo a uma parede, o caixote B aproxima-se perpendicularmente à parede, com velocidade  $V_0$ , provocando uma sucessão de colisões elásticas no plano da figura.



Após todas as colisões, é possível afirmar que os módulos das velocidades dos dois blocos serão aproximadamente:

- (a)  $V_A = V_0$  e  $V_B = 0$
- (b)  $V_A = \frac{V_0}{2}$  e  $V_B = 2V_0$
- (c)  $V_A = 0$  e  $V_B = 2V_0$
- (d)  $V_A = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$  e  $V_B = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$
- (e)  $V_A = 0$  e  $V_B = V_0$

**49 Puccamp** Uma esfera de massa  $m_1 = 3,0$  kg, movendo-se com velocidade constante  $v_1 = 2,0$  m/s, colide frontal e elasticamente com outra esfera de massa  $m_2 = 1,0$  kg, inicialmente em repouso. As velocidades das esferas, imediatamente após o choque, em m/s, valem, respectivamente:

- (a) 1,0 e 3,0
- (b) 1,0 e 2,0
- (c) 1,0 e 1,0
- (d) 1,5 e 0,50
- (e) 2,0 e 0,50

**50 FCC-BA** Duas partículas, M e N, de massas 1,0 kg e 2,0 kg, respectivamente, colidem frontalmente entre si. A velocidade de M era de 24 m/s e passou a ser de -24 m/s após a colisão, que foi perfeitamente elástica. As velocidades de N antes e depois da colisão foram, respectivamente, em m/s, iguais a:

- (a) -24 e 24
- (b) -18 e 18
- (c) -12 e 12
- (d) -8 e 16
- (e) -6 e 6

**51 UFF** Numa aula de laboratório de Física, observa-se a colisão perfeitamente elástica entre dois carrinhos (1 e 2) sobre um trilho de ar, de tal forma que não existe atrito entre os carrinhos e o trilho. O carrinho 1 tem massa  $M_1$  e o carrinho 2 massa  $M_2 = 200$  g. Antes do choque, o carrinho 1 desloca-se para a direita com velocidade igual a 2,00 m/s e o carrinho 2 está parado. Depois do choque, os dois carrinhos deslizam para a direita; a velocidade do carrinho 1 é igual a 1,00 m/s. Determine a massa  $M_1$ .

### Colisão parcialmente elástica

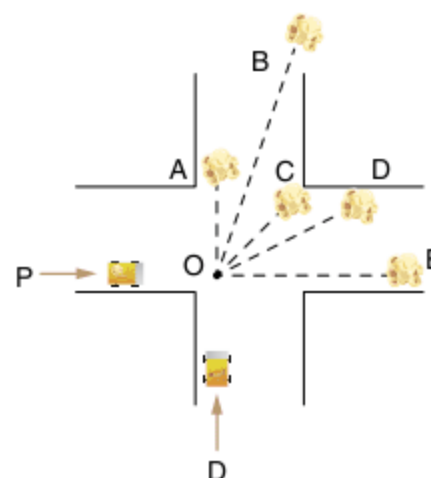
**52 Osec** Numa experiência para a determinação do coeficiente de restituição, largou-se uma bola de pingue-pongue em queda livre de uma altura de 4,00 m e ela retornou à altura de 1,00 m. Portanto, o coeficiente de restituição procurado é:

- (a) 0,25
- (b) 0,50
- (c) 1,00
- (d) 2,00
- (e) 4,00

**53 PUC-SP** Uma esfera de massa 4,0 kg, animada de velocidade de módulo 1,2 m/s, colide unidimensionalmente com outra de massa 5,0 kg, que se move no mesmo sentido com velocidade de módulo 0,60 m/s. Sabendo que o coeficiente de restituição vale 0,50, determine as velocidades escalares das esferas após a colisão.

### Colisão bidimensional

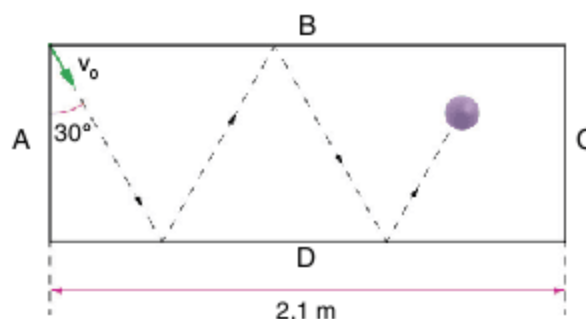
**54 Fuvest 2007** Perto de uma esquina, um pipoqueiro, P, e um "dogueiro", D, empurram distraidamente seus carrinhos, com a mesma velocidade (em módulo), sendo que o carrinho do "dogueiro" tem o triplo da massa do carrinho do pipoqueiro. Na esquina, eles colidem (em O) e os carrinhos se engancham, em um choque totalmente inelástico.



Uma trajetória possível dos dois carrinhos, após a colisão, é compatível com a indicada por:

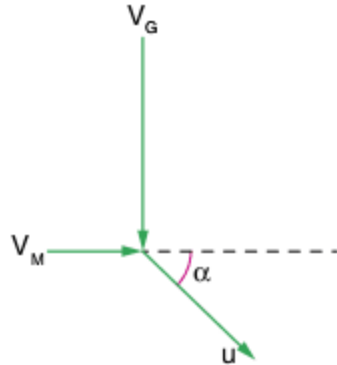
- (a) A
- (b) B
- (c) C
- (d) D
- (e) E

**55 UFPE 2007** Um disco de plástico é lançado com velocidade inicial  $v_0 = 14$  m/s fazendo um ângulo de  $30^\circ$  com a borda A de uma mesa horizontal, como mostrado na figura. Após o lançamento, o disco desliza sem atrito e segue uma trajetória em zigue-zague, colidindo com as bordas B e D.



Considerando que todas as colisões são perfeitamente elásticas, calcule o intervalo de tempo, em unidades de  $10^{-2}$  segundos, para o disco atingir a borda C pela primeira vez.

**56 Fuvest 2011** Um gavião avista, abaixo dele, um melro e, para apanhá-lo, passa a voar verticalmente, conseguindo agarrá-lo. Imediatamente antes do instante em que o gavião, de massa  $M_G = 300$  g, agarra o melro, de massa  $M_M = 100$  g, as velocidades do gavião e do melro são, respectivamente,  $V_G = 80$  km/h na direção vertical, para baixo, e  $V_M = 24$  km/h na direção horizontal, para a direita, como ilustra a figura a seguir.



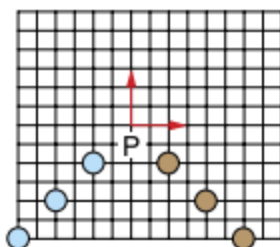
Imediatamente após a caça, o vetor velocidade  $u$  do gavião, que voa segurando o melro, forma um ângulo  $\alpha$  com o plano horizontal, tal que  $\text{tg } \alpha$  é aproximadamente igual a:

- (a) 20
- (b) 10
- (c) 3
- (d) 0,3
- (e) 0,1

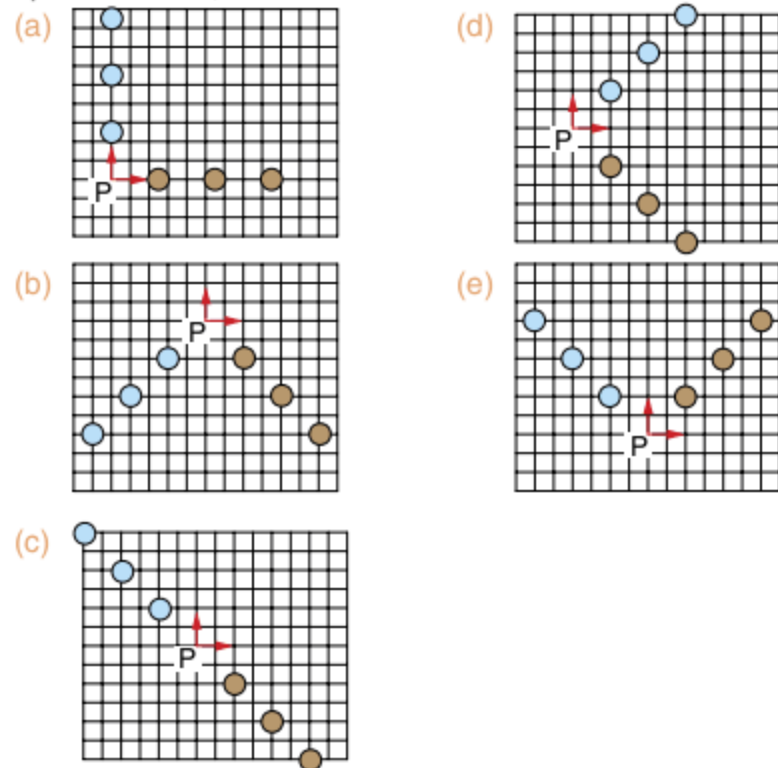
**57 UFPR 2009** Em um cruzamento mal sinalizado, houve uma colisão de dois automóveis, que vinham inicialmente de direções perpendiculares, em linha reta. Em módulo, a velocidade do primeiro é exatamente o dobro da velocidade do segundo, ou seja,  $v_1 = 2v_2$ . Ao fazer o boletim de ocorrência, o policial responsável verificou que, após a colisão, os automóveis ficaram presos nas ferragens (colisão inelástica) e se deslocaram em uma direção de  $45^\circ$  em relação à direção inicial de ambos. Considere que a massa do segundo automóvel é exatamente o dobro da massa do primeiro, isto é,  $m_2 = 2m_1$ , e que a perícia constatou que o módulo da velocidade dos automóveis unidos, imediatamente após a colisão, foi de 40 km/h. Assinale a alternativa que apresenta a velocidade correta, em módulo, do automóvel 2, isto é,  $v_2$ , imediatamente antes da colisão.

- (a)  $15\sqrt{2}$  km/h
- (b)  $30\sqrt{2}$  km/h
- (c)  $60\sqrt{2}$  km/h
- (d) 15 km/h
- (e) 30 km/h

**58 Fuvest 2002** Dois pequenos discos, de massas iguais, são lançados sobre uma superfície plana e horizontal, sem atrito, com velocidades de módulos iguais. A figura a seguir registra a posição dos discos, vistos de cima, em intervalos de tempo sucessivos e iguais, antes de colidirem, próximo ao ponto P.



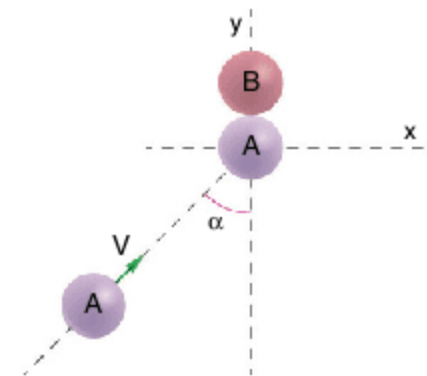
Dentre as possibilidades representadas, aquela que pode corresponder às posições dos discos, em instantes sucessivos, após a colisão, é:



**59 Unicamp 2005** No episódio II do filme *Guerra nas estrelas*, um personagem mergulha em queda livre, caindo em uma nave que se deslocava horizontalmente a 100 m/s com os motores desligados. O personagem resgatado chegou à nave com uma velocidade de 6 m/s na vertical. Considere que a massa da nave é de 650 kg, a do personagem resgatado de 80 kg e a do piloto de 70 kg.

- a) Quais as componentes horizontal e vertical da velocidade da nave imediatamente após o resgate?
- b) Qual foi a variação da energia cinética total nesse resgate?

**60 Unicamp** Jogadores de sinuca e bilhar sabem que, após uma colisão não frontal de duas bolas A e B de mesma massa, estando a bola B inicialmente parada, as duas bolas saem em direções que formam um ângulo de  $90^\circ$ . Considere a colisão de duas bolas de 200 g, representada na figura a seguir. A se dirige em direção a B com velocidade  $V = 2,0$  m/s, formando um ângulo  $\alpha$  com a direção  $y$ , tal que  $\text{sen } \alpha = 0,80$ . Após a colisão, B sai na direção  $y$ .



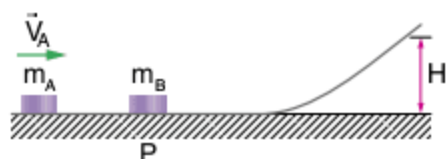
- a) Calcule as componentes  $x$  e  $y$  das velocidades de A e B logo após a colisão.
- b) Calcule a variação da energia (cinética de translação) na colisão.

Nota: Despreze a rotação e o rolamento das bolas.

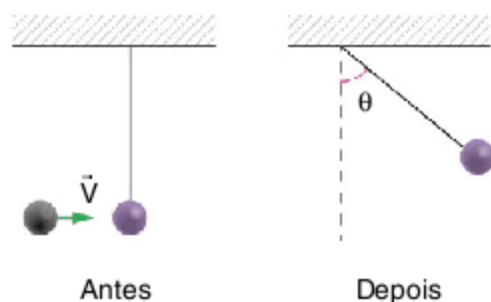


Energia e colisões

**61 UFPE 2002** Um pequeno disco A, de massa  $m_A = M$  e velocidade  $V_A$ , desliza em uma pista sem atrito como indicado na figura. Na parte horizontal da pista, ele colide com outro pequeno disco B, de massa  $m_B = 3M$ , que se encontra em repouso no ponto P. Se a colisão é completamente inelástica, os dois discos aderem um ao outro e se elevam até uma altura  $H = 5$  cm. Determine a velocidade inicial  $V_A$ , em m/s.

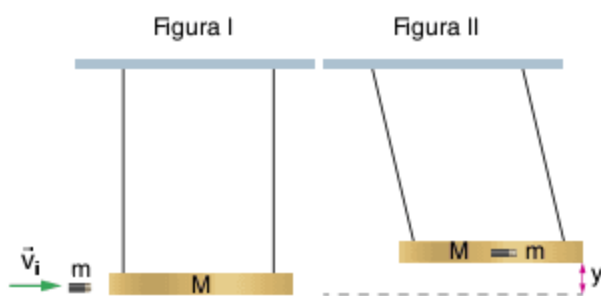


**62 FEI** Um projétil de 450 g é disparado horizontalmente com velocidade de  $\sqrt{20}$  m/s contra um corpo de massa 0,45 kg, suspenso por um fio de 2 m de comprimento. Em um choque perfeitamente elástico e frontal, o corpo sobe até uma altura  $h$ .



Qual é o ângulo máximo formado pelo fio com a vertical?  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$  (c)  $60^\circ$  (d)  $75^\circ$  (e)  $90^\circ$

**63 UFSC 2008** Um pêndulo balístico é um aparato experimental que permite determinar a velocidade de um projétil. Na figura I, estão representados o projétil de massa  $m$  e velocidade inicial  $\vec{v}_i$ , bem como um bloco de massa  $M$ , inicialmente em repouso. Após o impacto, o projétil se aloja no bloco e este se eleva a uma altura máxima  $y$ , conforme representação na figura II.

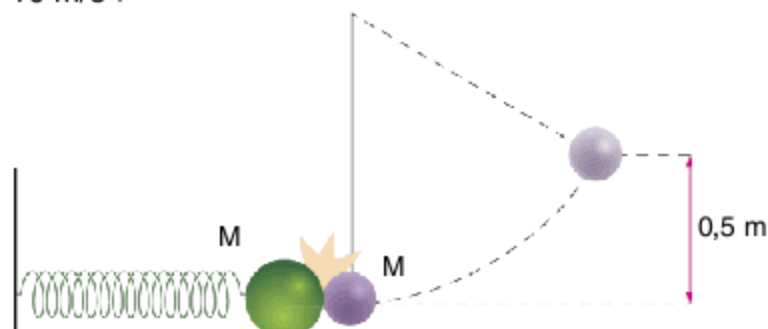


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 O projétil, logo após se alojar no interior do bloco, perde toda a sua energia cinética e toda a sua quantidade de movimento.
- 02 O sistema formado pelo projétil mais o bloco atingirá uma altura máxima, à direita, a qual dependerá da velocidade inicial do projétil.
- 04 Sendo a colisão característica deste processo perfeitamente inelástica, haverá perda de energia cinética.
- 08 É impossível aplicar a lei de conservação da quantidade de movimento ao processo apresentado.
- 16 Utilizando-se o princípio de conservação da energia mecânica, pode-se calcular a altura máxima atingida pelo bloco de massa  $M$ .

- 32 A energia cinética inicial é igual à metade da energia cinética final para o processo dado.
- 64 O sistema formado pelo projétil mais o bloco atingirá uma altura máxima, à direita, que dependerá das massas  $M$  e  $m$ . Soma =

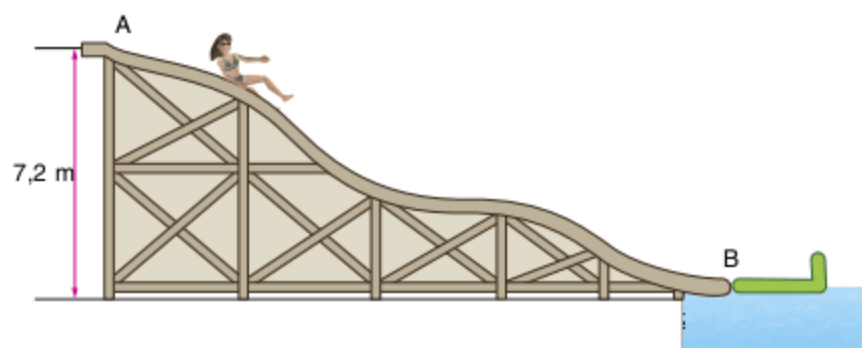
**64 UFRJ 2001** Uma esfera de massa igual a 100 g está sobre uma superfície horizontal sem atrito, e prende-se à extremidade de uma mola de massa desprezível e constante elástica igual a 9 N/m. A outra extremidade da mola está presa a um suporte fixo, conforme mostra a figura a seguir. Inicialmente, a esfera encontra-se em repouso e a mola no seu comprimento natural. A esfera é então atingida por um pêndulo de mesma massa que cai de uma altura igual a 0,5 m. Suponha a colisão elástica e  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.



Calcule:

- a) as velocidades da esfera e do pêndulo imediatamente após a colisão.
- b) a compressão máxima da mola.

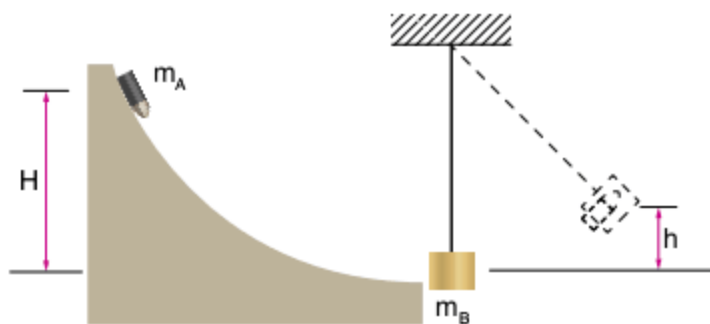
**65 UFG 2001** A figura adiante mostra uma pessoa com massa de 60 kg que desliza, sem atrito, do alto de um tobogã de 7,2 m de altura (ponto A), acoplando-se a um carrinho com massa de 120 kg, que se encontra em repouso no ponto B. A partir desse instante, a pessoa e o carrinho movem-se juntos na água até parar. Considere que a força de atrito entre o carrinho e a água é constante e que o coeficiente de atrito dinâmico é 0,10. A aceleração gravitacional local é 10 m/s<sup>2</sup>.



- a) Calcule a velocidade do conjunto pessoa-carrinho, imediatamente após o acoplamento.
- b) Calcule a distância percorrida na água pelo conjunto pessoa-carrinho até parar.

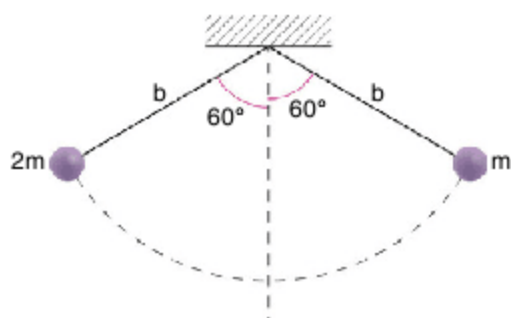
**66 UFG 2004** Um corpo cilíndrico pontiagudo de massa  $m_A$  desliza por uma rampa sem atrito, a partir da altura  $H$ , e, no final da rampa, já na horizontal, colide com outro corpo de massa  $m_B$  suspenso por um fio de massa desprezível, inicialmente em repouso. Após a colisão, os corpos permanecem unidos e sobem juntos até uma altura  $h$  acima da posição do choque, conforme ilustrado na figura.

Dados:  $m_A = 0,5 \text{ kg}$ ;  $m_B = 1,5 \text{ kg}$ ;  $H = 80 \text{ cm}$ .



- Qual é o valor de  $h$ ?
- Que fração da energia inicial é dissipada na colisão?

**67 UFRJ 2008** Dois pêndulos com fios ideais de mesmo comprimento  $b$  estão suspensos em um mesmo ponto do teto. Nas extremidades livres do fio, estão presas duas bolinhas de massas  $2m$  e  $m$  e dimensões desprezíveis. Os fios estão esticados em um mesmo plano vertical, separados e fazendo, ambos, um ângulo de  $60^\circ$  com a direção vertical, conforme indica a figura.



Em um dado momento, as bolinhas são soltas, descem a partir do repouso e colidem no ponto mais baixo de suas trajetórias, onde se grudam instantaneamente, formando um corpúsculo de massa  $3m$ .

- Calcule o módulo da velocidade do corpúsculo imediatamente após a colisão em função de  $b$  e do módulo  $g$  da aceleração da gravidade.
- Calcule o ângulo  $\theta$  que o fio faz com a vertical no momento em que o corpúsculo atinge sua altura máxima.

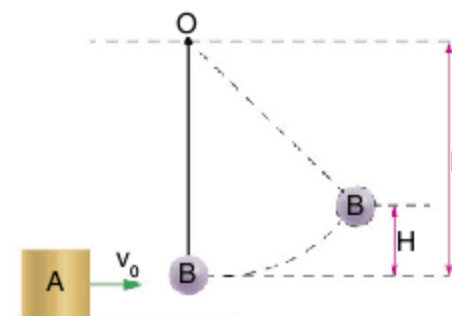
**68 ITA** Na figura, temos uma massa  $M = 132 \text{ g}$ , inicialmente em repouso, presa a uma mola de constante elástica  $k = 1,6 \cdot 10^4 \text{ N/m}$ , podendo se deslocar sem atrito sobre a mesa em que se encontra. Atira-se uma bala de massa  $m = 12 \text{ g}$ , que encontra o bloco horizontalmente, com uma velocidade  $v_0 = 200 \text{ m/s}$ , incrustando-se nele.



Qual é a máxima deformação que a mola experimenta?

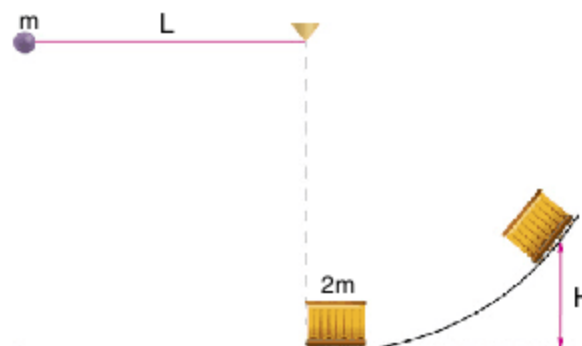
- 25 cm
- 50 cm
- 5,0 cm
- 1,6 m
- Nenhum dos resultados anteriores.

**69 FEI** Um corpo A, de massa  $2,0 \text{ kg}$ , é lançado com velocidade  $v_0 = 4,0 \text{ m/s}$  num plano horizontal liso, colidindo com a esfera B, de massa  $5,0 \text{ kg}$ . A esfera, inicialmente parada, suspensa por um fio ideal de comprimento  $L$  e fixo em O, atinge a altura máxima  $H = 0,20 \text{ m}$  após a colisão. Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- Qual a velocidade da esfera B imediatamente após o choque?
- Qual o módulo e o sentido da velocidade do corpo A após a colisão?
- Qual a perda de energia cinética no choque?

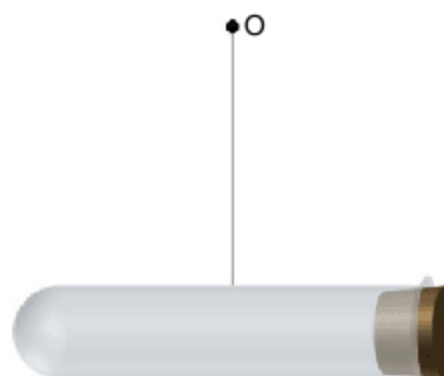
**70 Cesgranrio** Na figura a seguir, a bolinha do pêndulo de massa  $m$  parte do repouso na horizontal. Ao passar pelo ponto mais baixo de sua trajetória, a bolinha colide frontal e elasticamente com um carrinho de massa  $2m$ , inicialmente em repouso e apoiado em um trilho que é horizontal naquela região. Depois do choque, o carrinho se desloca sem atrito ao longo do trilho e sobe até uma determinada altura máxima  $H$ .



O valor de  $H$  é:

- $L$
- $\frac{L}{2}$
- $\frac{L}{4}$
- $\frac{2L}{3}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 L$

**71 Mackenzie** Um pequeno tubo de ensaio está suspenso por um fio ideal, de comprimento  $0,50 \text{ m}$ , que tem uma extremidade presa ao pino O. O tubo de  $100 \text{ g}$  está cheio de gás e está fechado por uma rolha de  $50 \text{ g}$ . Aquecendo o tubo, a rolha salta com velocidade de módulo  $v$ .

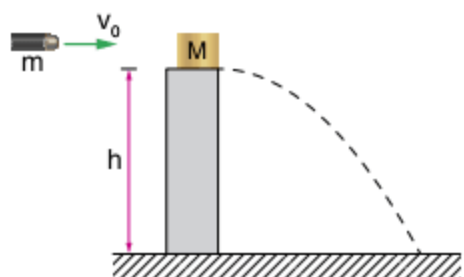


A menor velocidade  $v$  da rolha que faz com que o tubo descreva uma volta completa em torno de  $O$  é:

Despreze a massa do gás.

- (a) 2,0 m/s                      (c) 5,0 m/s                      (e) 10,0 m/s  
 (b) 4,0 m/s                      (d) 8,0 m/s

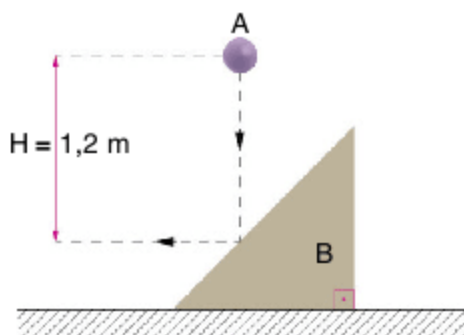
**72 ITA 2007** Uma bala de massa  $m$  e velocidade  $v_0$  é disparada contra um bloco de massa  $M$ , que inicialmente se encontra em repouso na borda de um poste de altura  $h$ , conforme mostra a figura. A bala aloja-se no bloco que, devido ao impacto, cai no solo.



Sendo  $g$  a aceleração da gravidade e não havendo atrito nem resistência de qualquer outra natureza, o módulo da velocidade com que o conjunto atinge o solo vale:

- (a)  $\sqrt{\left(\frac{mv_0}{m+M}\right)^2 + 2gh}$   
 (b)  $\sqrt{v_0^2 + \frac{2ghm^2}{(m+M)^2}}$   
 (c)  $\sqrt{v_0^2 + \frac{2mgh}{M}}$   
 (d)  $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$   
 (e)  $\sqrt{\frac{mv_0^2}{m+M} + 2gh}$

**73 Unip** Na figura, temos um plano horizontal sem atrito e um bloco B, em repouso, com o formato de um prisma. Uma pequena esfera A é abandonada do repouso, da posição indicada na figura, e, após uma queda livre, colide elasticamente com o prisma. Despreze o efeito do ar e adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

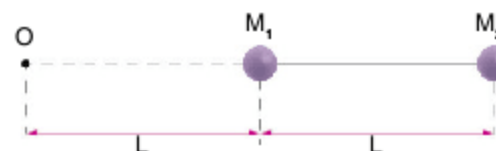


Sabe-se que, imediatamente após a colisão, a esfera A tem velocidade horizontal. A massa do prisma B é o dobro da massa da esfera A. A velocidade adquirida pelo prisma B, após a colisão, tem módulo igual a:

- (a) 2,0 m/s                      (d) 16 m/s  
 (b) 4,0 m/s                      (e) 1,0 m/s  
 (c) 8,0 m/s

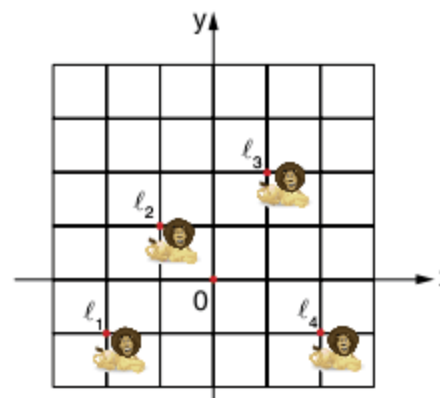
**Posição do centro de massa**

**74 UFPE 2003** Duas partículas, de massas  $M_1 = M$  e  $M_2 = M/2$ , estão presas por uma haste de comprimento  $L = 12 \text{ cm}$  e massa desprezível, conforme a figura.



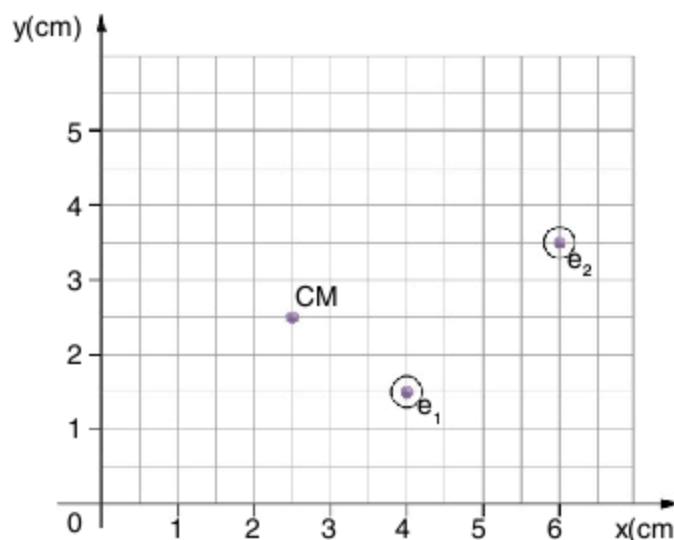
Qual a distância, em centímetros, do centro de massa do sistema em relação ao ponto  $O$ ?

**75 Uerj 2001** Uma fotografia tirada de cima mostra a posição de 4 leões dentro da jaula, como indica o esquema a seguir.



Sabendo que as massas são, respectivamente,  $m_{l_1} = m_{l_3} = 200 \text{ kg}$  e  $m_{l_2} = m_{l_4} = 250 \text{ kg}$ , determine as coordenadas, no plano  $xy$ , do centro de massa desses leões.

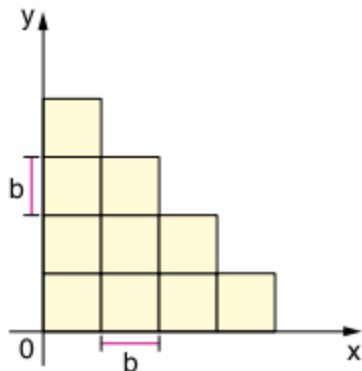
**76 FCMSC** Na figura a seguir, CM é o centro de massa de um sistema constituído por três esferas ( $e_1$ ,  $e_2$  e  $e_3$ ) de mesma massa. A terceira esfera não aparece na figura. X e Y são eixos de um sistema de referência.



Quais são as coordenadas  $X_c$  e  $Y_c$  do centro da esfera  $e_3$ ? (Os centros de massa das três esferas estão contidos no plano  $XY$ .)

- (a)  $X_c = -5,0$  e  $Y_c = -2,5$   
 (b)  $X_c = 5,0$  e  $Y_c = 2,5$   
 (c)  $X_c = -2,5$  e  $Y_c = 2,5$   
 (d)  $X_c = 2,5$  e  $Y_c = -2,5$   
 (e)  $X_c = 2,5$  e  $Y_c = 2,5$

**77 UFC 2007** Cada um dos quadrados mostrados na figura a seguir tem lado  $b$  e massa uniformemente distribuída.



Determine as coordenadas  $(x, y)$  do centro de massa do sistema formado pelos quadrados.

### Velocidade e aceleração do centro de massa

**78 UFPA** Um corpo esférico de massa  $6m$  rola sobre um plano horizontal sem atrito em direção a outro corpo esférico em repouso e de massa  $m$ , com velocidade  $v$  constante.



a) Quando os dois corpos estiverem separados por uma distância  $d$ , o centro de massa do sistema estará situado a uma distância da esfera maior dada por:

- (a)  $\frac{d}{11}$                       (c)  $\frac{6d}{7}$                       (e)  $\frac{d}{5}$   
 (b)  $\frac{d}{9}$                         (d)  $\frac{d}{7}$

b) A velocidade do centro de massa é:

- (a)  $\frac{6v}{7}$                         (c)  $\frac{v}{6}$                         (e)  $\frac{7v}{6}$   
 (b)  $v$                          (d)  $\frac{v}{7}$

**79 FEI** Duas esferas, A e B, de massas  $M_A = 0,10 \text{ kg}$  e  $M_B = 0,20 \text{ kg}$ , constituem um sistema físico e não interagem entre si. Na esfera B, atua uma força externa  $\vec{F}$  constante e de intensidade  $30 \text{ N}$ .



Calcule:

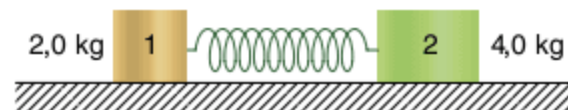
- a) o módulo da aceleração das esferas A e B.  
 b) o módulo da aceleração do centro de massa do sistema (AB).

**80** Um navio A de massa  $25 \text{ t}$  e velocidade  $16 \text{ km/h}$  e outro navio B de massa  $15 \text{ t}$  e velocidade  $20 \text{ km/h}$  partem de um mesmo ponto e adquirem movimentos retilíneos perpendiculares entre si. O centro de massa do sistema terá velocidade de módulo:

- (a)  $17,5 \text{ km/h}$                       (c)  $10,0 \text{ km/h}$                       (e) zero.  
 (b)  $12,5 \text{ km/h}$                       (d)  $2,5 \text{ km/h}$

### Quantidade de movimento, força resultante e o centro de massa

**81 UFPR** A figura a seguir mostra um sistema constituído por uma mola de massa desprezível ligando dois blocos de massas  $m_1 = 2,0 \text{ kg}$  e  $m_2 = 4,0 \text{ kg}$ . Inicialmente, a mola está comprimida e os blocos têm velocidade nula. Despreze o atrito entre os blocos e a superfície horizontal.



É correto afirmar que, após o sistema ter sido liberado e entrar em movimento:

- 01 os módulos das velocidades dos dois blocos são iguais.  
 02 as velocidades dos blocos têm sentidos opostos.  
 04 o centro de massa do sistema permanece em repouso.  
 08 a força exercida pela mola sobre o bloco 2 tem o mesmo módulo que a força que este bloco exerce sobre a mola.  
 16 a energia mecânica total do sistema varia.

Soma =

**82 UFPR 2004** Com base nos conceitos e nas leis de conservação da quantidade de movimento (momento linear) e da energia cinética, é correto afirmar:

- A quantidade de movimento (momento linear) de uma partícula depende do sistema de referência.  
 A energia cinética de uma partícula pode assumir valores negativos.  
 Em uma colisão perfeitamente elástica, a energia cinética é conservada.  
 Em uma colisão inelástica, a quantidade de movimento (momento linear) não é conservada.  
 Quando duas partículas colidem, a velocidade do centro de massa do sistema, na ausência de forças externas, permanece constante.

**83 UFMS 2007** Um sistema físico é considerado uma parte limitada do universo. Todo o resto, que não pertence ao sistema físico, considera-se como vizinhanças. Vizinhanças podem interagir com o sistema aplicando simultaneamente forças de várias origens (natureza), como: gravitacionais, elétricas, magnéticas etc.

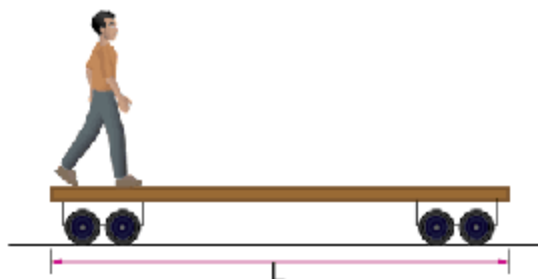
Considerando a Segunda Lei de Newton  $\vec{F}_r = m \cdot \vec{a}_r$ , na qual se lê: "A força resultante em um sistema é igual ao produto da sua massa pela aceleração", é correto afirmar:

- 01 Pela Segunda Lei de Newton, conclui-se que, quando a força resultante  $\vec{F}_r$  em um sistema é nula, o movimento do centro de massa do sistema pode ser retilíneo.  
 02 O valor da força resultante  $\vec{F}_r$  em um sistema não depende de o referencial ser ou não inercial.  
 04 A origem (natureza) da força resultante  $\vec{F}_r$  em um sistema físico é igual à origem (natureza) de uma das forças de maior intensidade aplicadas no sistema.  
 08 Quando o centro de massa CM de um sistema está em repouso em um referencial inercial, conclui-se que não existe força aplicada sobre o sistema.

- 16 Se a força resultante  $\vec{F}_r$  em um sistema é diferente de zero num referencial inercial, a energia de movimento do sistema é variável em qualquer referencial inercial.

Soma =

- 84 **UFG** Um homem de massa  $m$  encontra-se na extremidade de um vagão-prancha em repouso. O vagão tem massa  $9m$  e comprimento  $L$ . O homem caminha até a extremidade oposta do vagão e para.



Desprezando-se o atrito entre o vagão e os trilhos, o deslocamento do homem em relação ao solo é:

- (a)  $\frac{L}{10}$                       (c)  $\frac{L}{3}$                       (e)  $\frac{L}{9}$   
 (b)  $L$                           (d)  $\frac{9L}{10}$

### Unidades de medida

- 85 **FCMSC** Em qual das opções a seguir se colocam corretamente, em ordem decrescente, as unidades de comprimento apresentadas?

- (a) km, m,  $\mu\text{m}$ , mm, cm  
 (b) km, m, mm,  $\mu\text{m}$ , cm  
 (c) m, km, mm,  $\mu\text{m}$ , cm  
 (d) km, m, cm, mm,  $\mu\text{m}$   
 (e) mm,  $\mu\text{m}$ , km, m, cm

- 86 **UFPB 2004** Num laboratório de Física, um estudante fez uma série de medições que constavam do roteiro de uma experiência. A partir dessas medidas, ele fez vários cálculos para determinar os valores numéricos de algumas grandezas físicas, cujos resultados foram:  $60 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,  $30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  e  $20 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ , correspondendo, respectivamente, às grandezas:

- (a) potência, força e impulso.  
 (b) energia, força e impulso.  
 (c) energia, impulso e potência.  
 (d) potência, força e energia.  
 (e) energia, potência e impulso.

- 87 **Fuvest** Numa aula de Física, três estudantes realizam medidas de pressão. Em vez de expressar seus resultados em pascal, a unidade de pressão no Sistema Internacional (SI), eles apresentam seus resultados nas seguintes unidades do SI.

- I.  $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$   
 II.  $\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$   
 III.  $\text{W} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3}$

Podem ser considerados corretos, do ponto de vista dimensional, os seguintes resultados:

- (a) nenhum.                      (c) somente I e II.                      (e) todos.  
 (b) somente I.                      (d) somente I e III.

- 88 **UFPR 2005** O texto a seguir foi condensado de uma revista sobre Física aplicada.

O ultrassom encontra diferentes aplicações na Medicina. Por exemplo, a técnica de imagem por ultrassom mais comum é o método do eco de pulsos, similar ao princípio do radar. Um pulso de pressão com duração de 0,2 a 1,0 microssegundo emitido por uma fonte é refletido pelas estruturas de tecidos dentro do corpo. Uma das limitações do ultrassom está na sua rápida atenuação nos ossos para as frequências usadas, que em geral estão entre 1,0 e 20 megahertz. Por outro lado, dentre os usos terapêuticos, um muito difundido é o aquecimento não destrutivo para estimular ou acelerar uma resposta fisiológica a uma lesão. Nessa situação, os pulsos utilizados geralmente têm duração de 2 a 8 milissegundos e uma intensidade máxima de 2,5 watts por centímetro quadrado.

Conforme fica evidente no texto apresentado, é importante que o leitor conheça as unidades e os prefixos usados para a expressão das grandezas físicas. Sendo assim, numere a coluna da direita com base nas informações da coluna da esquerda.

- |  |                      |       |
|--|----------------------|-------|
| (1) Prefixo que representa o fator $10^6$    | <input type="text"/> | watt  |
| (2) Unidade de potência                      | <input type="text"/> | micro |
| (3) Prefixo que representa o fator $10^{-3}$ | <input type="text"/> | mega  |
| (4) Prefixo que representa o fator $10^{-6}$ | <input type="text"/> | hertz |
| (5) Unidade de frequência                    | <input type="text"/> | mili  |

Assinale a sequência correta da coluna da direita, de cima para baixo.

- (a) 2, 4, 1, 5, 3  
 (b) 3, 1, 5, 4, 2  
 (c) 1, 2, 3, 4, 5  
 (d) 5, 4, 1, 2, 3  
 (e) 1, 3, 2, 5, 4

- 89 **UFSC 2007** Existe uma imensa variedade de coisas que podem ser medidas sob vários aspectos. Imagine uma lata, dessas que são usadas para refrigerante. Você pode medir a sua altura, pode medir quanto ela "pesa" e pode medir quanto de líquido ela pode comportar. Cada um desses aspectos (comprimento, massa, volume) implica uma grandeza física diferente. Medir é comparar uma grandeza com uma outra, de mesma natureza, tomando-se uma como padrão. Medição é, portanto, o conjunto de operações que tem por objetivo determinar o valor de uma grandeza.

Disponível em: <www.ipem.sp.gov.br/5mt/medir.asp?vpro=abe>. Acesso em: 25 jul. 2006. (Adapt.).

Cada grandeza física, abaixo relacionada, está identificada por uma letra.

- a) distância  
 b) velocidade linear  
 c) aceleração tangencial  
 d) força  
 e) energia  
 f) impulso de uma força  
 g) temperatura  
 h) resistência elétrica  
 i) intensidade de corrente elétrica

Assinale a(s) proposição(ões) na(s) qual(uais) está(ão) relacionada(s) corretamente a identificação da grandeza física com a respectiva unidade de medida.

01	(a) m	(c) m/s <sup>2</sup>	(e) J	(g) °C	(h) Ω	(i) A
02	(b) m/s	(d) J	(f) N. s	(g) °C	(h) Ω	(i) A
04	(a) m	(b) m/s	(c) m/s <sup>2</sup>	(d) J	(e) J	(f) N. s
08	(d) N	(e) J	(f) N. s	(g) °C	(h) Ω	(i) A
16	(d) N	(e) J	(f) N. s	(g) °C	(h) A	(i) Ω
32	(d) J	(e) N	(f) N. s	(g) °C	(h) A	(i) Ω

Soma =

## Unidades de medida e análise dimensional

**90 UFPB 2002** Um satélite, ao realizar uma órbita circular em torno da Terra, tem uma aceleração dada por  $a = \frac{\beta}{R^2}$ , onde  $\beta$  é uma constante e R o raio de sua órbita. A unidade da constante  $\beta$ , no sistema MKS, é:

- (a) m/s
- (b) m/s<sup>2</sup>
- (c) m<sup>2</sup>/s
- (d) m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>
- (e) m<sup>3</sup>/s<sup>2</sup>

**91 Cesgranrio** Na análise de determinados movimentos, é bastante razoável supor que a força de atrito seja proporcional ao quadrado da velocidade da partícula que se move. Analiticamente:

$$f = k \cdot v^2$$

A unidade da constante de proporcionalidade k no SI é:

- (a)  $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$
- (b)  $\frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}$
- (c)  $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$
- (d)  $\frac{\text{kg}}{\text{m}}$
- (e)  $\frac{\text{kg}}{\text{s}}$

## Grandezas físicas e análise dimensional

**92 Unama-AM** Define-se peso específico de um corpo como sendo a razão entre a intensidade de seu peso e o volume ocupado. A equação dimensional do peso específico é expressa por:

- (a)  $\text{ML}^{-2}\text{T}^{-1}$
- (b)  $\text{M}^{-1}\text{LT}^{-2}$
- (c)  $\text{M}^{-2}\text{LT}^{-2}$
- (d)  $\text{M}^{-1}\text{L}^{-2}\text{T}^{-2}$
- (e)  $\text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}$

**93 Gama Filho** Seja uma grandeza G representada matematicamente por:

$$G = \frac{a \cdot \ell \cdot m}{t}$$

onde a é aceleração, m é massa, t é tempo e  $\ell$  é comprimento. Podemos afirmar que a dimensão de G é:

- (a)  $\text{ML}^2\text{T}^3$
- (b)  $\text{ML}^{-2}\text{T}^{-3}$
- (c)  $\text{ML}^2\text{T}^{-3}$
- (d)  $\text{MLT}^{-2}$
- (e)  $\text{MLT}^3$

**94 Unisa-SP** Considere a equação:

$$p = \frac{1}{2} \sigma v^2$$

onde p representa pressão e v velocidade. Quais são as dimensões da grandeza física  $\sigma$  em função das grandezas fundamentais do SI?

- (a)  $\text{M}^{-1}\text{L}$
- (b)  $\text{ML}^{-3}$
- (c)  $\text{M}^{-1}\text{L}^3$
- (d)  $\text{M}^{-1}\text{L}^{-3}$
- (e)  $\text{ML}^{-1}$

**95 UFC 2008** A energia relativística do fóton é dada por  $E = X \cdot c$ , onde c indica a velocidade da luz. Utilizando conhecimentos de Física moderna e Análise dimensional, assinale a alternativa correta tocante à dimensão de X.

- (a) Força
- (b) Massa
- (c) Velocidade
- (d) Comprimento
- (e) Quantidade de movimento

## Equação dimensional

**96 Cesgranrio** São propostas a seguir três expressões literais para a velocidade v de uma partícula em determinadas situações experimentais:

I.  $v = k_1[(R_1/R_2) + 1]$

II.  $v = k_2(R_1 + R_2 + 1)$

III.  $v = k_3(R_1 \cdot R_2)$

Os símbolos  $R_1$  e  $R_2$  representam comprimentos. Independentemente das dimensões físicas dos coeficientes  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ , qual(uais) das expressões dadas está(ão), com toda certeza, errada(s)?

- (a) Somente I.
- (b) Somente II.
- (c) Somente I e III.
- (d) Somente I e II.
- (e) I, II e III.

**97 Cesgranrio** Na expressão seguinte, x representa uma distância, v uma velocidade, a uma aceleração e k uma constante adimensional.

$$x = k \frac{v^n}{a}$$

Qual deve ser o valor do expoente n para que a expressão seja fisicamente correta?

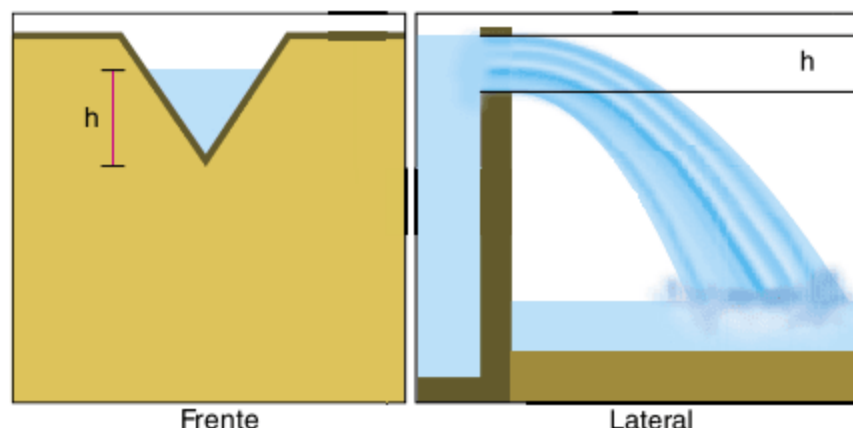
**98 FEI** Considerando um sistema de unidades mecânicas em que as unidades fundamentais são força (F), comprimento (L) e tempo (T), a equação dimensional da quantidade de movimento é:

- (a)  $FL^{-1}T$  (d)  $FL^0T$   
 (b)  $FL^{-2}T^2$  (e)  $FL^0T^{-2}$   
 (c)  $FLT^{-2}$

**99 UFRJ 2002** Um vertedouro de uma represa tem uma forma triangular, conforme mostra a figura a seguir. Um técnico quer determinar empiricamente o volume de água por unidade de tempo que sai pelo vertedouro, isto é, a vazão. Como a represa é muito grande, a vazão não depende do tempo. Os parâmetros relevantes são:  $h$ , a altura do nível de água medida a partir do vértice do triângulo, e  $g$ , a aceleração da gravidade local. A partir dessas informações, o técnico escreve a seguinte fórmula para a vazão  $Q$ :

$$Q = C \cdot h^x \cdot g^y$$

onde  $C$  é uma grandeza adimensional.



Calcule os valores dos expoentes  $x$  e  $y$  para que  $Q$  tenha dimensão de vazão.

**100 Unicamp** A velocidade das ondas numa praia pode depender de alguns dos seguintes parâmetros: a aceleração da gravidade  $g$ , a altura da água  $h$  e a densidade da água  $d$ . Fazendo análise dimensional, observa-se que a velocidade da onda não depende de um dos 3 parâmetros citados. Que parâmetro é esse? Qual a expressão da velocidade em termos dos 2 parâmetros restantes?

**101 UFPR 2007** Um projetista de máquinas de lavar roupas estava interessado em determinar o volume de água utilizado por uma dada lavadora de roupas durante o seu funcionamento, de modo a otimizar a economia de água por parte do aparelho. Ele percebeu que o volume  $V$  de água necessário para uma lavagem depende da massa  $m$  das roupas a serem lavadas, do intervalo de tempo  $\Delta t$  que essa máquina leva para encher de água e da pressão  $P$  da água na tubulação que alimenta essa máquina de lavar. Assim, ele expressou o volume de água através da função  $V = km^a(\Delta t)^bP^c$ , onde  $k$  é uma constante adimensional e  $a$ ,  $b$  e  $c$  são coeficientes a serem determinados. Calcule os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  para que a equação seja dimensionalmente correta.

## TEXTOS COMPLEMENTARES

### O quilo não pesa um quilo

Quanto é uma tonelada? Fácil, são 1 mil quilos. Certo, mas quanto é 1 quilo? Ou melhor: o que é 1 quilo? Pois 1 quilograma é definido pelo Sistema Internacional de Unidades como “a unidade equivalente à massa do protótipo internacional do quilo”.

Protótipo? Isso mesmo, a medida que usamos para marcar nossos pesos ou a quantidade de alimentos que compramos tem como base a massa de um cilindro. Feito de uma mistura de platina e irídio, com 39 milímetros de altura e de diâmetro, o objeto – algo físico, é bom ressaltar – é mantido no *Bureau International de Pesos e Medidas (BIPM)*, em Sèvres, na França, desde 1889. Antes disso era ainda pior: o quilo era a massa equivalente a um decímetro cúbico de água à temperatura de 4,44 °C.

Cilindro metálico. Parece antiquado? Pois é mesmo. O quilograma é a única das sete unidades básicas do Sistema Internacional de Unidades ainda definida por um artefato. As outras seis são: metro (unidade de distância); segundo (de tempo); ampère (de corrente elétrica); kelvin (de temperatura); mol (de quantidade de substância);

e candela (de intensidade luminosa). Todas elas são definidas em termos de propriedades da natureza e podem ser medidas por qualquer laboratório devidamente capacitado no mundo.

Cilindro metálico. Parece impreciso? Pois é mesmo. O protótipo internacional está mais leve desde que foi criado. Acredita-se que a diminuição tenha sido de 15 nanogramas (bilionésimos de um grama) – alguns chegam a dizer 50 microgramas. Parece pouco, mas o problema é que não deveria ter havido variação. A diferença certamente não terá nenhuma influência em dietas para emagrecer, mas para a física de partículas representa uma grande dor de cabeça.

Outro problema de ter um sistema de medidas baseado num objeto é deixar uma porta aberta a interpretações. Além disso, os demais países são obrigados a consultar o cilindro em Sèvres toda vez que quiserem checar seus próprios quilos. Em 1889, por exemplo, quando os Estados Unidos aceitaram o padrão internacional, tiveram que mandar representantes por três vezes à França para conferir se seus cilindros estavam corretos. Também há o risco de que algo

possa ocorrer com o protótipo. Em caso de incêndio, terremoto ou queda de cometa no prédio do BIPM, lá se foi o padrão mundial.

Para evitar esses problemas, as outras unidades de medida ganharam novas interpretações, a cargo dos avanços científicos. O metro, por exemplo, foi definido no final do século 18 como a unidade de medida correspondente à décima milionésima parte da distância do Equador ao Polo Norte.

Uma barra com a medida era mantida, também na França, como referência. Posteriormente, foi verificado que a barra era a quinta parte de um milímetro mais curta do que a equivalência geográfica implicada. Hoje, o metro corresponde à distância percorrida pela luz em um segundo dividido por 299.792.458. Nem um ponto a mais ou a menos.

### Mais preciso

Os motivos do emagrecimento do quilo, ou melhor, do cilindro no BIPM, desde 1889, ainda são desconhecidos. “Embora o cilindro seja mantido em um recipiente especial em condições controladas, sua massa pode se alterar com o tempo por motivos como contaminação, perda de material por limpeza da superfície e outros”, disse um comunicado do Instituto Nacional de Padrões e Tecnologia (Nist), dos Estados Unidos. O cilindro é eventualmente removido de suas redomas para limpeza ou calibragem de padrões equivalentes de outros países.

Por conta disso, cientistas em instituições de pesquisa em diversos países têm tentado há anos encontrar uma definição confiável e baseada na natureza para substituir o tal protótipo.

O Nist acaba de anunciar um método experimental para a definição do quilo em termos de propriedades da natureza, que seria o mais preciso até o momento. O estudo, publicado na edição de outubro de 2005 do periódico *Metrologia*, do BIPM, confirma os resultados de outro trabalho feito por pesquisadores do Nist

com o mesmo método, em 1998, mas agora com uma melhoria de 40% na precisão.

A nova pesquisa chegou a um grau de incerteza da ordem de 0,052 parte por milhão. De acordo com Richard Stainer, líder do estudo, é o resultado mais preciso até o momento em todo o mundo. O cientista agora quer chegar a uma precisão de 0,02 parte por milhão no próximo ano.

Os pesquisadores do Nist utilizaram uma balança de watt, equipamento eletromagnético empregado para medições ultraprecisas – projetada especialmente para redefinir massa em termos físicos e quânticos.

Os cientistas colocaram uma massa-teste de 1 quilo no prato da balança, conectado a um rolo de cobre que envolve um eletromagneto supercondutor. Quando a corrente elétrica foi transmitida pelo rolo, forças eletromagnéticas foram produzidas para balançar o peso da massa-teste – de maneira similar à de um motor elétrico. Foram medidas, então, essa corrente e a força resultante.

Depois, ao mover o rolo verticalmente – e induzir voltagem –, foi possível medir a velocidade e a voltagem. Segundo os pesquisadores do Nist, as quatro medidas determinaram a relação entre força mecânica e eletrônica, que pode ser combinada com outras propriedades básicas da natureza para redefinir o quilograma.

Qualquer decisão sobre quando e como o quilograma será redefinido partirá do Comitê Internacional de Pesos e Medidas (CIPM) e deverá ser ratificado pela Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM). Laboratórios em todo o mundo trabalham para apresentar alternativas ao velho cilindro de platina e irídio.

O artigo *Towards an electronic kilogram: an improved measurement of the Planck constant and electron mass*, de R. Steiner, E.R. Williams, D.B. Newell e R. Liu, pode ser lido no site da revista *Metrologia*, em [www1.bipm.org/en/metrologia](http://www1.bipm.org/en/metrologia).

Agência Fapesp, 19 set. 2005. Disponível em: <<http://agencia.fapesp.br/4352>>.

## Unidades de medida

O problema da equivalência de pesos e medidas existe há mais de 500 anos. Com o avanço da ciência e da tecnologia, é fundamental que as unidades tenham definições cada vez mais precisas, e é por isso que os padrões de um sistema de unidades são redefinidos.

Uma das primeiras unidades de comprimento foi o côvado, baseado no comprimento do antebraço, que é medido da ponta do dedo até o cotovelo; esta unidade foi subdividida em unidades como o pé e o palmo – algumas das muitas unidades antropométricas já utilizadas. Um dos problemas da utilização de unidades baseadas no corpo humano é que elas não são muito precisas, já que as dimensões do corpo humano não são as mesmas para todas as pessoas, daí a necessidade de se estabelecer padrões. Um dos primeiros registros da padronização de um sistema de unidades de medida, datado do século XVII, estabelecia que a mesma unidade de comprimento (a jarda) deveria ter o mesmo tamanho em todo o reino.

O sistema métrico decimal teve origem no século XVIII, na França, e sua história está diretamente ligada às transformações

políticas e sociais da época. A criação desse sistema foi o primeiro passo para o desenvolvimento do sistema que conhecemos hoje, o Sistema Internacional de Unidades.

O padrão estabelecido para o metro já foi redefinido inúmeras vezes, mas, desde 1983, o metro é internacionalmente definido como o comprimento percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de  $1/299.792.458$  segundo. Para a definição de algumas unidades, é necessário que constantes fundamentais sejam fixadas, como é o caso do metro e da velocidade da luz.

O quilograma é a única unidade-base que ainda é definida por um artefato – um protótipo de platina e irídio – estabelecido no final do século XIX. Todos os padrões de massa devem ser calibrados de acordo com esse protótipo.

A definição da unidade padrão relacionada às medidas de tempo surgiu após a definição do metro e do quilograma. O segundo foi inicialmente definido em relação ao período de rotação da Terra. Em seguida, movimentos periódicos começaram a ser usados para estabelecer a unidade de tempo, da oscilação de um pêndulo à transição atômica ou molecular. A frequência natural do



átomo de césio – frequência característica da emissão e absorção de radiação eletromagnética – foi reconhecida internacionalmente como unidade de tempo em 1967; o segundo foi definido como a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação que corresponde à transição entre dois níveis de energia do átomo de césio-133, tornando-se a quantidade física medida com maior precisão até a época – variando cerca de 30 bilionésimos de segundo por ano.

O metro, o quilograma e o segundo são unidades-base do Sistema Internacional de Unidades (SI), estabelecido em 1960. As unidades-base do SI são sete: ampère (A), relacionada à eletricidade; candela (cd), relacionada à intensidade luminosa; kelvin (K), unidade de temperatura termodinâmica; mol (mol), relacionada à quantidade de matéria; além do metro (m), do quilograma (kg) e do segundo (s).

O ampère, unidade de corrente elétrica definida em termos da força entre fios percorridos pela mesma corrente elétrica, foi aprovado em 1946 e exigiu a definição de uma constante

fundamental ligada à eletrostática e aos fenômenos magnéticos, a permeabilidade do vácuo,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ .

Os padrões de medidas são verificados e mantidos por laboratórios sediados em diferentes países. Esses laboratórios detêm os padrões das unidades-base que servem para calibrar os padrões de unidades derivadas, como o newton (unidade de força), o joule (unidade de energia), o coulomb (unidade de carga elétrica) e o grau Celsius (unidade de temperatura). O *Bureau Internationale de Poids et Mesures* (BIPM) (Escritório Internacional de Pesos e Medidas) é o laboratório central que atua internacionalmente para garantir um sistema coerente; localizado na cidade francesa de Sèvres, foi instituído em 1875 durante a convenção do metro.

Pesquisas recentes indicam a possibilidade de se definir as unidades de força eletromotriz – volt (V) – e de resistência – ohm ( $\Omega$ ) –, derivadas do SI, em função das constantes físicas fundamentais e ( $e$  a carga do elétron) e  $h$  (a constante de Planck).

## RESUMINDO

Estudamos conceitos importantes e que complementam a estrutura da Mecânica.

Entre eles, temos Impulso:  $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$  e Quantidade de Movimento:  $\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$

A partir dessas definições, vem o Teorema do Impulso:  $\vec{I} = \Delta \vec{Q}$

Nas colisões, por causa do curtíssimo intervalo de tempo que dura uma colisão, podemos considerar nulo o impulso da resultante.

Logo, temos:

$$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

Definimos o coeficiente de restituição:

$$e = \left| \frac{\text{velocidade relativa de afastamento}}{\text{velocidade relativa de aproximação}} \right|$$

As colisões são divididas, quanto à conservação de energia, em:

elásticas:  $e = 1$ ; parcialmente elásticas:  $0 < e < 1$  e inelásticas:  $e = 0$ .

Definimos o conceito de centro de massa através de:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}; \quad \vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad \text{e} \quad \vec{a}_{CM} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Chegamos, então, a importantes conclusões:

$$\vec{Q}_{\text{total}} = M \vec{v}_{CM} \quad \text{e} \quad \vec{F}_{\text{resultante}} = M \vec{a}_{CM}$$

A análise dimensional, tratada no final, é importante instrumento para a Física.

# QUER SABER MAIS?



## SITES

- Colisão em uma e duas dimensões  
[http://phet.colorado.edu/sims/collision-lab/collision-lab\\_en.html](http://phet.colorado.edu/sims/collision-lab/collision-lab_en.html)
- Colisões e o pêndulo de Newton  
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/elacol.html>
- Pêndulo de Newton  
[www.walter-fendt.de/ph14e/ncradle.htm](http://www.walter-fendt.de/ph14e/ncradle.htm)
- Centro de massa  
<http://astro.unl.edu/classaction/animations/binaryvariablestars/centerofmass.html>
- Sistema binário de estrelas  
*Em um sistema binário, duas estrelas orbitam em torno do centro de massa do sistema, cuja posição depende da massa dos corpos.*  
<http://astro.unl.edu/classaction/loader.html?filename=animations/binaryvariablestars/eclipsingbinariesim.swf&movieid=eclipsingbinariesim&width=817&height=710&version=6.0.0>

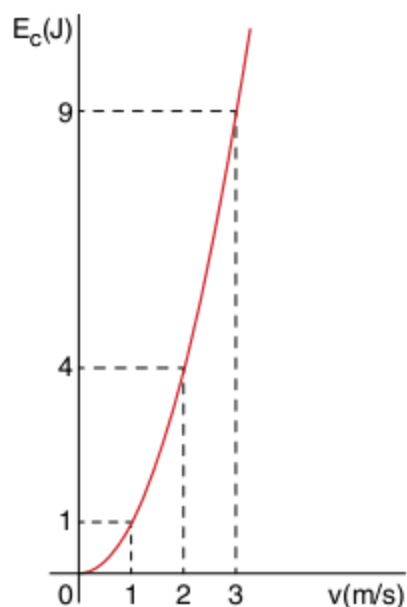
- Unidades de medida  
[www.npl.co.uk/upload/pdf/units-of-measurement-poster.pdf](http://www.npl.co.uk/upload/pdf/units-of-measurement-poster.pdf)
- Metrologia e a medida no esporte  
[www.nist.gov/pml/wmd/metric/upload/meas-in-sport.pdf](http://www.nist.gov/pml/wmd/metric/upload/meas-in-sport.pdf)
- Escalas  
[www.vendian.org/howbig/cube/UnstableURL/howbig\\_cube\\_a4.pdf](http://www.vendian.org/howbig/cube/UnstableURL/howbig_cube_a4.pdf)
- Unidades do sistema métrico no dia a dia  
[www.nist.gov/pml/wmd/metric/estimation.cfm](http://www.nist.gov/pml/wmd/metric/estimation.cfm)
- Pêndulo de Newton  
[www.youtube.com/watch?v=tG65CGR1adU](http://www.youtube.com/watch?v=tG65CGR1adU)

## Exercícios complementares

Considere, quando necessário,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

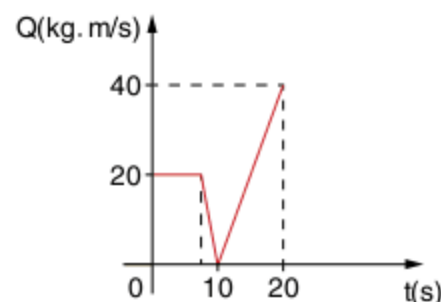
### Quantidade de movimento

**1 Uerj 2010** Em uma aula de Física, os alunos relacionam os valores da energia cinética de um corpo aos de sua velocidade. O gráfico a seguir indica os resultados encontrados.



Determine, em  $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ , a quantidade de movimento desse corpo quando atinge a velocidade de  $5 \text{ m/s}$ .

**2 Unama-PA** O gráfico a seguir representa a variação do módulo do momento linear de uma partícula de  $2,0 \text{ kg}$  de massa em função do tempo, em unidades do Sistema Internacional.



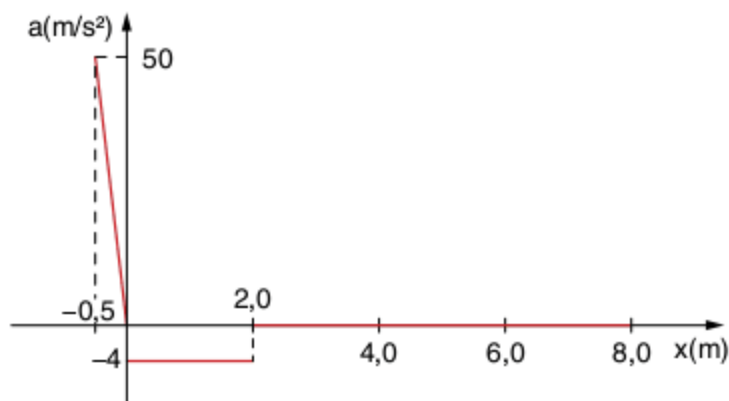
O trabalho realizado pela força resultante na partícula, nos 20 segundos de movimento, é igual a:

- (a) 100 J
- (b) 200 J
- (c) 300 J
- (d) 400 J
- (e) 500 J

**3 Unicamp 2002** Um motor de foguete iônico, digno de histórias de ficção científica, equipa uma sonda espacial da Nasa e está em operação há mais tempo do que qualquer outro propulsor espacial já construído. O motor iônico funciona expelindo uma corrente de gás eletricamente carregado para produzir um pequeníssimo impulso. Cerca de  $103 \text{ gramas}$  de xenônio são ejetados por dia com uma velocidade de  $108.000 \text{ km/h}$ . Após um período muito longo, esse impulso faz a sonda atingir uma velocidade enorme no espaço. Em aproximadamente 200 dias de viagem, a sonda chega a uma velocidade de  $4.320 \text{ km/h}$ , o que é muito mais rápido do que seria possível com uma quantidade similar de combustível de foguete. Aproxime um dia para  $9 \cdot 10^4 \text{ s}$ .

- a) Que massa de combustível teria sido consumida para atingir  $4.320 \text{ km/h}$ ?
- b) Qual é a aceleração média da sonda? Considere que a sonda parte do repouso.
- c) Qual é a quantidade de movimento do combustível ejetado em  $1 \text{ s}$ ?

**4 IME 2006** Um corpo de 500 g de massa está inicialmente ligado a uma mola. O seu movimento é registrado pelo gráfico a seguir, que mostra a aceleração em função da posição, a partir do ponto em que a mola se encontra com a compressão máxima. A abscissa  $x = 0$  corresponde à posição em que a deformação da mola é nula. Nessa posição, o corpo foi completamente liberado da mola e ficou submetido à aceleração registrada no gráfico.



Determine:

- a variação da quantidade de movimento nos 2 s após o corpo ser liberado da mola.
- o trabalho total realizado desde o começo do registro em  $x = -0,5$  m até  $x = 3$  m.

### Impulso

**5 UFF 2010** Duas bolas de mesma massa, uma feita de borracha e a outra feita de massa de modelar, são largadas de uma mesma altura. A bola de borracha bate no solo e retorna a uma fração da sua altura inicial, enquanto a bola feita de massa de modelar bate e fica grudada no solo.

Assinale a opção que descreve as relações entre as intensidades dos impulsos,  $I_b$  e  $I_m$ , exercidos, respectivamente, pelas bolas de borracha e de massa de modelar sobre o solo, e entre as respectivas variações de energias cinéticas,  $\Delta E_c^b$  e  $\Delta E_c^m$ , das bolas de borracha e de massa de modelar devido às colisões.

- |   |   |
|---|---|
| (a) $I_b < I_m$ e $\Delta E_c^b > \Delta E_c^m$ | (d) $I_b > I_m$ e $\Delta E_c^b < \Delta E_c^m$ |
| (b) $I_b < I_m$ e $\Delta E_c^b < \Delta E_c^m$ | (e) $I_b = I_m$ e $\Delta E_c^b < \Delta E_c^m$ |
| (c) $I_b > I_m$ e $\Delta E_c^b > \Delta E_c^m$ |   |

**6 ITA 2005** Um automóvel para quase que instantaneamente ao bater frontalmente numa árvore. A proteção oferecida pelo *air bag*, comparativamente ao carro que dele não dispõe, advém do fato de que a transferência para o carro de parte do *momentum* do motorista se dá em condição de:

- menor força em maior período de tempo.
- menor velocidade, com mesma aceleração.
- menor energia, numa distância menor.
- menor velocidade e maior desaceleração.
- mesmo tempo, com força menor.

**7 UEL 2007** Uma funcionária de um supermercado, com massa corpórea de 60 kg, utiliza patins para se movimentar no interior da loja. Imagine que ela se desloque de um ponto a outro, sob a ação de uma força  $F$  constante, durante um intervalo de tempo de 2,0 s e com uma aceleração constante de  $3,0 \text{ m/s}^2$ . Assinale a alternativa que indica os valores do impulso ( $I$ )

produzido por esta força  $F$  e a energia cinética ( $E_c$ ) adquirida pela pessoa. Despreze a ação do atrito e considere toda a massa corpórea concentrada no centro de massa dessa pessoa.

- $I = 108 \text{ N}\cdot\text{s}$ ;  $E_c = 3.060 \text{ J}$
- $I = 1.080 \text{ N}\cdot\text{s}$ ;  $E_c = 3.600 \text{ J}$
- $I = 180 \text{ N}\cdot\text{s}$ ;  $E_c = 1.800 \text{ J}$
- $I = 360 \text{ N}\cdot\text{s}$ ;  $E_c = 1.080 \text{ J}$
- $I = 720 \text{ N}\cdot\text{s}$ ;  $E_c = 2.160 \text{ J}$

**8 UFSC 2001** Na segunda-feira, 12 de junho de 2000, as páginas esportivas dos jornais nacionais eram dedicadas ao tenista catarinense Gustavo Kuerten, o “Guga”, pela sua brilhante vitória e conquista do título de bicampeão do Torneio de Roland Garros. Entre as muitas informações sobre a partida final do torneio, os jomais afirmavam que o saque mais rápido de Gustavo Kuerten foi de 195 km/h. Em uma partida de tênis, a bola atinge velocidades superiores a 200 km/h.

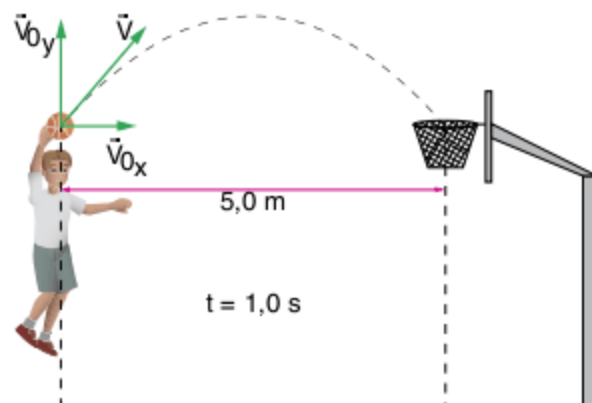
Consideremos uma partida de tênis com o “Guga” sacando: lança a bola para o ar e atinge-a com a raquete, imprimindo-lhe uma velocidade horizontal de 180 km/h (50 m/s). Ao ser atingida pela raquete, a velocidade horizontal inicial da bola é considerada nula. A massa da bola é igual a 58 gramas e o tempo de contato com a raquete é de 0,01 s.

Assinale a(s) proposição(ões) verdadeira(s).

- A força média exercida pela raquete sobre a bola é igual a 290 N.
- A força média exercida pela bola sobre a raquete é igual àquela exercida pela raquete sobre a bola.
- O impulso total exercido sobre a bola é igual a  $2,9 \text{ N}\cdot\text{s}$ .
- O impulso total exercido pela raquete sobre a bola é igual à variação da quantidade de movimento da bola.
- Mesmo considerando o ruído da colisão, as pequenas deformações permanentes da bola e da raquete e o aquecimento de ambas, há conservação da energia mecânica do sistema (bola + raquete), porque a resultante das forças externas é nula durante a colisão.
- O impulso exercido pela raquete sobre a bola é maior do que aquele exercido pela bola sobre a raquete, tanto assim que a raquete recua com velocidade de módulo muito menor que a da bola.

Soma =

**9 UFRJ 2003** O cronômetro marcava 1,1 s para o término de uma partida de basquete do Brasil, quando Oscar, tendo saltado e flexionado o braço, arremessou a bola com uma força impulsora que atuou por 0,1 s. A bola, que estava a 5,0 m do centro da cesta, levou 1,0 s para chegar a ela.



Sabendo que a massa da bola é de 0,6 kg e considerando que, ao pular e arremessar a bola, a mão de Oscar ficou na mesma altura que a cesta, calcule:

- o módulo da velocidade de lançamento para que Oscar converta o arremesso.
  - o módulo da força média necessária ao lançamento.
- Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**10 UFPB 2010** Um disco de 0,03 kg de massa move-se sobre um colchão de ar com velocidade de 4 m/s na direção  $\hat{i}$ . Um jogador, com auxílio de um taco, bate o disco, imprimindo-lhe um impulso de  $0,09 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  na direção  $\hat{j}$ .

Dessa forma, é correto dizer que o módulo da velocidade final do disco será:

- 1 m/s
- 2 m/s
- 3 m/s
- 5 m/s
- 7 m/s

**11 UFG 2003** Para bater uma falta, durante uma partida de futebol, um jogador chuta a bola, exercendo uma força média de  $2,0 \cdot 10^2 \text{ N}$  em um intervalo de tempo de  $1,0 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ . Sabendo que a massa da bola é de  $4,0 \cdot 10^2 \text{ g}$ , pode-se afirmar que:

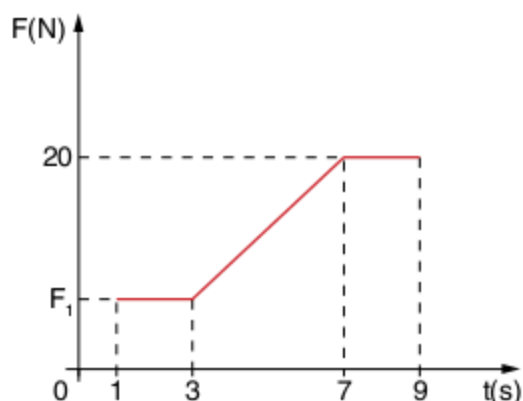
- o impulso fornecido à bola é igual a  $2,0 \text{ N} \cdot \text{s}$ .
- a velocidade da bola, imediatamente após o chute, é igual a  $\sqrt{10} \text{ m/s}$ .
- o trabalho realizado pela força média sobre a bola é igual a 20 J.
- a potência média transferida à bola é igual a  $5,0 \cdot 10^2 \text{ W}$ .

**12 Fcap** Uma partícula de massa 2,0 kg, movendo-se no interior de uma canaleta com velocidade escalar constante de  $10\sqrt{2} \text{ m/s}$ , gasta 5,0 s para passar pelo cotovelo, como indicado na figura.



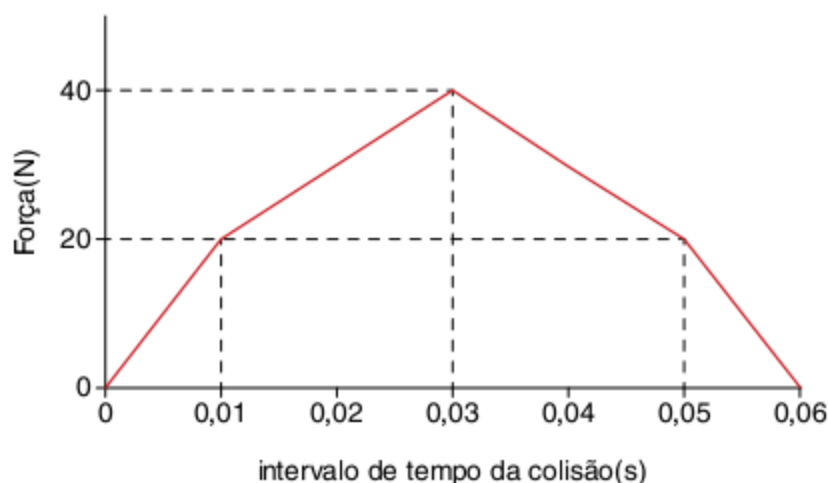
Qual é a força resultante média que atua na partícula ao passar pelo cotovelo?

**13 UFC 2009** A única força horizontal (ao longo do eixo x) que atua em uma partícula de massa  $m = 2 \text{ kg}$  é descrita, em um dado intervalo de tempo, pelo gráfico a seguir. A partícula está sujeita a um campo gravitacional uniforme, cuja aceleração é constante, apontando para baixo ao longo da vertical, de módulo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Despreze quaisquer efeitos de atrito.



- Determine o módulo da força resultante sobre a partícula entre os instantes  $t_1 = 1 \text{ s}$  e  $t_2 = 3 \text{ s}$ , sabendo que o impulso ao longo da direção horizontal foi de  $30 \text{ N} \cdot \text{s}$  no referido intervalo de tempo.
- Determine a variação da quantidade de movimento da partícula, na direção horizontal, entre os instantes  $t_2 = 3 \text{ s}$  e  $t_3 = 7 \text{ s}$ .

**14 UFBA 2007**



O gráfico mostra aproximadamente a força, em função do tempo, que uma parede vertical exerce sobre uma bola de borracha de massa 30 g, que se movimenta horizontalmente, desde o instante em que a bola toca na parede até o instante em que se separam.

Considerando a colisão perfeitamente elástica, calcule, a partir da análise do gráfico, o impulso que a parede transmite à bola e, com esse valor, determine a velocidade inicial da bola.

**15 UFRJ 2004** Um artigo recente da revista *Nature* revela que a cigarrinha espumosa (*Philaenus spumarius*) é o inseto capaz de saltar mais alto. Ela salta com uma velocidade inicial de 4,0 m/s.

Suponha que entre o instante em que ela começa a armar o salto e o instante em que suas patas perdem o contato com o solo, com velocidade de 4,0 m/s, decorra  $\Delta t = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ .

Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , calcule a razão  $\frac{|\vec{f}_m|}{|\vec{P}|}$  entre o módulo

da força resultante média  $\vec{f}_m$  sobre a cigarrinha durante o intervalo  $\Delta t$  e o módulo de seu próprio peso  $\vec{P}$ .

**16 Unifesp 2003** Com o auxílio de um estilingue, um garoto lança uma pedra de 150 g verticalmente para cima, a partir do repouso, tentando acertar uma fruta no alto de uma árvore. O experiente garoto estica os elásticos até que estes se deformem de 20 cm e, então, solta a pedra, que atinge a fruta com velocidade de 2 m/s.

Considerando que os elásticos deformados armazenam energia potencial elástica de 30,3 J, que as forças de atrito são desprezíveis e que  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine:

- a distância percorrida pela pedra, do ponto onde é solta até o ponto onde atinge a fruta.
- o impulso da força elástica sobre a pedra.

**Conservação da quantidade de movimento**

**17 UFSC 2010** Dois patinadores, um homem e um menino, de massas respectivamente iguais a 60 kg e 30 kg, estão em pé, de frente um para o outro, em repouso, sobre uma superfície de gelo, lisa, plana e horizontal. Quando um empurra o outro, o homem adquire uma velocidade de 0,3 m/s em relação ao gelo.



Considerando desprezível o atrito entre os patins dos patinadores e o gelo, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 A distância entre os patinadores 2,0 s após eles se separarem é de 1,8 m.
- 02 A energia mecânica do sistema homem-menino se conserva.
- 04 As forças que o homem e o menino fazem um sobre o outro são conservativas.
- 08 A força externa resultante sobre o sistema homem-menino é nula.
- 16 Como a massa do homem é maior que a do menino, a quantidade de movimento do sistema tem o mesmo sentido que a quantidade de movimento do homem.
- 32 As forças internas que atuam no sistema homem-menino não alteram a quantidade de movimento total do sistema.

Soma =

**18 UFG 2001** Considere um barco a vela, inicialmente em repouso num lago, num dia de calmaria. Com a intenção de compensar a ausência de ventos, um ventilador suficientemente potente é fixado no barco, próximo à vela, e ligado.

Desse modo:

- o ar deslocado pelo ventilador empurra a vela, colocando o barco em movimento.
- por causa da presença de forças de interação entre o barco, a vela e o ventilador, a quantidade de movimento do sistema não se conserva.
- a força do ar sobre o ventilador forma um par ação-reação com a força que o ar faz sobre a vela.
- retirando-se a vela, a quantidade de movimento adquirida pelo sistema (barco + ventilador) terá o mesmo módulo da quantidade de movimento do ar empurrado pelo ventilador.

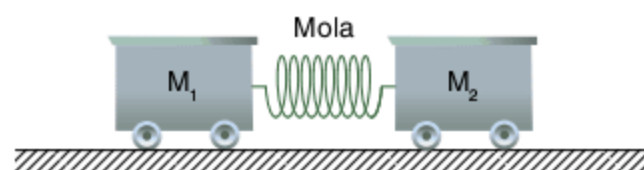
**19 Fuvest** Num jogo de vôlei, o jogador que está junto à rede salta e “corta” uma bola (de massa  $m = 0,30$  kg), levantada na direção vertical, no instante em que ela atinge sua altura máxima,  $h = 3,2$  m. Nessa “cortada”, a bola adquire uma velocidade de módulo  $V$ , na direção paralela ao solo e perpendicular à rede, e cai exatamente na linha de fundo da quadra. A distância entre a linha de meio da quadra (projeção da rede) e a linha de fundo é  $d = 9,0$  m. Dado: Adote  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

Calcule:

- a) o tempo decorrido entre a cortada e a queda da bola na linha de fundo.
- b) a velocidade  $V$  que o jogador transmitiu à bola.
- c) o valor do módulo da variação da quantidade de movimento,  $\Delta Q$ , do centro de massa do jogador devido à cortada.
- d) a intensidade média da força  $F$  que o jogador aplicou à bola, supondo que o tempo de contato entre a sua mão e a bola foi de  $3,0 \cdot 10^{-2}$  s.

**20 UFF** Um estudante realiza a seguinte experiência:

I. Dois carrinhos de massas  $M_1 = 0,10$  kg e  $M_2 = 0,20$  kg são mantidos inicialmente em repouso sobre o tampo horizontal de uma mesa, tendo entre eles uma mola ideal comprimida de 0,10 m em relação ao seu tamanho quando relaxada, conforme mostra a figura a seguir.



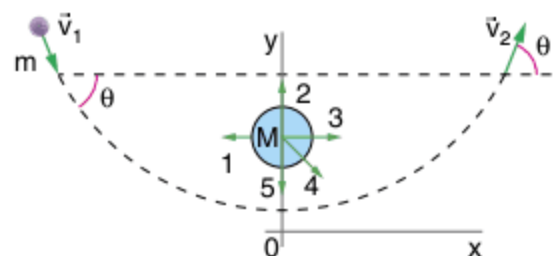
II. Em seguida, o sistema é liberado e os carrinhos movem-se sobre a mesa praticamente sem nenhum atrito. Nessa situação, o carrinho de massa  $M_2$  atinge a velocidade  $v_2 = 2,0$  m/s.

Determine:

- a) a velocidade do carrinho de massa  $M_1$ , após ele ter se liberado da mola.
- b) a energia cinética do carrinho de massa  $M_2$ , após ele ter se liberado da mola.
- c) a energia potencial elástica armazenada inicialmente na mola.
- d) a constante elástica da mola.

**21 Fuvest** Um meteorito de massa  $m$  muito menor que a massa  $M$  da Terra aproxima-se dela, seguindo a trajetória indicada na figura. Inicialmente, bem longe da Terra, podemos supor que a trajetória seja retilínea e a sua velocidade  $\vec{v}_1$ . Devido à atração gravitacional da Terra, o meteorito faz uma curva em torno dela e escapa para o espaço sem se chocar com a superfície terrestre.

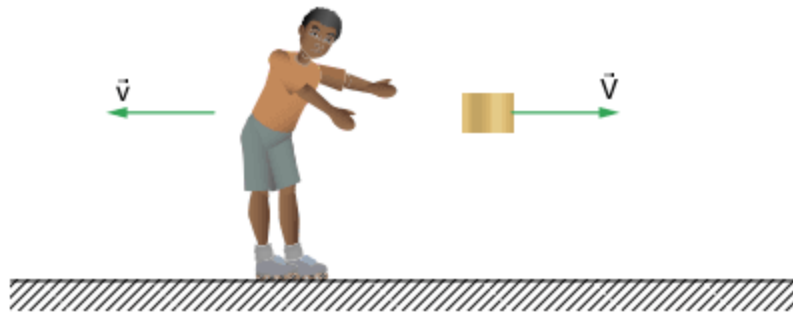
Quando se afasta suficientemente da Terra, atinge uma velocidade final  $\vec{v}_2$ , de forma que, aproximadamente,  $|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1|$ , podendo sua trajetória ser novamente considerada retilínea. Ox e Oy são os eixos de um sistema de referência inercial, no qual a Terra está inicialmente em repouso.



Podemos afirmar que a direção e o sentido da quantidade de movimento adquirida pela Terra são indicados aproximadamente pela seta:

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4
- (e) 5

**22 UFPE 2003** Um patinador de 65 kg, em repouso, arremessa um peso de 5,0 kg, horizontalmente para frente. A velocidade do peso em relação ao patinador é de 3,5 m/s no instante do arremesso.

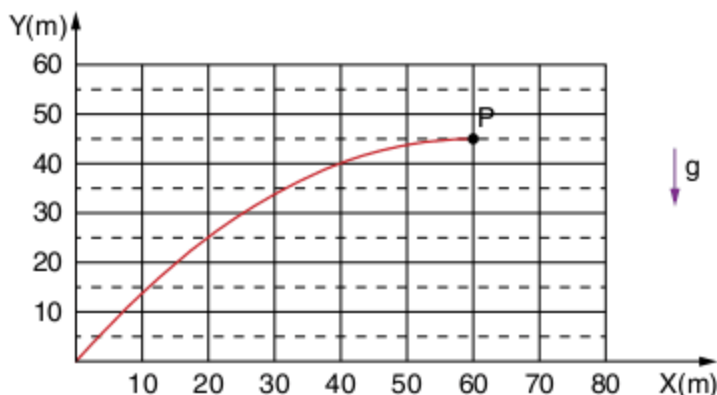


Calcule o módulo da velocidade em relação à Terra, adquirida pelo patinador, em cm/s. Despreze o atrito entre os patins e o piso.

### Explosão unidimensional

**23 Unicamp** Entre dois blocos de madeira, em repouso sobre um piso horizontal, há uma pequena carga explosiva. Detonando-se a carga, o conjunto se separa e um dos blocos, de 100 g de massa, desliza em linha reta 56 cm antes de parar. Que distância percorrerá o outro bloco, de 200 g de massa, se o coeficiente de atrito madeira-piso for o mesmo para ambos os blocos?

**24 Fuvest 2005** Num espetáculo de fogos de artifício, um rojão de massa  $M_0 = 0,5$  kg, após seu lançamento, descreve no céu a trajetória indicada na figura. No ponto mais alto de sua trajetória (ponto P), o rojão explode, dividindo-se em dois fragmentos, A e B, de massas iguais a  $\frac{M_0}{2}$ . Logo após a explosão, a velocidade horizontal de A,  $V_A$ , é nula, bem como sua velocidade vertical.



Note e adote: A massa do explosivo pode ser considerada desprezível.

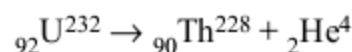
- Determine o intervalo de tempo  $T_0$ , em segundos, transcorrido entre o lançamento do rojão e a explosão no ponto P.
- Determine a velocidade horizontal  $V_B$ , do fragmento B, logo após a explosão, em m/s.
- Considerando apenas o que ocorre no momento da explosão, determine a energia  $E_0$  fornecida pelo explosivo aos dois fragmentos, A e B, em joules.

**25 ITA 2004** Atualmente, vários laboratórios, utilizando vários feixes de *laser*, são capazes de resfriar gases a temperaturas muito próximas do zero absoluto, obtendo moléculas e

átomos ultrafrios. Considere três átomos ultrafrios de massa  $M$ , que se aproximam com velocidades desprezíveis.

Da colisão tripla resultante, observada de um referencial situado no centro de massa do sistema, forma-se uma molécula diatômica com liberação de certa quantidade de energia  $B$ . Obtenha a velocidade final do átomo remanescente em função de  $B$  e  $M$ .

**26 UFBA 2004** As leis de conservação da energia e da quantidade de movimento são gerais e valem para qualquer situação. Um caso simples é o de um decaimento radioativo alfa. Um núcleo-pai, em repouso, divide-se, gerando dois fragmentos, um núcleo-filho e uma partícula alfa. Os fragmentos adquirem energia cinética, que é denominada energia de desintegração. Isso ocorre porque uma parte da massa do núcleo-pai se transforma em energia cinética desses fragmentos, segundo a lei de equivalência entre massa e energia, proposta por Einstein. Um exemplo do decaimento é o de um dos isótopos radioativos do urânio, que se transforma em tório, emitindo uma partícula alfa, um núcleo de hélio, ou seja:

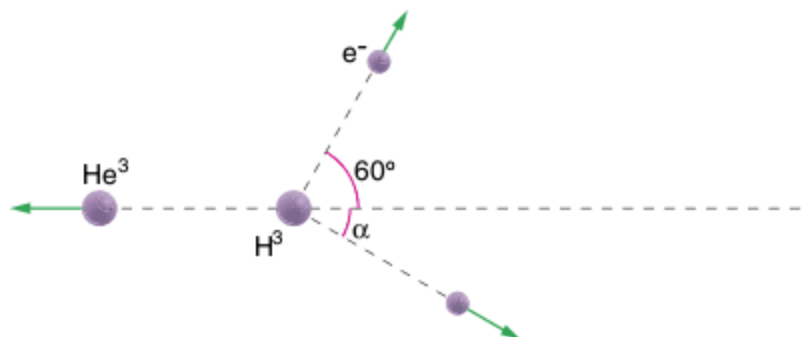


Na notação empregada, o número inferior refere-se à carga nuclear e o superior à massa aproximada do núcleo respectivo. Sabe-se que o núcleo de urânio está em repouso e a energia de desintegração é  $Q = 5,40$  MeV.

Considerando as leis de conservação e o fato de a mecânica newtoniana permitir, com boa aproximação, o cálculo das energias cinéticas, determine a energia cinética da partícula alfa.

### Explosão bidimensional

**27 Unicamp 2002** A existência do neutrino e do antineutrino foi proposta em 1930 por Wolfgang Pauli, que aplicou as leis de conservação de quantidade de movimento e energia ao processo de desintegração  $\beta$ . O esquema a seguir ilustra esse processo para um núcleo de trítio,  $\text{H}^3$  (um isótopo do hidrogênio), que se transforma em um núcleo de hélio,  $\text{He}^3$ , mais um elétron,  $e^-$ , e um antineutrino,  $\bar{\nu}$ . O núcleo de trítio encontra-se inicialmente em repouso. Após a desintegração, o núcleo de hélio possui uma quantidade de movimento com módulo de  $12 \cdot 10^{-24}$  kg·m/s e o elétron sai em uma trajetória fazendo um ângulo de  $60^\circ$  com o eixo horizontal e uma quantidade de movimento de módulo  $6,0 \cdot 10^{-24}$  kg·m/s.



- O ângulo  $\alpha$  que a trajetória do antineutrino faz com o eixo horizontal é de  $30^\circ$ . Determine o módulo da quantidade de movimento do antineutrino.
- Qual é a velocidade do núcleo de hélio após a desintegração? A massa do núcleo de hélio é  $5,0 \cdot 10^{-27}$  kg.

### Conceitos de colisão

**28 IME 2007** Entre as grandezas a seguir, a única conservada nas colisões elásticas, mas não nas inelásticas é o(a):

- (a) energia cinética.
- (b) energia potencial.
- (c) energia total.
- (d) momento linear.
- (e) momento angular.

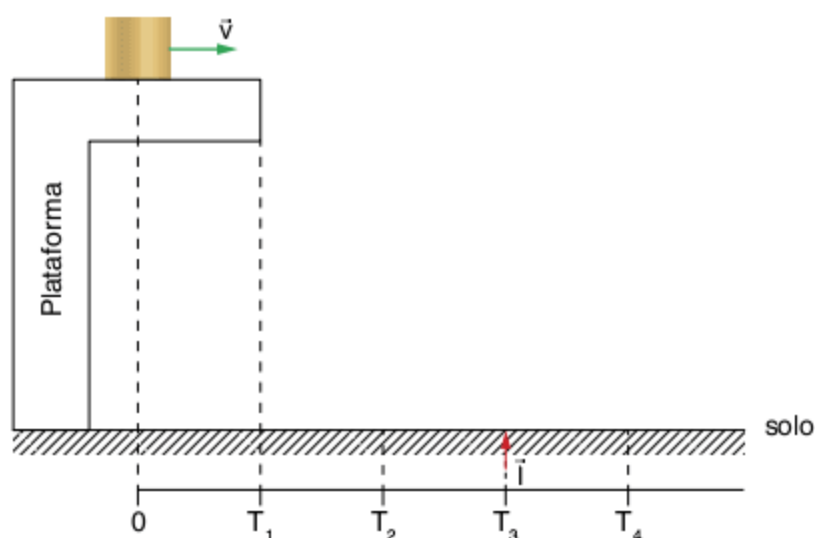
**29 Cesgranrio** Duas bolas de gude idênticas, de massa  $m$ , movimentam-se em sentidos opostos (veja a figura) com velocidade de módulo  $v$ .



Assinale a opção que melhor representa as velocidades das bolas, imediatamente depois da colisão.

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

**30 IME 2009**



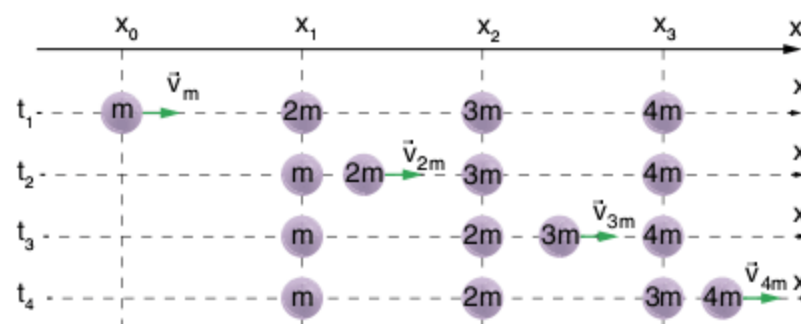
- Na figura dada, o bloco realiza o movimento descrito a seguir.
- Em  $t = 0$ , desloca-se para a direita, com velocidade constante.
  - Em  $t = T_1$ , cai da plataforma.
  - Em  $t = T_2$ , atinge o solo e continua a se mover para a direita, sem quicar.
  - Em  $t = T_3$ , é lançado para cima, pela ação do impulso  $\vec{I}$ .
  - Em  $t = T_4$ , volta a atingir o solo.

Nessas condições, a opção que melhor representa graficamente a energia cinética do bloco em função do tempo é:

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

### Colisão inelástica, elástica ou parcialmente elástica

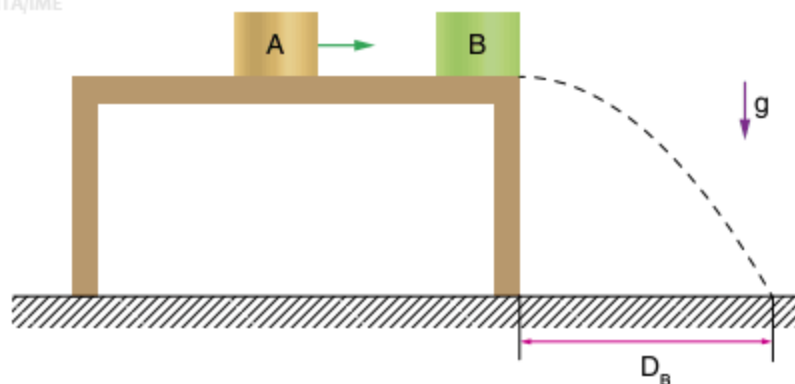
**31 UFC (Adapt.)** A figura adiante representa uma sequência de três choques frontais, instantes após cada colisão, entre quatro esferas de massas  $m$ ,  $2m$ ,  $3m$  e  $4m$ , respectivamente.



Analise a figura e assinale a alternativa que classifica corretamente os três choques na ordem em que eles ocorrem nas posições  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ .

- (a) Parcialmente elástico, parcialmente elástico, parcialmente elástico.
- (b) Parcialmente elástico, parcialmente elástico, inelástico.
- (c) Elástico, parcialmente elástico, inelástico.
- (d) Inelástico, inelástico, inelástico.

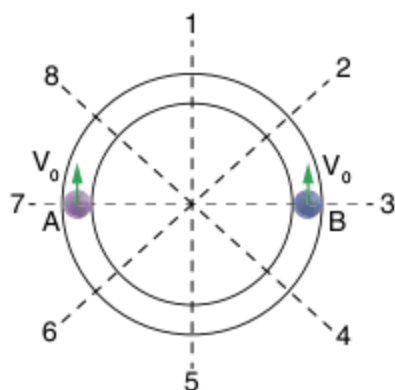
**32 Fuvest 2002** Em um jogo, um pequeno bloco A, de massa  $M$ , é lançado com velocidade  $v_0 = 6,0 \text{ m/s}$  sobre a superfície de uma mesa horizontal, sendo o atrito desprezível. Ele atinge, no instante  $t_0 = 0$ , o bloco B, de massa  $\frac{M}{2}$ , que estava parado sobre a borda da mesma mesa, ambos indo ao chão. Devido ao choque, o bloco B, decorrido  $0,40 \text{ s}$ , atinge um ponto, no chão, a uma distância  $D_B = 2,0 \text{ m}$ , ao longo da direção horizontal, a partir da extremidade da mesa.



Supondo que nesse choque não tenha havido conservação de energia cinética e que os blocos tenham iniciado a queda no mesmo instante:

- determine a distância horizontal  $D_A$ , em metros, ao longo da direção horizontal, entre a posição em que o bloco A atinge o chão e a extremidade da mesa.
- represente, graficamente, a velocidade vertical  $V_v$  de cada um dos blocos, em função do tempo, após o choque, identificando por A e B cada uma das curvas.

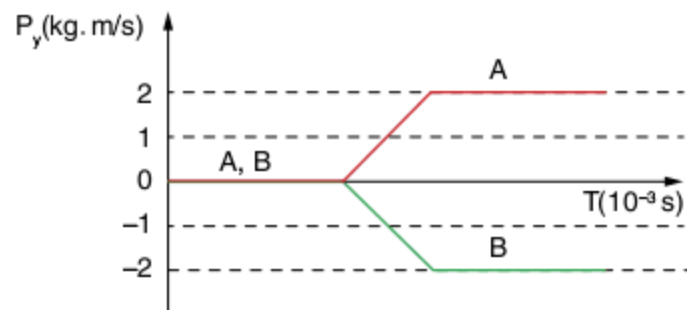
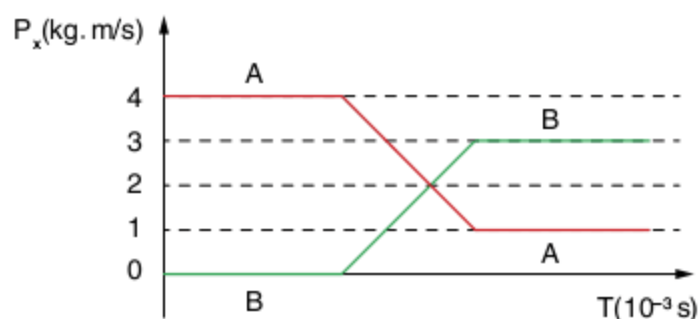
**33 Fuvest 2005** Em uma canaleta circular, plana e horizontal, podem deslizar duas pequenas bolas, A e B, com massas  $M_A = 3M_B$ , que são lançadas uma contra a outra, com igual velocidade  $V_0$ , a partir das posições indicadas. Após o primeiro choque entre elas (em 1), que não é elástico, as duas passam a movimentar-se no sentido horário, sendo que a bola B mantém o módulo de sua velocidade  $V_0$ .



Pode-se concluir que o próximo choque entre elas ocorrerá nas vizinhanças da posição:

- 3
- 5
- 6
- 7
- 8

**34 IME 2009** Duas partículas, A e B, de massas  $m_A = 0,1$  kg e  $m_B = 0,2$  kg sofrem colisão não frontal. As componentes x e y do vetor quantidade de movimento em função do tempo são apresentadas nos gráficos a seguir.



Considere as seguintes afirmativas.

- A energia cinética total é conservada.
  - A quantidade de movimento total é conservada.
  - O impulso correspondente à partícula B é  $2\hat{i} + 4\hat{j}$ .
  - O impulso correspondente à partícula A é  $-3\hat{i} + 2\hat{j}$ .
- As afirmativas corretas são apenas:

- I e II.
- I e III.
- II e III.
- II e IV.
- III e IV.

**35 UFC 2003** Um grande cubo de isopor de massa  $M$  e aresta  $L = 30,0$  metros repousa sobre uma superfície horizontal perfeitamente lisa. Um projétil de massa  $m = \frac{1}{5}M$  é disparado horizontalmente contra o cubo, atingindo-o com velocidade  $v = 300$  m/s, perpendicularmente a uma de suas faces. O projétil atravessa o cubo e sai perpendicular à face oposta, com velocidade  $u = 200$  m/s. Suponha que a força de resistência (atrito) que atua sobre o projétil, enquanto ele atravessa o cubo, é constante.



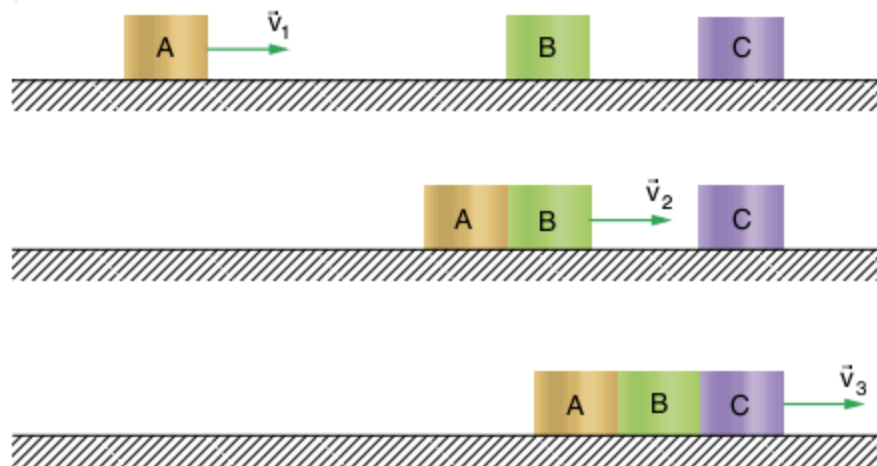
- Qual a velocidade  $V$  do cubo após ser atravessado pelo projétil?
- Quanto tempo durou a travessia?
- Calcule a distância  $D$  que o cubo percorre enquanto dura a travessia.

### Colisão inelástica

**36 UFPB 2009** Em um laboratório de Física, um estudante resolve analisar processos envolvendo colisões frontais entre corpos. Para isso, prepara a experiência descrita e representada a seguir.

- Sobre uma mesa lisa e sem atrito, o estudante imprime a um corpo A de massa  $M$  uma velocidade  $v_1$ .
- Esse corpo choca-se, de forma perfeitamente inelástica, com o corpo B, em repouso, e também de massa  $M$ .
- Em seguida, o conjunto (corpos A e B) colide com um terceiro corpo C, também em repouso e com massa  $2M$ .

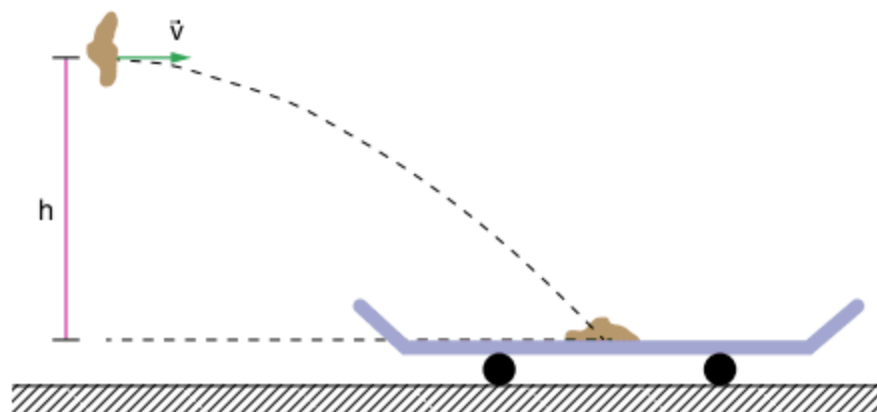




Nesse contexto, com relação às velocidades  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$ , representadas na figura, identifique as afirmativas corretas.

- I.  $v_3$  corresponde a 25% de  $v_1$ .
- II.  $v_2$  corresponde a 30% de  $v_1$ .
- III.  $v_3$  corresponde a 50% de  $v_2$ .
- IV.  $v_2$  corresponde a 50% de  $v_1$ .
- V.  $v_3$  é igual a  $v_2$ .

**37 Fuvest** Uma quantidade de barro de massa 2,0 kg é atirada de uma altura  $h = 0,45$  m, com velocidade horizontal  $v = 4$  m/s, em direção a um carrinho parado de massa igual a 6,0 kg, como mostra a figura adiante.



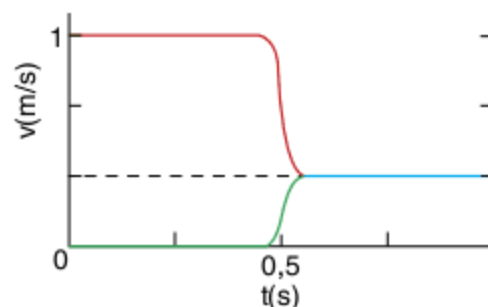
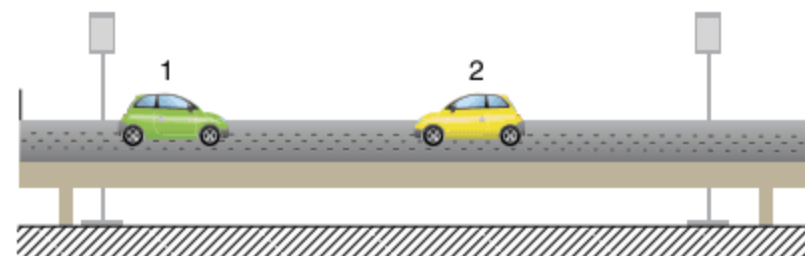
Se todo o barro ficar grudado no carrinho no instante em que o atingir, o carrinho iniciará um movimento com velocidade, em m/s, igual a:

- (a)  $\frac{3}{4}$
- (b) 1
- (c)  $\frac{5}{4}$
- (d) 2
- (e) 3

**38 Unicamp 2004** O chamado “para-choque alicate” foi projetado e desenvolvido na Unicamp com o objetivo de minimizar alguns problemas com acidentes. No caso de uma colisão de um carro contra a traseira de um caminhão, a malha de aço de um para-choque alicate instalado no caminhão prende o carro e o ergue do chão pela plataforma, evitando assim o chamado “efeito guilhotina”. Imagine a seguinte situação: um caminhão de 6.000 kg está a 54 km/h e o automóvel que o segue, de massa igual a 2.000 kg, está a 72 km/h. O automóvel colide contra a malha, subindo na rampa. Após o impacto, os veículos permanecem engatados um ao outro.

- a) Qual a velocidade dos veículos imediatamente após o impacto?
- b) Qual a fração da energia cinética inicial do automóvel que foi transformada em energia potencial gravitacional, sabendo-se que o seu centro de massa subiu 50 cm?

**39 UFF 2008** Dois carrinhos podem deslizar sem atrito sobre um trilho de ar horizontal. A colisão entre eles foi registrada utilizando sensores de movimento, e as respectivas velocidades, durante o processo, estão ilustradas no gráfico. O carrinho de massa  $m_2$  estava inicialmente em repouso.



Assinale a opção que identifica corretamente as relações entre as massas  $m_1$  e  $m_2$  dos dois carrinhos e entre as energias cinéticas totais do sistema antes ( $E_c^a$ ) e depois ( $E_c^d$ ) da colisão.

- (a)  $m_2 = \frac{2m_1}{3}; E_c^d = \frac{E_c^a}{2}$
- (b)  $m_2 = \frac{m_1}{2}; E_c^d = \frac{2E_c^a}{3}$
- (c)  $m_2 = m_1; E_c^d = E_c^a$
- (d)  $m_2 = \frac{m_1}{3}; E_c^d = \frac{E_c^a}{3}$
- (e)  $m_2 = 2m_1; E_c^d = \frac{E_c^a}{3}$

**40 UFBA 2008** Na figura, o carrinho de massa  $m_1 = 10,0$  kg move-se com velocidade  $v_{10} = 3,0$  m/s. Em certo momento, lança-se horizontalmente sobre ele um bloco de massa  $m_2 = 2,0$  kg, com velocidade inicial  $v_{20} = 5,0$  m/s. A força de atrito entre o bloco e o carrinho faz com que, após algum tempo, ocorra o repouso relativo entre ambos.



Desprezando as perdas de energia ocasionadas pelos atritos com o ar e entre o carrinho e o solo, determine a velocidade final do conjunto e a energia dissipada pelo atrito entre o carrinho e o bloco.

**41 UFRGS (Adapt.)** Dois corpos com massas de 2 kg e 4 kg que se movimentam livres de forças externas na mesma direção e em sentidos contrários, com velocidades de 10 m/s e 8 m/s, respectivamente, colidem frontalmente. Qual pode ser a máxima perda de energia cinética do sistema constituído pelos dois corpos durante a colisão?

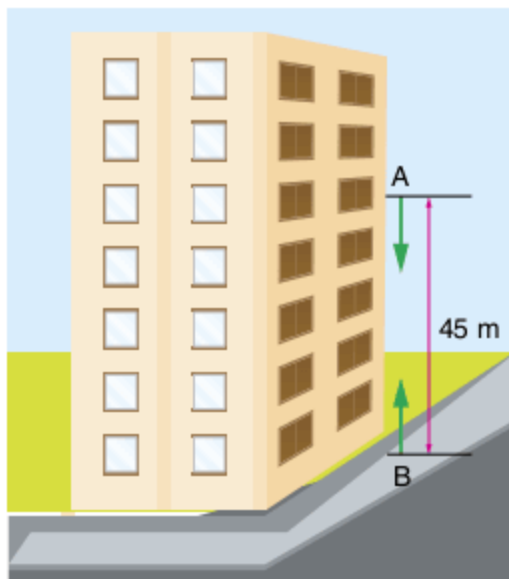
- (a) 228 J
- (b) 216 J
- (c) 114 J
- (d) 54 J
- (e) 12 J

**42 UFRJ 2000** Um carro A, de massa  $m$ , colide com um carro B, de mesma massa  $m$ , que estava parado em um cruzamento. Na colisão, os carros se engatam, saem juntos, arrastando os pneus no solo, e percorrem uma distância  $d$  até atingirem o repouso, como ilustram as figuras a seguir.



- Calcule a razão  $\frac{E'_C}{E_C}$  entre a energia cinética do sistema constituído pelos dois carros após o choque ( $E'_C$ ) e a energia cinética do carro A antes do choque ( $E_C$ ).
- Medindo a distância  $d$  e o coeficiente de atrito de deslizamento  $\mu$  entre os pneus e o solo, conhecendo o valor da aceleração da gravidade  $g$  e levando em consideração que os carros tinham a mesma massa  $m$ , a perícia técnica calculou o módulo  $v_A$  da velocidade do carro A antes da colisão. Calcule  $v_A$  em função de  $\mu$ ,  $d$  e  $g$ .

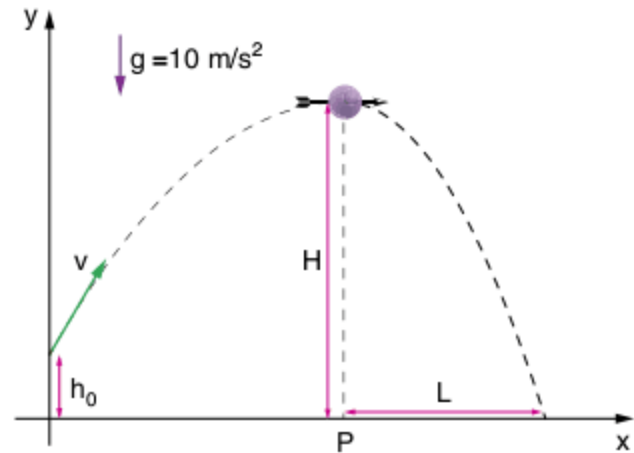
**43 Fuvest 2001** Um objeto A, de massa  $M = 4,0$  kg, é largado da janela de um edifício, de uma altura  $H_0 = 45$  m. Procurando diminuir o impacto de A com o chão, um objeto B, de mesma massa, é lançado um pouco depois, a partir do chão, verticalmente, com velocidade inicial  $V_{0B}$ . Os dois objetos colidem a uma altura de 25 m com velocidades tais que  $|V_A| = |V_B|$ . Com o impacto, grudam-se, formando um só corpo AB, de massa  $2M$ , que cai atingindo o chão.



- Determine a energia mecânica  $Q$ , em J, dissipada na colisão.
- Determine a energia cinética  $E_C$ , em J, imediatamente antes de AB atingir o chão.
- Construa o gráfico dos módulos das velocidades em função do tempo para A, B e AB, considerando que  $V_{0B} = 30$  m/s. Identifique, respectivamente, com as letras A, B e AB, os gráficos correspondentes.

Dado: Se necessário, considere  $\sqrt{5} \approx 2,2$ .

**44 UFG 2010** Um arqueiro está posicionado a determinada distância do ponto P, de onde um alvo é lançado do solo verticalmente e alcança a altura máxima  $H = 20$  m. Flechas são lançadas de uma altura igual a  $h_0 = 2,0$  m com velocidade de módulo 21 m/s. Em uma de suas tentativas, o arqueiro acerta o alvo no instante em que tanto a flecha quanto o alvo encontram-se na posição mais alta de suas trajetórias, conforme ilustra a figura.

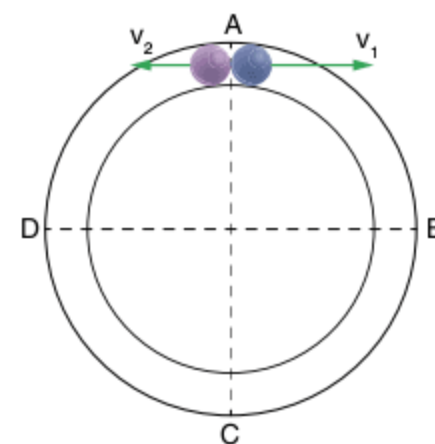


Sabendo que a massa do alvo é cinco vezes a da flecha e desprezando as perdas de energia por atrito, calcule:

- a velocidade do conjunto flecha-alvo imediatamente após a colisão.
- a distância  $L$ , considerando o fato de que a flecha e o alvo chegam solidários ao solo.

### Colisão elástica

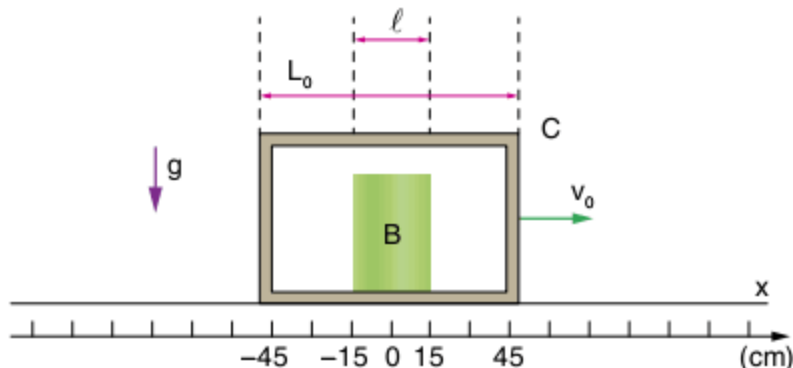
**45 UFC 2002** A figura a seguir mostra uma calha circular, de raio  $R$ , completamente lisa, em posição horizontal. Dentro dela, há duas bolas, 1 e 2, idênticas e em repouso no ponto A. Ambas as bolas são disparadas, simultaneamente, desse ponto: a bola 1, para a direita, com velocidade  $v_1 = 6\pi$  m/s; e a bola 2, para a esquerda, com velocidade  $v_2 = 2\pi$  m/s. As colisões entre as bolas são perfeitamente elásticas.



Indique onde ocorrerá a quarta colisão entre as bolas, após o disparo delas.

- Entre os pontos A e B.
- Exatamente no ponto A.
- Entre os pontos C e D.
- Exatamente no ponto C.
- Exatamente no ponto D.

**46 Fuvest 2000** Uma caixa C, parada sobre uma superfície horizontal, tem em seu interior um bloco B, que pode deslizar sem atrito e colidir elasticamente com ela. O bloco e a caixa têm massas iguais, sendo  $m_C = m_B = 20 \text{ kg}$ . Na situação representada na figura, no instante  $t = 0$ , é dado um empurrão na caixa, que passa a se mover, sem atrito, com velocidade inicial  $v_0 = 15 \text{ cm/s}$ . O bloco e a parede esquerda da caixa colidem no instante  $t_1 = 2 \text{ s}$ , passando o bloco, depois, a colidir sucessivamente com as paredes direita e esquerda da caixa em intervalos de tempo  $\Delta t$  iguais.

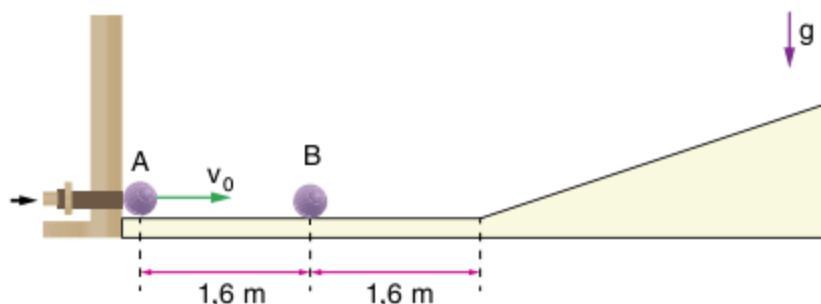


- Determine os intervalos de tempo  $\Delta t$ .
- Construa os gráficos a seguir:
  - Quantidade de movimento  $Q_C$  da caixa em função do tempo  $t$ .
  - Quantidade de movimento  $Q_B$  do bloco em função do tempo  $t$ .
  - Energia total  $E$  do sistema em função do tempo  $t$ .
 Em todos os gráficos, considere pelo menos quatro colisões e indique valores e unidades nos eixos verticais.

**47 ITA 2009** Considere uma bola de basquete de  $600 \text{ g}$  a  $5 \text{ m}$  de altura e, logo acima dela, uma de tênis de  $60 \text{ g}$ . Em seguida, num dado instante, ambas as bolas são deixadas cair. Supondo choques perfeitamente elásticos e ausência de eventuais resistências, e considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , assinale o valor que mais se aproxima da altura máxima alcançada pela bola de tênis em sua ascensão após o choque.

- (a)  $5 \text{ m}$                       (c)  $15 \text{ m}$                       (e)  $35 \text{ m}$   
 (b)  $10 \text{ m}$                       (d)  $25 \text{ m}$

**48 Fuvest 2008** Duas pequenas esferas iguais, A e B, de mesma massa, estão em repouso em uma superfície horizontal, como representado no esquema a seguir. No instante  $t = 0$ , a esfera A é lançada, com velocidade  $V_0 = 2,0 \text{ m/s}$ , contra a esfera B, fazendo com que B suba a rampa à frente, atingindo sua altura máxima,  $H$ , em  $t = 2,0 \text{ s}$ . Ao descer, a esfera B volta a colidir com A, que bate na parede e, em seguida, colide novamente com B. Assim, as duas esferas passam a fazer um movimento de vaivém, que se repete.



- Determine o instante  $t_A$ , em s, no qual ocorre a primeira colisão entre A e B.
- Represente graficamente a velocidade da esfera B em função do tempo, de forma que inclua na representação um período completo de seu movimento.
- Determine o período  $T$ , em s, de um ciclo do movimento das esferas.

Note e adote: Os choques são elásticos. Tanto o atrito entre as esferas e o chão quanto os efeitos de rotação devem ser desconsiderados. Considere positivas as velocidades para a direita e negativas as velocidades para a esquerda.

**49 IME 2009** Dois corpos, A e B, encontram-se sobre um plano horizontal sem atrito. Um observador inercial O está na origem do eixo  $x$ . Os corpos A e B sofrem colisão frontal perfeitamente elástica, sendo que, inicialmente, o corpo A tem velocidade  $v_A = 2 \text{ m/s}$  (na direção  $x$  com sentido positivo) e o corpo B está parado na posição  $x = 2 \text{ m}$ . Considere um outro observador inercial O', que no instante da colisão tem a sua posição coincidente com a do observador O. Se a velocidade relativa de O' em relação a O é  $v'_0 = 2 \text{ m/s}$  (na direção  $x$  com sentido positivo), determine em relação a O':

- as velocidades dos corpos A e B após a colisão.
- a posição do corpo A dois segundos após a colisão.

Dados: Massa de A =  $100 \text{ g}$ ; massa de B =  $200 \text{ g}$ .

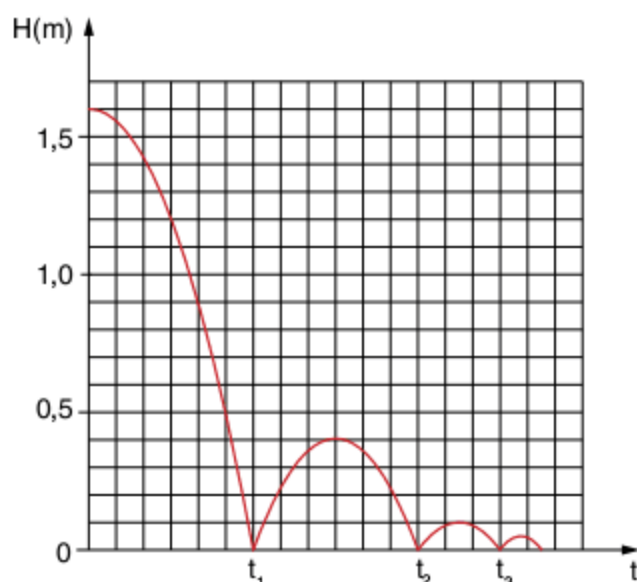
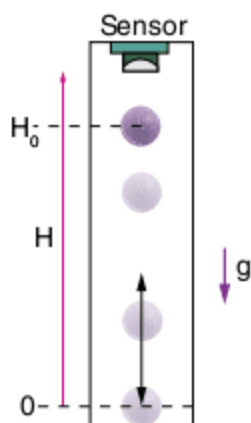
### Colisão parcialmente elástica

**50 Fuvest 2003** Considere uma bolinha, de pequeno raio, abandonada de certa altura, no instante  $t = 0$ , a partir do repouso, acima de uma pesada placa metálica horizontal. A bolinha atinge a placa, pela primeira vez, com velocidade  $V = 10 \text{ m/s}$ , perde parte de sua energia cinética, volta a subir verticalmente e sofre sucessivos choques com a placa. O módulo da velocidade logo após cada choque vale 80% do módulo da velocidade imediatamente antes do choque (coeficiente de restituição =  $0,80$ ). A aceleração da gravidade no local é  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Suponha que o movimento ocorra no vácuo.

- Construa o gráfico da velocidade da bolinha em função do tempo desde o instante  $t = 0$ , em que ela é abandonada, até o terceiro choque com a placa. Considere positivas as velocidades com sentido para cima e negativas as para baixo.
- Determine o módulo  $V_3$  da velocidade da bolinha logo após o terceiro choque.
- Analisando atentamente o gráfico construído, estime o instante  $T$ , a partir do qual a bolinha pode ser considerada em repouso sobre a placa.

**51 Fuvest 2009** Para testar a elasticidade de uma bola de basquete, ela é solta, a partir de uma altura  $H_0$ , em um equipamento no qual seu movimento é monitorado por um sensor. Esse equipamento registra a altura do centro de massa da bola a cada instante, acompanhando seus sucessivos choques com o chão. A partir da análise dos registros, é possível, então, estimar a elasticidade da bola, caracterizada pelo coeficiente de restituição  $C_R$ . O gráfico apresenta os registros de alturas, em função do tempo, para uma bola de massa  $M = 0,60 \text{ kg}$ , quando

ela é solta e inicia o movimento com seu centro de massa a uma altura  $H_0 = 1,6$  m, chocando-se sucessivas vezes com o chão.



A partir dessas informações:

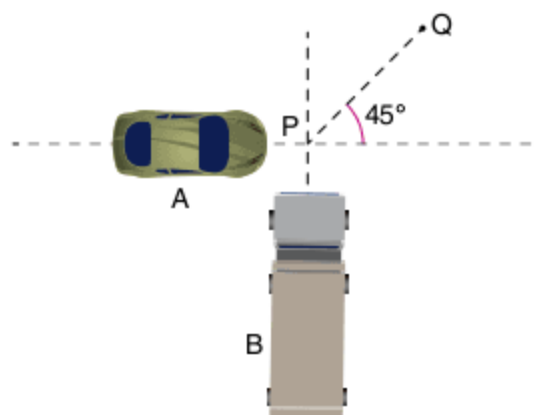
- represente, graficamente, a energia potencial da bola,  $E_p$ , em joules, em função do tempo, indicando os valores na escala.
- represente, graficamente, a energia mecânica total da bola,  $E_T$ , em joules, em função do tempo, indicando os valores na escala.
- estime o coeficiente de restituição  $C_R$  dessa bola, utilizando a definição apresentada a seguir.

O coeficiente de restituição,  $C_R = \frac{V_R}{V_I}$ , é a razão entre a velocidade com que a bola é rebatida pelo chão ( $V_R$ ) e a velocidade com que ela atinge o chão ( $V_I$ ), em cada choque. Esse coeficiente é aproximadamente constante nas várias colisões.

Note e adote: Desconsidere a deformação da bola e a resistência do ar.

### Colisão bidimensional

**52 IME** O carro A foi abalroado pelo caminhão B de massa igual ao triplo da sua. O caminhão desloca-se com velocidade de 36 km/h. Após o choque, que se deu no ponto P, os dois veículos, unidos, deslocaram-se em linha reta até o ponto Q. O motorista do carro declarou que sua velocidade no instante do choque era inferior à máxima permitida, que é de 80 km/h. Diga, justificando, se esta declaração é falsa ou verdadeira.



**53 UFPB 2007** Dois corpos, A e B, de massas  $m_A = 3$  kg e  $m_B = 2$  kg, respectivamente, deslocam-se sem atrito sobre um plano horizontal. Inicialmente, seus vetores velocidade são  $\vec{v}_A = 3\hat{i} + 2\hat{j}$  e  $\vec{v}_B = -2\hat{i} + 3\hat{j}$ , onde  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$  são, respectivamente, os vetores unitários, nas direções x e y, de um sistema cartesiano sobre o plano. Os valores das componentes são dados em m/s. Em um dado instante, os corpos colidem e o corpo A tem sua velocidade alterada para  $\vec{v}'_A = \hat{i} + 3\hat{j}$ .

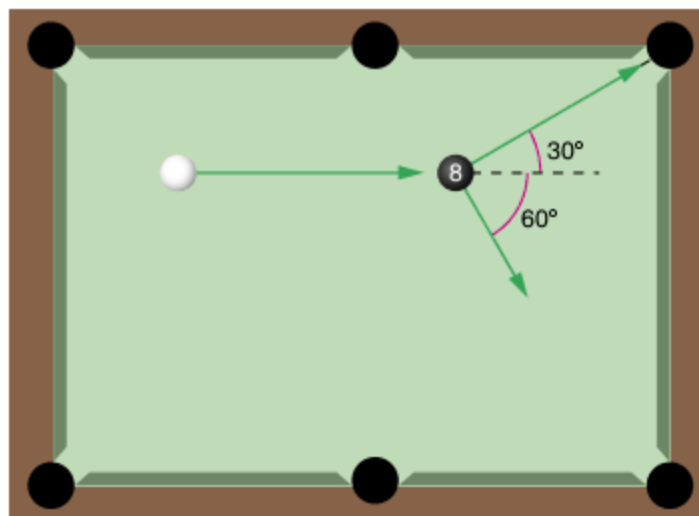
Nessas circunstâncias, o novo vetor velocidade do corpo B é:

- $\vec{v}'_B = 1,5\hat{i} + 2\hat{j}$
- $\vec{v}'_B = \hat{i} + 2\hat{j}$
- $\vec{v}'_B = 2\hat{i} + 1,5\hat{j}$
- $\vec{v}'_B = \hat{i} + 1,5\hat{j}$
- $\vec{v}'_B = 1,5\hat{i} - 2\hat{j}$

**54 UFG 2007** Um corpo é lançado do chão com velocidade  $v$  e ângulo de inclinação de  $60^\circ$  com a horizontal. Quando atinge a altura máxima, colide inelasticamente com outro corpo de mesma massa e velocidade  $v$ , que estava em queda livre. Considerando desprezíveis as forças externas durante a colisão, o módulo da velocidade imediatamente após o choque é:

- $\frac{\sqrt{5}}{4}v$
- $\sqrt{\frac{3}{8}}v$
- $\frac{3}{4}v$
- $\frac{\sqrt{3}}{4}v$
- $\frac{3}{8}v$

**55 UFSC 2002** Em uma partida de sinuca, resta apenas a bola oito a ser colocada na caçapa. O jogador da vez percebe que, com a disposição em que estão as bolas na mesa, para ganhar a partida, ele deve desviar a bola oito de 30 graus e a bola branca de pelo menos 60 graus, para que esta não entre na caçapa oposta, invalidando sua jogada. Então, ele impulsiona a bola branca, que colide elasticamente com a bola oito, com uma velocidade de 5 m/s, conseguindo realizar a jogada com sucesso, como previra, vencendo a partida. A situação está esquematizada na figura a seguir. Considere as massas das bolas como sendo iguais e despreze qualquer atrito.

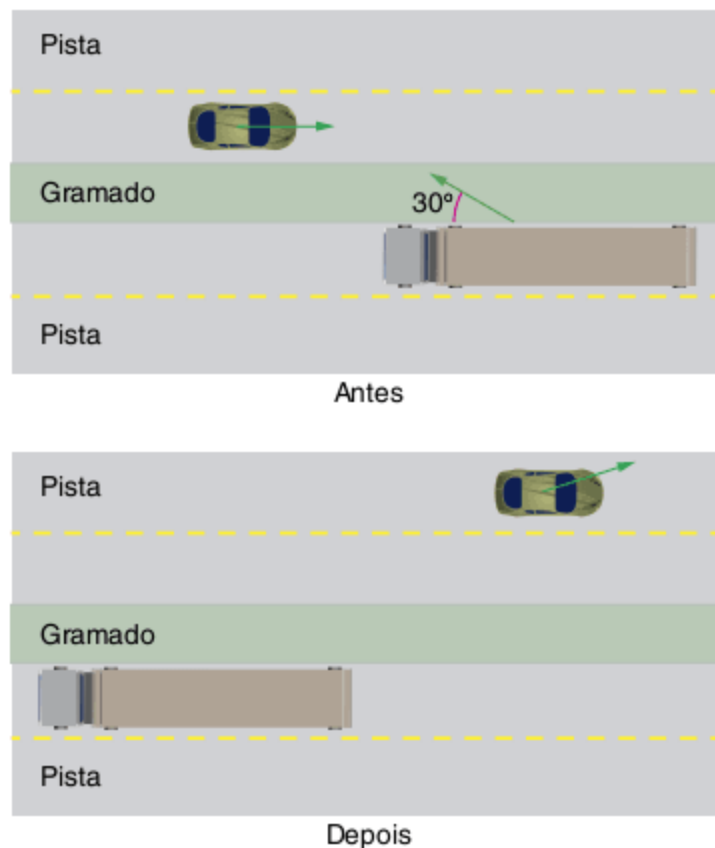


Considerando o sistema constituído pelas duas bolas, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Devido à colisão entre a bola branca e a bola oitenta, a quantidade de movimento do sistema de bolas não é conservada.
- 02 A velocidade da bola branca, após a colisão, é de 2,5 m/s.
- 04 A energia cinética da bola oitenta, após a colisão, é maior do que a energia cinética da bola branca, antes da colisão.
- 08 Após a colisão, a quantidade de movimento total, na direção perpendicular à direção de incidência da bola branca, é nula.
- 16 A energia cinética da bola branca, após a colisão, é três vezes menor que a energia cinética da bola oitenta.
- 32 Como a colisão é elástica, a energia cinética da bola branca, antes da colisão, é maior do que a soma das energias cinéticas das bolas branca e oitenta, após a colisão.
- 64 Desde que não existam forças externas atuando sobre o sistema constituído pelas bolas, a quantidade de movimento total é conservada no processo de colisão.

Soma =

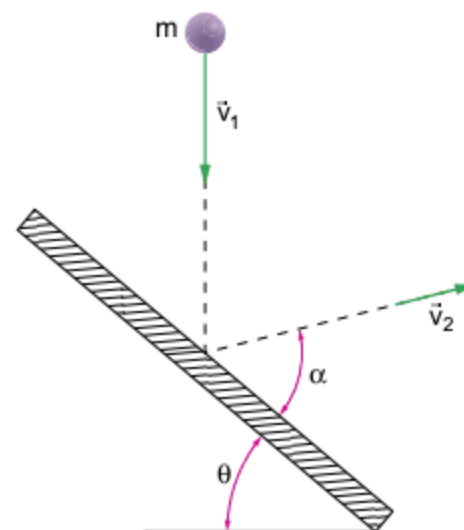
**56 Unicamp 2006** Em uma autoestrada, por causa da quebra de uma ponta de eixo, a roda de um caminhão desprende-se e vai em direção à outra pista, atingindo um carro que vem em sentido oposto. A roda é lançada com uma velocidade de 72 km/h, formando um ângulo de  $30^\circ$  com a pista, como indicado na figura a seguir. A velocidade do carro antes da colisão é de 90 km/h, a massa do carro é igual a 900 kg e a massa da roda do caminhão é igual a 100 kg. A roda fica presa ao carro após a colisão.



Se for necessário, use:  $\sin 30^\circ = 0,5$ ,  $\cos 30^\circ = 0,87$ .

- a) Imediatamente após a colisão, qual é a componente da velocidade do carro na direção transversal à pista?
- b) Qual é a energia cinética do conjunto carro-roda imediatamente após a colisão?

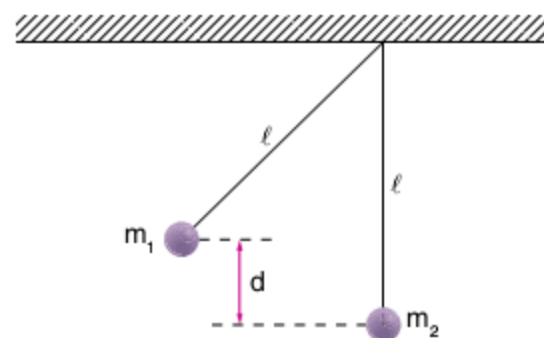
**57 ITA 2008** A figura mostra uma bola de massa  $m$  que cai com velocidade  $\vec{v}_1$  sobre a superfície de um suporte rígido, inclinada de um ângulo  $\theta$  em relação ao plano horizontal.



Se  $e$  o coeficiente de restituição para esse impacto, calcule o módulo da velocidade  $\vec{v}_2$  com que a bola é ricocheteada, em função de  $v_1$ ,  $\theta$  e  $e$ . Calcule também o ângulo  $\alpha$ .

### Energia e colisões

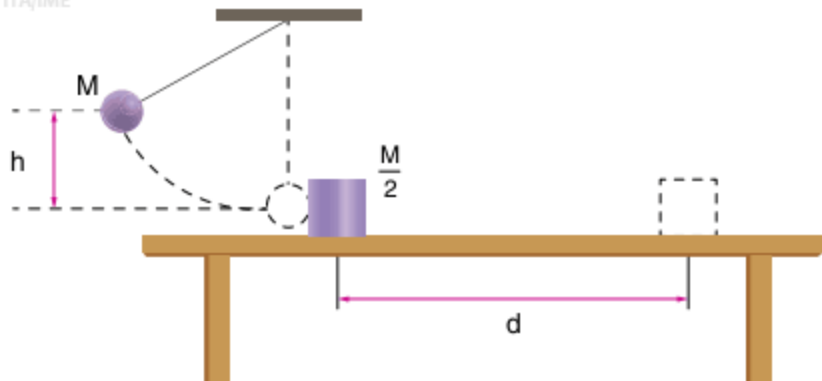
**58 Mackenzie** Dois pêndulos, cada um de comprimento  $\ell = 1,00$  m, estão inicialmente em repouso na posição mostrada na figura a seguir. A esfera de massa  $m_1 = 2$  g é solta e atinge a esfera de massa  $m_2 = 8$  g, numa colisão inelástica.



Desprezando as massas dos fios e quaisquer efeitos resultantes de forças dissipativas, a altura que o centro de massa do sistema atinge, após a colisão, é:

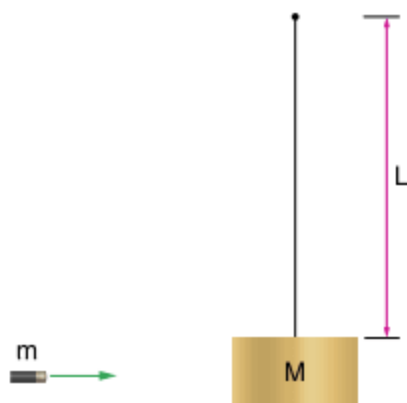
- (a)  $d$
- (b)  $\frac{2d}{25}$
- (c)  $\frac{d}{20}$
- (d)  $\frac{d}{25}$
- (e) zero.

**59 UFPR 2007** A figura a seguir representa uma possível montagem utilizada para determinar experimentalmente o coeficiente de atrito cinético entre uma mesa horizontal e um bloco de massa  $\frac{M}{2}$ . Uma esfera de massa  $M$  desce uma distância vertical  $h = 0,9$  m, partindo do repouso, e colide elasticamente, no ponto mais baixo da trajetória, com o bloco que está inicialmente em repouso. O bloco, então, se desloca horizontalmente por uma distância  $d = 2,0$  m sobre a mesa até parar.



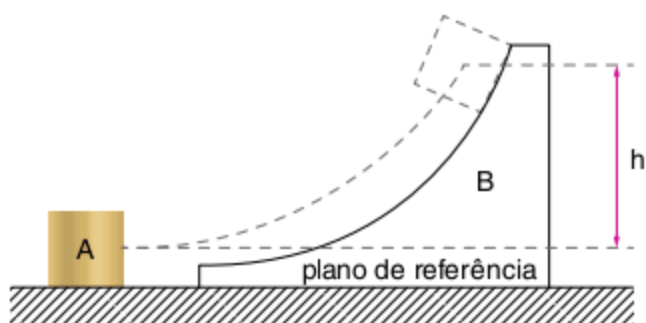
Determine o coeficiente de atrito cinético  $\mu$  entre a mesa e o bloco.

**60 Unifei 2005** Um projétil de massa  $m$  e velocidade  $v_0$  atravessa o pêndulo de massa  $M$  da figura.



Sabendo que a velocidade do projétil após atravessar o pêndulo é  $\frac{v_0}{2}$ , qual é o menor valor de  $v_0$  para que a massa  $M$  dê uma volta completa?

**61 Fuvest** O corpo B da figura tem massa  $M$  e pode mover-se sem atrito sobre um plano horizontal. Do seu topo, à altura  $h$ , abandona-se um bloco A de massa  $m = \frac{M}{2}$  que, após deslizar sem atrito sobre a superfície curva, dela se separa com uma velocidade horizontal  $v = 2 \text{ m/s}$ . Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



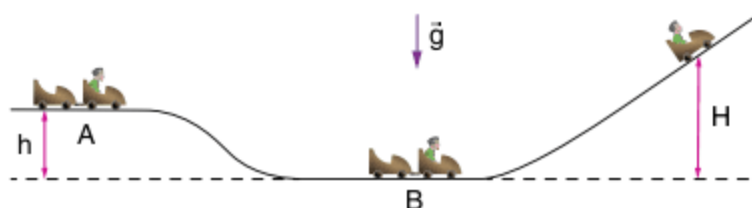
Determine:

- a velocidade final do corpo B.
- a altura  $h$ .

**62 Fuvest** Um conjunto de dois carrinhos com um rapaz sentado no carrinho dianteiro, e nele preso pelo cinto de segurança, encontra-se inicialmente na altura  $h$  (posição A da figura) de uma montanha-russa. A massa  $m$  do rapaz é igual à massa de cada um dos carrinhos.

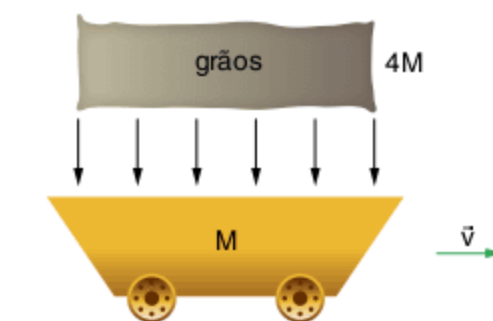
O conjunto começa a descida com velocidade inicial nula. Ao chegar ao ponto B da parte plana da trajetória, o rapaz solta o carrinho traseiro e o empurra para trás com impulso suficiente para fazê-lo retomar ao ponto A de partida, onde o carrinho chega com velocidade nula.

Despreze os atritos.



- Determine a altura máxima  $H$  a que chega o carrinho dianteiro.
- Calcule a variação de energia mecânica do conjunto quando o rapaz empurrou o carrinho traseiro.

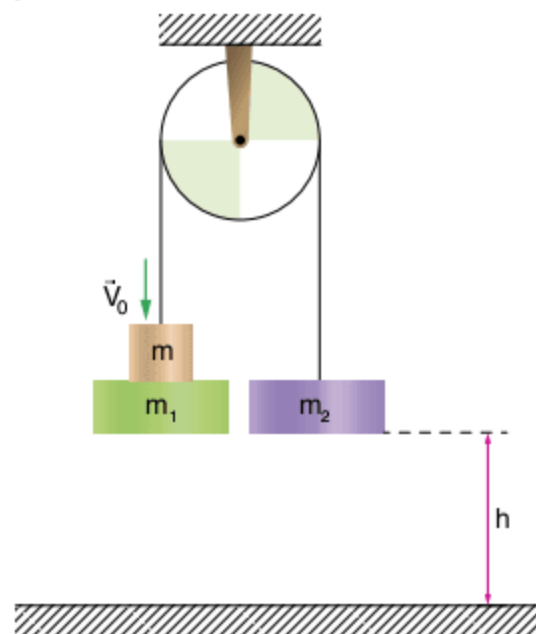
**63 ITA 2005** Um vagão-caçamba de massa  $M$  desprende-se da locomotiva e corre sobre trilhos horizontais com velocidade constante  $v = 72,0 \text{ km/h}$  (portanto, sem resistência de qualquer espécie ao movimento). Em dado instante, a caçamba é preenchida com uma carga de grãos de massa igual a  $4M$ , despejada verticalmente a partir do repouso de uma altura de  $6,00 \text{ m}$  (veja figura).



Supondo que toda a energia liberada no processo seja integralmente convertida em calor para o aquecimento exclusivo dos grãos, então, a quantidade de calor por unidade de massa recebido pelos grãos é:

- |             |              |              |
|-------------|--------------|--------------|
| (a) 15 J/kg | (c) 100 J/kg | (e) 578 J/kg |
| (b) 80 J/kg | (d) 463 J/kg |              |

**64 IME 2011**



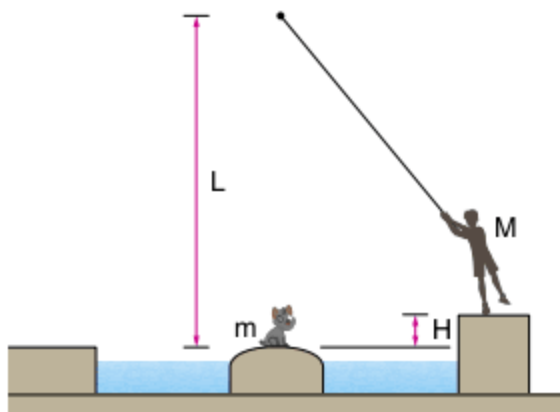
A figura anterior apresenta duas massas,  $m_1 = 5 \text{ kg}$  e  $m_2 = 20 \text{ kg}$ , presas por um fio que passa por uma roldana. As massas são abandonadas a partir do repouso, ambas a uma altura  $h$  do solo, no exato instante em que um cilindro oco de massa  $m = 5 \text{ kg}$  atinge  $m_1$  com velocidade  $v = 36 \text{ m/s}$ , ficando ambas coladas. Determine a altura  $h$ , em metros, para que  $m_1$  chegue ao solo com velocidade nula.

Dado: Aceleração da gravidade:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Observação: A roldana e o fio são ideais.

- (a) 5,4 (d) 10,8  
 (b) 2,7 (e) 1,8  
 (c) 3,6

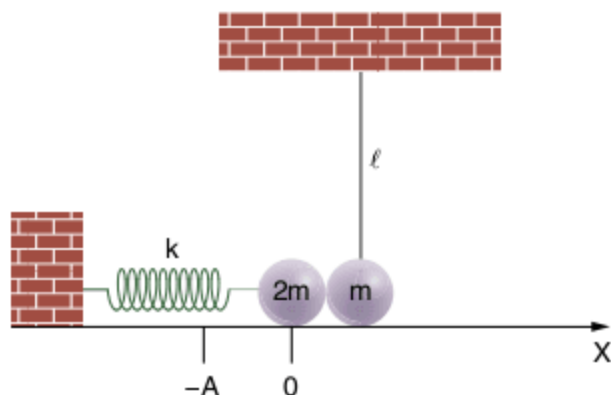
**65 ITA 2008** Numa brincadeira de aventura, o garoto (de massa  $M$ ) lança-se por uma corda amarrada num galho de árvore num ponto de altura  $L$  acima do gatinho (de massa  $m$ ) da figura, que pretende resgatar.



Sendo  $g$  a aceleração da gravidade e  $H$  a altura da plataforma de onde se lança, indique o valor da tensão na corda imediatamente após o garoto apanhar o gato para aterrissá-lo na outra margem do lago.

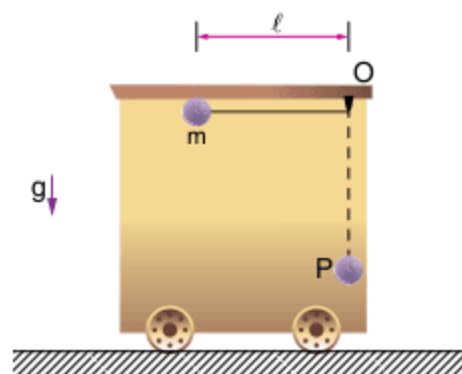
- (a)  $Mg\left(1 + \frac{2H}{L}\right)$   
 (b)  $(M+m)g\left(1 - \left(\frac{M+m}{M}\right)^2 \frac{2H}{L}\right)$   
 (c)  $Mg\left(1 - \frac{2H}{L}\right)$   
 (d)  $(M+m)g\left(1 + \left(\frac{M}{M+m}\right)^2 \frac{2H}{L}\right)$   
 (e)  $(m+M)g\left(\left(\frac{M}{M+m}\right)^2 \frac{2H}{L} - 1\right)$

**66 UFG 2005** No experimento representado na figura a seguir, as duas esferas são rígidas e têm o mesmo raio, porém a da esquerda tem o dobro da massa daquela do pêndulo. A esfera ligada à mola de constante elástica  $k$  pode deslizar sem atrito sobre a superfície horizontal e o fio do pêndulo é inextensível e tem massa desprezível. A esfera ligada à mola, quando abandonada do repouso a partir da posição  $x = -A$ , sofre uma colisão perfeitamente elástica com a esfera do pêndulo.



- a) Qual deve ser o comprimento  $\ell$  do fio para que a frequência do pêndulo seja igual à frequência do sistema massa-mola?  
 b) Calcule as velocidades de ambas as esferas imediatamente antes e imediatamente após o primeiro choque.  
 c) Devido ao sincronismo, as duas esferas voltam a colidir na mesma posição. Quais as suas velocidades imediatamente após esse segundo choque?

**67 UFC 2003** O carrinho da figura a seguir repousa sobre uma superfície horizontal lisa e no seu interior há um pêndulo simples, situado inicialmente em posição horizontal.



O pêndulo é liberado e sua massa  $m$  se move até colidir com a parede do carrinho no ponto  $P$ , onde fica colada. A respeito desse fato, considere as seguintes afirmações.

- I. A lei de conservação da quantidade de movimento assegura que, cessada a colisão, o carrinho estará se movendo para a direita com velocidade constante.  
 II. A ausência de forças externas horizontais atuando sobre o sistema (carrinho + pêndulo) assegura que, cessada a colisão, o carrinho estará em repouso à esquerda de sua posição inicial.  
 III. A energia mecânica ( $mg\ell$ ) é quase totalmente transformada em energia térmica.

Assinale a alternativa correta.

- (a) Apenas I é verdadeira.  
 (b) Apenas II é verdadeira.  
 (c) Apenas III é verdadeira.  
 (d) Apenas I e III são verdadeiras.  
 (e) Apenas II e III são verdadeiras.

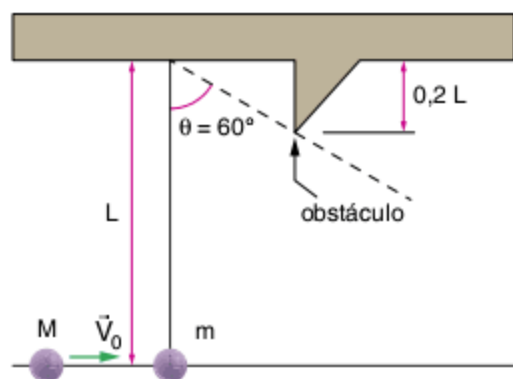
**68 ITA 2010** Uma massa  $m_1$  com velocidade inicial  $V_0$  colide com um sistema massa-mola  $m_2$  e constante elástica  $k$ , inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito, conforme ilustra a figura.



Determine o máximo comprimento de compressão da mola, considerando desprezível a sua massa.

**69 IME 2007** Um pêndulo com comprimento  $L = 1 \text{ m}$ , inicialmente em repouso, sustenta uma partícula com massa  $m = 1 \text{ kg}$ . Uma segunda partícula com massa  $M = 1 \text{ kg}$  movimenta-se na direção horizontal com velocidade constante  $v_0$  até realizar um choque perfeitamente inelástico com a primeira. Em função do choque, o pêndulo entra em movimento e

atinge um obstáculo, conforme ilustrado na figura. Observa-se que a maior altura alcançada pela partícula sustentada pelo pêndulo é a mesma do ponto inferior do obstáculo. O fio pendular possui massa desprezível e permanece sempre esticado.

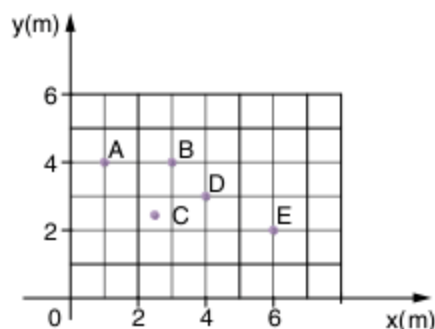


Considerando a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e a resistência do ar desprezível, determine:

- velocidade  $v_0$  da partícula com massa  $M$  antes do choque.
- a força que o fio exerce sobre a partícula de massa  $m$  imediatamente após o fio bater no obstáculo.

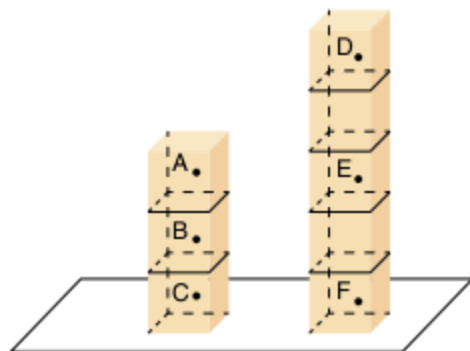
### Posição do centro de massa

**70 ITA** Dadas 3 partículas e suas respectivas posições,  $m(x; y)$ , em que  $m$  é massa em quilogramas,  $x$  e  $y$  as posições em metros, tais que 2 (3; 6), 4 (4; 4), 2 (1; 2), indique qual dos pontos do gráfico representa o centro de massa do sistema.



- A
- B
- C
- D
- E

**71 UFPE 2008** A figura mostra uma estrutura vertical, que consiste de oito blocos cúbicos idênticos, com densidade de massa uniforme. Os pontos A, B, C, D, E e F são localizados nos centros de seis cubos.



Podemos afirmar que o centro de massa da estrutura está localizado ao longo do segmento de reta:

- $\overline{BD}$
- $\overline{BE}$
- $\overline{BF}$
- $\overline{AE}$
- $\overline{CE}$

**72 UFMS 2002** Uma torneira, a 0,90 m do solo, apesar de ter sido fechada, continuou pingando água a uma frequência constante. Um observador notou que, quando o primeiro pingo de água atingiu o solo, o quarto pingo despreendeu-se da torneira.



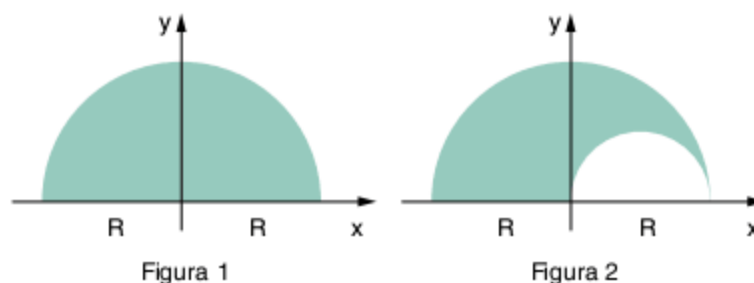
Considere que os pingos têm a mesma massa e que, quando deixam a torneira, apresentam velocidade inicial nula. Desprezando-se a resistência do ar, pode-se afirmar corretamente que:

- a velocidade dos pingos é igual à da gravidade.
- quando o primeiro pingo atingiu o solo, o segundo pingo estava a 0,60 m da torneira.
- quando o primeiro pingo atingiu o solo, o terceiro pingo estava a 0,30 m do solo.
- o centro de massa de um conjunto de 4 pingos consecutivos estará a 35 cm da torneira.
- a energia cinética do terceiro pingo é menor do que a energia cinética do quarto pingo.

**73 UFC 2009** Duas partículas, A e B, de massa  $m$ , executam movimentos circulares uniformes sobre o plano  $xy$  ( $x$  e  $y$  representam eixos perpendiculares) com equações horárias dadas por  $x_A(t) = 2a + a \cdot \cos(\omega t)$ ,  $y_A(t) = a \cdot \sin(\omega t)$  e  $x_B(t) = -2a + a \cdot \cos(\omega t)$ ,  $y_B(t) = a \cdot \sin(\omega t)$ , sendo  $\omega$  e  $a$  constantes positivas.

- Determine as coordenadas das posições iniciais, em  $t = 0$ , das partículas A e B.
- Determine as coordenadas do centro de massa do sistema formado pelas partículas A e B no instante  $t = 0$ .
- Determine as coordenadas do centro de massa do sistema formado pelas partículas A e B em um instante qualquer  $t$ .
- Mostre que a trajetória do centro de massa é uma circunferência de raio  $a$ , com centro no ponto  $(x = 0, y = 0)$ .

**74 UFMS 2002** Na figura 1, tem-se uma chapa homogênea semicircular de raio  $R$  e massa  $M$ , onde o seu centro de massa apresenta as coordenadas  $(0, \frac{4R}{3\pi})$ . Retira-se da chapa anterior um semicírculo de diâmetro  $R$  (figura 2).



Considerando a aceleração da gravidade igual a  $g$ , é correto afirmar que:

- as duas chapas (figuras 1 e 2) apresentam a mesma densidade superficial de massa.

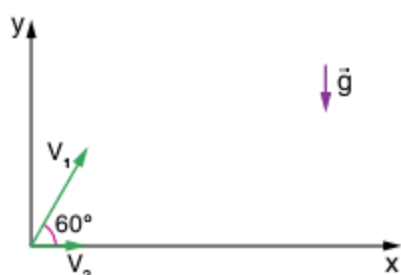


- 02 o centro de massa da chapa da figura 2 está localizado sobre o eixo y.
- 04 a massa da chapa da figura 2 é  $\frac{3}{4}M$ .
- 08 o centro de massa da chapa da figura 2 tem coordenadas  $\left(\frac{-R}{6}, \frac{14R}{9\pi}\right)$ .
- 16 o momento da força peso, em relação à origem do sistema de eixos xy, na chapa da figura 2, é  $\pm \frac{MgR}{8}$ .

Soma =

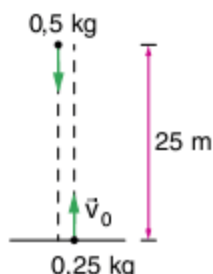
### Velocidade e aceleração do centro de massa

**75 UFPE 2008** Em um dado instante, duas partículas de massas iguais são lançadas a partir da origem do sistema de coordenadas. A partícula 1 é lançada obliquamente, com velocidade de módulo  $V_1 = 20$  m/s, segundo um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal (eixo x). A partícula 2 é lançada horizontalmente, sobre uma superfície sem atrito, com velocidade de módulo  $V_2 = 10$  m/s.



Determine o módulo da velocidade do centro de massa do sistema das duas partículas no instante em que a partícula 1 atinge o ponto mais alto de sua trajetória, em m/s.

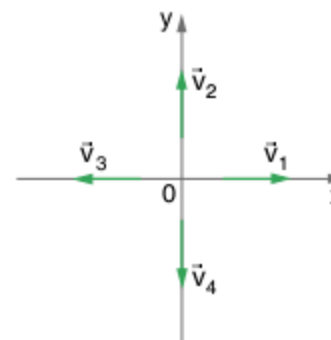
**76 ITA 2000** Uma bola de 0,50 kg é abandonada a partir do repouso a uma altura de 25 m acima do chão. No mesmo instante, uma segunda bola, com massa de 0,25 kg, é lançada verticalmente para cima, a partir do chão, com uma velocidade inicial de 15 m/s. As duas bolas movem-se ao longo de linhas muito próximas, mas que não se tocam.



Após 2,0 segundos, a velocidade do centro de massa do sistema constituído pelas duas bolas é de:

- (a) 11 m/s, para baixo. (d) 15 m/s, para cima.  
 (b) 11 m/s, para cima. (e) 20 m/s, para baixo.  
 (c) 15 m/s, para baixo.

**77 PUC** Quatro partículas de mesma massa têm velocidades  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$  e  $\vec{v}_4$ , segundo as orientações indicadas na figura, e módulos dados por  $v_1 = 6,0$  m/s;  $v_2 = 3,0 \cdot t$  (SI);  $v_3 = 3,0$  m/s;  $v_4 = 2,0$  m/s.

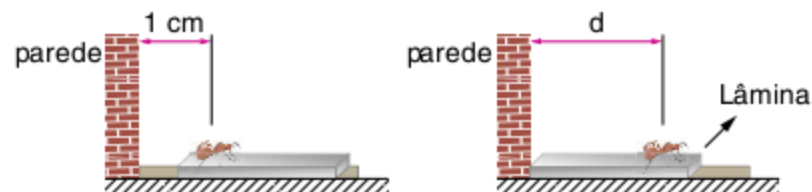


No instante  $t = 0$ , as quatro partículas distam  $d = 1,0$  m da origem de coordenadas. Para o instante  $t = 2,0$  s, determine, para o centro de massa do sistema:

- a) suas coordenadas.  
 b) o módulo de sua velocidade.  
 c) o módulo de sua aceleração.

### Quantidade de movimento, força resultante e o centro de massa de um sistema

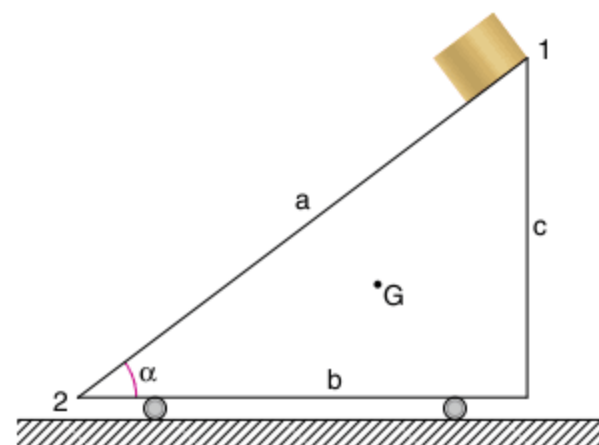
**78 ITA 2000** Uma lâmina de material muito leve de massa  $m$  está em repouso sobre uma superfície sem atrito. A extremidade esquerda da lâmina está a 1 cm de uma parede. Uma formiga considerada como um ponto, de massa  $\frac{m}{5}$ , está inicialmente em repouso sobre essa extremidade, como mostra a figura. A seguir, a formiga caminha para frente muito lentamente, sobre a lâmina.



A que distância  $d$  da parede estará a formiga no momento em que a lâmina tocar a parede?

- (a) 2 cm (d) 5 cm  
 (b) 3 cm (e) 6 cm  
 (c) 4 cm

**79 ITA 2002** Uma rampa rolante pesa 120 N e encontra-se inicialmente em repouso, como mostra a figura. Um bloco que pesa 80 N, também em repouso, é abandonado no ponto 1, deslizando a seguir sobre a rampa. O centro de massa  $G$  da rampa tem coordenadas:  $x_G = \frac{2b}{3}$  e  $y_G = \frac{c}{3}$ . São dados ainda:  $a = 15,0$  m e  $\sin \alpha = 0,6$ .



Desprezando os possíveis atritos e as dimensões do bloco, pode-se afirmar que a distância percorrida pela rampa no solo até o instante em que o bloco atinge o ponto 2 é:

- (a) 16,0 m (d) 24,0 m  
 (b) 30,0 m (e) 9,6 m  
 (c) 4,8 m

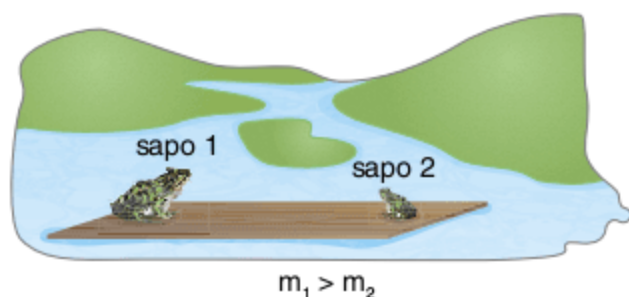
**80 ITA 2005** Dois corpos esféricos de massa  $M$  e  $5M$  e raios  $R$  e  $2R$ , respectivamente, são liberados no espaço livre.



Considerando que a única força interveniente seja a da atração gravitacional mútua e que seja de  $12R$  a distância de separação inicial entre os centros dos corpos, então o espaço percorrido pelo corpo menor até a colisão será de:

- (a) 1,5R (d) 7,5R  
 (b) 2,5R (e) 10,0R  
 (c) 4,5R

**81 UFSC 2009** Uma tábua homogênea encontra-se em repouso sobre um lago de águas calmas. Dois sapos estão parados nas extremidades dessa tábua, como é mostrado na figura. A massa do sapo da esquerda (sapo 1) é maior do que a do sapo da direita (sapo 2). Em determinado momento, os sapos pulam e trocam de posição. Suponha que o atrito da tábua com a água seja desprezível.

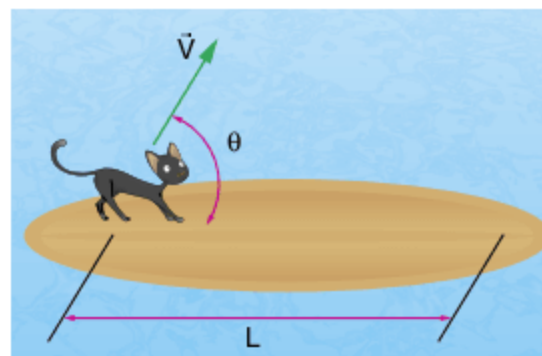


Considerando o sistema formado pelos dois sapos e a tábua, e as margens do lago como referencial, é correto afirmar que:

- 01 a quantidade de movimento do sistema constituído pelos dois sapos e a tábua se conserva.  
 02 a quantidade de movimento do sapo 1 é igual, em módulo, à quantidade de movimento do sapo 2, durante a troca de suas posições.  
 04 a tábua fica em repouso enquanto os sapos estão no ar.  
 08 a distância horizontal percorrida pelo sapo 1 é igual à percorrida pelo sapo 2.  
 16 após os sapos terem trocado de posição, a tábua ficará em repouso.

Soma =

**82 ITA 2008** Na figura, um gato de massa  $m$  encontra-se parado próximo a uma das extremidades de uma prancha de massa  $M$ , que flutua em repouso na superfície de um lago. A seguir, o gato salta e alcança uma nova posição na prancha, à distância  $L$ .



Desprezando o atrito entre a água e a prancha, sendo  $\theta$  o ângulo entre a velocidade inicial do gato e a horizontal, e  $g$  a aceleração da gravidade, indique qual deve ser a velocidade  $u$  de deslocamento da prancha logo após o salto.

- (a)  $u = \frac{gLm}{\sqrt{\left(1 + \frac{M}{m}\right)m \cdot \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta}}$   
 (b)  $u = \frac{gLm}{\sqrt{\left(1 + \frac{M}{m}\right)2m \cdot \text{sen}2\theta}}$   
 (c)  $u = \frac{gLm}{\sqrt{\left(1 + \frac{M}{m}\right)2m \cdot \text{sen}\theta}}$   
 (d)  $u = \frac{gLm}{\sqrt{\left(1 + \frac{M}{m}\right)2M \cdot \text{tg}\theta}}$   
 (e)  $u = \frac{2gLm}{\sqrt{\left(1 + \frac{M}{m}\right)M \cdot \text{tg}\theta}}$

### Unidades de medida

**83 UFC 2004** O Sistema Internacional de unidades e medidas utiliza vários prefixos associados à unidade-base. Esses prefixos indicam os múltiplos decimais que são maiores ou menores do que a unidade-base. Assinale a alternativa que contém a representação numérica dos prefixos: micro, nano, deci, centi e mili, nessa mesma ordem de apresentação.

- (a)  $10^{-9}$ ,  $10^{-12}$ ,  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$   
 (b)  $10^6$ ,  $10^{-9}$ ,  $10$ ,  $10^2$ ,  $10^3$   
 (c)  $10^{-6}$ ,  $10^{-12}$ ,  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$   
 (d)  $10^{-3}$ ,  $10^{-12}$ ,  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-6}$   
 (e)  $10^{-6}$ ,  $10^{-9}$ ,  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$

**84 UFPB 2005** Um pesquisador realiza uma experiência envolvendo as grandezas: força, distância e tempo, para obter o valor de uma outra grandeza física. Se a dimensão da grandeza obtida é  $\frac{\text{massa} \cdot (\text{comprimento})^2}{(\text{tempo})^3}$ , então a sua unidade no Sistema Internacional (MKS) é:

- (a) watt. (d) quilograma · metro/segundo.  
 (b) joule. (e) newton/metro.  
 (c) newton.

**85 UFPR 2008** No Sistema Internacional (SI), existem sete unidades consideradas como unidades de base ou fundamentais. As unidades para as demais grandezas físicas podem ser obtidas pela combinação adequada dessas unidades de base. Algumas das unidades obtidas dessa maneira recebem nomes geralmente homenageando algum cientista. Na coluna da direita, estão as unidades para algumas grandezas físicas, escritas utilizando-se unidades de base. Na coluna da esquerda, estão alguns nomes adotados no SI. Numere as unidades da coluna da direita com o seu nome correspondente na coluna da esquerda.

- |            |                          |  |
|------------|--------------------------|--|
| 1. pascal  | <input type="checkbox"/> | $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3 \cdot \text{A}^2}$ |
| 2. ohm     | <input type="checkbox"/> | $\frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{A}}$                    |
| 3. joule   | <input type="checkbox"/> | $\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$                    |
| 4. coulomb | <input type="checkbox"/> | A · s  |
| 5. tesla   | <input type="checkbox"/> | $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$                  |

Assinale a alternativa que apresenta a numeração correta da coluna da direita, de cima para baixo.

- (a) 2 – 5 – 1 – 4 – 3
- (b) 3 – 4 – 1 – 5 – 2
- (c) 5 – 2 – 4 – 1 – 3
- (d) 2 – 1 – 5 – 3 – 4
- (e) 4 – 3 – 1 – 5 – 2

### Unidades de medida e análise dimensional

**86 FEI** A variação da massa  $M$  com o tempo  $t$ , de uma esfera de naftalina que sublima, é dada por  $M = M_0 \cdot e^{-kt}$ , válida no Sistema Internacional de Unidades. Quais as unidades de  $M_0$  e  $k$ ? Sabe-se que  $e$  é a base dos logaritmos neperianos.

**87 Unicamp 2002** Quando um recipiente aberto contendo um líquido é sujeito a vibrações, observa-se um movimento ondulatório na superfície do líquido. Para pequenos comprimentos de onda  $\lambda$ , a velocidade de propagação  $v$  de uma onda na superfície livre do líquido está relacionada à tensão superficial  $\sigma$  conforme a equação:

$$v = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}$$

onde  $\rho$  é a densidade do líquido. Essa equação pode ser utilizada para determinar a tensão superficial induzindo-se na superfície do líquido um movimento ondulatório com uma frequência  $f$  conhecida e medindo-se o comprimento de onda  $\lambda$ .

- a) Quais são as unidades da tensão superficial  $\sigma$  no Sistema Internacional de Unidades?
- b) Determine a tensão superficial da água, sabendo que, para uma frequência de 250 Hz, observou-se a formação de ondas superficiais com comprimento de onda  $\lambda = 2,0$  mm. Aproxime  $\pi \approx 3$ .

**88 IME 2009** Ao analisar um fenômeno térmico em uma chapa de aço, um pesquisador constata que o calor transferido por unidade de tempo é diretamente proporcional à área da chapa e à diferença de temperatura entre as superfícies da chapa. Por outro lado, o pesquisador verifica que o calor transferido por unidade de tempo diminui conforme a espessura da chapa aumenta. Uma possível unidade da constante de proporcionalidade associada a esse fenômeno no sistema SI é:

- (a)  $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$
- (b)  $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}$
- (c)  $\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{-1}$
- (d)  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}$
- (e)  $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

### Grandezas físicas e análise dimensional

**89 ITA 2009** Sabe-se que o momento angular de uma massa pontual é dado pelo produto vetorial do vetor posição dessa massa pelo seu momento linear. Então, em termos das dimensões de comprimento (L), de massa (M) e de tempo (T), um momento angular qualquer tem sua dimensão dada por:

- (a)  $L^0MT^{-1}$
- (b)  $LM^0T^{-1}$
- (c)  $LMT^{-1}$
- (d)  $L^2MT^{-1}$
- (e)  $L^2MT^{-2}$

**90** A velocidade ( $v$ ) de uma partícula varia com o tempo ( $t$ ) segundo a equação  $v = A \cdot \text{sen}(B \cdot t + C)$ , onde  $A$ ,  $B$  e  $C$  são parâmetros não nulos. Adotando como grandezas fundamentais a massa (M), o comprimento (L) e o tempo (T), determine as equações dimensionais dos parâmetros  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

**91 ITA 2002** Em um experimento, verificou-se a proporcionalidade existente entre energia e frequência de emissão de uma radiação característica. Nesse caso, a constante de proporcionalidade, em termos dimensionais, é equivalente a:

- (a) força.
- (b) quantidade de movimento.
- (c) momento angular.
- (d) pressão.
- (e) potência.

**92 IME 2010** Em certo fenômeno físico, uma determinada grandeza referente a um corpo é expressa como sendo o produto da massa específica, do calor específico, da área superficial, da velocidade de deslocamento do corpo, do inverso do volume e da diferença de temperatura entre o corpo e o ambiente. A dimensão dessa grandeza em termos de massa (M), comprimento (L) e tempo (t) é dada por:

- (a)  $M^2L^{-1}t^{-3}$
- (b)  $ML^{-1}t^{-2}$
- (c)  $ML^{-1}t^{-3}$
- (d)  $ML^{-2}t^{-3}$
- (e)  $M^2L^{-2}t^{-2}$

## Equação dimensional

**93 ITA 2001** Uma certa grandeza física  $A$  é definida como o produto da variação de energia de uma partícula pelo intervalo de tempo em que esta variação ocorre. Outra grandeza,  $B$ , é o produto da quantidade de movimento da partícula pela distância percorrida. A combinação que resulta em uma grandeza adimensional é:

- (a)  $AB$                       (c)  $\frac{A}{B^2}$                       (e)  $A^2B$   
 (b)  $\frac{A}{B}$                       (d)  $\frac{A^2}{B}$

**94 Fuvest** Um objeto esférico de raio  $R$  se move, com velocidade  $v$ , através de um fluido de viscosidade  $h$ . Sabe-se que a força de atrito viscoso  $F_v$  depende de  $v$ ,  $h$  e  $R$ . O coeficiente de viscosidade  $h$  tem equação dimensional  $[h] = ML^{-1}T^{-1}$ , onde  $M$  é massa,  $L$  é comprimento e  $T$  é tempo.

- a) Qual a equação dimensional  $[F]$  da grandeza força?  
 b) Utilize análise dimensional para determinar a relação entre a força  $F_v$  e as variáveis  $R$ ,  $h$  e  $v$ .

**95 ITA 2008** Define-se intensidade  $I$  de uma onda como a razão entre a potência que essa onda transporta por unidade de área perpendicular à direção dessa propagação. Considere que, para uma certa onda de amplitude  $a$ , frequência  $f$  e velocidade  $v$ , que se propaga em um meio de densidade  $\rho$ , foi determinada que a intensidade é dada por:  $I = 2\pi^2 f^x \rho v a^y$ .

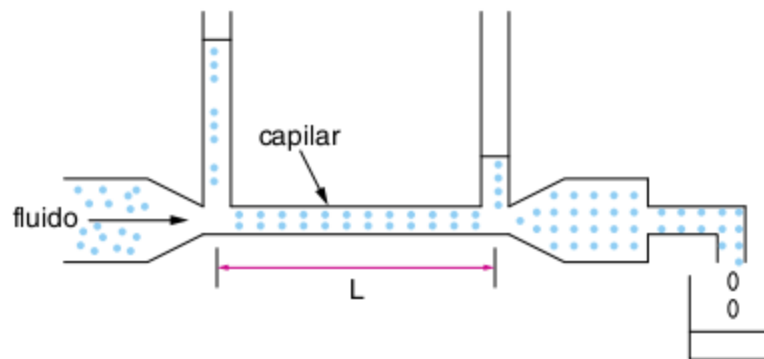
Indique quais são os valores adequados para  $x$  e  $y$ , respectivamente.

- (a)  $x = 2; y = 2$                       (d)  $x = -2; y = 2$   
 (b)  $x = 1; y = 2$                       (e)  $x = -2; y = -2$   
 (c)  $x = 1; y = 1$

**96 IME 2008** Um campo magnético é expresso através da seguinte equação  $B = cQ^x I^y L^z V^w$ , onde  $c$  é uma constante adimensional,  $Q$  é uma quantidade de calor,  $I$  é um impulso,  $L$  é um comprimento e  $V$  é uma tensão elétrica. Para que esta equação esteja correta, os valores de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $w$  devem ser, respectivamente:

- (a)  $-1, +1, +1$  e  $-1$                       (d)  $+1, -1, -1$  e  $+1$   
 (b)  $+1, -1, +1$  e  $-1$                       (e)  $-1, -1, -1$  e  $+1$   
 (c)  $-1, +1, -1$  e  $+1$

**97 ITA 2000** A figura a seguir representa um sistema experimental utilizado para determinar o volume de um líquido por unidade de tempo que escoar através de um tubo capilar de comprimento  $L$  e seção transversal de área  $A$ . Os resultados mostram que a quantidade desse fluxo depende da variação de pressão ao longo do comprimento  $L$  do tubo por unidade de comprimento  $\left(\frac{\Delta P}{L}\right)$ , do raio do tubo ( $a$ ) e da viscosidade do fluido ( $\eta$ ) na temperatura do experimento. Sabe-se que o coeficiente de viscosidade ( $\eta$ ) de um fluido tem a mesma dimensão do produto de uma tensão (força por unidade de área) por um comprimento dividido por uma velocidade.



Recorrendo à análise dimensional, podemos concluir que o volume de fluido coletado por unidade de tempo é proporcional a:

- (a)  $\frac{A \Delta P}{\eta L}$                       (c)  $\frac{L \eta}{\Delta P a^4}$                       (e)  $\frac{L}{\Delta P} a^4 \eta$   
 (b)  $\frac{\Delta P a^4}{L \eta}$                       (d)  $\frac{\Delta P \eta}{L A}$

**98 ITA 2005** Quando camadas adjacentes de um fluido viscoso deslizam regularmente umas sobre as outras, o escoamento resultante é dito laminar. Sob certas condições, o aumento da velocidade provoca o regime de escoamento turbulento, que é caracterizado pelos movimentos irregulares (aleatórios) das partículas do fluido. Observa-se, experimentalmente, que o regime de escoamento (laminar ou turbulento) depende de um parâmetro adimensional (Número de Reynolds) dado por  $R = \rho^\alpha v^\beta d^\gamma \eta^\tau$ , em que  $\rho$  é a densidade do fluido,  $v$  sua velocidade,  $\eta$  seu coeficiente de viscosidade e  $d$  uma distância característica associada à geometria do meio que circunda o fluido. Por outro lado, num outro tipo de experimento, sabe-se que uma esfera, de diâmetro  $D$ , que se movimenta num meio fluido, sofre a ação de uma força de arrasto viscoso dada por  $F = 3\pi D \eta v$ .

Assim sendo, com relação aos respectivos valores de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\tau$ , uma das soluções é:

- (a)  $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 1, \tau = -1$   
 (b)  $\alpha = 1, \beta = -1, \gamma = 1, \tau = 1$   
 (c)  $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = -1, \tau = 1$   
 (d)  $\alpha = -1, \beta = 1, \gamma = 1, \tau = 1$   
 (e)  $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 0, \tau = 1$



# Frente 2

# 11

## FRENTE 2

# Estática

A construção de estruturas estáveis requer um equilíbrio de forças e de torques. Neste capítulo, estudaremos as grandezas físicas relacionadas com a estabilidade dos corpos que possibilitam a execução de belas construções e explicam porque muitas delas mantêm-se firmes mesmo que aparentemente instáveis, como é o caso das Torres Kio (também conhecidas como Porta da Europa), localizadas em Madri, Espanha.



## Conceitos básicos de Estática

De maneira geral, a **Estática** é o ramo da Física que estuda e analisa a estabilidade e o equilíbrio dos corpos. Contudo, é preciso ressaltar que existem condições específicas – que serão vistas nas próximas seções – para que um corpo permaneça parado em equilíbrio translacional (sem aceleração linear) e em equilíbrio rotacional (sem aceleração angular).

As leis da Estática podem ser equacionadas por meio de simples medições geométricas e de forças. Seus princípios básicos foram desenvolvidos há milhares de anos, já pelas primeiras civilizações, que utilizavam máquinas, como alavancas e polias, para aprimorar a agricultura, construir edifícios e confeccionar instrumentos de guerra.

Um dos grandes cientistas que contribuíram para o desenvolvimento dessa ciência foi Arquimedes (287-212 a.C.), um matemático grego que realizou estudos sobre alavancas e centro de gravidade de corpos, enunciando leis básicas de equilíbrio. A Arquimedes é atribuída a frase: “Dê-me um ponto de apoio e eu moverei o mundo.”



Fig. 1 Pintura da alavanca de Arquimedes feita por Giulio Parigi (1571-1635), por volta de 1600, em uma das paredes da Galeria dos Ofícios, em Florença, Itália.

A formulação das regras de combinação vetorial de forças, feita por Stevinus (1548-1620), também foi fundamental para o desenvolvimento da Estática. Muitos outros cientistas forneceram contribuições importantes para o avanço desse ramo da ciência, como Pierre Varignon, Isaac Newton, Galileu Galilei, Leonardo da Vinci, Jean-Baptiste D’Alembert, Joseph-Louis Lagrange e Pierre Simon Laplace.

As análises deste capítulo podem ser a base para estudos mais avançados de Ensino Superior, principalmente nas áreas de Mecânica de Corpos Rígidos, Mecânica de Corpos Deformáveis e Mecânica dos Fluidos. Esses tópicos são fundamentais em projetos extremamente complexos e importantes realizados na arquitetura e na engenharia, como pontes, edifícios e túneis.



Fig. 2 A Ponte Estaiada Octávio Frias de Oliveira, em São Paulo, é uma bela construção da engenharia e da arquitetura que usa aspectos da Estática.

Além disso, o estudo da Estática é significativo para outros ramos das ciências. O próprio corpo humano, por exemplo, é composto de um sistema complexo de alavancas e pontos de apoio, o que faz do estudo do equilíbrio um conhecimento essencial para entender também mecanismos aplicados aos campos do esporte e da medicina.



Fig. 3 Henrique Medina Flores, atleta brasileiro de ginástica artística. Nas argolas, a execução de giros e exercícios estáticos requer grande força de musculatura superior para suportar o peso corporal e manter o máximo de alinhamento entre quadril e ombros.

Porém, para iniciar o estudo do equilíbrio dos corpos, é necessário lembrar e definir alguns conceitos fundamentais, que serão trabalhados a seguir.

### Ponto material e corpo extenso

Um corpo com dimensões desprezíveis, se comparadas às outras dimensões envolvidas no movimento em estudo, é considerado um **ponto material**. Um ponto material não sofre rotação. Assim, inicialmente, faremos análises de equilíbrio translacional, nas quais descartaremos a possibilidade de movimentos rotacionais desses pontos materiais.

Já o **corpo extenso** é aquele cujas dimensões são importantes nas análises de forças e de equilíbrio. Nesse tipo de corpo, dependendo do ponto de aplicação da força, pode ocorrer rotação. Por isso, nas seções posteriores, quando os movimentos rotacionais forem importantes para as análises, estudaremos uma grandeza física que mede a capacidade que as forças têm de rotacionar corpos: o **torque**, também chamado de **momento de uma força**.

Os corpos extensos serão considerados **corpos rígidos**, ou seja, corpos que podem girar com todas as partes ligadas rigidamente sem sofrer deformação, mesmo sob a ação de forças externas. Embora o conceito de corpo rígido seja uma idealização, pois todos os corpos reais são de alguma forma elásticos e se deformam, para o nosso estudo essa será uma consideração razoável.

### Centro de massa (CM)

O **centro de massa (CM)** é definido como o ponto onde é concentrada toda a massa de um corpo ou de um sistema composto de um conjunto de corpos. Para muitas análises, podemos considerar que as forças externas são aplicadas no centro de massa.

No lançamento oblíquo de uma chave-inglesa (Fig. 4), por exemplo, o movimento de pontos distintos nas duas extremidades da chave não tem uma trajetória bem definida. Porém, o movimento do centro de massa segue uma trajetória parabólica – que é o esperado ao se realizar o lançamento oblíquo de uma partícula. Na verdade, o movimento desse corpo rígido é uma combinação do movimento de translação do seu centro de massa e do de rotação do corpo em torno de um eixo que passa por esse centro de massa.

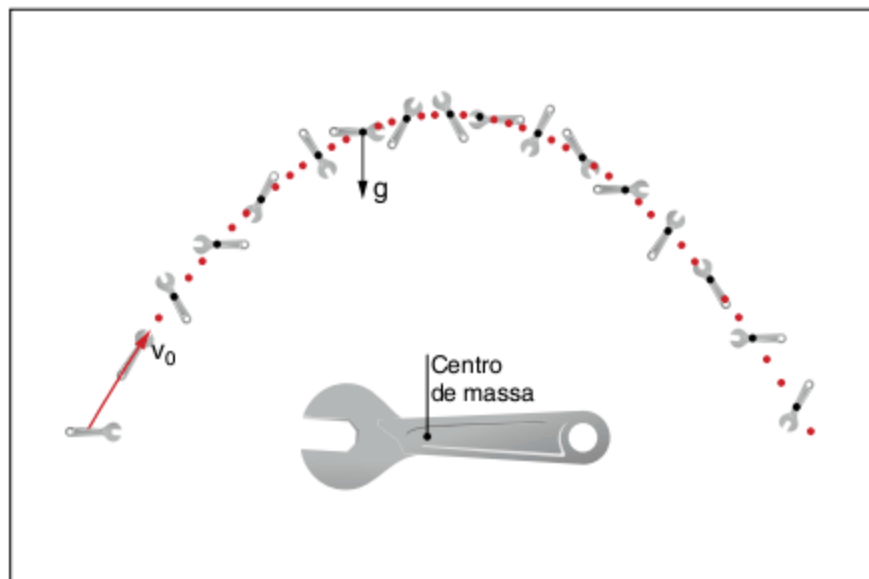


Fig. 4 O movimento da chave-inglesa é uma combinação de translação do centro de massa e de rotação do corpo em torno do centro de massa. A aceleração do CM é igual à aceleração da gravidade em todos os pontos da trajetória.

Já em um sistema de dois corpos, o centro de massa está localizado em um ponto sobre a linha que os une, ficando mais próximo do corpo de massa maior (Fig. 5). Para o cálculo da posição do centro de massa, utilizamos a seguinte média ponderada:

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2}$$

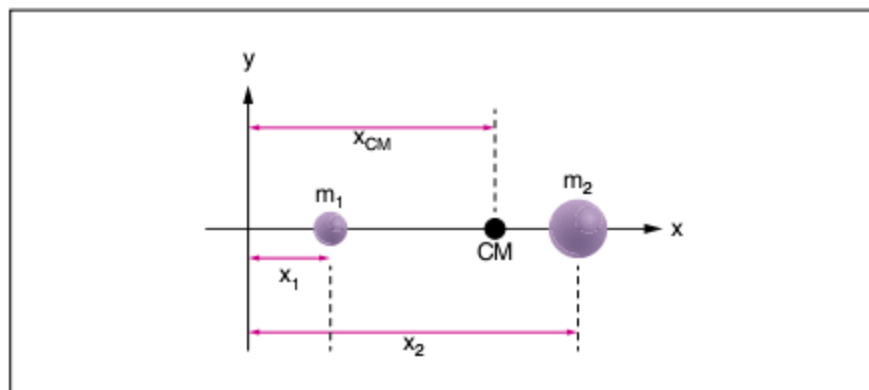
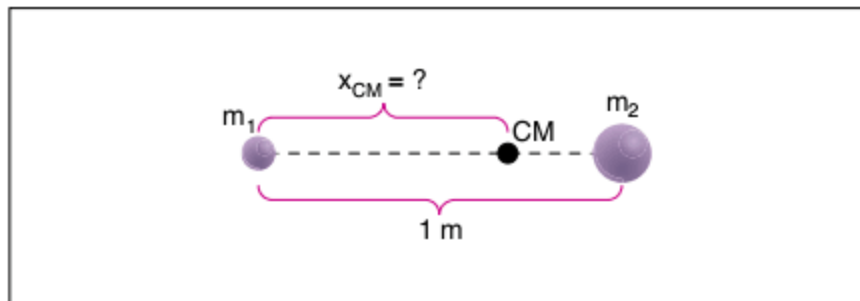


Fig. 5 O centro de massa de um sistema de dois corpos fica mais próximo do corpo que tem maior massa.

### Exercício resolvido

1 Determine a posição do centro de massa de um sistema de dois corpos de massas  $m_1 = 1 \text{ kg}$  e  $m_2 = 9 \text{ kg}$ , separados por uma distância de  $1 \text{ m}$ .

### Resolução:



Nesse caso, adotando como referencial o corpo de  $1 \text{ kg}$ , temos:

$$x_{CM} = \frac{1 \cdot 0 + 9 \cdot 1}{1 + 9} = \frac{9}{10} \text{ m} \therefore \boxed{x_{CM} = 90 \text{ cm}}$$

No caso de um conjunto de partículas, o cálculo da posição do CM em relação ao eixo  $x$  é dado por:

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

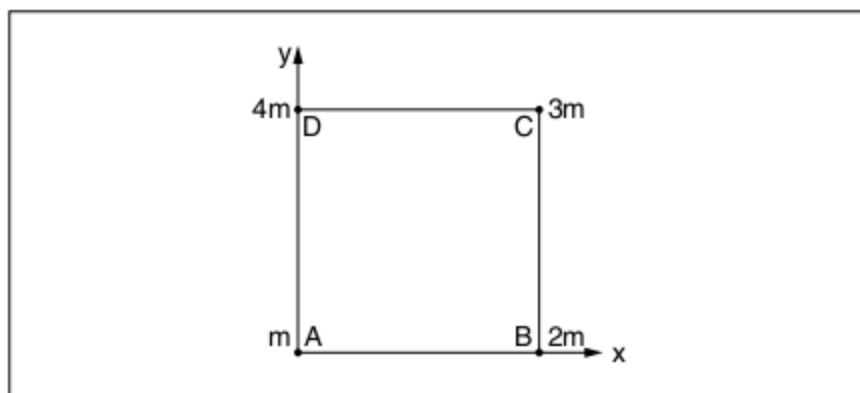
Essa média ponderada pode ser extrapolada para quaisquer direções.

$$y_{CM} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + \dots + m_n \cdot y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$z_{CM} = \frac{m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + \dots + m_n \cdot z_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

### Exercício resolvido

2 Quatro partículas, A, B, C e D, de massas respectivamente  $m$ ,  $2m$ ,  $3m$  e  $4m$ , estão posicionadas nos vértices de um quadrado de lado  $d$ . Determine as coordenadas do centro de massa do sistema nos eixos  $x$  e  $y$ .



### Resolução:

Considerando os eixos horizontal ( $x$ ) e vertical ( $y$ ), temos os seguintes dados para cada partícula:

Partícula	Massa	Coordenada $x$	Coordenada $y$
A	$m$	$0$	$0$
B	$2m$	$d$	$0$
C	$3m$	$d$	$d$
D	$4m$	$0$	$d$



Portanto, as coordenadas horizontal e vertical do centro de massa do sistema são dadas por:

$$x_{CM} = \frac{m \cdot 0 + 2m \cdot d + 3m \cdot d + 4m \cdot 0}{m + 2m + 3m + 4m} = \frac{d}{2}$$

$$y_{CM} = \frac{m \cdot 0 + 2m \cdot 0 + 3m \cdot d + 4m \cdot d}{m + 2m + 3m + 4m} = \frac{7d}{10}$$

Para corpos maciços, a determinação do CM é um pouco mais complicada e deve ser feita utilizando cálculo diferencial e integral. Porém, para alguns corpos simétricos e uniformes, o centro de massa coincide com o centro geométrico que está sobre o ponto, a linha ou o plano de simetria (Fig. 6).

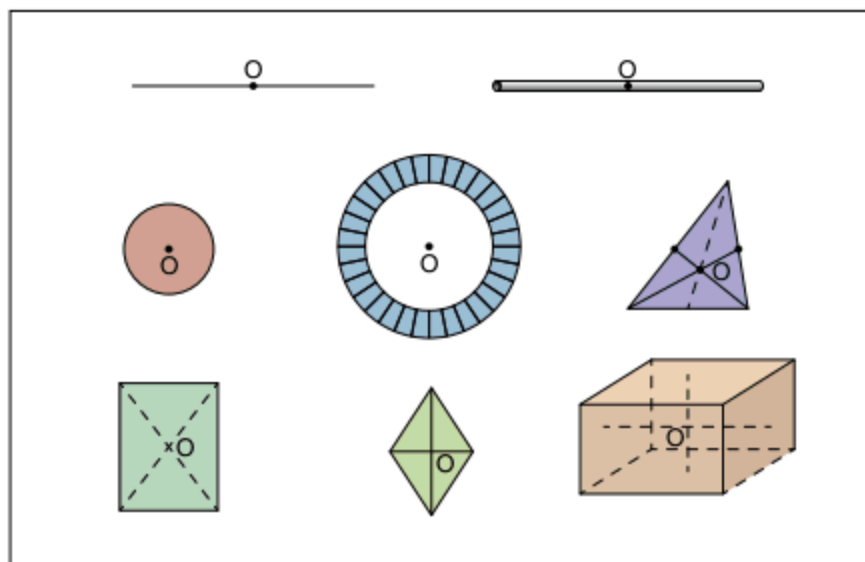


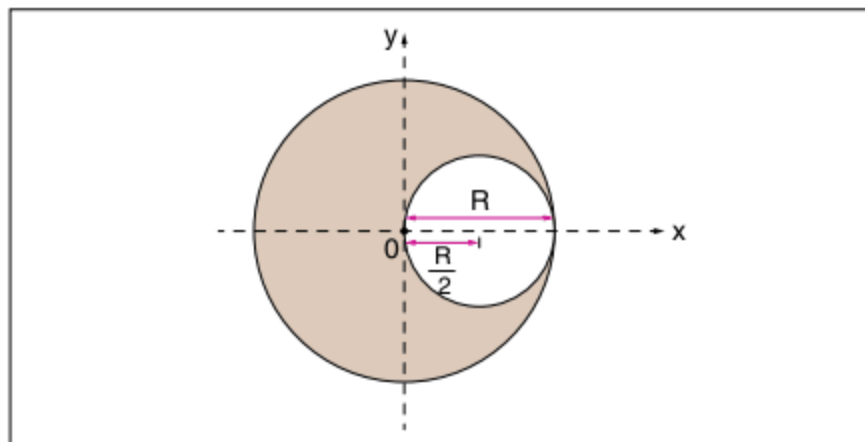
Fig. 6 Centro geométrico (O) de diferentes corpos.

Note que o centro de massa de um corpo pode estar localizado em uma região externa a ele. Por exemplo, o centro de massa de uma ferradura não se localiza sobre ela, assim como o centro de massa de uma rosquinha se encontra no centro vazio.

Caso exista um corpo simétrico com algum buraco que também tem simetria, podemos utilizar o princípio da superposição e considerar a área, o volume ou a massa do buraco negativos. Entenda melhor esse caso por meio da leitura do exemplo a seguir.

### Exercício resolvido

**3** Determine o centro geométrico de um fino disco de raio  $R$  que tem um buraco circular de raio  $R/2$  que tangencia o centro do disco.



### Resolução:

Considerando o buraco do disco como uma área negativa, temos:

$$x_o = \frac{x_{disco} \cdot A_{disco} - x_{buraco} \cdot A_{buraco}}{A_{disco} - A_{buraco}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_o = \frac{0\pi R^2 - \frac{R}{2} \cdot \frac{\pi R^2}{4}}{\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4}} \Rightarrow \boxed{x_o = -\frac{R}{6}}$$

## SAIBA MAIS

### A inversão de Fosbury

Em 1968, o atleta americano Dick Fosbury ganhou a medalha de ouro do salto em altura por meio de uma técnica inusitada e pouco utilizada até então, conhecida hoje como inversão de Fosbury.

Diferente do estilo anteriormente utilizado, nessa nova técnica o atleta encurva o corpo quando passa sobre a barra. Logo, seu centro de massa passa efetivamente embaixo da barra, diminuindo, assim, a necessidade de um grande aumento na energia potencial gravitacional, necessário na técnica antiga.



Fig. 7 A imagem da esquerda é do salto em altura tradicional utilizado antes da técnica da inversão de Fosbury, representada na foto da direita. Na inversão de Fosbury, o centro de massa do atleta passa efetivamente abaixo da barra.

Apesar de Fosbury ter sido ridicularizado na época, hoje em dia sua técnica de inversão foi consagrada como a mais efetiva e é utilizada por muitos atletas. Essa técnica revolucionária chegou a ser exemplo no mundo empresarial por ser um marco de inovação e criatividade, rompendo regras e paradigmas previamente estabelecidos.

### Centro de gravidade (CG)

O **centro de gravidade (CG)** de um corpo pode ser definido como o ponto de concentração do seu peso. Assim, um corpo suspenso por esse ponto permanece em equilíbrio em qualquer posição. É nesse ponto que indicamos a origem da força peso em um diagrama de forças.

Como nas questões que abordaremos neste capítulo as diferenças de altura entre os corpos são pequenas se comparadas ao raio da Terra, vamos considerar o campo gravitacional constante em todos os pontos do corpo. Isso faz com que o CM

coincida com o CG. Obviamente, não tem sentido falarmos de CG caso o corpo seja retirado do campo gravitacional da Terra e posicionado longe de qualquer outro corpo, pois, nessa situação, nenhuma força gravitacional atuaria nele.



WINGYIMEDIA.COMMONS

Fig. 8 O Centro de Comércio Internacional de Hong Kong tem 484 metros de altura. Seu CG se localiza cerca de 6 mm abaixo do CM, uma distância desprezível para os nossos cálculos.

Um método experimental para determinar o CG de um objeto plano é pendurá-lo por um único ponto de apoio e traçar uma reta vertical que passa por ele. O CG deve estar abaixo, acima ou no próprio ponto de suspensão para garantir o equilíbrio. Depois disso, deve-se pendurar o mesmo objeto por outro ponto e traçar novamente uma reta vertical que passe por ele. A interseção das retas verticais traçadas nas duas situações nos fornece a posição do CG (Fig. 9).

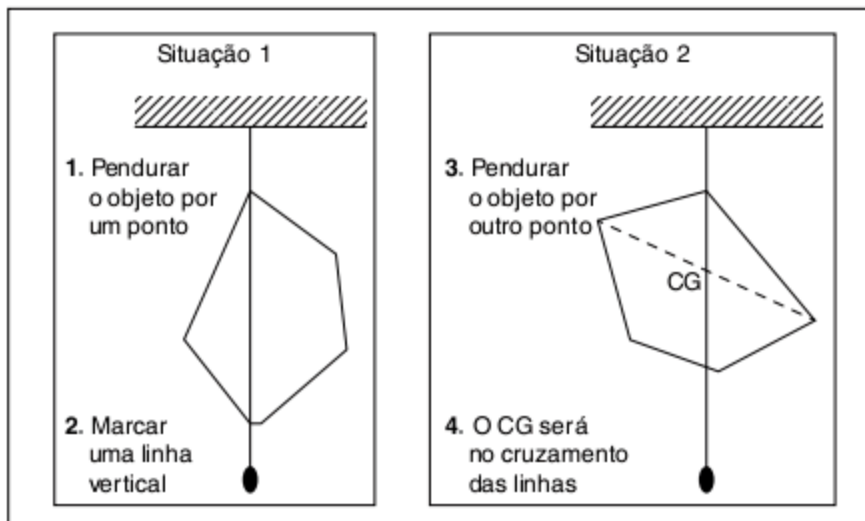


Fig. 9 Experimento para determinação do centro de gravidade (CG) de um objeto.

## SAIBA MAIS

### O centro de gravidade do corpo humano

A localização do centro de gravidade no corpo humano depende de vários fatores, como o gênero, a altura, a distribuição de massa e a posição do corpo. Em geral, para uma pessoa ereta na vertical, o centro de gravidade (CG) se localiza abaixo do umbigo, que é próximo do centro geométrico. O CG feminino costuma ser mais baixo que o masculino, ficando aproximadamente a 54% da altura da mulher, enquanto no homem fica mais ou menos a 56% de sua altura. A posição horizontal do CG da mulher pode mudar durante a gravidez. Com o crescimento da barriga, a curvatura da coluna costuma se acentuar cada vez mais e o centro de gravidade é alterado, podendo passar a ser localizado fora do corpo da mulher.

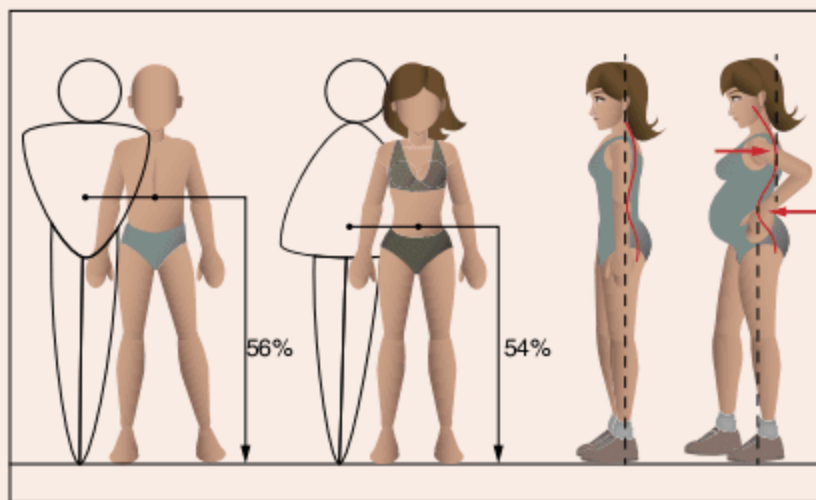


Fig. 10 Altura do centro de gravidade no homem e na mulher e o deslocamento horizontal desse ponto na mulher grávida.

## Equilíbrio translacional

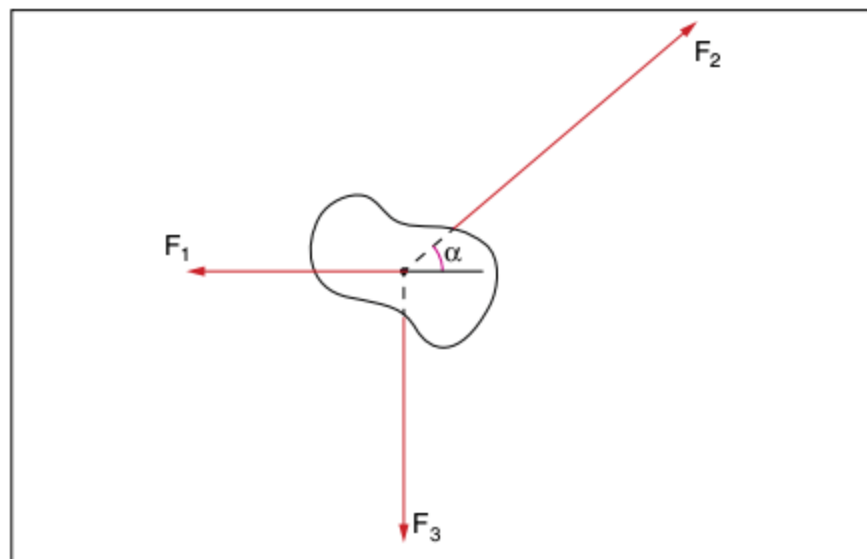
Em Dinâmica, aprendemos que, para um determinado referencial inercial, se a resultante de forças que atua em um corpo é nula, esse corpo permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (MRU).

$$\vec{F}_R = \vec{0} \begin{cases} \text{Equilíbrio estático (repouso)} \\ \vec{v} = \vec{0} \text{ e } \vec{a} = \vec{0} \\ \text{Equilíbrio dinâmico (MRU)} \\ \vec{v} \neq \vec{0} \text{ e } \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$$

Para garantir o **equilíbrio translacional** em situações nas quais existem várias forças atuando em um corpo extenso, consideramos que todas elas saem do mesmo ponto e realizamos a decomposição vetorial delas nos eixos cartesianos (geralmente horizontal e vertical), de tal forma que a resultante de forças em cada eixo seja nula. Veja o exemplo a seguir.

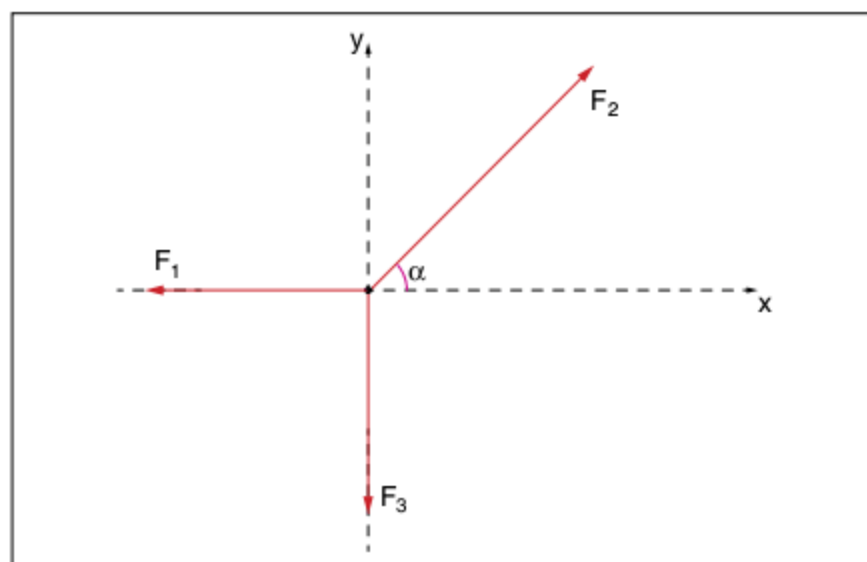
**Exercícios resolvidos**

**4** Determine o módulo da força horizontal  $F_1$  e da força vertical  $F_3$  que agem no corpo, sendo que a força  $F_2$  tem módulo  $F_2 = 100 \text{ N}$ . Considere  $\text{sen}\alpha = 0,6$  e  $\text{cos}\alpha = 0,8$ .

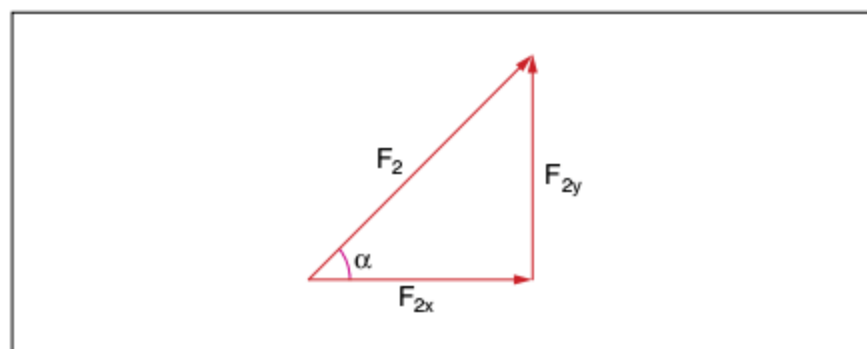


**Resolução:**

Podemos considerar que as forças saem do mesmo ponto, local de origem de um eixo cartesiano:



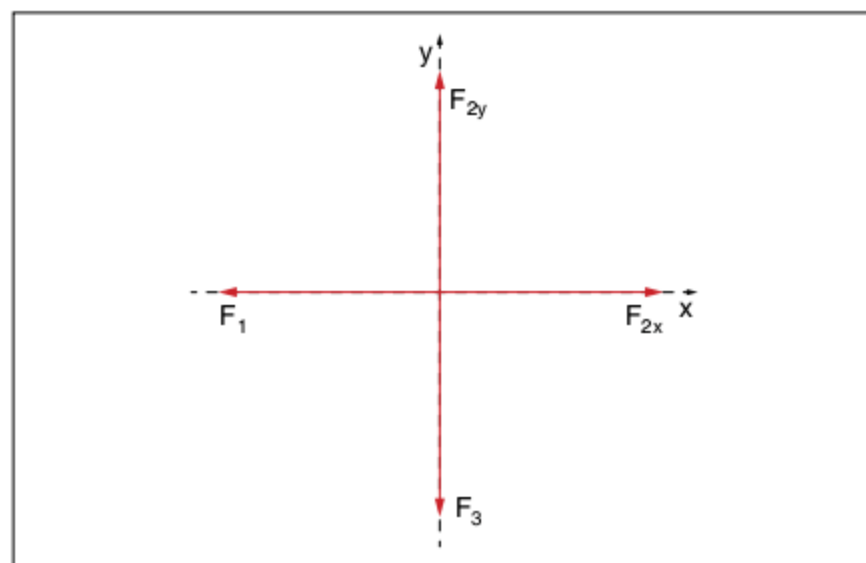
A força  $F_2$  pode ser decomposta em uma componente horizontal  $F_{2x}$  e uma componente vertical  $F_{2y}$ :



$$\text{sen}\alpha = \frac{F_{2y}}{F_2} \Rightarrow F_{2y} = F_2 \cdot \text{sen}\alpha = 100 \cdot 0,6 = 60 \text{ N}$$

$$\text{cos}\alpha = \frac{F_{2x}}{F_2} \Rightarrow F_{2x} = F_2 \cdot \text{cos}\alpha = 100 \cdot 0,8 = 80 \text{ N}$$

Assim, podemos redesenhar o sistema de forças:

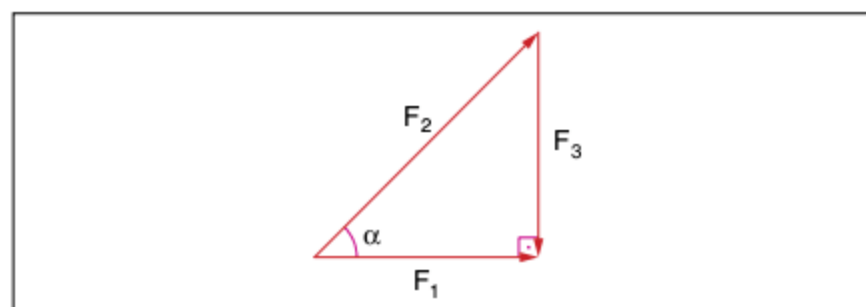


Logo, para o equilíbrio, temos:

$$F_{2y} = F_3 = 60 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_1 = 80 \text{ N}$$

Um outro método para determinar o módulo de cada força é utilizar a regra da poligonal, construindo, assim, um triângulo de forças:

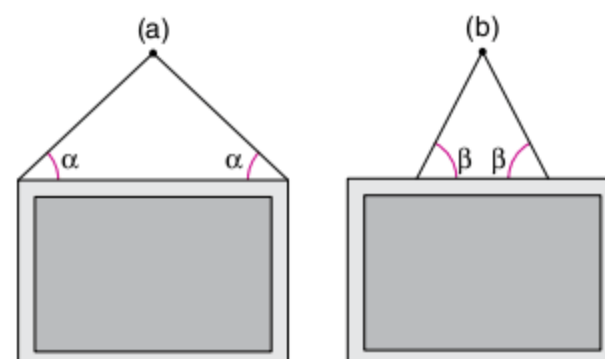


Portanto, temos:

$$\text{sen}\alpha = \frac{F_3}{F_2} \Rightarrow F_3 = F_2 \cdot \text{sen}\alpha = 100 \cdot 0,6 \Rightarrow \boxed{\text{sen}\alpha = 60 \text{ N}}$$

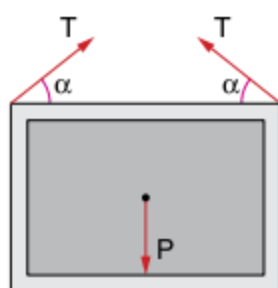
$$\text{cos}\alpha = \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \text{cos}\alpha = 100 \cdot 0,8 \Rightarrow \boxed{\text{cos}\alpha = 80 \text{ N}}$$

**5** Um quadro é pendurado na parede de dois modos distintos. No primeiro caso (a), as pontas do fio são presas nas extremidades superiores do quadro, assim o fio forma um ângulo  $\alpha$  com a horizontal. No segundo caso (b), as extremidades do fio são presas mais próximas do centro do quadro, com o fio configurando um ângulo  $\beta$  com a horizontal, de tal forma que  $\alpha < \beta$ . Em qual dos casos existe menor chance do fio romper?



**Resolução:**

O diagrama de forças que atua no quadro na situação (a) pode ser representado da seguinte forma:



Para o equilíbrio translacional, a resultante de forças vertical tem que ser nula. Assim:

$$F_R = 0 \Rightarrow 2(T \cdot \text{sen}\alpha) = P \Rightarrow T = \frac{P}{2\text{sen}\alpha}$$

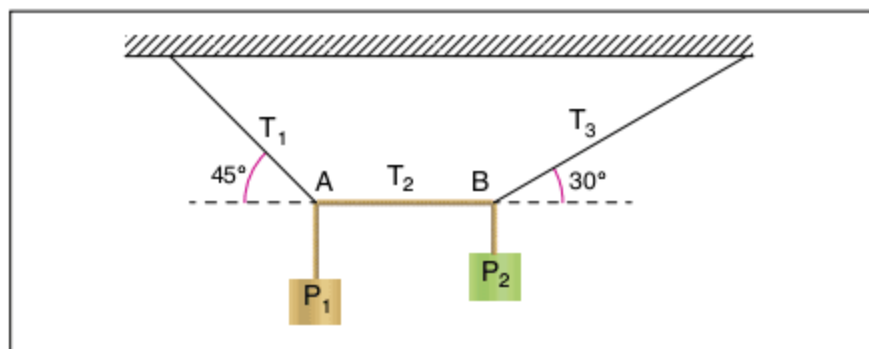
Como  $\alpha < \beta \Rightarrow \text{sen}\alpha < \text{sen}\beta \Rightarrow T_a > T_b$

Desse modo, o fio tem menos chance de romper no caso (b) já que, nessa situação, a tração é menor do que no caso (a).

Outros casos podem considerar corpos sustentados por vários fios conectados. Nessas situações, cada fio deve estar em equilíbrio para que o sistema como um todo permaneça em repouso. Portanto, é vantajoso isolar o ponto que possui mais fios conectados – o nó – e colocar o diagrama de forças de trações com origem nesse ponto para realizar a decomposição vetorial. No caso de 3 fios conectados em um ponto, podemos utilizar a **regra da poligonal**.

**Exercício resolvido**

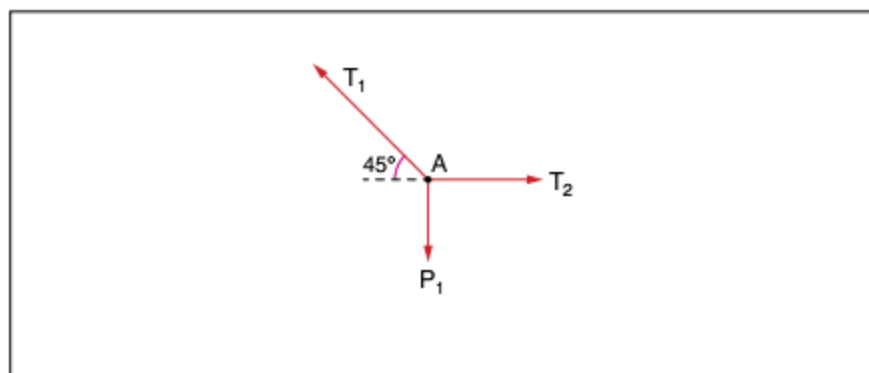
6 Na figura a seguir, o peso  $P_1$  é de 100 N, e a corda AB é horizontal.



Determine os valores das tensões  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  e do peso  $P_2$ .

**Resolução:**

Isolando o nó A, temos as seguintes forças:

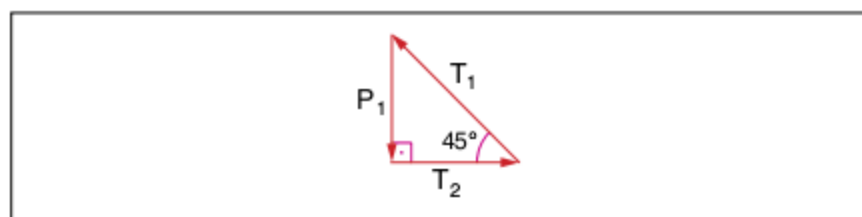


Para o equilíbrio, a resultante de forças em cada direção deve ser nula. Assim:

$$P_1 = T_1 \cdot \text{sen } 45^\circ \Rightarrow T_1 = \frac{100}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \text{cos } 45^\circ \Rightarrow T_2 = 100\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 100 \text{ N}$$

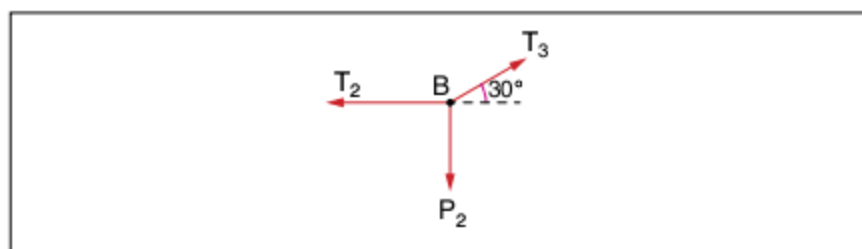
Um método alternativo para determinar as trações é utilizando a regra da poligonal:



$$\text{sen } 45^\circ = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{100}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} \Rightarrow T_1 = 100\sqrt{2} \text{ N}$$

$$\text{cos } 45^\circ = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = 100\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = T_2 = 100 \text{ N}$$

Isolando o nó B, podem ser observadas as forças:



$$T_2 = T_3 \cdot \text{cos } 30^\circ \Rightarrow T_3 = \frac{100}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow T_3 = \frac{200\sqrt{3}}{3} \text{ N}$$

$$P_2 = T_3 \cdot \text{sen } 30^\circ \Rightarrow P_2 = \frac{200\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow P_2 = \frac{100\sqrt{3}}{3} \text{ N}$$

**Teorema de Lamy**

Quando três forças concorrentes atuam em um corpo em equilíbrio, o módulo de cada força é diretamente proporcional ao seno do respectivo ângulo oposto. Esse é o **teorema de Lamy**, enunciado pelo teólogo e matemático francês Bernard Lamy (1640-1715).

$$\frac{F_1}{\text{sen}\alpha} = \frac{F_2}{\text{sen}\beta} = \frac{F_3}{\text{sen}\gamma}$$

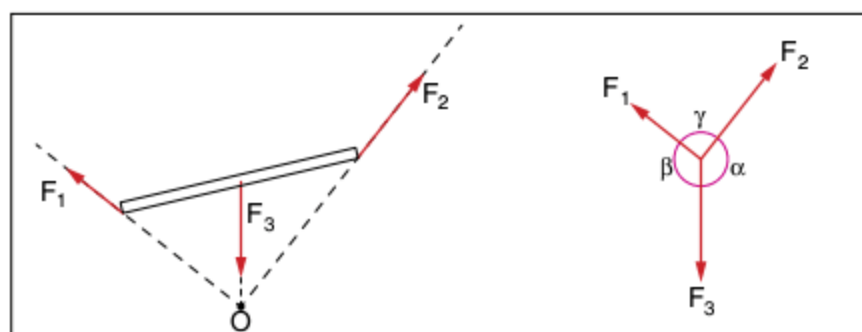
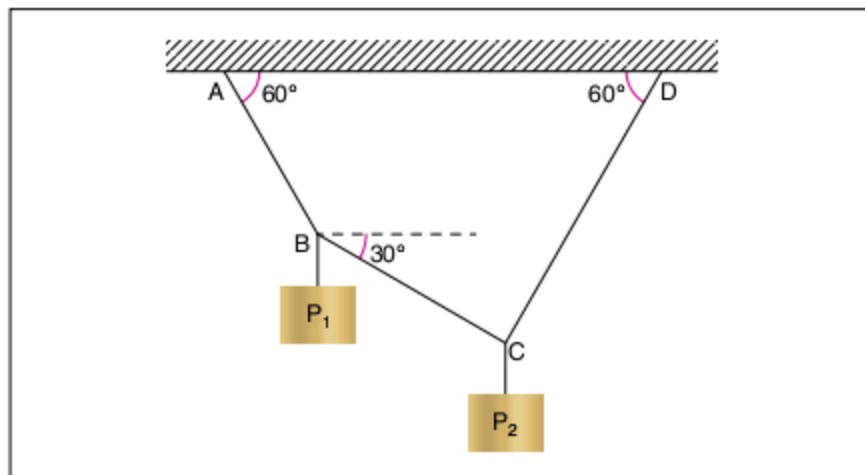


Fig. 11 Teorema de Lamy para um corpo em equilíbrio.

**Exercício resolvido**

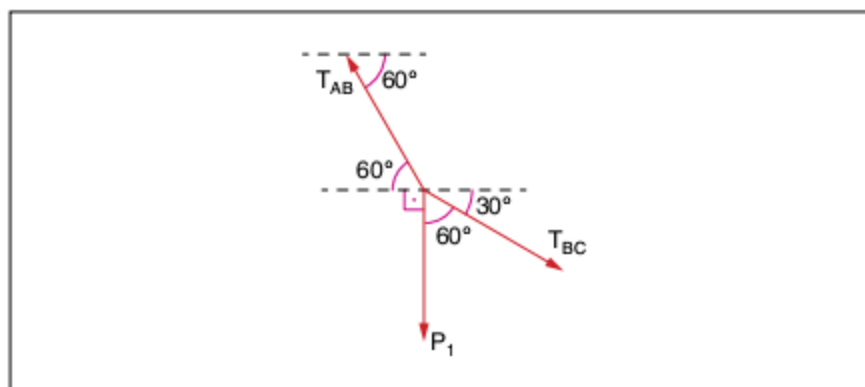
**7** O esquema a seguir está em equilíbrio. Determine o peso  $P_2$ , considerando  $P_1 = 100 \text{ N}$ .

Dado:  $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$



**Resolução:**

Ao isolar o nó B, temos o seguinte diagrama de forças:



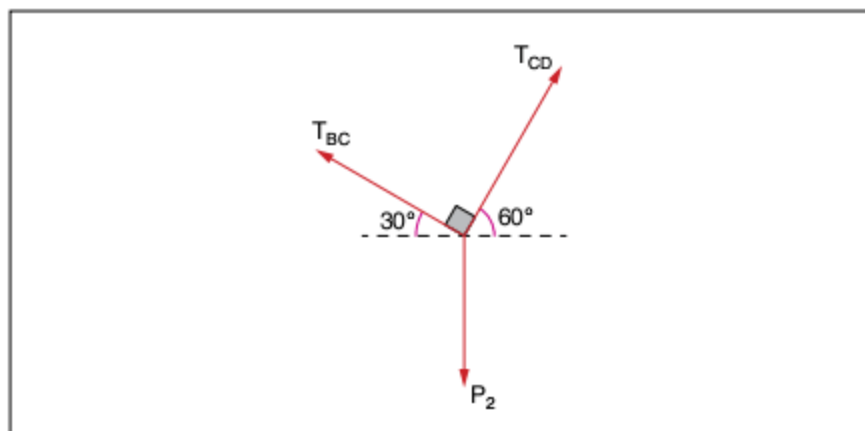
Pelo teorema de Lamy, temos:

$$\frac{T_{BC}}{\sin 150^\circ} = \frac{P_1}{\sin 150^\circ}$$

$$T_{BC} = P_1$$

$$T_{BC} = 100 \text{ N}$$

Ao isolar o nó C, temos o seguinte diagrama de forças:



Pelo teorema de Lamy:

$$\frac{T_{BC}}{\sin 150^\circ} = \frac{P_2}{\sin 90^\circ}$$

$$P_2 = \frac{T_{BC} \cdot \sin 90^\circ}{\sin 150^\circ}$$

$$P_2 = \frac{240 \cdot 1}{\frac{1}{2}}$$

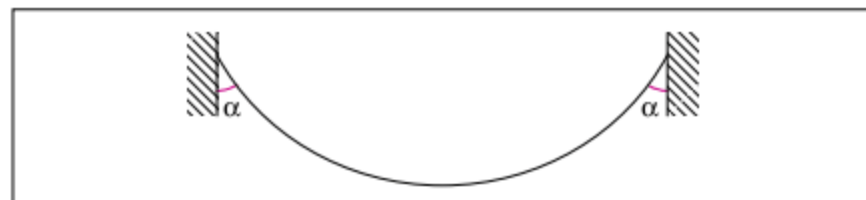
$$P_2 = 200 \text{ N}$$

Um fio com massa não é ideal, e, portanto, a tração não é necessariamente a mesma em todos os trechos do fio. Assim, para descobrir a tração em algum ponto específico, basta isolar o trecho em questão.

**Exercício resolvido**

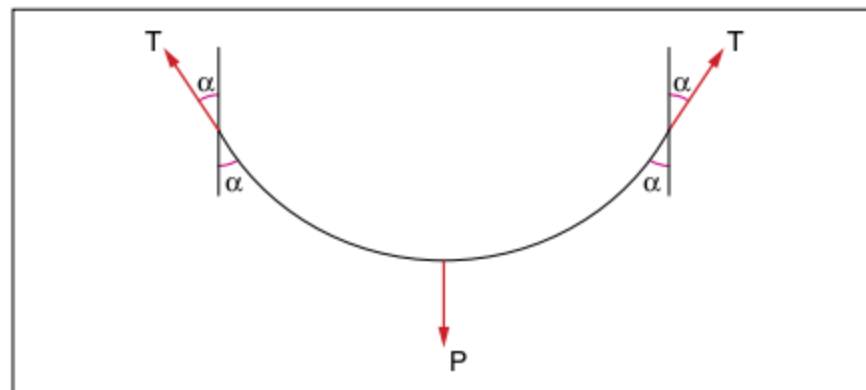
**8** Um fio de espessura constante e densidade uniforme, de peso  $P = 100 \text{ N}$ , é preso por duas alças situadas à mesma altura. Determine a tração no fio no ponto mais baixo ( $T_{\text{inf}}$ ).

Dado:  $\cos \alpha = 0,6$

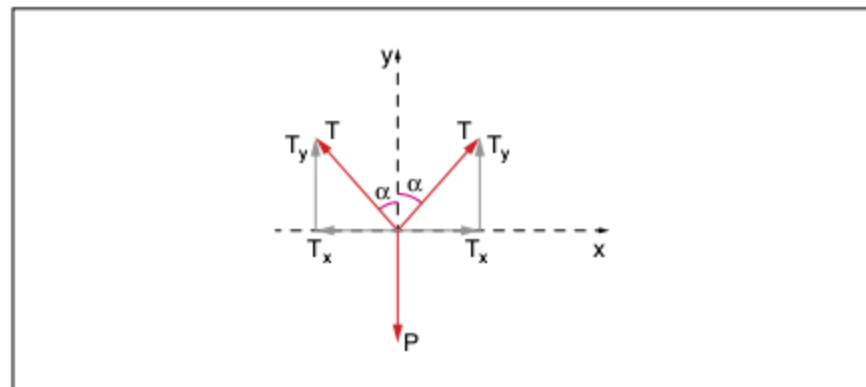


**Resolução:**

Na corda, atuam 3 forças: as trações  $T$  nas extremidades e a força peso  $P$ . Já que a figura é simétrica, as trações nas extremidades têm os mesmos módulos.



Como a corda está em equilíbrio, a resultante de forças vertical é nula, logo:



A componente vertical de cada força de tração é dada por:

$$T_y = T \cdot \cos\alpha$$

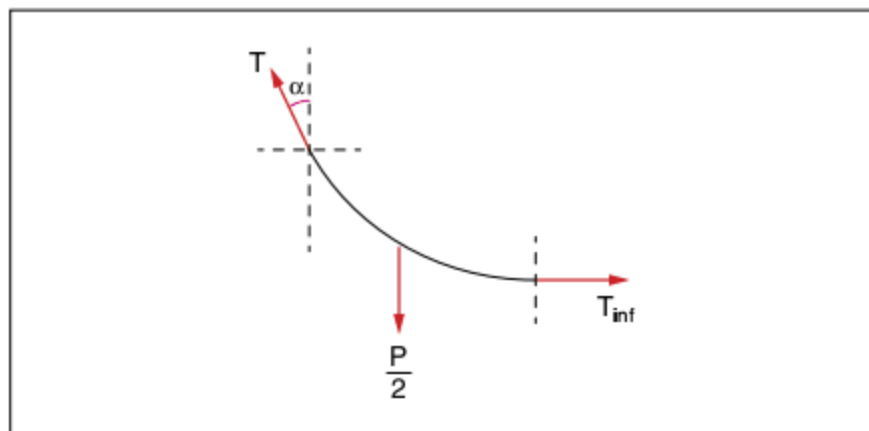
Assim, para o equilíbrio de forças no eixo vertical, o módulo da força peso que está para baixo deve ser igual à soma das componentes verticais para cima de cada tração. Logo:

$$P = T_y + T_y \Rightarrow P = 2 \cdot T \cdot \cos\alpha$$

$$T = \frac{P}{2 \cos\alpha} = \frac{100}{2 \cdot 0,6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{250}{3} \text{ N}$$

Isolando metade da corda, temos o seguinte diagrama de forças:



Para que esse trecho permaneça em equilíbrio, a resultante de forças horizontal deve ser nula:

$$T_{inf} = T \cdot \sin\alpha = \frac{250}{3} \cdot 0,8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{inf} = \frac{200}{3} \text{ N}$$

## Equilíbrio rotacional

A Física tem como um dos seus grandes objetivos estudar os movimentos e suas causas. Até agora, foram analisadas as condições para que um corpo não translade ao longo de uma linha reta ou curva, mantendo-se em equilíbrio translacional. Vamos agora analisar as condições para que um corpo em repouso não inicie um movimento rotacional, ou seja, não gire em torno de um eixo fixo, mantendo-se em **equilíbrio rotacional**. Nessas análises, os corpos serão considerados como rígidos e os eixos de rotação fixos, ou seja, sem mudança de posição. Uma bola de futebol rolando em um campo não se encaixa em nossas análises, já que a bola rotaciona em torno de um eixo que muda de posição ao longo do tempo. A bola, nessa situação, realiza um movimento composto de rotação e translação.

## Teorema das três forças

Sempre que um corpo estiver em equilíbrio translacional (sem aceleração linear) e rotacional (sem aceleração angular), sob a ação exclusiva de três forças, estas devem ser paralelas ou concorrentes em um ponto (Fig. 13).

## SAIBA MAIS

### A catenária

Uma corda de densidade e massa uniformes, quando suspensa sob a ação da gravidade, forma uma curva muito particular. Até o século XVII, muitos membros da comunidade científica acreditavam que a curva formada era uma parábola. Porém, em 1647, o matemático e físico holandês Christiaan Huygens, construtor do primeiro relógio pendular, provou por meio de argumentos físicos que a curva não poderia ser parabólica. Entretanto, na época, o jovem de 17 anos não havia determinado a expressão analítica correta da curva para conseguir comprovar sua teoria. Anos mais tarde, Huygens, Leibniz e os irmãos Bernoulli, através de trabalhos independentes, determinaram a expressão matemática correta para descrever essa curva, que foi denominada **catenária**, do latim *cadena* (cadeia). Trata-se de uma função exponencial transcendental, chamada também de cosseno hiperbólico, que pode ser expressa de maneira genérica por:

$$y = a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

Esse tipo de curva é mais comum no cotidiano do que se imagina. Correntes de âncoras e amarras de barcos e navios obedecem esse padrão, assim como os cabos de pontes suspensas, redes de alta tensão e até mesmo as teias de aranha com dois pontos de fixação (Fig. 12).



Fig. 12 Exemplos de curvas catenárias presentes no cotidiano.

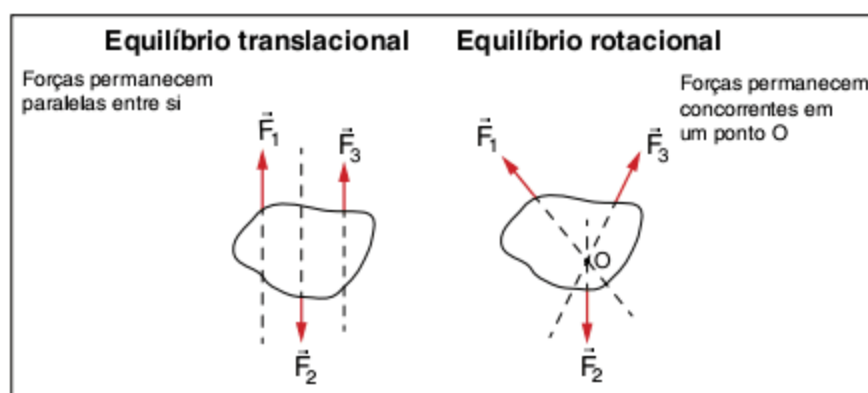


Fig. 13 Corpo em equilíbrio translacional e rotacional e as forças atuantes sobre ele.

Quando uma escada homogênea se encontra em equilíbrio apoiada em uma parede lisa, três forças atuam nela. A primeira é a força peso  $P$ , que age no centro de gravidade (CG) e é direcionada para baixo. A segunda é a força de contato normal  $N$ , que age perpendicular à parede. Essas duas forças concorrem no ponto  $O$ , como mostra a figura 14. Portanto, a terceira força deve ser de contato  $R$ , cuja linha de ação passa pelo ponto  $O$ , para que, assim, as três forças concorram em um ponto.

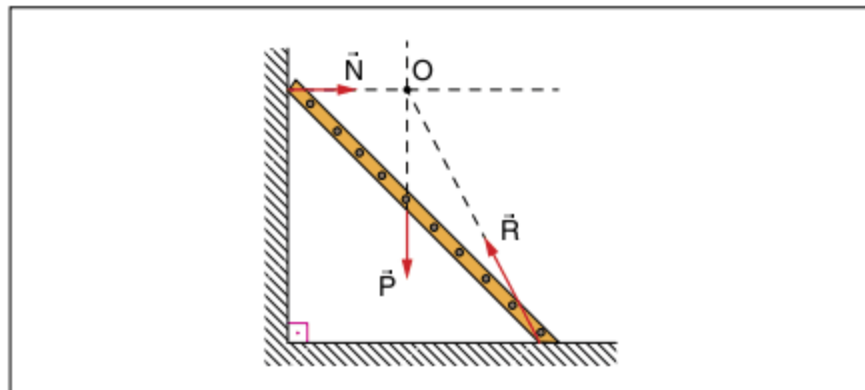


Fig. 14 Forças atuantes em uma escada apoiada.

A força de contato  $R$  pode ser decomposta em uma componente tangencial à superfície (força de atrito) e uma componente normal (força normal de apoio).

O teorema das três forças também pode ser aplicado no caso de uma barra apoiada em uma parede e sustentada por uma corda. Atuam nessa barra a força peso  $P$ , vertical e para baixo, e a força de tração  $T$ , na direção do fio. Essas duas forças concorrem no ponto  $O$ , como mostra a figura 15. Portanto, a força de contato  $R$ , entre a parede e a barra, deve ter uma linha de ação que passa pelo ponto  $O$ . Essa força  $R$  tem uma componente tangencial para cima (força de atrito) e uma componente na direção normal (força normal de apoio).

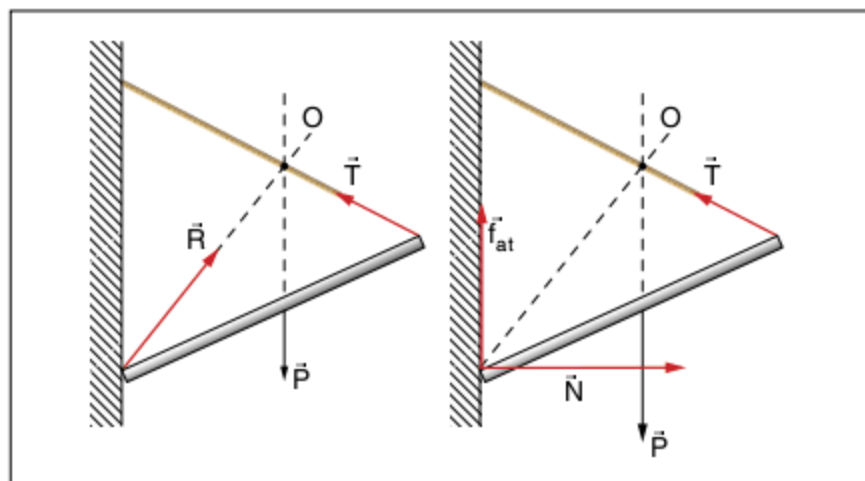


Fig. 15 Forças atuantes em uma barra apoiada em uma parede e sustentada por uma corda.

Outro caso que ilustra a ação das três forças é o de uma esfera suspensa por um fio que está preso a uma parede lisa. As forças normal  $N$  (da parede), peso  $P$  (da esfera) e de tração  $T$  (do fio) atuam na esfera (Fig. 16). As linhas de ação das três forças concorrem em um ponto  $O$ , que se localiza no centro da esfera.

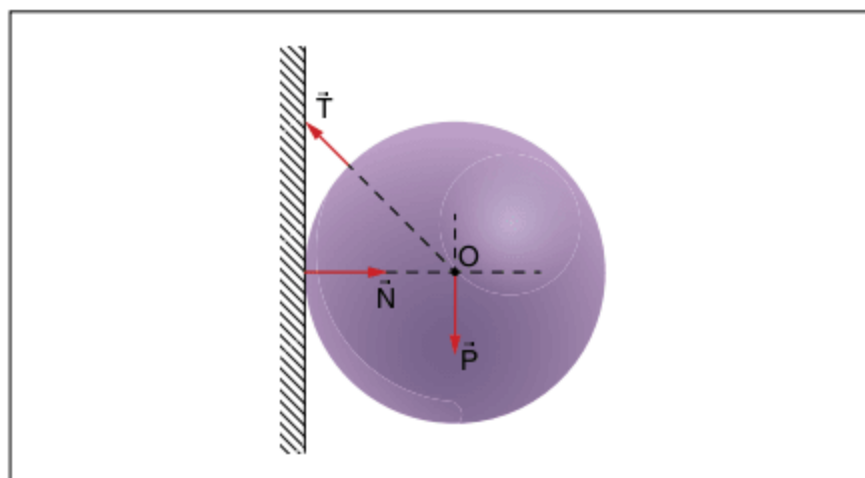


Fig. 16 Forças atuantes em uma esfera suspensa por um fio preso a uma parede lisa.

Assim, o teorema das três forças, de simples enunciado e grande aplicação, pode ser demonstrado por meio de um conceito novo, o torque.

### Torque ou momento de uma força em relação a um ponto

Para que um corpo acelere linearmente, basta aplicarmos nele uma força que a resultante seja não nula. Porém, quais os pré-requisitos para que um corpo comece um movimento rotacional?

Para iniciar uma rotação, não basta apenas aplicar uma força qualquer a um corpo, já que isso não garante que ele começará a girar. Vamos analisar, por exemplo, uma porta: para fechá-la, é necessário empregar uma força; porém, dependendo do ponto de aplicação, da direção e do sentido, a porta pode fechar, abrir ou, simplesmente, não se movimentar. Observe o esquema da figura 17.

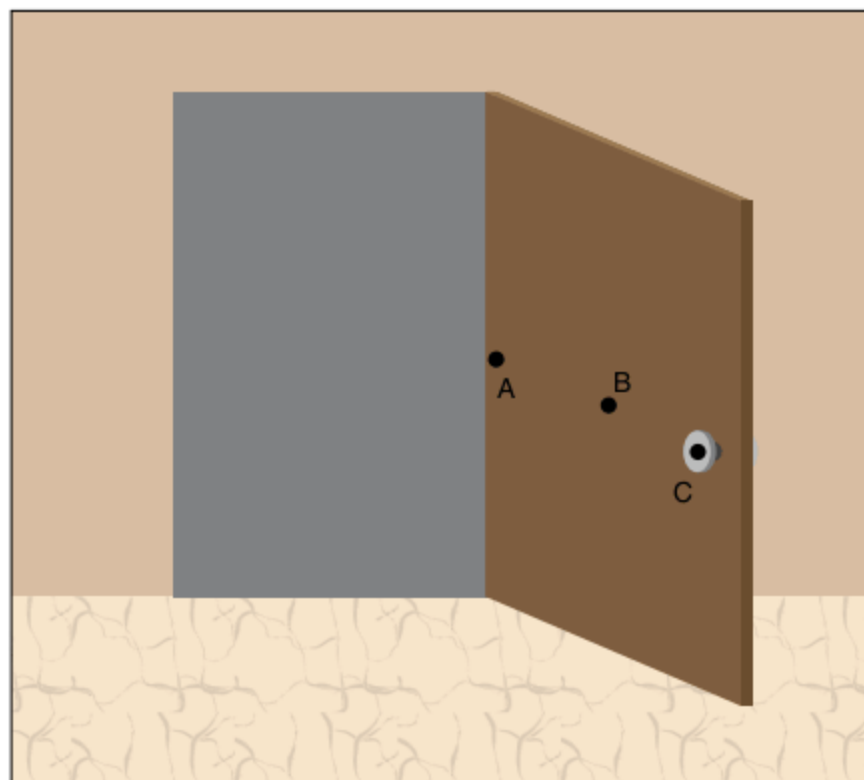


Fig. 17 Em uma porta, dependendo do ponto de aplicação da força, ela abre, fecha ou não se move.

Se for aplicada uma força, no ponto  $A$ , paralela ao plano do chão para tentar abrir a porta, próximo da dobradiça, por exemplo, a porta não abre e nem fecha, independentemente da direção e do sentido da força. (Fig. 18).

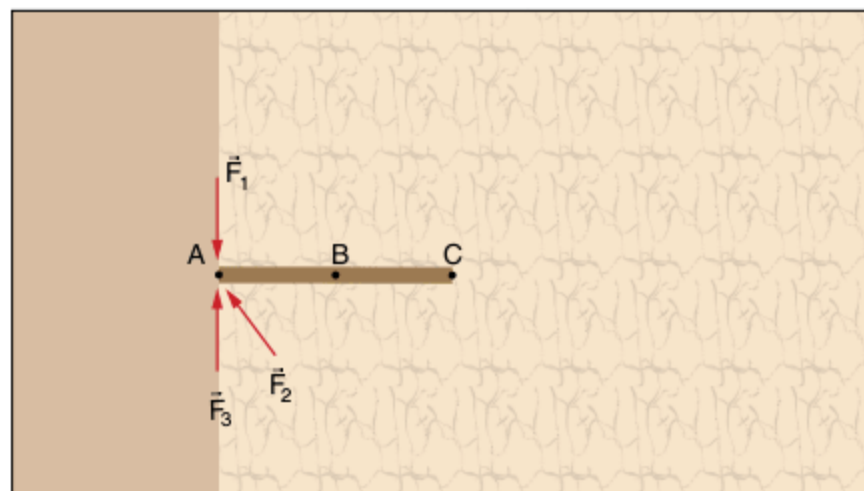


Fig. 18 Vista superior da porta com forças aplicadas no ponto  $A$ .

Empregando a força no ponto C, na extremidade da porta, ainda não temos garantia de que ela fechará (Fig. 19).

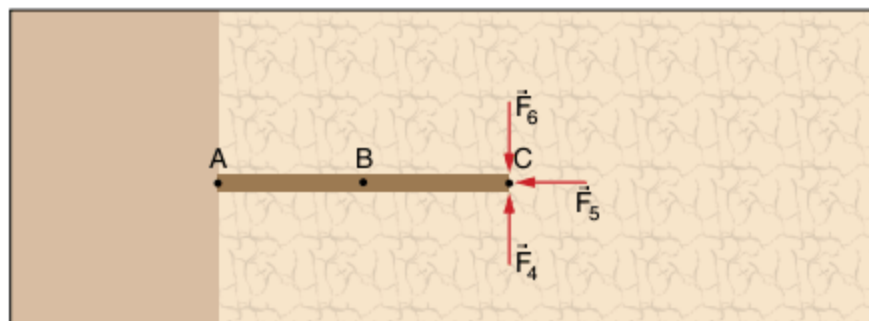


Fig. 19 Vista superior da porta com forças aplicadas no ponto C.

Perceba que a força  $\vec{F}_4$  faz com que a porta abra ainda mais. Já a força  $\vec{F}_5$ , cuja linha de ação passa pela dobradiça, não ocasiona rotação alguma. Porém, se executada, a força  $\vec{F}_6$  poderá fechá-la. Ou seja, para o mesmo ponto de aplicação da força, dependendo da direção e do sentido, movimentos diferentes podem acontecer. Duas forças com o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido, como  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_6$ , podem ocasionar diferentes movimentos do corpo: a força  $\vec{F}_1$  não produz efeito na porta, enquanto  $\vec{F}_6$  faz com que ela feche.

Por sua vez, utilizar uma força  $\vec{F}_7$  no ponto B (Fig. 20) torna mais difícil girar a porta do que ao aplicar a força  $\vec{F}_6$  em C (experimente fazer o teste em um objeto real).

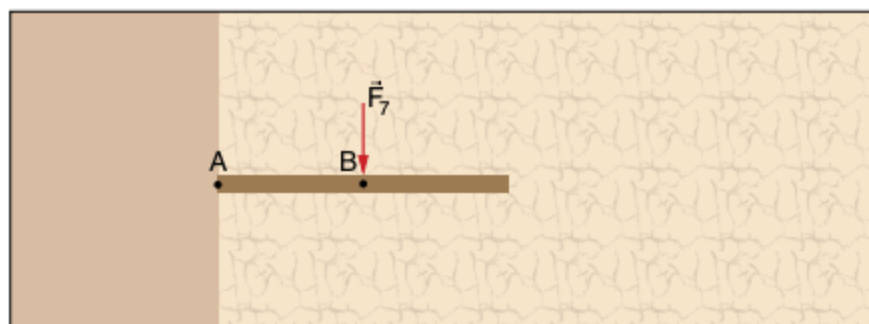


Fig. 20 Vista superior da porta com força aplicada no ponto B.

Ou seja, a distância em relação ao eixo rotacional também influencia na facilidade para girar o corpo. Isso ocorre devido à diferença entre os braços de alavanca: quanto maior a distância da maçaneta à dobradiça, menor a força necessária para a rotação.

Portanto, verificamos que não basta empregar uma força qualquer sobre um corpo para que ele rotacione, é preciso considerar o seu ponto de aplicação, o que influencia bastante no movimento. Assim, para determinar de forma mais precisa a capacidade que as forças têm de rotacionar corpos (efeito rotacional),



Fig. 21 Será que é eficiente posicionar a maçaneta no meio de uma porta? Nesse caso, para abri-la é necessária a aplicação de uma força maior do que se a maçaneta fosse posicionada na extremidade oposta às dobradiças.

utilizamos a grandeza física chamada **torque** ou **momento de uma força (M)**, que relaciona a força em si com o seu ponto de aplicação. No SI, a unidade de medida do torque é o newton-metro (N . m).

Estudaremos casos em que as forças são coplanares. Nessas situações, pode-se calcular o módulo do torque como o produto da intensidade da força aplicada com seu braço de alavanca:

$$M = F \cdot b$$

Onde:

**M** é o torque da força, em N . m;

**F** é a intensidade da força aplicada no corpo, em N;

**b** é o braço de alavanca, em m.

O **braço de alavanca b** é definido como a distância entre a **linha de ação da força** (uma reta que contém a força) e um ponto qualquer, denominado **polo**.

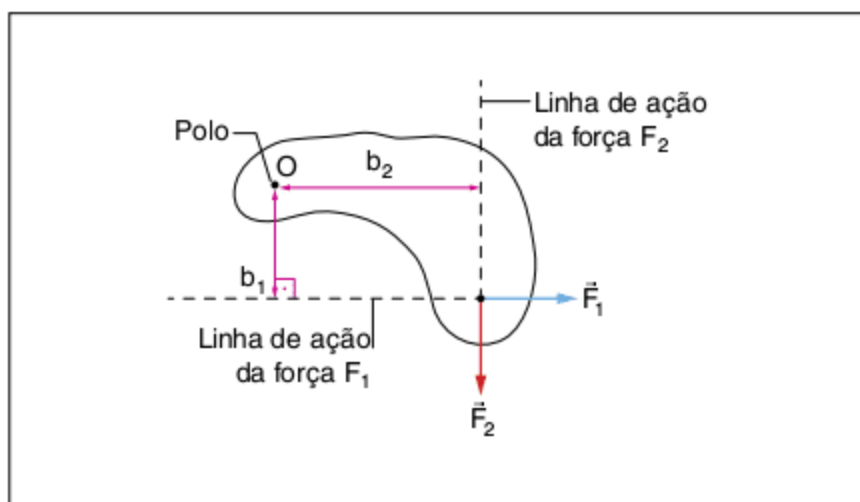


Fig. 22 Corpo passível de rotação no qual estão aplicadas forças que têm braços de alavanca  $b_1$  (braço de alavanca da força  $F_1$ ) e  $b_2$  (braço de alavanca da força  $F_2$ ).

Note que, para definir o braço de alavanca, é necessário que o polo seja escolhido. Assim, ao mudar o polo, o braço de alavanca também é alterado.

Como o corpo, em um determinado plano, pode ter a tendência de rotacionar no sentido horário ou anti-horário, é necessário definir uma convenção de sinais para diferenciar os dois sentidos de rotação possíveis. Desse modo, caso o torque produza uma tendência de rotação no sentido horário, ele será negativo; já no sentido anti-horário, o torque será positivo.

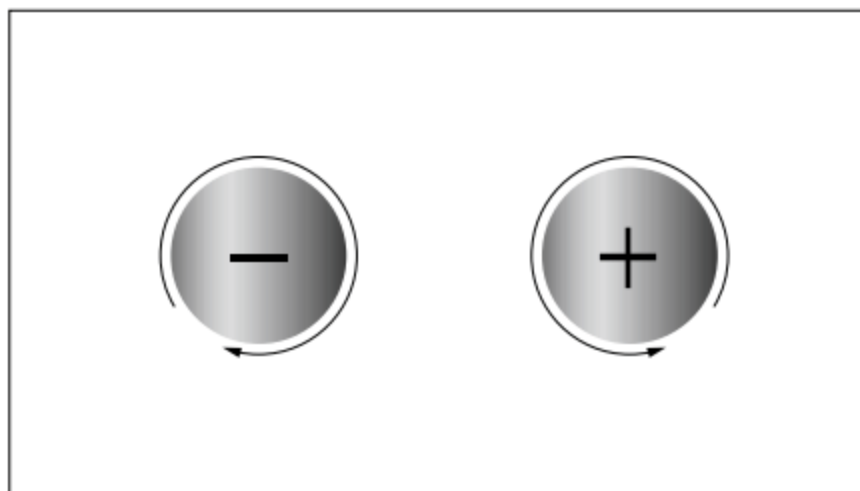


Fig. 23 Quando a rotação ocorre no sentido horário, o torque é negativo; já no sentido anti-horário, o torque é positivo.



O torque é uma grandeza vetorial. Podemos determinar a direção e o sentido desse vetor utilizando a regra da mão direita (Fig. 24).

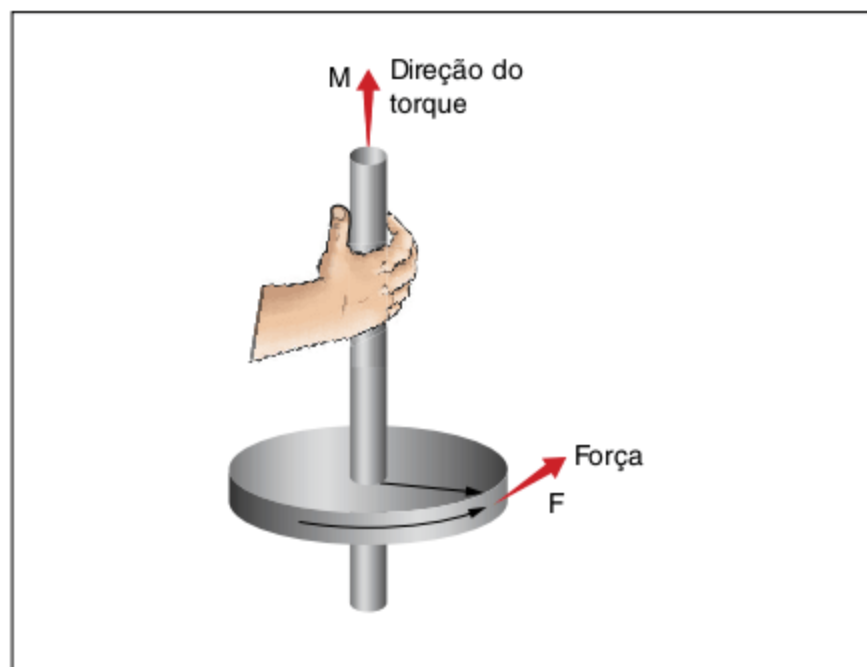
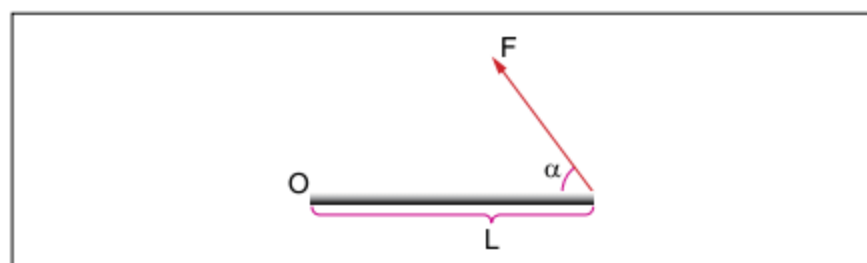


Fig. 24 Para determinar a direção do torque, basta encurvar os dedos da mão direita no sentido da rotação. O dedão fornece a direção e o sentido do torque.

Apesar da regra da mão direita, a convenção de sinais adotada é suficiente para representar torques em sentidos diferentes, não sendo necessário utilizar a notação vetorial.

**Exercícios resolvidos**

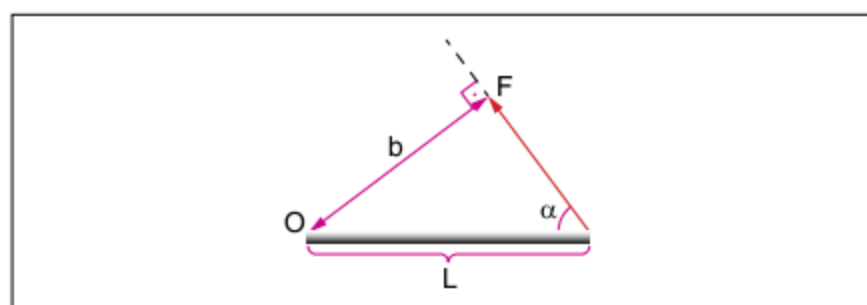
**9** Determine o torque resultante na barra de comprimento  $L = 1 \text{ m}$  devido à força  $F = 100 \text{ N}$ . Adote o ponto  $O$  como polo. Dado:  $\sin \alpha = 0,6$



**Resolução:**

Existem dois métodos equivalentes para determinar o torque da força  $F$ .

**1º método:** nesse primeiro, determinamos diretamente o braço de alavanca ( $b$ ) da força  $F$ :



Assim, temos um triângulo retângulo de hipotenusa  $L$ .

$$\sin \alpha = \frac{b}{L}$$

$$b = L \cdot \sin \alpha$$

$$b = 1 \cdot 0,6$$

$$b = 0,6 \text{ m}$$

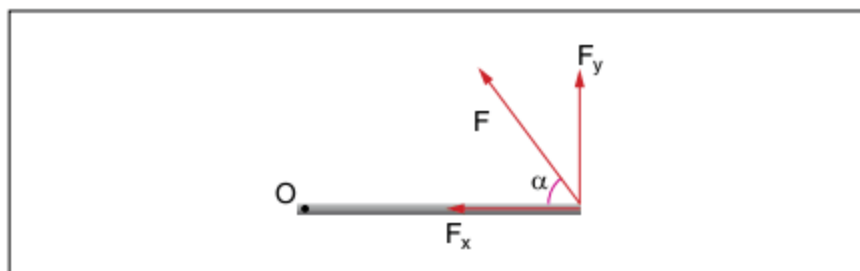
Portanto, o torque da força  $F$  é dado por:

$$M = F \cdot b = 100 \cdot 0,6$$

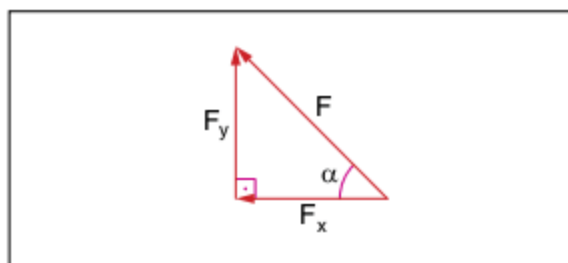
$$M = +60 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O torque é positivo, pois a tendência de giro é no sentido anti-horário.

**2º método:** também pode-se determinar o torque calculando a soma dos momentos das componentes da força em relação ao mesmo ponto. Esse conceito importante é chamado de Princípio dos Momentos ou **teorema de Varignon**.



A componente vertical da força  $F$  é determinada através do triângulo retângulo a seguir:



$$\sin \alpha = \frac{F_y}{F}$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$F_y = 100 \cdot 0,6$$

$$F_y = 60 \text{ N}$$

A força  $F_x$  tem uma linha de ação que passa pelo ponto  $O$  ao longo do comprimento da barra. Assim, ela não causa nenhum torque. O braço de alavanca da força  $F_y$  é o próprio comprimento da barra  $L$ . Portanto, o torque é dado por:

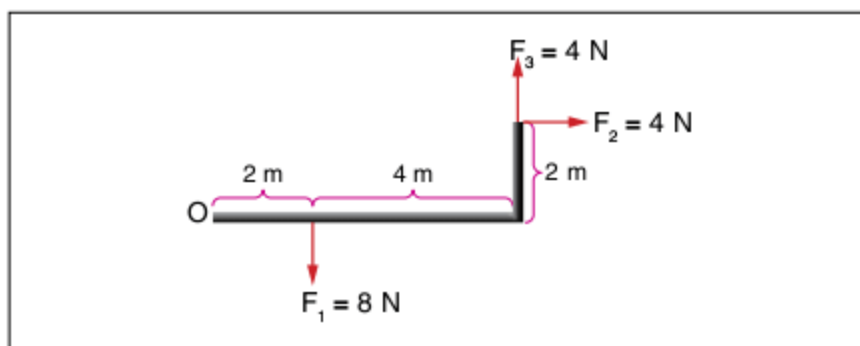
$$M = M_x + M_y$$

$$M = F_x \cdot 0 + F_y \cdot L$$

$$M = 0 + 60 \cdot 1$$

$$M = +60 \text{ N} \cdot \text{m}$$

**10** Determine o torque resultante na placa em formato L da figura a seguir.



**Resolução:**

A força  $F_1$  possui um braço de alavanca de 2 m. Como a força tende a produzir uma rotação no sentido horário, temos:

$$M_1 = F_1 \cdot b_1$$

$$M_1 = -8 \cdot 2$$

$$M_1 = -16 \text{ N} \cdot \text{m}$$

No caso da força  $F_2$ , temos a seguinte situação:



Portanto, o seu torque é negativo, já que a força tende a girar a placa no sentido horário. Assim:

$$M_2 = F_2 \cdot b_2$$

$$M_2 = -4 \cdot 2$$

$$M_2 = -8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

A força  $F_3$  tem um braço de alavanca de 6 m e seu torque é positivo, já que a força tende a girar a placa no sentido anti-horário. Logo:

$$M_3 = F_3 \cdot b_3$$

$$M_3 = +4 \cdot 6$$

$$M_3 = +24 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Veja que a força  $F_2$  tem o mesmo módulo da força  $F_1$ , porém, como seu braço de alavanca é muito maior, o torque também é maior.

Assim, a soma dos torques em relação ao ponto O é nula.

## Condições de equilíbrio

Quando afirmamos que um corpo está em equilíbrio, estamos falando em equilíbrio translacional e rotacional. Para que um corpo em equilíbrio não sofra translação, basta que a resultante das forças que atuam sobre ele seja nula. Porém, para que o corpo também não rotacione, ele não pode ter tendência de girar para qualquer ponto. Assim, o torque resultante, em relação a qualquer ponto, deve ser nulo.

Portanto, para que um corpo esteja em equilíbrio:

$$\vec{F}_R = \vec{0} \text{ (equilíbrio translacional)}$$

$$\vec{M}_R = \vec{0} \text{ (equilíbrio rotacional)}$$

O torque total é a soma dos torques que cada força realiza no corpo em relação a um polo.

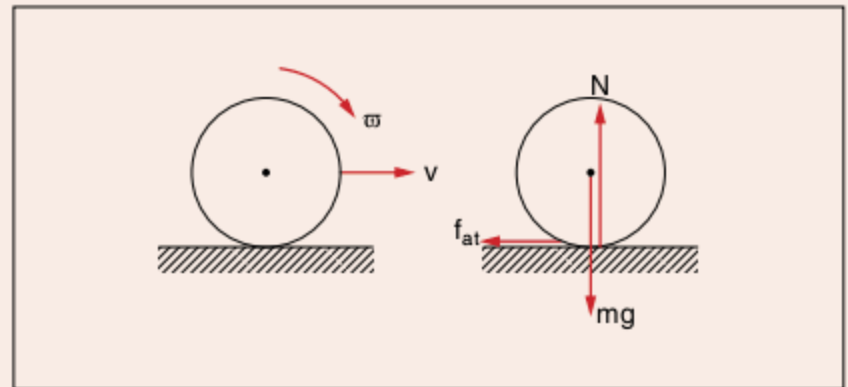
$$\vec{M}_R = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n$$

É importante ressaltar que, na situação em que  $\vec{F}_R = \vec{0}$  (equilíbrio translacional), o torque resultante, mesmo que seja não nulo, será sempre o mesmo, independente do polo escolhido. Porém, durante a solução de um problema, após adotar um ponto como polo, devemos manter esse polo até o término da resolução.

## SAIBA MAIS

### Por que uma esfera em rolamento diminui sua velocidade?

Ao lançar uma esfera em uma superfície horizontal, ela reduz sua velocidade até atingir o repouso. As forças que atuam nessa esfera são a peso  $P$ , a normal  $N$  e a de atrito  $f_{at}$ . Como existe uma diminuição da aceleração, a esfera é freada pela ação da força de atrito que está contra o sentido da velocidade. Porém, essa força também produz um torque no sentido horário, que faz com que a velocidade angular da esfera de fato aumente, ganhando aceleração.



É importante notar que, para a esfera diminuir sua velocidade angular, é necessário um torque no sentido anti-horário. Assim, esse torque é gerado pela força normal, que, na prática, não possui a linha de ação passando pelo centro da esfera. Enquanto a esfera se movimenta, existe uma área de contato entre ela e o chão (e não apenas um ponto). Como resultado de uma pequena deformação na superfície de contato entre a esfera e o chão, a força normal é deslocada para a direita, produzindo, assim, um torque anti-horário que causa a desaceleração angular.

Considere uma caixa sobre uma mesa, por exemplo. Nessa caixa são aplicadas forças em um mesmo plano horizontal paralelo à mesa, além da força peso e da força normal, que acabam se anulando:

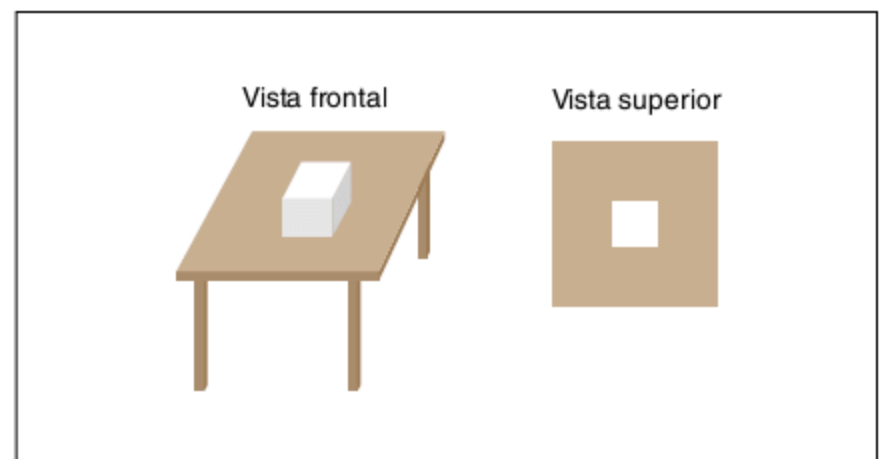


Fig. 25 Vista frontal e superior da caixa sobre a mesa.

Vamos considerar, inicialmente, que a caixa está sujeita a três forças coplanares, aplicadas de acordo com a figura 26.

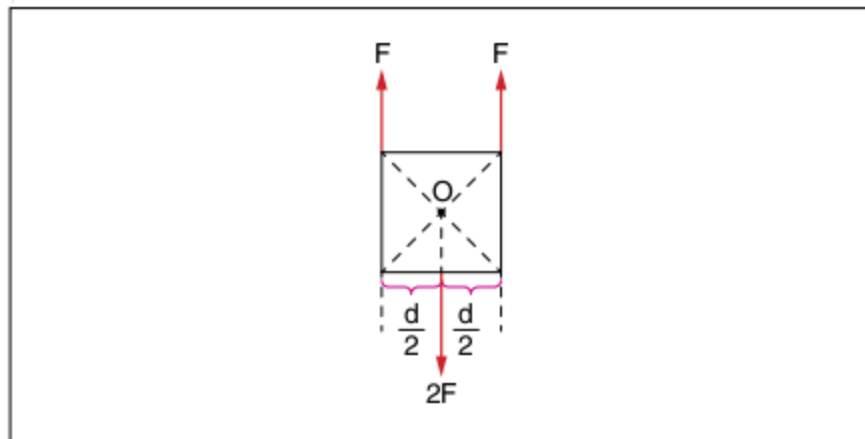


Fig. 26 Forças coplanares aplicadas sobre a caixa.

A condição de equilíbrio translacional para esse sistema é satisfeita, já que:

$$F_R = F + F - 2F = 0$$

Dessa forma, a caixa não translada sobre a mesa (não tem aceleração linear).

Para calcular o torque resultante, inicialmente precisamos escolher um ponto como polo. Assim, adotando o centro da caixa como polo (ponto O), temos:

$$M_R = F \cdot d - F \cdot d = 0$$

Dessa forma, a condição de equilíbrio rotacional para esse sistema também é satisfeita, e a caixa não rotaciona.

Repare que, como  $F_R = 0$ , qualquer ponto adotado como polo resultará em  $M_R = 0$ . Por exemplo, adotando um ponto A como polo (Fig. 27), temos:

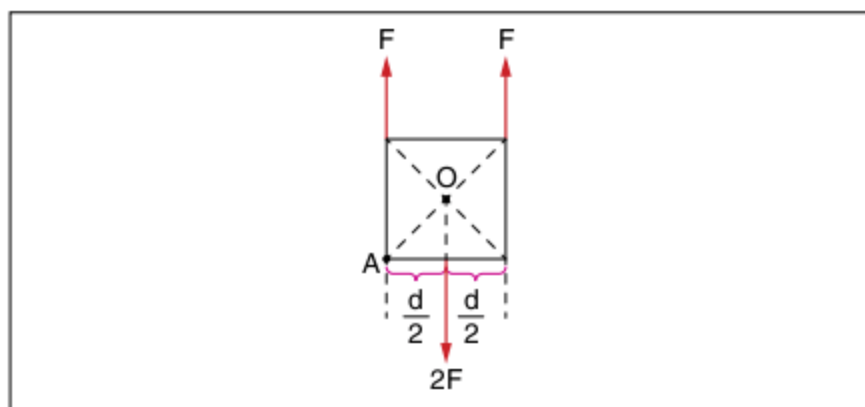


Fig. 27 Forças coplanares aplicadas sobre a caixa com o polo no ponto A.

$$M_R = F \cdot d - 2F \cdot \frac{d}{2} = 0$$

Vamos considerar agora que a caixa está sujeita a duas forças coplanares de intensidades iguais, aplicadas de acordo com a figura.

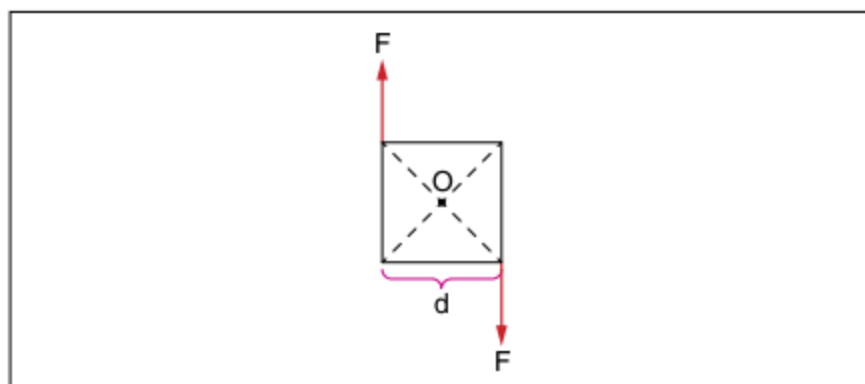


Fig. 28 Forças coplanares de intensidades iguais aplicadas sobre a caixa.

Nessa situação,  $F_R = F - F = 0$ . Logo, a caixa está em equilíbrio translacional e não tem aceleração linear.

Adotando o centro da caixa como polo, temos que o momento resultante é dado por:

$$M_R = F \cdot \frac{d}{2} + F \cdot \frac{d}{2} = F \cdot d$$

Mesmo que seja alterado o ponto escolhido como polo, como  $F_R = 0$ , o torque resultante será sempre o mesmo.

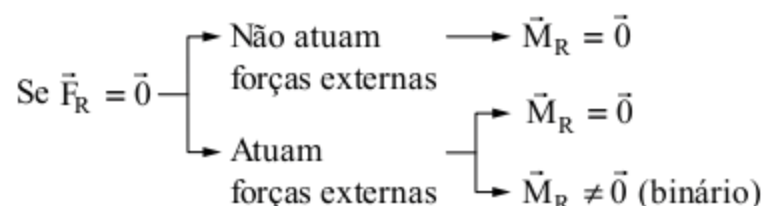
Quando dispomos de duas forças de mesmo módulo, sentidos opostos e linhas de ação distintas (não colineares), temos um sistema chamado de **binário**. Em binários, o torque resultante é sempre o mesmo, independente do polo escolhido, e vale  $M = F \cdot d$ , em que  $d$  é a distância entre as linhas de ação das forças, e  $F$  é o módulo de cada força aplicada. No binário, é importante notar que, mesmo que a resultante de forças seja zero, existe aceleração angular.

## ATENÇÃO!

Se a soma de todas as forças que agem em um corpo rígido é zero, ele não está necessariamente em equilíbrio, já que pode haver um torque resultante, como no caso do binário.

É importante ressaltar que, se a resultante de forças for nula, temos três situações possíveis:

- I. Não atuam forças no corpo, nesse caso o torque resultante é, certamente, nulo.
- II. Atuam forças no corpo cuja soma vetorial é nula, e o torque resultante também é nulo.
- III. Atuam forças no corpo cuja soma vetorial é nula, porém o torque resultante é diferente de zero (ex.: binário).



Agora, vamos considerar que aquela mesma caixa está sujeita a duas forças coplanares de intensidades diferentes, aplicadas de acordo com o que mostra a figura 29.

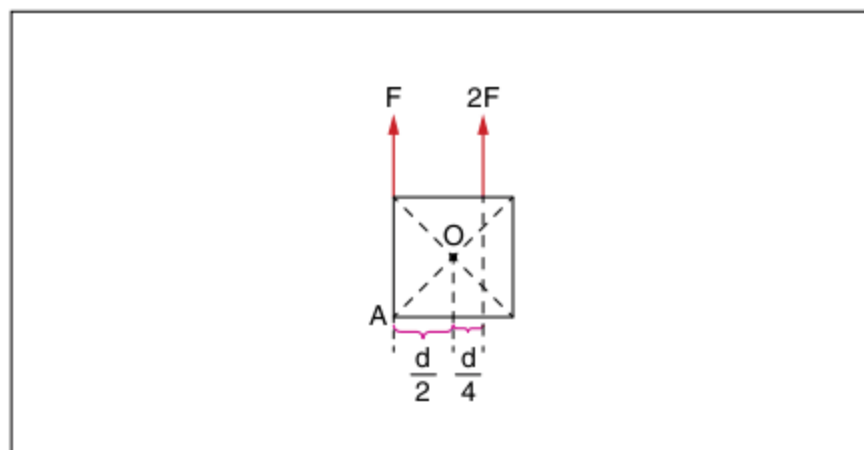


Fig. 29 Forças coplanares de intensidades diferentes aplicadas sobre a caixa.

Nessa situação, a força resultante não é nula,  $F_R = F + 2F = 3F$ . Com isso, o corpo não está em equilíbrio translacional. Assim, nesse caso, para analisar se o corpo está em equilíbrio rotacional, não podemos adotar qualquer ponto como polo. Em situações como essa, o torque resultante se altera em função do polo escolhido, por isso, precisamos adotar o centro de massa (CM) do sistema como referência para a análise.

Adotando o centro de massa como polo, o torque resultante é:

$$M_{CM} = 2F \cdot \frac{d}{4} - F \cdot \frac{d}{2} = 0$$

Dessa forma, a caixa translada, porém não rotaciona.

Já se adotássemos o ponto A como polo, o torque resultante não seria o mesmo:

$$M_A = 2F \cdot \left( \frac{d}{4} + \frac{d}{2} \right) = \frac{3Fd}{2}$$

Se a caixa for acelerada para cima por meio de uma força de tração T maior que o peso da caixa P (Fig. 30), o torque resultante, em relação ao centro de massa O da caixa, é nulo, já que as linhas de ação das forças de tração e do peso passam pelo ponto O, e os braços de alavanca são nulos. Isso significa que a caixa translada, mas não rotaciona.

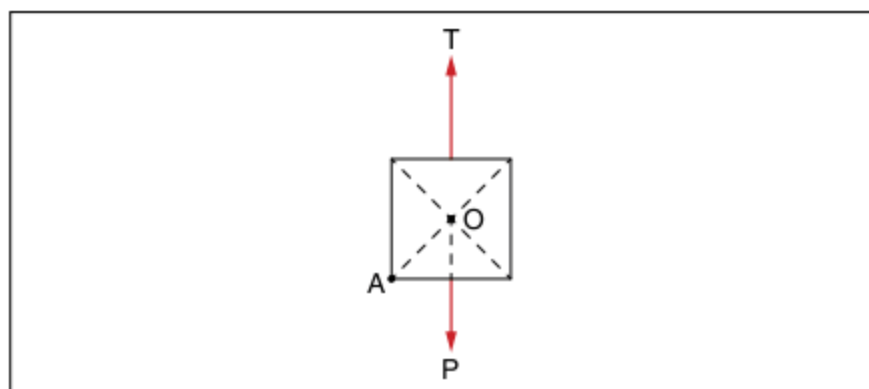


Fig. 30 Caixa acelerada para cima por uma força de tração T ( $T > P$ ).

Porém, em relação ao ponto A, o torque resultante seria diferente de zero, já que:

$$M_A = T \cdot d - P \cdot d = (T - P) \cdot d$$

A análise utilizando o ponto A como polo não tem sentido físico, pois é intuitivo que a caixa não rotaciona nesse caso.

## ATENÇÃO!

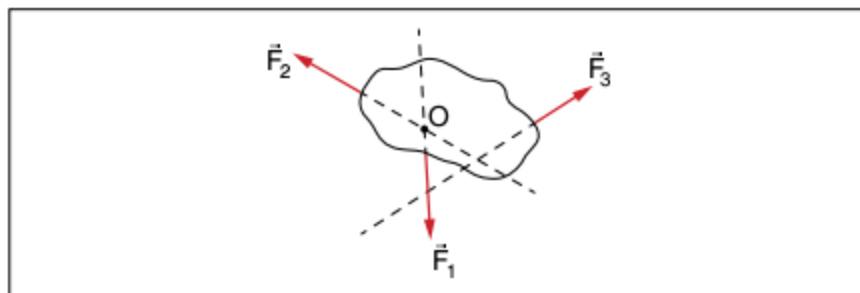
Se a força resultante for não nula, o corpo não está em equilíbrio, já que ele tem aceleração linear. Porém, para que ele não rotacione, basta que o torque resultante em relação ao centro de massa seja nulo.

### Exercícios resolvidos

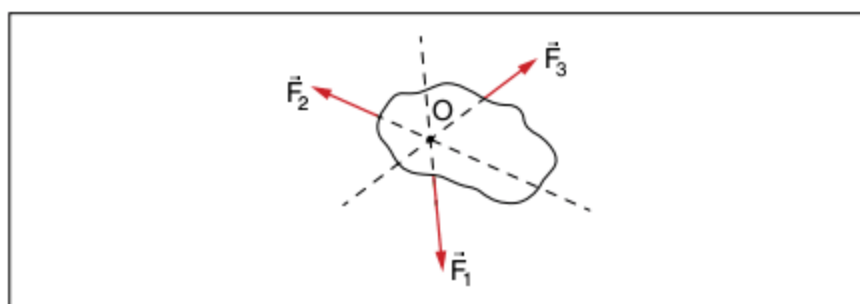
**11** Demonstre que, se um corpo estiver em equilíbrio sob a ação de três forças concorrentes, essas forças devem concorrer em um único ponto.

### Resolução:

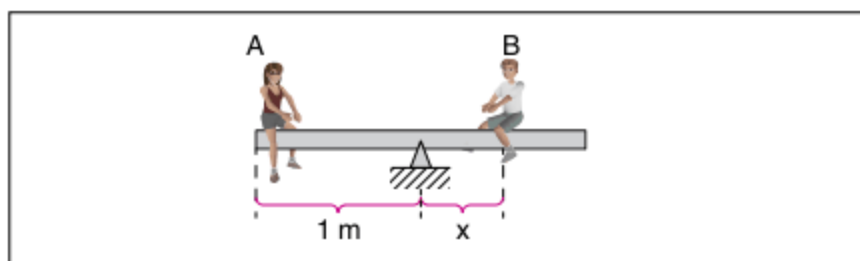
Considere as forças  $F_1$  e  $F_2$  que concorrem no ponto O. Se a linha de ação da força  $F_3$  não passar por O, essa força  $F_3$  gerará um torque em relação ao ponto O.



Assim, o corpo não ficará em equilíbrio rotacional, o que é um absurdo já que ele, por hipótese, está em equilíbrio. Desse modo, a linha de ação de  $F_3$  precisa passar pelo ponto O, e as três forças concorrem nesse mesmo ponto.

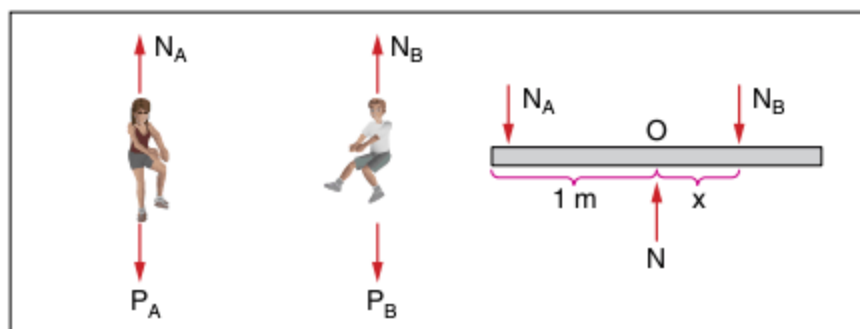


**12** Uma garota de massa  $m_A = 40$  kg está na extremidade de uma gangorra de 2 metros de comprimento e massa desprezível. Um garoto de massa  $m_B = 60$  kg está a uma distância x do apoio central. Determine a distância x para que a gangorra permaneça em equilíbrio. Considere  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.



### Resolução:

Isolando os corpos, temos o seguinte diagrama de forças:

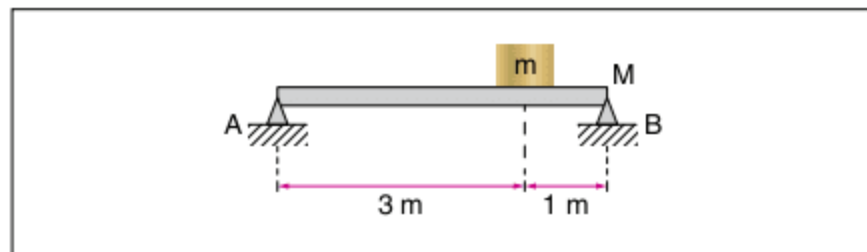


Como os corpos estão em equilíbrio,  $N_A = P_A$  e  $N_B = P_B$ . Adotando o ponto de apoio O como polo, a equação de equilíbrio rotacional nos fornece:

$$M_R = 0 \Rightarrow N_A \cdot 1 - N_B \cdot x = 0 \Rightarrow P_A \cdot 1 = P_B \cdot x$$

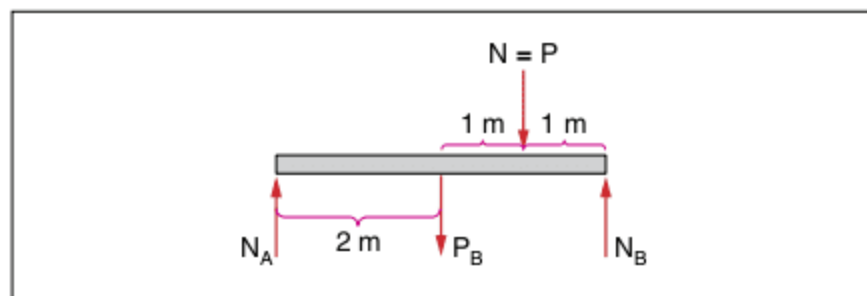
$$x = \frac{P_A}{P_B} = \frac{400}{600} \Rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3} \text{ m}}$$

**13** Uma barra de massa  $M = 4$  kg e comprimento 4 metros está apoiada em suas extremidades A e B. Um bloco de massa  $m = 2$  kg está colocado a 1 metro de uma das extremidades. Determine a reação nos apoios A e B.



**Resolução:**

Como o bloco está em equilíbrio, a força peso é igual à normal que a barra faz no bloco. Isolando a barra, temos:



Para o equilíbrio translacional, temos:

$$F_R = 0 \Rightarrow N_A + N_B = P + P_B$$

$$N_A + N_B = 20 + 40$$

$$N_A + N_B = 60 \text{ N}$$

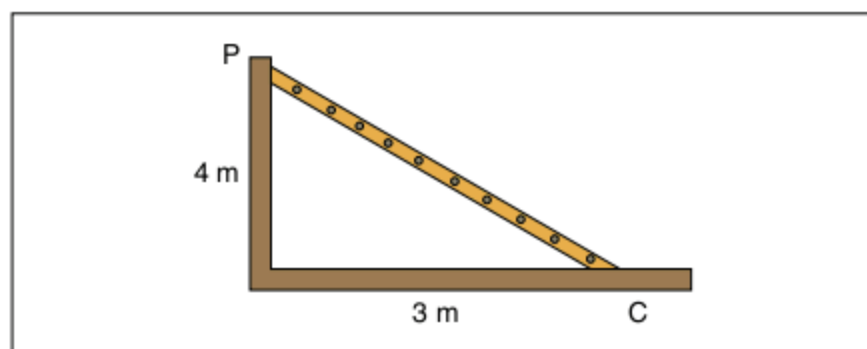
Adotando o ponto A como polo, para o equilíbrio rotacional, verificamos que:

$$M_R = 0 \Rightarrow N_B \cdot 4 - P_B \cdot 2 - P \cdot 3 = 0$$

$$N_B \cdot 4 = 40 \cdot 2 + 20 \cdot 3$$

$$N_B = 35 \text{ N}, \text{ portanto, } N_A = 25 \text{ N}$$

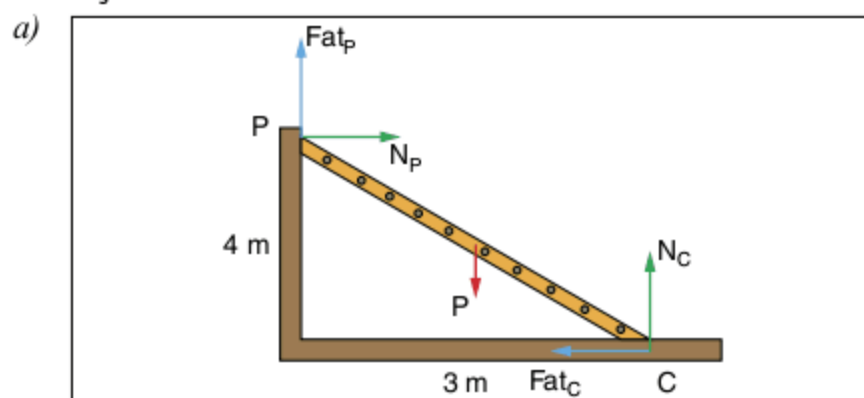
**14** Unicamp Uma escada homogênea de 40 kg apoia-se sobre uma parede, no ponto P, e sobre o chão, no ponto C.



Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- Desenhe as setas representativas das forças peso, normal e de atrito em seus pontos de aplicação.
- É possível manter a escada estacionária não havendo atrito em P? Nesse caso, quais os valores das forças normal e de atrito em C?

**Resolução:**



b) Sim. Nesse caso, para equilíbrio, o torque resultante em torno do ponto C deve ser nulo.

O peso gera um torque no sentido anti-horário que deve ser igual, em módulo, ao torque da normal  $N_P$  no sentido horário.

$$P \cdot b_P = N_P \cdot b_N$$

O braço de alavanca do peso ( $b_P$ ) é a distância da linha de ação do peso ao ponto C, que vale  $b_P = 1,5 \text{ m}$ .

O braço de alavanca da normal em P ( $b_N$ ) é a distância da linha de ação dessa normal ao ponto C, e vale exatamente a altura  $b_N = 4 \text{ m}$ .

Assim:

$$P \cdot 1,5 = N_P \cdot 4$$

$$400 \cdot 1,5 = N_P \cdot 4$$

$$N_P = 150 \text{ N}$$

Para equilíbrio translacional na horizontal,  $fat_C = N_P$

$$\text{Logo, a } Fat_C = 150 \text{ N}$$

A  $N_C$  deve ser igual ao peso para equilíbrio translacional na vertical. Portanto,  $N_C = 400 \text{ N}$ .

**Tombamento e escorregamento**



Fig. 31 O edifício Capital Gate, em Abu Dhabi, tem uma inclinação de  $18^\circ$ . É o edifício mais inclinado do mundo.

No capítulo de Dinâmica, aprendemos sobre a força de contato normal, resultante da interação entre superfícies quando existe um esmagamento entre elas. O ponto de aplicação dessa força não era relevante naquele capítulo, já que nos preocupávamos apenas com a análise translacional, mas é relevante no estudo do tombamento e do escorregamento.

Quando puxamos uma caixa para a direita, dependendo da intensidade e do ponto de aplicação da força, a caixa pode tombar. Nessas situações, o ponto de aplicação da força normal vai se deslocando para tentar garantir o equilíbrio rotacional e, na situação limite (iminência de tombar), a normal se concentra em torno do ponto de rotação do sistema. Veja os exemplos a seguir:

### Exercícios resolvidos

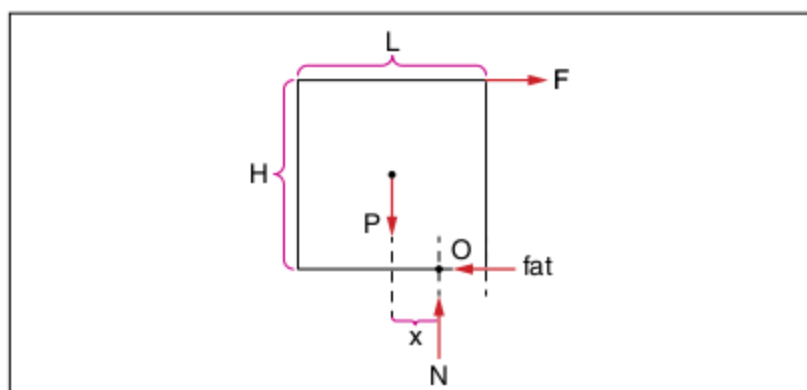
**15** Para um bloco de peso  $P = 20 \text{ N}$  cuja base tem comprimento  $L = 20 \text{ cm}$  e altura  $H = 10 \text{ cm}$ , determine:

- a) a posição do ponto de aplicação da força normal quando o bloco está sujeito a uma força  $F = 10 \text{ N}$ .
- b) a força mínima para que o bloco esteja na iminência de tombar.

Considere que a força de atrito é suficiente para manter o bloco em equilíbrio translacional.

#### Resolução:

a) O diagrama das forças que atuam no bloco é dado por:

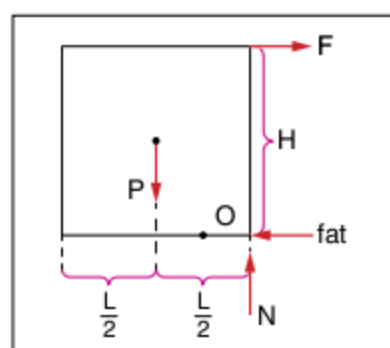


Para um equilíbrio rotacional, o torque resultante deve ser nulo. Adotando como polo o ponto de aplicação da força normal, temos:

$$M_R = 0 \Rightarrow P \cdot x - F \cdot H = 0 \Rightarrow x = \frac{F \cdot H}{P}$$

$$x = \frac{10 \cdot 10}{20} \Rightarrow \boxed{x = 5 \text{ cm}}$$

b) Na iminência de tombar, a força normal se concentra toda na quina do bloco. Assim, adotando a quina como polo, temos:

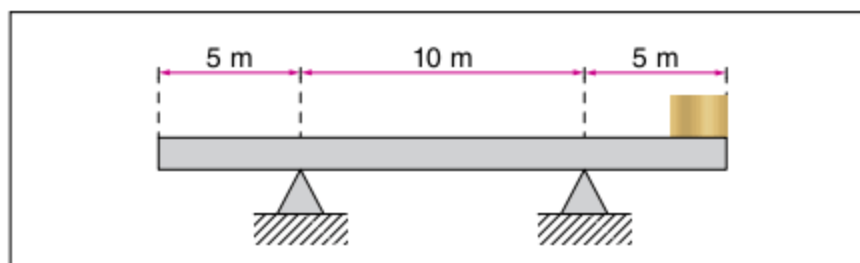


$$M_R = 0 \Rightarrow P \cdot \frac{L}{2} - F \cdot H = 0$$

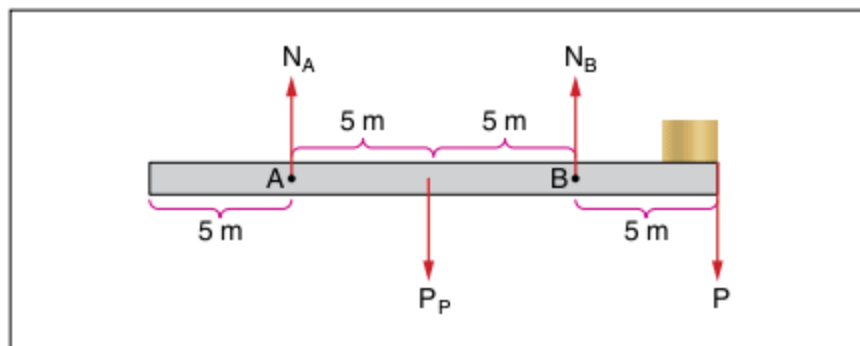
$$\Rightarrow F = \frac{P \cdot L}{2H}$$

$$F = \frac{20 \cdot 20}{2 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{F = 10 \text{ N}}$$

**16** Determine o maior valor do peso  $P$  que pode ser colocado na borda da prancha da figura a seguir para que ela se mantenha em equilíbrio. O peso da prancha é  $P_p = 10 \text{ N}$ .



#### Resolução:



Quando o peso for muito grande, a prancha estará na iminência de tombar em torno do apoio  $B$ . Assim, ela estará também na iminência de perder contato com o apoio  $A$ . Portanto, podemos considerar a normal  $N_A = 0$ .

Adotando o ponto  $B$  como polo, temos:

$$M_R = 0 \Rightarrow P_p \cdot 5 - P \cdot 5 = 0$$

$$\boxed{P = P_p = 10 \text{ N}}$$

Na iminência do sistema girar, a força de contato age apenas sobre um dos apoios, nesse caso, o apoio  $B$ , sobre o qual todo o sistema rotaciona.

Quando apoiamos um bloco sobre um plano inclinado, dependendo da inclinação desse plano, o bloco pode permanecer em equilíbrio ou tombar. Isso porque a linha de ação da força peso não pode ultrapassar o último ponto de apoio – a quina do bloco – pois, se ultrapassar, a força peso realizará um torque de tombamento (Fig. 32).

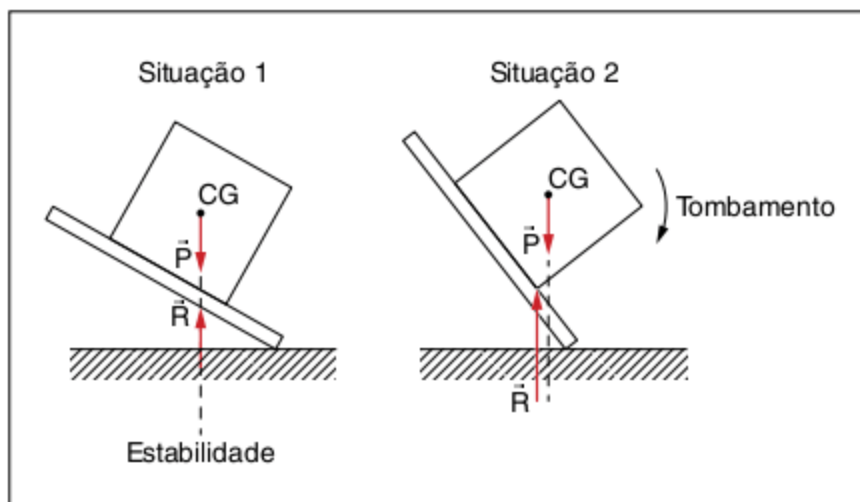


Fig. 32 Na primeira situação, a linha de ação da força peso está sobre a área de suporte, e o bloco fica em equilíbrio. Na segunda situação, a linha de ação da força peso está fora da área de suporte, fazendo com que ocorra o tombamento do bloco.

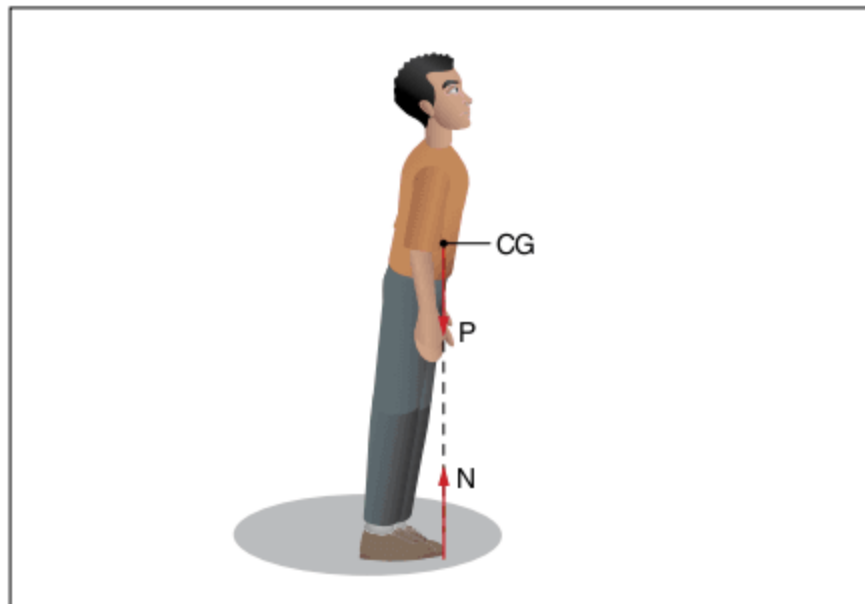


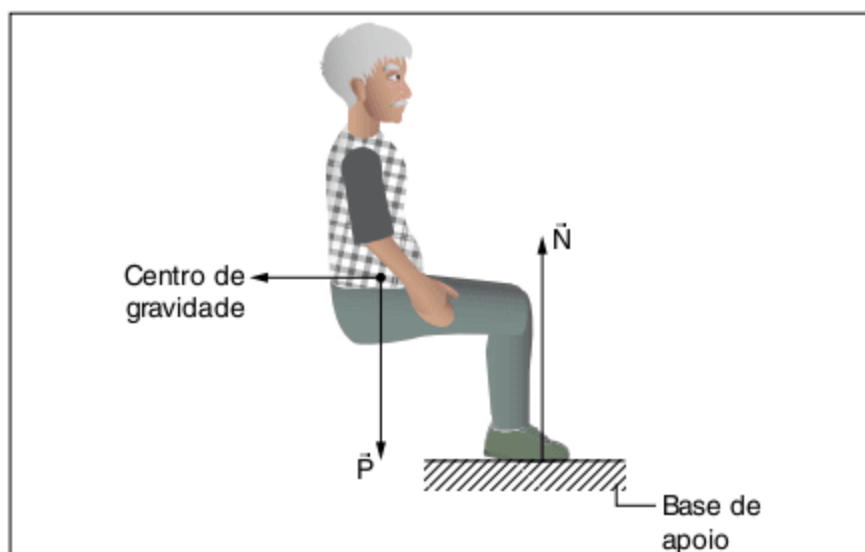
Fig. 33 Para que uma pessoa se incline para frente e não tombe, a linha de ação da força peso não pode passar da extremidade do pé.



Fig. 34 O famoso movimento em que Michael Jackson se inclina para frente só é possível pois a sola de seu sapato é presa ao chão através de um prego.

Quanto maior for a área de apoio e mais baixo for o centro de gravidade, mais estável será o corpo.

Uma pessoa sentada com o tronco ereto não consegue se levantar sem se apoiar em algo, já que, ao perder contato com a cadeira, a linha de ação da força peso não coincide com a linha de ação da força normal (na base de apoio). Assim, um torque faz com que o corpo retorne à posição de equilíbrio.



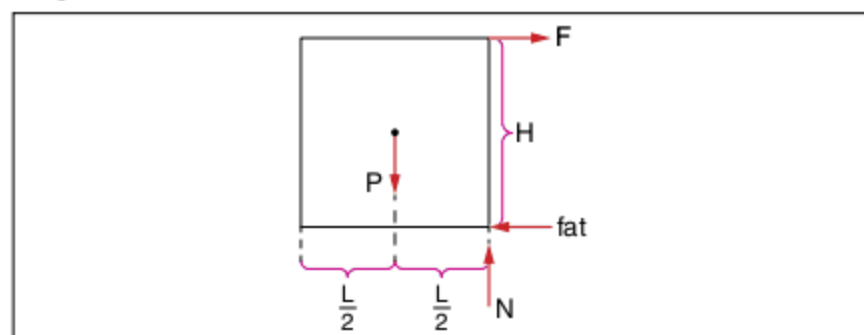
Voltando ao exemplo da caixa, quando ela é puxada para direita, dependendo da intensidade da força, ela pode tombar. Porém, se a caixa estiver sobre uma superfície com atrito, dependendo da intensidade da força, ela também pode escorregar. O que acontece primeiro, o tombamento ou o escorregamento?

### Exercício resolvido

**17** Um bloco de peso  $P$ , altura  $H$  e base  $L$  repousa em uma superfície de coeficiente de atrito estático  $\mu$ . Se no topo do bloco é aplicada uma força  $F$ , determine as condições para que ele escorregue e para que tombe.

#### Resolução:

Para que o bloco tombe, o torque da força  $F$  deve ser maior que o torque do peso. Nesse caso, a força normal se encontra na quina do bloco:



$$M_F > M_P \Rightarrow F \cdot H > P \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow F > \frac{PL}{2H}$$

Na iminência do bloco escorregar, a força de atrito estático é máxima:

$$F > fat_{\max} \Rightarrow F > \mu P$$

Portanto, o bloco escorrega antes de tombar:

$$\mu < \frac{L}{2H}$$

E ele tombará antes de escorregar se:

$$\mu > \frac{L}{2H}$$

## Tipos de equilíbrio



Fig. 35 Balanced Rock (rocha equilibrada) – à esquerda da imagem –, localizada no Arches National Park (EUA). O tamanho total da formação é 39 m, sendo que a rocha equilibrada acima da base mede 16,75 m.

Quando um corpo está sujeito a uma pequena perturbação, ele pode ter a tendência a voltar à posição original, a tombar ou a permanecer na nova posição, o que caracteriza situações de equilíbrio estável, instável ou indiferente, respectivamente.

Vamos analisar uma placa sustentada por uma força  $F$  no ponto  $A$ , conforme a figura 36.

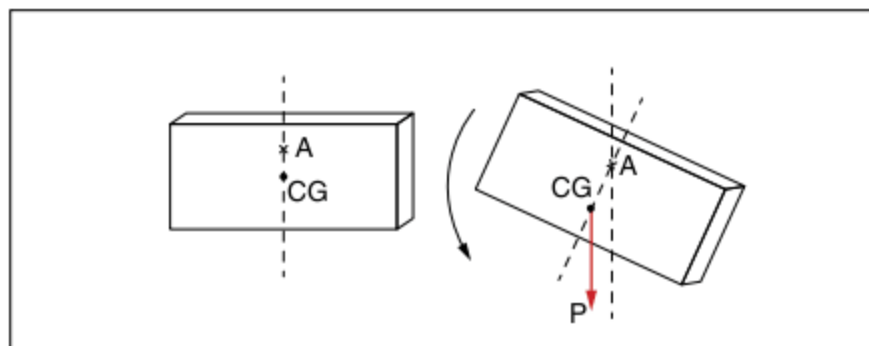


Fig. 36 O equilíbrio estável é quando a força peso está abaixo do ponto de suspensão.

No centro de gravidade (CG) atua a força peso  $P$ . Quando deslocamos um pouco a placa, a força peso age com um torque restaurador, e a placa retorna à posição de equilíbrio. Essa é uma situação típica de **equilíbrio estável**.

Se o ponto de aplicação da força  $F$  ficar abaixo do centro de gravidade, uma perturbação fará com que o peso atue com um torque de tombamento, caracterizando um tipo de **equilíbrio instável**.

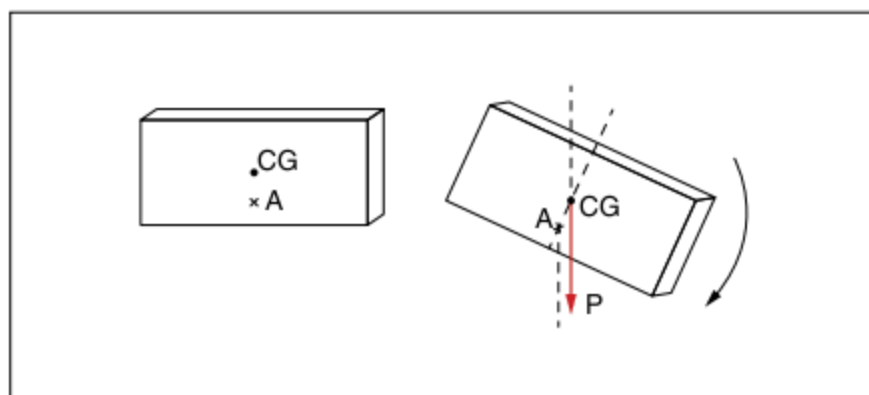


Fig. 37 O equilíbrio instável é quando a força peso está acima do ponto de suspensão.

Porém, se a força de suspensão estiver exatamente sobre o centro de gravidade (CG), a placa permanece na mesma posição. Nesse caso, temos um **equilíbrio indiferente**.

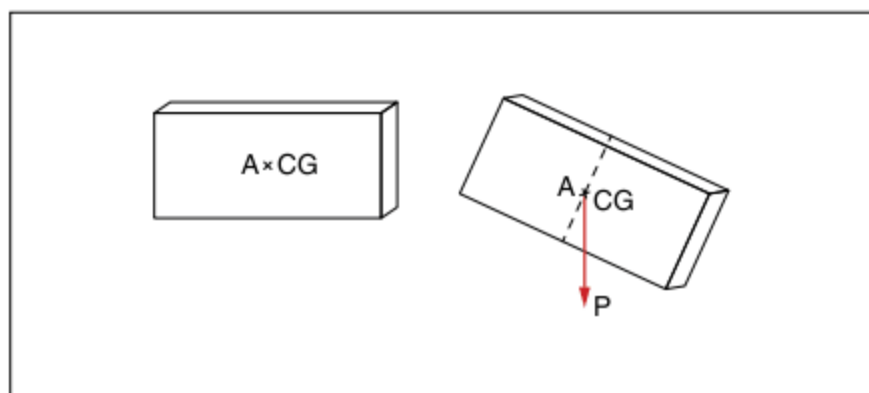


Fig. 38 O equilíbrio indiferente é quando a força de suspensão está exatamente sobre o centro de gravidade.

Portanto, de maneira geral, quando deslocamos um corpo e o seu centro de gravidade é transferido mais para cima, o equilíbrio é estável. Se, após o deslocamento, o centro de gravidade for deslocado mais para baixo, o equilíbrio é instável. Porém, se não houver alteração na posição do centro de gravidade, o equilíbrio é indiferente.

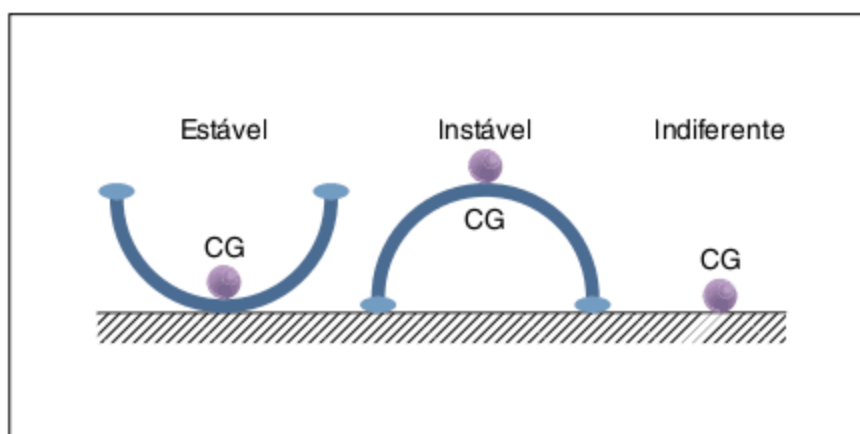


Fig. 39 Representações de um corpo em diferentes situações de equilíbrio.

O brinquedo João Bobo, por exemplo, possui centro de gravidade em sua parte inferior, devido a um contrapeso. Assim, quando é realizada uma perturbação, o contrapeso dá origem a um torque restaurador que faz com que o brinquedo retorne para a posição de equilíbrio, caracterizando uma situação de equilíbrio estável.

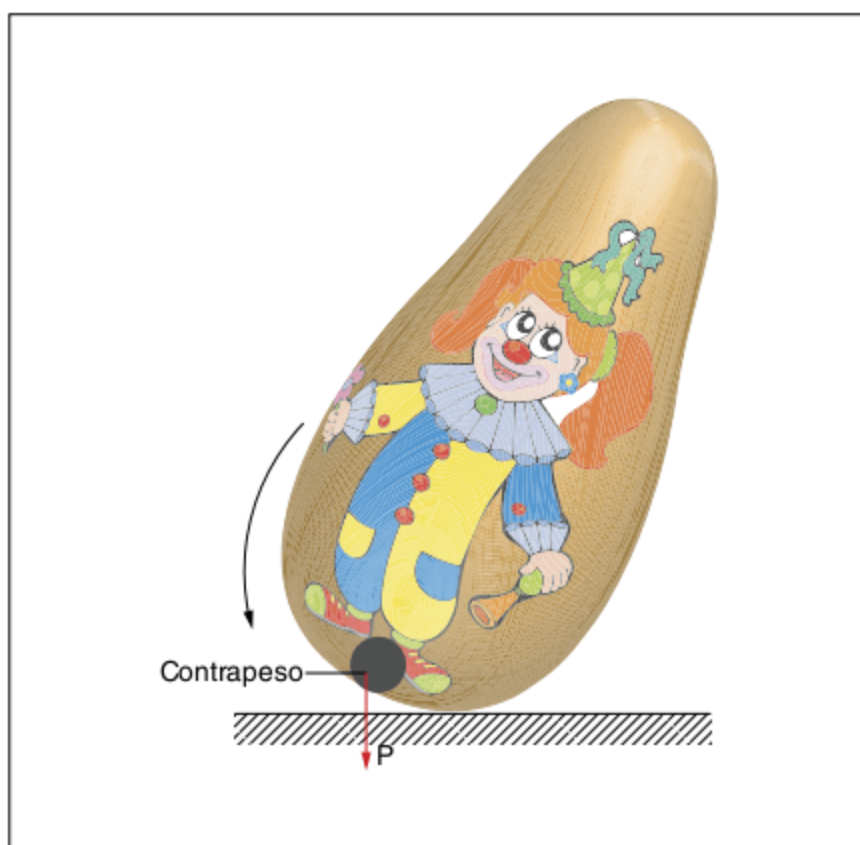
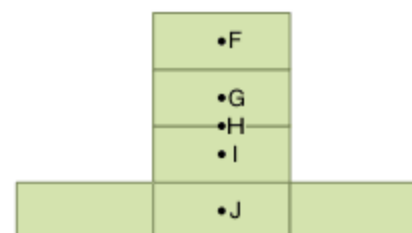


Fig. 40 O brinquedo João-bobo, ou João-teimoso, se caracteriza por um equilíbrio estável, já que o contrapeso em sua base dá origem a um torque de restauração.

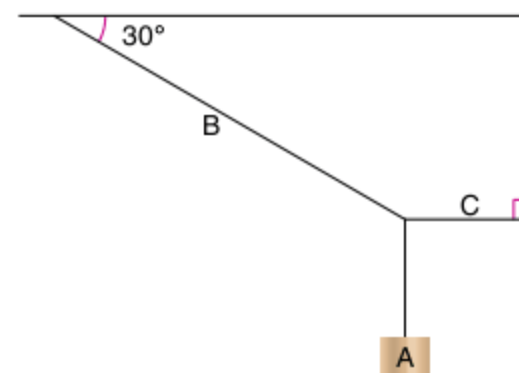


## Revisando

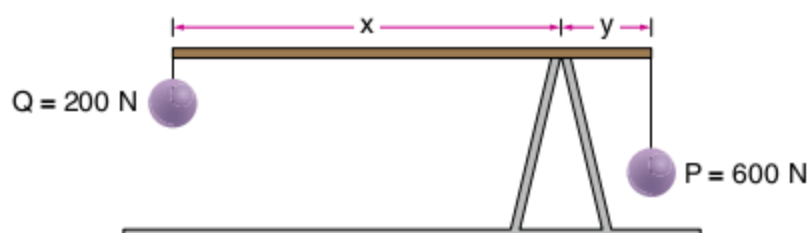
**1 Cesgranrio (Adapt.)** Seis peças de um jogo de dominó estão dispostas como na figura. Qual dos pontos indicados (F, G, H, I, J) é o que melhor localiza o centro de massa desse conjunto? Justifique.



**2** Um bloco A, que possui peso igual a 300 N, é suspenso por duas cordas ideais B e C, de acordo com a figura a seguir. Qual o valor da tração na corda B?

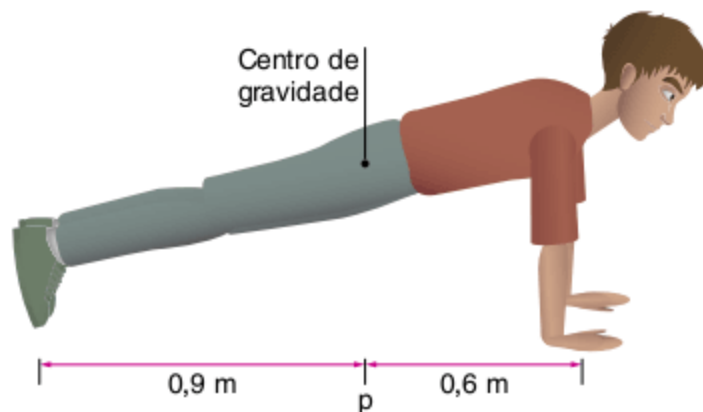


**3 Cefet MG 2010 (Adapt.)** Uma haste de massa desprezível está em equilíbrio, sobre um cavalete, com corpos de pesos P e Q, suspensos em cada uma de suas extremidades, conforme a figura.

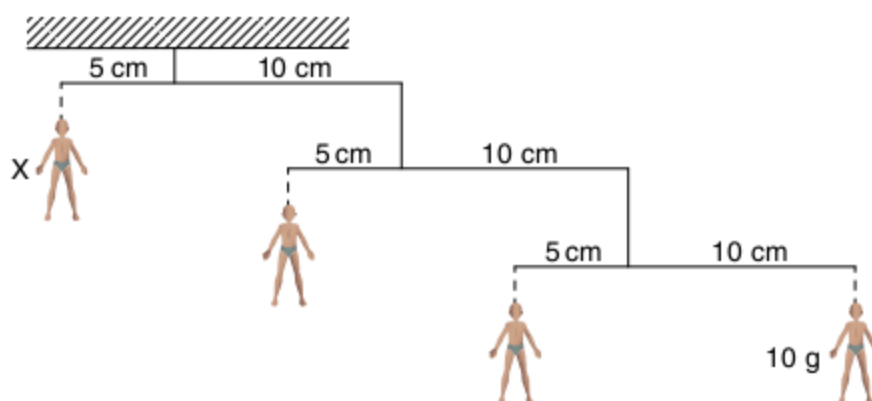


Qual a relação entre as distâncias X e Y?

**4 Ufla (Adapt.)** Um atleta de massa 50 kg está se exercitando, conforme mostra a figura. Qual deve ser a força exercida pelo solo sobre suas mãos para que ele permaneça parado na posição mostrada na figura? (Use  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

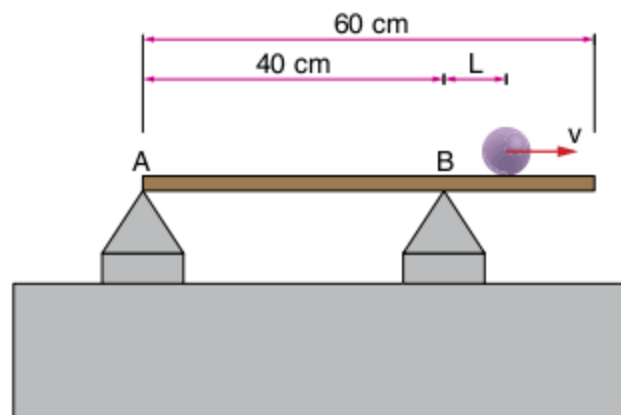


**5 Mackenzie (Adapt.)** Um *designer* projeta um móvel usando três hastes rígidas de pesos desprezíveis, interligadas por fios ideais, e quatro bonequinhos, conforme a figura.



Cada haste tem 15 cm de comprimento. Para que o conjunto permaneça em equilíbrio, com as hastes na horizontal, qual deve ser a massa do bonequinho X?

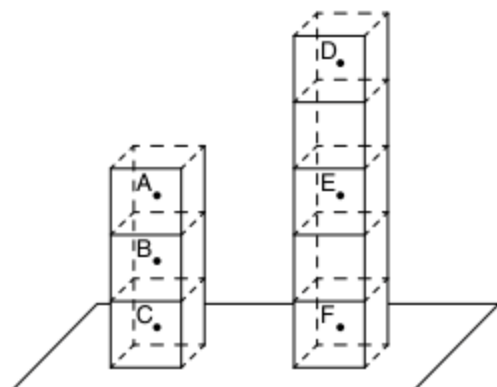
**6 Unirio (Adapt.)** Uma esfera de peso 20,0 N rola sobre uma viga homogênea e horizontal, de seção reta uniforme, que está apoiada em A e articulada, sem atrito, em B. O peso da viga é 10,0 N e seu comprimento, 60 cm. Qual o valor da distância L, em cm, do ponto de contato da esfera com viga ao ponto B, no instante em que a viga está na iminência de entrar em movimento?



# Exercícios propostos

## Centro de massa e equilíbrio translacional

**1 UFPE 2008** A figura mostra uma estrutura vertical que consiste de oito blocos cúbicos idênticos, com densidade de massa uniforme. Os pontos A, B, C, D, E e F são localizados nos centros de cinco cubos. Podemos afirmar que o centro de massa da estrutura está localizado ao longo do segmento de reta:



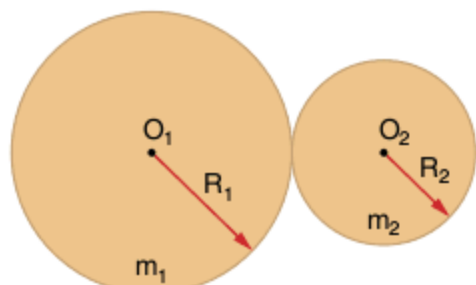
- (a) BD    (b) BE    (c) BF    (d) AE    (e) CE

**2 UFMS 2007** Centro de massa (CM) e centro de gravidade (CG) são dois conceitos físicos importantes para o estudo da dinâmica dos corpos rígidos. Com relação a esses pontos em um corpo rígido, é correto afirmar:

- 01 Se uma força resultante está aplicada no centro de massa de um corpo rígido, essa força não causará efeito de rotação nesse corpo.
- 02 Se imaginarmos um plano que secciona um corpo rígido, passando pelo seu CM, esse plano dividirá o corpo em duas partes que sempre contêm massas iguais.
- 04 A posição do CM em um corpo depende de como a matéria que constitui o corpo é distribuída no espaço, enquanto que a posição de seu CG, além da condição anterior, depende também do campo gravitacional que permeia o espaço ocupado pelo corpo.
- 08 A posição do CM de um corpo coincide com a posição do CG desse corpo, se o campo gravitacional onde esse corpo está imerso for uniforme.
- 16 Independente da forma do corpo rígido, sempre existe massa do corpo na posição do seu CM.

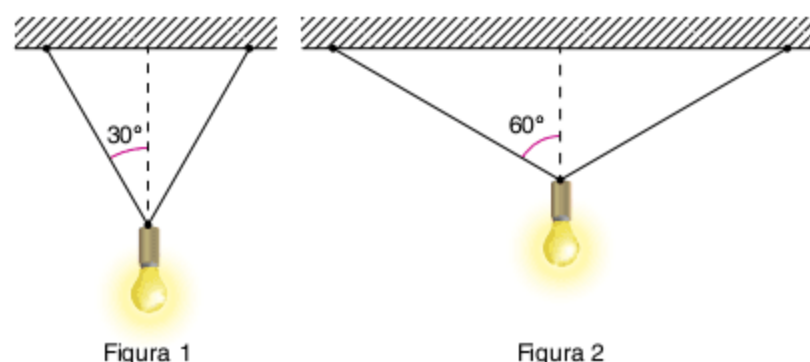
Soma =

**3 Unesp** Duas esferas homogêneas, de raios  $R_1$  e  $R_2$  e massas  $m_1$  e  $m_2$ , foram fixadas uma à outra de modo a formar um sistema rígido, indicado na figura a seguir. Sendo  $R_1 = 2R_2$  e  $m_1 = m_2/2$ , o centro do sistema assim constituído encontra-se:



- (a) no centro da esfera maior.
- (b) no centro da esfera menor.
- (c) no ponto de fixação das esferas.
- (d) a meia distância entre o centro  $O_1$  e o ponto.
- (e) a meia distância entre o centro  $O_2$  e o ponto de fixação.

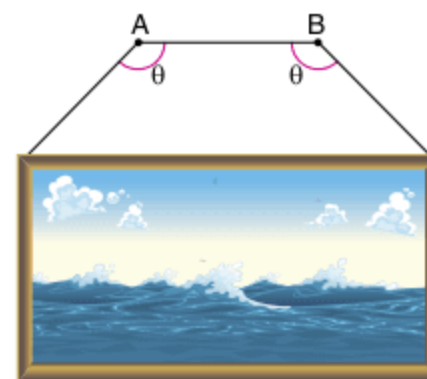
**4 Unesp 2011** Um lustre está pendurado no teto de uma sala por meio de dois fios inextensíveis, de mesmo comprimento e de massas desprezíveis, como mostra a figura 1, onde o ângulo que cada fio faz com a vertical é  $30^\circ$ . As forças de tensão nos fios têm a mesma intensidade.



Considerando  $\cos 30^\circ \cong 0,87$ , se a posição do lustre for modificada e os fios forem presos ao teto mais distantes um do outro, de forma que o ângulo que cada um faz com a vertical passe a ser o dobro do original, como mostra a figura 2, a tensão em cada fio será igual a:

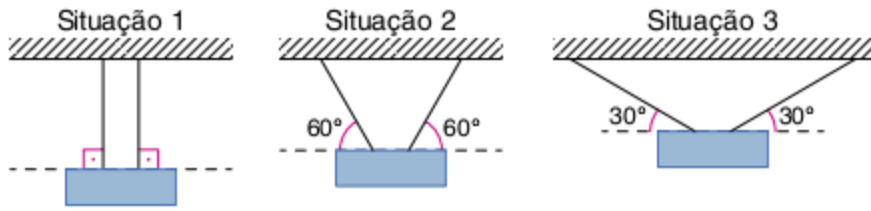
- (a) 0,50 do valor original.
- (b) 1,74 do valor original.
- (c) 0,86 do valor original.
- (d) 2,00 do valor original.
- (e) 3,46 do valor original.

**5 CFTCE 2007** O quadro da figura a seguir foi pendurado com o fio passando pelos pinos A e B, que podem mudar de posição, mantendo AB horizontal. O valor de  $\theta$  que permitirá a menor tração no fio, é:



- (a)  $180^\circ$
- (b)  $150^\circ$
- (c)  $135^\circ$
- (d)  $120^\circ$
- (e)  $90^\circ$

**6 PUC-SP 2007** Três corpos iguais, de 0,5 kg cada, são suspensos por fios amarrados a barras fixas, como representado nas ilustrações seguintes:



Em relação a essas ilustrações, considere as afirmações:

- I. O módulo da força de tração em cada fio na situação 3 é igual à metade do módulo da força de tração em cada fio na situação 2.
- II. O módulo da força de tração em cada fio da situação 3 é igual ao valor do peso do corpo.
- III. O módulo da força de tração em cada fio na situação 1 é igual ao triplo do valor da tração em cada fio na situação 2.

Dessas afirmações, está correto apenas o que se lê em:

- (a) I e II    (b) II e III    (c) I e III    (d) II    (e) III

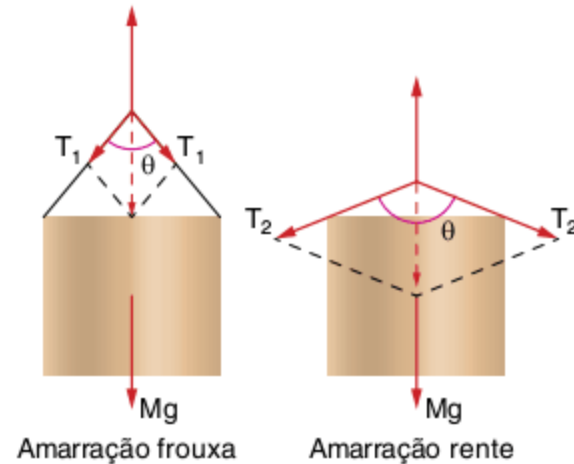
**7 UFRRJ** A figura a seguir mostra um atleta de ginástica olímpica no aparelho de argolas. O ginasta encontra-se parado na posição mostrada.

Assinale qual dentre as alternativas a seguir a que melhor representa as forças que atuam sobre ele, desprezando-se as forças do ar.



- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

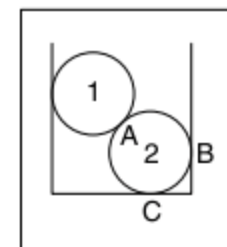
**8 UEL** Um estudante resolve transportar, de um quarto para outro, os seus livros de estudo. Ele os organiza em duas pilhas de mesmo peso, amarrando-os da mesma maneira e com barbantes do mesmo carretel. No entanto, ao final, ele percebe que uma das amarrações está um pouco mais frouxa que a outra. Na figura a seguir representações das forças envolvidas nas duas amarrações são mostradas. Assim que o estudante pega as pilhas, pela extremidade superior da amarração, o barbante de uma das pilhas se rompe. Com base no texto e nos conhecimentos de mecânica, é correto afirmar:



- (a) O barbante da amarração mais frouxa arrebentou.
- (b) Em condições de equilíbrio, o aumento da componente vertical da tensão no barbante, com a diminuição do ângulo  $\theta$ , determina a ruptura na amarração mais frouxa.
- (c) Em condições de equilíbrio, a dependência da tensão no barbante com o ângulo  $\theta$  determina a ruptura na amarração mais rente.
- (d) Em condições de equilíbrio, a dependência da tensão no barbante com o ângulo  $\theta$  determina a ruptura na amarração mais frouxa.
- (e) O rompimento foi totalmente acidental.

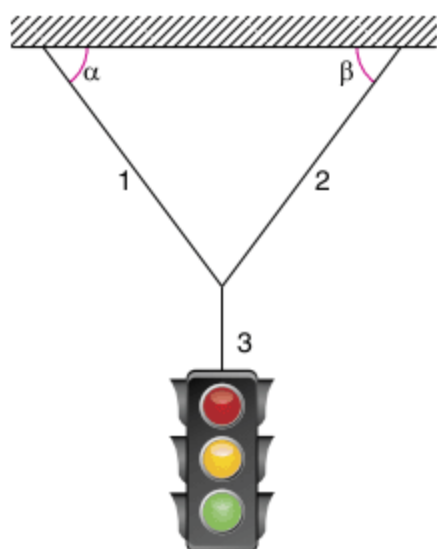
**9 PUC-PR** Duas esferas rígidas 1 e 2, de mesmo diâmetro, estão em equilíbrio dentro de uma caixa, como mostra a figura a seguir.

Considerando nulo o atrito entre todas as superfícies, assinale o diagrama que representa corretamente as forças de contato que agem sobre a esfera 2 nos pontos A, B e C.



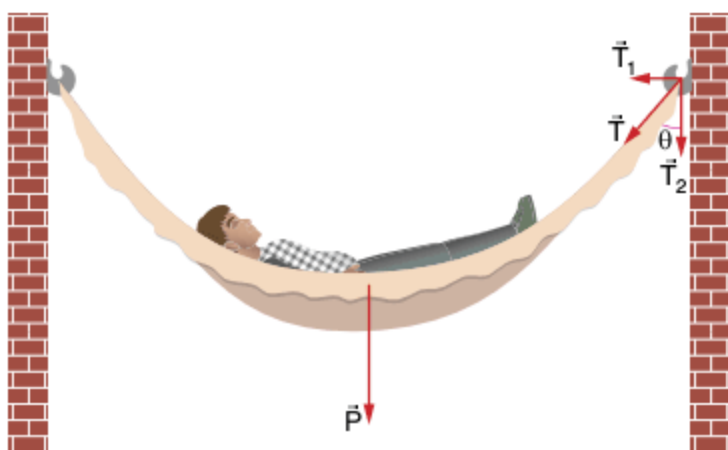
- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

**10 Unesp** Um semáforo pesando 100 N está pendurado por três cabos conforme ilustra a figura. Os cabos 1 e 2 fazem um ângulo  $\alpha$  e  $\beta$  com a horizontal, respectivamente.



- a) Em qual situação as tensões nos fios 1 e 2 serão iguais?  
 b) Considerando o caso em que  $\alpha = 30^\circ$  e  $\beta = 60^\circ$ , determine as tensões nos cabos 1, 2 e 3.  
 Dados:  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  e  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

**11 UFRN** O lendário Macunaíma, personagem criado por Mário de Andrade, costuma desfrutar do aconchego de sua "redinha". Ávido por um descanso, Macunaíma, nosso anti-herói, está sempre improvisando um gancho para armar sua rede. Ele soube que sua segurança ao deitar-se na rede está relacionada com o ângulo,  $\theta$ , de inclinação dos punhos da rede com a parede e que essa inclinação pode ser mudada alterando-se o tamanho dos punhos, por exemplo, com auxílio de cordas. A figura adiante ilustra um desses momentos de descanso da personagem. Nessa figura a força  $T$ , exercida pela corda da rede sobre o gancho do armador, preso na parede, aparece decomposta em componentes,  $T_2$  (paralela à parede) e  $T_1$  (perpendicular à parede).



Representação esquemática de Macunaíma dormindo em sua rede.

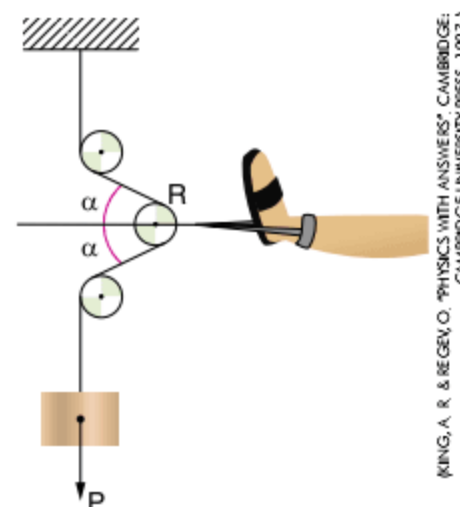
Considere-se que:

- I. o peso,  $P$ , de Macunaíma está bem distribuído, e o centro de gravidade do conjunto está no meio da rede;
- II. as massas da rede e da corda são desprezíveis;
- III. o armador pode ser arrancado somente em decorrência de um maior valor da componente  $T_1$ , da força  $T$ .

Podemos afirmar que, para uma maior segurança, Macunaíma deve escolher uma inclinação  $\theta$ , relativamente:

- (a) pequena, pois  $T_1 = P(\sin\theta)/2$
- (b) pequena, pois  $T_1 = P(\tan\theta)/2$
- (c) grande, pois  $T_1 = P(\cos\theta)/2$
- (d) grande, pois  $T_1 = P(\cot\theta)/2$
- (e) grande, pois  $T_1 = P(\sin\theta)/2$

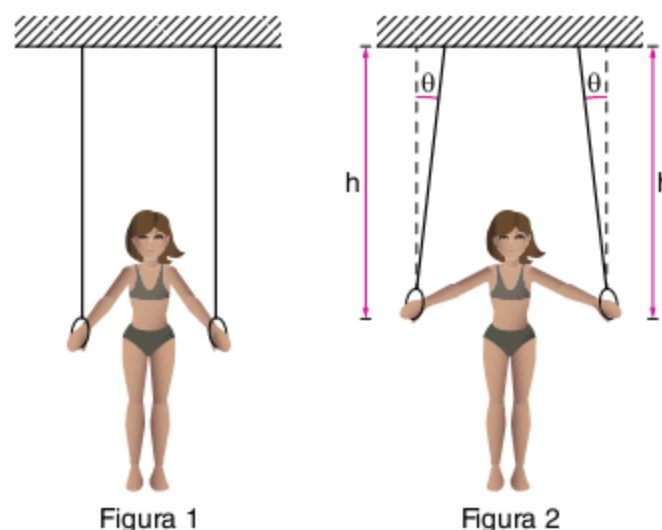
**12 Uerj** Em uma sessão de fisioterapia, a perna de um paciente acidentado é submetida a uma força de tração que depende do ângulo  $\alpha$ , como indica a figura a seguir.



O ângulo  $\alpha$  varia deslocando-se a roldana R sobre a horizontal. Se, para um mesmo peso  $P$ , o fisioterapeuta muda  $\alpha$  de  $60^\circ$  para  $45^\circ$ , o valor da tração na perna fica multiplicado por:

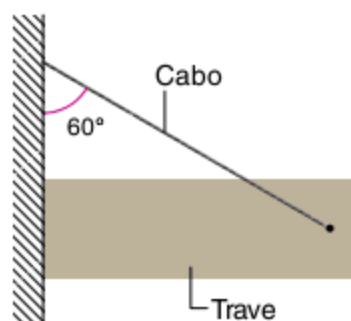
- (a)  $\sqrt{3}$
- (b)  $\sqrt{2}$
- (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (d)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**13 UFRJ** As figuras mostram uma ginasta olímpica que se sustenta em duas argolas presas por meio de duas cordas ideais a um suporte horizontal fixo; as cordas têm 2,0 m de comprimento cada uma. Na posição ilustrada na figura 1, os fios são paralelos e verticais. Nesse caso, as tensões em ambos os fios valem  $T$ . Na posição ilustrada na figura 2, os fios estão inclinados, formando o mesmo ângulo  $\theta$  com a vertical. Nesse caso, as tensões em ambos os fios valem  $T'$  e a distância vertical de cada argola até o suporte horizontal é  $h = 1,80$  m, conforme indica a figura 2.

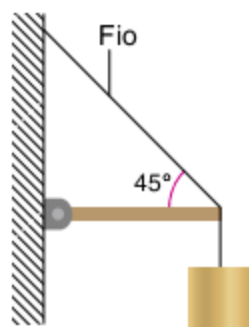


Sabendo que a ginasta pesa 540 N, calcule  $T$  e  $T'$ .

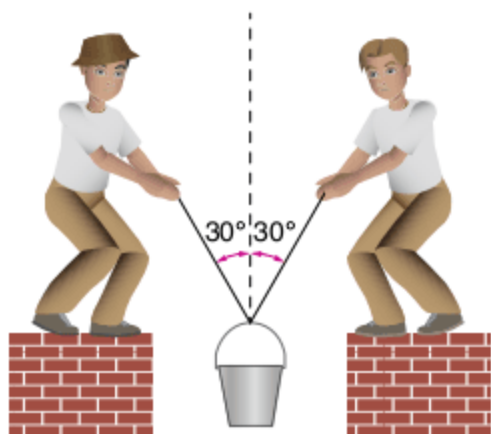
**14 UFPE 2012** Uma trave, de massa  $M = 4,6 \text{ kg}$ , é mantida na posição horizontal apoiada lateralmente em uma parede e por meio de um cabo de massa desprezível e inextensível, como mostrado na figura. Considerando que não haja atrito entre a trave e a parede, calcule a tração sobre o cabo, em newtons. Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



**15 UFPE** Uma barra horizontal de massa desprezível possui uma de suas extremidades articulada em uma parede vertical. A outra extremidade está presa à parede por um fio que faz um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal e possui um corpo de  $55 \text{ N}$  pendurado. Qual o módulo da força normal à parede, em newtons, que a articulação exerce sobre a barra?



**16 PUC-RS 2010** Dois operários suspendem um balde por meio de cordas, conforme mostra o esquema a seguir.



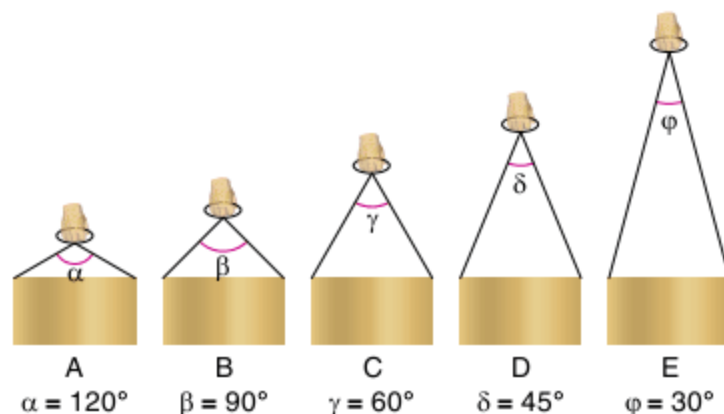
São dados:  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  e  $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Sabe-se que o balde, com seu conteúdo, tem peso  $50 \text{ N}$ , e que o ângulo formado entre as partes da corda no ponto de suspensão é  $60^\circ$ . A corda pode ser considerada como ideal (inextensível e de massa desprezível).

Quando o balde está suspenso no ar, em equilíbrio, a força exercida por um operário, medida em newtons, vale:

- (a) 50    (b) 25    (c)  $\frac{50}{\sqrt{3}}$     (d)  $25\sqrt{2}$     (e) 0,0

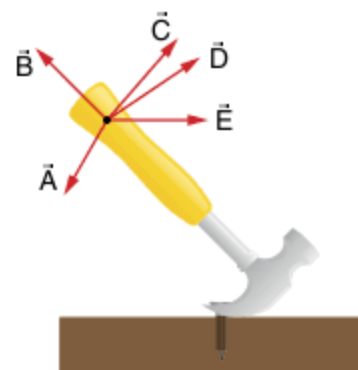
**17 Fuvest** Um mesmo pacote pode ser carregado com cordas amarradas de várias maneiras. A situação, dentre as apresentadas, em que as cordas estão sujeitas a maior tensão é:



- (a) A    (b) B    (c) C    (d) D    (e) E

### Conceitos básicos de torque e equilíbrio

**18 UFMS 2006** Pretendendo-se arrancar um prego com um martelo, conforme mostra a figura, qual das forças indicadas (todas elas têm o mesmo módulo) será mais eficiente, na posição considerada?



- (a)  $\vec{A}$     (b)  $\vec{B}$     (c)  $\vec{C}$     (d)  $\vec{D}$     (e)  $\vec{E}$

**19 Uerj**



Gary Larson. "The Far Side". New York: Andrews and McMeel Inc., 1984. (Adapt.).

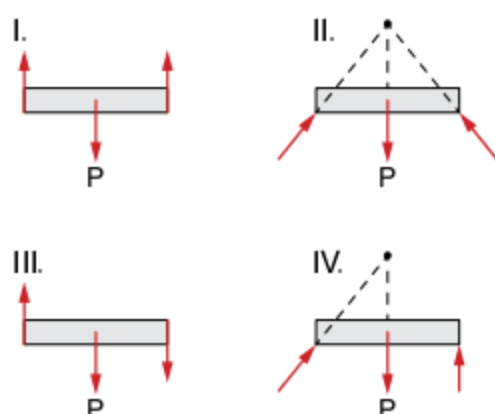
Nessa charge, a "estranha sensação" da personagem indica o desconhecimento do conceito de:

- (a) energia cinética.    (c) velocidade angular.  
(b) momento de força.    (d) centro de gravidade.

**20 UFSM** Para que um corpo esteja em equilíbrio mecânico, é necessário e suficiente que:

- (a) apenas a soma de todas as forças aplicadas no corpo seja nula.
- (b) apenas a soma dos momentos aplicados no corpo seja nula.
- (c) a soma de todas as forças aplicadas no corpo seja diferente de zero e a soma dos momentos aplicados no corpo seja nula.
- (d) a soma dos momentos aplicados no corpo seja diferente de zero e a soma de todas as forças aplicadas no corpo seja nula.
- (e) a soma de todas as forças aplicadas no corpo e a soma dos momentos aplicados no corpo sejam nulas.

**21 PUC-PR** Deseja-se equilibrar a barra de peso  $P$  aplicando-lhe duas forças coplanares com a força peso. A direção e o sentido das forças estão representados, seus módulos podem assumir o valor desejado.



Dentre as alternativas propostas, qual a forma possível para o equilíbrio da barra?

- (a) Somente III e IV.
- (b) Todas.
- (c) Somente I.
- (d) Somente I e II.
- (e) Somente II.

**22 Uerj 2014** A figura abaixo ilustra uma ferramenta utilizada para apertar ou desapertar determinadas peças metálicas.



Para apertar uma peça, aplicando-se a menor intensidade de força possível, essa ferramenta deve ser segurada de acordo com o esquema indicado em:

- (a)
- (b)



**23 UFPE 2006** A figura representa a força aplicada na vertical, sobre uma chave de boca, por um motorista de caminhão tentando desatarraxar uma das porcas que fixa uma roda. O ponto de aplicação da força dista 15 cm do centro da porca, e o módulo da força máxima aplicada é  $F = 400$  N. Nesta situação, suponha que o motorista está próximo de conseguir desatarraxar a porca. Em seguida, o motorista acopla uma extensão à chave de boca, de forma que o novo ponto de aplicação da força dista 75 cm do centro da porca. Calcule o novo valor do módulo da força,  $F'$ , em newtons, necessário para que o motorista novamente esteja próximo de desatarraxar a porca.



**24 Uerj**

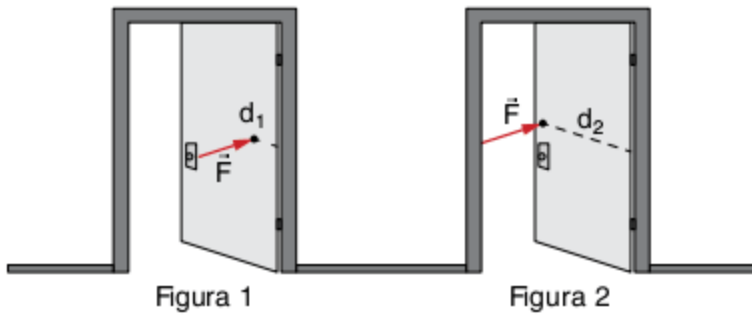


Na figura acima, o ponto  $F$  é o centro de gravidade da vassoura. A vassoura é serrada no ponto  $F$  e dividida em duas partes: I e II.

A relação entre os pesos  $P_1$  e  $P_2$ , das partes I e II respectivamente, é representada por:

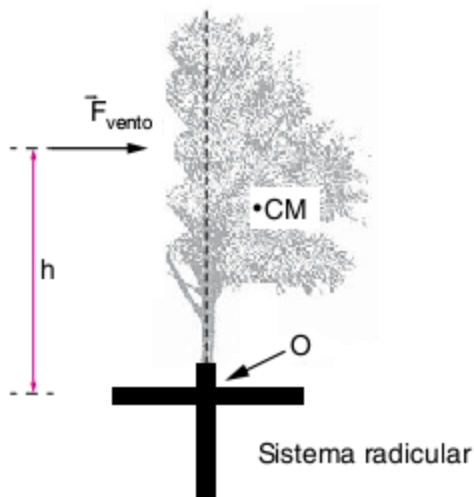
- (a)  $P_1 = P_2$
- (b)  $P_1 > P_2$
- (c)  $P_1 = 2 P_2$
- (d)  $P_1 < P_2$

**25 PUC-SP** Podemos abrir uma porta aplicando uma força  $F$  em um ponto localizado próximo à dobradiça (figura 1) ou exercendo a mesma força  $F$  em um ponto localizado longe da dobradiça (figura 2). Sobre o descrito, é correto afirmar que:



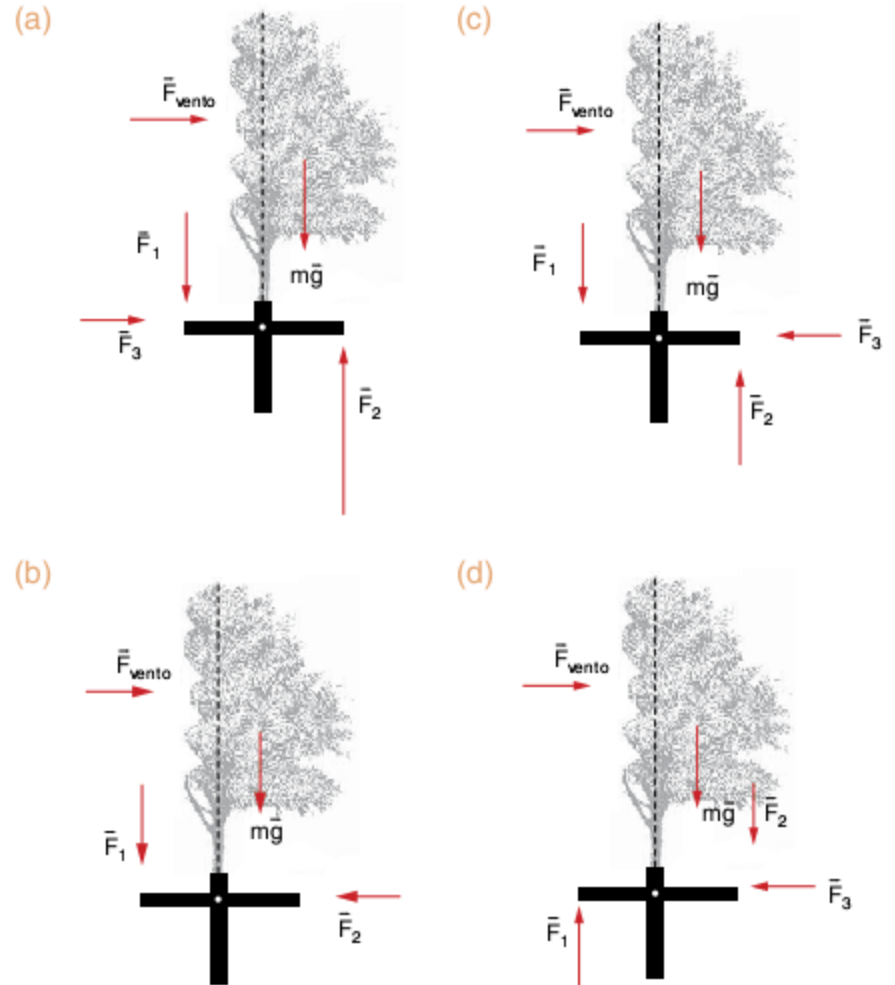
- (a) a porta abre-se mais facilmente na situação da figura 1, porque o momento da força  $F$  aplicada é menor.
- (b) a porta abre-se mais facilmente na situação da figura 1, porque o momento da força  $F$  aplicada é maior.
- (c) a porta abre-se mais facilmente na situação da figura 2, porque o momento da força  $F$  aplicada é menor.
- (d) a porta abre-se mais facilmente na situação da figura 2, porque o momento da força  $F$  aplicada é maior.
- (e) não há diferença entre aplicarmos a força mais perto ou mais longe da dobradiça, pois o momento de  $F$  independe da distância  $d$  entre o eixo de rotação e o ponto de aplicação da força.

**26 Unicamp simulado 2011** A figura a seguir mostra uma árvore que sofreu uma poda drástica e perdeu a parte esquerda da sua copa. Após a poda, o centro de massa (CM) da árvore passou a ser à direita do eixo do tronco. Uma forte rajada de vento exerce uma força horizontal  $F_{\text{vento}}$  sobre a árvore, atuando ao longo de uma linha que fica a uma altura  $h$  da raiz.



Para que a árvore permaneça em equilíbrio estático é necessário que tanto a força quanto o torque resultante na árvore sejam nulos. O torque de uma força com relação a um ponto  $O$  é dado pelo produto do módulo da força pelo seu braço, que é a distância do ponto  $O$  à linha de ação da força.

Assim, qual é o conjunto de forças agindo nas raízes dessa árvore que poderia garantir seu equilíbrio estático?



**27 UFRRJ** Na figura a seguir suponha que o menino esteja empurrando a porta com uma força  $F_1 = 5$  N, atuando a uma distância  $d_1 = 2$  metros das dobradiças (eixo de rotação) e que o homem exerça uma força  $F_2 = 80$  N a uma distância de 10 cm do eixo de rotação.

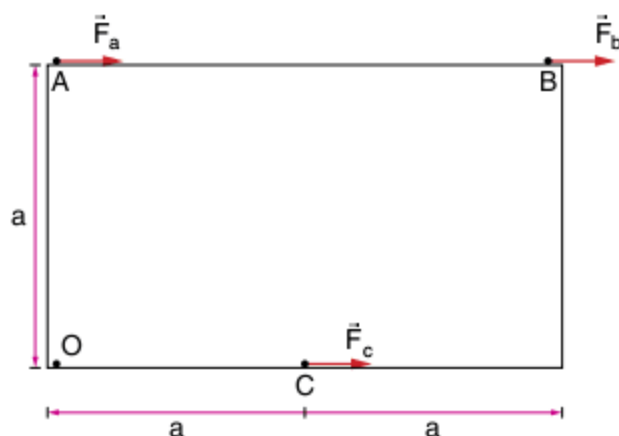


Nestas condições, pode-se afirmar que:

- (a) a porta estaria girando no sentido de ser fechada.
- (b) a porta estaria girando no sentido de ser aberta.
- (c) a porta não gira em nenhum sentido.
- (d) o valor do momento aplicado à porta pelo homem é maior que o valor do momento aplicado pelo menino.
- (e) a porta estaria girando no sentido de ser fechada pois a massa do homem é maior que a massa do menino.



**28 Fuvest** Três homens tentam fazer girar, em torno do pino fixo O, uma placa retangular de largura  $a$  e comprimento  $2a$ , que está inicialmente em repouso sobre um plano horizontal, de atrito desprezível, coincidente com o plano do papel. Eles aplicam as forças  $F_a = F_b$  e  $F_c = 2F_a$ , nos pontos A, B e C, como representadas na figura.



Designando, respectivamente, por  $M_A$ ,  $M_B$  e  $M_C$  as intensidades dos momentos dessas forças em relação ao ponto O, é correto afirmar que:

- (a)  $M_A = M_B > M_C$  e a placa gira no sentido horário.
- (b)  $M_A < M_B = M_C$  e a placa gira no sentido horário.
- (c)  $M_A = M_B < M_C$  e a placa gira no sentido anti-horário.
- (d)  $2M_A = 2M_B = M_C$  e a placa não gira.
- (e)  $2M_A = M_B = M_C$  e a placa não gira.

**29 Uece 2014** Em um parque de diversões, uma roda-gigante gira com velocidade angular constante. De modo simplificado, pode-se descrever o brinquedo como um disco vertical e as pessoas como massas puntiformes presas na sua borda. A força peso exerce sobre uma pessoa um torque em relação ao ponto central do eixo da roda-gigante. Sobre esse torque, é correto afirmar-se que:

- (a) é zero nos pontos mais baixo e mais alto da trajetória.
- (b) é não nulo e assume um valor máximo no ponto mais alto e um mínimo no ponto mais baixo da trajetória.
- (c) é não nulo e assume um valor máximo no ponto mais baixo e um mínimo no ponto mais alto da trajetória.
- (d) é não nulo e tem valores iguais no ponto mais baixo e no mais alto da trajetória.

**30 UEPG 2008** Sobre equilíbrio mecânico, assinale o que for correto.

- 01 Quando um corpo se encontra em equilíbrio mecânico sob a ação de apenas três forças, elas são coplanares e concorrentes.
- 02 Quando o momento resultante de um sistema de forças em relação a um ponto é nulo, isto significa que a resultante desse sistema é nula ou que o seu suporte passa pelo ponto considerado.
- 04 Um corpo encontra-se em equilíbrio mecânico quando a soma vetorial das forças que agem sobre ele é nula.
- 08 A condição para que um corpo se encontre em equilíbrio mecânico é que ele esteja em repouso.
- 16 A resultante das forças que agem sobre um corpo em equilíbrio é nula.

Soma =

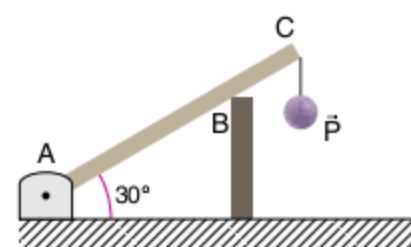
**31 PUC-RJ 2013** Um pêndulo é formado por uma bola de 4,0 kg e um fio ideal de 0,2 m de comprimento. No ponto mais alto de sua trajetória, o cabo que sustenta o pêndulo forma um ângulo de  $30^\circ$  com a vertical.

Indique o módulo do torque realizado pelo peso da bola em N . m neste ponto.

Considere  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ .

- (a) 0,4
- (b) 4,0
- (c) 6,8
- (d) 10,0
- (e) 100

**32 UFG 2007** No arranjo da figura a seguir, uma barra rígida AC, de peso desprezível apoiada numa estaca fixa vertical em B, sustenta um peso  $P = 80\sqrt{3} \text{ N}$ . Conhecidas as distâncias  $AC = 80 \text{ cm}$ ,  $BC = 30 \text{ cm}$  e estando o sistema em equilíbrio estático, calcule o módulo:

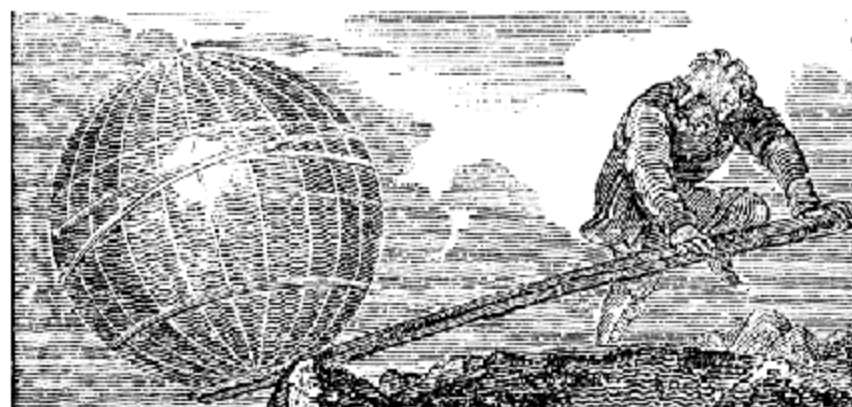


Dados:  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

- a) da reação da estaca na barra em B;
- b) das componentes horizontal e vertical da reação de A na barra AC.

**33 UFMG** “Dê-me um ponto de apoio e eu moverei a Terra.” Nessa frase, atribuída a Arquimedes, faz-se referência à possibilidade do uso de uma alavanca para levantar pesos muito grandes, exercendo-se uma força pequena.

A gravura abaixo, intitulada “Arquimedes movendo a Terra”, reproduz uma estampa de um livro de mecânica de 1787:



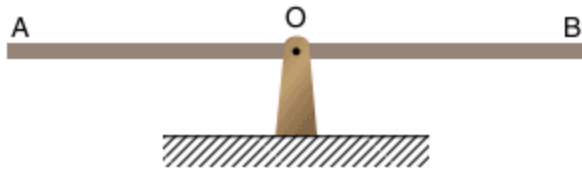
Reprodução.

A massa da Terra é de  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

Suponha que fossem dados a Arquimedes um ponto de apoio e uma alavanca para ele levantar uma massa igual à da Terra, a uma altura de 1 cm. Considere, também, que essa massa estivesse em uma região onde a aceleração da gravidade fosse igual à que existe na superfície da Terra.

Considerando essa situação, estime a razão que deveria haver entre as distâncias das extremidades dessa alavanca ao ponto de apoio.

**34 Ufal 2006** Num parque, uma gangorra de 4,0 m de comprimento, articulada no centro de gravidade, que coincide com o centro geométrico, permanece na posição horizontal.



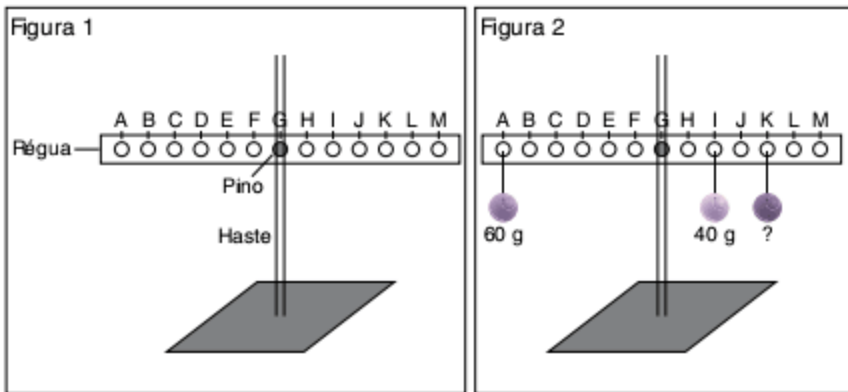
Ana (de massa 10 kg), Beatriz (de massa 15 kg) e Célia (de massa 25 kg) vão ao parque brincar na gangorra. Ana se coloca na extremidade A e Beatriz a 1,0 m de Ana.

Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e analise as afirmações.

- Se a gangorra for mantida na horizontal, o momento do peso de Ana em relação ao ponto O terá módulo 200 N.m.
- Se a gangorra for mantida na horizontal, o momento do peso de Beatriz em relação ao ponto O terá módulo 300 N.m.
- Para que a gangorra fique em equilíbrio na posição horizontal, com as três meninas, Célia deve se posicionar a 1,4 m do ponto O.
- Se Ana e Beatriz trocarem entre si de lugar, ainda existe uma posição de Célia para o equilíbrio da gangorra.
- Se Beatriz e Célia ficarem ambas de um mesmo lado da gangorra, Ana nunca poderá equilibrá-la em posição horizontal.

**35 Uerj 2006** Para demonstrar as condições de equilíbrio de um corpo extenso, foi montado o experimento na figura 1, em que uma régua, graduada de A a M, permanece em equilíbrio horizontal, apoiada no pino de uma haste vertical.

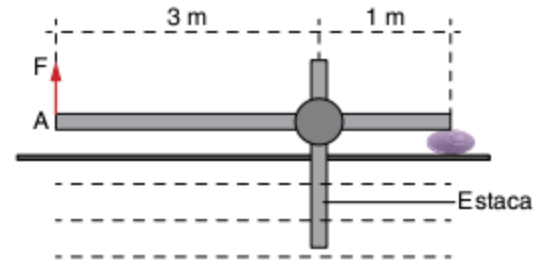
Um corpo de massa 60 g é colocado no ponto A, e um corpo de massa 40 g é colocado no ponto I, conforme ilustrado na figura 2.



Para que a régua permaneça em equilíbrio horizontal, a massa, em gramas, do corpo que deve ser colocado no ponto K, é de:

- (a) 90
- (b) 70
- (c) 40
- (d) 20

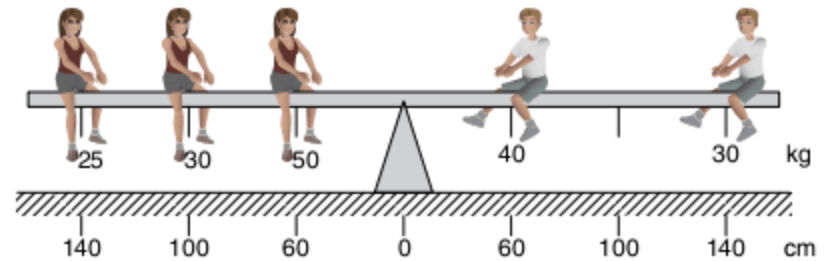
**36 PUC-PR** Para arrancar uma estaca do solo é necessário que atue sobre ela uma força vertical de 600 N. Com este objetivo foi montado o arranjo a seguir, com uma viga de peso desprezível, como representado na figura.



A força mínima necessária que deve ser aplicada em A é:

- (a) 600 N
- (b) 300 N
- (c) 200 N
- (d) 150 N
- (e) 250 N

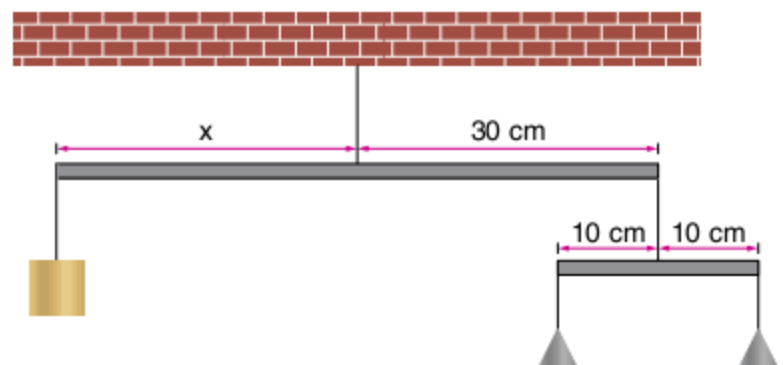
**37 Uece 2008** Uma gangorra de um parque de diversão tem três assentos de cada lado, igualmente espaçados um do outro, nos respectivos lados da gangorra. Cinco assentos estão ocupados por garotos cujas respectivas massas e posições estão indicadas na figura.



Assinale a alternativa que contém o valor da massa, em kg, que deve ter o sexto ocupante para que a gangorra fique em equilíbrio horizontal.

- (a) 25
- (b) 29
- (c) 35
- (d) 50

**38 PUC-RJ 2013** Deseja-se construir um móvel simples, com fios de sustentação, hastes e pesinhos de chumbo. Os fios e as hastes têm peso desprezível. A configuração está demonstrada na figura abaixo.



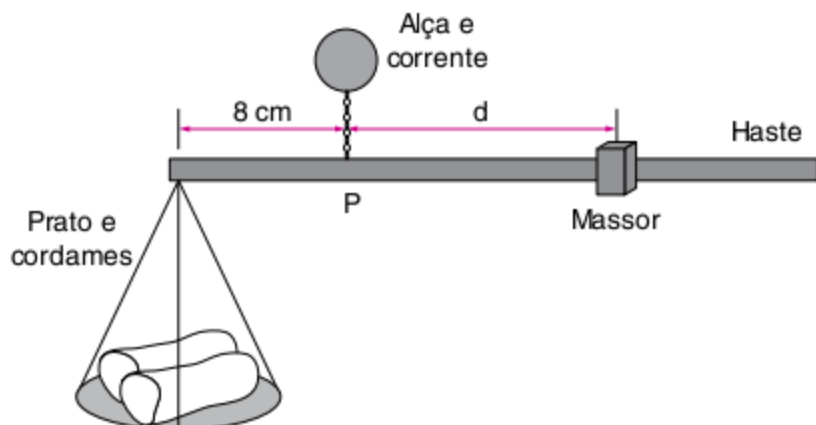
O pesinho de chumbo quadrado tem massa 30 g, e os pesinhos triangulares têm massa 10 g.

Para que a haste maior possa ficar horizontal, qual deve ser a distância horizontal x, em centímetros?

- (a) 45
- (b) 15
- (c) 20
- (d) 10
- (e) 30

**39 CPS 2012** Você já deve ter visto em seu bairro pessoas que vieram diretamente da roça e, munidas de carrinhos de mão e uma simples balança, vendem mandiocas de casa em casa.

A balança mais usada nessas situações é a apresentada na figura a seguir.



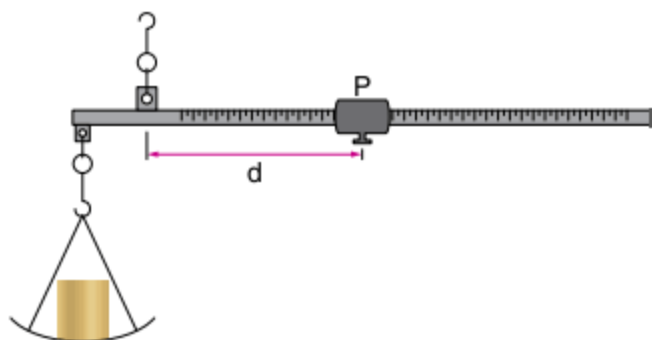
(Considere desprezíveis a massa do prato com seus cordames e a massa da haste por onde corre o massor)

A balança representada está em equilíbrio, pois o produto da massa do massor pela distância que o separa do ponto P é igual ao produto da massa que se deseja medir pela distância que separa o ponto em que os cordames do prato são amarrados na haste até o ponto P.

Considere que no prato dessa balança haja 3 kg de mandiocas e que essa balança tenha um massor de 0,6 kg. Para que se atinja o equilíbrio, a distância d do massor em relação ao ponto P deverá ser, em cm:

- (a) 16      (b) 20      (c) 24      (d) 36      (e) 40

**40 Uerj 2012** Uma balança romana consiste em uma haste horizontal sustentada por um gancho em um ponto de articulação fixo. A partir desse ponto, um pequeno corpo P pode ser deslocado na direção de uma das extremidades, a fim de equilibrar um corpo colocado em um prato pendurado na extremidade oposta. Observe a ilustração:

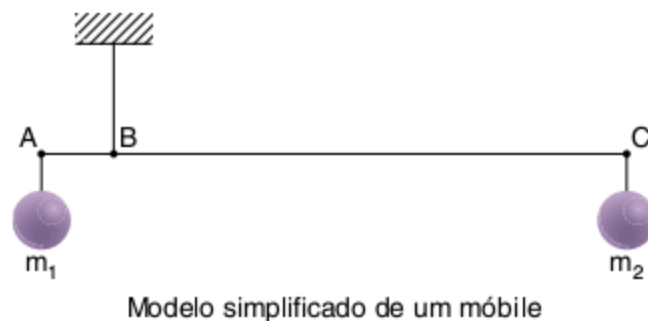


Quando P equilibra um corpo de massa igual a 5 kg, a distância d de P até o ponto de articulação é igual a 15 cm.

Para equilibrar um outro corpo de massa igual a 8 kg, a distância, em centímetros, de P até o ponto de articulação deve ser igual a:

- (a) 28                                      (c) 24  
(b) 25                                      (d) 20

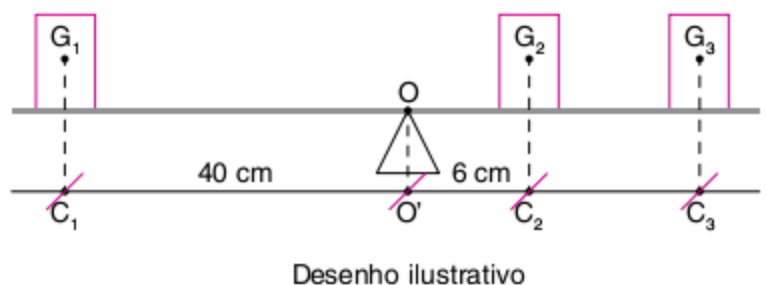
**41 UEL 2012** Uma das condições de equilíbrio é que a soma dos momentos das forças que atuam sobre um ponto de apoio seja igual a zero.



Considerando o modelo simplificado de um móbile, onde  $\overline{AC}$  representa a distância entre o fio que sustenta  $m_1$  e o fio que sustenta  $m_2$ , e  $\overline{AB} = \frac{1}{8}\overline{AC}$ , qual a relação entre as massas  $m_1$  e  $m_2$ ?

- (a)  $m_1 = \frac{1}{8} \cdot m_2$   
(b)  $m_1 = 7 \cdot m_2$   
(c)  $m_1 = 8 \cdot m_2$   
(d)  $m_1 = 21 \cdot m_2$   
(e)  $m_1 = 15 \cdot m_2$

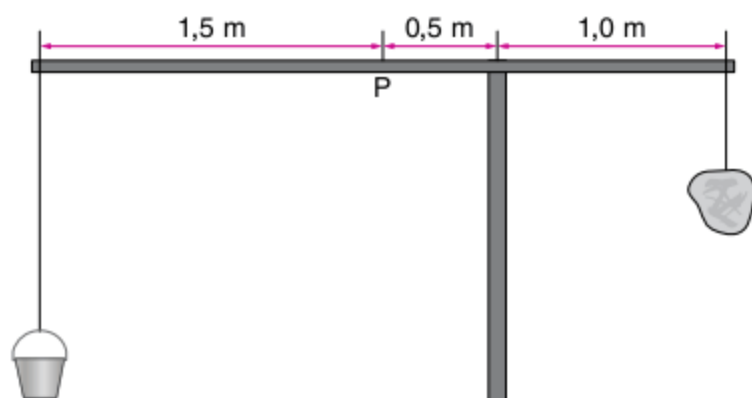
**42 EsPCEX 2012** Uma barra horizontal rígida e de peso desprezível está apoiada em uma base no ponto O. Ao longo da barra estão distribuídos três cubos homogêneos com pesos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  e centros de massa  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$  respectivamente. O desenho abaixo representa a posição dos cubos sobre a barra com o sistema em equilíbrio estático.



O cubo com centro de massa em  $G_2$  possui peso igual a  $4P_1$ , e o cubo com centro de massa em  $G_3$  possui peso igual a  $2P_1$ . A projeção ortogonal dos pontos  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  e O sobre a reta r paralela à barra são, respectivamente, os pontos  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  e  $O'$ . A distância entre os pontos  $C_1$  e  $O'$  é de 40 cm, e a distância entre os pontos  $C_2$  e  $O'$  é de 6 cm. Nesta situação, a distância entre os pontos  $O'$  e  $C_3$  representados no desenho é de:

- (a) 6,5 cm  
(b) 7,5 cm  
(c) 8,0 cm  
(d) 12,0 cm  
(e) 15,5 cm

**43 FGV 2008** Usado no antigo Egito para retirar água do rio Nilo, o *shaduf* pode ser visto como um ancestral do guindaste. Consistia de uma haste de madeira onde em uma das extremidades era amarrado um balde, enquanto que na outra, uma grande pedra fazia o papel de contrapeso. A haste horizontal apoiava-se em outra verticalmente disposta, e o operador, com suas mãos entre o extremo contendo o balde e o apoio (ponto P), exercia uma pequena força adicional para dar ao mecanismo sua mobilidade.



Dados:

Peso do balde e sua corda ..... 200 N

Peso da pedra e sua corda ..... 350 N

Para o esquema apresentado, a força vertical que uma pessoa deve exercer sobre o ponto P, para que o *shaduf* fique horizontalmente em equilíbrio, tem sentido:

- (a) para baixo e intensidade de 100 N.
- (b) para baixo e intensidade de 50 N.
- (c) para cima e intensidade de 150 N.
- (d) para cima e intensidade de 100 N.
- (e) para cima e intensidade de 50 N.

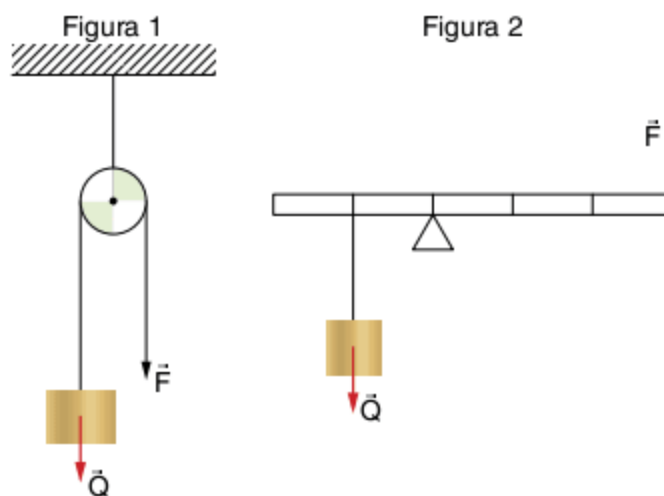
**44 CPS 2010**



<www.burjdubaiskyscraper.com>  
Acesso em: 17 abr. 2010.

Pela associação de roldanas fixas e móveis e uso de alavancas, podemos levantar cargas de pesos muito grandes que estão acima de nossa capacidade muscular. Por isso encontramos, com frequência, sistemas de roldanas sendo utilizados em canteiros de obras de construção civil. Esse recurso tem permitido a construção de edifícios cada vez maiores como o Burj Dubai Skyscraper, em Dubai.

A seguir, são apresentadas duas situações de equilíbrio estático: uma envolvendo uma roldana fixa e outra envolvendo uma alavanca interfixa.

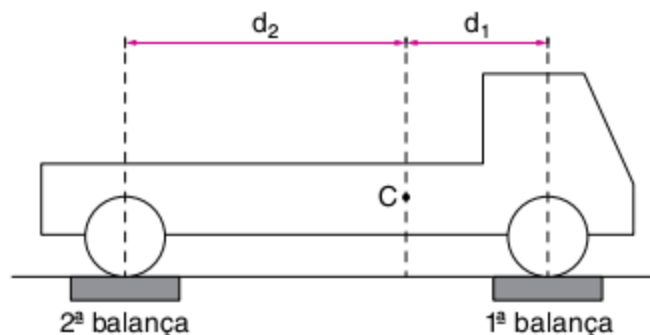


Analise as duas situações e assinale a alternativa que contém, respectivamente para cada situação, a razão entre o módulo do peso  $\vec{Q}$  da carga e o módulo da força aplicada  $\vec{F}$ , isto é  $\frac{Q}{F}$ :

	Figura 1	Figura 2
(a)	1	3
(b)	1	2
(c)	1	1
(d)	2	$\frac{1}{3}$
(e)	2	3

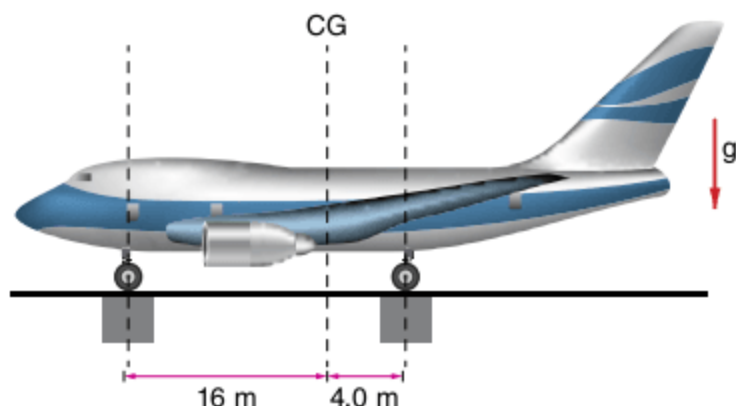
**Corpos biapoiados ou suspensos por 2 fios**

**45 UFRJ** Num posto fiscal de pesagem, um caminhão está em repouso sobre duas balanças, uma embaixo de suas rodas dianteiras e a outra sob suas rodas traseiras. Ao fazer as leituras das balanças, o fiscal verifica que a primeira marca  $1,0 \cdot 10^5$  N, mas percebe que a segunda está quebrada. Profundo conhecedor de caminhões, o fiscal sabe que as distâncias entre o centro de massa C do caminhão e os planos verticais que contêm os eixos dianteiro e traseiro das rodas valem, respectivamente,  $d_1 = 2,0$  m e  $d_2 = 4,0$  m, como ilustra a figura.



- a) Calcule o peso do caminhão.
- b) Determine a direção e o sentido da força que o caminhão exerce sobre a segunda balança e calcule seu módulo.

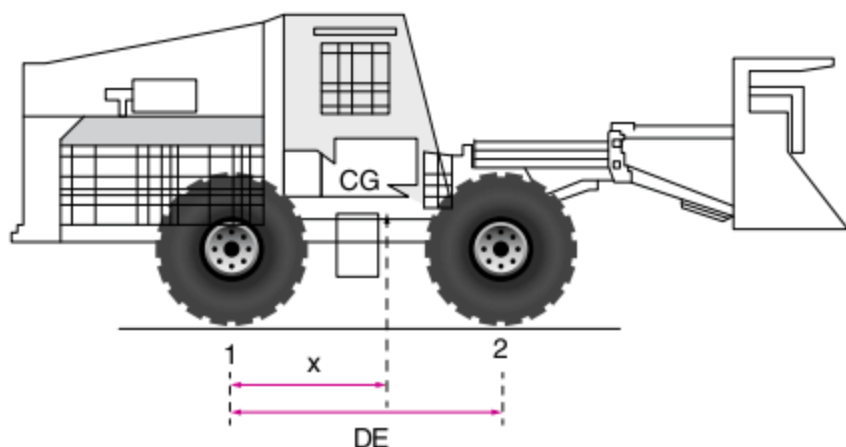
**46 Fuvest** Um avião, com massa  $M = 90$  toneladas, para que esteja em equilíbrio em voo, deve manter seu centro de gravidade sobre a linha vertical CG, que dista 16 m do eixo da roda dianteira e 4,0 m do eixo das rodas traseiras, como na figura a seguir. Para estudar a distribuição de massas do avião, em solo, três balanças são colocadas sob as rodas do trem de aterrissagem. A balança sob a roda dianteira indica  $M_A$  e cada uma das que estão sob as rodas traseiras indica  $M_B$ .



Uma distribuição de massas, compatível com o equilíbrio do avião em voo, poderia resultar em indicações das balanças, em toneladas, correspondendo aproximadamente a:

- (a)  $M_A = 0$                        $M_B = 45$
- (b)  $M_A = 10$                      $M_B = 40$
- (c)  $M_A = 18$                      $M_B = 36$
- (d)  $M_A = 30$                      $M_B = 30$
- (e)  $M_A = 72$                      $M_B = 9,0$

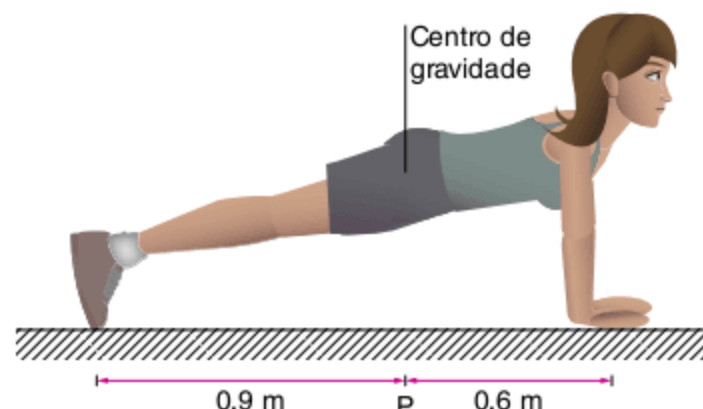
**47 Unesp 2009** A figura mostra, em corte, um trator florestal "derrubador-amontoador" de massa 13.000 kg;  $x$  é a abscissa de seu centro de gravidade (CG). A distância entre seus eixos, traseiro e dianteiro, é  $DE = 2,5$  m.



Admita que 55% do peso total do trator são exercidos sobre os pontos de contato dos pneus dianteiros com o solo (2) e o restante sobre os pontos de contato dos pneus traseiros com o solo (1). Determine a abscissa  $x$  do centro de gravidade desse trator, em relação ao ponto 1.

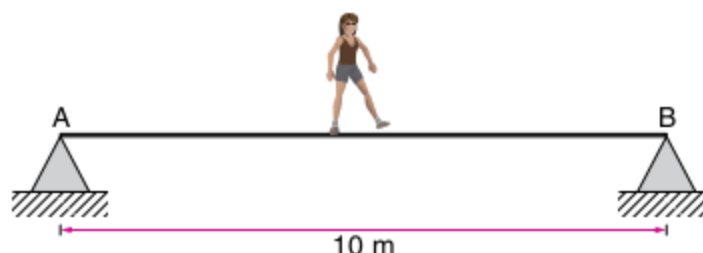
Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e dê a resolução com dois algarismos significativos.

**48 CFTCE 2008** Na figura a seguir, a ginasta possui massa de 54 kg e está em equilíbrio. O seu centro de gravidade está diretamente na vertical de P, sobre o piso horizontal. O ponto P dista 0,9 m de seus pés e 0,6 m de suas mãos. O componente vertical da força exercida pelo piso sobre as mãos da ginasta vale: (Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



- (a) 810 N                      (c) 81 N                      (e) 8,10 N
- (b) 324 N                      (d) 32,4 N

**49 UFPE** Uma menina de 50 kg caminha sobre uma prancha com 10 m de comprimento e 10 kg de massa. A prancha está apoiada em suas extremidades, nos pontos A e B, como mostra a figura. No instante em que a força normal em B é igual ao dobro da normal em A, a que distância, em metros, a menina se encontra do ponto B?



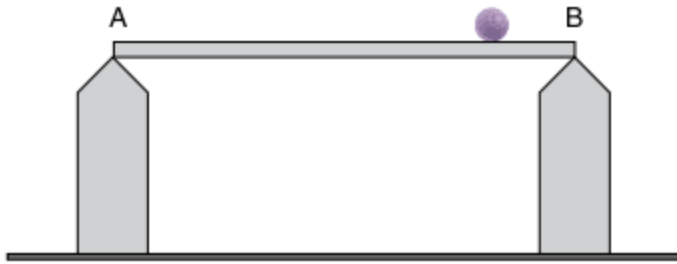
**50 UFSM 2008** Um jogador de 70 kg teve de ser retirado do campo, numa maca. A maca tem 2 m de comprimento e os maqueiros, mantendo-a na horizontal, seguram suas extremidades. O centro de massa do jogador está a 0,8 m de um dos maqueiros. Considerando-se  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e desprezando a massa da maca, o módulo da força vertical exercida por esse mesmo maqueiro é, em N:

- (a) 280                      (c) 420                      (e) 1.050
- (b) 350                      (d) 700

**51 UFC 2007** Uma haste de comprimento  $L$  e massa  $m$  uniformemente distribuída repousa sobre dois apoios localizados em suas extremidades. Um bloco de massa  $m$  uniformemente distribuída encontra-se sobre a barra em uma posição tal que a reação em uma das extremidades é o dobro da reação na outra extremidade. Considere a aceleração da gravidade com módulo igual a  $g$ .

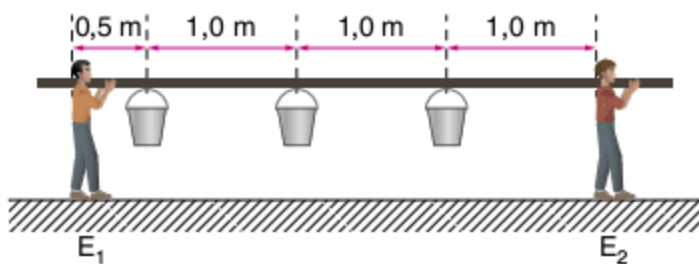
- a) Determine as reações nas duas extremidades da haste.
- b) Determine a distância  $x$  entre o ponto em que o bloco foi posicionado e a extremidade em que a reação é maior.

**52 PUC-MG 2007** Uma barra homogênea de massa 4,0 kg e comprimento 1,0 m está apoiada em suas extremidades sobre dois suportes A e B conforme desenho adiante. Coloca-se a seguir, apoiada sobre a barra, uma esfera maciça, de massa 2,0 kg, a 20 cm do apoio B. Admitindo-se  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , pode-se afirmar que as forças que os apoios A e B fazem sobre a barra valem respectivamente:



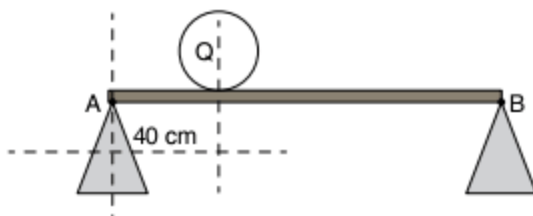
- (a) 25 N e 35 N                      (c) 24 N e 36 N  
 (b) 40 N e 60 N                      (d) 30 N e 30 N

**53 Uerj** Dois empregados utilizam uma barra homogênea, de massa desprezível, apoiada em seus ombros, para carregar três baldes de 20 kg cada, conforme mostra a figura a seguir.



- a) Calcule a força exercida pela barra sobre o ombro de cada empregado.  
 b) Considere, agora, que  $E_1$  esteja em repouso, apoiado sobre os dois pés, e com apenas um dos baldes sobre a cabeça. A massa de  $E_1$  é igual a 70 kg e a área de cada uma de suas botas é de  $300 \text{ cm}^2$ . Determine a pressão exercida por ele sobre o chão.

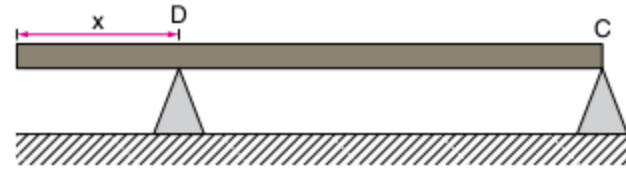
**54 EsPCEx 2013** Uma barra homogênea de peso igual a 50 N está em repouso na horizontal. Ela está apoiada em seus extremos nos pontos A e B, que estão distanciados de 2 m. Uma esfera Q de peso 80 N é colocada sobre a barra, a uma distância de 40 cm do ponto A, conforme representado no desenho abaixo:



A intensidade da força de reação do apoio sobre a barra no ponto B é de:

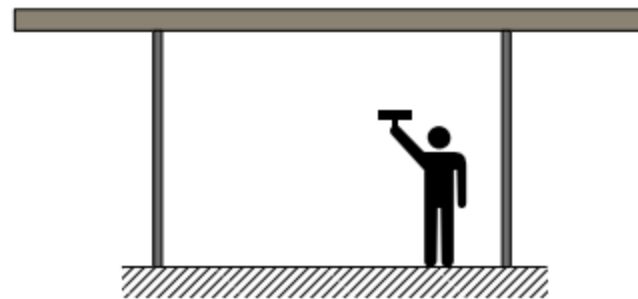
- (a) 32 N                                      (d) 82 N  
 (b) 41 N                                      (e) 130 N  
 (c) 75 N

**55 UPF 2012** Uma barra homogênea de 30 kg de massa e 6 m de comprimento é apoiada em C e em D, como na figura. Sendo que o apoio C tem força de reação que vale 120 N, a distância X necessária para que a barra se mantenha em equilíbrio é, em m, de:  
 (considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



- (a) 1    (c) 2    (e) 0,5  
 (b) 1,5                                      (d) 2,5

**56 UFMG 2010** Para pintar uma parede, Miguel está sobre um andaime suspenso por duas cordas. Em certo instante, ele está mais próximo da extremidade direita do andaime, como mostrado nesta figura:

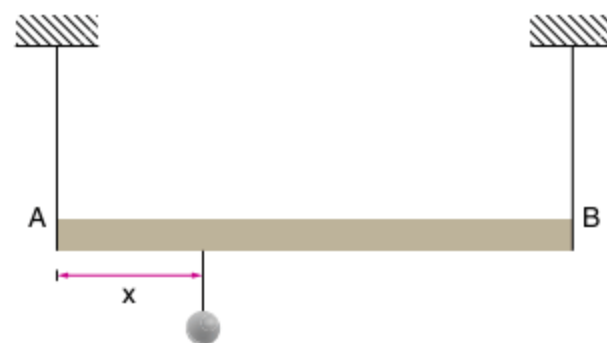


Sejam  $T_E$  e  $T_D$  os módulos das tensões nas cordas, respectivamente, da esquerda e da direita, e P o módulo da soma do peso do andaime com o peso de Miguel.

Analisando-se essas informações, é correto afirmar que:

- (a)  $T_E = T_D$  e  $T_E + T_D = P$                       (c)  $T_E < T_D$  e  $T_E + T_D = P$   
 (b)  $T_E = T_D$  e  $T_E + T_D > P$                       (d)  $T_E < T_D$  e  $T_E + T_D > P$

**57 Cesgranrio 2011** Uma barra homogênea, com peso igual a 18 newtons e 12 metros de comprimento está suspensa na horizontal, em repouso, por 2 fios verticais que estão presos às suas extremidades A e B, conforme a ilustração a seguir.

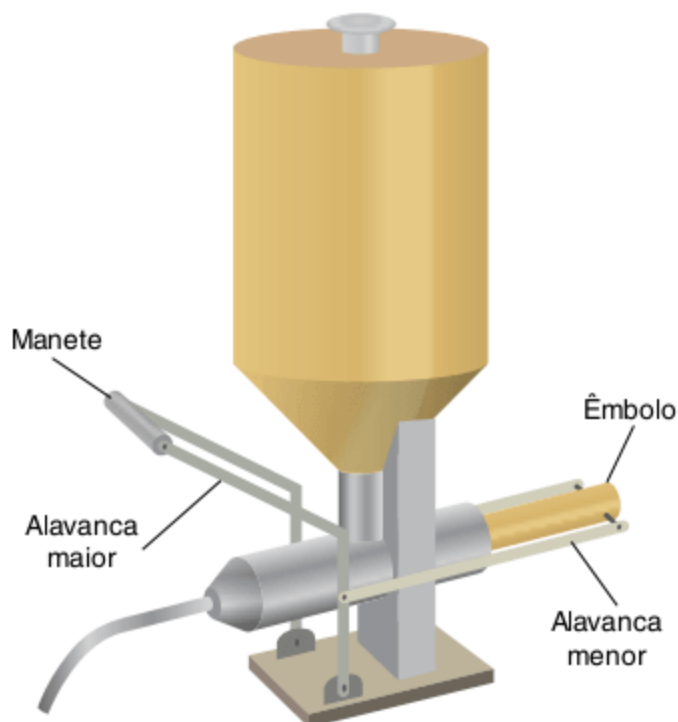


Uma esfera com peso igual a 2 newtons está pendurada a uma distância x da extremidade A. Seja  $F_B$  a tração exercida pelo fio sobre a extremidade B. A função que associa  $F_B$  à distância x ( $0 \leq x \leq 12$ ) é uma função de 1º grau, cujo coeficiente angular vale:

- (a)  $\frac{1}{10}$                                       (c)  $\frac{1}{5}$                                       (e)  $\frac{1}{3}$   
 (b)  $\frac{1}{6}$                                       (d)  $\frac{1}{4}$

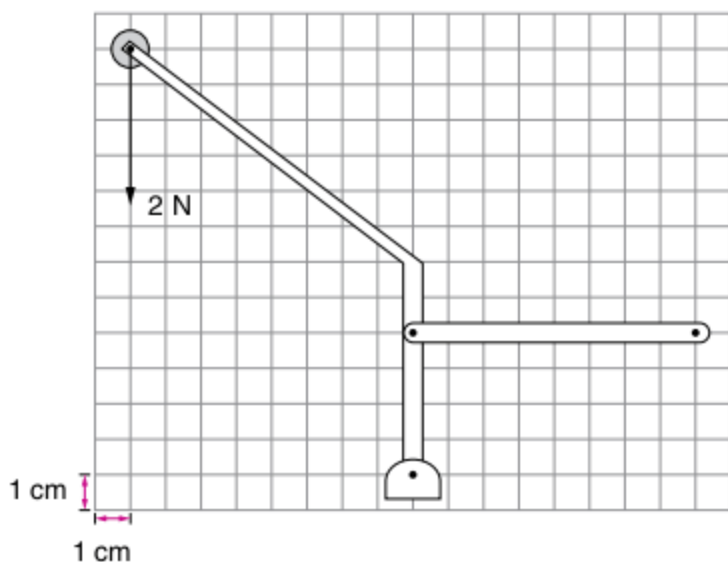
**Outras situações de equilíbrio**

**58 FGV 2010** Todo carrinho de churros possui um acessório peculiar que serve para injetar doce de leite nos churros. Nele, a força sobre um êmbolo, transmitida por alavancas, empurra o recheio para dentro do churro.



Em cada lado do recheador, há duas alavancas unidas por um pivô, uma delas, reta e horizontal, e a outra, parte vertical e parte transversal. A alavanca maior encontra na base do aparelho outro pivô e, na outra extremidade, um manete, onde é aplicada a força. A alavanca menor se conecta à extremidade do êmbolo que está em contato com o doce de leite, pronta para aplicar, no início do processo, uma força horizontal.

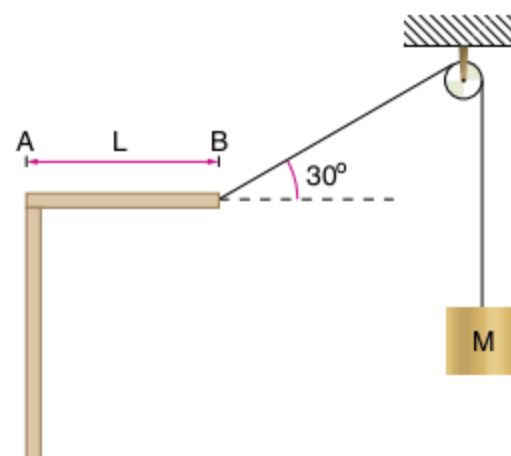
No momento em que vai recheiar um churro, o vendedor posiciona sua mão sobre o manete e aplica sobre ele uma força de 2 N, constante, de direção e sentido indicados no esquema, desenhado sobre uma malha quadriculada, cujas unidades têm dimensões 1 cm x 1 cm.



Se, devido a uma obstrução do canal de saída do recheio, o mecanismo não se move, desconsiderando-se as massas das alavancas e do manete, a intensidade da força que, nessa condição, o mecanismo aplica sobre o êmbolo, tem valor, em N, de:

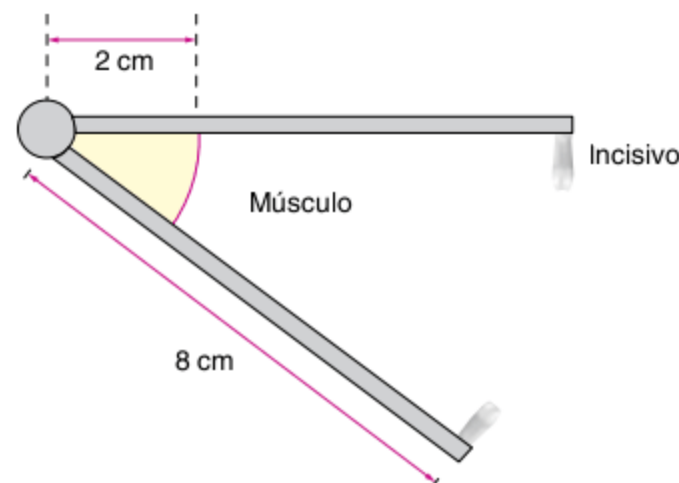
- (a) 4
- (b) 6
- (c) 8
- (d) 12
- (e) 16

**59 UFPE 2007** A figura mostra uma corda que passa por uma polia ideal, tendo uma de suas extremidades presa ao bloco de massa  $M$ , e a outra presa na extremidade B de uma viga uniforme. Considerando que a viga, de comprimento  $L$  e massa igual a 50 kg, é mantida em equilíbrio na horizontal com o auxílio do apoio em A, determine a massa do bloco, em kg.



- (a) 25
- (b) 40
- (c) 50
- (d) 75
- (e) 80

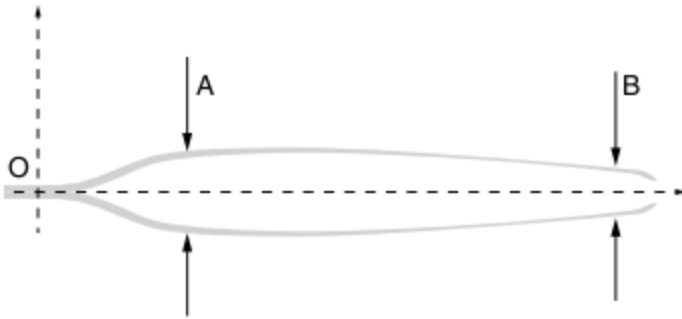
**60 UFSM 2007** Suponha que, do eixo das articulações dos maxilares até os dentes da frente (incisivos), a distância seja de 8 cm e que o músculo responsável pela mastigação, que liga o maxilar à mandíbula, esteja a 2 cm do eixo, conforme o esquema.



Se a força máxima que o músculo exerce sobre a mandíbula for de 1.200 N, o módulo da força exercida pelos dentes da frente, uns contra os outros, em N, é de:

- (a) 200
- (b) 300
- (c) 400
- (d) 800
- (e) 1.000

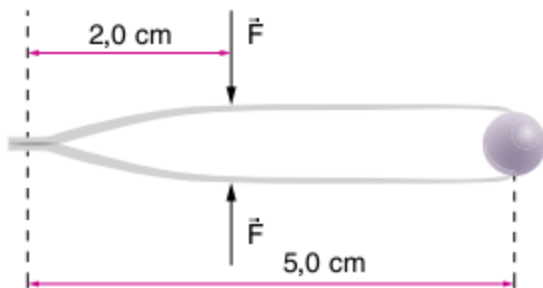
**61 UFRGS 2008** Pinças são utilizadas para manipulação de pequenos objetos. Seu princípio de funcionamento consiste na aplicação de forças opostas normais a cada um dos braços da pinça. Na figura a seguir, está representada a aplicação de uma força no ponto A, que se encontra a uma distância OA de um ponto de apoio localizado em O. No ponto B, é colocado um objeto entre os braços da pinça, e a distância deste ponto ao ponto de apoio é  $OB = 4 \cdot OA$ .



Sabendo-se que a força aplicada em A é de 4 N em cada braço, qual é a força transferida ao objeto, por braço?

- (a) 1 N
- (b) 4 N
- (c) 8 N
- (d) 16 N
- (e) 32 N

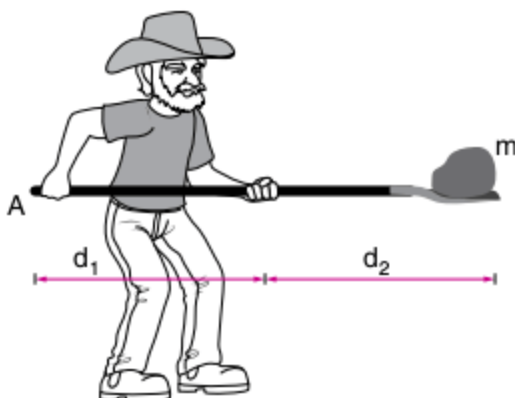
**62 Acafe 2012 (Adapt.)** Um instrumento utilizado com frequência no ambiente ambulatorial é uma pinça. Considere a situação em que se aplica simultaneamente uma força  $\vec{F}$  de módulo 10 N como se indica na figura a seguir. Despreze o peso do objeto.



O módulo da força, em newtons, que cada braço exerce sobre o objeto colocado entre eles é:

- (a) 15
- (b) 8
- (c) 10
- (d) 4

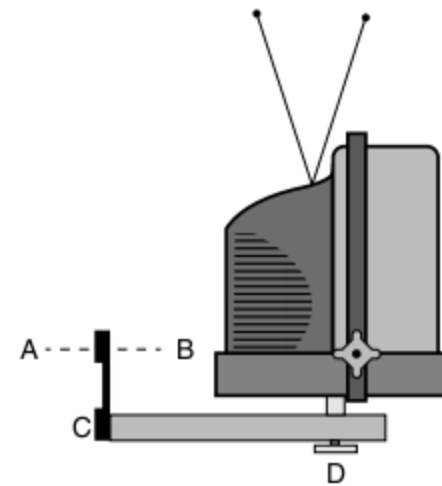
**63 UFSM** Para auxiliar a descompactação no ato de revirar a terra, um agricultor é visto em um determinado instante, com uma pá na horizontal.



Essa pá, de comprimento  $d$  e massa  $M$ , tem uma quantidade de terra de massa  $m$ . Se um agricultor segura a pá na horizontal pelo centro de gravidade dela e pela extremidade A, separados pela distância  $d_1$ , o módulo da força mínima aplicada pelo agricultor no centro de gravidade é:

- (a)  $mg + [(d_1 + d_2)/d_1] Mg$
- (b)  $Mg + (d_1 + d_2) mg$
- (c)  $Mg + [(d_1 + d_2)/d_1] mg$
- (d)  $Mg - (d_1 + d_2) mg$
- (e)  $mg - [(d_1 + d_2)/d_1] Mg$

**64 UFSCar 2006** Para minimizar o número de furos na parede, o suporte de televisores esquematizado fixa-se apenas por dois parafusos, colocados na direção e altura indicadas por  $\overline{AB}$  enquanto que em C o conjunto pressiona uma sapata de borracha contra a parede.



Considere:

a parede vertical e plana;

$\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  horizontais;

$\widehat{ACD} = 90^\circ$ ;

distância de C até a reta  $\overline{AB} = 9$  cm;

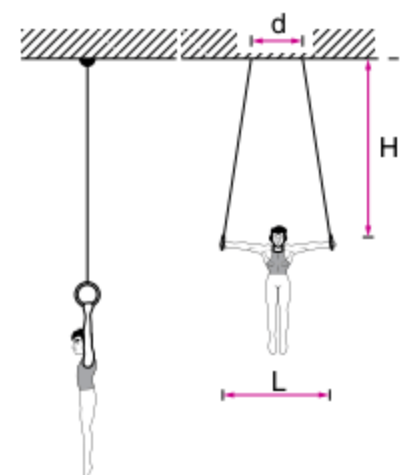
distância de C até D = 45 cm;

aceleração da gravidade =  $10 \text{ m/s}^2$ .

Desprezando-se a massa do suporte, se um televisor de 14 kg é nele montado, a intensidade da força que o conjunto de parafusos aguenta é, em N:

- (a) 450
- (b) 700
- (c) 950
- (d) 1.250
- (e) 1.500

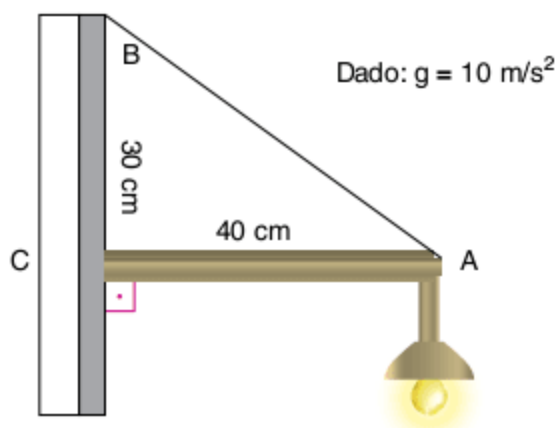
**65 Unicamp** Uma das modalidades de ginástica olímpica é a das argolas. Nessa modalidade, os músculos mais solicitados são os dos braços, que suportam as cargas horizontais, e os da região dorsal, que suportam os esforços verticais. Considerando um atleta cuja massa é de 60 kg e sendo os comprimentos indicados na figura  $H = 3,0$  m,  $L = 1,5$  m e  $d = 0,5$  m, responda:





- Qual a tensão em cada corda quando o atleta se encontra pendurado no início do exercício com os braços na vertical?
- Quando o atleta abre os braços na horizontal, qual a componente horizontal da tensão em cada corda?

**66 Mackenzie**

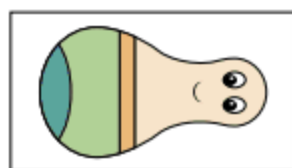


O tipo de luminária ilustrada na figura foi utilizado na decoração de um ambiente. A haste AC, presa à parede, é homogênea, tem secção transversal constante e massa 800 g. Quando o lampadário, pendente em A, tem massa superior a 500 g, o fio ideal AB arrebenta. Nesse caso, podemos dizer que a intensidade máxima da força tensora suportada por esse fio é:

- 15 N
- 13 N
- 10 N
- 8 N
- 5 N

**Tombamento e estabilidade**

**67 UFSCar** O João-teimoso é um boneco que, deslocado de sua posição de equilíbrio, sempre volta a ficar em pé. Suponha que uma criança segure um João-teimoso na posição da figura e logo em seguida o solte, sobre uma superfície horizontal. Assinale a alternativa que melhor representa o esquema das forças que, com exceção das forças de atrito, atuam sobre o João-teimoso deitado, imediatamente após ser solto pela criança.

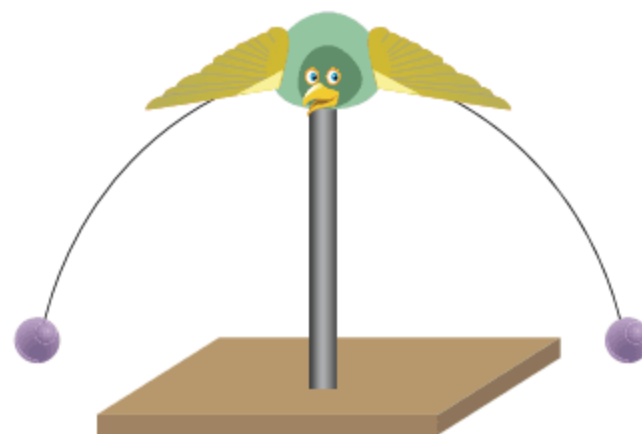


- 
- 
- 
- 
- 

**68 PUC-MG 2008** A torre inclinada de Pisa tem 54,5 m de altura (aproximadamente a altura de um edifício de 18 andares) e foi construída no século XII. Algum tempo após sua construção, o terreno cedeu, e a torre começou a inclinar. Atualmente, ela está com um desvio de 4,5 m. Os engenheiros da época perguntaram, e os de hoje ainda perguntam se a torre cai ou não. Assinale a resposta que indica a condição que deve ser satisfeita para que a torre não caia.

- A condição necessária e suficiente para que um ponto material sujeito a um sistema de forças esteja em equilíbrio é que seja nula a força resultante do sistema de forças.
- A condição necessária e suficiente para que um corpo esteja em equilíbrio é que a soma dos momentos das forças aplicadas nele seja nula.
- A condição de equilíbrio de um corpo apoiado é que a vertical baixada do centro de gravidade do corpo passe pela base de apoio.
- A condição de equilíbrio de um corpo suspenso é que o centro de suspensão S e o centro de gravidade do corpo estejam na mesma vertical.

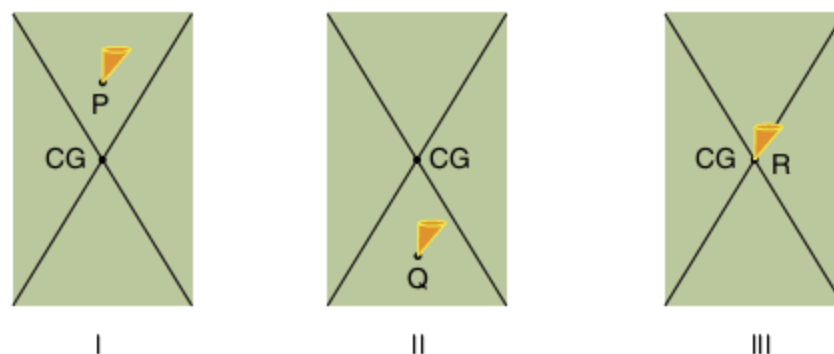
**69 Unesp** Num passarinho de madeira cujo centro de gravidade situa-se no seu próprio corpo, fixamos um arame com duas bolas de madeira.



Apoiando-se a base do passarinho num suporte de madeira, ele permanece em equilíbrio estável, porque o centro de gravidade do sistema (passarinho e fio com bolas) situa-se:

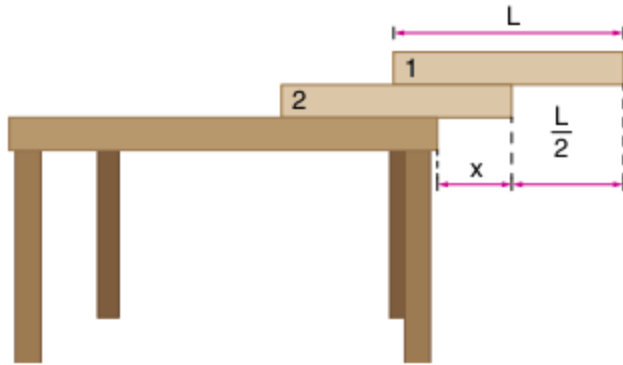
- no pescoço do passarinho, por onde passa o fio.
- na barriga do passarinho.
- no bico do passarinho.
- entre os olhos do passarinho.
- abaixo do ponto de apoio do passarinho, no suporte.

**70 UFB** Três placas metálicas com centro de gravidade CG indicado nas figuras podem girar livremente em torno dos pontos P, Q e R, nas figuras I, II e III, respectivamente.

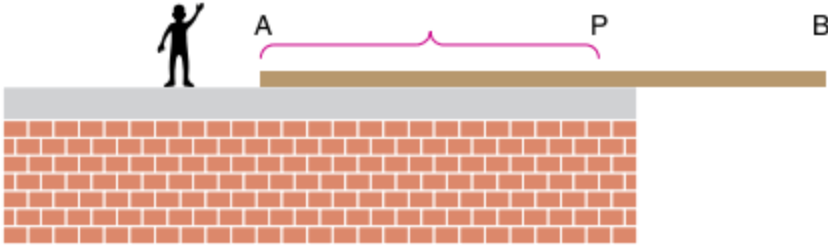


Classifique o tipo de equilíbrio em cada caso.

**71 UFPE 2007** Dois blocos idênticos de comprimento  $L = 24$  cm são colocados sobre uma mesa, como mostra a figura a seguir. Determine o máximo valor de  $x$ , em cm, para que os blocos fiquem em equilíbrio, sem tombarem. Aceleração da gravidade:  $10 \text{ m/s}^2$ .

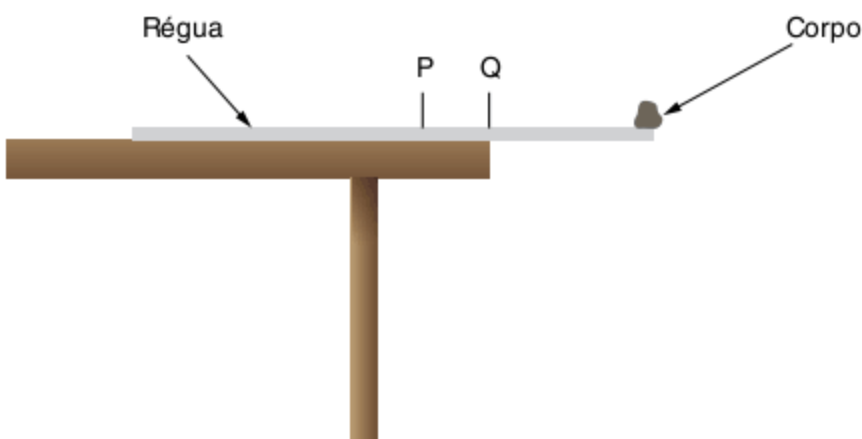


**72 Uerj 2007** A figura a seguir mostra um homem de massa igual a  $100 \text{ kg}$ , próximo a um trilho de ferro  $AB$ , de comprimento e massa respectivamente iguais a  $10 \text{ m}$  e  $350 \text{ kg}$ . O trilho encontra-se em equilíbrio estático, com  $60\%$  do seu comprimento total apoiados sobre a laje de uma construção. Dado: Aceleração da gravidade  $= 10 \text{ m/s}^2$ .

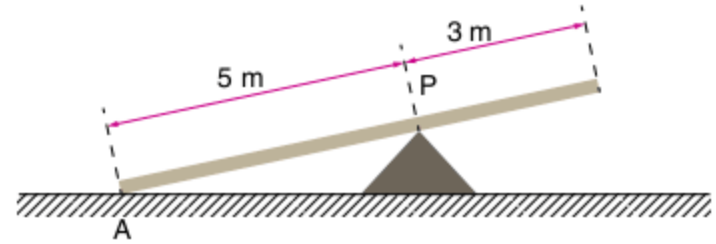


Estime a distância máxima que o homem pode se deslocar sobre o trilho, a partir do ponto  $P$ , no sentido da extremidade  $B$ , mantendo-o em equilíbrio.

**73 UFPE** Deseja-se saber a massa de uma régua de  $1,0 \text{ m}$  de comprimento e dispõe-se de um pequeno corpo de  $9,0 \text{ g}$ . Realiza-se o experimento mostrado a seguir. Apoia-se a régua, na iminência de cair, sobre a borda de uma mesa horizontal, com o corpo na extremidade da régua (ver figura). O ponto  $Q$  coincide com a marcação  $45 \text{ cm}$  e alinha-se com a borda da mesa. O ponto  $P$  indica o ponto médio da régua e o pequeno corpo coincide com a marcação  $0,0 \text{ cm}$ . Calcule a massa da régua, em  $\text{g}$ .

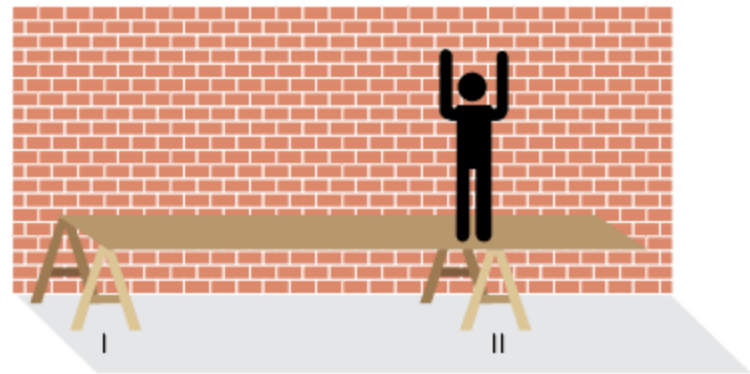


**74 Fuvest** Uma prancha rígida, de  $8 \text{ m}$  de comprimento, está apoiada no chão (em  $A$ ) e em um suporte  $P$ , como na figura. Uma pessoa, que pesa metade do peso da prancha, começa a caminhar lentamente sobre ela, a partir de  $A$ . Pode-se afirmar que a prancha desencostará do chão (em  $A$ ), quando os pés dessa pessoa estiverem à direita de  $P$ , e a uma distância desse ponto aproximadamente igual a:



- (a)  $1,0 \text{ m}$
- (b)  $1,5 \text{ m}$
- (c)  $2,0 \text{ m}$
- (d)  $2,5 \text{ m}$
- (e)  $3,0 \text{ m}$

**75 UFF** Para realizar reparos na parte mais alta de um muro, um operário, com  $7,0 \cdot 10^2 \text{ N}$  de peso, montou um andaime, apoiando uma tábua homogênea com  $6,0 \text{ m}$  de comprimento e  $2,8 \cdot 10^2 \text{ N}$  de peso, sobre dois cavaletes, I e II, conforme a figura adiante. Observa-se que o cavelete II está a  $1,5 \text{ m}$  da extremidade direita da tábua.



Durante o trabalho, o operário se move sobre o andaime. A partir do cavelete II, a distância máxima que esse operário pode andar para a direita, mantendo a tábua em equilíbrio na horizontal, é, aproximadamente:

- (a)  $0,30 \text{ m}$
- (b)  $0,60 \text{ m}$
- (c)  $0,90 \text{ m}$
- (d)  $1,2 \text{ m}$
- (e)  $1,5 \text{ m}$

# TEXTO COMPLEMENTAR

## Tipos de alavanca

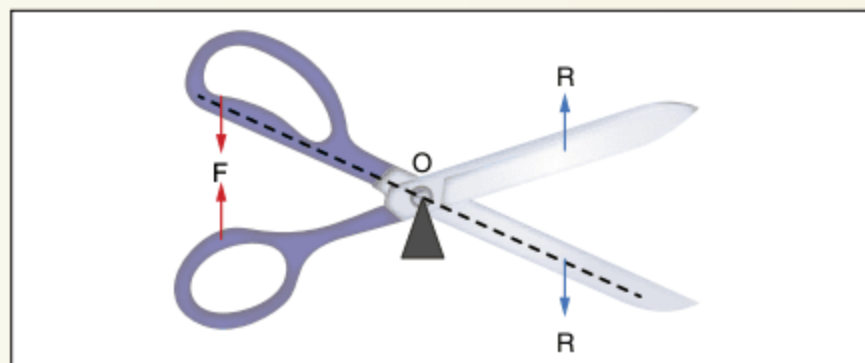
As alavancas mecânicas foram fundamentais para a criação de ferramentas que possibilitassem mover objetos pesados e facilitar trabalhos manuais. O carrinho de mão, o martelo, a gangorra, o pé de cabra, a tesoura e os alicates são exemplos de alavancas utilizadas diariamente. Conhecendo os princípios do funcionamento dessas ferramentas, o homem conseguiu não só desenvolver equipamentos para ajudar em trabalhos cotidianos, mas também compreender melhor o corpo humano, cujos músculos transmitem forças, e as articulações atuam como pontos de apoio de alavancas.

As **alavancas** são formadas por barras ou hastes rígidas que podem rotacionar em torno de um ponto de apoio, também denominado **fulcro**. Na barra é exercida uma **força potente** (ou força de ação) que possui o objetivo de equilibrar ou levantar um objeto. Devido à aplicação dessa força potente, aparece na barra uma **força resistente**, exercida pelo objeto que se deseja equilibrar ou levantar, por exemplo.

Podemos classificar as alavancas em três tipos:

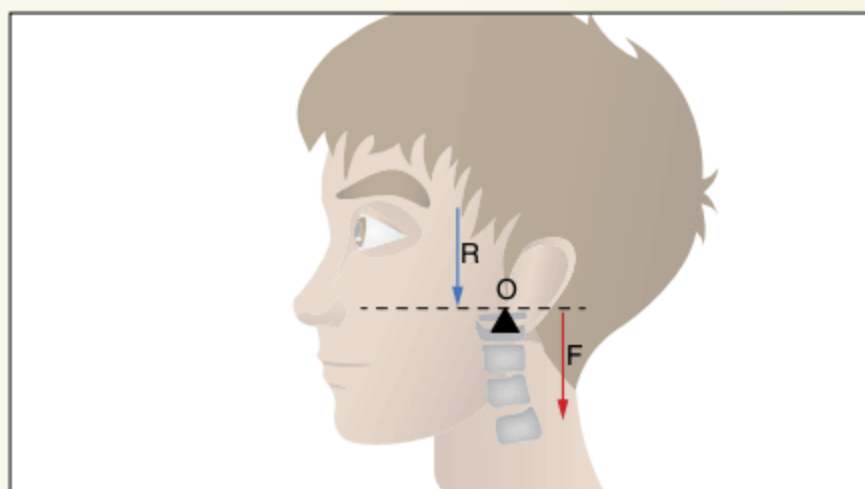
### Alavanca interfixa ou alavanca de primeira classe

Nesse tipo de alavanca, o ponto de apoio (O) está entre a força potente (F) e a força resistente (R). Isso gera uma vantagem mecânica quando o braço da força potente é grande e o braço da força resistente é pequeno. Exemplos: gangorra, tesoura, alicate.



A tesoura funciona como uma alavanca interfixa.

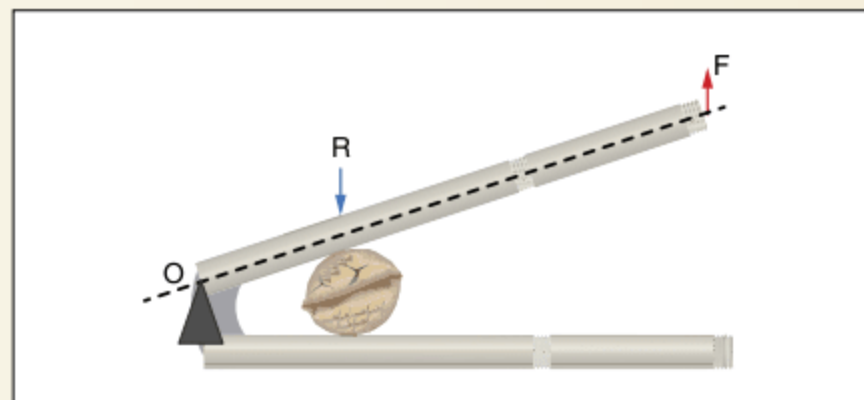
No corpo humano, o peso de nossa cabeça atua como uma força resistente (R). O ponto de articulação da coluna com a cabeça é o ponto de apoio, e os músculos do pescoço são as forças potentes (F) para equilibrar a cabeça.



Esquema de alavanca interfixa no corpo humano.

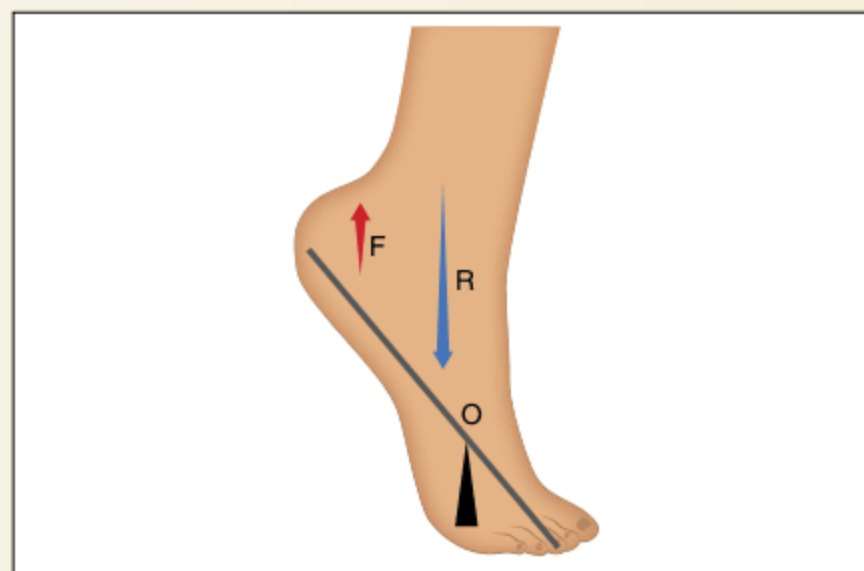
### Alavanca inter-resistente ou alavanca de segunda classe

Nas alavancas de segunda classe, ou inter-resistentes, o ponto de aplicação da força resistente está entre a força potente e o ponto de apoio. Exemplos: carrinho de mão, quebra-nozes.

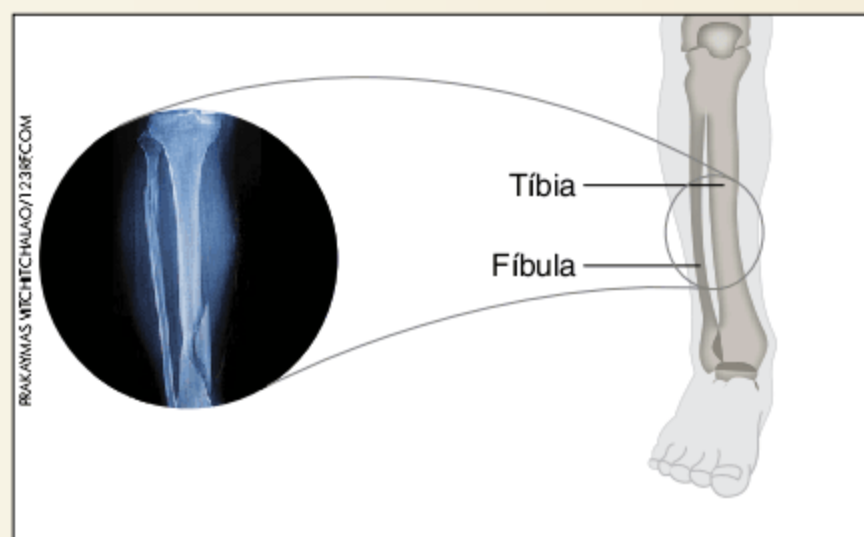


O quebra-nozes funciona como uma alavanca inter-resistente.

No corpo humano, a força resistente R aparece devido ao peso transmitido através dos ossos tíbia e fíbula. A força potente F é realizada pelos músculos da perna, que se prendem ao calcânhar por meio do tendão.



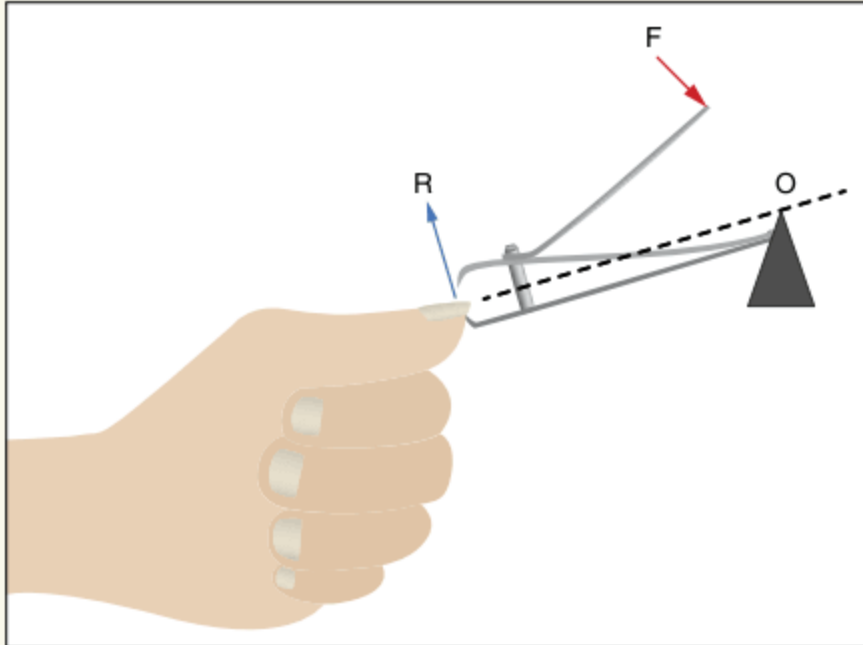
Esquema de alavanca inter-resistente no corpo humano.



Radiografia mostrando a fratura dos ossos tíbia e fíbula, responsáveis pela estabilidade de nosso corpo quando estamos de pé.

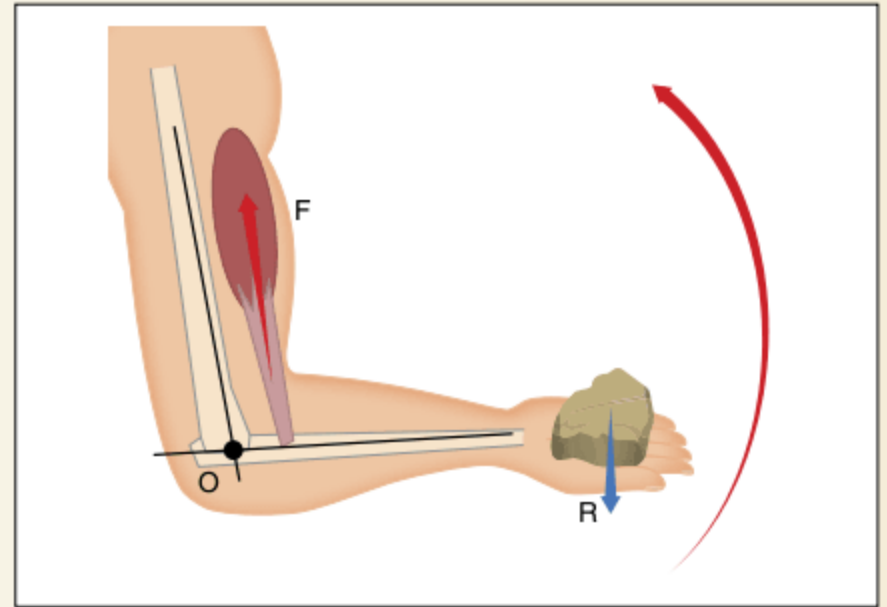
### Alavanca interpotente ou alavanca de terceira classe

Em alavancas interpotentes a força potente está aplicada entre a força resistente e o ponto de apoio. Aparentemente, esse tipo de alavanca não parece vantajoso, já que requer um esforço grande (muita potência) para equilibrar uma pequena resistência. Porém, embora o esforço seja grande para que essa alavanca se movimente, os deslocamentos do lado da força resistente, em compensação, são grandes também, ocasionando uma maior velocidade no ponto resistente da alavanca. Exemplos: pinça, cortador de unhas, *hashi*.



O cortador de unhas funciona como uma alavanca interpotente.

O corpo humano tem várias alavancas desse tipo, como o músculo do bíceps, que realiza uma força potente  $F$ , tendo como ponto de apoio o cotovelo. O local de aplicação da força resistente  $R$  é a mão, onde se localiza a carga.



Esquema de alavanca interpotente no corpo humano.

## RESUMINDO

### Conceitos básicos de Estática

Um corpo com dimensões desprezíveis é considerado um **ponto material**. Um **corpo extenso**, ou **corpo rígido**, é um corpo com dimensões que não são desprezíveis para a resolução dos problemas. Em nosso estudo, consideramos os corpos rígidos não deformáveis.

### Centro de massa

Para determinar o **centro de massa** de um sistema de partículas pode ser feita uma média ponderada:

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

### Centro de gravidade

O **centro de gravidade** de um corpo é o ponto de aplicação da força peso e coincide com o centro de massa quando o campo gravitacional é constante.

O **centro de massa** coincide com o centro geométrico quando o corpo é uniforme, ou seja, quando ele tem densidade constante.

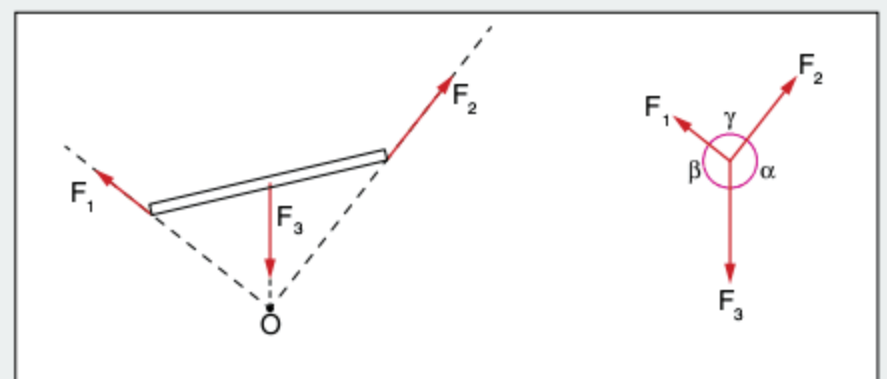
### Equilíbrio translacional

Um corpo em **equilíbrio translacional** tem  $\vec{F}_R = \vec{0}$ .

### Teorema da Lamy

Quando um corpo está em equilíbrio sob a ação de 3 forças, podemos aplicar o **teorema de Lamy**:

$$\frac{F_1}{\text{sen}\alpha} = \frac{F_2}{\text{sen}\beta} = \frac{F_3}{\text{sen}\gamma}$$



### Torque

O **torque**, ou momento de uma força em relação a um polo,  $M$ , está relacionado à capacidade que a força tem de girar um corpo.

$$M = F \cdot b \text{ (N} \cdot \text{m)}$$

Onde:

$F$  é o módulo da força

$b$  é o braço de alavanca (distância entre a linha de ação da força e um ponto escolhido).

### Condições de equilíbrio

Para o equilíbrio translacional e rotacional, temos:

- Equilíbrio = Eq. Translacional + Eq. Rotacional
- Eq. Translacional:  $\vec{F}_R = \vec{0}$
- Eq. Rotacional:  $\vec{M}_R = \vec{0}$
- Qualquer ponto pode ser escolhido como polo se o corpo estiver em equilíbrio translacional.
- Caso o corpo não esteja em equilíbrio translacional, ou seja, se ele tiver aceleração linear, para que exista equilíbrio rotacional o torque em relação ao centro de massa deve ser nulo.
- Se o corpo estiver em equilíbrio sob a ação de 3 forças, essas forças devem ser concorrentes em um único ponto.

### Tombamento e escorregamento

Carregamentos distribuídos devem ser substituídos por uma força equivalente que gere o mesmo torque. A linha de ação da força resultante deve passar pelo centroide do carregamento distribuído.

Em uma **alavanca interfixa**, o ponto de apoio está entre a força potente e a força resistente. Na **alavanca inter-resistente**, o ponto de aplicação da força resistente está entre o ponto de aplicação da força potente e o ponto de apoio. Em alavancas **interpotentes**, a força potente está aplicada entre a força resistente e o ponto de apoio.

### Tipos de equilíbrio

Se uma pequena perturbação faz com que o corpo retorne à posição de equilíbrio, trata-se de uma situação de **equilíbrio estável**. Quando um corpo apoiado por apenas um ponto tem o centro de gravidade abaixo desse ponto de apoio, o equilíbrio é estável, já que o peso gera um torque de restauração.

Se uma pequena perturbação faz com que o corpo se afaste cada vez mais da posição de equilíbrio, trata-se de uma situação de **equilíbrio instável**. Da mesma maneira, quando um corpo apoiado por apenas um ponto tem o centro de gravidade acima desse ponto de apoio, o equilíbrio é instável, já que o peso gera um torque de tombamento.

## QUER SABER MAIS?



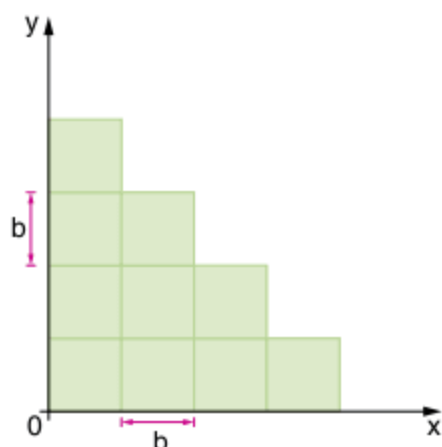
### SITES

- Uma breve história das máquinas simples  
<<http://www.seara.ufc.br/folclore/folclore231.htm>>
- A alavanca de Arquimedes  
<<http://super.abril.com.br/cotidiano/alavanca-arquimedes-438862.shtml>>
- Centro de massa de uma pessoa  
<<http://hypertextbook.com/facts/2006/centerofmass.shtml>>
- Sapatilhas especiais de Michael Jackson que evitam o tombamento  
<<http://cacadorde misterio.blogspot.com.br/2009/12/smooth-criminal-os-sapatos.html>>
- Arcos catenários  
<<http://www.tv escola.org.br/matematica-em-toda-parte-2/fasciculos/transporte/>>
- A catenária  
<[http://www.youtube.com/watch?v=yBH5ezzY\\_-0](http://www.youtube.com/watch?v=yBH5ezzY_-0)>

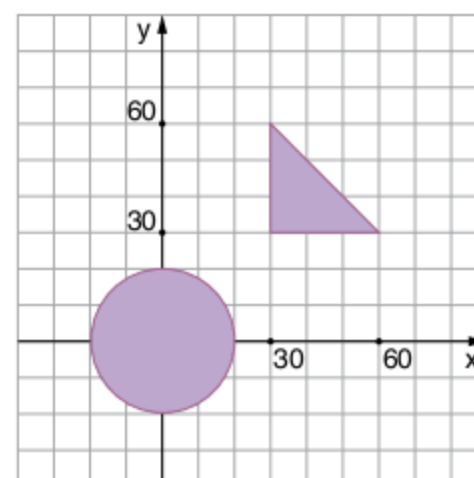
## Exercícios complementares

### Centro de massa e equilíbrio translacional

**1** **UFC 2007** Cada um dos quadrados mostrados na figura a seguir tem lado  $b$  e massa uniformemente distribuída. Determine as coordenadas  $(x, y)$  do centro de massa do sistema formado pelos quadrados.

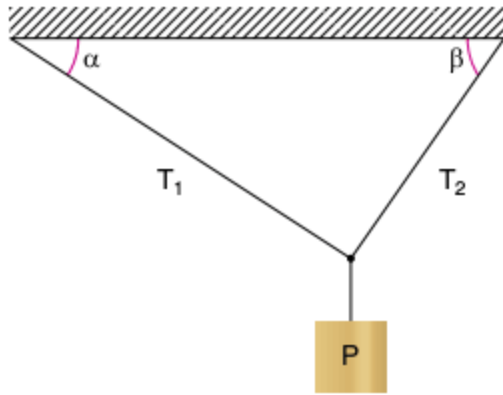


**2** **UnB** Admitindo-se, no sistema de coordenadas da figura abaixo, que cada quadradinho tenha 10 cm de lado, determine as coordenadas do centro de massa do sistema constituído de duas placas homogêneas, uma circular e outra triangular, cujas massas são iguais.



Calcule, em centímetros, o valor da soma das coordenadas obtidas e despreze a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

**3 Uerj** Um corpo de peso  $P$  encontra-se em equilíbrio, suspenso por três cordas inextensíveis. Observe, na figura, o esquema das forças  $T_1$  e  $T_2$ , que atuam sobre o nó de junção das cordas, e os respectivos ângulos,  $\alpha$  e  $\beta$ , que elas formam com o plano horizontal.



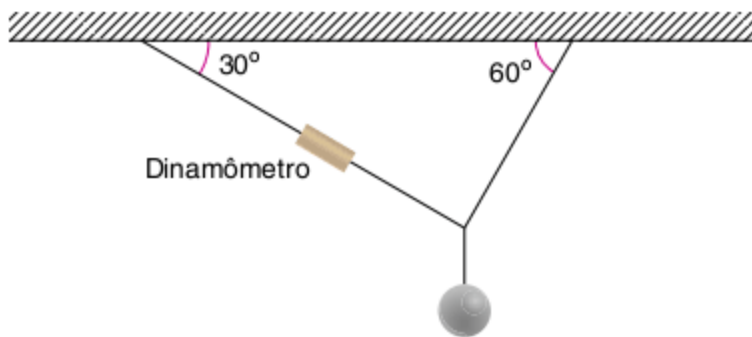
Fazendo a decomposição dessas forças, um aluno escreveu o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta = P \\ T_1 \cos \alpha - T_2 \cos \beta = 0 \end{cases}$$

Sabendo que  $\alpha$  e  $\beta$  são ângulos complementares, o aluno pôde determinar a seguinte expressão do  $\cos \beta$ , em função de  $T_1$ ,  $T_2$  e  $P$ :

- (a)  $\frac{T_1 P}{T_1^2 + T_2^2}$
- (b)  $\frac{T_2 P}{T_1^2 + T_2^2}$
- (c)  $\frac{P^2}{T_1^2 + T_2^2}$
- (d)  $\frac{T_1 T_2}{T_1^2 + T_2^2}$

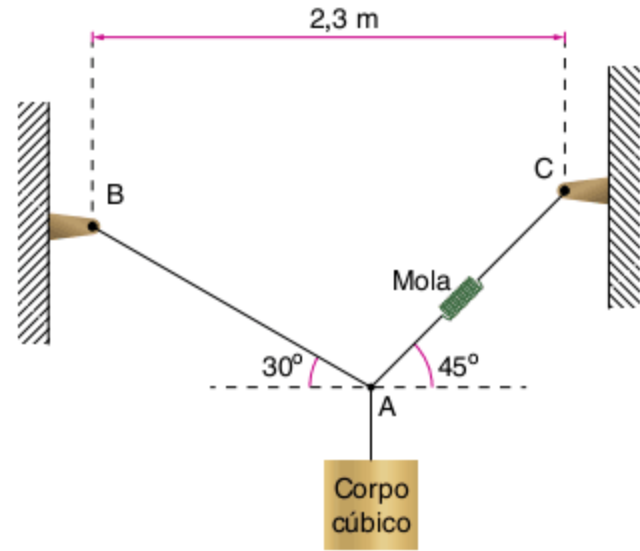
**4 Unesp 2010** Um professor de física pendurou uma pequena esfera, pelo seu centro de gravidade, ao teto da sala de aula, conforme a figura:



Em um dos fios que sustentava a esfera, ele acoplou um dinamômetro e verificou que, com o sistema em equilíbrio, ele marcava 10 N. O peso, em newtons, da esfera pendurada é de:

- (a)  $5\sqrt{3}$
- (b) 10
- (c)  $10\sqrt{3}$
- (d) 20
- (e)  $20\sqrt{3}$

**5 IME 2012**

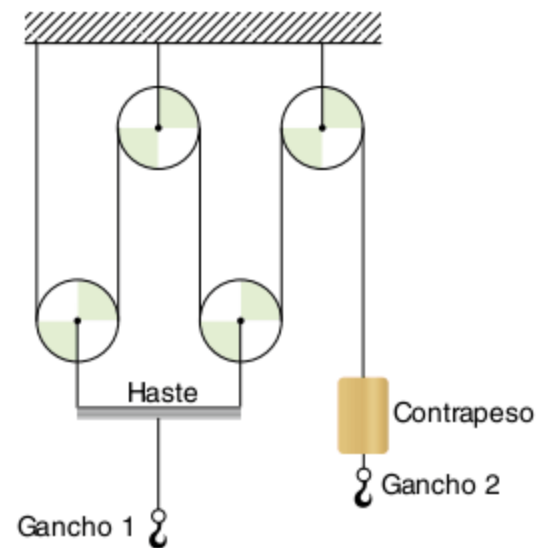


A figura mostra um corpo cúbico de 50 cm de aresta suspenso por dois cabos AB e AC em equilíbrio. Sabe-se que o peso específico volumétrico do material do corpo cúbico, a rigidez da mola do cabo AC e o comprimento do cabo AC antes da colocação do corpo cúbico são iguais a  $22,4 \text{ kN/m}^3$ ,  $10,0 \text{ kN/m}$  e  $0,5 \text{ m}$ . O valor do comprimento do cabo AB, em metros, após a colocação do corpo cúbico é:

Adote:  $\sqrt{3} = 1,73$  e  $\sqrt{2} = 1,41$ .

- (a) 1,0
- (b) 1,5
- (c) 2,0
- (d) 2,5
- (e) 3,0

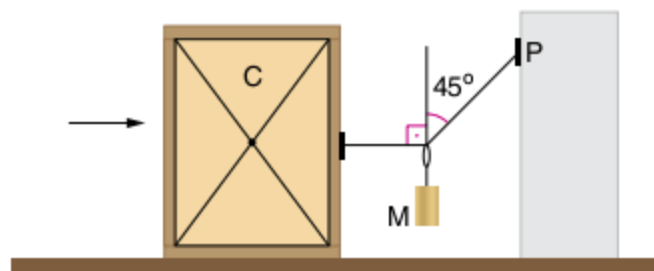
**6 IFSP 2012** Para facilitar a movimentação vertical de motores pesados em sua oficina, um mecânico montou a associação de roldanas mostrada de forma simplificada na figura. Todos os fios, as roldanas, os ganchos 1 e 2 e a haste horizontal têm massas desprezíveis. Um motor de peso  $P$  será pendurado no gancho 1 e um contrapeso, de peso  $\frac{P}{5}$ , é permanentemente mantido na posição indicada na montagem.



O motor permanecerá em repouso, sem contato com o solo, se no gancho 2, preso no contrapeso, for pendurado outro corpo de peso:

- (a)  $\frac{P}{2}$
- (b)  $\frac{P}{4}$
- (c)  $\frac{P}{8}$
- (d)  $\frac{P}{10}$
- (e)  $\frac{P}{20}$

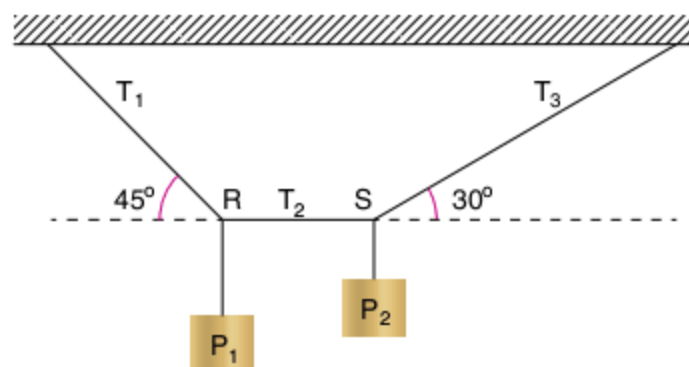
**7 Fuvest** Para vencer o atrito e deslocar um grande contêiner C, na direção indicada, é necessária uma força  $F = 500 \text{ N}$ . Na tentativa de movê-lo, blocos de massa  $m = 15 \text{ kg}$  são pendurados em um fio, que é esticado entre o contêiner e o ponto P na parede, como na figura. Para movimentar o contêiner, é preciso pendurar no fio, no mínimo,



$$\begin{aligned} \sin 45^\circ = \cos 45^\circ &\approx 0,7 \\ \tan 45^\circ &= 1 \end{aligned}$$

- (a) 1 bloco.
- (b) 2 blocos.
- (c) 3 blocos.
- (d) 4 blocos.
- (e) 5 blocos.

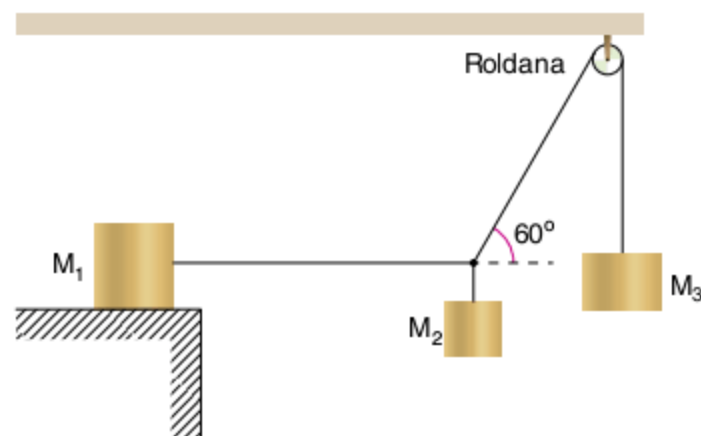
**8 Uece 2010** Na figura a seguir, o peso  $P_1$  é de  $500 \text{ N}$  e a corda RS é horizontal.



Os valores das tensões  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  e o peso  $P_2$ , em newton, são, respectivamente,

- (a)  $500\sqrt{2}$ ,  $500$ ,  $1000/\sqrt{3}$  e  $500/\sqrt{3}$ .
- (b)  $500/\sqrt{2}$ ,  $1000$ ,  $1000\sqrt{3}$  e  $500\sqrt{3}$ .
- (c)  $500\sqrt{2}$ ,  $1000$ ,  $1000/\sqrt{3}$  e  $500/\sqrt{3}$ .
- (d)  $500\sqrt{2}$ ,  $500$ ,  $1000\sqrt{3}$  e  $500\sqrt{3}$ .

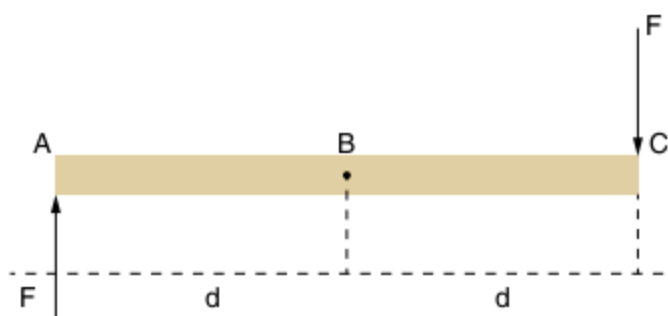
**9 UFPR 2012** Três blocos de massas  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ , respectivamente, estão unidos por cordas de massa desprezível, conforme mostrado na figura. O sistema encontra-se em equilíbrio estático. Considere que não há atrito no movimento da roldana, e que o bloco de massa  $m_1$  está sobre uma superfície horizontal. Assinale a alternativa que apresenta corretamente (em função de  $m_1$  e  $m_3$ ) o coeficiente de atrito estático entre o bloco de massa  $m_1$  e a superfície em que ele está apoiado.



- (a)  $\frac{m_3}{2m_1}$
- (b)  $\frac{m_1}{2m_3}$
- (c)  $\frac{\sqrt{3}m_3}{2m_1}$
- (d)  $\frac{\sqrt{3}m_1}{2m_3}$
- (e)  $\frac{\sqrt{3}m_1}{m_3}$

### Conceitos básicos de torque e equilíbrio

**10 PUC-PR 2006** Sobre a barra representada na figura, atuam duas forças distanciadas  $2d$ , de mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos.



Com estes dados, considere as afirmações:

- I. O momento estático das duas forças  $F$  em relação ao ponto A é maior que o momento estático destas em relação ao ponto B.
- II. O momento estático das duas forças  $F$  em relação aos pontos A, B ou C é sempre nulo, independente do valor de  $F$ .
- III. O momento estático das duas forças  $F$  em relação aos pontos A, B ou C tem o mesmo valor dado pela expressão  $M = 2dF$ .

Está correta ou estão corretas:

- (a) somente I.
- (b) I e II.
- (c) somente II.
- (d) II e III.
- (e) somente III.

**11 UFRN** A professora Marília tenta estimular os alunos com experiências simples, possíveis de ser realizadas facilmente, inclusive em casa.

Uma dessas experiências é a do equilíbrio de uma vassoura: Apóia-se o cabo de uma vassoura sobre os dedos indicadores de ambas as mãos, separadas (figura I). Em seguida, aproximam-se esses dedos um do outro, mantendo-se sempre o cabo da vassoura na horizontal. A experiência mostra que os dedos se juntarão sempre no mesmo ponto no qual a vassoura fica em equilíbrio, não caindo, portanto, para nenhum dos lados (figura II).

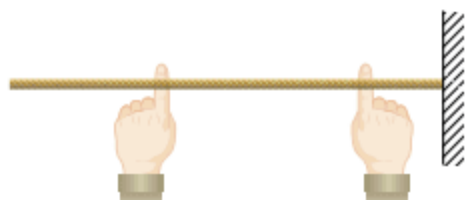


Figura I

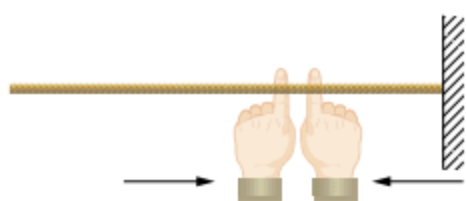


Figura II

Da experiência, pode-se concluir:

- (a) Quando as mãos se aproximam, o dedo que estiver mais próximo do centro de gravidade da vassoura estará sujeito a uma menor força de atrito.
- (b) Quando as mãos estão separadas, o dedo que suporta maior peso é o que está mais próximo do centro de gravidade da vassoura.
- (c) Se o cabo da vassoura for cortado no ponto em que os dedos se encontram, os dois pedaços terão o mesmo peso.
- (d) Durante o processo de aproximação, os dedos deslizam sempre com a mesma facilidade, pois estão sujeitos à mesma força de atrito.

**12 UEG 2010**

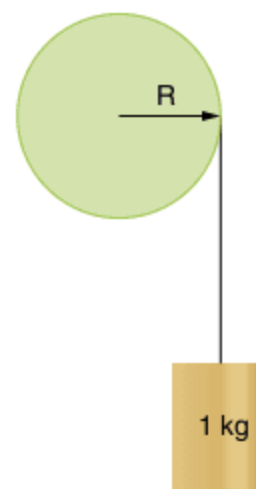


Disponível em: <[www.cbpf.br/~caruso/titinhass](http://www.cbpf.br/~caruso/titinhass)>. Acesso em: 16 out. 2009.

Observe a tira acima e responda ao que se pede.

- a) Defina momento de uma força (torque). Trata-se de uma grandeza escalar ou vetorial? Dê exemplos de aplicações no dia a dia.
- b) Justifique, fisicamente, o comentário do terceiro quadro na tira.

**13 PUC-RJ 2012** Um bloco de massa  $M = 1,0 \text{ kg}$  está preso a uma polia de raio  $R = 0,2 \text{ m}$  através de um fio inextensível e sem massa como mostra a figura. Sabendo que o bloco desce com uma aceleração de  $3,0 \text{ m/s}^2$ , calcule o torque em  $\text{N} \cdot \text{m}$  realizado pelo fio na extremidade da polia. Dado:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ .



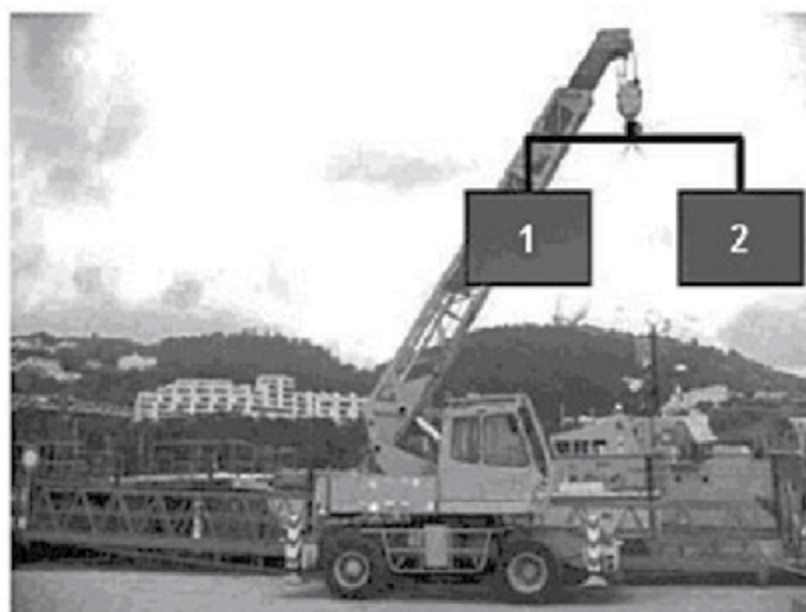
- (a) 0,6      (b) 1,4      (c) 2,0      (d) 3,5      (e) 6,0

### Alavancas simples

**14 FGV 2011** Três adolescentes, José, Ana e Lúcia, pesando, respectivamente, 420 N, 400 N e 440 N, estão sentados sobre uma gangorra. A gangorra é de material homogêneo, e seu ponto central O está apoiado em um suporte. De um lado da gangorra estão José e Ana, distantes do ponto O, respectivamente, 1,0 m e 1,7 m, equilibrando a gangorra na horizontal com Lúcia do outro lado. Nestas condições, desprezando efeitos devidos às dimensões dos jovens, a distância de Lúcia ao ponto O é igual a:

- (a) 3,0 m      (c) 2,7 m      (e) 1,7 m
- (b) 1,0 m      (d) 2,5 m

**15 UFPB 2012** Um navio cargueiro está sendo carregado de minério no porto de Cabedelo. O carregamento é, hipoteticamente, feito por um guindaste, manobrado por um operador que suspende, de cada vez, dois *containers* acoplados às extremidades de uma barra de ferro de três metros de comprimento, conforme esquema a seguir:



Disponível em: <[www.naval-sesimbra.pt/work/imagens/Grua\\_Amarela.jpg](http://www.naval-sesimbra.pt/work/imagens/Grua_Amarela.jpg)>. Acesso em: 12 ago. 2011. (Adapt.).



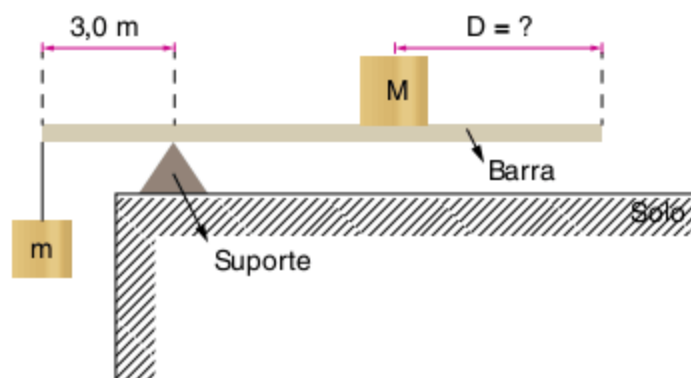
Na última etapa do carregamento, o *container* 1 é completamente preenchido de minério, totalizando uma massa de 4 toneladas, enquanto o *container* 2 é preenchido pela metade, totalizando uma massa de 2 toneladas. Para que os *containers* sejam suspensos em equilíbrio, o operador deve prender o gancho do guindaste exatamente no centro de massa do sistema, formado pelos dois *containers* e pela barra de ferro.

Nesse sentido, desprezando a massa da barra de ferro, conclui-se que a distância entre o gancho (preso na barra pelo operador) e o *container* 1 deve ser de:

- (a) 0,5 m
- (b) 1,0 m
- (c) 1,5 m
- (d) 2,0 m
- (e) 2,5 m

Obs.: O valor da aceleração da gravidade:  $g = 10 \text{ m/s}^2$   
A resistência do ar pode ser desconsiderada.

**16 UPE 2011** A figura abaixo mostra uma barra homogênea de peso 10 N e de comprimento 10 m que está apoiada sobre um suporte distante de 3,0 m da sua extremidade esquerda.



Pendura-se um bloco de massa  $m = 2,0 \text{ kg}$  na extremidade esquerda da barra e coloca-se um bloco de massa  $M = 4,0 \text{ kg}$  sobre a barra do lado direito ao suporte. O valor de  $D$ , para que a barra esteja em equilíbrio, em metros, vale:

- Dado: considere a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$
- (a) 4,5
  - (b) 5,0
  - (c) 5,5
  - (d) 6,0
  - (e) 6,5

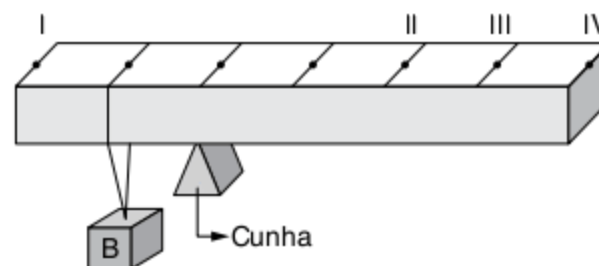
**17 UPE 2011** Uma barra de peso desprezível está sobre um apoio situado no meio dela. Aplicam-se 3 forças sobre a barra, como indicado na figura.



Dados: considere  $\cos 30^\circ = 0,86$  e  $\sin 30^\circ = 0,5$ .  
Para que a barra esteja em equilíbrio, o valor de  $F$ , em newtons, vale:

- (a) 17,2
- (b) 12,7
- (c) 10,0
- (d) 20,0
- (e) 18,0

**18 CFTMG 2010** No desenho abaixo, um corpo B, de massa igual a  $4M$ , está suspenso em um dos pontos equidistantes de uma barra homogênea, de comprimento  $L$  e massa  $M$ , que se encontra apoiada em uma cunha.



Para que a barra permaneça em equilíbrio horizontal, um corpo A de massa  $M$  deverá ser suspenso no ponto:

- (a) I.
- (b) II.
- (c) III.
- (d) IV.

**19 EsPCEX 2014** O desenho abaixo mostra uma barra homogênea e rígida AB de peso desprezível, apoiada no ponto O do suporte.



Desenho ilustrativo – fora de escala

A distância da extremidade B ao ponto de apoio O é o triplo da distância de A a O.

No lado esquerdo, um fio ideal isolante e inextensível, de massa desprezível, prende a extremidade A da barra a uma carga elétrica puntiforme positiva de módulo  $Q$ . A carga  $Q$  está situada a uma distância  $d$  de uma outra carga elétrica fixa puntiforme negativa de módulo  $q$ .

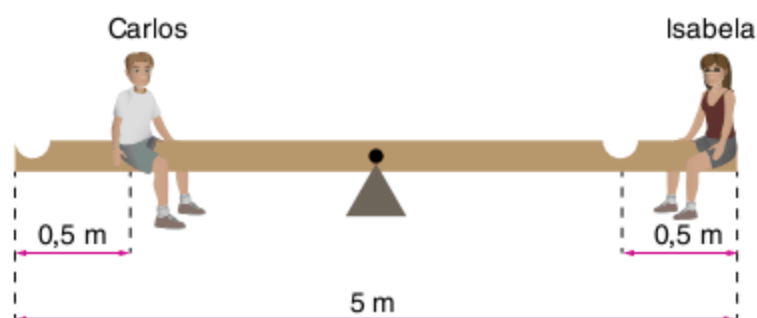
No lado direito, um fio ideal inextensível e de massa desprezível prende a extremidade B da barra ao ponto C. A intensidade da força de tração no fio BC, para que seja mantido o equilíbrio estático da barra na posição horizontal, é de:

Dados:  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 1/2$ ;  $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$ ;  
 $K_0$  é a constante eletrostática do meio.

- (a)  $\frac{K_0 Qq}{2d^2}$
- (b)  $\frac{K_0 Qq}{4d^2}$
- (c)  $\frac{\sqrt{3} K_0 Qq}{3d^2}$
- (d)  $\frac{\sqrt{3} K_0 Qq}{9d^2}$
- (e)  $\frac{K_0 Qq}{d^2}$

## Tipos de alavancas

**20 IFSP 2013** Em um parque de diversão, Carlos e Isabela brincam em uma gangorra que dispõe de dois lugares possíveis de se sentar nas suas extremidades. As distâncias relativas ao ponto de apoio (eixo) estão representadas conforme a figura a seguir.

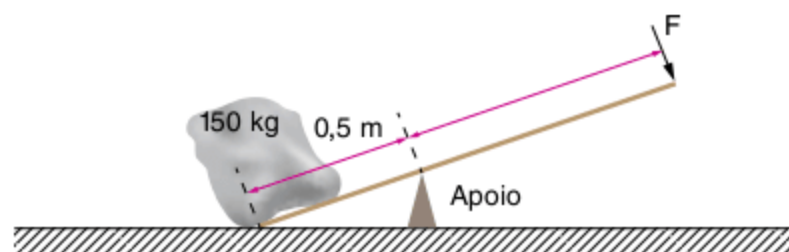


Considere a barra homogênea de peso desprezível e o apoio no centro da barra

Sabendo-se que Carlos tem 70 kg de massa e que a barra deve permanecer em equilíbrio horizontal, assinale a alternativa correta que indica respectivamente o tipo de alavanca da gangorra e a massa de Isabela comparada com a de Carlos.

- Interfixa e maior que 70 kg.
- Inter-resistente e menor que 70 kg.
- Interpotente e igual a 70 kg.
- Inter-resistente e igual a 70 kg.
- Interfixa e menor que 70 kg.

**21 Colégio Naval 2011 (Adapt.)** Observe a ilustração abaixo.

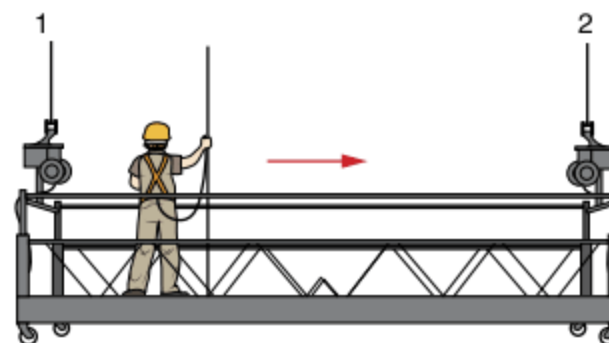


O sistema apresentado mostra uma alavanca, de tamanho total igual a 3,5 m, usada para facilitar a realização de um trabalho. Considerando que no local a gravidade tenha um valor aproximado de  $10 \text{ m/s}^2$ , assinale a opção que torne verdadeiros, simultaneamente, o tipo da alavanca mostrado e o valor da força  $F$  que mantenha o sistema em equilíbrio na horizontal.

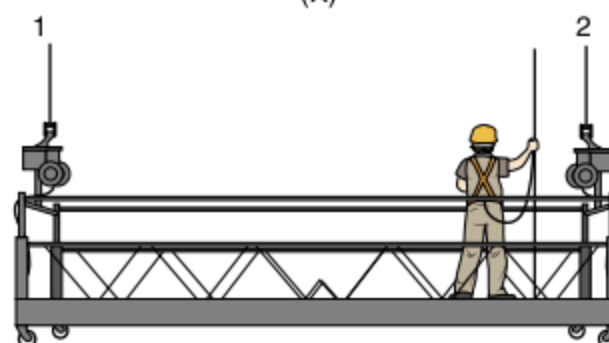
- Interfixa e  $F = 25 \text{ N}$ .
- Interfixa e  $F = 250 \text{ N}$ .
- Interpotente e  $F = 25 \text{ N}$ .
- Interpotente e  $F = 250 \text{ N}$ .
- Inter-resistente e  $F = 25 \text{ N}$ .

## Barras biapoiadas ou suspensas por 2 fios

**22 UFRGS 2013** Nas figuras (X) e (Y) abaixo, está representado um limpador de janelas trabalhando em um andaime suspenso pelos cabos 1 e 2, em dois instantes de tempo.



(X)



(Y)

Durante o intervalo de tempo limitado pelas figuras, você observa que o trabalhador caminha sobre o andaime indo do lado esquerdo, figura (X), para o lado direito, figura (Y).

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas da sentença abaixo, na ordem em que aparecem. Após o trabalhador ter se movido para a direita (figura (Y)), podemos afirmar corretamente que, em relação à situação inicial (figura (X)), a soma das tensões nos cabos 1 e 2 \_\_\_\_\_, visto que \_\_\_\_\_.

- permanece a mesma – as tensões nos cabos 1 e 2 permanecem as mesmas
- permanece a mesma – a diminuição da tensão no cabo 1 corresponde a igual aumento na tensão no cabo 2
- aumenta – aumenta a tensão no cabo 2 e permanece a mesma tensão no cabo 1
- aumenta – aumenta a tensão no cabo 1 e permanece a mesma tensão no cabo 2
- diminui – diminui a tensão no cabo 1 e permanece a mesma tensão no cabo 2

**23 Epcar 2012** Considere uma prancha homogênea de peso  $P$  e comprimento  $L$  que se encontra equilibrada horizontalmente em duas hastas A e B como mostra a figura 1 abaixo.



Figura 1

Sobre a prancha, em uma posição  $x < L/2$  é colocado um recipiente de massa desprezível e volume  $V$ , como mostrado na figura 2. Esse recipiente é preenchido lentamente com um líquido homogêneo de densidade constante até sua borda sem transbordar.

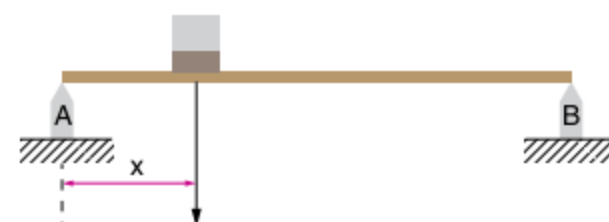
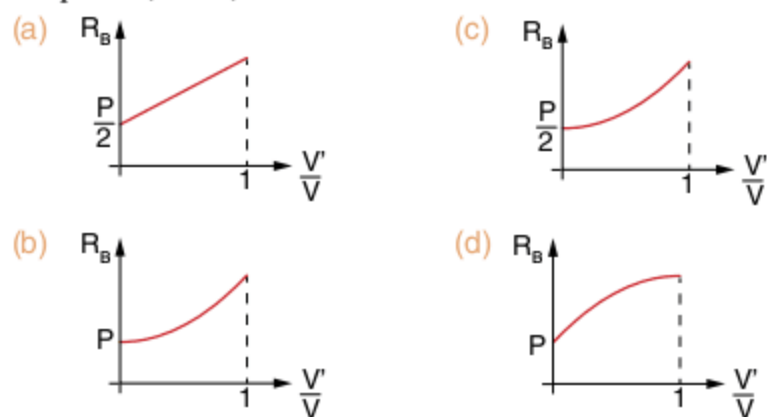


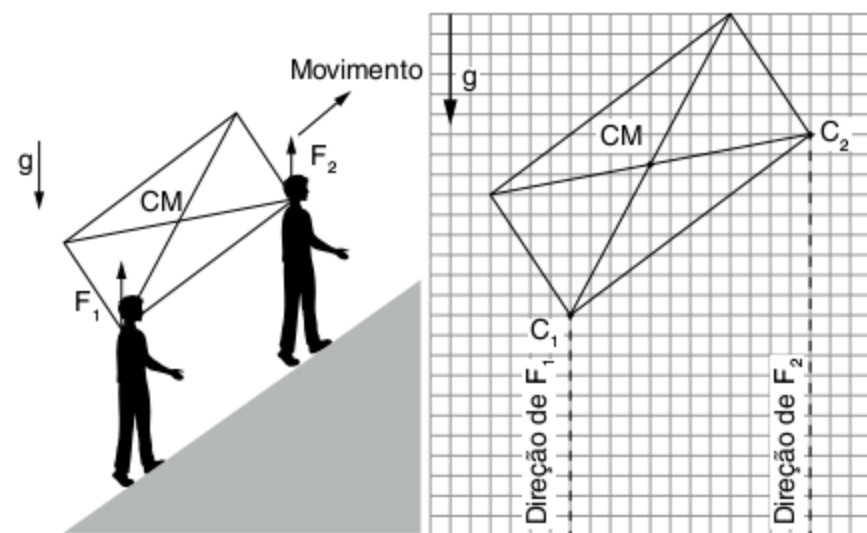
Figura 2

Nessas condições, o gráfico que melhor representa a intensidade da reação do apoio B,  $R_B$ , em função da razão entre o volume  $V'$  do líquido contido no recipiente pelo volume  $V$  do recipiente,  $V'/V$ , é:

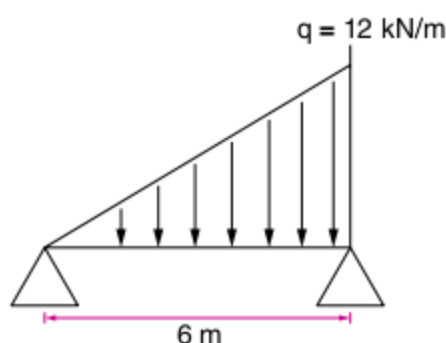


- 24 Fuvest 2008** Para carregar um pesado pacote, de massa  $M = 90 \text{ kg}$ , ladeira acima, com velocidade constante, duas pessoas exercem forças diferentes. O carregador 1, mais abaixo, exerce uma força  $F_1$  sobre o pacote, enquanto o carregador 2, mais acima, exerce uma força  $F_2$ . No esquema a seguir estão representados, em escala, o pacote e os pontos  $C_1$  e  $C_2$ , de aplicação das forças, assim como suas direções de ação.
- Determine, a partir de medições a serem realizadas no esquema a seguir, a razão  $R = F_1/F_2$ , entre os módulos das forças exercidas pelos dois carregadores.
  - Determine os valores dos módulos de  $F_1$  e  $F_2$ , em newtons.
  - Indique, no esquema a seguir, com a letra V, a posição em que o carregador 2 deveria sustentar o pacote para que as forças exercidas pelos dois carregadores fossem iguais.

Note e adote:  
A massa do pacote é distribuída uniformemente e, portanto, seu centro de massa, CM, coincide com seu centro geométrico.

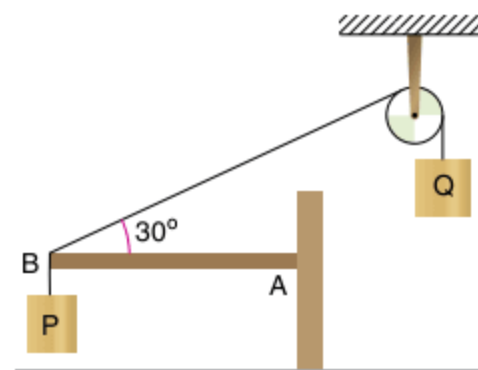


- 25** Determine a reação nos apoios da barra biapoiada abaixo, sujeita a um carregamento triangular.



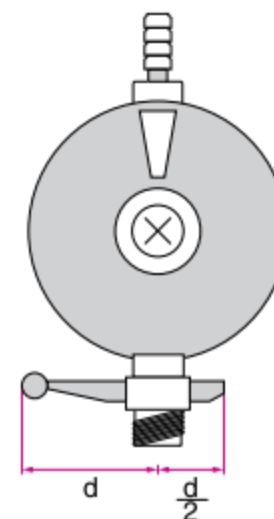
**Torque e casos clássicos**

- 26 UPE 2013 (Adapt.)** O sistema da figura a seguir é composto por uma barra homogênea AB, que está articulada em A e pesa 100 N. O objeto P pesa 50 N para que esse sistema permaneça estático. Analise os seguintes itens:  
Informações:  $\sin 30^\circ = 0,5$  e  $\cos 30^\circ = 0,87$ .



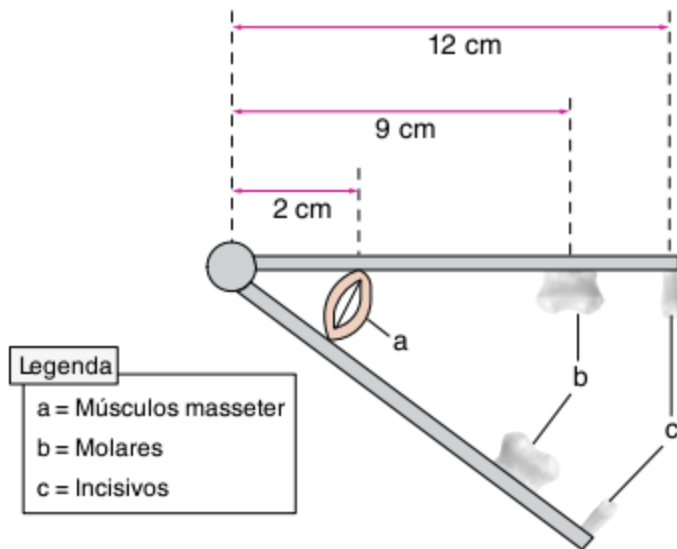
- O objeto Q pesa 200 N.
  - A componente horizontal da reação em A é  $R_x = 200 \text{ N}$ .
  - A componente horizontal da reação em A é  $R_x = 174 \text{ N}$ .
  - A componente vertical da reação em A é  $R_y = 50 \text{ N}$ .
- Estão corretas:
- I, II, III e IV.
  - I, II e III, apenas.
  - I, III e IV, apenas.
  - II, III e IV, apenas.
  - II e IV, apenas.

- 27 UFSCar 2008** Quando novo, o momento total do binário de forças mínimas, iguais, constantes e suficientes para atarraxar o regulador ao botijão de gás, tinha intensidade  $2Fd$  em N.m. Agora, quebrado como está, a intensidade das novas forças mínimas, iguais e constantes, capazes de causar o mesmo efeito, deve ser maior que F em



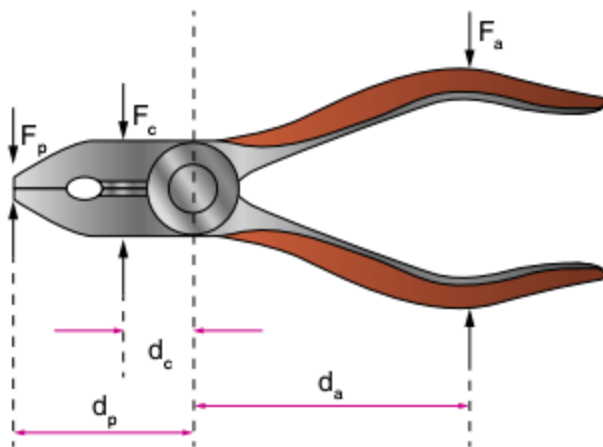
- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| (a) $\frac{1}{4}$ | (d) $\frac{2}{3}$ |
| (b) $\frac{1}{3}$ | (e) $\frac{3}{4}$ |
| (c) $\frac{1}{2}$ |                   |

**28 Unicamp** Milênios de evolução dotaram a espécie humana de uma estrutura dentária capaz de mastigar alimentos de forma eficiente. Os dentes da frente (incisivos) têm como função principal cortar, enquanto os de trás (molares) são especializados em triturar. Cada tipo de dente exerce sua função aplicando distintas pressões sobre os alimentos. Considere o desenho a seguir, que representa esquematicamente a estrutura maxilar. A força máxima exercida pelo músculo masseter em uma mordida é de 1.800 N.



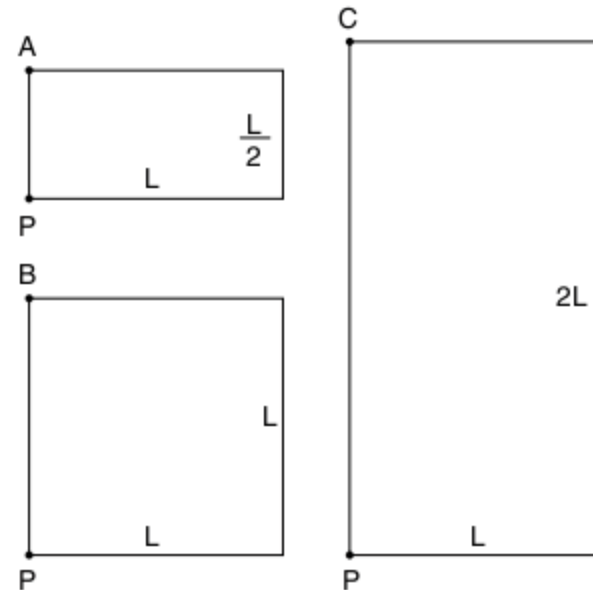
- Determine as forças máximas exercidas pelos dentes incisivos ao cortar os alimentos e pelos molares ao triturar os alimentos.
- Estime a área dos dentes molares e incisivos e calcule a pressão aplicada sobre os alimentos. Considere planos os dentes, conforme indicado na figura.

**29 Unicamp** Uma das aplicações mais comuns e bem-sucedidas de alavancas são os alicates. Esse instrumento permite amplificar a força aplicada ( $F_a$ ), seja para cortar ( $F_c$ ), ou para segurar materiais pela ponta do alicate ( $F_p$ ).



- Um arame de aço tem uma resistência ao corte de  $1,3 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ , ou seja, essa é a pressão mínima que deve ser exercida por uma lâmina para cortá-lo. Se a área de contato entre o arame e a lâmina de corte do alicate for de  $0,1 \text{ mm}^2$ , qual a força  $F_c$  necessária para iniciar o corte?
- Se esse arame estivesse na região de corte do alicate a uma distância  $d_c = 2 \text{ cm}$  do eixo de rotação do alicate, que força  $F_a$  deveria ser aplicada para que o arame fosse cortado? ( $d_a = 10 \text{ cm}$ ).

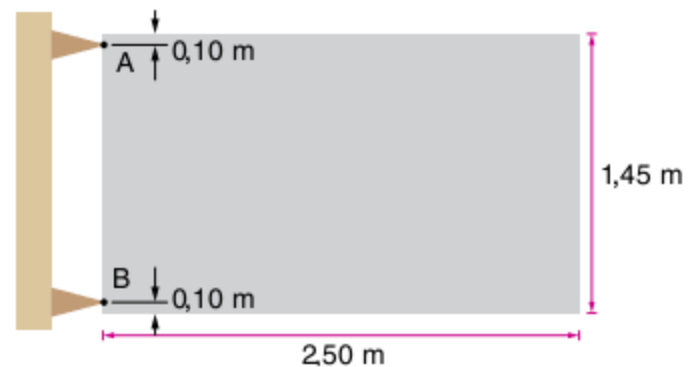
**30 Uece 2014** Três chapas retangulares rígidas repousam em um plano horizontal e podem girar livremente em torno de eixos verticais passando por P. As dimensões das chapas são identificadas na figura a seguir, em termos do comprimento L. Nos pontos A, B e C, são aplicadas três forças horizontais iguais.



A partir da segunda Lei de Newton, pode-se mostrar que a aceleração angular inicial de módulo  $\alpha \neq 0$  de cada chapa é proporcional ao momento da respectiva força em relação ao eixo de rotação de cada corpo. Desprezando todos os atritos, é correto afirmar-se que:

- $4\alpha_A = 2\alpha_B = \alpha_C$
- $\alpha_A = 2\alpha_B = 4\alpha_C$
- $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$
- $\frac{\alpha_A}{4} = \frac{\alpha_B}{2} = 2\alpha_C$

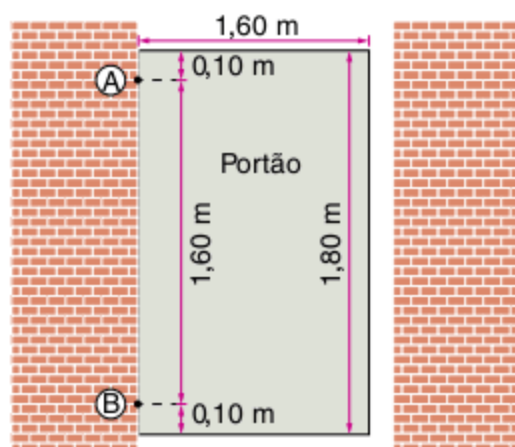
**31 UFRJ 2011** Um portão retangular de massa igual a 50 kg tem 2,50 m de comprimento, 1,45 m de altura e está preso a duas dobradiças A e B. O vértice da dobradiça A dista 0,10 m do topo do portão, e o vértice da dobradiça B, 0,10 m da base, como indica a figura a seguir.



Suponha que o sistema esteja em repouso, que o peso do portão esteja aplicado em seu centro geométrico e que a aceleração g da gravidade local seja  $10 \text{ m/s}^2$ .

- Calcule o módulo da força resultante exercida pelas duas dobradiças sobre o portão.
- Calcule o módulo da componente horizontal da força exercida pela dobradiça A sobre o portão e determine seu sentido.

**32 EsPCEx 2014** Um portão maciço e homogêneo de 1,60 m de largura e 1,80 m de comprimento, pesando 800 N, está fixado em um muro por meio das dobradiças A, situada a 0,10 m abaixo do topo do portão, e B, situada a 0,10 m de sua parte inferior. A distância entre as dobradiças é de 1,60 m, conforme o desenho abaixo.



Desenho ilustrativo – fora de escala

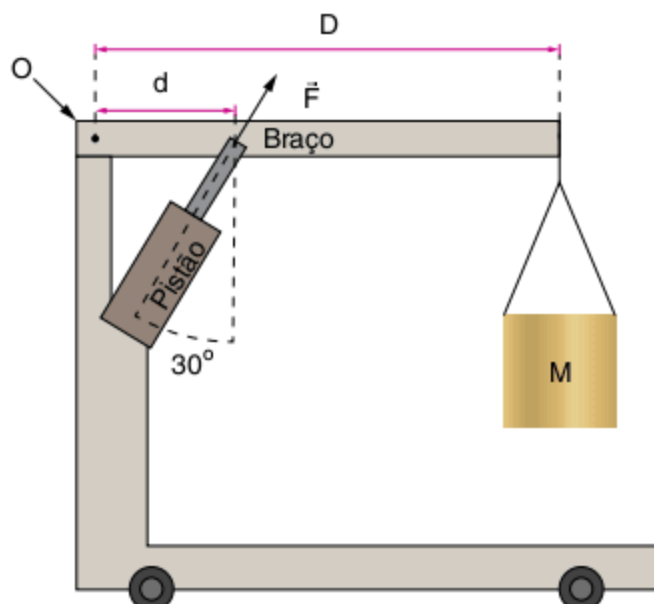
Elas têm peso e dimensões desprezíveis, e cada dobradiça suporta uma força cujo módulo da componente vertical é metade do peso do portão.

Considerando que o portão está em equilíbrio, e que o seu centro de gravidade está localizado em seu centro geométrico, o módulo da componente horizontal da força em cada dobradiça A e B vale, respectivamente:

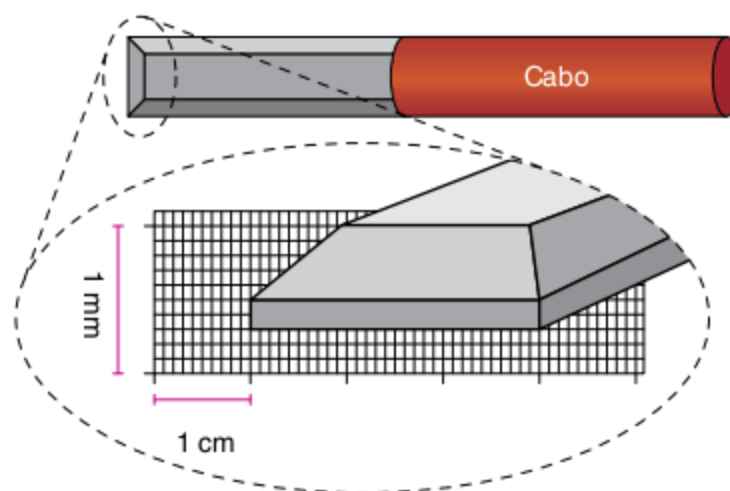
- (a) 130 N e 135 N. (c) 400 N e 400 N. (e) 600 N e 650 N.  
 (b) 135 N e 135 N. (d) 450 N e 450 N.

**33 Unicamp 2011** O homem tem criado diversas ferramentas especializadas, sendo que para a execução de quase todas as suas tarefas há uma ferramenta própria.

- a) Uma das tarefas enfrentadas usualmente é a de levantar massas cujo peso excede as nossas forças. Uma ferramenta usada em alguns desses casos é o guincho girafa, representado na figura adiante. Um braço móvel é movido por um pistão e gira em torno do ponto O para levantar uma massa M. Na situação da figura, o braço encontra-se na posição horizontal, sendo  $D = 2,4$  m e  $d = 0,6$  m. Calcule o módulo da força  $\vec{F}$  exercida pelo pistão para equilibrar uma massa  $M = 430$  kg. Despreze o peso do braço.  
 Dados:  $\cos 30^\circ = 0,86$  e  $\sin 30^\circ = 0,50$ .



- b) Ferramentas de corte são largamente usadas nas mais diferentes situações como, por exemplo, no preparo dos alimentos, em intervenções cirúrgicas, em trabalhos com metais e em madeira. Uma dessas ferramentas é o formão, ilustrado na figura adiante, que é usado para entalhar madeira. A área da extremidade cortante do formão que tem contato com a madeira é detalhada com linhas diagonais na figura, sobre uma escala graduada. Sabendo que o módulo da força exercida por um martelo ao golpear a base do cabo do formão é  $F = 4,5$  N, calcule a pressão exercida na madeira.



**34 Unirio**



Figura 1

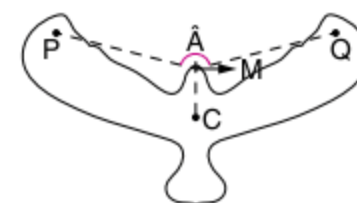


Figura 2

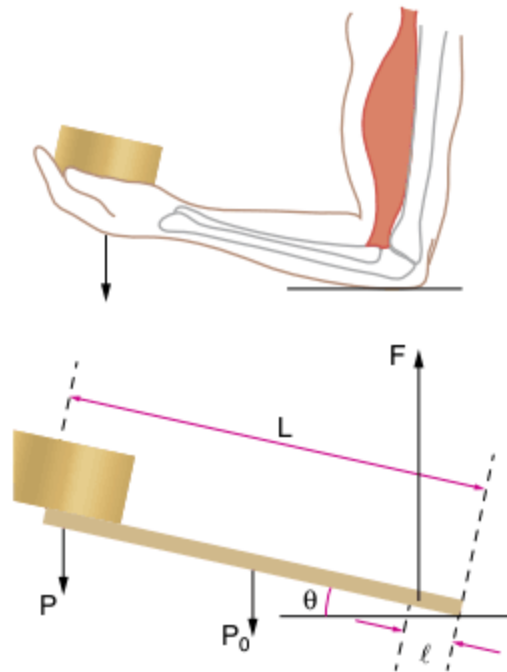
Uma pessoa tem um passarinho de brinquedo que pode ser equilibrado pela ação de uma força normal utilizando-se apenas um ponto de apoio M, localizado no bico do passarinho conforme a figura 1. Esse equilíbrio é alcançado em função da colocação de massas pontuais adequadas nos pontos P e Q. Sabe-se que a massa do passarinho antes da colocação das massas em P e Q é 30 g e seu centro de massa nesta situação é representado, na figura 2, pelo ponto C. Além disso, o passarinho é simétrico em relação ao eixo que contém os pontos M e C.

Sendo assim, para o equilíbrio ser alcançado, o valor de cada uma das massas colocadas nos pontos P e Q é:

Considere:  
 $PM = QM = 5,0$  cm;  $CM = 2,0$  cm;  $\hat{A} = 120^\circ$ ;  $\sin 30^\circ = 0,50$ ;  $\cos 30^\circ = 0,87$  e  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

- (a) 12 g  
 (b) 30 g  
 (c) 6,0 g  
 (d) 10 g  
 (e) 24 g

**35 Uerj** O braço humano, com o cotovelo apoiado sobre uma superfície, ao erguer um objeto, pode ser comparado a uma alavanca, como sugere a figura a seguir.



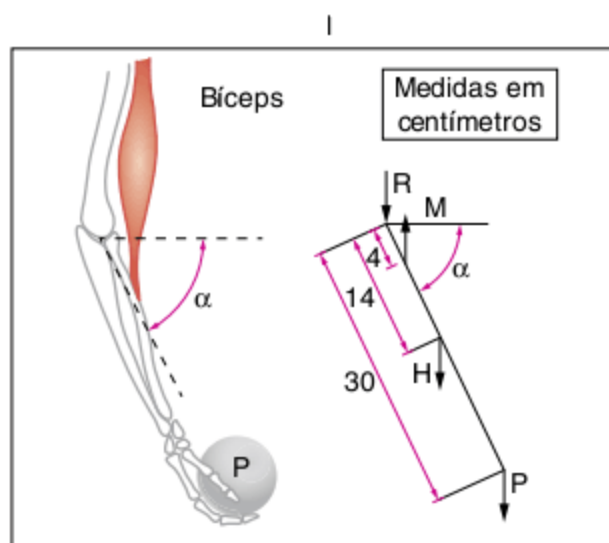
A. R. King; O. Regev. *Physics with answers*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. (Adapt.).

Sejam  $P$  o peso do objeto a ser erguido,  $P_0$  o peso do braço e  $F$  o valor da força muscular necessária para erguer o objeto até a posição em que o braço forma um ângulo  $\theta$  com a horizontal. Considere que a distância  $L$ , entre o ponto de aplicação de  $P$  e o cotovelo, seja 20 vezes maior do que a distância  $l$ , entre o ponto de aplicação de  $F$  e o cotovelo.

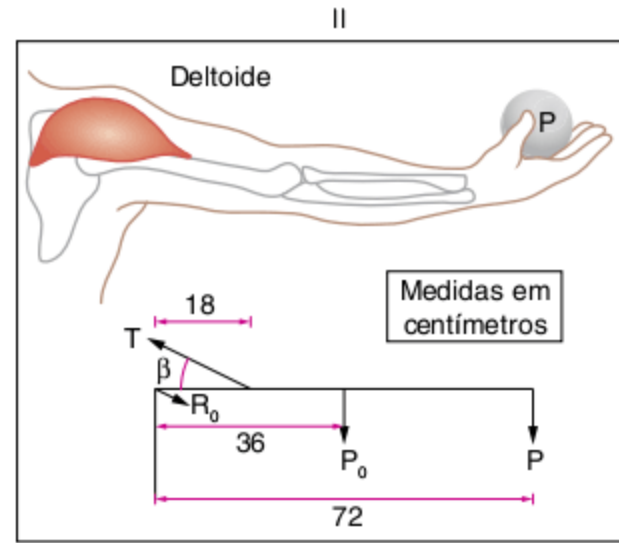
Neste caso, o módulo da força  $F$  é igual a:

- (a)  $20 P + 10 P_0$
- (b)  $20 P + 20 P_0$
- (c)  $10 P + 10 P_0$
- (d)  $10 P + 20 P_0$

**36 Uerj** Nas figuras I e II, adiante, são representados os diagramas de forças correspondentes aos músculos bíceps e deltoide, quando submetidos a um esforço físico.



$P$  – peso da bola  
 $R$  – força de reação do antebraço  
 $H$  – peso do braço  
 $M$  – força do bíceps



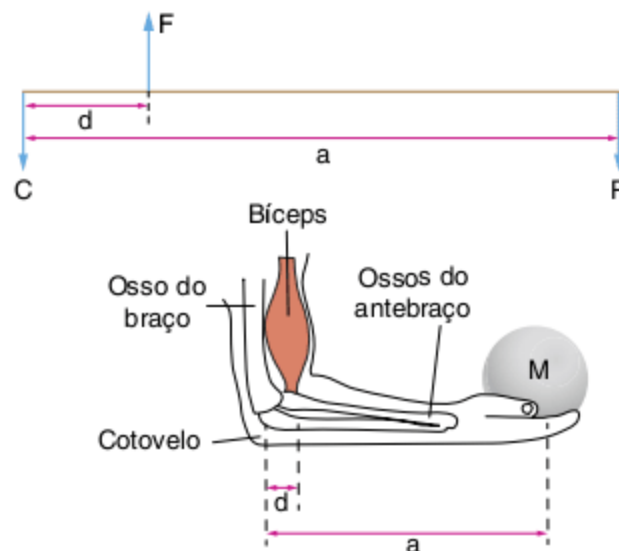
$P_0$  – peso do braço e antebraço  
 $R_0$  – força de reação do ombro  
 $T$  – força do deltoide

J. R. Cameron et al. *Physics of the Body*. Madison: Medical Physics Publishing, 1999. (Adapt.).

Demonstre que:

- a) a força do bíceps não depende do ângulo  $\alpha$ ;
- b) a força do deltoide é dada pela expressão  $T \sin \beta = 2 P_0 + 4 P$ .

**37 Unicamp** O bíceps é um dos músculos envolvidos no processo de dobrar nossos braços. Esse músculo funciona num sistema de alavanca como é mostrado na figura a seguir. O simples ato de equilibrarmos um objeto na palma da mão, estando o braço em posição vertical e o antebraço em posição horizontal, é o resultado de um equilíbrio das seguintes forças: o peso  $P$  do objeto, a força  $F$  que o bíceps exerce sobre um dos ossos do antebraço e a força  $C$  que o osso do braço exerce sobre o cotovelo. A distância do cotovelo até a palma da mão é  $a = 0,30$  m e a distância do cotovelo ao ponto em que o bíceps está ligado a um dos ossos do antebraço é de  $d = 0,04$  m. O objeto que a pessoa está segurando tem massa  $M = 2,0$  kg. Despreze o peso do antebraço e da mão.



- a) Determine a força  $F$  que o bíceps deve exercer no antebraço.
- b) Determine a força  $C$  que o osso do braço exerce nos ossos do antebraço.

**38 Unicamp 2009** Grandes construções representam desafios à engenharia e demonstram a capacidade de realização humana. Pontes com estruturas de sustentação sofisticadas são exemplos dessas obras que coroam a mecânica de Newton.

- a) A ponte pênsil de São Vicente (SP) foi construída em 1914. O sistema de suspensão de uma ponte pênsil é composto por dois cabos principais. Desses cabos principais partem cabos verticais responsáveis pela sustentação da ponte. O desenho esquemático da figura 1 a seguir mostra um dos cabos principais (AOB), que está sujeito a uma força de tração  $T$  exercida pela torre no ponto B. A componente vertical da tração  $T_V$  tem módulo igual a um quarto do peso da ponte, enquanto a horizontal  $T_H$  tem módulo igual a  $4,0 \cdot 10^6$  N. Sabendo que o peso da ponte é  $P = 1,2 \cdot 10^7$  N, calcule o módulo da força de tração  $T$ .
- b) Em 2008, foi inaugurada em São Paulo a ponte Octavio Frias de Oliveira, a maior ponte estaiada em curva do mundo. A figura 2 mostra a vista lateral de uma ponte estaiada simplificada. O cabo AB tem comprimento  $L = 50$  m e exerce, sobre a ponte, uma força  $T_{AB}$  de módulo igual a  $1,8 \cdot 10^7$  N. Calcule o módulo do torque desta força em relação ao ponto O.

Dados:  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Figura 1 – ponte pênsil

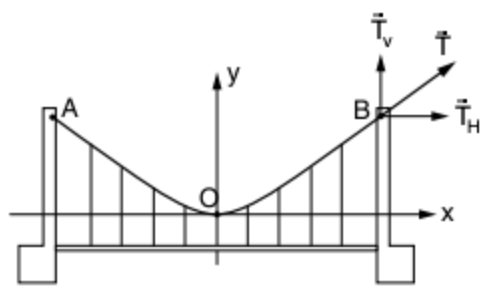
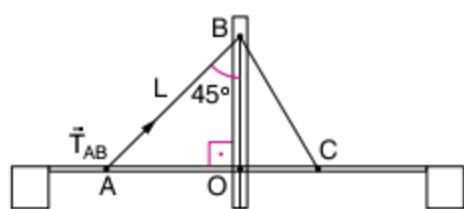
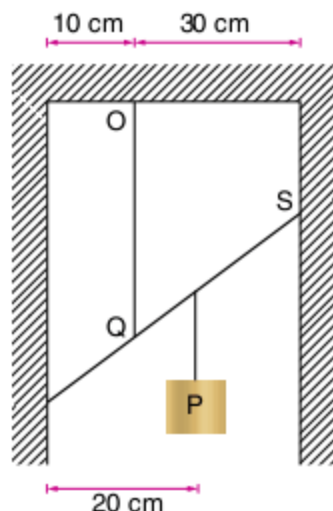


Figura 2 – ponte estaiada



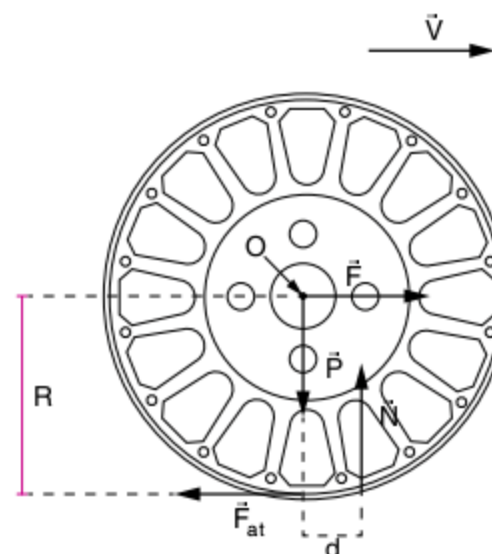
- 39 ITA 2008** A figura mostra uma barra de 50 cm de comprimento e massa desprezível, suspensa por uma corda OQ, sustentando um peso de 3.000 N no ponto indicado. Sabendo que a barra se apoia sem atrito nas paredes do vão, a razão entre a tensão na corda e a reação na parede no ponto S, no equilíbrio estático, é igual a:



- (a) 1,5                      (c) 2,0                      (e) 5,0  
 (b) 3,0                      (d) 1,0

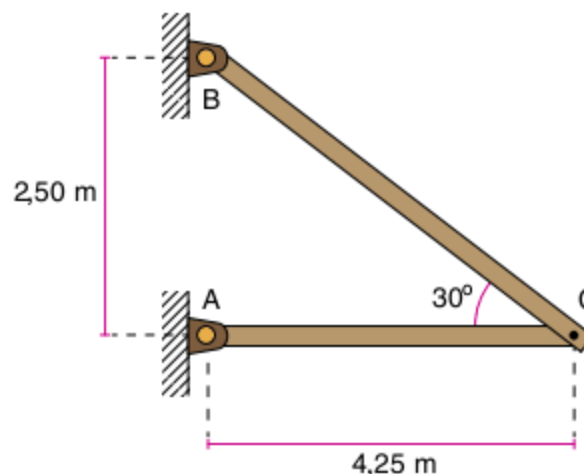
**40 Unicamp 2014**

- a) O ar atmosférico oferece uma resistência significativa ao movimento dos automóveis. Suponha que um determinado automóvel movido a gasolina, trafegando em linha reta a uma velocidade constante de  $v = 72$  km/h com relação ao ar, seja submetido a uma força de atrito de  $F_{ar} = 380$  N. Em uma viagem de uma hora, aproximadamente quantos litros de gasolina serão consumidos somente para “vencer” o atrito imposto pelo ar?  
 Dados: calor de combustão da gasolina: 35 MJ/l. Rendimento do motor a gasolina: 30%.
- b) A má calibração dos pneus é outro fator que gera gasto extra de combustível. Isso porque o rolamento é real e a baixa pressão aumenta a superfície de contato entre o solo e o pneu. Como consequência, o ponto efetivo da aplicação da força normal de módulo  $N$  não está verticalmente abaixo do eixo de rotação da roda (ponto O), e sim ligeiramente deslocado para a frente a uma distância  $d$ , como indica a figura abaixo.



As forças que atuam sobre a roda não tracionada são: força  $\vec{F}$ , que leva a roda para a frente, força peso  $\vec{P}$ , força de atrito estático  $\vec{F}_{at}$  e força normal  $\vec{N}$ . Para uma velocidade de translação  $\vec{v}$  constante, o torque em relação ao ponto O, resultante das forças de atrito estático  $F_{at}$  e normal  $\vec{N}$  deve ser nulo. Sendo  $R = 30$  cm,  $d = 0,3$  cm e  $N = 2.500$  N, calcule o módulo da força de atrito estático  $F_{at}$ .

**41 IME 2010**



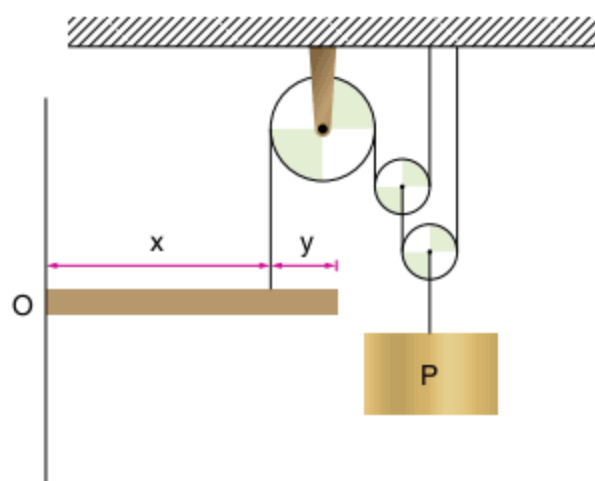
A figura mostra duas barras AC e BC que suportam, em equilíbrio, uma força F aplicada no ponto C. Para que os esforços nas barras AC e BC sejam, respectivamente, 36 N (compressão) e 160 N (tração), o valor e o sentido das componentes vertical e horizontal da força F devem ser:

Observação:

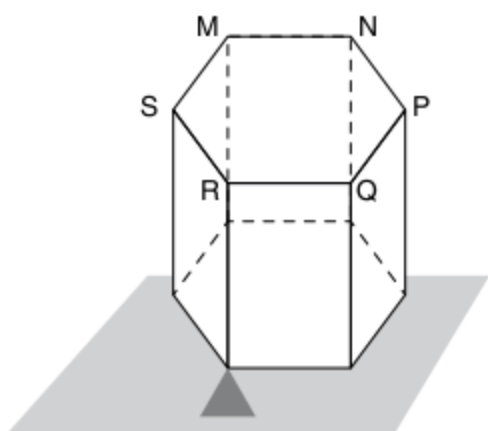
Despreze os pesos das barras e adote  $\sqrt{3} = 1,7$ .

- (a) 80 N ( $\downarrow$ ), 100 N ( $\rightarrow$ ).
- (b) 100 N ( $\downarrow$ ), 80 N ( $\rightarrow$ ).
- (c) 80 N ( $\uparrow$ ), 100 N ( $\leftarrow$ ).
- (d) 100 N ( $\uparrow$ ), 80 N ( $\leftarrow$ ).
- (e) 100 N ( $\downarrow$ ), 80 N ( $\leftarrow$ ).

**42 ITA 2011** Uma barra homogênea, articulada no pino O, é mantida na posição horizontal por um fio fixado a uma distância x de O. Como mostra a figura, o fio passa por um conjunto de três polias que também sustentam um bloco de peso P. Desprezando efeitos de atrito e o peso das polias, determine a força de ação do pino O sobre a barra.



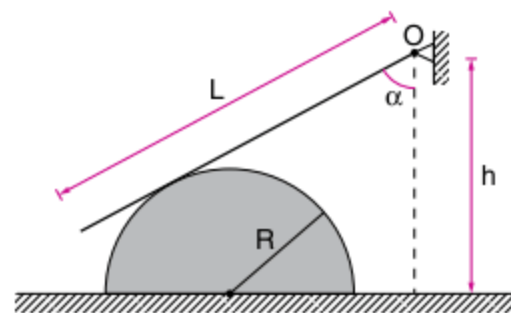
**43 ITA 2011** Um prisma regular hexagonal homogêneo com peso de 15 N e aresta da base de 2,0 m é mantido de pé graças ao apoio de um dos seus vértices da base inferior (ver figura) e a ação de uma força vertical de suspensão de 10 N (não mostrada).



Nessas condições, o ponto de aplicação da força na base superior do prisma encontra-se

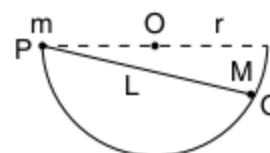
- (a) sobre o segmento  $\overline{RM}$  a 2,0 m de R.
- (b) sobre o segmento  $\overline{RN}$  a 4,0 m de R.
- (c) sobre o segmento  $\overline{RN}$  a 3,0 m de R.
- (d) sobre o segmento  $\overline{RN}$  a 2,0 m de R.
- (e) sobre o segmento  $\overline{RP}$  a 2,5 m de R.

**44 ITA 2010** Considere um semicilindro de peso P e raio R sobre um plano horizontal não liso, mostrado em corte na figura. Uma barra homogênea de comprimento L e peso Q está articulada no ponto O. A barra está apoiada na superfície lisa do semicilindro, formando um ângulo  $\alpha$  com a vertical. Quanto vale o coeficiente de atrito mínimo entre o semicilindro e o plano horizontal para que o sistema todo permaneça em equilíbrio?



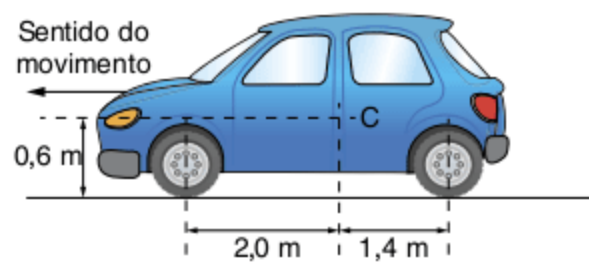
- (a)  $\mu = \frac{\cos \alpha}{[\cos \alpha + 2P(2h/LQ \cos(2\alpha) - R/LQ \sin \alpha)]}$
- (b)  $\mu = \frac{\cos \alpha}{[\cos \alpha + P(2h/LQ \sin(2\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]}$
- (c)  $\mu = \frac{\cos \alpha}{[\sin \alpha + 2P(2h/LQ \sin(2\alpha) - R/LQ \cos \alpha)]}$
- (d)  $\mu = \frac{\sin \alpha}{[\sin \alpha + 2P(2h/LQ \cos(\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]}$
- (e)  $\mu = \frac{\sin \alpha}{[\cos \alpha + P(2h/LQ \sin(\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]}$

**45 ITA 2013** Duas partículas, de massas m e M, estão respectivamente fixadas nas extremidades de uma barra de comprimento L e massa desprezível. Tal sistema é então apoiado no interior de uma casca hemisférica de raio r, de modo a se ter equilíbrio estático com m posicionado na borda P da casca e M, num ponto Q, conforme mostra a figura. Desconsiderando forças de atrito, a razão m/M entre as massas é igual a:



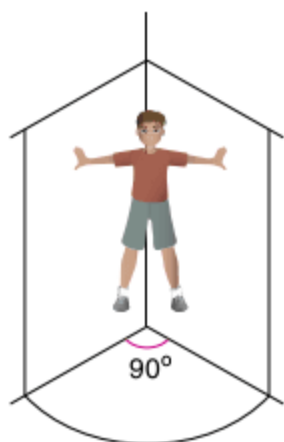
- (a)  $(L^2 - 2r^2)/(2r^2)$
- (b)  $(2L^2 - 3r^2)/(2r^2)$
- (c)  $(L^2 - 2r^2)(r^2 - L^2)$
- (d)  $(2L^2 - 3r^2)/(r^2 - L^2)$
- (e)  $(3L^2 - 2r^2)/(L^2 - 2r^2)$

**46 ITA 2006** Considere um automóvel de peso P, com tração nas rodas dianteiras, cujo centro de massa está em C, movimentando-se num plano horizontal. Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , calcule a aceleração máxima que o automóvel pode atingir, sendo o coeficiente de atrito entre os pneus e o piso igual a 0,75.



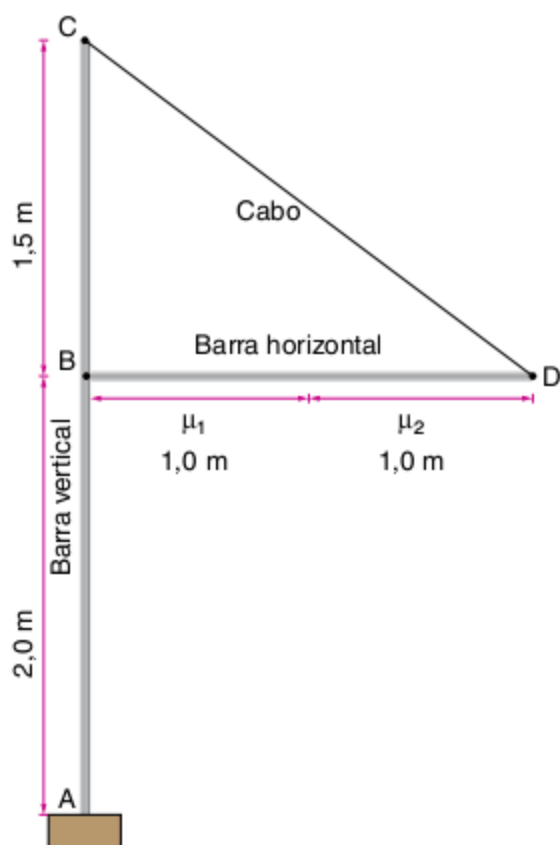


**47 ITA** Um atleta mantém-se suspenso em equilíbrio, forçando as mãos contra duas paredes verticais, perpendiculares entre si, dispondo seu corpo simetricamente em relação ao canto e mantendo seus braços horizontalmente alinhados, como mostra a figura. Sendo  $m$  a massa do corpo do atleta e  $\mu$  o coeficiente de atrito estático interveniente, assinale a opção correta que indica o módulo mínimo da força exercida pelo atleta em cada parede.



- (a)  $\frac{mg}{2} \left( \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 1} \right)^{\frac{1}{2}}$       (c)  $\frac{mg}{2} \left( \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 1} \right)$       (e) n.d.a.  
 (b)  $\frac{mg}{2} \left( \frac{\mu^2 + 1}{\mu^2 - 1} \right)^{\frac{1}{2}}$       (d)  $mg \left( \frac{\mu^2 + 1}{\mu^2 - 1} \right)$

**48 IME 2013**

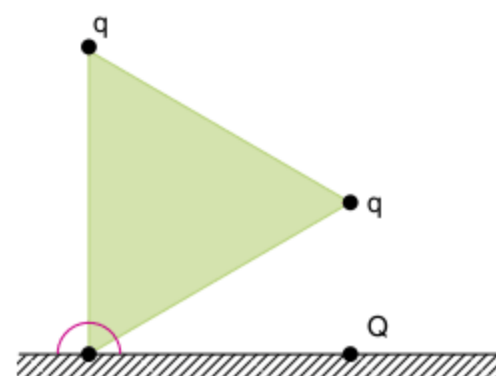


A figura acima mostra uma estrutura em equilíbrio, formada por uma barra vertical AC e um cabo CD, de pesos desprezíveis, e por uma barra horizontal BD. A barra vertical é fixada em A e apoia a barra horizontal BD. O cabo de seção transversal de  $100 \text{ mm}^2$  de área é inextensível e está preso nos pontos C e D. A barra horizontal é composta por dois materiais de densidades lineares de massa  $\mu_1$  e  $\mu_2$ . Diante do exposto, a força normal por unidade de área, em MPa, no cabo CD é:

Dados: aceleração da gravidade:  $10 \text{ m/s}^2$ ; densidades lineares de massa:  $\mu_1 = 600 \text{ kg/m}$  e  $\mu_2 = 800 \text{ kg/m}$ .

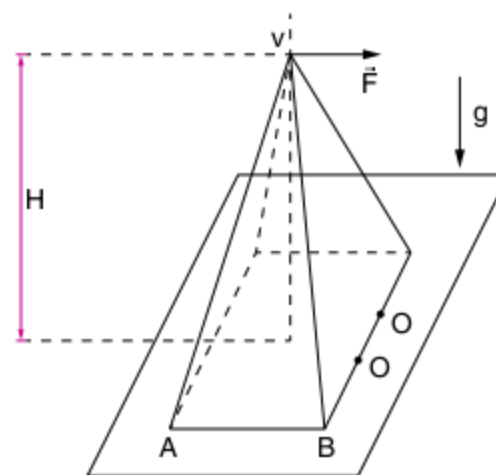
- (a) 100      (c) 150      (e) 200  
 (b) 125      (d) 175

**49 ITA 2012** A figura mostra uma chapa fina de massa  $M$  com o formato de um triângulo equilátero, tendo um lado na posição vertical, de comprimento  $a$ , e um vértice articulado numa barra horizontal contida no plano da figura. Em cada um dos outros vértices encontra-se fixada uma carga elétrica  $q$  e, na barra horizontal, a uma distância  $a\sqrt{3}/2$  do ponto de articulação, encontra-se fixada uma carga  $Q$ . Sendo as três cargas de mesmo sinal e massa desprezível, determine a magnitude da carga  $Q$  para que o sistema permaneça em equilíbrio.



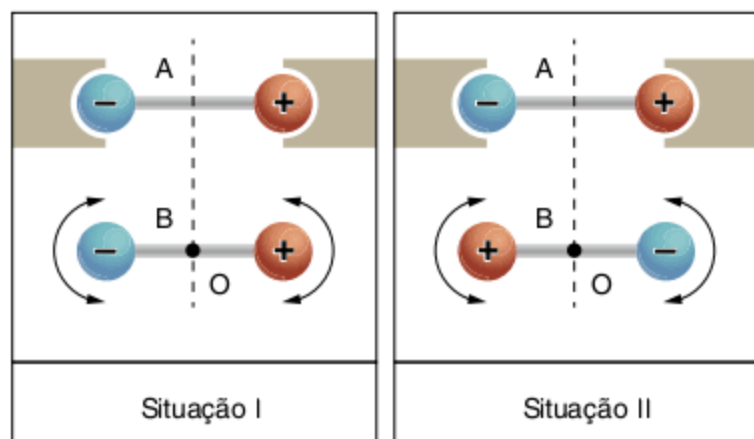
### Tombamento e estabilidade

**50 Fuvest** Uma pirâmide reta, de altura  $H$  e base quadrada de lado  $L$ , com massa  $m$  uniformemente distribuída, está apoiada sobre um plano horizontal. Uma força  $\vec{F}$  com direção paralela ao lado AB é aplicada no vértice V. Dois pequenos obstáculos O, fixos no plano, impedem que a pirâmide se desloque horizontalmente. A força  $\vec{F}$  capaz de fazer tombar a pirâmide deve ser tal que



- (a)  $|\vec{F}| > \frac{mgH}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + H^2}}$       (d)  $|\vec{F}| > \frac{mg \frac{L}{2}}{H}$   
 (b)  $|\vec{F}| > mg$       (e)  $|\vec{F}| > \frac{mg \frac{L}{2}}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + H^2}}$   
 (c)  $|\vec{F}| > \frac{mgH}{\sqrt{\frac{L}{2}}}$

**51 Fuvest 2007** Duas barras isolantes, A e B, iguais, colocadas sobre uma mesa, têm em suas extremidades, esferas com cargas elétricas de módulos iguais e sinais opostos. A barra A é fixa, mas a barra B pode girar livremente em torno de seu centro O, que permanece fixo. Nas situações I e II, a barra B foi colocada em equilíbrio, em posições opostas. Para cada uma dessas duas situações, o equilíbrio da barra B pode ser considerado como sendo, respectivamente,



**SITUAÇÕES DE EQUILÍBRIO**

(Após o sistema ser levemente deslocado de sua posição inicial)

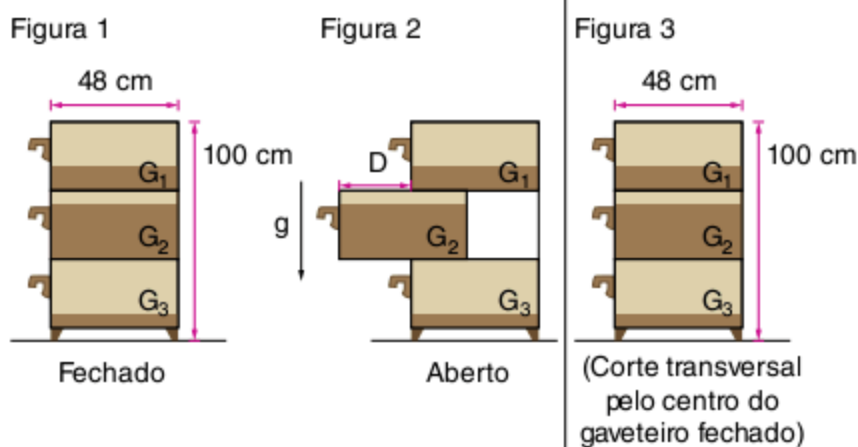
Estável = tende a retornar ao equilíbrio inicial.

Instável = tende a afastar-se do equilíbrio inicial.

Indiferente = permanece em equilíbrio na nova posição.

- (a) indiferente e instável.
- (b) instável e instável.
- (c) estável e indiferente.
- (d) estável e estável.
- (e) estável e instável.

**52 Fuvest 2006** Um gaveteiro, cujas dimensões estão indicadas no corte transversal, em escala, representado nas figuras 1 e 2, possui três gavetas iguais, onde foram colocadas massas de 1 kg, 8 kg e 3 kg, distribuídas de modo uniforme, respectivamente no fundo das gavetas  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$ . Quando a gaveta  $G_2$  é puxada, permanecendo aberta, existe o risco de o gaveteiro ficar desequilibrado e inclinar-se para frente.



- a) Indique, na figura 3, a posição do centro de massa de cada uma das gavetas quando fechadas, identificando esses pontos com o símbolo x.
- b) Determine a distância máxima D, em cm, de abertura da gaveta  $G_2$ , nas condições da figura 2, de modo que o gaveteiro não tombe para frente.

- c) Determine a maior massa  $M_{máx}$ , em kg, que pode ser colocada em  $G_2$ , sem que haja risco de desequilibrar o gaveteiro quando essa gaveta for aberta completamente, mantendo as demais condições.

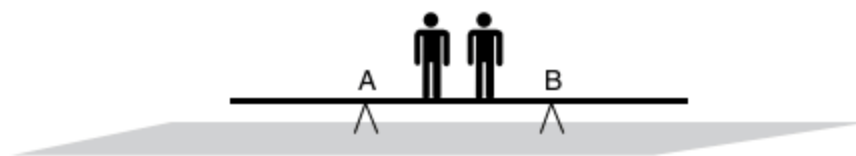
Note e adote:

Desconsidere o peso das gavetas e do gaveteiro vazios.

**53 Uerj 2011** Uma prancha homogênea de comprimento igual a 5,0 m e massa igual a 10,0 kg encontra-se apoiada nos pontos A e B, distantes 2,0 m entre si e equidistantes do ponto médio da prancha.

Sobre a prancha estão duas pessoas, cada uma delas com massa igual a 50 kg.

Observe a ilustração:



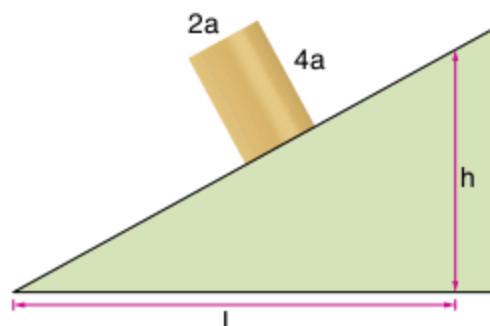
Admita que uma dessas pessoas permaneça sobre o ponto médio da prancha.

Nessas condições, calcule a distância máxima, em metros, que pode separar as duas pessoas sobre a prancha, mantendo o equilíbrio.

**54 ITA 2008** Num dos pratos de uma balança que se encontra em equilíbrio estático, uma mosca de massa m está em repouso no fundo de um frasco de massa M. Mostrar em que condições a mosca poderá voar dentro do frasco sem que o equilíbrio seja afetado.



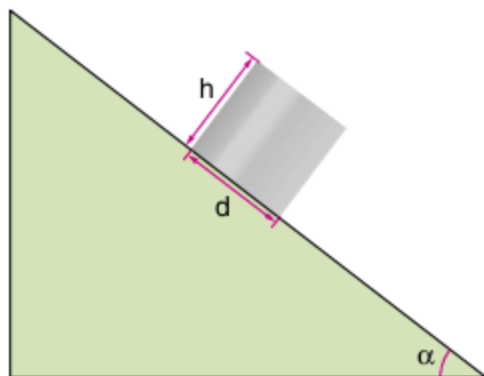
**55 FCC-BA** O coeficiente de atrito estático entre um bloco homogêneo e um plano inclinado vale 0,80. O bloco é colocado em repouso sobre o plano, cuja inclinação vai sendo aumentada a partir de  $10^\circ$  com a horizontal.



A inclinação máxima do plano, sem que o bloco deslize ou tombe, é tal que a razão  $h/L$  vale:

- (a) 1/6
- (b) 1/4
- (c) 1/3
- (d) 1/2
- (e) 0,8

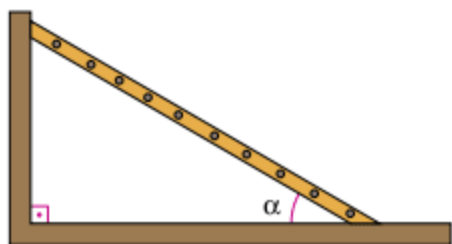
**56 ITA** Considere um bloco de base  $d$  e altura  $h$  em repouso sobre um plano inclinado de ângulo  $\alpha$ . Suponha que o coeficiente de atrito estático seja suficientemente para que o bloco não deslize pelo plano.



O valor máximo da altura  $h$  do bloco para que a base  $d$  permaneça em contato com o plano é:

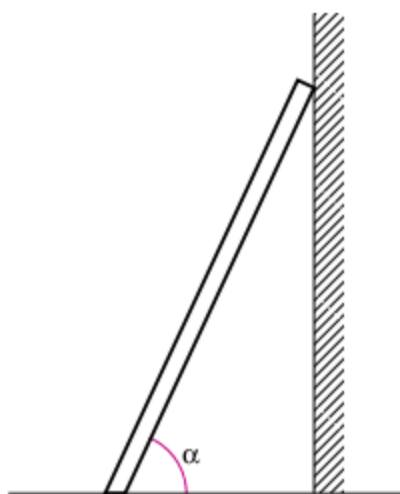
- (a)  $d/\alpha$
- (b)  $d/\sin \alpha$
- (c)  $d/\sin^2 \alpha$
- (d)  $d \cdot \cotg \alpha$
- (e)  $d \cdot \cotg \alpha / \sin \alpha$

**57 Fuvest** A figura mostra uma barra apoiada entre uma parede e o chão. A parede é perfeitamente lisa; o coeficiente de atrito estático entre a barra e o chão é  $\mu = 0,25$ .



- a) Desenhe o esquema das forças que atuam sobre a barra.
- b) Calcule a tangente do menor ângulo  $\alpha$  entre a barra e o chão para que não haja escorregamento.

**58 UFPR** Uma pessoa encostou uma escada na parede, conforme a figura. A escada tem massa  $m$  e comprimento  $l$ . Considere que há atrito somente entre o chão e a escada e que o centro de massa da escada localiza-se no seu ponto médio. Com base nessas informações, é correto afirmar:

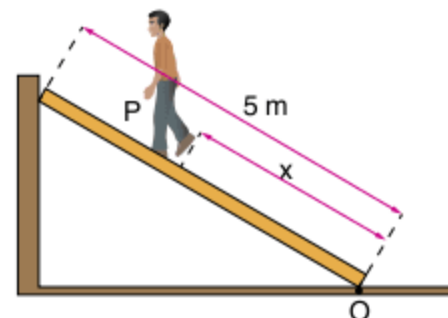


- 01 É necessário que haja atrito entre o chão e a escada para que ela esteja em equilíbrio.
- 02 A força que o chão exerce sobre a escada deve ter uma componente vertical de módulo igual ao peso da escada.

- 04 A força que a parede vertical exerce sobre a escada independe do peso desta.
- 08 Para que a escada permaneça em equilíbrio, a força de atrito entre a escada e o chão será tanto maior quanto maior for o ângulo  $\alpha$ .
- 16 Como a escada encontra-se em equilíbrio estático, a resultante dos momentos das forças sobre ela é nula.

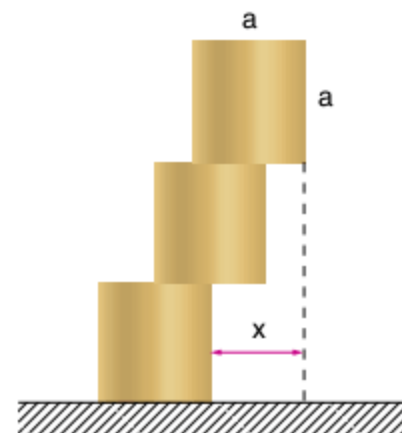
Soma =

**59 UFPR 2013** Uma pessoa  $P$  de 75 kg, representada na figura, sobe por uma escada de 5 m de comprimento e 25 kg de massa, que está apoiada em uma parede vertical lisa. A escada foi imprudentemente apoiada na parede, formando com esta um ângulo de  $60^\circ$ . O coeficiente de atrito estático entre a sua base e o piso é 0,70 e o centro de gravidade da escada encontra-se a  $1/3$  do seu comprimento, medido a partir da sua base, que está representada pelo ponto  $O$  na figura. Despreze o atrito entre a parede e a escada e considere esta como um objeto unidirecional.



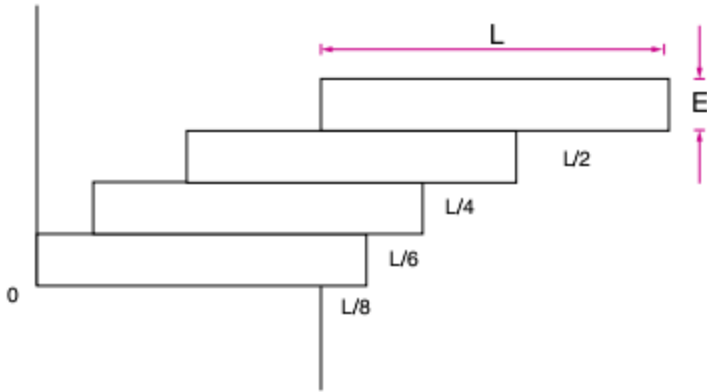
- a) Reproduza na folha de respostas o desenho da escada apenas, e represente todas as forças que estão atuando sobre ela, nomeando-as e indicando o seu significado.
- b) Determine a distância máxima  $x$  que essa pessoa poderá subir sem que a escada deslize.

**60 CFTCE** Três blocos cúbicos iguais estão empilhados, conforme sugere a figura. Nestas condições, a máxima distância  $x$ , para que ainda se tenha equilíbrio, é:

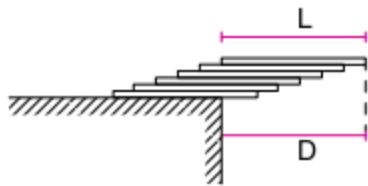


- (a)  $\frac{a}{2}$
- (b)  $\left(\frac{3}{4}\right)a$
- (c)  $\left(\frac{7}{8}\right)a$
- (d)  $\left(\frac{11}{12}\right)a$
- (e)  $a$

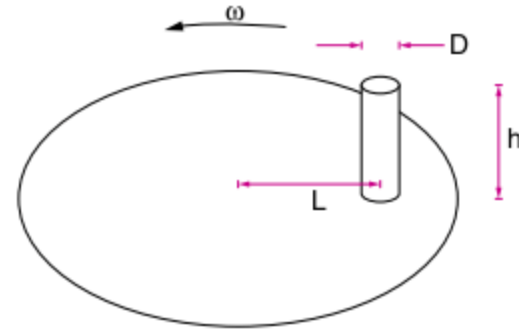
**61 UFPR 2010** Quatro blocos homogêneos e idênticos de massa  $m$ , comprimento  $L = 20$  cm e espessura  $E = 8$  cm estão empilhados conforme mostra a figura a seguir. Considere que o eixo  $y$  coincide com a parede localizada à esquerda dos blocos, que o eixo  $x$  coincide com a superfície horizontal sobre a qual os blocos se encontram e que a intersecção desses eixos define a origem  $O$ . Com base nos dados da figura e do enunciado, calcule as coordenadas  $X$  e  $Y$  da posição do centro de massa do conjunto de blocos.



**62 ITA 2009** Chapas retangulares rígidas, iguais e homogêneas, são sobrepostas e deslocadas entre si, formando um conjunto que se apoia parcialmente na borda de uma calçada. A figura ilustra esse conjunto com  $n$  chapas, bem como a distância  $D$  alcançada pela sua parte suspensa. Desenvolva uma fórmula geral da máxima distância  $D$  possível de modo que o conjunto ainda se mantenha em equilíbrio. A seguir, calcule essa distância  $D$  em função do comprimento  $L$  de cada chapa, para  $n = 6$  unidades.



**63 ITA 2008** Um cilindro de diâmetro  $D$  e altura  $h$  repousa sobre um disco que gira num plano horizontal, com velocidade angular  $\omega$ . Considere o coeficiente de atrito entre o disco e o cilindro  $\mu > D/h$ ,  $L$  a distância entre o eixo do disco e o eixo do cilindro, e  $g$  a aceleração da gravidade. O cilindro pode escapar do movimento circular de duas maneiras: por tombamento ou por deslizamento. Mostrar o que ocorrerá primeiro, em função das variáveis.



# Hidrostática

# 12

FRENTE 2

PIRANA POPOVA/SHUTTERSTOCK

## Como os balões de ar quente se sustentam no ar?

A sustentação dos balões de ar quente, os projetos de automóveis, barcos e aviões, os sistemas de irrigação utilizados na agricultura e a circulação do sangue no corpo humano têm como base os princípios e as leis da Mecânica dos Fluidos, da qual faz parte a Hidrostática, que estudaremos neste capítulo.

Balões de ar quente sobrevoando a Capadócia, Turquia.

## Introdução à Mecânica dos Fluidos

A **Mecânica dos Fluidos** é a área da Física que estuda o comportamento dos fluidos, considerando, basicamente, dois grandes ramos: o da **Hidrostática**, que estuda os fluidos em repouso, e o da **Hidrodinâmica**, que analisa os fluidos em movimento e as interações subsequentes dos fluidos com as redondezas.

Existem várias outras subcategorias importantes da Mecânica dos Fluidos, como a Hidráulica, que estuda o escoamento de fluidos em tubulações e canais abertos; a Aerodinâmica, que trata do escoamento de gases em corpos como foguetes, aeronaves e automóveis em altas velocidades; e outros ramos, como a meteorologia, oceanografia e hidrologia, que estudam escoamentos que ocorrem de maneira natural.

As aplicações cotidianas da Mecânica dos Fluidos são as mais variadas. Os conceitos de Hidrodinâmica são utilizados em diversas áreas, como:

- **Medicina:** para a confecção de dispositivos biomédicos, como corações artificiais, máquinas de respirar e sistemas de diálise, já que o funcionamento dos sistemas circulatório e respiratório humanos pode ser modelado por equações dessa área da Física.
- **Engenharia civil:** para a modelagem de aparelhos e equipamentos que utilizamos diariamente, como torneiras, geladeiras, aparelhos de ar condicionado ou mesmo sistemas de aquecimento ou canalização de gás ou água e esgoto, e que precisam ser matematicamente modelados para atender nossas necessidades.
- **Engenharia mecânica:** para a fabricação de automóveis e seus sistemas de lubrificação, freios hidráulicos, resfriamento do motor, direção hidráulica e de todos os componentes responsáveis pelo transporte do combustível.

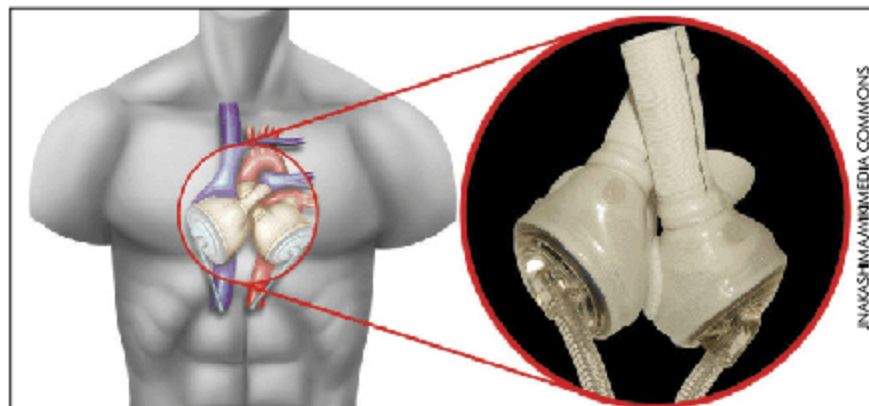


Fig. 1 Coração artificial: dispositivo que substitui os ventrículos do coração, ou seja, as câmaras responsáveis por expulsar o sangue do órgão.

Já conteúdos e princípios da Aerodinâmica e Hidrodinâmica são utilizados em projetos de aeronaves, submarinos, foguetes, navios, mísseis e nas mais variadas formas de interação de objetos com o ar e a água.



Fig. 2 Aeronave em um túnel de vento, que é utilizado para a determinação de parâmetros aerodinâmicos nos projetos de aeronaves.

Em esportes como a Fórmula 1 e a natação, também são utilizados os conceitos dessa área, visando melhorar o desempenho de seus atletas. Para projetar carros cada vez mais eficientes, as equipes de Fórmula 1 investem milhões de dólares em pesquisas na área da Aerodinâmica (Fig. 3).



Fig. 3 A McLaren MP4-4, carro utilizado por Ayrton Senna na temporada de 1988 da Fórmula 1, revolucionou a categoria com suas inovações aerodinâmicas e possibilitou o 1º título mundial do piloto brasileiro.

Já os nadadores olímpicos são assessorados por biofísicos, uma vez que todos os detalhes da posição do corpo, das mãos e dos braços nas viradas e durante o nado afetam de maneira significativa o arrasto da água, o que influencia a velocidade do atleta durante seu movimento.



Fig. 4 Nadadores olímpicos utilizam os conceitos da Mecânica dos Fluidos para minimizar o arrasto durante o nado.

A Mecânica dos Fluidos permite que relações físicas sejam feitas e que inúmeras situações que fazem parte de nosso cotidiano sejam explicadas, como o capacete dos ciclistas, que são projetados para que o ar passe com a menor resistência possível, e as bolas de golfe, que têm pequenas depressões para diminuir o arrasto aerodinâmico, possibilitando um alcance maior. Neste capítulo, nossos estudos serão pautados nas definições da área da Mecânica dos Fluidos conhecida como **Hidrostática** e, com base na primeira e terceira leis de Newton, dedicados à análise de fluidos em equilíbrio. Posteriormente, serão descritos conceitos acerca da dinâmica dos fluidos, utilizando uma modelagem baseada nas leis de Newton e nos princípios de conservação de energia mecânica.

## Conceitos básicos da Hidrostática

### Estados físicos da matéria

Os estados físicos clássicos da matéria são: sólido, líquido e gasoso. Em temperaturas extremamente altas, pode ser observado um quarto estado, denominado plasma, e, em temperaturas extremamente baixas, um quinto estado físico, o condensado de Bose-Einstein. Em nossos estudos, consideraremos apenas os estados líquido e gasoso, já que substâncias nesses estados são consideradas **fluidos**. Enquanto os gases são considerados compressíveis, por poderem ser facilmente comprimidos, os líquidos são fluidos praticamente incompressíveis, e esta propriedade será importante no estudo de sistemas hidráulicos, como prensas e elevadores.

### Densidade e massa específica

A **densidade** ( $d$ ) de um corpo é a razão entre a sua massa ( $m$ ) e o volume ( $V$ ) ocupado:

$$d = \frac{m}{V}$$

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de medida de densidade é o quilograma por metro cúbico ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ), porém as unidades de medida grama por centímetro cúbico ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) e quilograma por litro ( $\text{kg}/\text{L}$ ) também são muito utilizadas. Considerando que  $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ , temos as seguintes relações entre as unidades de medida de densidade:

$$1 \text{ g}/\text{cm}^3 = 1 \text{ kg}/\text{dm}^3 = 1 \text{ kg}/\text{L}$$

$$1 \text{ g}/\text{cm}^3 = 1.000 \text{ kg}/\text{m}^3$$

A massa específica ( $\mu$ ) está relacionada às substâncias que constituem o corpo, ou seja, é uma característica do material, não do corpo. Dois objetos feitos do mesmo material terão a mesma massa específica, mesmo que tenham volumes ou massas distintas. Essa grandeza é definida pela razão entre a massa e o volume efetivamente preenchido pelo material, desprezando buracos ou partes ocas:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

## ATENÇÃO!

Dois objetos feitos do mesmo material sempre terão a mesma massa específica, porém podem apresentar densidades diferentes.

A massa específica de uma substância pode variar devido a fatores externos, como temperatura e pressão. Na tabela 1, são listadas as massas específicas de algumas substâncias comuns em condições normais de temperatura e pressão.

Substância	Massa específica ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )
Álcool	0,81
Gelo	0,92
Água	1,00
Ferro	7,85
Mercúrio	13,59
Ouro	19,32

Tab. 1 Massa específica de algumas substâncias comuns.

Corpos constituídos de material homogêneo têm densidade igual à massa específica do material que os constituem. Como substâncias puras no estado líquido são consideradas homogêneas, sua densidade e sua massa específica podem ser consideradas iguais.

Misturas heterogêneas, como a de água e óleo, têm massas específicas variáveis, dependendo da região ou do ponto considerado.

Muitos corpos são constituídos por partes de materiais diferentes com massas específicas distintas. No corpo humano, por exemplo, o sangue tem massa específica de aproximadamente  $1,04 \text{ g}/\text{cm}^3$ ; os músculos têm massa específica aproximada de  $1,06 \text{ g}/\text{cm}^3$ ; os ossos, de aproximadamente  $1,80 \text{ g}/\text{cm}^3$ ; e a gordura, de aproximadamente  $0,90 \text{ g}/\text{cm}^3$  (Fig. 5).

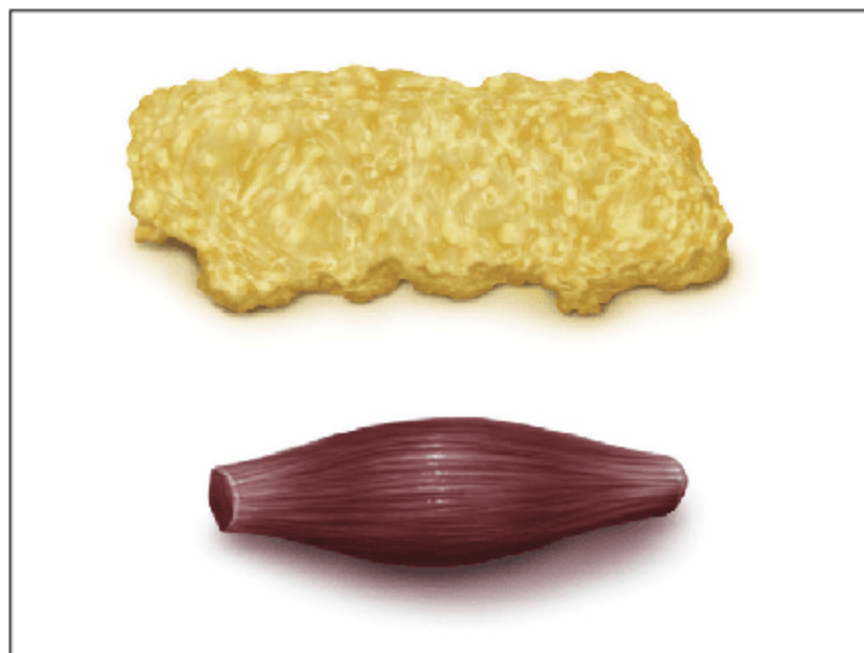


Fig. 5 Comparação entre o volume ocupado por 2,3 kg de gordura e 2,3 kg de músculo.

### Exercício resolvido

**1 PUC-RJ 2013** Um recipiente contém  $0,0100 \text{ m}^3$  de água e  $2.000 \text{ cm}^3$  de óleo. Considerando a densidade da água  $1,00 \text{ g}/\text{cm}^3$  e a densidade do óleo  $0,900 \text{ g}/\text{cm}^3$ , a massa, medida em quilograma, da mistura destes líquidos é:

- (a) 11,8
- (b) 101,8
- (c) 2,8
- (d) 28
- (e) 118

#### Resolução:

Como  $d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = dV$  e  $0,01 \text{ m}^3 = 0,01 \cdot 10^6 \text{ cm}^3$ , a massa da mistura,  $m$ , é dada por:

$$m = m_{\text{água}} + m_{\text{óleo}} = d_{\text{água}}V_{\text{água}} + d_{\text{óleo}}V_{\text{óleo}}$$

$$m = 1,0 \cdot 0,01 \cdot 10^6 + 0,9 \cdot 2.000$$

$$m = 1 \cdot 10^4 + 1.800$$

$$m = 11.800 \text{ g}$$

$$m = 11,8 \text{ kg}$$

Alternativa: A

## Densidade relativa e peso específico

A **densidade relativa** ( $d_{REL}$ ) de um corpo constituído de um material homogêneo é dada pela razão entre a densidade do material e a densidade da água. Portanto, a densidade relativa é uma grandeza adimensional, ou seja, sem unidade de medida.

$$d_{REL} = \frac{d_x}{d_{\text{água}}}$$

O **peso específico** ( $\gamma$ ) de um material corresponde ao peso por unidade de volume desse material.

$$\gamma = \frac{mg}{V} = \mu g$$

A unidade de medida de peso específico no SI é  $N/m^3$ .

## Pressão

Um fluido não tem capacidade de sustentar uma força paralela à sua superfície, pois, sob a ação dessa força, ele acaba escoando. Assim, no estudo dos fluidos em repouso, somente as componentes das forças perpendiculares à superfície serão consideradas.

A **pressão** ( $p$ ) é a grandeza física escalar definida pela razão entre a intensidade da força ( $F$ ) exercida perpendicularmente sobre uma superfície de contato e a área ( $A$ ) dessa superfície:

$$p = \frac{F}{A}$$

No SI, a unidade de medida de pressão é  $N/m^2$  ou pascal (símbolo Pa).

$$1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$$

Porém, existem outras unidades de pressão utilizadas no dia a dia, como bar ( $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ ) e atm ( $1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ).

Embora a força seja uma grandeza vetorial, a pressão é uma grandeza escalar por não possuir propriedades que variam com a direção e o sentido.

A água, por exemplo, exerce pressão em um peixe em todas as direções. A explicação microscópica para a pressão que um fluido exerce sobre uma superfície está relacionada às colisões das moléculas desse fluido com as moléculas da superfície de contato.

## ATENÇÃO!

Pressão é uma grandeza escalar, pois não possui propriedades direcionais.

O conceito de pressão é muito útil para explicar fenômenos observados em nosso cotidiano; por exemplo, pregos têm a ponta afiada para facilitar a penetração durante uma martelada, pois, para uma mesma força aplicada, a pressão é maior quanto menor for a área de contato. Porém, um objeto pressionado sobre um grande número de pregos estará sob a ação de uma pressão menor, já que a área de contato é maior (Fig. 6).



Fig. 6 Uma pessoa deitada em uma cama de pregos não se machuca, já que a pressão dos pregos no corpo é pequena devido à grande área de contato.

## Exercício resolvido

**2 Unesp** Uma jovem de 60 kg está em pé sobre o assoalho de uma sala, observando um quadro.

- Considerando a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , determine a força  $F$  que ela exerce sobre o assoalho.
- A jovem está usando sapatos de saltos e a área da base de cada salto é igual a  $1,0 \text{ cm}^2$ . Supondo que um dos saltos suporte  $1/3$  do peso da jovem, determine a pressão  $p$ , em  $N/m^2$ , que este salto exerce sobre o assoalho.

### Resolução

- Na situação de equilíbrio estático, a intensidade da força peso é igual à intensidade da força normal que o assoalho exerce sobre a pessoa.

$$\text{Assim: } N = P \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = 60 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{N = 600 \text{ N}}$$

- A área de um salto é  $A = 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$ . Logo, a pressão que um dos saltos exerce sobre o assoalho é dada por:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{A} = \frac{600}{3 \cdot 10^{-4}} = 200 \cdot 10^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \Rightarrow \boxed{p = 2 \cdot 10^6 \text{ Pa}}$$

Estamos todos sujeitos à pressão atmosférica ( $p_{atm}$ ), que é exercida pelo ar ao nosso redor e varia em função da temperatura e da altitude. No nível do mar, a pressão atmosférica é de, aproximadamente,  $10^5 \text{ Pa}$ , o que equivale a 1 atm. À medida que a altitude aumenta, o ar se torna mais rarefeito e a pressão diminui.

Quando andamos na rua, a força total exercida para baixo pela atmosfera em nossa cabeça pode ser calculada por meio do conceito de pressão. Considerando a área média do topo de uma cabeça de  $300 \text{ cm}^2 = 0,03 \text{ m}^2$  e a pressão atmosférica  $10^5 \text{ Pa}$ , temos:

$$p_{atm} = \frac{F}{A_{cabeça}} \rightarrow F = p_{atm} A_{cabeça} = 10^5 \cdot 0,03$$

Logo:

$$\boxed{F = 3.000 \text{ N}}$$



Nessas condições, a força exercida pela atmosfera sobre nossas cabeças é equivalente à força exercida por uma massa de 300 kg em queda livre. No entanto, não sentimos essa imensa força nos empurrando para baixo, já que também estamos sob a ação de uma força de igual módulo, mas exercida de baixo para cima. Lembre-se de que, ao contrário da força, a pressão é uma grandeza escalar que atua em todas as direções. Isso pode ser verificado, por exemplo, em um pneu, que precisa ter sua pressão interna maior que a pressão atmosférica; caso contrário, ele não ficará rígido. Portanto, é importante saber a diferença entre a pressão absoluta, ou pressão total ( $p_{\text{total}}$ ), e a pressão atmosférica ( $p_{\text{atm}}$ ), ou seja, a diferença entre a pressão interna e a pressão externa.

O termo **pressão manométrica** ( $p_{\text{manométrica}}$ ) se refere à diferença entre a pressão total (interna) e a pressão atmosférica (externa).

$$P_{\text{manométrica}} = P_{\text{total}} - P_{\text{atm}}$$

Ela é utilizada em algumas situações práticas, como na calibragem de pneus de automóveis (Fig. 7), na aferição da pressão arterial e em treinamentos de mergulho com cilindros de ar comprimido.

## ATENÇÃO!

A pressão manométrica pode ser positiva ou negativa, porém a pressão total é sempre positiva.



Fig. 7 Na calibragem de pneus, a pressão utilizada é a manométrica.

Outro exemplo disso é o desentupidor, que utiliza a pressão atmosférica a seu favor. Quando o comprimimos contra uma parede lisa, ele atua como uma ventosa e expulsa boa parte do ar em seu interior. Como a pressão interna se torna muito menor que a pressão atmosférica, o desentupidor se mantém fixo à parede (Fig. 8).



Fig. 8 A diferença entre as pressões externa e interna que atuam no desentupidor faz com que ele permaneça fixo à parede.

## SAIBA MAIS

### Hemisférios de Magdeburgo

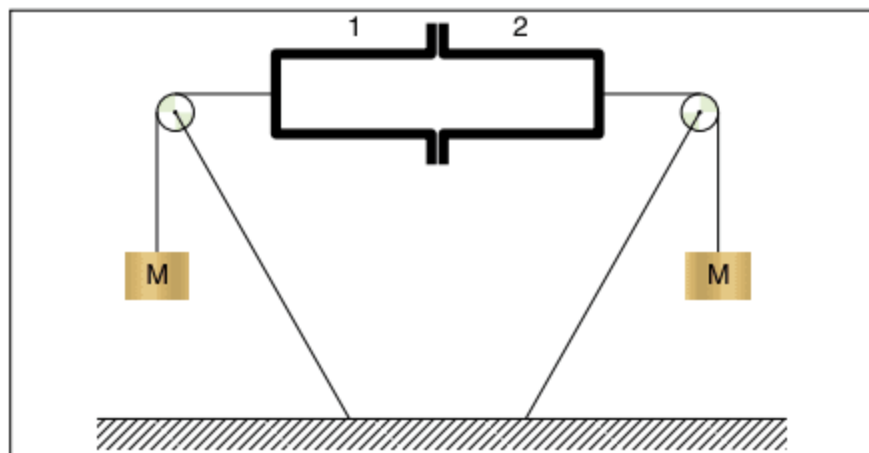
Em Magdeburgo, na Alemanha, Otto von Guericke (1602-1686) realizou, em 1654, um famoso experimento para comprovar o poder da pressão atmosférica. Ele uniu duas semiesferas ocas de cobre e, com uma bomba de sucção, retirou a maior parte do ar de dentro da esfera, criando uma região de baixa pressão, próxima do vácuo. A diferença entre a pressão atmosférica e a baixa pressão interna impediu os hemisférios de se separarem, mesmo quando puxados por um grupo de cavalos (Fig. 9).



Fig. 9 Desenho feito por Gaspar Schott, em 1672, do experimento dos hemisférios de Magdeburgo.

**Exercício resolvido**

**3 Uerj 2009** Dois vasos cilíndricos idênticos, 1 e 2, com bases de área  $A$  igual a  $10 \text{ m}^2$ , são colocados um contra o outro, fazendo-se, então, vácuo no interior deles. Dois corpos de massa  $M$  estão presos aos vasos por cabos inextensíveis, de acordo com o esquema a seguir.



Despreze o atrito nas roldanas e as massas dos cabos e das roldanas. Determine o valor mínimo de  $M$  capaz de fazer com que os vasos sejam separados. Considere a pressão atmosférica como  $10^5 \text{ Pa}$ .

**Resolução:**

Os corpos de massa  $M$  estão sob a ação de uma força de tração de intensidade  $F = Mg$ , que equilibra a força devido à pressão atmosférica sobre os vasos.

Assim, como  $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = pA$ , temos:

$$pA = Mg \Rightarrow M = \frac{pA}{g} = \frac{10^5 \cdot 10}{10} \Rightarrow \boxed{M = 10^5 \text{ kg}}$$

A diferença de pressão pode explicar porque um líquido sobe pelo canudinho quando tomamos uma bebida. Quando sugamos, criamos com a boca uma região de baixa pressão, retirando o ar da região interna do canudo. Como o líquido está sujeito à pressão atmosférica, ele acaba subindo pelo canudo, devido à diferença de pressão. Nessa situação, temos em nossa boca uma pressão manométrica negativa (menor que a pressão atmosférica), porém uma pressão absoluta positiva.



**Fig. 10** Ao utilizarmos dois canudos, um dentro do copo, em contato com o líquido, e outro fora do copo, não conseguimos sugar o líquido, já que fica impossível criar a diferença de pressão. Na boca, teríamos sempre ar com pressão atmosférica por causa do canudo que está fora do copo.

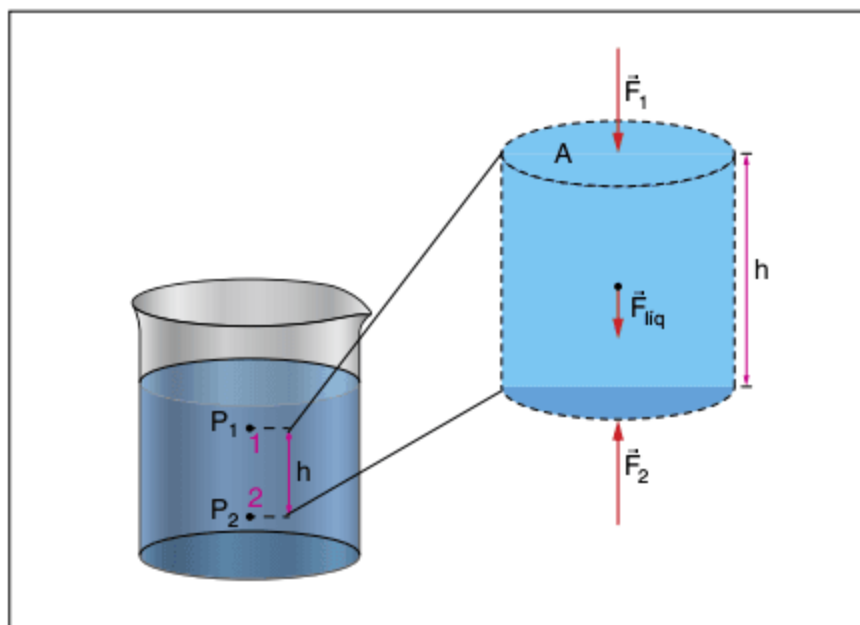
**Teorema de Stevin**

A pressão hidrostática está relacionada com a gravidade, já que geralmente o peso de um fluido não é desprezível. Isso pode ser notado em situações nas quais estamos sujeitos a uma variação de altitude, como em uma viagem de avião ou de carro passando por uma serra. Nesses exemplos, temos a sensação de que o ouvido está tampado; isso acontece por causa da diferença entre a pressão do ar de dentro do ouvido e a do ar externo. Mergulhadores também percebem essa diferença de pressão quando estão em grandes profundidades.

No final do século XVI, ao realizar estudos em várias áreas da Física e Matemática, o cientista belga Simon Stevin (1548-1620) demonstrou experimentalmente conceitos de Estática e Hidrostática. Ele explicou a relação que existe entre a diferença de pressão ( $\Delta p$ ) entre dois pontos de um fluido com a diferença de altura entre eles ( $\Delta h$ ), a aceleração da gravidade ( $g$ ) e a densidade do fluido ( $d$ ). Tal relação pode ser dada por:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = dgh$$

Para chegar a essa relação, basta isolar uma porção cilíndrica de um fluido de densidade  $d$ , com base de área  $A$  e altura  $h$ , que está em equilíbrio (Fig. 11).



**Fig. 11** Isolamento de uma porção cilíndrica do fluido.

Assim, para que exista um equilíbrio translacional, a força resultante ( $\vec{F}_R$ ) deve ser nula. Além da força peso, atuam no fluido forças de contato devido à porção de fluido superior ao cilindro ( $\vec{F}_1$ ) e a porção de fluido inferior ao cilindro ( $\vec{F}_2$ ).

$$F_R = 0 \Rightarrow F_2 = F_1 + P_{liq} \Rightarrow p_2 \cdot A = p_1 \cdot A + mg$$

Como:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d \cdot V \Rightarrow m = d(A \cdot h)$$

Assim, temos:

$$p_2 \cdot A - p_1 \cdot A = d(A \cdot h)g \Rightarrow p_2 - p_1 = d \cdot h \cdot g \therefore \Delta p = d \cdot h \cdot g$$

Portanto, a pressão em um determinado ponto de um líquido depende exclusivamente da profundidade desse ponto em relação à superfície livre. Ou seja, se dois pontos de um mesmo líquido em equilíbrio estão no mesmo nível, na mesma profundidade, eles estão sob a mesma pressão (Fig. 12). Essas superfícies de pressão constante são denominadas **superfícies isobáricas**.

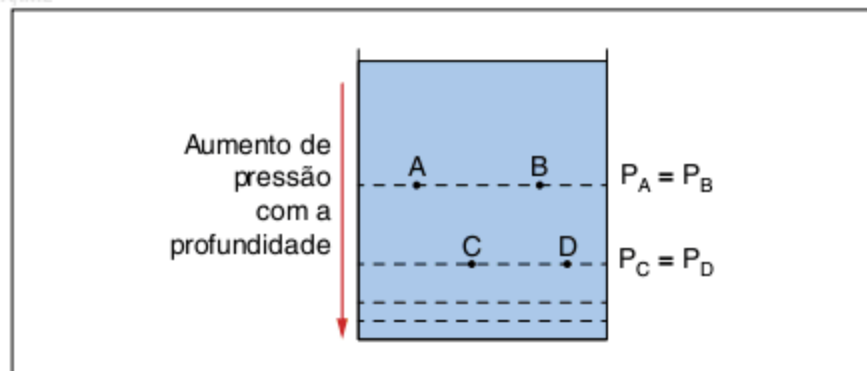


Fig. 12 Todos os pontos do mesmo líquido em equilíbrio que estão na mesma profundidade estão sob a mesma pressão.

Dessa forma, em um mesmo líquido, quanto maior a profundidade, maior a pressão. E em um recipiente aberto, a pressão atmosférica precisa ser considerada na determinação da pressão total em um certo ponto.

Assim, o teorema de Stevin estabelece que a pressão absoluta em um ponto do líquido é determinada pela pressão atmosférica somada à pressão efetiva ( $d \cdot g \cdot h$ ):

$$p = d \cdot g \cdot h + p_{atm}$$

Como exemplo de aplicação prática, pode ser observada a estrutura de uma barragem, que precisa ser mais robusta na parte inferior, já que a pressão hidrostática no fundo é maior do que nas regiões próximas da superfície.

### Vasos comunicantes

Uma consequência importante do teorema de Stevin é que a pressão independe da forma do recipiente no qual o líquido está armazenado. Em recipientes com formas variadas que se comunicam, o líquido atinge a mesma altura (Fig. 13).



Fig. 13 A forma do recipiente não altera a pressão, pois ela depende somente da altura da coluna de líquido.

Quando líquidos imiscíveis estão em um mesmo recipiente, o líquido mais denso se localiza na parte inferior do recipiente (Fig. 14).

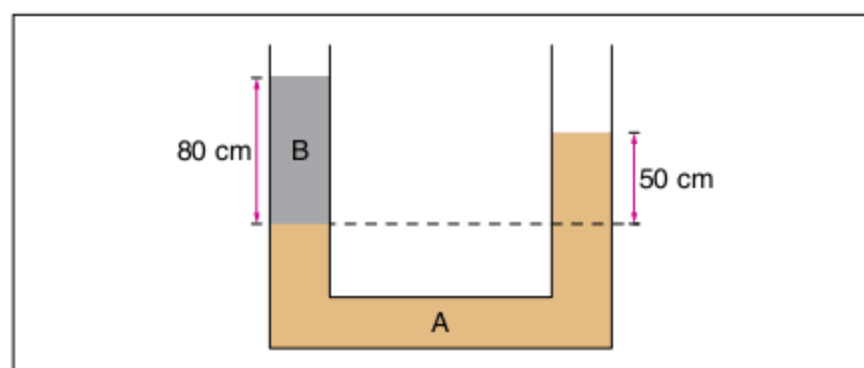


Fig. 14 Líquidos imiscíveis de densidades distintas. Quanto mais denso o líquido, mais ao fundo do recipiente ele fica.

Se o recipiente for um tubo em forma de U, devem existir pontos do mesmo líquido que estão na mesma profundidade e, portanto, sob a mesma pressão.

### Exercício resolvido

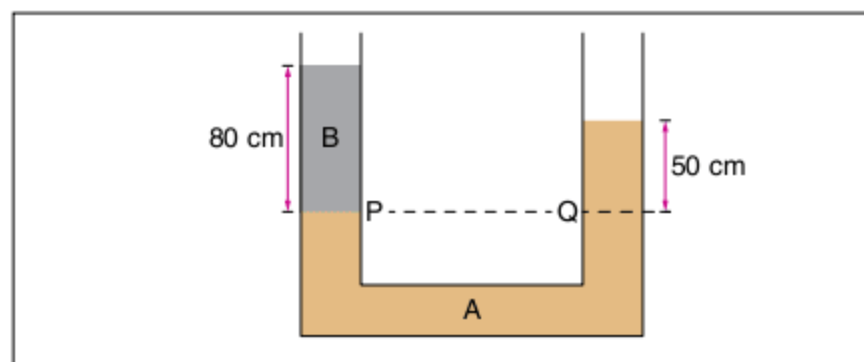
**4 Unesp** O tubo aberto em forma de U da figura contém dois líquidos não miscíveis, A e B, em equilíbrio. As alturas das colunas de A e B, medidas em relação à linha de separação dos dois líquidos, valem 50 cm e 80 cm, respectivamente.



- Sabendo que a massa específica de A é  $2,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , determine a massa específica do líquido B.
- Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e a pressão atmosférica igual a  $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , determine a pressão no interior do tubo na altura da linha de separação dos dois líquidos.

### Resolução:

- A pressão nos pontos P e Q é a mesma, pois trata-se de uma superfície isobárica: os pontos estão na mesma horizontal no mesmo líquido em equilíbrio.



Assim, temos:

$$p_P = p_Q \Rightarrow p_{atm} + d_B g h_B = p_{atm} + d_A g h_A$$

$$d_B = d_A \frac{h_A}{h_B} \Rightarrow d_B = 2 \cdot 10^3 \cdot \frac{50}{80}$$

$$\boxed{d_B = 1,25 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}$$

- Podemos escolher o ponto P ou o ponto Q para o cálculo dessa pressão. Adotando o ponto P, temos:

$$p_P = p_{atm} + d_B g h_B = 10^5 + 1,25 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,8$$

$$p_P = 10 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^4 = 11 \cdot 10^4$$

$$\boxed{p_P = 1,1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}$$

# SAIBA MAIS

## Paradoxo hidrostático

Três recipientes distintos, porém com bases de áreas iguais, preenchidos com água à mesma altura, terão pressões hidrostáticas iguais no fundo, já que a pressão só depende da altura da coluna de líquido. Assim, podemos concluir que a força hidrostática é a mesma no fundo dos recipientes, já que  $F = pA$ . Por que, então, as leituras nas balanças são distintas?

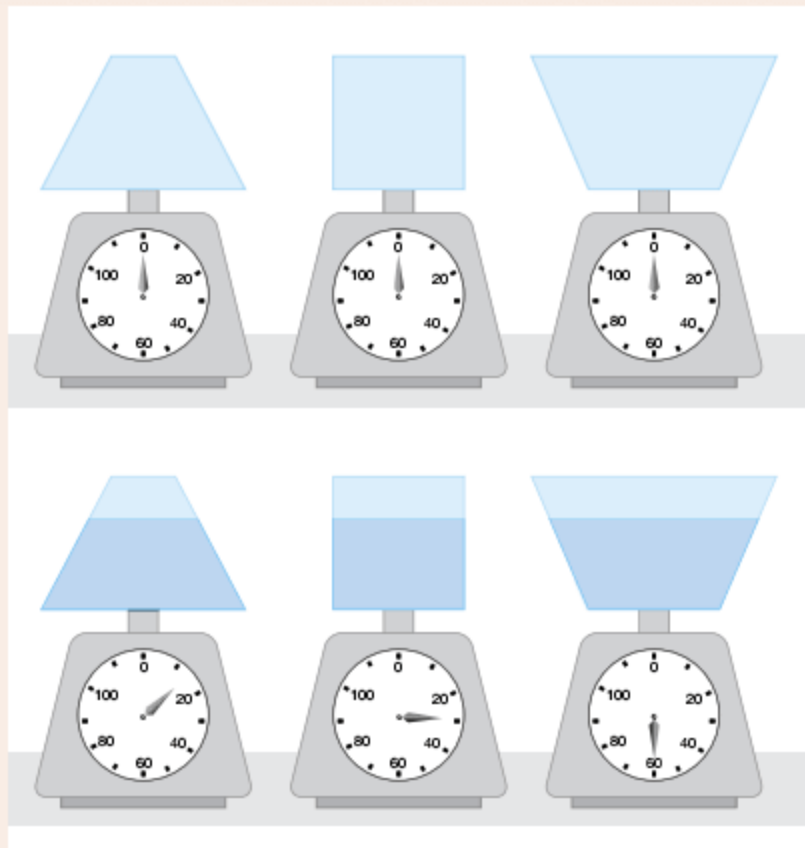


Fig. 15 Pressões iguais, mas pesos diferentes.

Embora a pressão hidrostática seja a mesma no fundo de cada recipiente, não é isso que as balanças apontam. As medidas registradas estão relacionadas com a quantidade de água em cada um dos recipientes, que é diferente em cada caso.

## Barômetro de mercúrio

Evangelista Torricelli (1608-1647), físico e matemático italiano, realizou contribuições importantes para a hidrostática, como a invenção do barômetro de mercúrio. Um barômetro é um instrumento utilizado para medir a pressão atmosférica. O barômetro de mercúrio (Fig. 16) é construído a partir de um longo tubo de vidro previamente preenchido por mercúrio. Esse tubo, com uma extremidade fechada e a outra aberta, mas tapada por um dedo, é invertido e colocado em um recipiente que também contém mercúrio. Em seguida, retira-se o dedo da extremidade aberta submersa. Com isso, uma parte do líquido sai do tubo para o recipiente, e a altura da coluna de mercúrio fica cerca de 76 cm acima da superfície livre do fluido, quando o experimento é realizado ao nível do mar e a uma temperatura de  $0^\circ\text{C}$ . Como nenhum ar entra no tubo, o espaço acima da coluna de mercúrio contém apenas vapor de mercúrio, cuja pressão é praticamente desprezível.

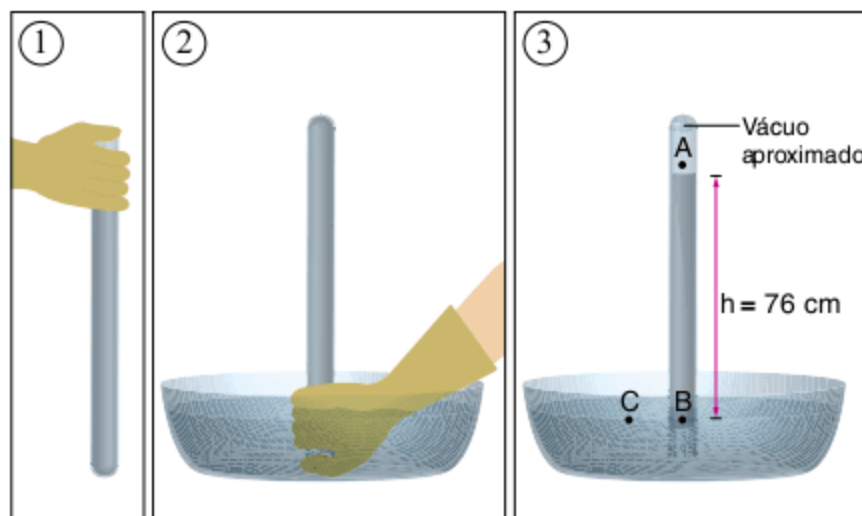


Fig. 16 Ao virar o tubo cheio de mercúrio de boca para baixo e inseri-lo no recipiente, a coluna de mercúrio desce até uma altura de 76 cm acima da superfície livre do fluido.

No esquema da figura 16, no ponto A, região de vácuo aproximado, a pressão é  $p_A \approx 0$ . O ponto B e o ponto C se encontram em uma superfície isobárica, portanto,  $p_B = p_C$ . Assim:

$$d_{\text{Hg}}gh + p_A = p_{\text{atm}}$$

$$\therefore h = \frac{p_{\text{atm}}}{d_{\text{Hg}}g}$$

Substituindo os valores da pressão atmosférica ( $p_{\text{atm}}$ ), da densidade do mercúrio ( $d_{\text{Hg}}$ ) e da aceleração da gravidade ( $g$ ) na equação anterior, encontramos o valor aproximado da altura da coluna de mercúrio:  $h \approx 76$  cm. Assim, é possível medir a pressão atmosférica a partir dessa altura.

Sendo, inclusive, o milímetro de mercúrio (mmHg) uma unidade de medida de pressão muito comum:

$$760 \text{ mmHg} = 76 \text{ cmHg} = 1 \text{ atm} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Porém, como a densidade do mercúrio pode variar em função da temperatura e a intensidade do campo gravitacional da Terra varia com o local, é mais comum utilizarmos o pascal (Pa) como unidade de medida de pressão.

### Exercício resolvido

- 5 UFSM 2012** Dentro de uma mina de carvão, existe acúmulo de água. Para retirar essa água, uma bomba de sucção é instalada na boca da mina, ao nível do solo. Assim,
- quanto maior a profundidade da água, maior deve ser a potência do motor que aciona a bomba.
  - se a profundidade da água é maior do que 11 m, a bomba não retira água da mina.
  - se a profundidade da água é grande, duas ou mais bombas devem ser instaladas em série ao nível do solo.
  - a mesma bomba pode retirar a água em qualquer profundidade, mas, com profundidades maiores, diminui a vazão nas tubulações.
  - a bomba de sucção não pode retirar água da mina, porque só funciona no vácuo.

**Resolução:**

A bomba de sucção cria um vácuo na parte superior da tubulação. Assim, a coluna de água sobe na tubulação de tal forma que a pressão hidrostática criada pela coluna se iguala à pressão atmosférica. Portanto, temos:

$$P_{\text{água}} = P_{\text{atm}} \Rightarrow d_{\text{água}}gh = P_{\text{atm}} \Rightarrow h = \frac{P_{\text{atm}}}{d_{\text{água}}g}$$

$$h \approx \frac{10^5}{10^3 \cdot 10} = 10 \text{ m}$$

Ou seja, a água consegue subir apenas cerca de 10 m, no máximo, nessa tubulação.

Uma importante conclusão é que uma coluna de água de 10 m tem pressão equivalente à pressão atmosférica (1 atm). Por exemplo, quando um mergulhador está a uma profundidade de 20 metros, ele está sujeito a uma pressão total aproximada de 3 atm (1 atm da pressão atmosférica e 2 atm da pressão de uma coluna de água de 20 m).

Alternativa: B.

**Manômetro de tubo aberto**

Uma forma de medir a pressão total de um gás é utilizando um manômetro de tubo aberto. Em um tubo em forma de U, é colocado um líquido de densidade conhecida. Uma das extremidades do tubo está aberta, sujeita à pressão atmosférica  $p_{\text{atm}}$ , enquanto a outra extremidade está conectada a um recipiente preenchido por um gás de pressão absoluta  $p_{\text{gás}}$ , cujo valor queremos determinar (Fig. 17).

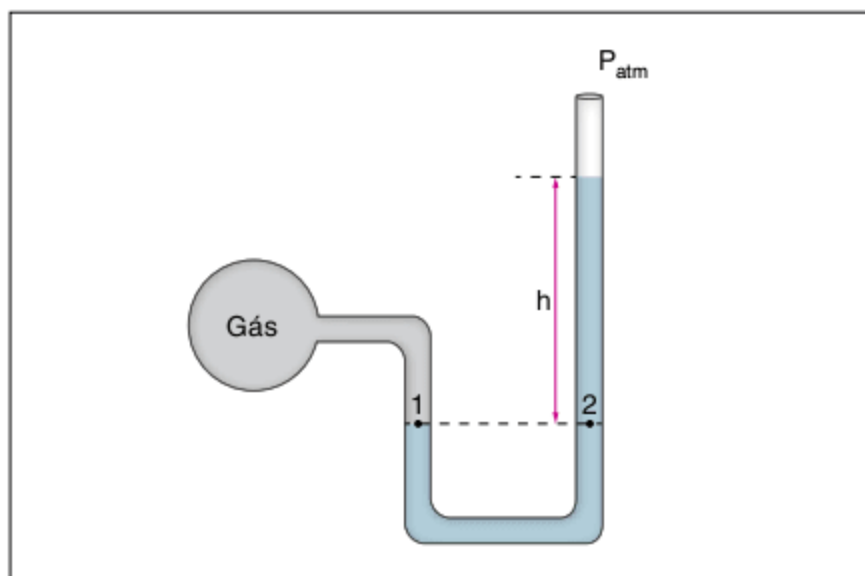


Fig. 17 Esquema de um manômetro de tubo aberto.

Considerando a superfície isobárica que passa pelos pontos 1 e 2, temos:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow p_{\text{gás}} = p_{\text{atm}} + d_{\text{liq}}gh$$

Para calcular a pressão manométrica do gás, devemos descontar a pressão atmosférica. Assim:

$$P_{\text{manométrica}} = p_{\text{gás}} - p_{\text{atm}} = d_{\text{liq}}gh$$

Se o recipiente for preenchido por um gás em alta pressão, é mais conveniente utilizar um líquido de grande densidade, como o mercúrio.

**SAIBA MAIS**

**Esfigmomanômetro de coluna de mercúrio**

Utilizado para aferir a pressão exercida pelo sangue na superfície interna das artérias, chamada de pressão arterial, o esfigmomanômetro de coluna de mercúrio é um instrumento composto de um manômetro cheio de mercúrio. Quando, por exemplo, realizamos uma leitura de pressão 13/8, esses valores referem-se ao valor máximo e mínimo da pressão manométrica nas artérias durante o ciclo cardíaco. O número 13 indica uma pressão arterial de 13 cmHg no auge da sístole, ou seja, no auge da fase de contração, quando o sangue é ejetado dos ventrículos. Essa pressão é chamada de pressão arterial sistólica. O número 8 indica uma pressão arterial de 8 cmHg no auge da diástole, a fase de relaxamento, que ocorre quando o coração relaxa e o sangue enche os ventrículos. Essa pressão é chamada de pressão arterial diastólica. Para a aferição correta da pressão arterial, é importante que o aparelho esteja na altura do coração.



Fig. 18 Pressão arterial sendo aferida com um esfigmomanômetro de coluna de mercúrio.

**Exercício resolvido**

**6 Unicamp** Se você agora está tranquilo e em repouso, seu coração deve estar batendo cerca de 60 vezes por minuto. Sua pressão arterial deve ser de 12 por 8, ou seja, 120 mmHg acima da atmosférica no auge da contração e 80 mmHg no relaxamento do coração. Seu coração tem o volume externo aproximado de uma mão fechada e em cada batida consegue bombear aproximadamente a metade de seu volume em sangue. Considere a densidade do mercúrio  $\rho_{\text{Hg}} = 14 \text{ g/cm}^3$  e a densidade do sangue igual à da água, ou seja,  $\rho_{\text{sangue}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$ . Até que altura máxima na vertical o coração conseguiria elevar uma coluna de sangue?

**Resolução:**

No auge da contração, temos a pressão máxima equivalente a uma coluna de 120 mm de mercúrio. Assim:

$$P_{\text{sangue}} = P_{\text{máx}} \Rightarrow d_s gh_s = d_{\text{Hg}} gh_{\text{máx}}$$

$$h_s = \frac{d_{\text{Hg}}}{d_s} h_{\text{máx}} \Rightarrow h_s = \frac{14}{1} \cdot 120$$

$$\therefore h_s = 1.680 \text{ mm} \Rightarrow \boxed{h_s = 1,68 \text{ m}}$$

## Teorema de Pascal

Em um recipiente fechado, a pressão aplicada sobre um fluido em equilíbrio é transmitida integralmente para todos os pontos desse fluido e para as paredes do recipiente. Tal fato foi verificado experimentalmente pelo cientista francês Blaise Pascal (1623-1662) e é conhecido como **teorema de Pascal**.

Podemos observar esse princípio físico quando apertamos um tubo de pasta de dentes. Quando pressionamos uma das extremidades, esse incremento de pressão é transmitido para todos os pontos da pasta, fazendo com que ela saia pela outra extremidade.

Cadeiras odontológicas, elevadores automotivos e sistemas de freios hidráulicos utilizam dispositivos hidráulicos, construídos com base no teorema de Pascal, para seu funcionamento. A imagem a seguir (fig. 19) mostra o esquema de um dispositivo hidráulico utilizado para elevar automóveis.

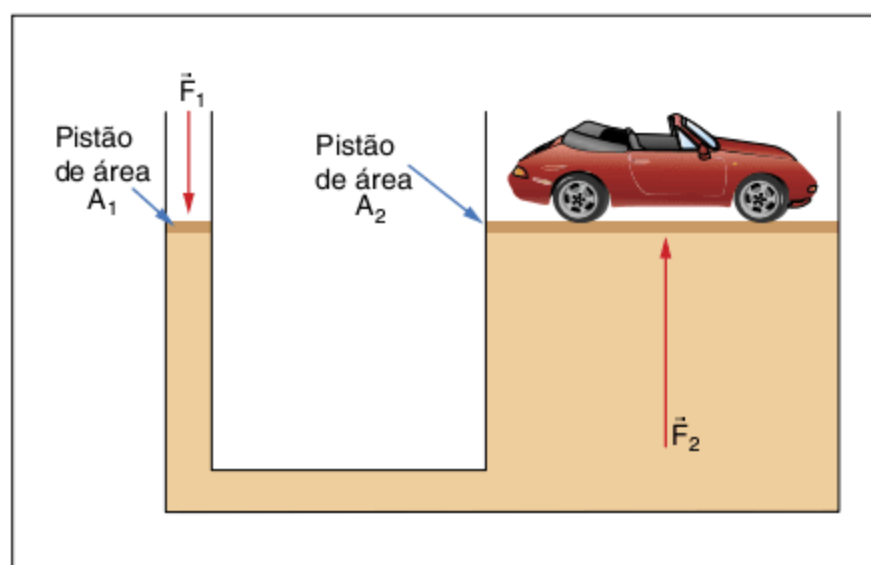


Fig. 19 Esquema de um elevador hidráulico de carros.

Uma força externa de intensidade  $F_1$  é realizada no pistão 1, de área de seção transversal  $A_1$ . Assim, esse pistão está sujeito a uma pressão  $p_1$  dada por:  $p_1 = \frac{F_1}{A_1}$ .

Esse incremento de pressão é transmitido por todo o fluido, de acordo com o teorema de Pascal. Logo, o pistão 2 está sujeito a uma pressão  $p_2$  dada por:

$$p_2 = p_1 \Rightarrow \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} \Rightarrow F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

Logo, temos uma multiplicação da força aplicada, dada pela razão entre as áreas dos dois pistões.

Esse tipo de dispositivo, em geral, é preenchido por líquidos homogêneos, que são praticamente incompressíveis e, portanto, não têm densidade variável.

Considerando um fluido incompressível, um movimento do pistão menor para baixo corresponde a um movimento do pistão maior para cima, porém o deslocamento dos pistões não é o mesmo.

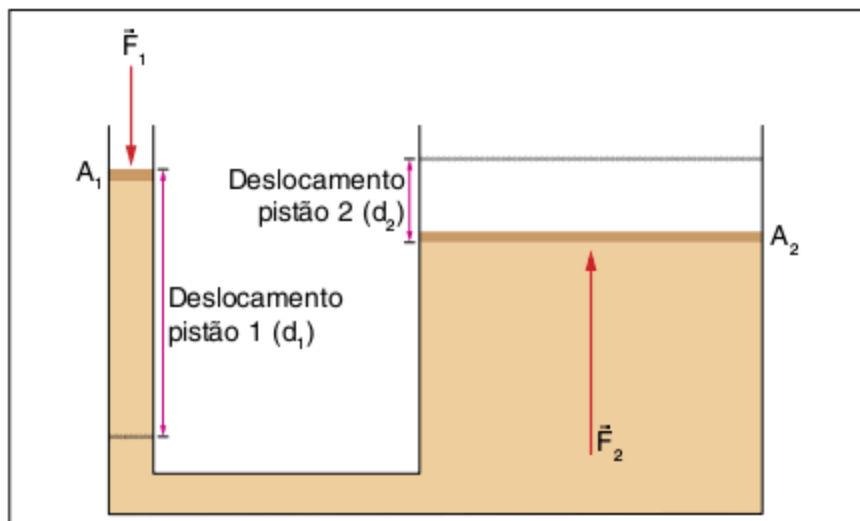


Fig. 20 Esquema de como ocorre o deslocamento dos pistões de um elevador hidráulico de carros.

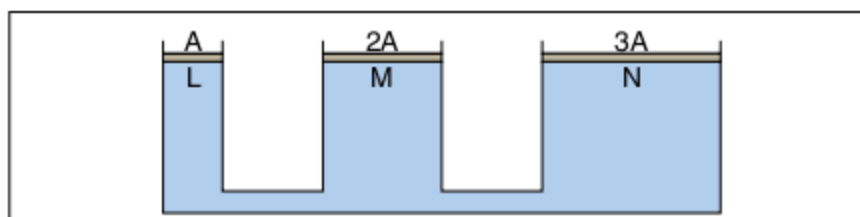
Como o volume do fluido no recipiente é constante, temos:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow d_1 A_1 = d_2 A_2$$

Concluimos que, para elevar cargas pesadas aplicando forças pequenas, precisamos realizar um deslocamento maior do pistão de área menor. Assim, teremos um pequeno deslocamento do pistão de área maior. Isso é uma consequência da conservação da energia mecânica, já que o trabalho realizado pela força externa no pistão menor deve ser igual ao trabalho realizado pelo fluido no pistão maior.

### Exercício resolvido

**7 UFMG** Um sistema hidráulico tem três êmbolos móveis L, M e N com áreas A, 2A e 3A, como mostra a figura.



Quantidades diferentes de blocos são colocadas sobre cada êmbolo. Todos os blocos têm o mesmo peso. Para que, em equilíbrio, os êmbolos continuem na mesma altura, o número de blocos colocados sobre os êmbolos L, M e N podem ser, respectivamente:

- (a) 1, 2 e 3.                      (c) 3, 2 e 1.                      (e) 8, 2 e 1.  
 (b) 1, 4 e 9.                      (d) 9, 4 e 1.

### Resolução:

A área de cada êmbolo e a força peso sobre eles são diretamente proporcionais. Com isso, temos:

$$P_L = P_M = P_N \Rightarrow \frac{P_L}{A} = \frac{P_M}{2A} = \frac{P_N}{3A}$$

Assim:

- $2P_L = P_M$
- $3P_L = P_N$
- $3P_M = 2P_N$

Alternativa: A.

## Teorema de Arquimedes

### Empuxo

Arquimedes de Siracusa (c. 287 a.C. - 212 a.C.) realizou contribuições importantes para a Física, Matemática e Astronomia. Uma famosa lenda conta que o Rei Hierão II requisiu a um ferreiro a fabricação de uma coroa de puro ouro. Desconfiado de que a coroa produzida poderia ser de uma mistura de ouro e prata, o rei convocou Arquimedes para determinar a verdadeira composição da coroa, sem derretê-la ou danificá-la. Após ponderar sobre o problema por um tempo, a solução veio enquanto Arquimedes estava em uma banheira. Depois de encontrar a solução, Arquimedes teria saído correndo nu pelas ruas gritando: "Eureca! Eureca!", expressão que significa "Encontrei! Encontrei!".

Arquimedes percebeu que, quando entrava na água, um volume de água igual ao volume do seu próprio corpo era deslocado. Portanto, submergindo a coroa na água poderia calcular o seu volume e, com o valor da massa da coroa obtida através de uma simples pesagem, conseguiria calcular a densidade da coroa. Comparando essa densidade com a densidade do ouro puro, Arquimedes determinou que a coroa foi fabricada utilizando uma mistura de ouro e prata, já que a densidade do ouro e a densidade da coroa não coincidiam.

Assim, em seus estudos, Arquimedes demonstrou um fenômeno importante. Quando submergimos um objeto, ele aparenta estar mais leve, já que a água o empurra para cima, auxiliando-o a se sustentar de alguma forma. Percebemos isso quando tentamos afundar uma prancha ou boia em uma piscina, por exemplo. Essa força vertical, de baixo para cima, que o líquido exerce sobre o objeto é denominada **empuxo** e deve-se à diferença de pressão na parte superior e na parte inferior do objeto. Essa diferença de pressão é uma consequência da ação da gravidade no fluido.

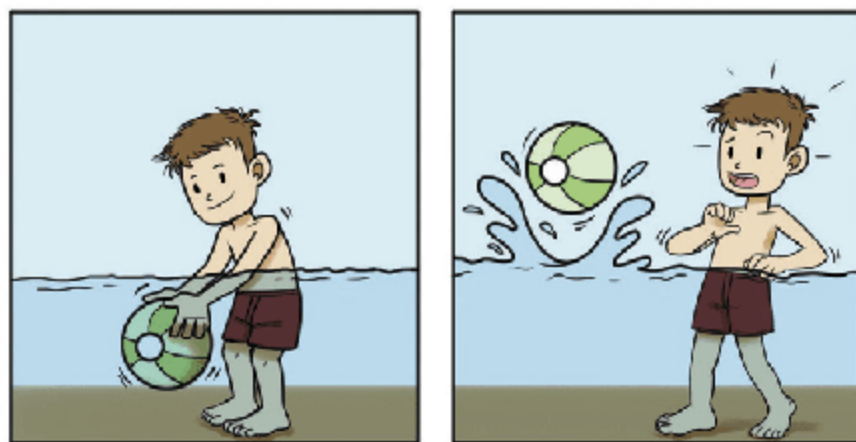


Fig. 21 Objetos submersos na água tendem a ser empurrados para cima, devido à ação da força de empuxo.

Considere um fluido em equilíbrio, de densidade  $d_{\text{liq}}$ , e um cubo maciço, também em equilíbrio, totalmente imerso nesse fluido. Cada face do cubo tem área  $A$  e aresta  $h$ .

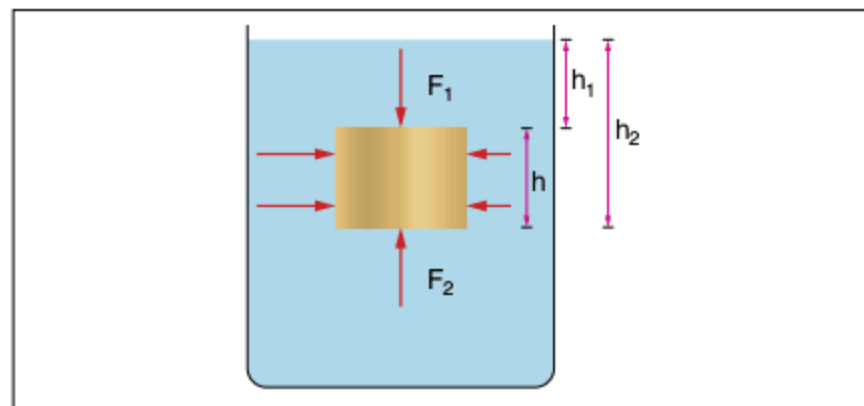


Fig. 22 Esquema de cubo maciço imerso em fluido.

A pressão na face inferior do cubo é a própria pressão hidrostática nessa profundidade, dada por:

$$p_2 = dgh_2$$

Assim, a força para cima aplicada pelo fluido na face inferior do cubo é dada por:

$$p_2 = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = p_2 A \Rightarrow F_2 = d_{\text{fluido}} g h_2 A$$

Analogamente, a força para baixo aplicada pelo fluido na face superior do cubo é dada por:

$$F_1 = d_{\text{fluido}} g h_1 A$$

Portanto, a intensidade da força de empuxo ( $E$ ), vertical e para cima, é dada por:

$$E = F_2 - F_1 \Rightarrow E = d_{\text{fluido}} g A (h_2 - h_1)$$

Porém,  $h_2 - h_1$  é a altura do cubo e vale  $h$ , logo:

$$E = d_{\text{fluido}} g A h$$

Como  $A \cdot h$  é o volume do cubo submerso ( $V_{\text{sub}}$ ), temos:

$$E = d_{\text{fluido}} g V_{\text{sub}}$$

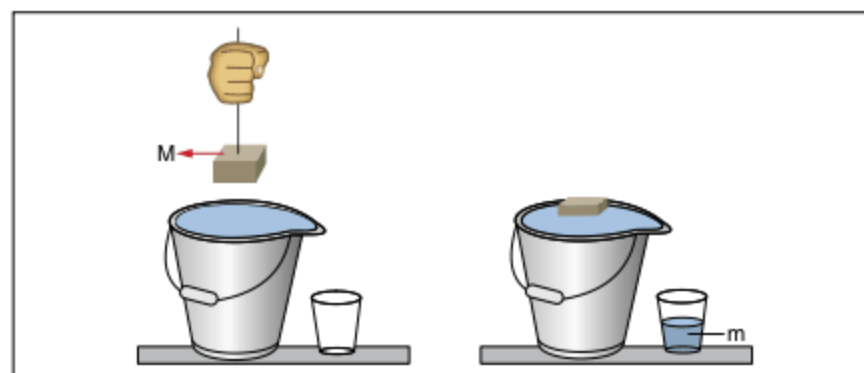
Como o fluido está em equilíbrio, a intensidade da força de empuxo é igual ao peso do volume do fluido deslocado pela parte submersa do corpo.

$$E = P_{\text{fluido}} = d_{\text{fluido}} g V_{\text{sub}}$$

Esse enunciado é conhecido como **teorema de Arquimedes**.

### Exercício resolvido

**8 Fuvest 2014** Um bloco de madeira impermeável, de massa  $M$  e dimensões  $2 \times 3 \times 3 \text{ cm}^3$  é inserido muito lentamente na água de um balde, até a condição de equilíbrio, com metade de seu volume submersa. A água que vaza do balde é coletada em um copo e tem massa  $m$ .



A figura ilustra as situações inicial e final; em ambos os casos, o balde encontra-se cheio de água até sua capacidade máxima. A relação entre as massas  $m$  e  $M$  é tal que:

- (a)  $m = M/3$
- (b)  $m = M/2$
- (c)  $m = M$
- (d)  $m = 2M$
- (e)  $m = 3M$

**Resolução:**

A força de empuxo equilibra o bloco, logo sua intensidade deve ser igual à intensidade da força peso do bloco, para que a resultante de forças seja nula.

$$P_{\text{bloco}} = E$$

Porém, a intensidade da força de empuxo também é igual ao peso do volume de água deslocada.

$$P_{\text{água}} = E$$

Logo, o peso do bloco é igual ao peso da água que vaza do balde. Assim, as massas  $m$  e  $M$  são iguais.

Alternativa: C.

## ATENÇÃO!

O ponto de aplicação da força de empuxo é o centro geométrico da parte submersa do corpo, considerando que o peso específico do fluido é constante.

O centro geométrico da parte submersa não coincide necessariamente com o centro de massa do objeto.

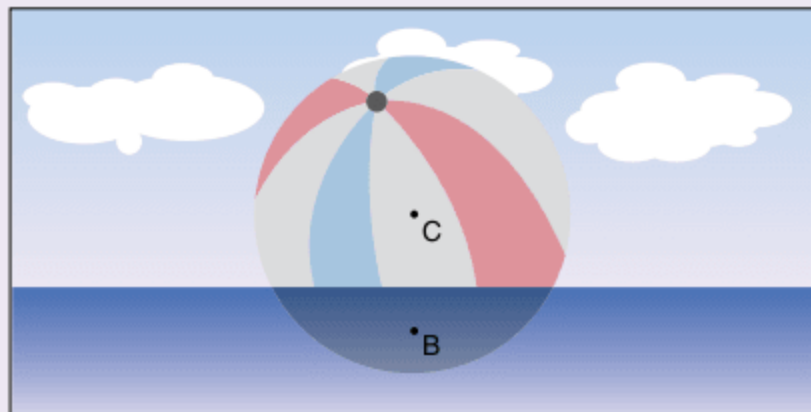


Fig. 23 Uma bola parcialmente submersa tem o ponto de aplicação da força empuxo (B) abaixo do seu centro de massa (C).

A força de empuxo atua em todos os corpos imersos em fluidos, sejam eles líquidos ou gases. Um balão de hélio, por exemplo, quando solto, voa para cima, pois a força de empuxo é maior que sua força peso.

$$E > P \Rightarrow d_{\text{ar}}gV > mg \Rightarrow d_{\text{ar}}Vg > d_{\text{balão}}Vg$$

$$d_{\text{ar}} > d_{\text{balão}}$$

Como a densidade do ar, em condições normais de temperatura e pressão, é aproximadamente  $1,2 \text{ kg/m}^3$  e a densidade do gás hélio é aproximadamente  $0,17 \text{ kg/m}^3$ , a tendência do balão é subir. Quando a densidade de um corpo for menor que a densidade do fluido, ele irá flutuar.



Fig. 24 Balões de hélio tendem a subir, pois o gás hélio é menos denso que o ar.

Seguindo essa lógica, os dirigíveis são preenchidos por um gás menos denso que o ar, como o hélio, para, assim, poderem flutuar. Nos balões de ar quente, utilizam-se mecanismos para aquecer o ar interno ao balão, fazendo com que sua densidade seja menor que a do ar externo, a uma temperatura ambiente, assim eles sobem e podem flutuar.

No corpo humano, também atua a força de empuxo, devido à atmosfera terrestre. Porém, como a densidade do ar é de aproximadamente  $1,2 \text{ kg/m}^3$ , em condições normais de temperatura e pressão, e a densidade do corpo humano é da ordem de  $10^3 \text{ kg/m}^3$ , a força de empuxo é cerca de mil vezes menor que a força peso e é, portanto, normalmente, desprezada.

### Exercício resolvido

9 UFPB 2011 Um balão meteorológico é usado para analisar a atmosfera da Terra e fazer a previsão do tempo. A figura a seguir representa esse balão e a superfície da Terra.



Considere para um dado balão meteorológico:

- A massa do conjunto, material usado para confeccionar o balão e dispositivo utilizado para se fazer as medições climáticas, é igual a 80 kg.
- Apenas o volume ocupado pelo gás dentro do balão deve ser considerado.
- A densidade do ar onde o balão se encontra é de  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .
- A densidade do gás no interior do balão é de  $0,8 \text{ kg/m}^3$ .



Com base nesses dados, é correto afirmar que o volume ocupado pelo gás no interior do balão, necessário para mantê-lo a certa altura acima do solo, é de:

- (a)  $100 \text{ m}^3$
- (b)  $200 \text{ m}^3$
- (c)  $300 \text{ m}^3$
- (d)  $400 \text{ m}^3$
- (e)  $500 \text{ m}^3$

**Resolução:**

Considerando que o balão está em equilíbrio a certa altura acima do solo, a intensidade da força peso é igual à intensidade da força de empuxo. Assim:

$$P_{\text{gás}} + P_{\text{balão}} = E$$

$$d_{\text{gás}}Vg + mg = d_{\text{ar}}Vg$$

$$0,8V + 80 = 1,2V$$

$$0,4V = 80 \Rightarrow V = 200 \text{ m}^3$$

Alternativa: B.

**Flutuação em líquidos**

Quando um objeto, sujeito apenas à força peso e à força de empuxo, tem peso maior do que o peso do volume total de fluido que ele desloca, esse objeto afunda. Ou seja, um objeto afunda quando a intensidade da força peso é maior que a intensidade da força de empuxo.

Se o fluido for a água, por exemplo, qualquer objeto com densidade relativa maior que 1, ou seja, maior que a densidade da água, irá afundar.

Se um objeto totalmente imerso em um líquido, em qualquer profundidade, tem densidade exatamente igual à do líquido, ele fica em equilíbrio sem se projetar para cima da superfície livre do líquido, já que a intensidade da força peso é igual à intensidade da força de empuxo.

Porém, se o objeto tiver uma densidade menor do que a do líquido, ele vai à superfície e passa a flutuar em equilíbrio, com uma porção submersa e outra porção emersa.

No equilíbrio, a intensidade da força peso é igual à intensidade da força de empuxo, porém, para calcular a intensidade da força de empuxo, consideramos apenas o volume submerso.

**ATENÇÃO!**

- $d_{\text{objeto}} < d_{\text{liq}}$ : objeto vai à superfície e flutua em equilíbrio, parcialmente submerso.
- $d_{\text{objeto}} = d_{\text{liq}}$ : objeto em equilíbrio, totalmente imerso.
- $d_{\text{objeto}} > d_{\text{liq}}$ : objeto afunda.

Um bloco de gelo não afunda em água porque tem densidade menor, aproximadamente  $0,9 \text{ g/cm}^3$ . Em líquidos com densidade menor que a do gelo, como o álcool, com densidade de aproximadamente  $0,8 \text{ g/cm}^3$ , o bloco de gelo afunda (Fig. 25).



Fig. 25 O gelo ( $d_{\text{gelo}} = 0,9 \text{ g/cm}^3$ ) flutua em água ( $d_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ), mas afunda em álcool ( $d_{\text{álcool}} = 0,8 \text{ g/cm}^3$ ).

Um prego maciço de ferro afunda em água porque a densidade do ferro, de aproximadamente  $7,8 \text{ g/cm}^3$ , é maior que a da água. Um navio, composto de milhares de pregos e chapas de ferro, não afunda, pois possui espaços vazios em seu interior, o que resulta em uma densidade menor que  $1 \text{ g/cm}^3$ , ou seja, menor que a da água.

**Exercício resolvido**

**10 Unesp** Os tripulantes de um navio deparam-se com um grande *iceberg* desprendido das geleiras polares como consequência do aquecimento global. Para avaliar o grau de periculosidade do bloco de gelo para a navegação, eles precisam saber qual é a porção submersa do bloco. Experientes em sua atividade, conseguem estimar a fração submersa do volume utilizando as massas específicas do gelo, igual a  $0,92 \text{ g/cm}^3$ , e da água salgada, igual a  $1,03 \text{ g/cm}^3$ . Qual foi o valor da fração submersa calculada pelos navegantes?

**Resolução:**

Como o iceberg está em equilíbrio, a intensidade da força peso é igual à intensidade da força de empuxo, logo:

$$P = E \Rightarrow mg = d_{\text{água}}V_{\text{sub}}g \Rightarrow (d_{\text{gelo}}V_{\text{total}})g = d_{\text{água}}V_{\text{sub}}g$$

$$\frac{V_{\text{sub}}}{V_{\text{total}}} = \frac{d_{\text{gelo}}}{d_{\text{água}}} \Rightarrow \frac{V_{\text{sub}}}{V_{\text{total}}} = \frac{0,92}{1,03} \Rightarrow \boxed{V_{\text{sub}} \approx 0,89 \cdot V_{\text{total}}}$$

Ou seja, a porção submersa representa cerca de 90% do volume total do iceberg.

## Mar Morto

O Mar Morto é um lago de água salgada localizado no Oriente Médio. Seu nome se deve à alta concentração de sal, quase 10 vezes superior à dos oceanos, o que torna a vida por ali praticamente impossível. A elevada salinidade faz com que a densidade da água seja muito alta, aproximadamente  $1.350 \text{ kg/m}^3$ , maior que a densidade do corpo humano, de aproximadamente  $1.060 \text{ kg/m}^3$ . Isso possibilita que uma pessoa boie com grande facilidade.



Fig. 26 Devido à alta densidade da água, sem a ação de forças externas, é impossível afundar no Mar Morto.

## Verificação experimental do empuxo e peso aparente

Uma das maneiras de verificar experimentalmente a existência da força de empuxo é com a utilização de uma balança.

Considere um recipiente com água sobre uma balança. O peso total do conjunto vale  $10 \text{ N}$ , assim, a balança registra a força normal de módulo também igual a  $10 \text{ N}$ .

Ao colocar no recipiente uma esfera mais densa que o líquido, suspensa por um fio, a indicação da balança aumenta para  $12 \text{ N}$ . Esse aumento de  $2 \text{ N}$  na indicação da balança se deve à força de empuxo. Se o líquido exerce uma força na esfera para cima pelo princípio da ação e reação (terceira lei de Newton), a esfera exerce uma força no líquido para baixo resultando em um incremento na indicação da balança.

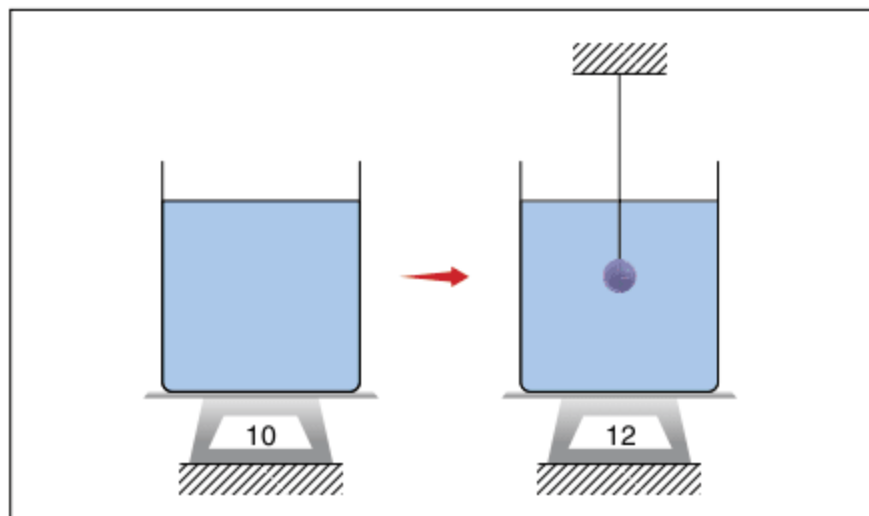


Fig. 27 Pesagem de esfera suspensa imersa em líquido.

Antes de a esfera ser colocada na água, o dinamômetro (colocado no fio que a sustenta) indica  $5 \text{ N}$ , mesmo valor do peso da esfera.

Ao ser imersa na água, uma força de empuxo de  $2 \text{ N}$  para cima é exercida na esfera. Assim, para que a esfera permaneça em equilíbrio, a força de tração no fio deve ser de  $3 \text{ N}$ , e o dinamômetro passa a indicar esse valor.

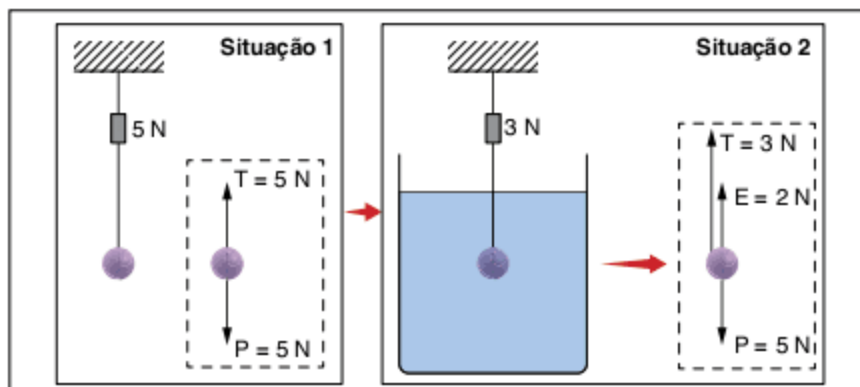


Fig. 28 Pesagem de esfera com indicações das forças que atuam sobre ela.

A nova indicação do dinamômetro,  $T = 3 \text{ N}$ , é o que chamamos de **peso aparente**, já que aparentemente o peso do objeto diminuiu. Porém, sabemos que foi a força de empuxo para cima que alterou o valor indicado pelo dinamômetro.

Se o fio for cortado e a esfera ficar no fundo do recipiente, a balança indicará o peso total do conjunto (recipiente + água + esfera), ou seja,  $15 \text{ N}$ .

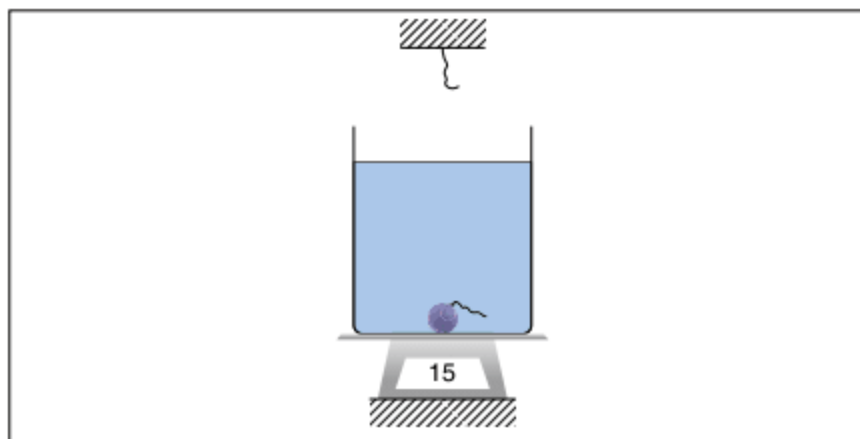


Fig. 29 Pesagem de todo o conjunto somada.

O peso aparente ( $P_{\text{aparente}}$ ) de um corpo é definido pela diferença entre a intensidade da força do peso do corpo no ar e a intensidade da força de empuxo.

$$P_{\text{aparente}} = P - E$$

## Imersão de um sólido em líquidos imiscíveis

Quando um sólido está imerso em um recipiente contendo dois líquidos imiscíveis de densidades diferentes, o cálculo do empuxo pode ser feito considerando o volume submerso em cada um dos líquidos.

$$E = d_1 V_{A1} g + d_2 V_{B1} g$$

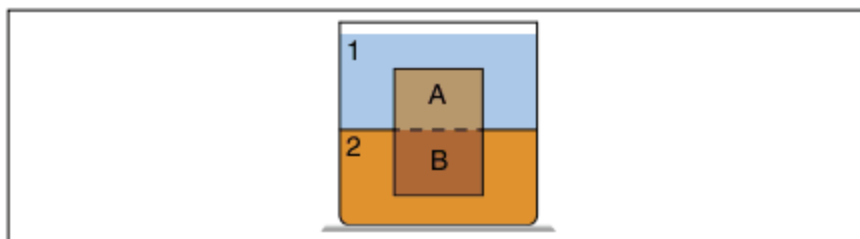


Fig. 30 Objeto imerso em dois líquidos imiscíveis.

## Vazão

Apesar de este capítulo ser dedicado ao estudo de fluidos em repouso, muitos fenômenos estão relacionados a fluidos em movimento, como a circulação do sangue em nosso corpo e o ar passando pelas asas de um avião. Portanto, vamos analisar agora uma característica importante dos fluidos em movimento, a vazão.

A **vazão** ( $\phi$ ) de um fluido é definida pelo volume do fluido ( $\Delta V$ ) que atravessa uma seção transversal ( $A$ ) de uma tubulação (Fig. 31) em um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ):

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

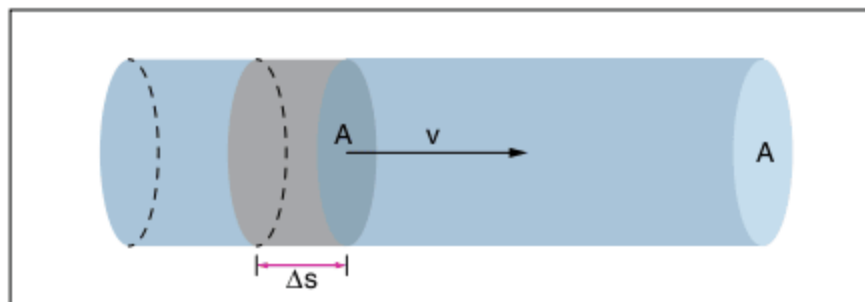


Fig. 31 Fluido passando tubulação.

No SI, a unidade de medida de vazão é o metro cúbico por segundo ( $m^3/s$ ). Porém, uma unidade bastante utilizada no cotidiano é o litro por segundo (L/s).

$$1 m^3/s = 1.000 L/s$$

Se, nessa tubulação, o fluido percorre uma distância  $\Delta s$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , podemos relacionar a vazão com a área da seção transversal da tubulação ( $A$ ) e a velocidade de escoamento ( $v$ ):

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot \Delta s}{\Delta t} = Av$$

### Exercício resolvido

**11 UPE 2014** Um tanque de uma refinaria de petróleo deve ser preenchido com  $36.000 m^3$  de óleo. Esse processo será realizado por um navio petroleiro que está carregado com  $100.000 m^3$  de óleo. Sabendo que a vazão de transferência de óleo do navio para o tanque é igual a 100 litros por segundo, estime a quantidade de dias necessários para a conclusão da transferência.

- (a) 1      (b) 2      (c) 3      (d) 4      (e) 5

#### Resolução:

O volume do tanque é:  $V = 36.000 m^3 = 36 \cdot 10^6 dm^3 = 36 \cdot 10^6 L$ .

A vazão de transferência de óleo é:  $\phi = 100 L/s$ .

Assim, o tempo necessário para a conclusão da transferência é dado por:

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta V}{\phi} = \frac{36 \cdot 10^6}{100} = 36 \cdot 10^4 s$$

$$\text{Em dias, temos: } n = \frac{36 \cdot 10^4}{24 \cdot 3.600} \approx 4,17$$

Logo, são necessários 5 dias para a conclusão da transferência.  
Alternativa: E.

## Equação da continuidade

Em fluidos não viscosos e incompressíveis, a densidade não varia ao longo do escoamento. Assim, em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , o volume  $\Delta V$  de fluido que passa por uma área  $A_1$  é o mesmo que passa por uma área  $A_2$  (Fig. 32). Portanto, a vazão nas duas seções transversais é a mesma.

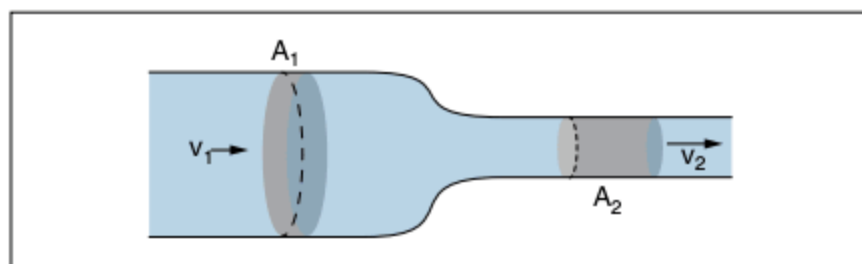


Fig. 32 Fluido escoando por tubulação com seções transversais de áreas distintas.

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Essa equação, chamada **equação da continuidade**, mostra a relação entre a velocidade  $v$  de escoamento de um fluido e a seção transversal  $A$  de escoamento. Quando diminuimos a seção transversal de uma tubulação, a velocidade de escoamento aumenta para manter constante a vazão.

Quando obstruimos a saída de água de uma mangueira, por exemplo, o jato de água sai com mais velocidade, embora o fluxo seja constante. Em uma torneira, a ação da gravidade faz com que a água seja acelerada e ganhe velocidade à medida que cai. Pela equação da continuidade, à medida que a velocidade aumenta, o jato de água se torna mais estreito (Fig. 33).



Fig. 33 O jato de água de uma torneira afunila à medida que cai.

## Equação de Bernoulli

Quando um fluido não viscoso e incompressível escoar por uma tubulação, podemos aplicar o princípio da conservação de energia mecânica para chegar a uma importante relação entre a pressão e a velocidade de escoamento de um fluido sob a ação da gravidade, denominada **equação de Bernoulli**.

$$p_1 + dgh_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + dgh_2 + \frac{dv_2^2}{2}$$

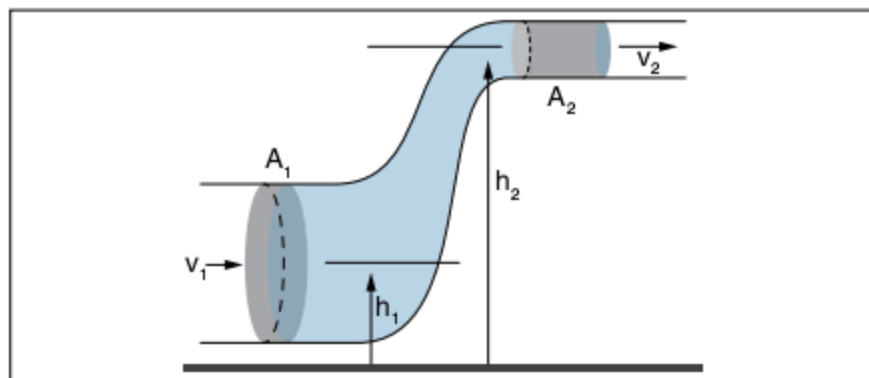


Fig. 34 Tubulação com seções transversais com áreas e alturas distintas.

Ou seja, para qualquer ponto do fluido,  $p + dgh + \frac{dv^2}{2}$  é

constante, em que  $p$  é a pressão em determinado ponto do fluido,  $d$  é a densidade do fluido,  $h$  é a altura em relação a um referencial,  $g$  é a intensidade do campo gravitacional e  $v$  é a velocidade de escoamento no ponto considerado.

Uma conclusão importante dessa equação é o **efeito Bernoulli**, que estabelece que, nos pontos onde a velocidade de escoamento é maior, a pressão é menor.

Ao relacionarmos esse conceito com a equação da continuidade, percebemos que, ao diminuir a área da seção transversal de uma tubulação, a velocidade de escoamento aumenta, logo, a pressão diminui nesse ponto.

São inúmeras as aplicações dessas equações em nosso cotidiano. Na medicina, é importante o conhecimento da hidrodinâmica para estudar o fluxo sanguíneo e as variações de pressão nas artérias e veias. Na aeronáutica, as asas de um avião são projetadas para que o ar passe mais rapidamente pela parte superior, diminuindo assim a pressão e criando uma força resultante para cima, sustentando o avião.

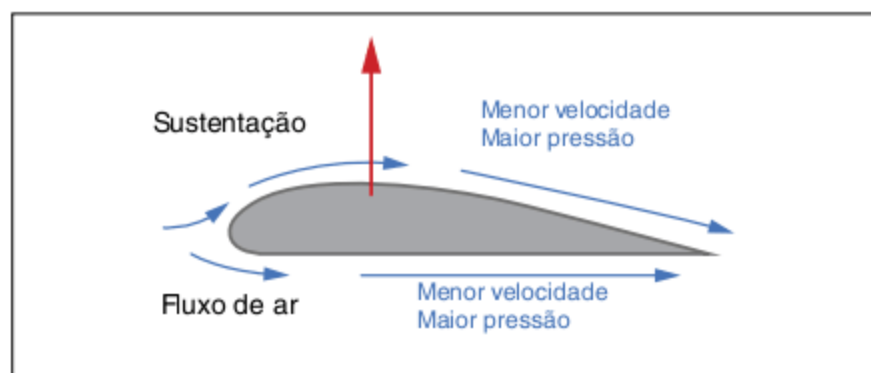


Fig. 35 Representação do fluxo de ar responsável pela força de sustentação da asa de um avião. A sustentação está relacionada às diferenças de pressão e velocidade observadas na parte de cima e de baixo da asa.

Outro exemplo acontece durante uma ventania: o ar que passa em alta velocidade pelas janelas de uma casa faz com que a pressão diminua nessa região. Assim, devido a essa diferença de pressão entre o ar interno e o ar externo em movimento, as cortinas são puxadas para fora.

## Equação de Torricelli

Vamos agora analisar a trajetória de um jato de líquido de densidade  $d$  que passa por um furo lateral de um recipiente. O furo está a uma altura  $h$  da superfície livre do líquido (Fig. 35).

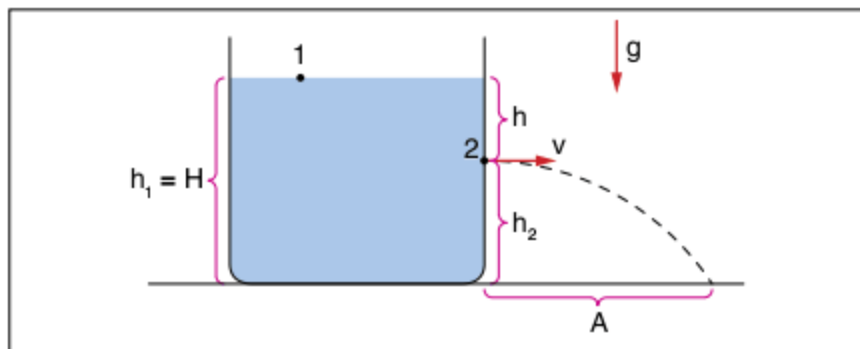


Fig. 36 Líquido vazando de um recipiente furado.

Para determinar a velocidade inicial de escoamento  $v$ , vamos aplicar a equação de Bernoulli.

$$p_1 + dgh_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + dgh_2 + \frac{dv_2^2}{2}$$

Como os pontos 1 e 2 estão submetidos à pressão atmosférica,  $p_1 = p_2$ . A velocidade  $v_1$  pode ser considerada nula, já que a seção transversal do recipiente é muito maior que a área do furo. Adotando  $v_2 = v$  e  $h_1 = H$ , temos:

$$dgh_1 = dgh_2 + \frac{dv^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2g(H - h_2)$$

Como:

$$H - h_2 = h$$

Temos:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Essa equação é conhecida como **equação de Torricelli**, pois a velocidade de escoamento é a mesma velocidade de um objeto abandonado de uma altura  $h$ .

Para determinar o alcance horizontal máximo do jato que sai pelo furo, vamos inicialmente calcular o tempo de queda. Como na vertical temos um MUV (movimento uniforme variado):

$$s = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow H - h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}}$$

e, na horizontal, temos um MU (movimento uniforme), logo:

$$s = vt \Rightarrow A = (\sqrt{2gh}) \cdot \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}}$$

$$A = 2\sqrt{h(H - h)}$$

O gráfico que relaciona o alcance  $A$  com a altura  $h$  do furo (Fig. 36) nos mostra que o alcance é máximo ( $A_{\text{máx}}$ ) quando  $h = \frac{H}{2}$ .

# ATENÇÃO!

Em Cinemática, aprendemos que no MUV:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

Já para o MU, a equação horária é dada por:

$$s = s_0 + v_0 t$$

Essas equações serão utilizadas para a verificação do deslocamento vertical e horizontal de um jato de água, respectivamente.

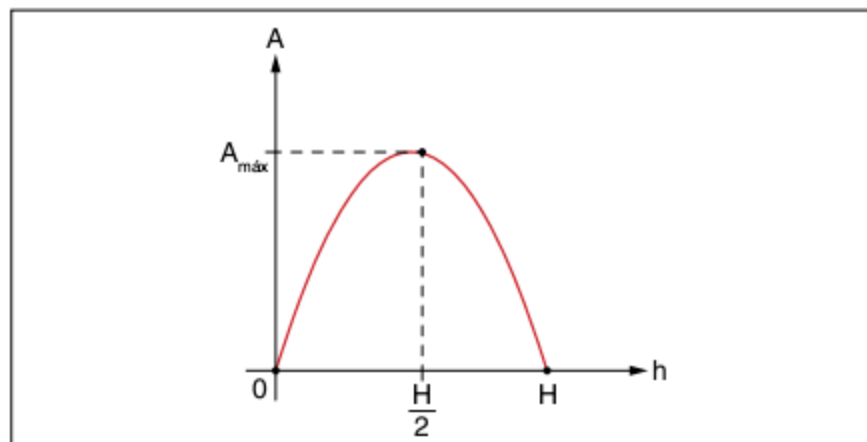


Fig. 37 Gráfico do alcance (A) em relação à altura (h) do furo.

Essa conclusão importante evidencia que o furo que possibilita o alcance máximo do jato não está localizado na parte inferior do recipiente, mas, sim, à meia altura do volume de líquido (Fig. 37).

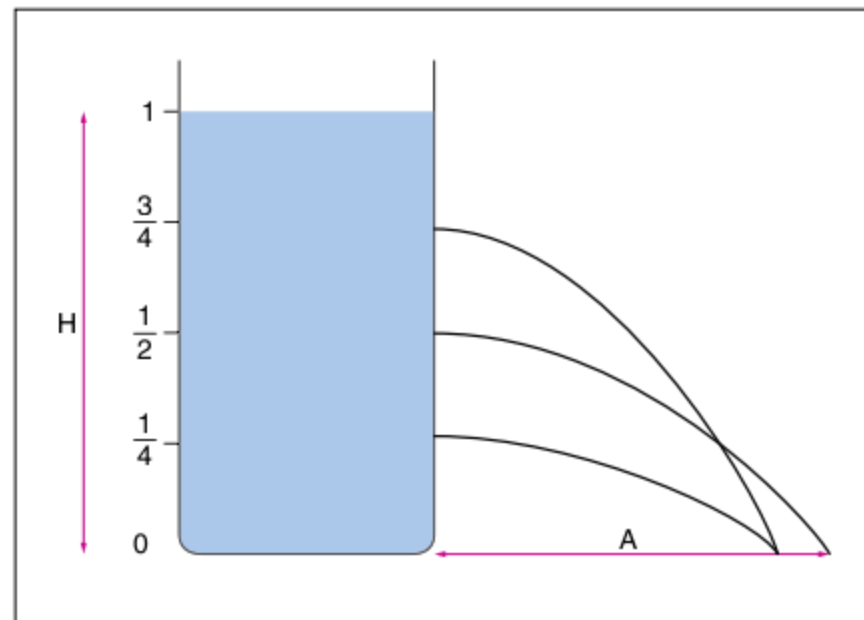


Fig. 38 O maior alcance ocorre quando o furo está na metade da altura da coluna de líquido.

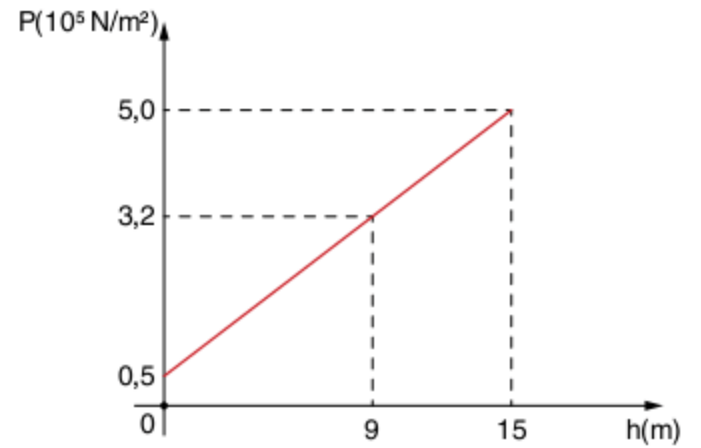
## Revisando

**1 UFPR 2007 (Adapt.)** O mercúrio é um metal que possui densidade de  $13,6 \text{ g/cm}^3$ , em condições normais. Dessa forma, um volume de 1 litro ( $1 \text{ dm}^3$ ) desse metal tem massa, em quilogramas, igual a quanto?

**2 Unesp** Um bloco de granito com formato de um paralelepípedo retângulo, com altura de 30 cm e base de 20 cm de largura por 50 cm de comprimento, encontra-se em repouso sobre uma superfície plana horizontal.

- Considerando a massa específica do granito igual a  $2,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , determine a massa  $m$  do bloco.
- Considerando a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , determine a pressão  $p$  exercida pelo bloco sobre a superfície plana, em  $\text{N/m}^2$ .

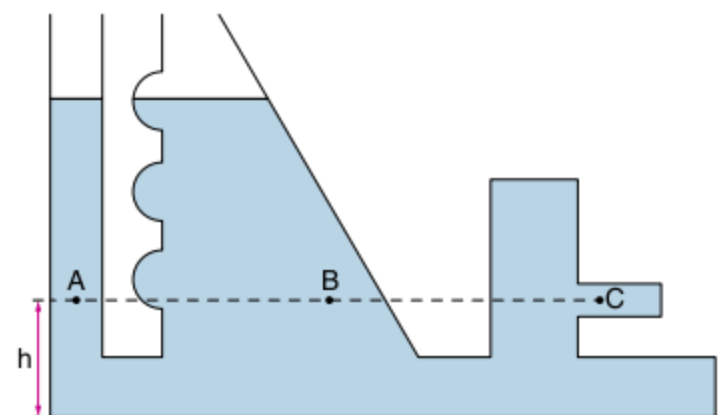
**3 Udesc 2009** O gráfico a seguir ilustra a variação da pressão em função da profundidade, para um líquido contido em um reservatório aberto. No local onde se encontra o reservatório, os valores da pressão atmosférica e da densidade do líquido são, respectivamente, iguais a quanto?



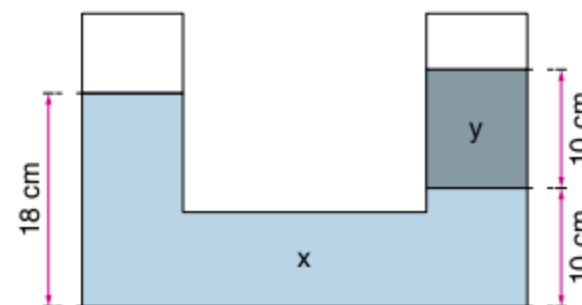
**4** Quando se toma um refrigerante em um copo com canudo, o líquido sobe pelo canudo por qual motivo?

**5 Puccamp (Adapt.)** Um mergulhador trabalha à profundidade de 20 m em um lago. Qual a variação de pressão devido ao líquido que ele sofre, em relação à superfície? Dados:  $d_{\text{água}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

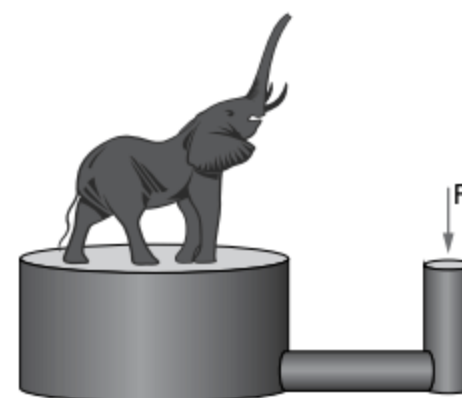
**6 UFRJ** A figura mostra um sistema de vasos comunicantes contendo um líquido em equilíbrio hidrostático e três pontos A, B e C em um mesmo plano horizontal. Compare as pressões  $p_A$ ,  $p_B$  e  $p_C$  nos pontos A, B e C, respectivamente, usando os símbolos de ordem  $>$  (maior),  $=$  (igual) e  $<$  (menor). Justifique sua resposta.



**7 PUC-MG (Adapt.)** No diagrama mostrado a seguir, x e y representam dois líquidos não miscíveis e homogêneos, contidos num sistema de vasos comunicantes em equilíbrio hidrostático. Qual o valor que mais se aproxima da razão entre as densidades do líquido y em relação ao líquido x?



**8 Uerj** Um adestrador quer saber o peso de um elefante. Utilizando uma prensa hidráulica, consegue equilibrar o elefante sobre um pistão de  $2.000 \text{ cm}^2$  de área, exercendo uma força vertical  $F$  equivalente a  $200 \text{ N}$ , de cima para baixo, sobre o outro pistão da prensa, cuja área é igual a  $25 \text{ cm}^2$ . Calcule o peso do elefante.

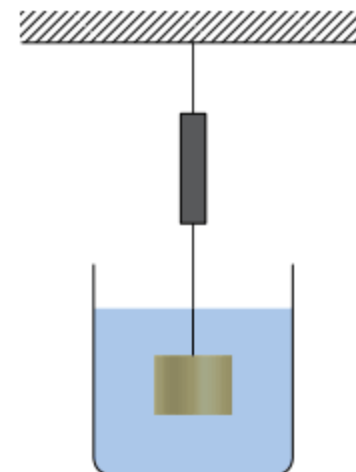


**9 Uespi 2012 (Adapt.)** Um navio possui massa de 500 mil toneladas e ainda assim consegue flutuar. Considere que o navio flutua em repouso, com a densidade da água igual a  $1 \text{ kg/L}$ . Qual é o volume submerso do navio, isto é, o volume do navio (incluindo as suas partes vazias) que se encontra abaixo da linha-d'água?

**10 UFRRJ 2006** Um objeto de massa 0,5 kg, feito de ferro, é mantido parado, imerso em um líquido desconhecido, por um fio esticado. Observa-se, com a ajuda de um dinamômetro, que a intensidade da tensão no fio é igual a 4,4 N.

Considerando a densidade  $\mu$  do ferro igual a  $8,0 \text{ g/cm}^3$ , calcule:

- o empuxo exercido pelo líquido.
- a densidade do líquido.



**11 UFPB 2010 (Adapt.)** Considere uma torneira mal fechada, que pinga com um fluxo volumétrico de meio litro por dia, embaixo da qual há um tanque de dimensões  $(40 \text{ cm}) \times (30 \text{ cm}) \times (10 \text{ cm})$ . Desprezando as perdas de água por evaporação, é correto afirmar que o tanque transbordará após quantos dias?

## Exercícios propostos

### Densidade e massa específica

**1 UEL** Uma sala tem as seguintes dimensões:  $4,0 \text{ m} \times 5,0 \text{ m} \times 3,0 \text{ m}$ . A densidade do ar é de  $1,2 \text{ kg/m}^3$  e a aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$ . O peso do ar na sala, em newtons, é de:

- 720
- 600
- 500
- 72
- 60

**2 UTFPR 2013** Em uma proveta que contém  $100 \text{ cm}^3$  de água, é colocada cuidadosamente uma pepita de ouro com massa de 152 g. Observa-se que o nível da água aumenta para  $108 \text{ cm}^3$ . Qual a densidade da pepita?

- $15,2 \text{ g/cm}^3$
- $14 \text{ g/cm}^3$
- $19 \text{ g/cm}^3$
- $15,2 \text{ kg/m}^3$
- $14 \text{ kg/m}^3$

**3 Enem 2009 (Não aplicado)** O pó de café jogado no lixo caseiro e, principalmente, as grandes quantidades descartadas em bares e restaurantes poderão se transformar em uma nova opção de matéria-prima para a produção de biodiesel, segundo estudo da Universidade de Nevada (EUA). No mundo, são cerca de 8 bilhões

de quilogramas de pó de café jogados no lixo por ano. O estudo mostra que o café descartado tem 15% de óleo, o qual pode ser convertido em biodiesel pelo processo tradicional. Além de reduzir significativamente emissões prejudiciais, após a extração do óleo, o pó de café é ideal como produto fertilizante para jardim.

Revista Ciência e Tecnologia no Brasil, n. 155, jan. 2009.

Considere o processo descrito e a densidade do biodiesel igual a  $900 \text{ kg/m}^3$ . A partir da quantidade de pó de café jogada no lixo por ano, a produção de biodiesel seria equivalente a:

- 1,08 bilhão de litros.
- 1,20 bilhão de litros.
- 1,33 bilhão de litros.
- 8,00 bilhões de litros.
- 8,80 bilhões de litros.

**4 Unicamp** Durante uma tempestade de 20 minutos, 10 mm de chuva caíram sobre uma região cuja área total é  $100 \text{ km}^2$ .

- Sendo que a densidade da água é de  $1,0 \text{ g/cm}^3$ , qual a massa de água que caiu?
- A partir de uma estimativa do volume de uma gota de chuva, calcule o número médio de gotas que caem em  $1 \text{ m}^2$  durante 1 s.



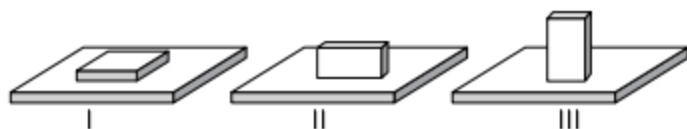
## Pressão

**5 Enem 2012** Um dos problemas ambientais vivenciados pela agricultura hoje em dia é a compactação do solo, devida ao intenso tráfego de máquinas cada vez mais pesadas, reduzindo a produtividade das culturas.

Uma das formas de prevenir o problema de compactação do solo é substituir os pneus dos tratores por pneus mais:

- (a) largos, reduzindo a pressão sobre o solo.
- (b) estreitos, reduzindo a pressão sobre o solo.
- (c) largos, aumentando a pressão sobre o solo.
- (d) estreitos, aumentando a pressão sobre o solo.
- (e) altos, reduzindo a pressão sobre o solo.

**6 UFMG** As figuras mostram um mesmo tijolo, de dimensões  $5\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ , apoiado sobre uma mesa de três maneiras diferentes. Em cada situação, a face do tijolo que está em contato com a mesa é diferente.



As pressões exercidas pelo tijolo sobre a mesa nas situações I, II e III são, respectivamente,  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ .

Com base nessas informações, é correto afirmar que:

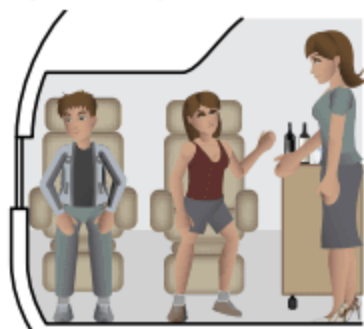
- (a)  $p_1 = p_2 = p_3$
- (b)  $p_1 < p_2 < p_3$
- (c)  $p_1 < p_2 > p_3$
- (d)  $p_1 > p_2 > p_3$

**7 UFG 2013** Os caminhões ficam maiores a cada dia devido à necessidade de se transportar cargas cada vez maiores em menor tempo. Por outro lado, o pavimento (estrada de asfalto ou concreto) precisa ser dimensionado para que sua resistência seja compatível com a carga suportada repetidamente. Para um pavimento de boa durabilidade, a pressão de  $2,0\text{ MPa}$  deve ser suportada. Nessa situação, qual é a máxima massa, em kg, permitida para um caminhão que possui cinco eixos com dois pneus em cada eixo, cuja área de contato de um pneu é de  $0,02\text{ m}^2$ ?

Dados:  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

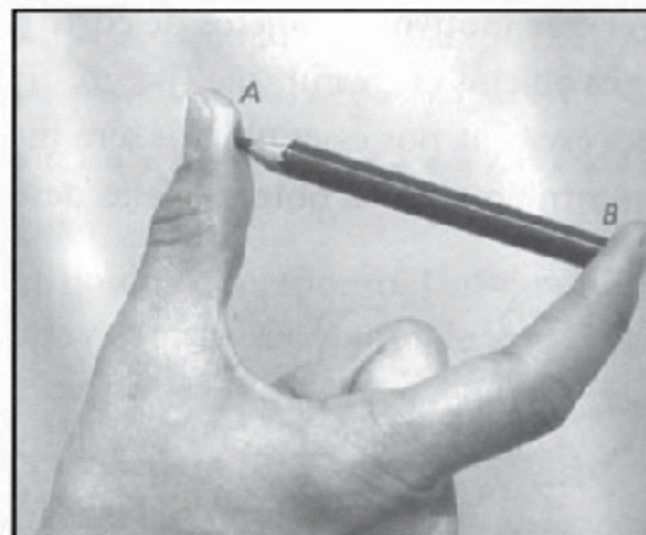
- (a)  $1,0 \cdot 10^6$
- (b)  $2,0 \cdot 10^5$
- (c)  $1,2 \cdot 10^5$
- (d)  $4,0 \cdot 10^4$
- (e)  $4,0 \cdot 10^3$

**8 UFRJ** Considere um avião comercial em voo de cruzeiro. Sabendo que a pressão externa a uma janela de dimensões  $0,30\text{ m} \times 0,20\text{ m}$  é um quarto da pressão interna, que por sua vez é igual a  $1\text{ atm}$  ( $10^5\text{ N/m}^2$ ):



- a) indique a direção e o sentido da força sobre a janela em razão da diferença de pressão.
- b) calcule o seu módulo.

**9 UFSC 2008** Uma pessoa comprime um lápis entre os seus dedos, da maneira indicada na figura. Adotando como A a área de superfície de contato entre a ponta do lápis e o dedo polegar e como B a área de contato entre o lápis e o dedo indicador, e admitindo-se que A seja menor que B, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).



Antonio Máximo; Beatriz Alvarenga. Curso de Física. São Paulo: Scipione, 2002. p. 226. v. 1.

- 01 A intensidade da força do polegar sobre A é maior que a do indicador sobre B.
- 02 A pressão exercida pela força do polegar sobre A é maior que a do indicador sobre B.
- 04 A pressão exercida pela força do polegar sobre A é igual à do indicador sobre B.
- 08 Pressão é sinônimo de força.
- 16 A pressão exercida por uma força sobre uma superfície só depende da intensidade da força.
- 32 A intensidade da força do polegar sobre A é igual à do indicador sobre B.

Soma =

**10 UFPE** Uma plataforma retangular com massa de  $90\text{ toneladas}$  deve ser apoiada por estacas com seção transversal quadrada de  $10\text{ cm}$  por  $10\text{ cm}$ . Sabendo que o terreno onde as estacas serão fincadas suporta uma pressão correspondente a  $0,15\text{ toneladas por cm}^2$ , determine o número mínimo de estacas necessárias para manter a edificação em equilíbrio na vertical.

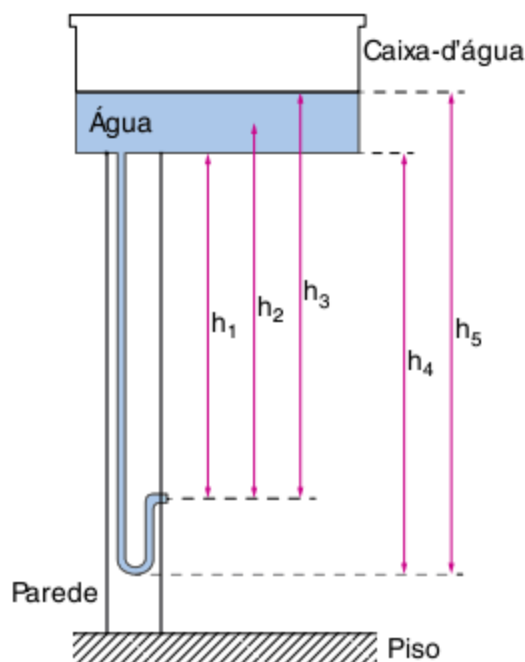
- (a) 90
- (b) 60
- (c) 15
- (d) 6
- (e) 4

## Lei de Stevin

**11 UEL 2014** Quando as dimensões de uma fossa são alteradas, o aumento da pressão em qualquer ponto de sua base, quando cheia, deve-se, exclusivamente, à mudança de:

- (a) área da base.
- (b) diâmetro.
- (c) formato da base.
- (d) profundidade.
- (e) perímetro da base.

**12 Enem 2012** O manual que acompanha uma ducha higiênica informa que a pressão mínima da água para o seu funcionamento apropriado é de 20 kPa. A figura mostra a instalação hidráulica com a caixa-d'água e o cano ao qual deve ser conectada a ducha.



O valor da pressão da água na ducha está associado à altura:

(a)  $h_1$  (b)  $h_2$  (c)  $h_3$  (d)  $h_4$  (e)  $h_5$

**13 PUC-MG 2010** Quando tomamos refrigerante, utilizando canudinho, o refrigerante chega até nós, porque o ato de puxarmos o ar pela boca:

(a) reduz a aceleração da gravidade no interior do tubo.  
 (b) aumenta a pressão no interior do tubo.  
 (c) aumenta a pressão fora do canudinho.  
 (d) reduz a pressão no interior do canudinho.

**14 UTFPR 2010** A pressão atmosférica normal é de 1,0 atm (1 atmosfera). Em Curitiba, no entanto, é comum a pressão atmosférica estabilizar-se no valor de 0,90 atm. A característica da cidade responsável por isso é:

(a) o clima frio. (d) a longitude.  
 (b) a alta umidade do ar. (e) a latitude.  
 (c) a altitude.

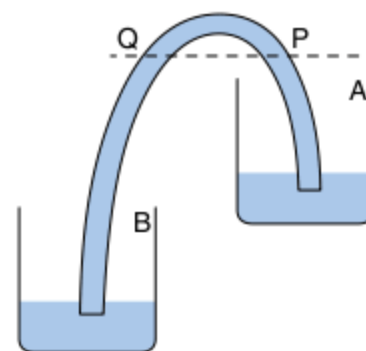
**15 PUC-PR 2006** Algumas pessoas que pretendem fazer um piquenique param no armazém no pé de uma montanha e compram comida, incluindo sacos de salgadinhos. Elas sobem a montanha até o local do piquenique. Quando descarregam o alimento, observam que os sacos de salgadinhos estão inflados como balões. Por que isso ocorre?

(a) Porque, quando os sacos são levados para cima da montanha, a pressão atmosférica nos sacos é aumentada.  
 (b) Porque a diferença entre a pressão do ar dentro dos sacos e a pressão reduzida fora deles gera uma força resultante que empurra o plástico do saco para fora.  
 (c) Porque a pressão atmosférica no pé da montanha é menor que no alto da montanha.  
 (d) Porque quanto maior a altitude maior a pressão.  
 (e) Porque a diferença entre a pressão do ar dentro dos sacos e a pressão aumentada fora deles gera uma força resultante que empurra o plástico para dentro.

**16 Puccamp** Estudando a pressão em fluidos, vê-se que a variação da pressão nas águas do mar é proporcional à profundidade  $h$ . No entanto, a variação da pressão atmosférica quando se sobe a montanhas elevadas, não é exatamente proporcional à altura. Isto se deve ao fato de:

(a) a aceleração gravitacional variar mais na água que no ar.  
 (b) a aceleração gravitacional variar mais no ar que na água.  
 (c) o ar possuir baixa densidade.  
 (d) o ar possuir baixa viscosidade.  
 (e) o ar ser compressível.

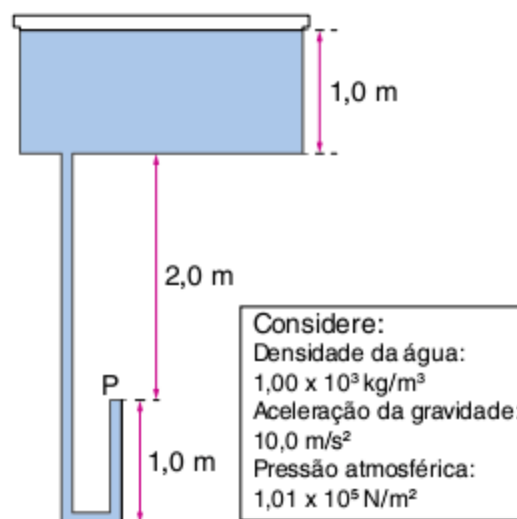
**17 UFF 2011** O sifão é um instrumento usado para a retirada de água de lugares de difícil acesso. Como mostra a figura a seguir, seu funcionamento se baseia no fato de que, quando o tubo que liga os recipientes A e B está cheio, há uma diferença de pressão hidrostática entre os pontos P e Q, o que provoca um fluxo de água de A para B.



Essa diferença de pressão depende da seguinte característica do nosso planeta:

(a) pressão atmosférica.  
 (b) aceleração da gravidade local.  
 (c) temperatura da superfície.  
 (d) densidade da atmosfera.  
 (e) velocidade de rotação do planeta.

**18 UFG 2007** A instalação de uma torneira num edifício segue o esquema ilustrado na figura a seguir.



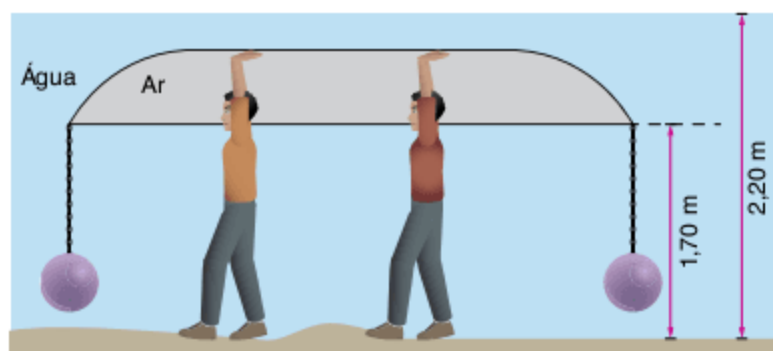
Considerando que a caixa-d'água está cheia e destampada, a pressão no ponto P, em  $N/m^2$ , onde será instalada a torneira, é:

(a)  $2,00 \cdot 10^4$   
 (b)  $1,01 \cdot 10^5$   
 (c)  $1,21 \cdot 10^5$   
 (d)  $1,31 \cdot 10^5$   
 (e)  $1,41 \cdot 10^5$

**19 UFPR 2011** No dia 20 de abril de 2010, houve uma explosão numa plataforma petrolífera da British Petroleum, no Golfo do México, provocando o vazamento de petróleo que se espalhou pelo litoral. O poço está localizado a 1500 m abaixo do nível do mar, o que dificultou os trabalhos de reparação. Suponha a densidade da água do mar com valor constante e igual a  $1,02 \text{ g/cm}^3$  e considere a pressão atmosférica igual a  $1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Com base nesses dados, calcule a pressão na profundidade em que se encontra o poço e assinale a alternativa correta que fornece em quantas vezes essa pressão é múltipla da pressão atmosférica.

- (a) 15.400                      (c) 154                              (e) 1,54  
 (b) 1.540                        (d) 15,4

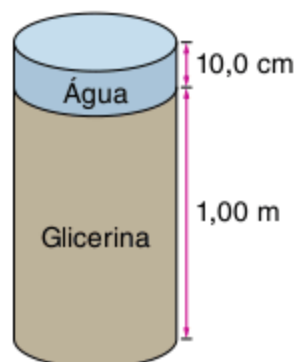
**20 UFRJ 2007** Dois fugitivos devem atravessar um lago sem serem notados. Para tal, emborcam um pequeno barco, que afunda com o auxílio de pesos adicionais. O barco emborcado mantém, aprisionada em seu interior, uma certa quantidade de ar, como mostra a figura.



No instante retratado, tanto o barco quanto os fugitivos estão em repouso e a água está em equilíbrio hidrostático. Considere a densidade da água do lago igual a  $1,00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  e a aceleração da gravidade igual a  $10,0 \text{ m/s}^2$ .

Usando os dados indicados na figura, calcule a diferença entre a pressão do ar aprisionado pelo barco e a pressão do ar atmosférico.

**21 PUC-RS 2010** Um recipiente aberto na parte superior contém glicerina até a altura de 1,00 m e, sobre ela, mais 10,0 cm de água, conforme representado na figura.

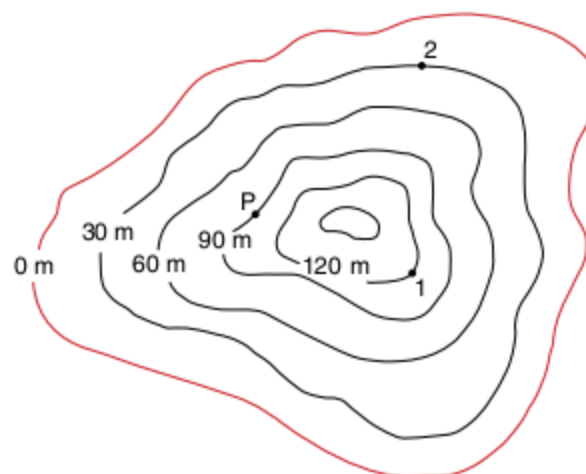


Considere a massa específica da água  $1,00 \text{ g/cm}^3$  e da glicerina  $1,30 \text{ g/cm}^3$ . Use a aceleração da gravidade igual a  $10,0 \text{ m/s}^2$  e a pressão atmosférica igual a  $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Neste caso, a pressão, em pascals, na interface água-glicerina e no fundo do recipiente é, respectivamente, \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_.

- (a)  $1,02 \cdot 10^5$      $1,34 \cdot 10^5$                       (d)  $1,01 \cdot 10^5$      $1,21 \cdot 10^5$   
 (b)  $1,21 \cdot 10^5$      $1,34 \cdot 10^5$                       (e)  $1,02 \cdot 10^5$      $1,15 \cdot 10^5$   
 (c)  $1,02 \cdot 10^5$      $1,25 \cdot 10^5$

**22 Unesp 2013** O relevo submarino de determinada região está representado pelas curvas de nível mostradas na figura, na qual os valores em metros representam as alturas verticais medidas em relação ao nível de referência mais profundo, mostrado pela linha vermelha.

Curvas de nível – Relevo submarino



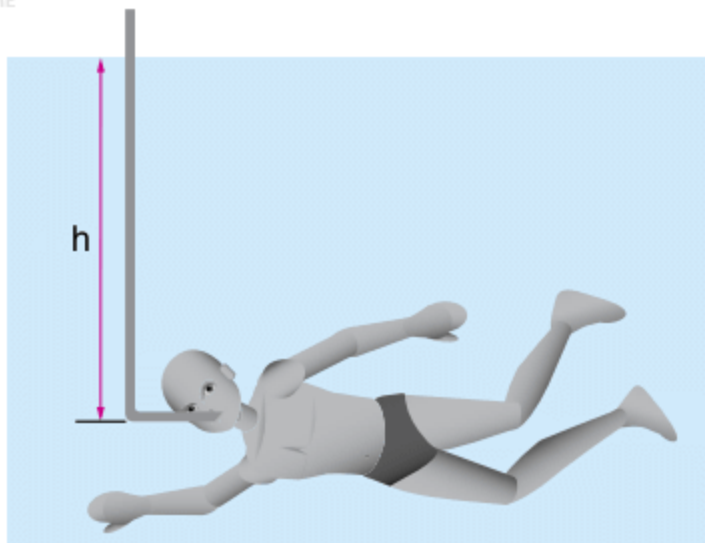
Dois peixes, 1 e 2, estão inicialmente em repouso nas posições indicadas e deslocam-se para o ponto P, onde param novamente. Considere que toda a região mostrada na figura esteja submersa, que a água do mar esteja em equilíbrio e que sua densidade seja igual a  $10^3 \text{ kg/m}^3$ . Se  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ , pode-se afirmar, considerando-se apenas os pontos de partida e de chegada, que, durante seu movimento, o peixe:

- (a) 2 sofreu uma redução de pressão de 3 atm.  
 (b) 1 sofreu um aumento de pressão de 4 atm.  
 (c) 1 sofreu um aumento de pressão de 6 atm.  
 (d) 2 sofreu uma redução de pressão de 6 atm.  
 (e) 1 sofreu uma redução de pressão de 3 atm.

**23 UFU 2006** Ao usarem elevadores, algumas pessoas apresentam problemas nos ouvidos devido a mudanças de pressão. Se a pressão interna do tímpano não mudar durante a subida, a diminuição na pressão externa causa o aparecimento de uma força direcionada para fora do tímpano. Considere a área do tímpano de  $0,6 \text{ cm}^2$ , a densidade do ar admitida constante e igual a 1,3 gramas/litro,  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e as pressões interna e externa do tímpano inicialmente iguais. Quando o elevador sobe 100 m, a força exercida sobre o tímpano, nas condições acima, seria de:

- (a)  $7,8 \cdot 10^{-2} \text{ N}$   
 (b)  $9,7 \cdot 10^2 \text{ N}$   
 (c)  $7,8 \cdot 10^2 \text{ N}$   
 (d)  $9,7 \cdot 10^{-2} \text{ N}$

**24 Unesp 2011** A diferença de pressão máxima que o pulmão de um ser humano pode gerar por inspiração é em torno de  $0,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  ou 0,1 atm. Assim, mesmo com a ajuda de um snorkel (respiradouro), um mergulhador não pode ultrapassar uma profundidade máxima, já que a pressão sobre os pulmões aumenta à medida que ele mergulha mais fundo, impedindo-os de inflarem.

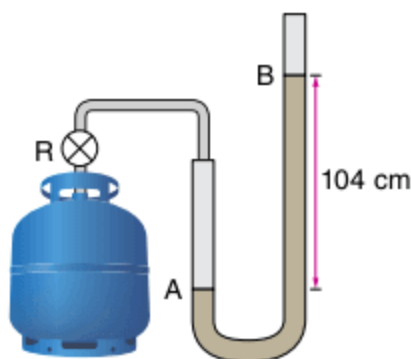


Considerando a densidade da água  $\rho \cong 10^3 \text{ kg/m}^3$  e a aceleração da gravidade  $g \cong 10 \text{ m/s}^2$ , a profundidade máxima estimada, representada por  $h$ , a que uma pessoa pode mergulhar respirando com a ajuda de um *snorkel* é igual a:

- (a)  $1,1 \cdot 10^2 \text{ m}$                       (d)  $1,0 \cdot 10^1 \text{ m}$   
 (b)  $1,0 \cdot 10^2 \text{ m}$                       (e)  $1,0 \cdot 10^0 \text{ m}$   
 (c)  $1,1 \cdot 10^1 \text{ m}$

### Manômetros e barômetro de Torricelli

**25 Unesp 2006** Uma pessoa, com o objetivo de medir a pressão interna de um botijão de gás contendo butano, conecta à válvula do botijão um manômetro em forma de U, contendo mercúrio. Ao abrir o registro R, a pressão do gás provoca um desnível de mercúrio no tubo, como ilustrado na figura.



Considere a pressão atmosférica dada por  $10^5 \text{ Pa}$ , o desnível  $h = 10^4 \text{ cm}$  de Hg e a secção do tubo  $2 \text{ cm}^2$ .

Adotando a massa específica do mercúrio igual a  $13,6 \text{ g/cm}^3$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , calcule:

- a) a pressão do gás, em pascal.  
 b) a força que o gás aplica na superfície do mercúrio em A.  
 (Advertência: este experimento é perigoso. Não tente realizá-lo.)

**26 UFRGS 2007** A atmosfera terrestre é uma imensa camada de ar, com dezenas de quilômetros de altura, que exerce uma pressão sobre os corpos nela mergulhados: a pressão atmosférica. O físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647), usando um tubo de vidro com cerca de 1 m de comprimento completamente cheio de mercúrio, demonstrou que a pressão atmosférica ao nível do mar equivale à pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura. O dispositivo utilizado por Torricelli era, portanto, um tipo de barômetro, isto é, um aparelho capaz de medir a pressão atmosférica.

A esse respeito, considere as seguintes afirmações.

- I. Se a experiência de Torricelli for realizada no cume de uma montanha muito alta, a altura da coluna de mercúrio será maior que ao nível do mar.
- II. Se a experiência de Torricelli for realizada ao nível do mar, porém com água, cuja densidade é cerca de 13,6 vezes menor que a do mercúrio, a altura da coluna de água será aproximadamente igual a 10,3 m.
- III. Barômetros como o de Torricelli permitem, através da medida da pressão atmosférica, determinar a altitude de um lugar.

Quais estão corretas?

- (a) Apenas I.  
 (b) Apenas II.  
 (c) Apenas I e II.  
 (d) Apenas II e III.  
 (e) I, II e III.

**27 UEPB 2013** Em 1643, o físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647) realizou sua famosa experiência, medindo a pressão atmosférica por meio de uma coluna de mercúrio, inventando, assim, o barômetro. Após esta descoberta, suponha que foram muitos os curiosos que fizeram várias medidas de pressão atmosférica.

Com base na experiência de Torricelli, pode-se afirmar que o maior valor para altura da coluna de mercúrio foi encontrado:

- (a) no Pico do Jabre, ponto culminante do estado da Paraíba, no município de Matureia.  
 (b) no alto de uma montanha a 1.500 metros de altitude.  
 (c) no 10º andar de um prédio em construção na cidade de Campina Grande.  
 (d) numa bonita casa de veraneio em João Pessoa, no litoral paraibano.  
 (e) no alto do Monte Everest, o ponto culminante da Terra.

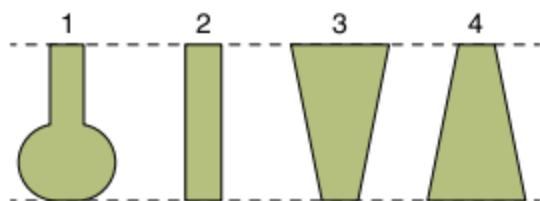
**28 ITA** Estamos habituados a tomar sucos e refrigerantes usando canudinhos de plástico. Neste processo estão envolvidos alguns conceitos físicos importantes. Utilize seus conhecimentos de física para estimar o máximo comprimento que um canudinho pode ter e ainda permitir que a água chegue até a boca de uma pessoa. Considere que o canudinho deve ser sugado sempre na posição vertical. Justifique suas hipóteses e assuma, quando julgar necessário, valores para as grandezas físicas envolvidas. Dados:  $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

**29 Uece 2009** O gálio é um elemento químico metálico, cujo ponto de fusão é  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  e cuja densidade é  $\rho = 6,1 \text{ g/cm}^3$ . A altura, em metros, da coluna de um barômetro de gálio sob pressão atmosférica, ao nível do mar ( $10^5 \text{ Pa}$ ), num ambiente a  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ , é, aproximadamente:

- (a) 0,6  
 (b) 1,6  
 (c) 16,0  
 (d) 61,0

## Vasos comunicantes

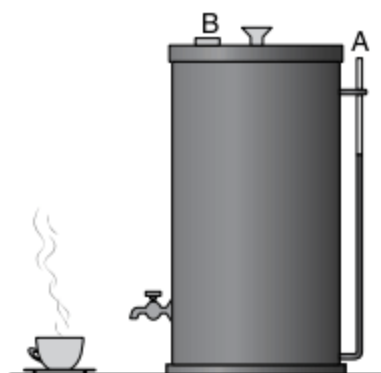
**30 UFSM**



Esses quatro frascos de formatos diferentes estão totalmente cheios de um mesmo líquido. A pressão hidrostática no fundo dos frascos será:

- (a) maior no frasco 1. (d) maior no frasco 4.  
 (b) maior no frasco 2. (e) igual em todos os frascos.  
 (c) maior no frasco 3.

**31 Uerj** Algumas cafeteiras industriais possuem um tubo de vidro transparente para facilitar a verificação da quantidade de café no reservatório, como mostra a figura. Observe que os pontos A e B correspondem a aberturas na máquina.



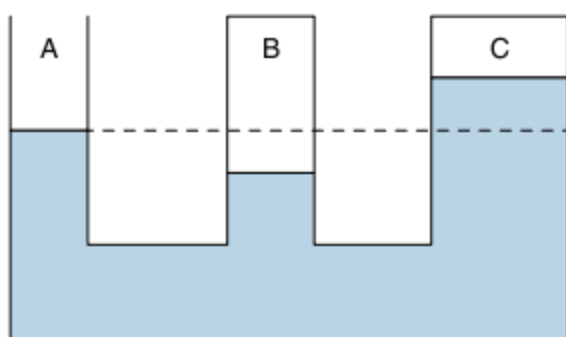
Antônio Máximo; Beatriz Alvarenga. *Curso de Física*. São Paulo: Harbra, 1992. (Adapt.).

Admita que a área da seção reta horizontal do reservatório seja 20 vezes maior do que a do tubo de vidro.

Quando a altura alcançada pelo café no tubo é  $x$ , a altura do café no interior do reservatório corresponde a:

- (a)  $x$   
 (b)  $\frac{x}{2}$   
 (c)  $\frac{x}{10}$   
 (d)  $\frac{x}{20}$

**32 Unifesp** O sistema de vasos comunicantes da figura contém água em repouso e simula uma situação que costuma ocorrer em cavernas: o tubo A representa a abertura para o meio ambiente exterior e os tubos B e C representam ambientes fechados, onde o ar está aprisionado.

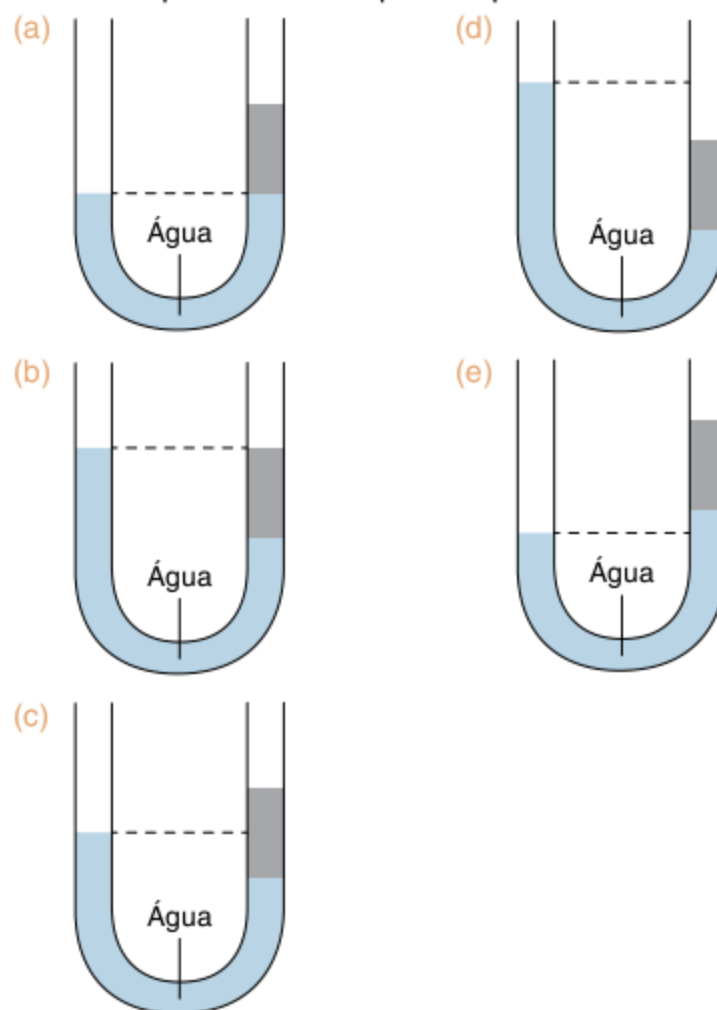


Sendo  $p_A$  a pressão atmosférica ambiente,  $p_B$  e  $p_C$  as pressões do ar confinado nos ambientes B e C, pode-se afirmar que é válida a relação:

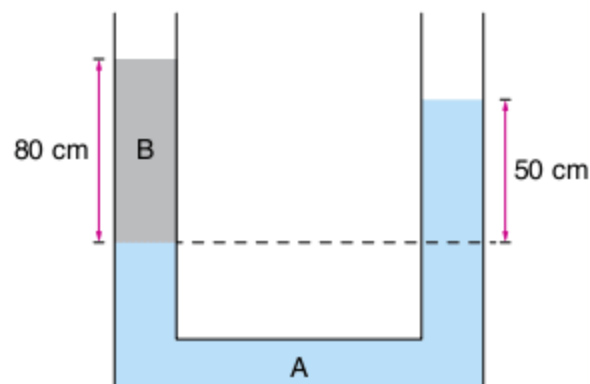
- (a)  $p_A = p_B > p_C$  (d)  $p_B > p_A > p_C$   
 (b)  $p_A > p_B = p_C$  (e)  $p_B > p_C > p_A$   
 (c)  $p_A > p_B > p_C$

**33 Udesc 2010** Certa quantidade de água é colocada em um tubo em forma de U, aberto nas extremidades. Em um dos ramos do tubo, adiciona-se um líquido de densidade maior que a da água e ambos não se misturam.

Assinale a alternativa que representa corretamente a posição dos dois líquidos no tubo após o equilíbrio.

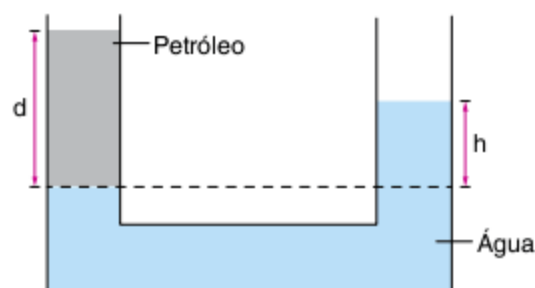


**34 Unesp** O tubo aberto em forma de U da figura contém dois líquidos não miscíveis, A e B, em equilíbrio. As alturas das colunas de A e B, medidas em relação à linha de separação dos dois líquidos, valem 50 cm e 80 cm, respectivamente.



- a) Sabendo que a massa específica de A é  $2,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , determine a massa específica do líquido B.  
 b) Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e a pressão atmosférica igual a  $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , determine a pressão no interior do tubo na altura da linha de separação dos dois líquidos.

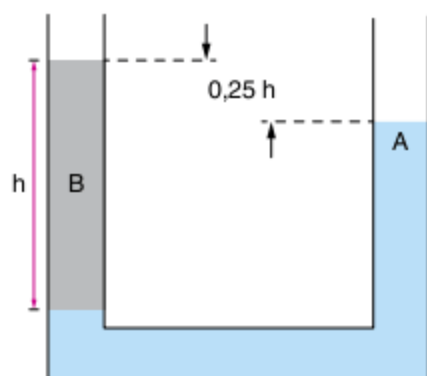
**35 UPE 2011** A aparelhagem mostrada na figura abaixo é utilizada para calcular a densidade do petróleo. Ela é composta de um tubo em forma de U com água e petróleo.



Dados: considere a densidade da água igual a  $1.000 \text{ kg/m}^3$ . Considere  $h = 4 \text{ cm}$  e  $d = 5 \text{ cm}$ . Pode-se afirmar que o valor da densidade do petróleo, em  $\text{kg/m}^3$ , vale:

- (a) 400 (c) 600 (e) 300  
(b) 800 (d) 1.200

**36 Unifesp 2009** Um fluido A, de massa específica  $\rho_A$ , é colocado em um tubo curvo aberto, onde já existe um fluido B, de massa específica  $\rho_B$ . Os fluidos não se misturam e, quando em equilíbrio, B preenche uma parte de altura  $h$  do tubo. Neste caso, o desnível entre as superfícies dos fluidos, que se encontram à pressão atmosférica, é de  $0,25 h$ . A figura ilustra a situação descrita.

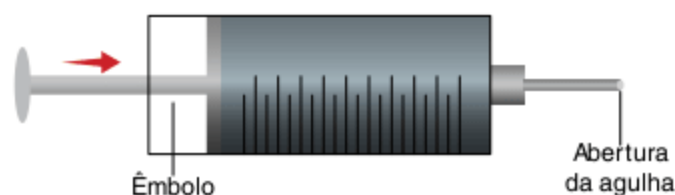


Considerando que as interações entre os fluidos e o tubo sejam desprezíveis, pode-se afirmar que a razão  $\rho_B/\rho_A$  é:

- (a) 0,75 (c) 1,0 (e) 1,5  
(b) 0,80 (d) 1,3

### Lei de Pascal

**37 UFSM 2013** Um certo medicamento, tratado como fluido ideal, precisa ser injetado em um paciente, empregando-se, para tanto, uma seringa.



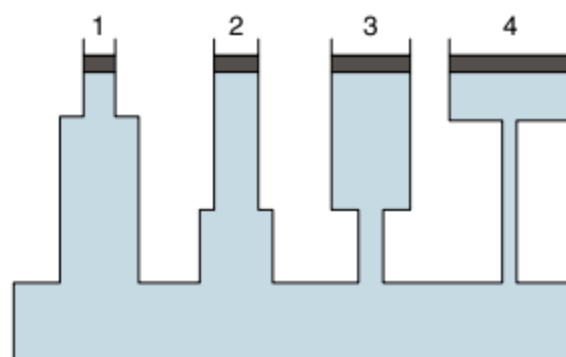
Considere que a área do êmbolo seja 400 vezes maior que a área da abertura da agulha e despreze qualquer forma de atrito. Um acréscimo de pressão igual a  $P$  sobre o êmbolo corresponde a qual acréscimo na pressão do medicamento na abertura da agulha?

- (a)  $\Delta P$  (b)  $200\Delta P$  (c)  $\frac{\Delta P}{200}$  (d)  $400\Delta P$  (e)  $\frac{\Delta P}{400}$

**38 UEG 2011** Em uma colisão automobilística frontal, observou-se que o volante foi deformado provavelmente pelo impacto com o tórax do motorista, além de uma quebra circular no para-brisa evidenciar o local de impacto da cabeça. O acidentado apresentou fratura craniana, deformidade transversal do esterno, contusão cardíaca e ruptura dos alvéolos pulmonares. A lesão pulmonar ocorreu pela reação instintiva de espanto do motorista ao puxar e segurar o fôlego, pois a compressão súbita do tórax produziu a ruptura dos alvéolos, assim como se estoura um saco de papel inflado. Sobre essa lesão pulmonar, é correto afirmar:

- (a) pelo Princípio de Pascal, o aumento da pressão sobre o ar contido nos alvéolos foi inversamente proporcional ao volume ocupado pelo fluido, cuja massa rompeu as paredes inferiores dos alvéolos.  
(b) pelo Princípio de Pascal, o aumento da pressão anteroposterior sobre o ar contido nos alvéolos por ação de pressão externa foi transmitido a todos os pontos do fluido, inclusive à parede dos alvéolos.  
(c) pelo Princípio de Arquimedes, o aumento da pressão sobre o ar contido nos alvéolos foi inversamente proporcional ao volume ocupado pelo fluido, cuja massa rompeu as paredes inferiores dos alvéolos.  
(d) pelo Princípio de Arquimedes, o aumento da pressão anteroposterior sobre o ar contido nos alvéolos por ação de pressão externa foi transmitido a todos os pontos do fluido, inclusive à parede dos alvéolos.

**39 UFV** A figura a seguir mostra quatro êmbolos de uma bomba-d'água, que possuem áreas de diferentes dimensões, crescentes da esquerda para a direita, e que sugam água de um reservatório através de dutos de diferentes formatos. Para manter os êmbolos 1, 2, 3 e 4 em equilíbrio, são exercidas forças  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F_4$ , respectivamente, em cada um deles. A relação entre módulos destas forças, nessa situação, é:

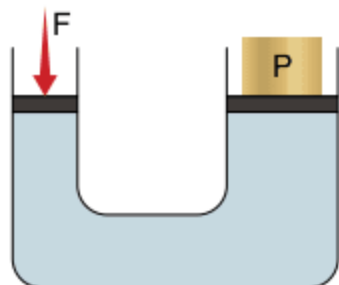


- (a)  $F_1 > F_2 > F_3 > F_4$  (d)  $F_4 > F_3 > F_2 > F_1$   
(b)  $F_2 > F_3 > F_1 > F_4$  (e)  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$   
(c)  $F_3 > F_2 > F_1 > F_4$

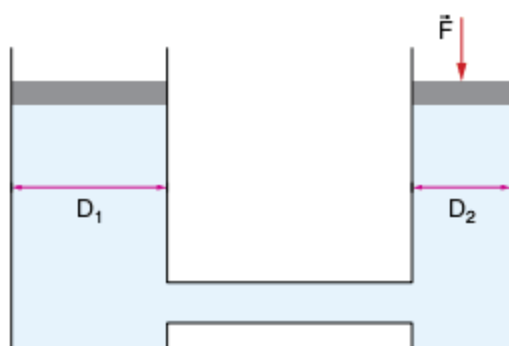
**40 Espcex 2013** Um elevador hidráulico de um posto de gasolina é acionado por um pequeno êmbolo de área igual a  $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ . O automóvel a ser elevado tem peso de  $2 \cdot 10^4 \text{ N}$  e está sobre o êmbolo maior de área  $0,16 \text{ m}^2$ . A intensidade mínima da força que deve ser aplicada ao êmbolo menor para conseguir elevar o automóvel é de:

- (a) 20 N (d) 80 N  
(b) 40 N (e) 120 N  
(c) 50 N

**41 UFPE 2007** Uma força vertical de intensidade  $F$ , atuando sobre o êmbolo menor de uma prensa hidráulica, mantém elevado um peso  $P = 400 \text{ N}$ , como mostra a figura. Sabendo que a área do êmbolo maior é 8 vezes a área menor, determine o valor de  $F$ , em newtons.



**42 UFV** Um sistema hidráulico, constituído por dois vasos cilíndricos, comunicantes, de diâmetros  $D_1$  e  $D_2$ , sendo  $D_1 > D_2$ , é representado na figura a seguir.



Sendo  $g$  a aceleração da gravidade, a massa que ficará em repouso sobre o pistão de diâmetro  $D_1$ , quando aplicamos uma força de módulo  $F$  ao pistão de diâmetro  $D_2$ , é:

- (a)  $(F/g) \cdot (D_2/D_1)^2$     (c)  $(F/g) \cdot (D_1/D_2)^2$     (e)  $(F/g) \cdot (D_2/D_1)^3$   
 (b)  $(F/g) \cdot (D_1/D_2)$     (d)  $(F/g) \cdot (D_2/D_1)$

### Empuxo

**43 UFRGS 2012** Uma pedra encontra-se completamente submersa e em repouso no fundo de um recipiente cheio de água;  $P$  e  $E$  são, respectivamente, os módulos do peso da pedra e do empuxo sobre ela. Com base nesses dados, é correto afirmar que o módulo da força aplicada pelo fundo do recipiente sobre a pedra é igual a:

- (a)  $E$     (c)  $P - E$     (e) zero.  
 (b)  $P$     (d)  $P + E$

**44 Unesp 2007** Dois líquidos não miscíveis, A e B, com massas específicas  $\rho_A$  e  $\rho_B$ , respectivamente, são colocados em um recipiente junto com uma esfera cuja massa específica é  $\rho$ . Se  $\rho_A < \rho < \rho_B$ , indique qual das figuras apresenta a disposição correta dos líquidos e da esfera no recipiente.



**45 UFF 2007** Em 2006 comemoramos o centenário do voo de Santos Dumont com o seu 14-Bis, que marca a invenção do avião.

Em seu livro *Os meus balões*, o inventor relata um incidente ocorrido em uma de suas experiências com balões cheios de hidrogênio: "Quando estávamos a grande altitude, uma nuvem passou diante do Sol. Por causa da sombra assim produzida, o balão começou a descer, a princípio lentamente, depois cada vez mais rápido".

"Os meus balões", Santos Dumont. (Adapt.).

Considere as afirmativas de I a V.

- I. O volume do balão diminuiu porque a temperatura do gás em seu interior diminuiu.
- II. O aumento da pressão atmosférica empurrou o balão para baixo.
- III. O empuxo sobre o balão diminuiu.
- IV. O empuxo permaneceu constante e o peso do balão aumentou pela condensação de água em sua superfície.
- V. Peso e empuxo têm uma resultante que provocou no balão uma aceleração para baixo.

Assinale a opção que só contém afirmativas corretas.

- (a) I e II  
 (b) I, II e V  
 (c) I, III e V  
 (d) I, IV e V  
 (e) II e V

**46 CPS 2014 (Adapt.)** Um passeio de balão é uma das atrações para quem visita a Capadócia, na Turquia.



Disponível em: <[www.2.pb.blogspot.com/-F0OmMut4a0w/TjGQFZCFgf/AAAAAAAAAGY/eYpN6hx3Uv8/s320/P6110396.JPG](http://www.2.pb.blogspot.com/-F0OmMut4a0w/TjGQFZCFgf/AAAAAAAAAGY/eYpN6hx3Uv8/s320/P6110396.JPG)>.

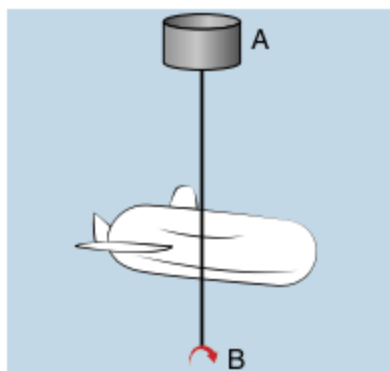
Acesso em: 24 ago. 2013. Original colorido.

Os balões utilizados para esse tipo de passeio possuem um grande bocal por onde uma forte chama aquece o ar do interior do balão. Abaixo do bocal, está presa a gôndola onde os turistas se instalam para fazer um passeio inesquecível.

Esses balões ganham altitude porque:

- (a) o ar aquecido é menos denso que o ar atmosférico.
- (b) a queima do combustível gera oxigênio, que é mais leve que o ar.
- (c) o vento do bocal empurra o balão para cima.
- (d) o gás liberado na queima aumenta a inércia sobre a superfície do balão.
- (e) o calor da chama é dirigido para baixo e, como reação, o balão é empurrado para cima.

**47 UFPR 2006** Em meados do ano de 2005, o minissubmarino russo Priz, em operações de treinamento no Oceano Pacífico, ficou preso ao cabo de fixação de uma antena usada para monitorar o fundo do mar. A situação está ilustrada na figura a seguir, onde A é a antena em formato cilíndrico e B é a âncora que mantém o conjunto fixo ao fundo do mar.



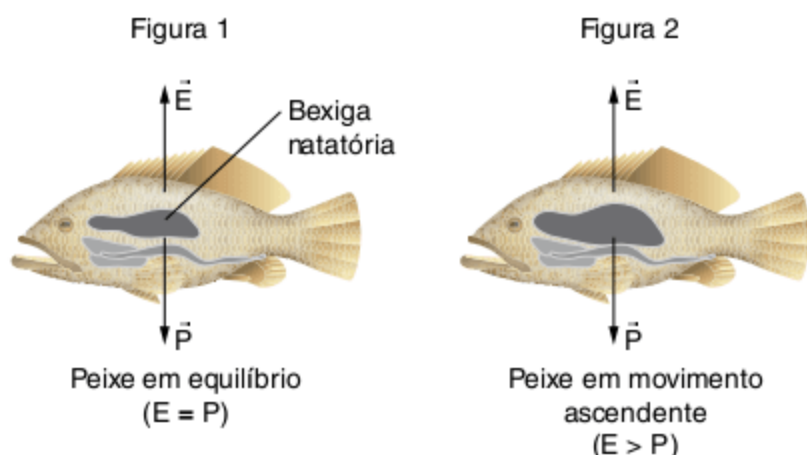
Com base nos conceitos de hidrostática, considere as seguintes afirmativas:

- I. Devido à pressão da água, a lateral do cilindro está sujeita a forças que se cancelam aos pares.
- II. As forças que atuam nas bases superior e inferior do cilindro, devido às pressões da água, não se cancelam aos pares.
- III. A resultante de todas as forças causadas pelas pressões que atuam no cilindro é a força de empuxo.
- IV. O empuxo depende da inclinação do eixo do cilindro para uma mesma profundidade do seu centro de massa.

Assinale a alternativa correta.

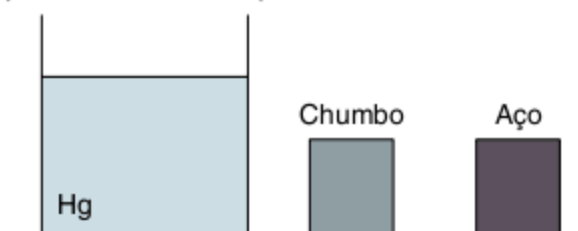
- (a) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- (b) Somente a afirmativa I é verdadeira.
- (c) Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
- (d) Somente a afirmativa IV é verdadeira.
- (e) As afirmativas I, II, III e IV são verdadeiras.

**48 Unesp 2012** A maioria dos peixes ósseos possui uma estrutura chamada vesícula gasosa ou bexiga natatória, que tem a função de ajudar na flutuação do peixe. Um desses peixes está em repouso na água, com a força peso, aplicada pela Terra, e o empuxo, exercido pela água, equilibrando-se, como mostra a figura 1. Desprezando a força exercida pelo movimento das nadadeiras, considere que, ao aumentar o volume ocupado pelos gases na bexiga natatória, sem que a massa do peixe varie significativamente, o volume do corpo do peixe também aumente. Assim, o módulo do empuxo supera o da força peso, e o peixe sobe (figura 2).



- Na situação descrita, o módulo do empuxo aumenta, porque:
- (a) é inversamente proporcional à variação do volume do corpo do peixe.
  - (b) a intensidade da força peso, que age sobre o peixe, diminui significativamente.
  - (c) a densidade da água na região ao redor do peixe aumenta.
  - (d) depende da densidade do corpo do peixe, que também aumenta.
  - (e) o módulo da força peso da quantidade de água deslocada pelo corpo do peixe aumenta.

**49 UFTPR 2008** O mercúrio é o único metal que, em temperatura e pressão normais, é encontrado no estado líquido. O chumbo e o aço existem no estado sólido na pressão e temperatura normais. As densidades destes metais são:  $d(\text{mercúrio}) = 13,6 \text{ g/cm}^3$ ;  $d(\text{chumbo}) = 11 \text{ g/cm}^3$  e  $d(\text{aço}) = 8,0 \text{ g/cm}^3$ . Na figura a seguir, estão representados um frasco que contém mercúrio, 1 bloco de chumbo e 1 bloco de aço. Se os blocos forem colocados sobre a superfície livre do mercúrio, podemos afirmar que:



- (a) Os dois blocos irão afundar.
- (b) O bloco de chumbo afunda, mas o de ferro ficará flutuando sobre a superfície no mercúrio.
- (c) Os dois blocos ficarão em equilíbrio em qualquer posição no interior do mercúrio.
- (d) O bloco de aço afunda, mas o de chumbo irá flutuar com parte do seu volume submerso.
- (e) Os dois blocos irão flutuar sobre o mercúrio com parte dos seus volumes submersos.

**50 Enem 2010** Durante uma obra em um clube, um grupo de trabalhadores teve de remover uma escultura de ferro maciço colocada no fundo de uma piscina vazia. Cinco trabalhadores amarraram cordas à escultura e tentaram puxá-la para cima, sem sucesso.

Se a piscina for preenchida com água, ficará mais fácil para os trabalhadores removerem a escultura, pois a:

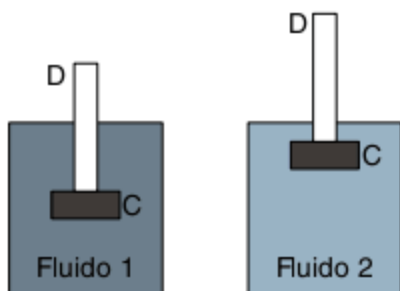
- (a) escultura flutuará. Dessa forma, os homens não precisarão fazer força para remover a escultura do fundo.
- (b) escultura ficará com peso menor. Dessa forma, a intensidade da força necessária para elevar a escultura será menor.
- (c) água exercerá uma força na escultura proporcional a sua massa, e para cima. Esta força se somará à força que os trabalhadores fazem para anular a ação da força peso da escultura.
- (d) água exercerá uma força na escultura para baixo, e esta passará a receber uma força ascendente do piso da piscina. Esta força ajudará a anular a ação da força peso na escultura.
- (e) água exercerá uma força na escultura proporcional ao seu volume, e para cima. Esta força se somará à força que os trabalhadores fazem, podendo resultar em uma força ascendente maior que o peso da escultura.



**51 Udesc 2011** Um barco pesqueiro, cuja massa é 710 kg, navegando rio abaixo, chega ao mar, no local em que a densidade da água do mar é 5,0% maior do que a densidade da água do rio. O que ocorre com a parte submersa do barco quando este passa do rio para o mar?

- (a) Aumenta, pois o barco desloca um maior volume de água.
- (b) Diminui, pois o empuxo diminui.
- (c) Diminui, pois o barco desloca um menor volume de água.
- (d) Aumenta, pois o empuxo aumenta.
- (e) Não se altera, pois o empuxo é o mesmo.

**52 PUC-RS 2006** Um densímetro é um dispositivo que permite medir a massa específica ou densidade de fluidos. Um densímetro muito simples, para avaliar massas específicas, pode ser feito com um canudinho e um contrapeso (C) colado na base do mesmo. As figuras a seguir representam o efeito no densímetro (D), em equilíbrio, mergulhado em dois fluidos diferentes, Fluido 1 e Fluido 2.

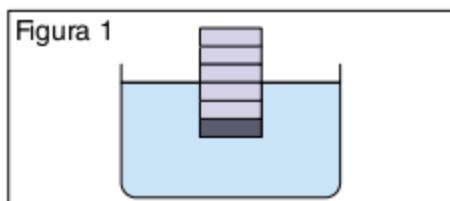


A partir da figura, é correto afirmar que:

- (a) o peso do densímetro no Fluido 1 é maior do que no Fluido 2.
- (b) no Fluido 2, o densímetro recebe um empuxo maior do que no Fluido 1.
- (c) o densímetro afunda mais no Fluido 2 porque a massa específica deste fluido é maior.
- (d) o empuxo sobre o densímetro é o mesmo no Fluido 1 e no Fluido 2.
- (e) o Fluido 1 é mais denso do que o Fluido 2.

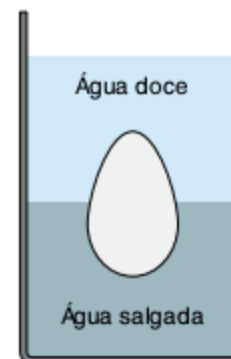
**53 Fuvest 2006** Um recipiente cilíndrico vazio flutua em um tanque de água com parte de seu volume submerso, como na figura (fig. 1). O recipiente possui marcas graduadas igualmente espaçadas, paredes laterais de volume desprezível e um fundo grosso e pesado.

Quando o recipiente começa a ser preenchido, lentamente, com água, a altura máxima que a água pode atingir em seu interior, sem que ele afunde totalmente, é melhor representada por:



- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

**54 FGV 2010** Quando você coloca um ovo de galinha dentro de um recipiente contendo água doce, observa que o ovo vai para o fundo, lá permanecendo submerso. Quando, entretanto, você coloca o mesmo ovo dentro do mesmo recipiente agora contendo água saturada de sal de cozinha, o ovo flutua parcialmente. Se, a partir dessa última situação, você colocar suavemente, sem agitação, água doce sobre a água salgada, evitando que as águas se misturem, o ovo, que antes flutuava parcialmente, ficará completamente submerso, porém, sem tocar o fundo.



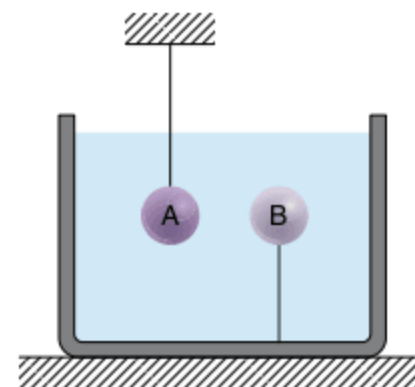
Com respeito a essa última situação, analise:

- I. a densidade da água salgada é maior que a do ovo que, por sua vez, tem densidade menor que a da água doce.
- II. o empuxo exercido sobre o ovo é uma força que se iguala, em módulo, ao peso do volume de água doce e salgada que o ovo desloca.
- III. a pressão atmosférica afeta diretamente o experimento, de tal forma que, quando a pressão atmosférica aumenta, mesmo que a água se comporte como um fluido ideal, o ovo tende a ficar mais próximo do fundo do recipiente.

É correto o contido em:

- (a) I, apenas.
- (b) II, apenas.
- (c) I e III, apenas.
- (d) II e III, apenas.
- (e) I, II e III.

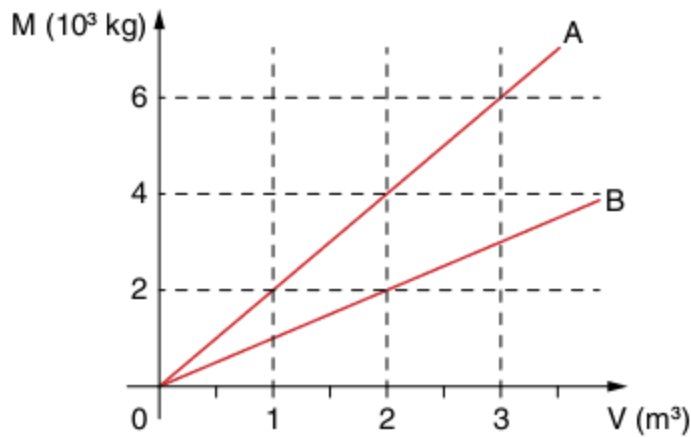
**55 Unesp 2012** Duas esferas, A e B, maciças e de mesmo volume, são totalmente imersas num líquido e mantidas em repouso pelos fios mostrados na figura. Quando os fios são cortados, a esfera A desce até o fundo do recipiente e a esfera B sobe até a superfície, onde passa a flutuar, parcialmente imersa no líquido.



Se  $P_A$  e  $P_B$  os módulos das forças Peso de A e B, e  $E_A$  e  $E_B$  os módulos das forças Empuxo que o líquido exerce sobre as esferas quando elas estão totalmente imersas, é correto afirmar que:

- (a)  $P_A < P_B$  e  $E_A = E_B$
- (b)  $P_A < P_B$  e  $E_A < E_B$
- (c)  $P_A > P_B$  e  $E_A > E_B$
- (d)  $P_A > P_B$  e  $E_A < E_B$
- (e)  $P_A > P_B$  e  $E_A = E_B$

**56 UFRGS 2010** Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do texto a seguir, na ordem que aparecem. O gráfico que segue mostra a variação da massa em função do volume para dois materiais diferentes, A e B.



Dois blocos maciços, de mesmo volume, sendo um feito com o material A e outro feito com o material B, têm, respectivamente, pesos cujos módulos  $P_A$  e  $P_B$  são tais que \_\_\_\_\_. Se mergulhados completamente em água, os blocos sofrem empuxos cujos módulos  $E_A$  e  $E_B$ , respectivamente, são tais que \_\_\_\_\_.

- (a)  $P_A = 2P_B$  –  $E_A = 2E_B$
- (b)  $P_A = 2P_B$  –  $E_A = E_B$
- (c)  $P_A = P_B$  –  $E_A = 2E_B$
- (d)  $P_A = P_B/2$  –  $E_A = E_B$
- (e)  $P_A = P_B/2$  –  $E_A = E_B/2$

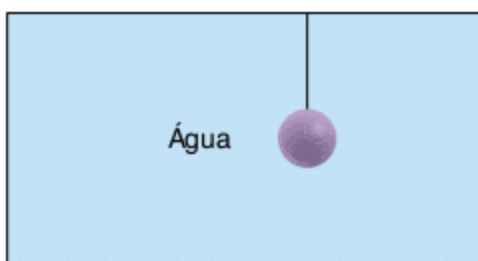
**57 UFPI** Um balão está em repouso a uma altitude em que a densidade do ar atmosférico é  $d = 1,00 \text{ kg/m}^3$ . O peso total do balão é  $1,00 \cdot 10^4$  newtons. O valor da aceleração da gravidade no local é  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Indique o volume ocupado pelo balão.

- (a)  $200 \text{ m}^3$
- (b)  $400 \text{ m}^3$
- (c)  $600 \text{ m}^3$
- (d)  $800 \text{ m}^3$
- (e)  $1.000 \text{ m}^3$

**58 PUC-RJ 2010** Um nadador flutua com 5% de seu volume fora d'água. Dado que a densidade da água é de  $1,00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , a densidade média do nadador é de:

- (a)  $0,50 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- (b)  $0,95 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- (c)  $1,05 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- (d)  $0,80 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- (e)  $1,50 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

**59 UFPE 2011** A figura mostra uma esfera de ferro, de densidade  $d = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  e volume  $V = 10^{-3} \text{ m}^3$ , submersa em água. A esfera está pendurada por um fio fino e inextensível, que está preso à tampa do aquário. Determine a tensão no fio, em newtons.



**60 Unesp 2007** Os tripulantes de um navio deparam-se com um grande *iceberg* desprendido das geleiras polares como consequência do aquecimento global. Para avaliar o grau de periculosidade do bloco de gelo para a navegação, eles precisam saber qual é a porção submersa do bloco. Experientes em sua atividade, conseguem estimar a fração submersa do volume utilizando as massas específicas do gelo, igual a  $0,92 \text{ g/cm}^3$ , e da água salgada, igual a  $1,03 \text{ g/cm}^3$ . Qual foi o valor da fração submersa calculada pelos navegantes?

**61 UEL 2012** A areia monazítica, abundante no litoral do Espírito Santo até o final do século XIX, é rica em tório e foi contrabandeada para outros países durante muitos anos sob a falsa alegação de lastrear navios. O lastro tem por objetivo afundá-los na água, até certo nível, conferindo estabilidade para a navegação. Se uma embarcação tem massa de  $50.000 \text{ kg}$ , qual deverá ser a massa de lastro de areia monazítica, em toneladas, para que esse navio lastreado desloque um volume total de  $1.000 \text{ m}^3$  de água do mar? Considere a densidade da água do mar igual a  $1 \text{ g/cm}^3$ .

- (a) 180
- (b) 500
- (c) 630
- (d) 820
- (e) 950

**62 UFF** Recentemente, alguns cubanos tentaram entrar ilegalmente nos Estados Unidos. Usaram um caminhão Chevrolet 1951 amarrando-o em vários tambores de óleo vazios, utilizados como flutuadores. A guarda costeira americana interceptou o caminhão próximo ao litoral da Flórida e todos os ocupantes foram mandados de volta para Cuba.



Dsiponível em: <[www.votre-rezo.com/infoz/insolite/news2.php3](http://www.votre-rezo.com/infoz/insolite/news2.php3)>.

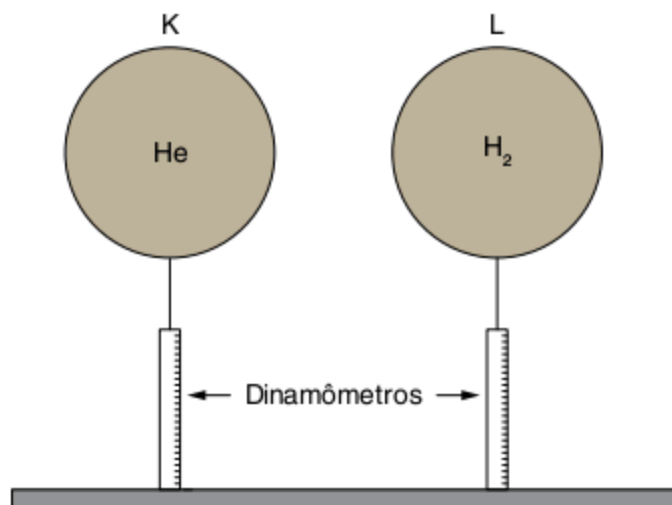
Dados:

- massa do caminhão  $M_c = 1.560 \text{ kg}$ ;
- massa total dos tambores  $m_A = 120 \text{ kg}$ ;
- volume total dos tambores  $V_A = 2.400$  litros;
- massa de cada um dos cubanos  $m = 70 \text{ kg}$ ;
- densidade da água  $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3 = 1,0 \text{ kg/litro}$ .

Supondo que apenas os tambores são responsáveis pela flutuação de todo o sistema, é correto afirmar que o número máximo de passageiros que o "caminhão balsa" poderia transportar é igual a:

- (a) 8
- (b) 9
- (c) 10
- (d) 11
- (e) 12

**63 UFMG 2009** Um estudante enche dois balões idênticos – K e L –, usando, respectivamente, gás hélio (He) e gás hidrogênio (H<sub>2</sub>). Em seguida, com um barbante, ele prende cada um desses balões a um dinamômetro, como mostrado nesta figura:



Os dois balões têm o mesmo volume e ambos estão à mesma temperatura. Sabe-se que, nessas condições, o gás hélio é mais denso que o gás hidrogênio.

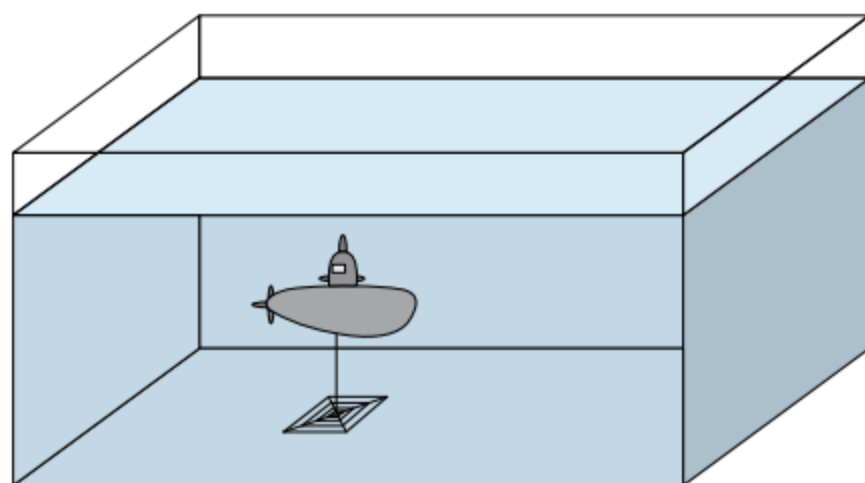
Sejam E<sub>K</sub> e E<sub>L</sub> os módulos do empuxo da atmosfera sobre, respectivamente, os balões K e L.

Pela leitura dos dinamômetros, o estudante verifica, então, que os módulos da tensão nos fios dos balões K e L são, respectivamente, T<sub>K</sub> e T<sub>L</sub>.

Considerando-se essas informações, é correto afirmar que:

- (a) T<sub>K</sub> > T<sub>L</sub> e E<sub>K</sub> = E<sub>L</sub>.
- (b) T<sub>K</sub> < T<sub>L</sub> e E<sub>K</sub> = E<sub>L</sub>.
- (c) T<sub>K</sub> < T<sub>L</sub> e E<sub>K</sub> ≠ E<sub>L</sub>.
- (d) T<sub>K</sub> > T<sub>L</sub> e E<sub>K</sub> ≠ E<sub>L</sub>.

**64 UFSC 2009** Um brinquedo de peso P e densidade ρ está amarrado a um fio. O fio enrosca e fica preso na grade de proteção de um refletor no fundo de uma piscina cheia de água, como mostra a figura. O fio é bastante fino e só pode suportar uma tensão de módulo, no máximo, igual a três vezes o módulo do peso do brinquedo. Sabe-se que a relação entre a densidade do brinquedo e a densidade da água (ρ<sub>água</sub>) é  $\frac{\rho}{\rho_{\text{água}}} = \frac{1}{3}$ .

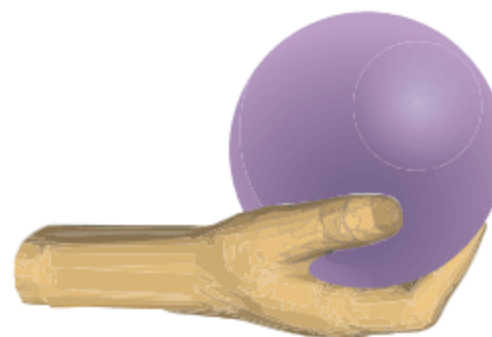


Em relação ao exposto, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 O fio arrebenta e o brinquedo sobe.
- 02 O brinquedo permanece em equilíbrio na posição mostrada na figura.

- 04 O módulo da força de empuxo é duas vezes maior que o módulo do peso do brinquedo.
  - 08 O módulo da tensão no fio é igual ao dobro do módulo do peso do brinquedo.
  - 16 A massa do brinquedo submerso é igual à massa de água deslocada.
  - 32 A força de empuxo independe da massa de água deslocada.
- Soma =

**65 Uerj 2010** Uma pessoa totalmente imersa em uma piscina sustenta, com uma das mãos, uma esfera maciça de diâmetro igual a 10 cm, também totalmente imersa. Observe a ilustração:



A massa específica do material da esfera é igual a 5,0 g/cm<sup>3</sup> e a da água da piscina é igual a 1,0 g/cm<sup>3</sup>.

A razão entre a força que a pessoa aplica na esfera para sustentá-la e o peso da esfera é igual a:

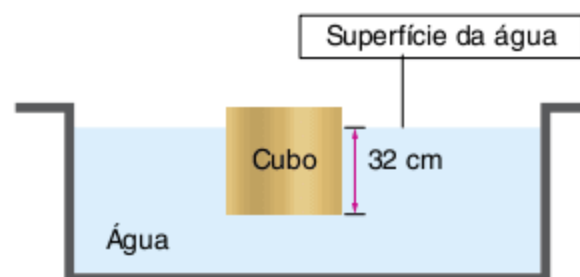
- (a) 0,2
- (b) 0,4
- (c) 0,8
- (d) 1,0

**66 UFPR 2012** Um reservatório contém um líquido de densidade ρ<sub>L</sub> = 0,8 g/cm<sup>3</sup>. Flutuando em equilíbrio hidrostático nesse líquido, há um cilindro com área da base de 400 cm<sup>2</sup> e altura de 12 cm. Observa-se que as bases desse cilindro estão paralelas à superfície do líquido e que somente 1/4 da altura desse cilindro encontra-se acima da superfície.

Considerando g = 10 m/s<sup>2</sup>, assinale a alternativa que apresenta corretamente a densidade do material desse cilindro.

- (a) 0,24 g/cm<sup>3</sup>
- (b) 0,80 g/cm<sup>3</sup>
- (c) 0,48 g/cm<sup>3</sup>
- (d) 0,60 g/cm<sup>3</sup>
- (e) 0,12 g/cm<sup>3</sup>

**67 Espcex 2014** Um cubo maciço e homogêneo, com 40 cm de aresta, está em equilíbrio estático flutuando em uma piscina, com parte de seu volume submerso, conforme desenho abaixo.



Desenho ilustrativo – fora de escala

Sabendo-se que a densidade da água é igual a 1 g/cm<sup>3</sup> e a distância entre o fundo do cubo (face totalmente submersa) e a superfície da água é de 32 cm, então a densidade do cubo:

- (a) 0,20 g/cm<sup>3</sup>
- (b) 0,40 g/cm<sup>3</sup>
- (c) 0,60 g/cm<sup>3</sup>
- (d) 0,70 g/cm<sup>3</sup>
- (e) 0,80 g/cm<sup>3</sup>

**68 Uerj 2009** Duas boias de isopor,  $B_1$  e  $B_2$ , esféricas e homogêneas, flutuam em uma piscina. Seus volumes submersos correspondem, respectivamente, a  $V_1$  e  $V_2$ , e seus raios obedecem à relação  $R_1 = 2R_2$ .

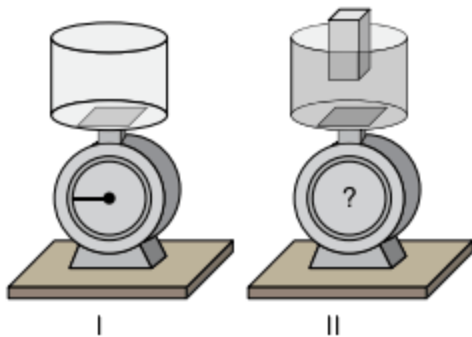
A razão  $V_1/V_2$  entre os volumes submersos é dada por:

- (a) 2                      (b) 3                      (c) 4                      (d) 8

### Empuxo – balanças e dinamômetros

**69 UFMG** A figura I mostra uma vasilha, cheia de água até a borda, sobre uma balança. Nessa situação, a balança registra um peso  $P_1$ .

Um objeto de peso  $P_2$  é colocado nessa vasilha e flutua, ficando parcialmente submerso, como mostra a figura II. Um volume de água igual ao volume da parte submersa do objeto cai para fora da vasilha.



Com base nessas informações, é correto afirmar que, na figura II, a leitura da balança é:

- (a) igual a  $P_1$ .  
 (b) igual a  $P_1 + P_2$ .  
 (c) maior que  $P_1$  e menor que  $P_1 + P_2$ .  
 (d) menor que  $P_1$ .

**70 Unifesp** Uma técnica de laboratório colocou uma xícara com chá sobre uma balança eletrônica e leu a massa indicada. Em seguida, inseriu parcialmente uma colher no chá, segurando-a sem tocar nas laterais nem no fundo da xícara, observou e concluiu corretamente que:

- (a) não houve alteração na indicação da balança, porque o peso da colher foi sustentado por sua mão.  
 (b) houve alteração na indicação da balança, equivalente ao peso da parte imersa da colher.  
 (c) houve alteração na indicação da balança, equivalente à massa da parte imersa da colher.  
 (d) houve alteração na indicação da balança, proporcional à densidade da colher.  
 (e) houve alteração na indicação da balança, proporcional ao volume da parte imersa da colher.

**71 UFRJ 2006** Um recipiente contendo água se encontra em equilíbrio sobre uma balança, como indica a figura 1. Uma pessoa põe uma de suas mãos dentro do recipiente, afundando-a inteiramente até o início do punho, como ilustra a figura 2. Com a mão mantida em repouso, e após restabelecido o equilíbrio hidrostático, verifica-se que a medida da balança sofreu um acréscimo de 4,5 N em relação à medida anterior.

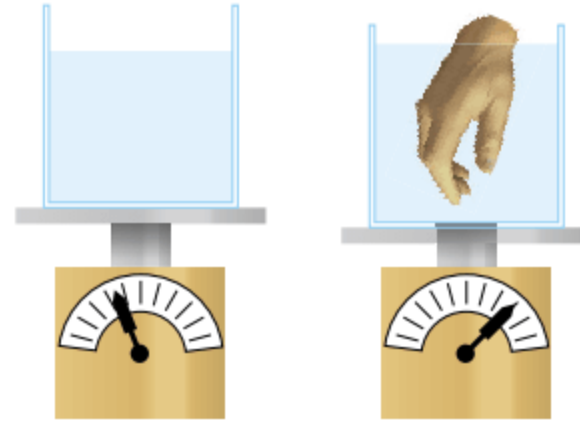


Figura 1

Figura 2

Sabendo que a densidade da água é  $1 \text{ g/cm}^3$ , calcule o volume da mão em  $\text{cm}^3$ .

**72 UFPR 2010** Um objeto esférico de massa 1,8 kg e densidade  $4,0 \text{ g/cm}^3$ , ao ser completamente imerso em um líquido, apresenta um peso aparente de 9,0 N. Considerando a aceleração da gravidade com módulo igual a  $g$ , faça o que se pede:

- a) Determine o valor da densidade desse líquido.  
 b) Indique qual princípio físico teve que ser utilizado, necessariamente, na resolução desse problema.

**73 Unifesp 2008** Em uma atividade experimental, um estudante pendura um pequeno bloco metálico em um dinamômetro. Em seguida, ele imerge inteiramente o bloco pendurado em um determinado líquido contido em uma proveta; o bloco não encosta nem no fundo nem nas paredes da proveta. Por causa dessa imersão, o nível do líquido na proveta sobe  $10 \text{ cm}^3$  e a marcação do dinamômetro se reduz em 0,075 N.

- a) Represente o bloco imerso no líquido e as forças exercidas sobre ele, nomeando-as.  
 b) Determine a densidade do líquido. Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

### Hidrodinâmica

**74 UFSM 2011** Movida pela energia solar, a água do nosso planeta é levada dos oceanos para a atmosfera e, então, para a terra, formando rios que a conduzem de volta ao mar. Em um rio ou tubulação, a taxa correspondente ao volume de água que flui por unidade de tempo é denominada vazão. Se a água que flui por uma mangueira enche um recipiente de 1 L em 20 s, a vazão nessa mangueira, em  $\text{m}^3/\text{s}$ , é:

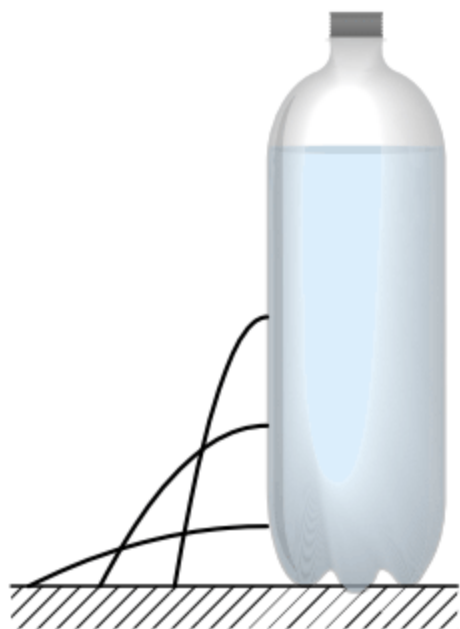
- (a)  $5 \cdot 10^{-2}$ .                      (c)  $5 \cdot 10^{-5}$ .                      (e) 50.  
 (b)  $2 \cdot 10^{-3}$ .                      (d) 20.

**75 UPE 2014** Um tanque de uma refinaria de petróleo deve ser preenchido com  $36.000 \text{ m}^3$  de óleo. Esse processo será realizado por um navio petroleiro que está carregado com  $100.000 \text{ m}^3$  de óleo. Sabendo que a vazão de transferência de óleo do navio para o tanque é igual a 100 litros por segundo, estime a quantidade de dias necessários para a conclusão da transferência.

- (a) 1  
 (b) 2  
 (c) 3  
 (d) 4  
 (e) 5

- 76 Unicamp** Se você agora está tranquilo e em repouso, seu coração deve estar batendo cerca de 60 vezes por minuto. Sua pressão arterial deve ser de “12 por 8”, ou seja, 120 mmHg acima da atmosférica no auge da contração e 80 mmHg no relaxamento do coração. Seu coração tem o volume externo aproximado de uma mão fechada e em cada batida consegue bombear aproximadamente a metade de seu volume em sangue. Considere a densidade do mercúrio  $\rho_{\text{Hg}} = 14 \text{ g/cm}^3$  e a densidade do sangue igual à da água, ou seja,  $\rho_{\text{sangue}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$ .
- Até que altura máxima na vertical o coração conseguiria elevar uma coluna de sangue?
  - Faça uma estimativa da quantidade de sangue bombeada em cada batida do coração e calcule a vazão média de sangue através desse órgão.

- 77 Enem 2013** Para realizar um experimento com uma garrafa PET cheia de água, perfurou-se a lateral da garrafa em três posições a diferentes alturas. Com a garrafa tampada, a água não vazou por nenhum dos orifícios, e, com a garrafa destampada, observou-se o escoamento da água, conforme ilustrado na figura.



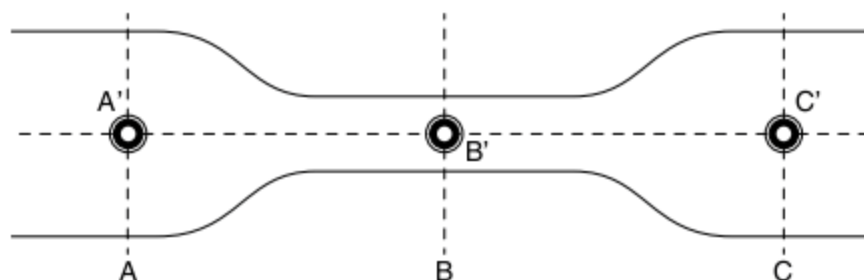
Como a pressão atmosférica interfere no escoamento da água, nas situações com a garrafa tampada e destampada, respectivamente?

- Impede a saída de água, por ser maior que a pressão interna; não muda a velocidade de escoamento, que só depende da pressão da coluna de água.
- Impede a saída de água, por ser maior que a pressão interna; altera a velocidade de escoamento, que é proporcional à pressão atmosférica na altura do furo.
- Impede a entrada de ar, por ser menor que a pressão interna; altera a velocidade de escoamento, que é proporcional à pressão atmosférica na altura do furo.
- Impede a saída de água, por ser maior que a pressão interna; regula a velocidade de escoamento, que só depende da pressão atmosférica.
- Impede a entrada de ar, por ser menor que a pressão interna; não muda a velocidade de escoamento, que só depende da pressão da coluna de água.

- 78 UEL** O voo de um avião depende do acoplamento de vários fatores, dentre os quais se destaca o formato de suas asas, responsáveis por sua sustentação no ar. O projeto das asas é concebido de tal maneira que, em um mesmo intervalo de tempo, uma corrente de ar passando acima da asa tem que percorrer um caminho maior que uma corrente de ar que passa abaixo dela. Desde que a velocidade do avião seja adequada, isso permite que ele se mantenha no ar. Assinale a alternativa que identifica corretamente a razão para que isso aconteça.

- A velocidade do ar acima da asa é maior do que abaixo da asa, ocasionando uma pressão maior acima da asa.
- A velocidade do ar acima da asa é menor do que abaixo da asa, ocasionando uma pressão menor acima da asa.
- A velocidade do ar acima da asa é maior do que abaixo da asa, ocasionando uma pressão maior abaixo da asa.
- A densidade do ar acima da asa é menor do que abaixo da asa, ocasionando uma pressão menor abaixo da asa.
- A densidade do ar acima da asa é maior do que abaixo da asa, ocasionando uma pressão maior abaixo da asa.

- 79 UFSM 2013** A arteriosclerose consiste no estreitamento dos vasos sanguíneos devido, principalmente, ao acúmulo de placas de gordura nas paredes desses vasos. A figura representa esquematicamente essa situação. A, B e C representam três seções retas e contêm, respectivamente, os pontos A', B' e C', que se encontram no mesmo nível.

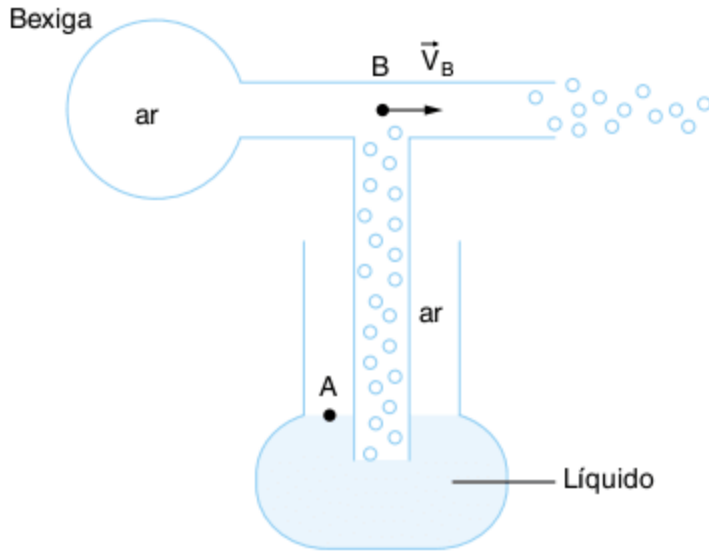


Considerando o sangue como um fluido ideal, que escoar em regime estacionário, marque verdadeira (V) ou falsa (F) em cada afirmativa a seguir.

- O módulo da velocidade do sangue em A' é igual ao módulo da velocidade do sangue em C'.
- A pressão do sangue em B é maior que a pressão do sangue em A.
- A vazão do sangue em B é menor que a vazão do sangue em A.

A sequência correta é:

- V – F – V
- F – F – V
- V – V – F
- F – V – V
- V – F – F



Vaporizadores semelhantes ao da figura são usados em nebulização. Ao pressionar a bexiga do vaporizador, o ar no seu interior é projetado com velocidade de módulo  $V_B > 0$ , enquanto

o líquido permanece em repouso em A. A relação entre as pressões em A e B é:

- (a)  $P_A = P_B$
- (b)  $P_A + P_B = 0$
- (c)  $P_A > P_B$
- (d)  $P_A < P_B$
- (e)  $P_A = P_B + 1 \text{ atmosfera}$

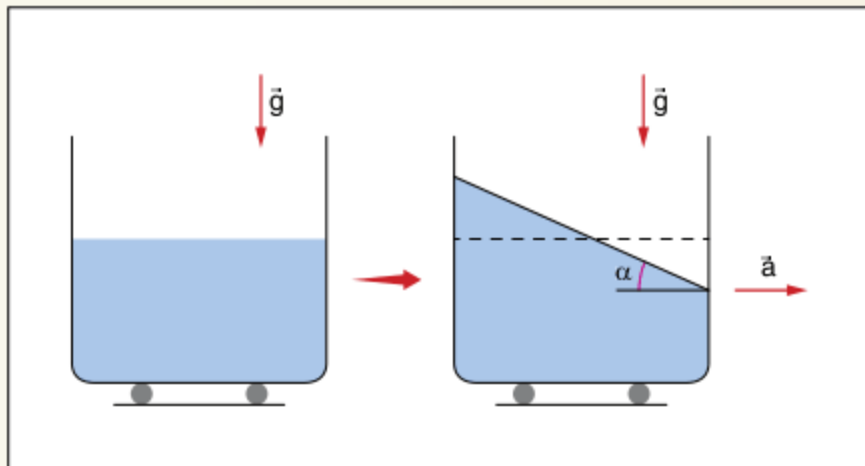
**81 ITA** Durante uma tempestade, Maria fecha as janelas do seu apartamento e ouve o zumbido do vento lá fora. Subitamente o vidro de uma janela se quebra. Considerando que o vento tenha soprado tangencialmente à janela, o acidente pode ser melhor explicado pelo(a):

- (a) princípio de conservação da massa.
- (b) equação de Bernoulli.
- (c) princípio de Arquimedes.
- (d) princípio de Pascal.
- (e) princípio de Stevin.

## TEXTO COMPLEMENTAR

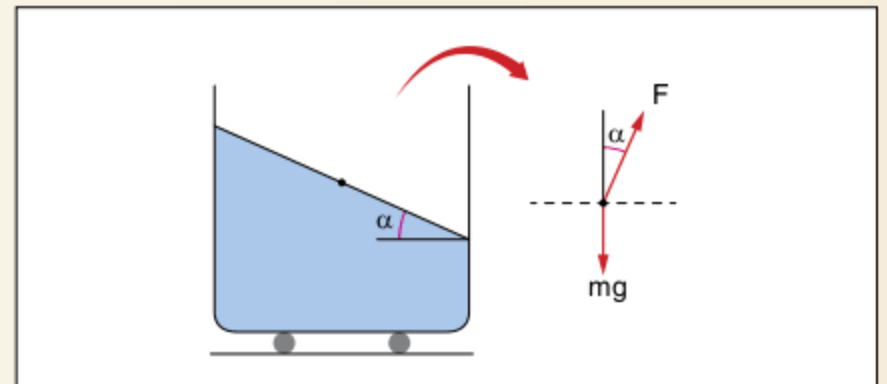
### Fluidos em movimento de corpo rígido

Em nosso dia a dia, é comum vermos fluidos como água e gasolina sendo transportados em caçambas ou caminhões-tanque. Nesses casos, quando o caminhão é acelerado, o líquido se move para a parte traseira da caçamba, e uma nova superfície livre, inclinada, é formada.



Esquema de um líquido em um recipiente quando este está parado (figura da esquerda) e quando o recipiente está em movimento acelerado (figura da direita).

Isolando um elemento na superfície livre do fluido, vemos que duas forças estão atuando: a força peso  $P$  e a resultante de forças  $F$  que o fluido exerce nesse elemento.



Esquema de um líquido em um recipiente em movimento acelerado com as forças atuantes.

Portanto, chegamos ao seguinte sistema:

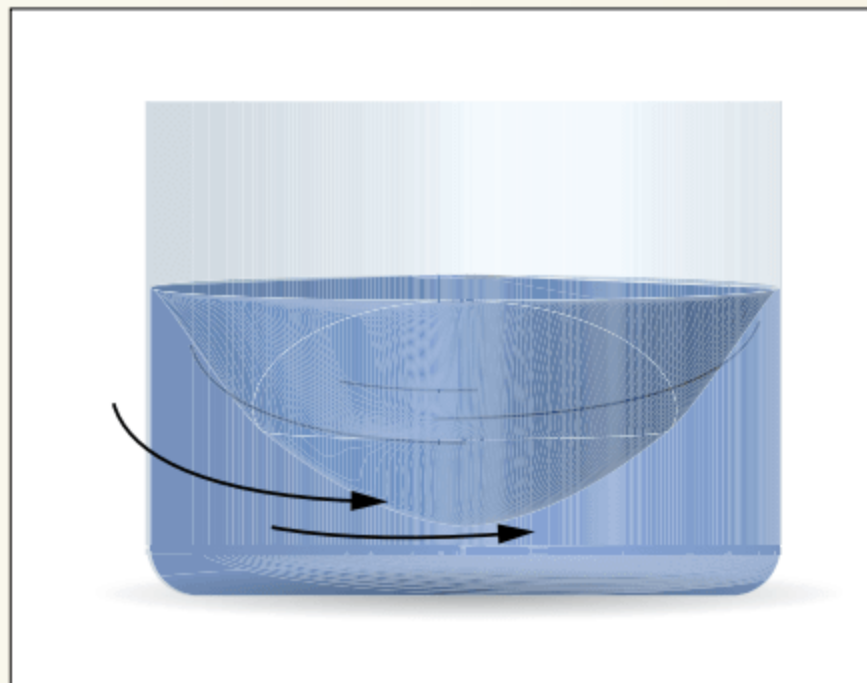
$$F \cdot \sin \alpha = ma$$

$$F \cdot \cos \alpha = mg$$

Dividindo uma equação pela outra, temos:

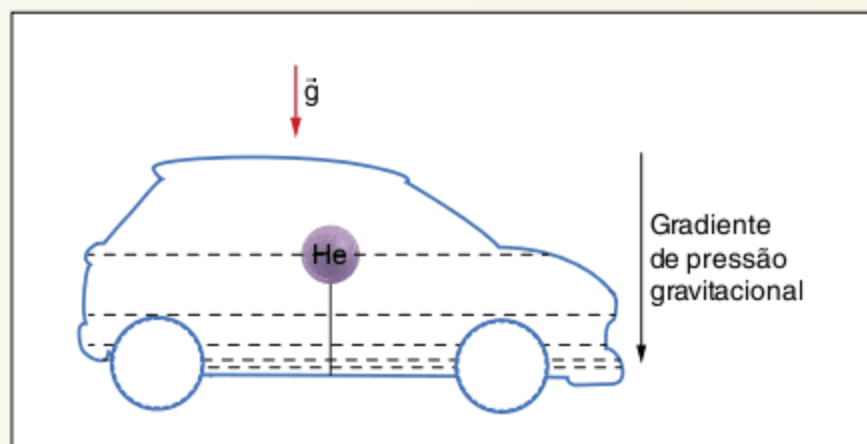
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Outra situação que pode ser observada é quando um contêiner cilíndrico entra em rotação – um copo, por exemplo. Nessa circunstância, o fluido é forçado para longe do seu eixo de rotação pela força centrífuga, assim, a superfície livre do líquido se torna côncava.



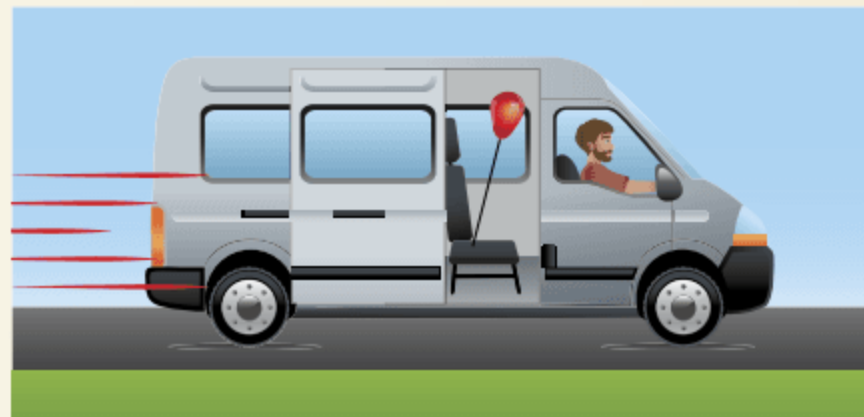
Superfície parabólica formada pela rotação do recipiente com água.

Já quando um balão de hélio é sustentado por um fio dentro de um carro em repouso, ele permanece em equilíbrio, já que a intensidade da força de tração no fio é igual à intensidade da força de empuxo somada à força peso.



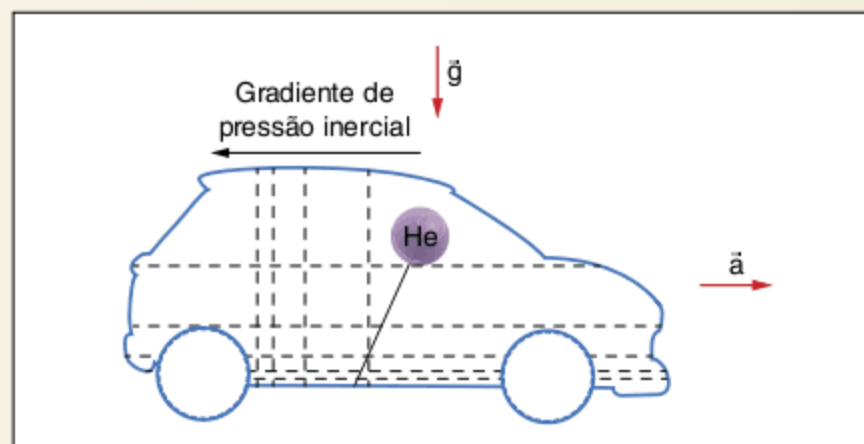
Esquema representando balão de hélio no interior de um carro parado.

Porém, quando o carro acelera para frente, o balão de hélio inclina também para frente, contrariando nossas expectativas.



Quando o carro acelera para frente, o balão de hélio também se move para frente em relação ao carro.

Isso acontece pois, quando o automóvel acelera, o ar no interior do carro fica sujeito a forças inerciais e acelera em sentido contrário; além disso, um novo gradiente de pressão na horizontal se forma, chamado gradiente de pressão inercial. As camadas de ar na parte traseira do veículo estão mais compactadas que as camadas de ar na parte dianteira, o que resulta em uma diferença de pressão horizontal que dá origem a uma força de empuxo horizontal para frente.



Esquema do balão de hélio no interior de um carro em movimento.

## RESUMINDO

### Estados físicos da matéria

Os estados físicos clássicos da matéria são: sólido, líquido e gasoso. Líquidos e gases são fluidos, sendo que os líquidos são considerados praticamente incompressíveis.

### Densidade

A **densidade** de um corpo é a razão entre sua massa e o volume por ele ocupado:

$$d = \frac{m}{V}$$

### Massa específica

A **massa específica** de um material é a razão entre a massa e o volume efetivamente preenchido por material:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

Dois corpos do mesmo material sempre terão a mesma massa específica, mas podem ter densidades diferentes.

**Densidade relativa** é a razão entre a densidade de um corpo e a densidade da água:

$$d_{REL} = \frac{d_x}{d_{\text{água}}}$$

O **peso específico** é a razão entre o peso de um corpo e o volume ocupado por ele:

$$\gamma = \frac{mg}{V} = \mu g$$

### Pressão

**Pressão** é uma grandeza escalar dada pela relação entre força e área, sendo que a força deve ser perpendicular à área:

$$p = \frac{F}{A}$$

No nível do mar, a pressão atmosférica vale aproximadamente  $10^5 \text{ N/m}^2$ .

A **pressão manométrica** é dada pela diferença entre a pressão absoluta, ou pressão total, e a pressão atmosférica:

$$P_{\text{manométrica}} = P_{\text{total}} - P_{\text{atm}}$$

### Teorema de Stevin

- Todos os pontos de um líquido em equilíbrio que estão na mesma profundidade, estão sob a mesma pressão.
- A pressão depende apenas da altura da coluna de fluido:  $p = dgh$ .
- A pressão independe da forma do recipiente.
- Um líquido atinge a mesma altura em recipientes que se comunicam.

### Teorema de Pascal

- A pressão aplicada sobre um fluido em equilíbrio, em um recipiente fechado, é transmitida integralmente para todos os pontos do fluido e para as paredes do recipiente.
- No elevador hidráulico, vale a relação:

$$p_2 = p_1 \Rightarrow \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

### Teorema de Arquimedes

#### Empuxo

O **empuxo** é dado pela resultante de forças hidrostáticas que agem em um corpo e é igual ao peso do volume de líquido deslocado.

$$E = d_{\text{liq}} \cdot g \cdot V_{\text{sub}}$$

Análise de flutuação:

- $d_{\text{objeto}} > d_{\text{liq}}$ : objeto afunda;
- $d_{\text{objeto}} = d_{\text{liq}}$ : objeto em equilíbrio, totalmente imerso;
- $d_{\text{objeto}} < d_{\text{liq}}$ : objeto vai à superfície e flutua em equilíbrio, parcialmente submerso.

#### Vazão

A **vazão** é dada pelo volume do fluido que atravessa a seção transversal de uma tubulação em um intervalo de tempo  $\Delta t$ .

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

#### Equação da continuidade

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

#### Equação de Bernoulli

$$p_1 + dgh_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + dgh_2 + \frac{dv_2^2}{2}$$

## ■ QUER SABER MAIS?



### SITES

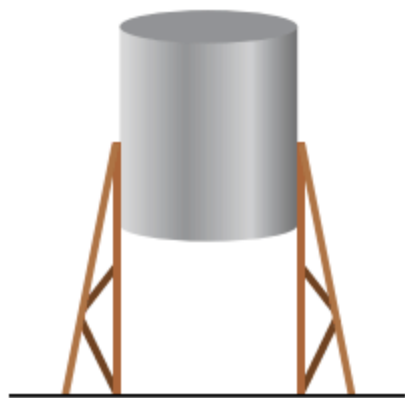
- Densidade  
<[http://phet.colorado.edu/sims/density-and-buoyancy/density\\_pt\\_BR.html](http://phet.colorado.edu/sims/density-and-buoyancy/density_pt_BR.html)>.
- O Mar Morto  
<<http://mundoestranho.abril.com.br/materia/por-que-o-mar-morto-tem-esse-nome>>.  
<[www.goisrael.com.br/Tourism\\_Bra/Discover%20Israel/Geographic%20Regions/Paginas/Dead%20Sea.aspx](http://www.goisrael.com.br/Tourism_Bra/Discover%20Israel/Geographic%20Regions/Paginas/Dead%20Sea.aspx)>.
- O desastre do Hindenburg  
<[www.airships.net/hindenburg/disaster](http://www.airships.net/hindenburg/disaster)>.  
<[www.britishpathe.com/video/the-hindenburg/query/hindenburg](http://www.britishpathe.com/video/the-hindenburg/query/hindenburg)>.
- A Hidrodinâmica e a natação  
<[www.aquabarra.com.br/artigos/treinamento/A\\_HIDRODINAMICA\\_APLICADA\\_AO\\_TREINAMENTO\\_DE\\_NATACAO.pdf](http://www.aquabarra.com.br/artigos/treinamento/A_HIDRODINAMICA_APLICADA_AO_TREINAMENTO_DE_NATACAO.pdf)>.  
<[www.livestrong.com/article/433864-hydrodynamic-principles-of-swimming/](http://www.livestrong.com/article/433864-hydrodynamic-principles-of-swimming/)>.
- Balão de hélio em uma minivan acelerando  
<<http://blog.brasilacademico.com/2014/04/balao-de-helio-em-uma-minivan-acelerando.html>>.



## Exercícios complementares

### Densidade e massa específica

**1 UFPR 2010** Um reservatório cilíndrico de 2 m de altura e base com área  $2,4 \text{ m}^2$ , como mostra a figura, foi escolhido para guardar um produto líquido de massa específica igual a  $1,2 \text{ g/cm}^3$ . Durante o enchimento, quando o líquido atingiu a altura de 1,8 m em relação ao fundo do reservatório, este não suportou a pressão do líquido e se rompeu. Com base nesses dados, assinale a alternativa correta para o módulo da força máxima suportada pelo fundo do reservatório.

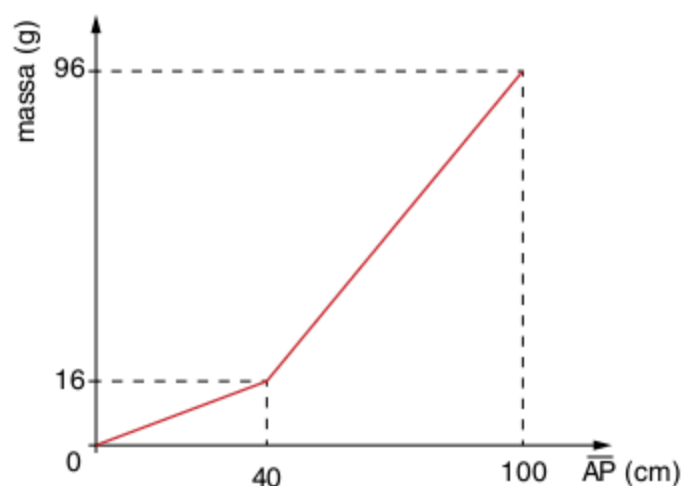


- (a) É maior que 58.000 N.
- (b) É menor que 49.000 N.
- (c) É igual a 50.000 N.
- (d) Está entre 50.100 N e 52.000 N.
- (e) Está entre 49.100 N e 49.800 N.

**2 Uerj 2010** A figura a seguir representa um fio AB de comprimento igual a 100 cm, formado de duas partes homogêneas sucessivas: uma de alumínio e outra, mais densa, de cobre. Uma argola P que envolve o fio é deslocada de A para B.



Durante esse deslocamento, a massa de cada pedaço de comprimento AP é medida. Os resultados estão representados no gráfico a seguir:



A razão entre a densidade do alumínio e a densidade do cobre é aproximadamente igual a:

- (a) 0,1
- (b) 0,2
- (c) 0,3
- (d) 0,4

**3 UFPE 2011** Uma estrela de nêutrons tem massa igual a quatro vezes a massa do Sol e volume esférico de raio 20 km. Considere a massa do Sol igual a  $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$  e as densidades da estrela de nêutrons e da água denotadas, respectivamente, por  $\rho_{\text{est}}$  e  $\rho_{\text{água}}$ . Se a ordem de grandeza da razão  $\rho_{\text{est}}/\rho_{\text{água}}$  é  $10^N$ , qual o valor de N?

**4 Uerj 2009** Nas ilustrações a seguir, estão representados três sólidos de bases circulares, todos com raios iguais e mesma altura. Considere as medidas dos raios iguais às medidas das alturas, em centímetros.

As massas específicas de quatro substâncias, três das quais foram empregadas na construção desses sólidos, estão indicadas na tabela:



Semiesfera      Cilindro circular reto      Cone circular reto

Substâncias	Massa específica ( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )
w	2
x	3
y	4
z	6

Admita que os sólidos tenham a mesma massa e que cada um tenha sido construído com apenas uma dessas substâncias.

De acordo com esses dados, o cone circular reto foi construído com a seguinte substância:

- (a) w
- (b) x
- (c) y
- (d) z

**5 Uerj 2008** Um recipiente cilíndrico de base circular, com raio R, contém uma certa quantidade de líquido até um nível  $h_0$ . Uma estatueta de massa m e densidade  $\rho$ , depois de completamente submersa nesse líquido, permanece em equilíbrio no fundo do recipiente. Em tal situação, o líquido alcança um novo nível h.

A variação  $(h - h_0)$  dos níveis do líquido, quando todas as grandezas estão expressas no Sistema Internacional de Unidades, corresponde a:

- (a)  $m\rho/(\pi R^2)$
- (b)  $m^2/(\rho^2\pi R^3)$
- (c)  $m/(\rho\pi R^2)$
- (d)  $\rho\pi R^4/m$

## Pressão

**6 UFRN** Na casa de Petúnia há uma caixa-d'água cúbica, de lado igual a 2,0 m, cuja base está a 4,0 m de altura, em relação ao chuveiro. Depois de a caixa estar cheia, uma boia veda a entrada da água.

Num certo dia, Petúnia ouve, no noticiário, que o mosquito transmissor da dengue põe ovos também em água limpa. Preocupada com esse fato, ela espera a caixa encher o máximo possível e, então, veda-a completamente, inclusive os sangradouros. Em seguida, abre a torneira do chuveiro para um banho, mas a água não sai.

Isso ocorre porque, como a caixa está toda vedada:

- (a) a parte acima do nível da água, dentro da caixa, torna-se vácuo, e a tendência é a água subir, e, não, descer.
- (b) a força da gravidade não atua na água e, portanto, esta não desce.
- (c) não há nem gravidade nem pressão interna dentro da caixa.
- (d) a pressão atmosférica na saída da água no chuveiro é maior que a pressão dentro da caixa-d'água.

**7 UFG 2010** Analisando o diagrama de fases da água, conclui-se que é possível liquefazer o gelo por aumento de pressão. A 1,0 atm e  $-4\text{ }^\circ\text{C}$ , por exemplo, essa pressão é da ordem de 140 atm. Esse processo é apresentado, através de um modelo simplificado, em livros didáticos do Ensino Médio, quando se considera, por exemplo, que um patinador desliza no gelo com base apenas nesse fenômeno.

Desse modo, considere um patinador sobre o gelo usando um patim conforme a especificação da figura a seguir:



e admita que a espessura do metal em contato com o gelo é de 1,0 mm.

Com base nas informações acima, calcule a massa, em kg, que o patinador deve ter, de modo a liquefazer o gelo por pressão, e confirme se o modelo é, ou não, adequado.

Dados:

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

- (a) 11, não.
- (b) 40, sim.
- (c) 80, sim.
- (d) 140, não.
- (e) 280, não.

**8 Unicamp 2006** Ao se usar um saca-rolhas, a força mínima que deve ser aplicada para que a rolha de uma garrafa comece a sair é igual a 360 N.

- a) Sendo  $\mu_e = 0,2$  o coeficiente de atrito estático entre a rolha e o bocal da garrafa, encontre a força normal que a rolha exerce no bocal da garrafa. Despreze o peso da rolha.
- b) Calcule a pressão da rolha sobre o bocal da garrafa. Considere o raio interno do bocal da garrafa igual a 0,75 cm e o comprimento da rolha igual a 4,0 cm.

**9 PUC-RJ** Um bloco de gelo de densidade  $\rho = 0,92 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  tem a forma de um cubo de lado a e, quando colocado sobre uma mesa, faz sobre ela uma pressão  $p_1$ . Um cubo de gelo de lado  $(\sqrt[3]{2})a$  nas mesmas condições, exerce uma pressão  $p_2$ .

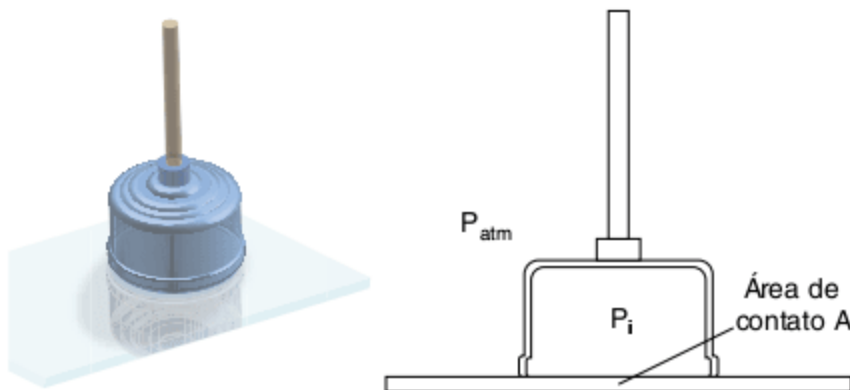
Pode-se dizer que a relação  $p_2/p_1$  é igual a:

- (a) 1
- (b)  $(\sqrt[3]{2})^2$
- (c)  $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^2$
- (d)  $\sqrt[3]{2}$
- (e)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

**10 Unicamp** Uma caneta esferográfica comum pode desenhar um traço contínuo de 3 km de comprimento. A largura desse traço é de 0,5 mm. Considerando  $\pi = 3,0$ , faça o que se pede.

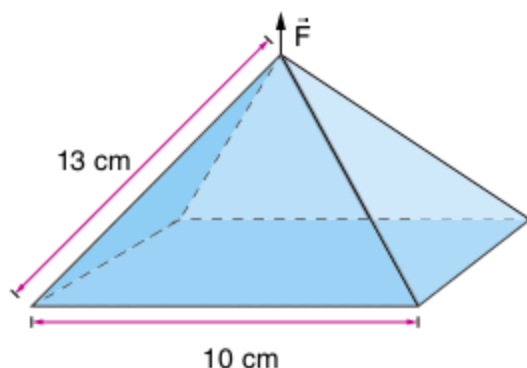
- a) Estime o volume de tinta numa carga nova de uma caneta esferográfica e, a partir desse valor, calcule a espessura do traço deixado pela caneta sobre o papel.
- b) Ao escrever, a força que uma caneta exerce sobre o papel é de 3 N. Qual a pressão exercida pela esfera da caneta sobre o papel?

**11 UFRJ 2010** Uma ventosa comercial é constituída por uma câmara rígida que fica totalmente vedada em contato com uma placa, mantendo o ar em seu interior a uma pressão  $P_{\text{int}} = 0,95 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . A placa está suspensa na horizontal pela ventosa e ambas estão no ambiente à pressão atmosférica usual,  $P_{\text{atm}} = 1,00 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , como indicado nas figuras a seguir. A área de contato A entre o ar dentro da câmara e a placa é de  $0,10 \text{ m}^2$ . A parede da câmara tem espessura desprezível, o peso da placa é 40 N e o sistema está em repouso.



- a) Calcule o módulo da força vertical de contato entre a placa e as paredes da câmara da ventosa.
- b) Calcule o peso máximo que a placa poderia ter para que a ventosa ainda conseguisse sustentá-la.

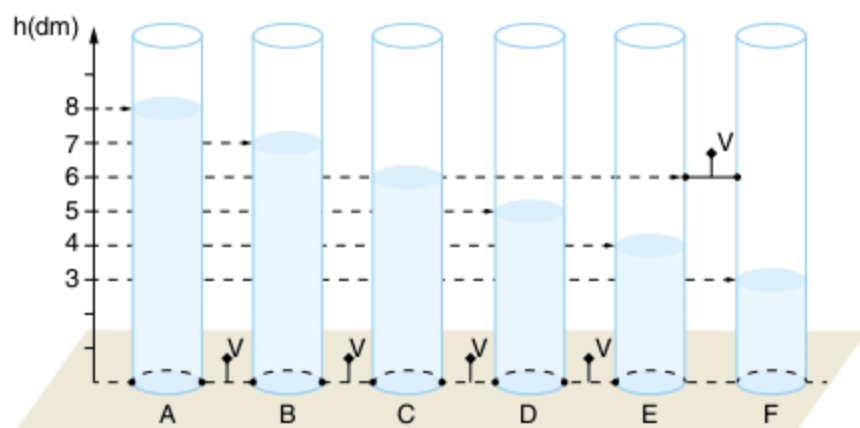
**12 ITA** Suponha que há um vácuo de  $3,0 \cdot 10^4$  Pa dentro de uma campânula de 500 g na forma de uma pirâmide reta de base quadrada apoiada sobre uma mesa lisa de granito. As dimensões da pirâmide são mostradas na figura e a pressão atmosférica local é de  $1,0 \cdot 10^5$  Pa. O módulo da força  $F$  necessária para levantar a campânula na direção perpendicular à mesa é ligeiramente maior que:



- (a) 700 N                      (d) 1.685 N  
 (b) 705 N                      (e) 7.000 N  
 (c) 1.680 N

**Lei de Stevin**

**13 Unesp 2013** Seis reservatórios cilíndricos, superiormente abertos e idênticos (A, B, C, D, E e F) estão apoiados sobre uma superfície horizontal plana e ligados por válvulas (V) nas posições indicadas na figura.



Com as válvulas (V) fechadas, cada reservatório contém água até o nível (h) indicado na figura. Todas as válvulas são, então, abertas, o que permite a passagem livre da água entre os reservatórios, até que se estabeleça o equilíbrio hidrostático. Nesta situação final, o nível da água, em dm, será igual a:

- (a) 6,0 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.  
 (b) 5,5 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.  
 (c) 6,0 em todos os reservatórios.  
 (d) 5,5 em todos os reservatórios.  
 (e) 5,0 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.

**14 UFSC** Assinale a(s) proposição(ões) correta(s):

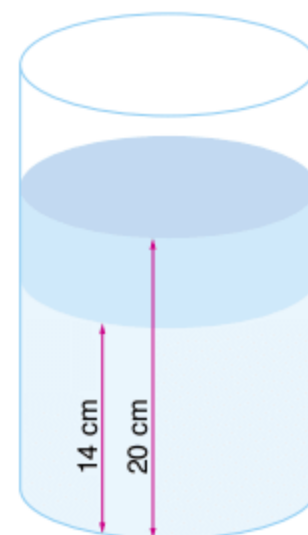
- 01 Usando um canudinho, seria muito mais fácil tomar um refrigerante na Lua do que na Terra, porque a força de atração gravitacional na Lua é menor.  
 02 É possível a medida aproximada da altitude pela variação da pressão atmosférica.

- 04 Uma pessoa explodiria se fosse retirada da atmosfera terrestre para o vácuo. A pressão interna do corpo seria muito maior do que a pressão externa (nula, no vácuo) e “empurraria” as moléculas para fora do corpo. Este é um dos motivos pelos quais os astronautas usam roupas especiais para missões fora do ambiente pressurizado de suas naves.  
 08 Para repetir a experiência realizada por Evangelista Torricelli, comparando a pressão atmosférica com a pressão exercida por uma coluna de mercúrio, é necessário conhecer o diâmetro do tubo, pois a pressão exercida por uma coluna líquida depende do seu volume.  
 16 Vários fabricantes, para facilitar a retirada da tampa dos copos de requeijão e de outros produtos, introduziram um furo no seu centro, selado com plástico. Isso facilita tirar a tampa porque, ao retirar o selo, permitimos que o ar penetre no copo e a pressão atmosférica atue, também, de dentro para fora.  
 32 Quando se introduz a agulha de uma seringa numa veia do braço, para se retirar sangue, este passa da veia para a seringa devido à diferença de pressão entre o sangue na veia e o interior da seringa.  
 64 Sendo correta a informação de que São Joaquim se situa a uma altitude de 1.353 m e que Itajaí está ao nível do mar (altitude = 1 m), podemos concluir que a pressão atmosférica é maior em São Joaquim, já que ela aumenta com a altitude.

Soma =

**15 UFT 2010** Um objeto pontual é colocado a 10 cm do fundo de um recipiente cilíndrico contendo água e óleo, conforme a figura. Qual é o valor da pressão a que o objeto está submetido devido às colunas de água e de óleo? Desconsidere a pressão atmosférica.

Dados:  
 Densidade da água:  $1,00 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>  
 Densidade do óleo:  $0,90 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>  
 Aceleração gravitacional: 10 m/s<sup>2</sup>



- (a)  $9,6 \cdot 10^2$  (N/m<sup>2</sup>)  
 (b)  $9,4 \cdot 10^2$  (N/m<sup>2</sup>)  
 (c)  $2,5 \cdot 10^2$  (N/m<sup>2</sup>)  
 (d)  $1,0 \cdot 10^2$  (N/m<sup>2</sup>)  
 (e)  $3,7 \cdot 10^2$  (N/m<sup>2</sup>)

**16 Unesp 2008** Para que se administre medicamento via endovenosa, o frasco deve ser colocado a uma certa altura acima do ponto de aplicação no paciente. O frasco fica suspenso em um suporte vertical com pontos de fixação de altura variável e se conecta ao paciente por um cateter, por onde desce o medicamento. A pressão na superfície livre é a pressão atmosférica; no ponto de aplicação no paciente, a pressão deve ter um valor maior do que a atmosférica. Considere que dois medicamentos diferentes precisam ser administrados. O frasco do primeiro foi colocado em uma posição tal que a superfície livre do líquido encontra-se a uma altura  $h$  do ponto de aplicação.

Para aplicação do segundo medicamento, de massa específica 1,2 vezes maior que a do anterior, a altura de fixação do frasco deve ser outra. Tomando  $h$  como referência, para a aplicação do segundo medicamento deve-se:

- diminuir a altura de  $h/5$ .
- diminuir a altura de  $h/6$ .
- aumentar a altura de  $h/5$ .
- aumentar a altura de  $2h/5$ .
- aumentar a altura de  $h/6$ .

**17 Uerj** O coração humano é um músculo que funciona como uma espécie de bomba hidráulica. Em repouso, a ação de bombeamento sanguíneo dura apenas  $1/3$  do intervalo de tempo do ciclo cardíaco. Nos restantes  $2/3$  do ciclo, o músculo fica relaxado. Considerando a pressão no coração como a média entre a pressão diastólica e a pressão sistólica, calcule:

- a potência média de bombeamento do coração;
- a pressão sanguínea no pé, em mmHg, com a pessoa na posição vertical.

Dados:

Vazão do coração: 4,8 L/min

Ciclo cardíaco em repouso: 60 batidas/min

Posição do coração: 1,3 m acima do pé

Pressão sistólica do coração 120 mmHg (contração)

Pressão diastólica do coração 80 mmHg (relaxamento)

Densidade do sangue 1,04 kg/L

760 mmHg =  $1,013 \cdot 10^5$  Pa

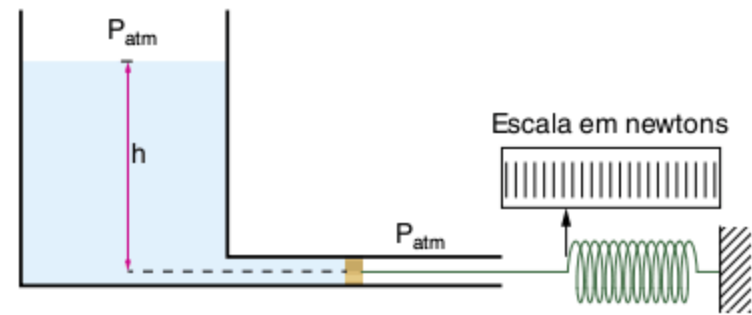
**18 Ufes** Considerem-se dois copos cilíndricos, cada um de raio  $R = 10$  cm. Na superfície de um lago, as extremidades abertas dos dois copos são perfeitamente justapostas, formando um cilindro hermeticamente fechado. Esse cilindro é levado ao fundo do lago, que está a 20 m abaixo da superfície. Nessa profundidade, mantendo-se um dos copos em repouso, aplica-se sobre o outro uma força direcionada ao longo do eixo do cilindro, com o propósito de separá-lo do primeiro.

Considerando-se que a densidade da água é  $1 \text{ g/cm}^3$ , o módulo da força aplicada, a partir da qual os copos se separam, é de:

- $\pi \cdot 10^3$  N
- $2\pi \cdot 10^3$  N
- $3\pi \cdot 10^3$  N
- $4\pi \cdot 10^3$  N
- $5\pi \cdot 10^3$  N

**19 UFRJ** Um líquido de densidade  $1,25 \text{ g/cm}^3$  está em repouso dentro de um recipiente.

No fundo do recipiente existe uma conexão com um tubo cilíndrico de 2,0 cm de diâmetro. O tubo possui um êmbolo cuja parte exterior está sob a ação da atmosfera e em contato com uma mola. Considere que não haja atrito entre o êmbolo e o tubo cilíndrico.



Num determinado experimento, a força da mola sobre o êmbolo tem módulo igual a 6,28 N.

Calcule a altura  $h$  do líquido indicada na figura.

Use  $\pi = 3,14$ .

**20 UFG 2009** Entre outras propriedades físicas, um líquido é identificado pela sua densidade. Para se determinar a densidade de um líquido em um laboratório de pesquisa, foi utilizado um método que consiste de um tubo cilíndrico fechado nas extremidades, com um orifício lateral muito estreito, que impede a entrada de ar. Inicialmente, o tubo, na horizontal, é preenchido com o líquido. Em seguida, o tubo é posicionado verticalmente com o orifício tampado. Nesta situação, ao liberar a abertura, o líquido escoá até atingir o equilíbrio a uma altura  $h$ , conforme esboçado na figura. Qual é a densidade do líquido?

Dados:

Pressão atmosférica:  $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

Aceleração da gravidade:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

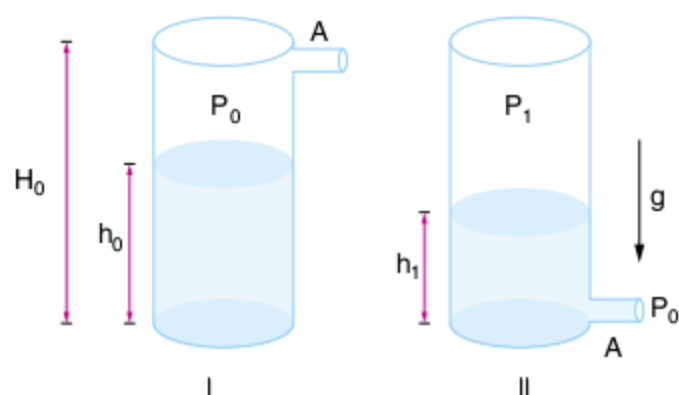
$h = 4,0$  m



**21 Fuvest** Um tanque industrial, cilíndrico, com altura total  $H_0 = 6,0$  m, contém em seu interior água até uma altura  $h_0$ , a uma temperatura de  $27^\circ\text{C}$  (300 K).

O tanque possui um pequeno orifício A e, portanto, está à pressão atmosférica  $P_0$ , como esquematizado em I. No procedimento seguinte, o orifício é fechado, sendo o tanque invertido e aquecido até  $87^\circ\text{C}$  (360 K).

Quando o orifício é reaberto, e mantida a temperatura do tanque, parte da água escoá, até que as pressões no orifício se equilibrem, restando no interior do tanque uma altura  $h_1 = 2,0$  m de água, como em II.



Determine:

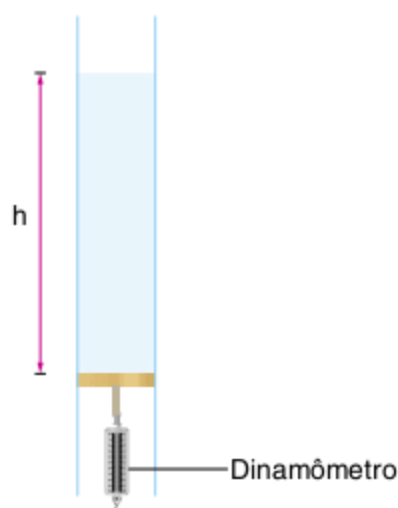
- a pressão  $P_1$ , em  $\text{N/m}^2$ , no interior do tanque, na situação II.
- a altura inicial  $h_0$  da água no tanque, em metros, na situação I.

Note e adote:

$$P_{\text{(atmosférica)}} = 1 \text{ Pa} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

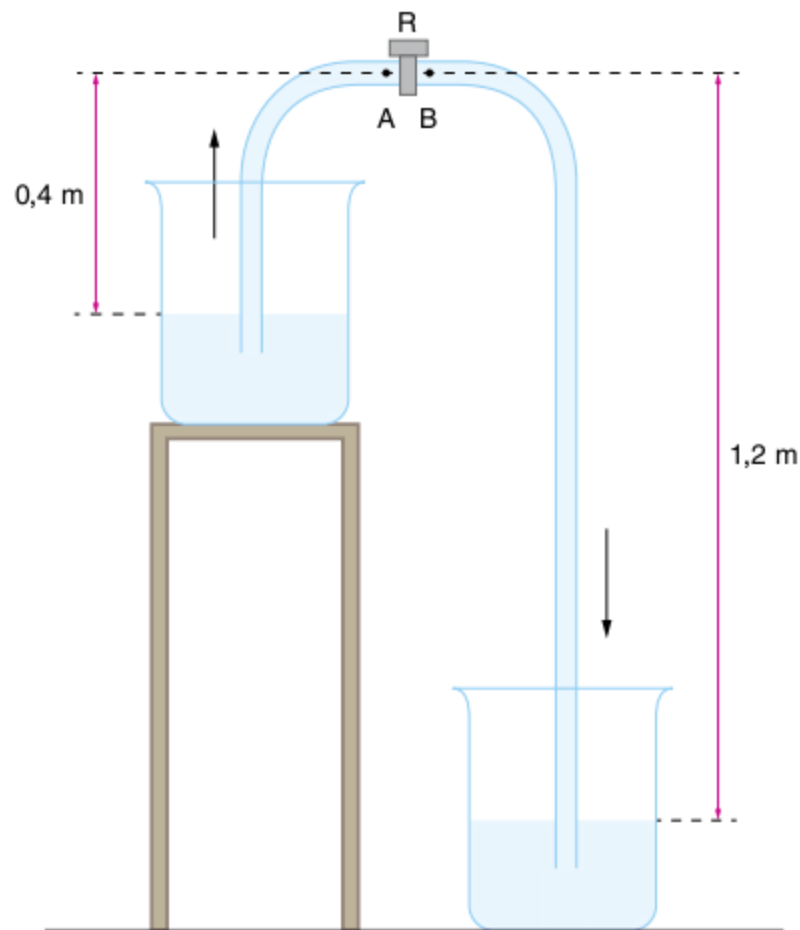
$$\rho_{\text{(água)}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3; g = 10 \text{ m/s}^2$$

**22 UPF 2012** Um líquido de densidade igual a  $1.250 \text{ kg/m}^3$  encontra-se em equilíbrio no interior de um tubo de formato cilíndrico, como na figura (o desenho não está em escala real). O tubo tem 2 cm de diâmetro e no seu fundo há um êmbolo (móvel) que pressiona o dinamômetro. Considerando que o dinamômetro indica 37,68 N, é possível afirmar que a altura ( $h$ ) da coluna de líquido contido no tubo é, em m, de: (Considere a pressão atmosférica de  $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , e  $\pi = 3,14$ )



- 1
- 1,6
- 2
- 2,6
- 0,6

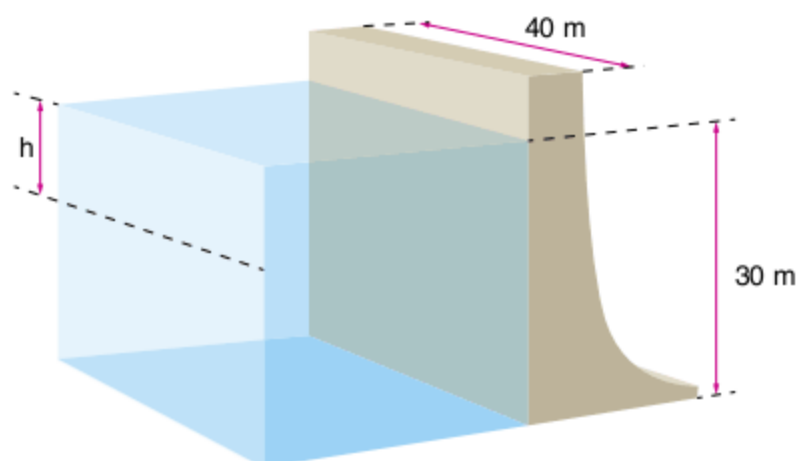
**23 Unesp 2013** O sifão é um dispositivo que permite transferir um líquido de um recipiente mais alto para outro mais baixo, por meio, por exemplo, de uma mangueira cheia do mesmo líquido. Na figura, que representa, esquematicamente, um sifão utilizado para transferir água de um recipiente sobre uma mesa para outro no piso, R é um registro que, quando fechado, impede o movimento da água. Quando o registro é aberto, a diferença de pressão entre os pontos A e B provoca o escoamento da água para o recipiente de baixo.



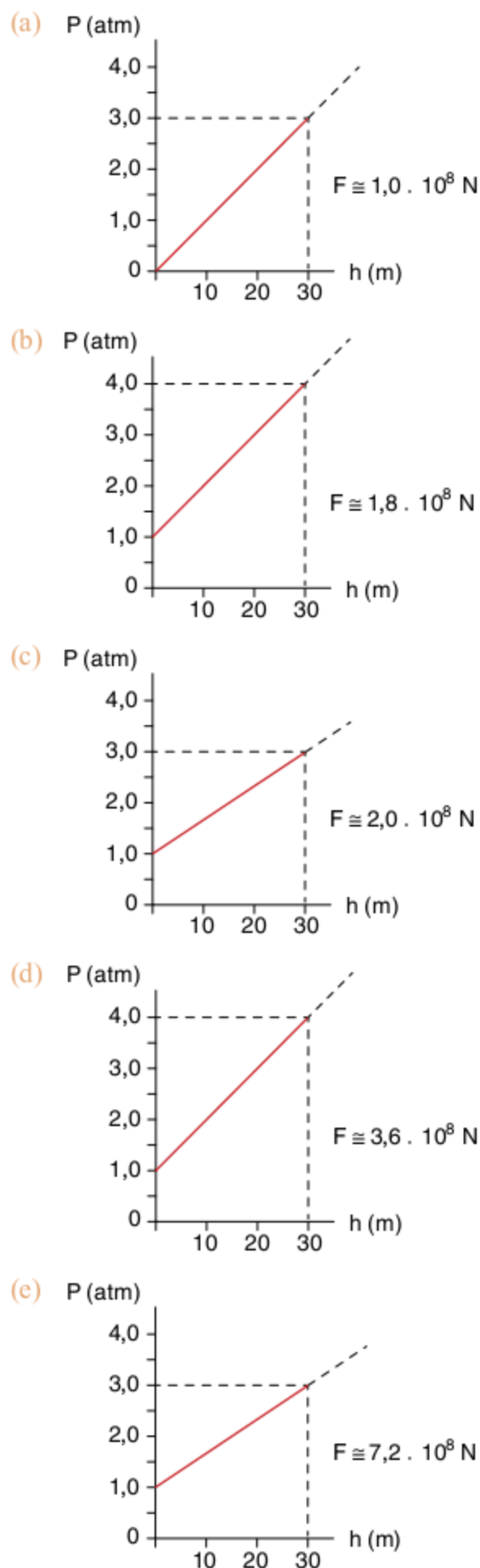
Considere que os dois recipientes estejam abertos para a atmosfera, que a densidade da água seja igual a  $10^3 \text{ kg/m}^3$  e que  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . De acordo com as medidas indicadas na figura, com o registro R fechado, a diferença de pressão  $P_A - P_B$ , entre os pontos A e B, em pascal, é igual a:

- 4.000
- 10.000
- 2.000
- 8.000
- 12.000

**24 Unesp 2010** As barragens em represas são projetadas para suportar grandes massas de água. Na situação representada na figura, temos uma barragem de largura 40 m, retendo uma massa de água de 30 m de profundidade. Conhecendo-se o comportamento da pressão com a altura da coluna de um fluido e levando-se em conta que a pressão atmosférica age dos dois lados da barragem, é possível determinar a força horizontal da água da represa sobre a barragem.

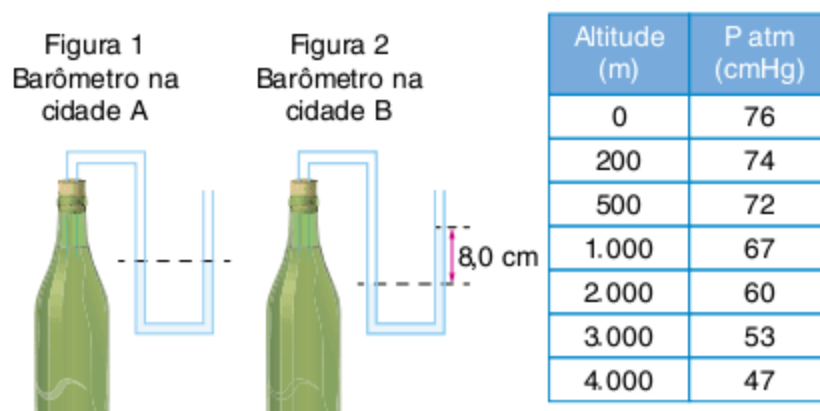


Considere a pressão atmosférica como  $1 \text{ atm} \cong 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , a densidade da água  $\rho_{\text{água}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  e a aceleração da gravidade  $g \cong 10 \text{ m/s}^2$ . Qual das alternativas melhor representa a variação da pressão com a altura  $h$  da água em relação à superfície, e a força horizontal exercida por essa massa de água sobre a barragem?



## Manômetros e barômetro de Torricelli

**25 UFSC** Os alunos de uma escola, situada em uma cidade A, construíram um barômetro para comparar a pressão atmosférica na sua cidade com a pressão atmosférica de uma outra cidade, B. Vedaram uma garrafa muito bem, com uma rolha e um tubo de vidro, em forma de U, contendo mercúrio. Montado o barômetro, na cidade A, verificaram que a altura das colunas de mercúrio eram iguais nos dois ramos do tubo, conforme mostra a Figura 1. O professor orientou-os para transportarem o barômetro com cuidado até a cidade B, a fim de manter a vedação da garrafa, e forneceu-lhes a tabela a seguir, com valores aproximados da pressão atmosférica em função da altitude. Ao chegarem à cidade B, verificaram um desnível de 8,0 cm entre as colunas de mercúrio nos dois ramos do tubo de vidro, conforme mostra a Figura 2.



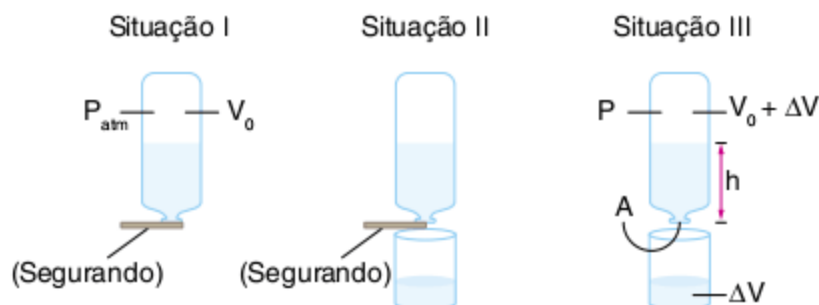
Considerando a situação descrita e que os valores numéricos das medidas são aproximados, face à simplicidade do barômetro construído, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Na cidade A, as alturas das colunas de mercúrio nos dois ramos do tubo em U são iguais, porque a pressão no interior da garrafa é igual à pressão atmosférica externa.
- 02 A pressão atmosférica na cidade B é 8,0 cmHg menor do que a pressão atmosférica na cidade A.
- 04 Sendo a pressão atmosférica na cidade A igual a 76 cmHg, a pressão atmosférica na cidade B é igual a 68 cmHg.
- 08 A pressão no interior da garrafa é praticamente igual à pressão atmosférica na cidade A, mesmo quando o barômetro está na cidade B.
- 16 Estando a cidade A situada ao nível do mar (altitude zero), a cidade B está situada a mais de 1.000 metros de altitude.
- 32 Quando o barômetro está na cidade B, a pressão no interior da garrafa é menor do que a pressão atmosférica local.
- 64 A cidade B encontra-se a uma altitude menor do que a cidade A.

Soma =

**26 Fuvest 2008** Para se estimar o valor da pressão atmosférica,  $P_{\text{atm}}$ , pode ser utilizado um tubo comprido, transparente, fechado em uma extremidade e com um pequeno gargalo na outra. O tubo, aberto e parcialmente cheio de água, deve ser invertido, segurando-se um cartão que feche a abertura do

gargalo (Situação I). Em seguida, deve-se mover lentamente o cartão de forma que a água possa escoar, sem que entre ar, coletando-se a água que sai em um recipiente (Situação II). A água para de escoar quando a pressão no ponto A, na abertura, for igual à pressão atmosférica externa, devendo-se, então, medir a altura  $h$  da água no tubo (Situação III). Em uma experiência desse tipo, foram obtidos os valores, indicados na tabela, para  $V_0$ , volume inicial do ar no tubo,  $\Delta V$ , volume da água coletada no recipiente e  $h$ , altura final da água no tubo. Em relação a essa experiência, e considerando a Situação III,



Valores medidos

$V_0 = 500 \text{ mL}$

$\Delta V = 25 \text{ mL}$

$h = 50 \text{ cm}$

- determine a razão  $R = P/P_{atm}$ , entre a pressão final  $P$  do ar no tubo e a pressão atmosférica.
- escreva a expressão matemática que relaciona, no ponto A, a  $P_{atm}$  com a pressão  $P$  do ar e a altura  $h$  da água dentro do tubo.
- estime, utilizando as expressões obtidas nos itens anteriores, o valor numérico da pressão atmosférica  $P_{atm}$ , em  $\text{N/m}^2$ .

Note e adote:

Considere a temperatura constante e desconsidere os efeitos da tensão superficial.

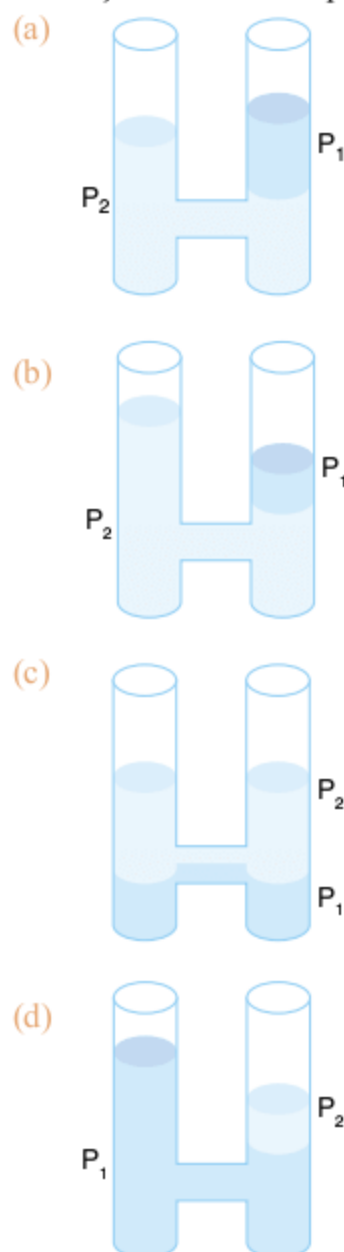
### Vasos comunicantes

**27 CFTCE 2008** Na figura a seguir, temos três recipientes, 1, 2 e 3, de pesos desprezíveis e de bases de mesma área. Os recipientes são preenchidos com água até uma mesma altura e colocados sobre três balanças. Comparando os valores das forças exercidas pela água nas bases dos recipientes 1 ( $F_{A1}$ ), 2 ( $F_{A2}$ ) e 3 ( $F_{A3}$ ) e comparando os valores das forças exercidas pelas balanças sobre as mesmas bases, 1 ( $F_{B1}$ ), 2 ( $F_{B2}$ ) e 3 ( $F_{B3}$ ), é correto afirmar que:

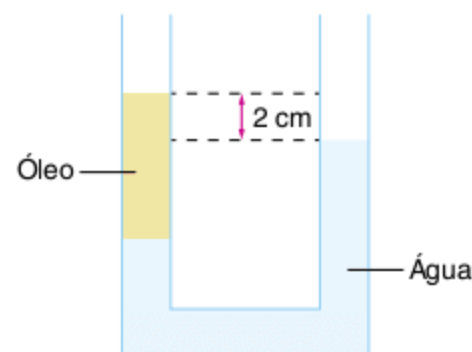


- $F_{A1} > F_{A2} > F_{A3}$  e  $F_{B1} > F_{B2} > F_{B3}$ .
- $F_{A1} = F_{A2} = F_{A3}$  e  $F_{B1} = F_{B2} = F_{B3}$ .
- $F_{A1} < F_{A2} < F_{A3}$  e  $F_{B1} < F_{B2} < F_{B3}$ .
- $F_{A1} > F_{A2} > F_{A3}$  e  $F_{B1} = F_{B2} = F_{B3}$ .
- $F_{A1} = F_{A2} = F_{A3}$  e  $F_{B1} > F_{B2} > F_{B3}$ .

**28 UFU 2007** Dois líquidos imiscíveis, de densidades  $\rho_1$  e  $\rho_2$  ( $\rho_2 > \rho_1$ ), são colocados em um tubo comunicante. Tendo por base essas informações, marque a alternativa que corresponde à situação correta de equilíbrio dos líquidos no tubo.



**29 Uece 2008** Um tubo em U, de seção transversal reta uniforme igual a  $1 \text{ cm}^2$ , contém água ( $\rho_A = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) em equilíbrio estático.



Assinale a alternativa que contém o volume de óleo ( $\rho_0 = 900 \text{ kg/m}^3$ ), em centímetros cúbicos, que deve ser colocado em um dos ramos do tubo para causar uma diferença de 2 cm entre as superfícies superiores do óleo e da água, conforme mostra a figura.

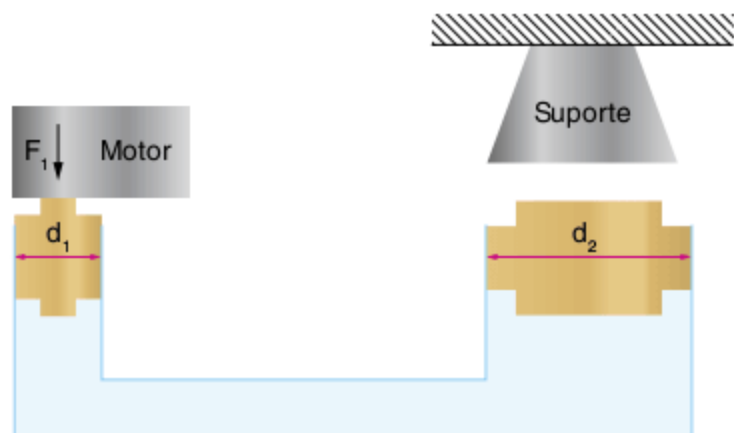
- 10
- 20
- 40
- 90





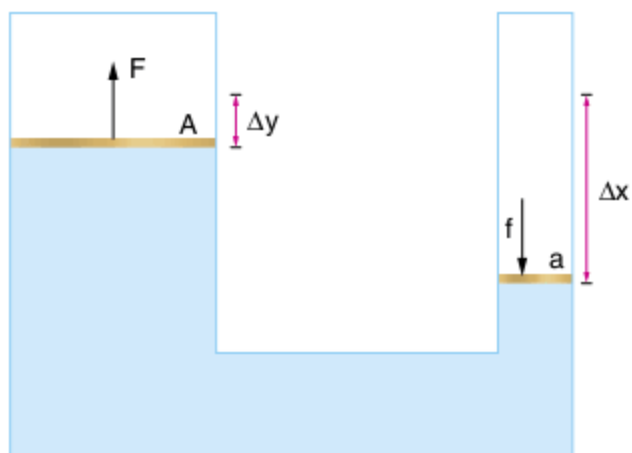
**34 UFRGS 2008** Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do texto que segue, na ordem em que aparecem.

A figura a seguir representa uma prensa hidráulica composta por dois pistões, de diâmetros  $d_1$  e  $d_2$ . O motor aplica uma força axial de intensidade  $F_1 = 100 \text{ N}$  no pistão de diâmetro  $d_1 = 0,05 \text{ m}$ . Para que se possa obter uma força de intensidade  $F_2 = 10.000 \text{ N}$  no pistão de diâmetro  $d_2$ , esse diâmetro deve ser igual a \_\_\_\_\_, e a pressão transmitida será de \_\_\_\_\_.



- (a) 0,25 m; 50,9 kPa
- (b) 0,50 m; 12,7 kPa
- (c) 0,50 m; 50,9 kPa
- (d) 0,12 m; 50,9 Pa
- (e) 0,12 m; 12,7 Pa

**35 UFSM**



Conforme a figura, aplica-se uma força  $f$  ao êmbolo do cilindro menor, de área  $a$ , de uma prensa hidráulica, produzindo um deslocamento  $\Delta x$ . No êmbolo do cilindro maior, de área  $A$ , surge uma força  $F$  que produz um deslocamento  $\Delta y$ . Pode-se, então, afirmar que:

- I.  $F \Delta y = f \Delta x$
- II.  $F / A = f / a$
- III.  $A \Delta y = a \Delta x$

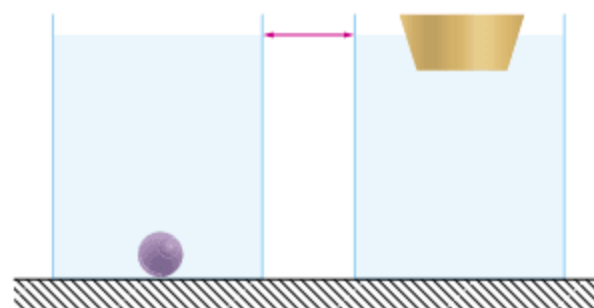
Está(ão) correta(s):

- (a) apenas I.
- (b) apenas II.
- (c) apenas III.
- (d) apenas I e II.
- (e) I, II e III.

### Empuxo

**36 Unesp 2008** Um garoto de 24 kg vê um vendedor de bexigas infladas com gás hélio e pede à mãe 10 delas. A mãe compra apenas uma, alegando que, se lhe desse todas, o menino seria erguido do solo por elas. Inconformado com a justificativa, o menino queixa-se à sua irmã, que no momento estudava empuxo, perguntando-lhe qual seria o número máximo daquelas bexigas que ele poderia segurar no solo. Considerando o volume médio de cada bexiga, 2 litros, estime o número mínimo de bexigas necessário para levantar o garoto. Em seus cálculos, considere a massa específica do ar igual a  $1,2 \text{ kg/m}^3$ ,  $1 \text{ litro} = 10^{-3} \text{ m}^3$  e despreze as massas do gás e das bexigas.

**37 UFRJ 2007** Dois recipientes idênticos estão cheios de água até a mesma altura. Uma esfera metálica é colocada em um deles, vai para o fundo e ali permanece em repouso. No outro recipiente, é posto um barquinho que termina por flutuar em repouso com uma parte submersa. Ao final desses procedimentos, volta-se ao equilíbrio hidrostático e observa-se que os níveis da água nos dois recipientes subiram até uma mesma altura.



Indique se, na situação final de equilíbrio, o módulo  $E_c$  do empuxo sobre a esfera é maior, menor ou igual ao módulo  $E_b$  do empuxo sobre o barquinho. Justifique sua resposta.

**38 UFRJ 2011** Inicialmente, um barquinho flutua em repouso na superfície da água contida em um balde, como ilustra a figura 1. Então, um pouco da água do balde é transferida suavemente para dentro do barquinho (figura 2) que, finalmente, volta ao repouso ainda flutuando na superfície da água (figura 3). Tanto na situação inicial, quanto na final, a água do balde está em equilíbrio hidrostático.



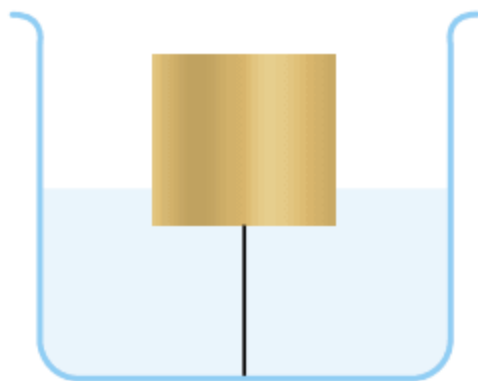
Figura 1

Figura 2

Figura 3

Indique se o nível da água no balde na situação final é menor, igual ou maior do que o nível na situação inicial. Justifique sua resposta.

**39 Unifesp** A figura representa um cilindro flutuando na superfície da água, preso ao fundo do recipiente por um fio tenso e inextensível.



Acrescenta-se aos poucos mais água ao recipiente, de forma que o seu nível suba gradativamente. Sendo  $E$  o empuxo exercido pela água sobre o cilindro,  $T$  a tração exercida pelo fio sobre o cilindro,  $P$  o peso do cilindro e admitindo-se que o fio não se rompe, pode-se afirmar que, até que o cilindro fique completamente imerso:

- (a) o módulo de todas as forças que atuam sobre ele aumenta.
- (b) só o módulo do empuxo aumenta, o módulo das demais forças permanece constante.
- (c) os módulos do empuxo e da tração aumentam, mas a diferença entre eles permanece constante.
- (d) os módulos do empuxo e da tração aumentam, mas a soma deles permanece constante.
- (e) só o módulo do peso permanece constante; os módulos do empuxo e da tração diminuem.

**40 UFC 2010** Um recipiente cheio com água encontra-se em repouso sobre a horizontal. Uma bola de frescobol flutua, em equilíbrio, na superfície da água no recipiente. A bola flutua com volume imerso  $V_0$ . A distância entre a superfície da água e o fundo do recipiente é muito maior que o raio da bola. Suponha agora que o recipiente move-se verticalmente com aceleração constante de módulo  $a$ . Neste caso, considere a situação em que a bola encontra-se em equilíbrio em relação ao recipiente. Considere também a aceleração da gravidade local de módulo  $g$ . É correto afirmar que, em relação ao nível da água, o volume imerso da bola será:

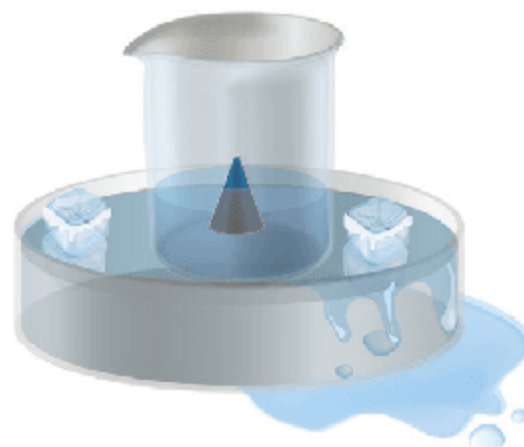
- (a)  $\left(\frac{g+2a}{g}\right)V_0$ , se a aceleração do recipiente for para cima.
- (b)  $\left(\frac{g-a}{g}\right)V_0$ , se a aceleração do recipiente for para baixo.
- (c)  $2V_0$ , se a aceleração do recipiente for igual a  $g$ .
- (d)  $\frac{1}{2}V_0$ , se a aceleração do recipiente for reduzida à metade.
- (e)  $V_0$ , independente da aceleração.

**41 Unifesp 2010** Pelo Princípio de Arquimedes explica-se a expressão popular “isto é apenas a ponta do *iceberg*”, frequentemente usada quando surgem os primeiros sinais de um grande problema. Com este objetivo realizou-se um experimento, ao nível do mar, no qual uma solução de água do mar e gelo (água doce) é contida em um béquer de vidro, sobre uma bacia com gelo, de modo que as temperaturas do béquer e da solução mantenham-se constantes a  $0^\circ\text{C}$ .



Disponível em: <[www.bioqmed.ufrj.br/ciencia/CuriosIceberg.htm](http://www.bioqmed.ufrj.br/ciencia/CuriosIceberg.htm)>.

No experimento, o *iceberg* foi representado por um cone de gelo, conforme esquematizado na figura. Considere a densidade do gelo  $0,920\text{ g/cm}^3$  e a densidade da água do mar, a  $0^\circ\text{C}$ , igual a  $1,025\text{ g/cm}^3$ .



- a) Que fração do volume do cone de gelo fica submersa na água do mar? O valor dessa fração seria alterado se o cone fosse invertido?
- b) Se o mesmo experimento fosse realizado no alto de uma montanha, a fração do volume submerso seria afetada pela variação da aceleração da gravidade e pela variação da pressão atmosférica? Justifique sua resposta.

**42 UPE 2011** Uma casca esférica de raio interno  $a$  e raio externo  $b$  flutua com metade do volume submerso em um líquido de densidade  $d$ . A expressão que representa a massa da casca esférica  $m$  é:

- (a)  $d \frac{2\pi}{3} (b^3 - a^3)$
- (b)  $d \frac{2\pi}{3} a^3$
- (c)  $d \frac{2\pi}{3} (a^3 - b^3)$
- (d)  $d \frac{2\pi}{3} b^3$
- (e)  $d \frac{4\pi}{3} (b^3 - a^3)$

**43 UFG 2010** Uma placa polar após se desprender do continente gelado fica com altura média de 100 m acima do nível da água e permanece à deriva em mar aberto como um *iceberg*. Ao avistar esse bloco de gelo, a tripulação de um navio avalia, usando um GPS, que ele tem cerca de 30,0 km<sup>2</sup> de área.

Calcule o volume submerso do *iceberg*, considerando que a razão da sua densidade pela densidade da água é

$$\frac{\rho_{\text{iceberg}}}{\rho_{\text{água}}} = 0,90.$$

**44 PUC-RJ 2012** Uma esfera de massa  $1,0 \cdot 10^3$  kg está em equilíbrio, completamente submersa a uma grande profundidade dentro do mar. Um mecanismo interno faz com que a esfera se expanda rapidamente e aumente seu volume em 5,0%.

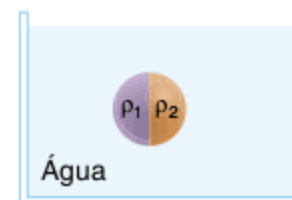
Considerando que  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e que a densidade da água é  $d_{\text{água}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , calcule.

- a) o empuxo de Arquimedes sobre a esfera, antes e depois da expansão da mesm.
- b) a aceleração da esfera logo após a expansão.

**45 IFPE 2012** Um corpo de densidade  $2,5 \text{ g/cm}^3$  é imerso num líquido proveniente de uma mistura, em massas iguais, de dois líquidos miscíveis de densidades  $3 \text{ g/cm}^3$  e  $2 \text{ g/cm}^3$ . Então, é correto afirmar que:

- (a) o corpo flutua, pois a densidade da mistura é a mesma do corpo.
- (b) o corpo flutua com 1/3 de seu volume emerso.
- (c) o corpo permanece em equilíbrio, totalmente imerso no líquido.
- (d) o corpo flutua com 2/3 de seu volume imerso.
- (e) o corpo afunda.

**46 UFPI**



Uma esfera rígida (formada pela junção do hemisfério de densidade  $\rho_1 = 0,70 \text{ g/cm}^3$  com o hemisfério de densidade  $\rho_2 = 1,1 \text{ g/cm}^3$ ) é abandonada em repouso total no interior de um tanque cheio de água de densidade  $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$ , na situação mostrada na figura anterior. Imediatamente após ser abandonada a esfera deverá iniciar um movimento de:

- (a) translação para cima e um de rotação no sentido horário.
- (b) translação para baixo e um de rotação no sentido horário.
- (c) rotação no sentido anti-horário e nenhum movimento de translação.
- (d) rotação no sentido horário e nenhum movimento de translação.
- (e) translação para baixo e nenhum movimento de rotação.

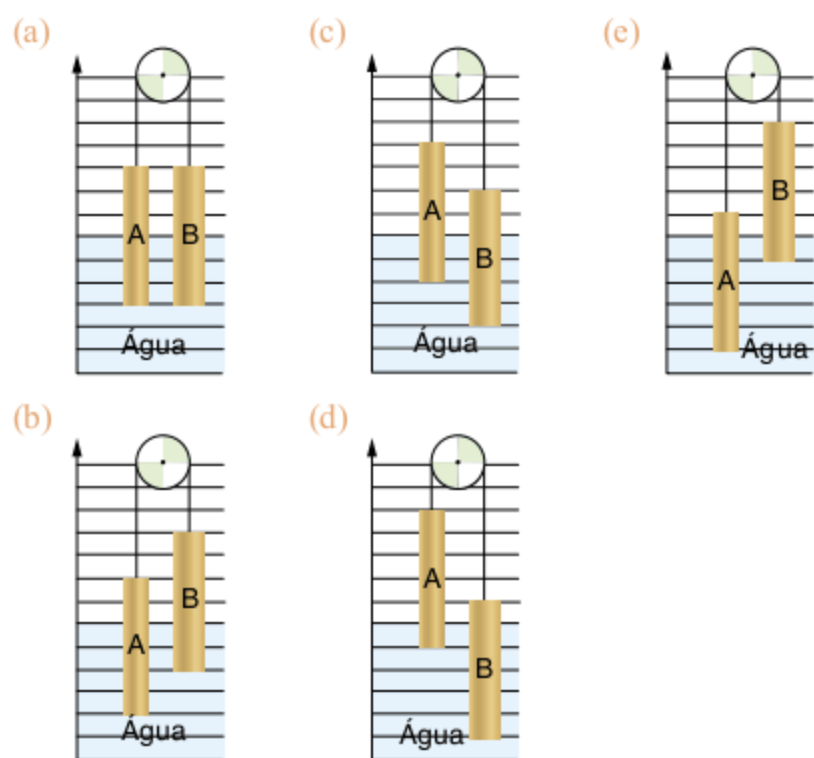
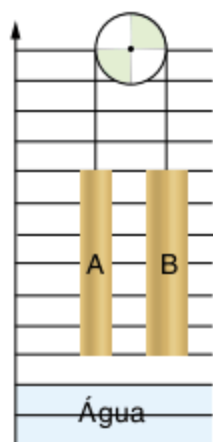
**47 UFSC** Leia com atenção o texto a seguir. Chamados popularmente de “zeppelins”, em homenagem ao famoso inventor e aeronauta alemão Conde Ferdinand von Zeppelin, os dirigíveis de estrutura rígida constituíram-se no principal meio de transporte aéreo das primeiras décadas do século XX. O maior e mais famoso deles foi o Hindenburg LZ 129, dirigível cuja a estrutura tinha 245 metros de comprimento e 41,2 metros de diâmetro na parte mais larga. Alcança a velocidade de 135 km/h e sua massa total – incluindo o combustível e quatro motores de 1.100 HP de potência cada um – era de 214 toneladas. Transportava 45 tripulantes e 50 passageiros, estes últimos alojados em camarotes com água corrente e energia elétrica. O Hindenburg ascendia e mantinha-se no ar graças aos 17 balões menores instalados no seu bojo, isto é, dentro da estrutura, que continham um volume total de 20.000 m<sup>3</sup> de gás hidrogênio e deslocavam igual volume do ar. Dado:  $\rho_{\text{(hidrogênio)}} = 0,09 \text{ kg/m}^3$  e  $\rho_{\text{(ar)}} = 1,30 \text{ kg/m}^3$ .

Assinale a(s) proposição(ões) correta(s):

- 01 Deixando escapar parte do gás contido nos balões, era possível reduzir o empuxo e, assim, o dirigível poderia descer.
- 02 O Princípio de Arquimedes somente é válido para corpos mergulhados em líquidos e não serve para explicar por que um balão sobe.
- 04 O empuxo que qualquer corpo recebe do ar é causado pela variação da pressão atmosférica com a altitude.
- 08 É possível calcular o empuxo que o dirigível recebia do ar, pois é igual ao peso do volume de gás hidrogênio contido no seu interior.
- 16 Se considerarmos a massa específica do ar igual a  $1,30 \text{ kg/m}^3$ , o empuxo que o dirigível recebia do ar era igual a  $2,60 \times 10^5 \text{ N}$ .
- 32 A força ascensional do dirigível dependia única e exclusivamente dos seus motores.
- 64 Era graças à grande potência dos seus motores que o dirigível Hindenburg mantinha-se no ar.

Soma =

**48 Fuvest** Considere dois objetos cilíndricos maciços A e B, de mesma altura e mesma massa e com seções transversais de áreas, respectivamente,  $S_A$  e  $S_B = 2 \cdot S_A$ . Os blocos, suspensos verticalmente por fios que passam por uma polia sem atrito, estão em equilíbrio acima do nível da água de uma piscina, conforme mostra a figura. A seguir, o nível da água da piscina sobe até que os cilindros, cujas densidades têm valor superior à da água, fiquem em nova posição de equilíbrio, parcialmente imersos. A figura que melhor representa esta nova posição de equilíbrio é:



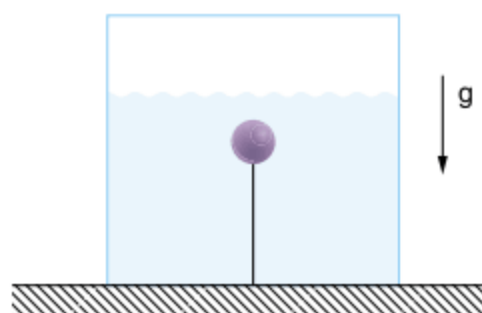
**49 PUC-RJ 2012** Um barco flutua de modo que metade do volume de seu casco está acima da linha da água. Quando um furo é feito no casco, entram no barco 500 kg de água até o barco afundar.

Calcule a massa do barco.

Dados:  $d_{\text{água}} = 1.000 \text{ kg/m}^3$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$

- (a) 1.500 kg
- (b) 250 kg
- (c) 1.000 kg
- (d) 500 kg
- (e) 750 kg

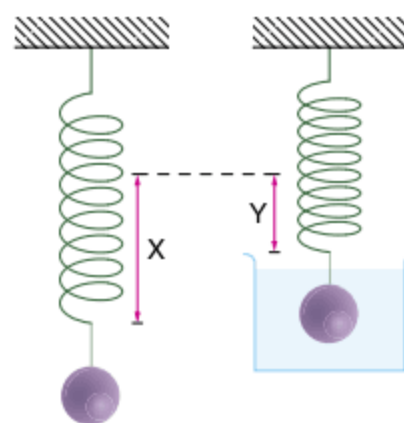
**50 Fuvest** Um objeto menos denso que a água está preso por um fio fino, fixado no fundo de um aquário cheio de água, conforme a figura.



Sobre esse objeto atuam as forças peso, empuxo e tensão no fio. Imagine que tal aquário seja transportado para a superfície de Marte, onde a aceleração gravitacional é de aproximadamente  $\frac{g}{3}$ , sendo  $g$  a aceleração da gravidade na Terra. Em relação aos valores das forças observadas na Terra, pode-se concluir que, em Marte:

- (a) o empuxo é igual e a tensão é igual.
- (b) o empuxo é igual e a tensão aumenta.
- (c) o empuxo diminui e a tensão é igual.
- (d) o empuxo diminui e a tensão diminui.
- (e) o empuxo diminui e a tensão aumenta.

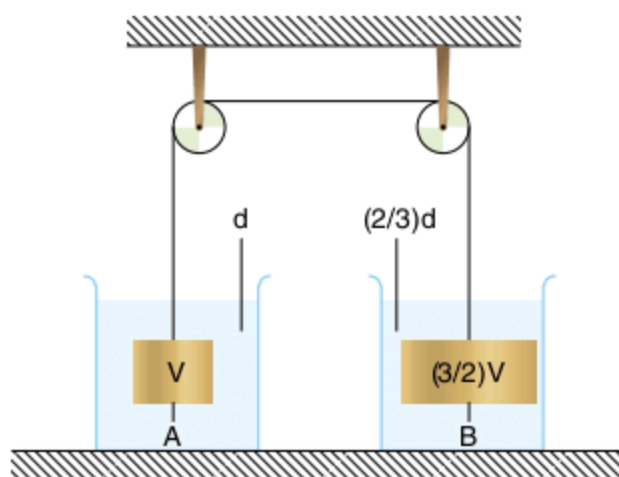
**51 UFV 2010** Uma esfera de volume  $V$  é pendurada na extremidade de uma mola de constante elástica  $K$ , fazendo com que a mola estique uma quantidade  $X$  (como mostra a figura a seguir). A esfera é, então, mergulhada em um recipiente com um líquido, fazendo com que a mola passe a ficar esticada de um valor  $Y$ . Sendo  $g$  o módulo da aceleração da gravidade, a densidade do líquido é:



- (a)  $\frac{K(X+Y)}{gV}$
- (b)  $\frac{K(X-Y)}{gV}$
- (c)  $\frac{KX}{gV}$
- (d)  $\frac{KY}{gV}$

**52 Unesp** Na figura, o bloco A, de volume  $V$ , encontra-se totalmente imerso num líquido de massa específica  $d$ , e o bloco B, de volume  $\left(\frac{3}{2}\right)V$ , totalmente imerso num líquido de massa específica  $\left(\frac{2}{3}\right)d$ . Esses blocos estão em repouso, sem tocar o

fundo do recipiente, presos por um fio de massa desprezível, que passa por polias que podem girar sem atrito.



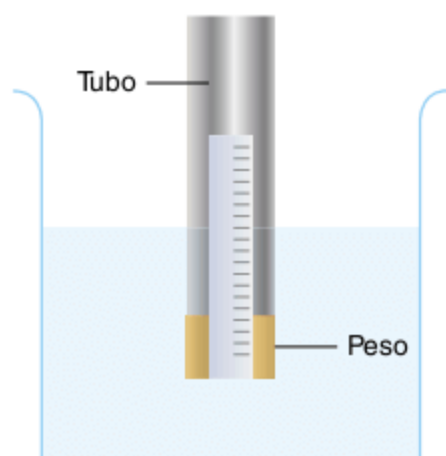
Se  $m_A$  e  $m_B$  forem, respectivamente, as massas de A e B, ter-se-á:

- (a)  $(m_B/m_A) = \frac{2}{3}$       (c)  $(m_B/m_A) = \frac{6}{5}$       (e)  $(m_B/m_A) = 2$   
 (b)  $(m_B/m_A) = 1$       (d)  $(m_B/m_A) = \frac{3}{2}$

**53 ITA** Um pedaço de gelo flutua em equilíbrio térmico com uma certa quantidade de água depositada em um balde. À medida que o gelo derrete, podemos afirmar que:

- (a) o nível da água no balde aumenta, pois haverá uma queda de temperatura da água.  
 (b) o nível da água no balde diminui, pois haverá uma queda de temperatura da água.  
 (c) o nível da água no balde aumenta, pois a densidade da água é maior que a densidade do gelo.  
 (d) o nível da água no balde diminui, pois a densidade da água é maior que a densidade do gelo.  
 (e) o nível da água no balde não se altera.

**54 Unifesp** Um estudante adota um procedimento caseiro para obter a massa específica de um líquido desconhecido. Para isso, utiliza um tubo cilíndrico transparente e oco, de secção circular, que flutua tanto na água quanto no líquido desconhecido. Uma pequena régua e um pequeno peso são colocados no interior desse tubo e ele é fechado. Qualquer que seja o líquido, a função da régua é registrar a porção submersa do tubo, e a do peso, fazer com que o tubo fique parcialmente submerso, em posição estática e vertical, como ilustrado na figura.



Quando no recipiente com água, a porção submersa da régua é de 10,0 cm e, quando no recipiente com o líquido desconhecido, a porção submersa é de 8,0 cm. Sabendo-se que a massa específica da água é  $1,0 \text{ g/cm}^3$ , o estudante deve afirmar que a massa específica procurada é:

- (a)  $0,08 \text{ g/cm}^3$       (c)  $0,8 \text{ g/cm}^3$       (e)  $1,25 \text{ g/cm}^3$   
 (b)  $0,12 \text{ g/cm}^3$       (d)  $1,0 \text{ g/cm}^3$

**55 Unicamp 2006** As baleias são mamíferos aquáticos dotados de um sistema respiratório altamente eficiente que dispensa um acúmulo muito elevado de ar nos pulmões, o que prejudicaria sua capacidade de submergir. A massa de certa baleia é de  $1,50 \cdot 10^5 \text{ kg}$  e o seu volume, quando os pulmões estão vazios, é igual a  $1,35 \cdot 10^2 \text{ m}^3$ .

- a) Calcule o volume máximo da baleia após encher os pulmões de ar, acima do qual a baleia não conseguiria submergir sem esforço. Despreze o peso do ar nos pulmões e considere a densidade da água do mar igual a  $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .  
 b) Qual é a variação percentual do volume da baleia ao encher os pulmões de ar até atingir o volume máximo calculado no item a? Considere que inicialmente os pulmões estavam vazios.  
 c) Suponha que uma baleia encha rapidamente seus pulmões em um local onde o ar se encontra inicialmente a uma temperatura de  $7 \text{ }^\circ\text{C}$  e a uma pressão de  $1,0 \text{ atm}$  ( $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ). Calcule a pressão do ar no interior dos pulmões da baleia, após atingir o equilíbrio térmico com o corpo do animal, que está a  $37 \text{ }^\circ\text{C}$ . Despreze qualquer variação da temperatura do ar no seu caminho até os pulmões e considere o ar um gás ideal.

**56 UFRJ 2009** Um cilindro homogêneo flutua em equilíbrio na água contida em um recipiente. O cilindro tem  $3/4$  de seu volume abaixo da superfície livre da água, como ilustra a figura 1.

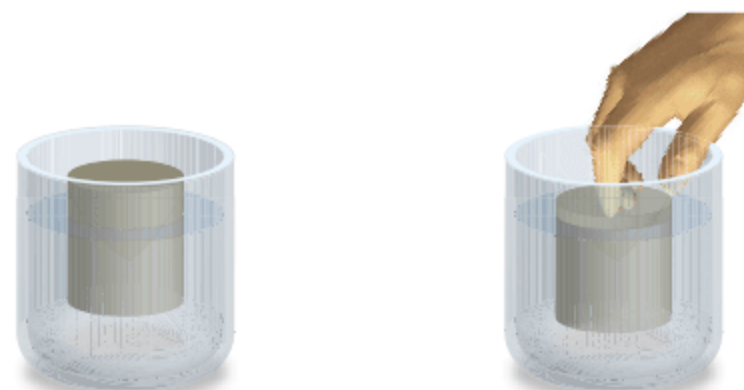


Figura 1

Figura 2

Para que esse cilindro permaneça em repouso com a sua face superior no mesmo nível que a superfície livre da água, uma força  $F$ , vertical e apontando para baixo, é exercida pela mão de uma pessoa sobre a face superior do cilindro, como ilustra a figura 2. Sabendo que o módulo de  $F$  é igual a  $2,0 \text{ N}$  e que a água está em equilíbrio hidrostático, calcule o módulo do peso do cilindro.

**57 Unesp 2009** As figuras mostram uma versão de um experimento imaginado pelo filósofo francês René Descartes e bastante explorado em feiras de ciências, conhecido como ludião: um tubinho de vidro fechado na parte superior e aberto na inferior, emborcado na água contida em uma garrafa PET, fechada e em repouso. O tubinho afunda e desce quando a garrafa é comprimida e sobe quando ela é solta.



Figura 1

Na figura 1, o ludião está em equilíbrio estático, com um volume aprisionado de ar de  $2,1 \text{ cm}^3$ , à pressão atmosférica  $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Com a garrafa fechada e comprimida, é possível mantê-lo em equilíbrio estático dentro d'água, com um volume de ar aprisionado de  $1,5 \text{ cm}^3$  (figura 2).



Figura 2

Determine a massa do tubinho e a pressão do ar contido no ludião na situação da figura 2. Despreze o volume deslocado pelas paredes do tubinho; supõe-se que a temperatura ambiente permaneça constante.

Adote, para a densidade da água,  $\rho_{\text{água}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$ .

**58 Uerj 2010** Em uma aula prática de hidrostática, um professor utiliza os seguintes elementos:

- um recipiente contendo mercúrio;
- um líquido de massa específica igual a  $4 \text{ g/cm}^3$ ;
- uma esfera maciça, homogênea e impermeável, com  $4 \text{ cm}$  de raio e massa específica igual a  $9 \text{ g/cm}^3$ .

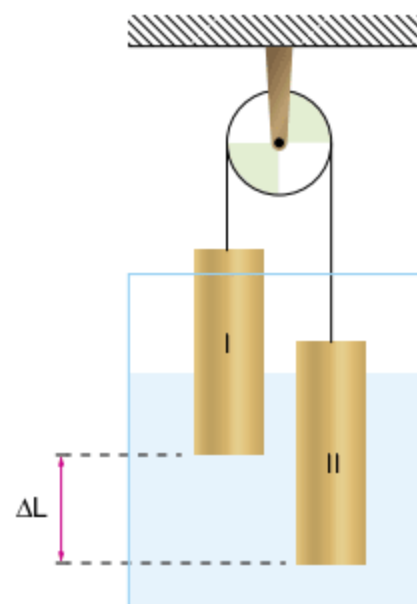
Inicialmente, coloca-se a esfera no recipiente; em seguida, despeja-se o líquido disponível até que a esfera fique completamente coberta.

Considerando que o líquido e o mercúrio são imiscíveis, estime o volume da esfera, em  $\text{cm}^3$ , imerso apenas no mercúrio. Considere a densidade do mercúrio igual a  $13,6 \text{ g/cm}^3$ .

**59 Ufes 2010** A uma determinada temperatura, um bloco de densidade  $\rho$  flutua em um líquido cuja densidade é o dobro da densidade do bloco.

- Desenhe o diagrama de forças que atuam no bloco em equilíbrio.
- Determine a razão entre o volume submerso e o volume total do bloco nessa temperatura.
- Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do líquido é cem vezes maior que o coeficiente de dilatação volumétrica  $\beta$  do bloco, determine qual deve ser a variação de temperatura para que o bloco fique com três quartos de seu volume submerso.

**60 UFG 2010** Em um recipiente contendo água colocam-se dois sólidos cilíndricos de mesmo comprimento e de mesma seção reta de área  $A$ , ligados por um fio inextensível de massa desprezível, o qual passa por uma polia ideal, conforme ilustrado a seguir.



Dados:

$$d_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0 \text{ g/m}^3$$

$$A = 2,0 \text{ cm}^2$$

$$\Delta L = 5,0 \text{ cm}$$

Considerando o exposto e que o sistema está em equilíbrio, a diferença de massa dos cilindros ( $m_I - m_{II}$ ), em gramas, é:

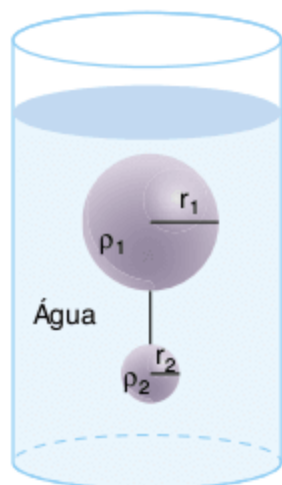
- 10,0
- 5,0
- 5,0
- 10,0
- 15,7

Texto para a questão 61.

Use quando necessário:

- Aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; Densidade da água  $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3 = 1.000 \text{ kg/m}^3$
- Constante  $\pi = 3,14$ .

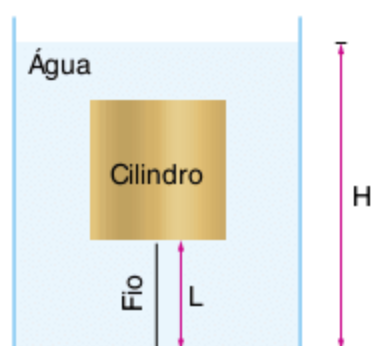
**61 UFJF 2010** Um estudante de Física faz um experimento no qual ele prende duas esferas de densidades  $\rho_1$  e  $\rho_2$  e raios  $r_1$  e  $r_2$  relacionados por  $\rho_1 = \rho_2/2$  e  $r_1 = 2r_2 = 10,0$  cm. O estudante amarra as esferas com um barbante de massa desprezível e coloca o conjunto dentro de um grande tanque contendo água. Como mostra a figura a seguir, o conjunto de esferas flutua totalmente submerso na água, mantendo uma tração  $T$  no barbante.



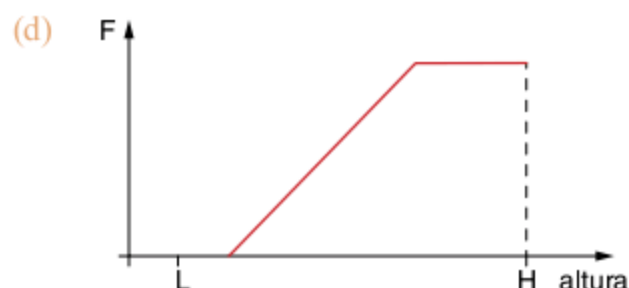
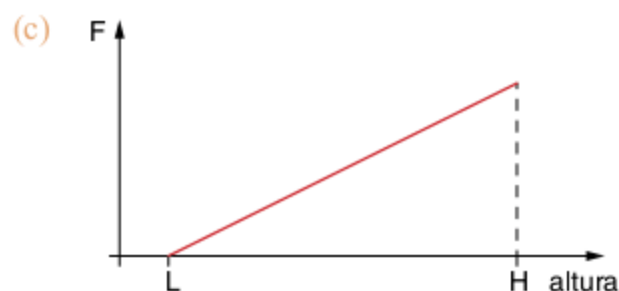
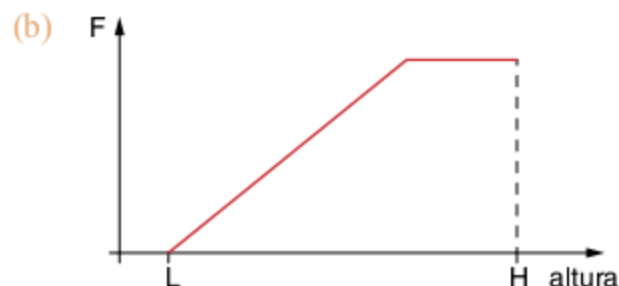
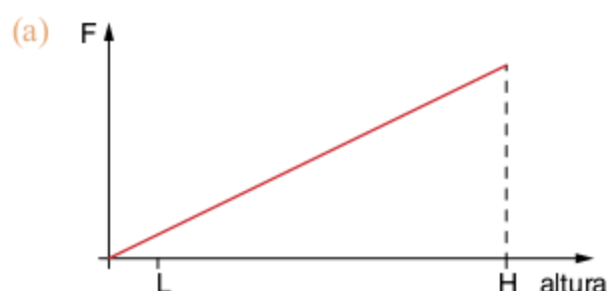
- Faça diagramas de forças que atuam nas esferas e identifique cada uma das forças.
- Calcule os módulos das forças de empuxo que atuam em cada esfera.
- Calcule as densidades das esferas.
- Calcule o módulo da tração  $T$  que atua no barbante.

**62 Uerj 2012** Um cilindro sólido e homogêneo encontra-se, inicialmente, apoiado sobre sua base no interior de um recipiente. Após a entrada de água nesse recipiente até um nível máximo de altura  $H$ , que faz o cilindro ficar totalmente submerso, verifica-se que a base do cilindro está presa a um fio inextensível de comprimento  $L$ . Esse fio está fixado no fundo do recipiente e totalmente esticado.

Observe a figura:



Em função da altura do nível da água, o gráfico que melhor representa a intensidade da força  $F$  que o fio exerce sobre o cilindro é:



**63 UFSC 2014** Pedro (50 kg), Tiago (53 kg) e João (60 kg), três jovens que passam férias em uma praia de Florianópolis, encontram uma prancha de surfe tamanho 6' 7", com largura do meio 18", espessura 2 3/8" e densidade  $0,05$  g/cm<sup>3</sup>. Como não entendem muito de surfe, mas conhecem muito de Física, resolvem fazer testes em uma piscina de água doce, realizar alguns cálculos e discutir conceitualmente sobre as propriedades físicas envolvidas na prática do surfe. Os jovens modelam a prancha como um paralelepípedo de comprimento 2,0 m, largura 0,45 m e altura 6,0 cm.

As conclusões obtidas foram sintetizadas nas afirmações abaixo.

Com base no enunciado, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- A altura da parte submersa da prancha quando flutua na água é de 0,3 cm.
- O princípio de Arquimedes declara que todo corpo leve flutua na água e todo corpo pesado afunda.
- Quando aumenta a densidade da água na qual a prancha está flutuando, diminui a altura da parte submersa.
- A prancha suportaria apenas o peso de Pedro e Tiago, em pé sobre ela, sem afundar.
- A força de empuxo que atua sobre a prancha em flutuação existe porque a pressão que a água exerce sobre a prancha aumenta com a profundidade.

Soma =

**64 AFA 2013** Uma esfera homogênea, rígida, de densidade  $\mu_1$  e de volume  $V$  se encontra apoiada e em equilíbrio na superfície inferior de um recipiente, como mostra a figura 1. Nesta situação a superfície inferior exerce uma força  $N_1$  sobre a esfera.



Figura 1

A partir dessa condição, o recipiente vai sendo preenchido lentamente por um líquido de densidade  $\mu$ , de tal forma que esse líquido esteja sempre em equilíbrio hidrostático. Num determinado momento, a situação de equilíbrio do sistema, no qual a esfera apresenta metade de seu volume submerso, é mostrada na figura 2.



Figura 2

Quando o recipiente é totalmente preenchido pelo líquido, o sistema líquido-esfera se encontra em uma nova condição de equilíbrio com a esfera apoiada na superfície superior do recipiente (figura 3), que exerce uma força de reação normal  $N_2$  sobre a esfera.

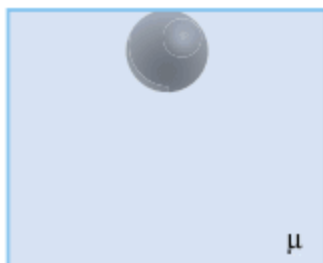


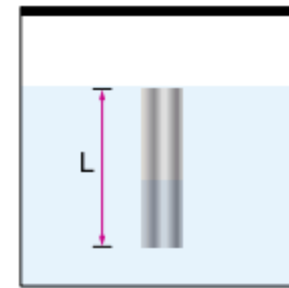
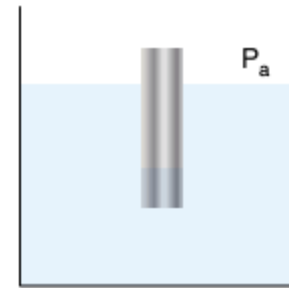
Figura 3

Nessas condições, a razão  $\frac{N_2}{N_1}$  é dada por:

- (a)  $\frac{1}{2}$
- (b) 1
- (c)  $\frac{3}{2}$
- (d) 2

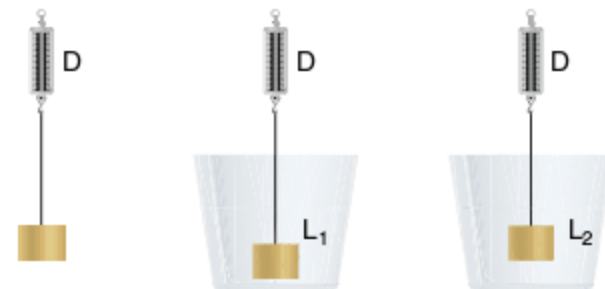
**65 ITA 2009** Para ilustrar os princípios de Arquimedes e de Pascal, Descartes emborcou na água um tubo de ensaio de massa  $m$ , comprimento  $L$  e área da seção transversal  $A$ . Sendo  $g$  a aceleração da gravidade,  $\rho_a$  massa específica da água, e desprezando variações de temperatura no processo, calcule:

- a) o comprimento da coluna de ar no tubo, estando o tanque aberto sob pressão atmosférica  $P_a$ .
- b) o comprimento da coluna de ar no tubo, de modo que a pressão no interior do tanque fechado possibilite uma posição de equilíbrio em que o topo do tubo se situe no nível da água (ver figura).



### Empuxo – balanças e dinamômetros

**66 Mackenzie**



Nas figuras acima, temos a ilustração da determinação do peso de um corpo, com o uso do dinamômetro “D”, em três situações distintas. Na primeira situação, mede-se o peso real do corpo, obtendo-se 100,0 N. Na segunda, com o corpo mergulhado num líquido  $L_1$ , de densidade  $\rho_1$ , mede-se seu peso aparente e obtém-se 92,0 N. Na terceira, com o corpo mergulhado num líquido  $L_2$ , de densidade  $\rho_2$ , o peso aparente obtido foi 73,6 N. A relação entre as densidades desses líquidos é:

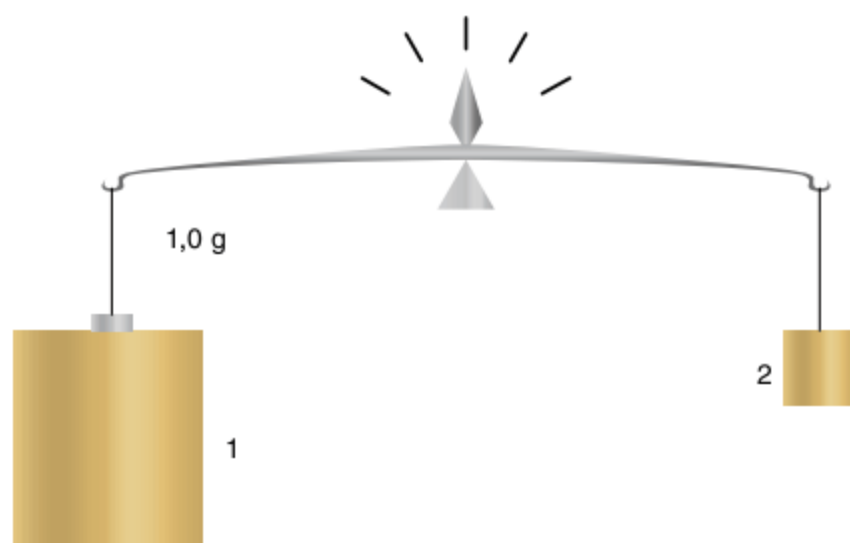
- (a)  $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = \left(\frac{5}{4}\right)$
- (b)  $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = \left(\frac{4}{5}\right)$
- (c)  $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = \left(\frac{10}{33}\right)$
- (d)  $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = 2,1$
- (e)  $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = 3,3$



**67 UFRGS 2013** Uma esfera maciça de aço está suspensa em um dinamômetro, por meio de um fio de massa desprezível, e todo este aparato está imerso no ar. A esfera, ainda suspensa ao dinamômetro, é então mergulhada completamente num líquido de densidade desconhecida. Nesta situação, a leitura do dinamômetro sofre uma diminuição de 30% em relação à situação inicial. Considerando a densidade do aço igual a  $8 \text{ g/cm}^3$ , a densidade do líquido, em  $\text{g/cm}^3$ , é aproximadamente:

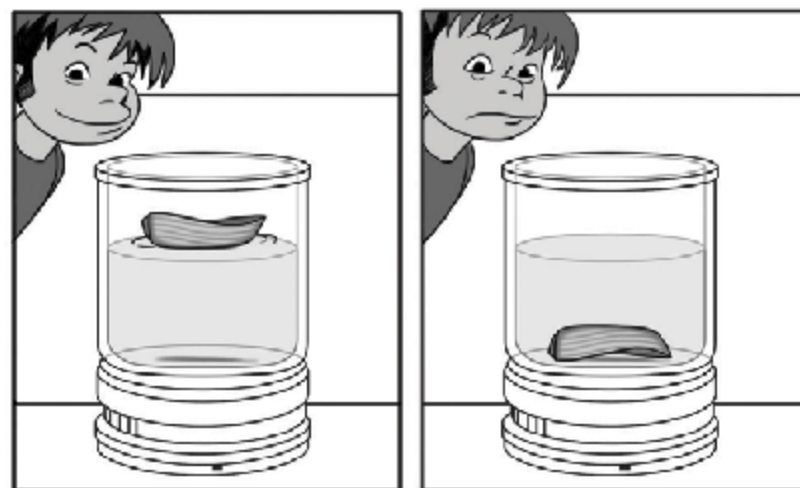
- (a) 1,0
- (b) 1,1
- (c) 2,4
- (d) 3,0
- (e) 5,6

**68 UFRJ 2009** Dois corpos, 1 e 2, têm a mesma massa, mas são constituídos de materiais diferentes, cujas respectivas densidades,  $\rho_1$  e  $\rho_2$ , são tais que  $\rho_1 = \rho_2/11$ . Quando os dois corpos são suspensos numa balança sensível de braços iguais, na presença do ar, verifica-se que é necessário adicionar um pequeno contrapeso de 1,0 g de massa ao corpo 1, de modo a compensar a diferença de empuxos causados pelo ar e equilibrar a balança como ilustra a figura a seguir.



Calcule os volumes  $V_1$  e  $V_2$  dos corpos 1 e 2 supondo que a densidade do ar tenha o valor  $\rho = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$  e que o volume do contrapeso seja desprezível.

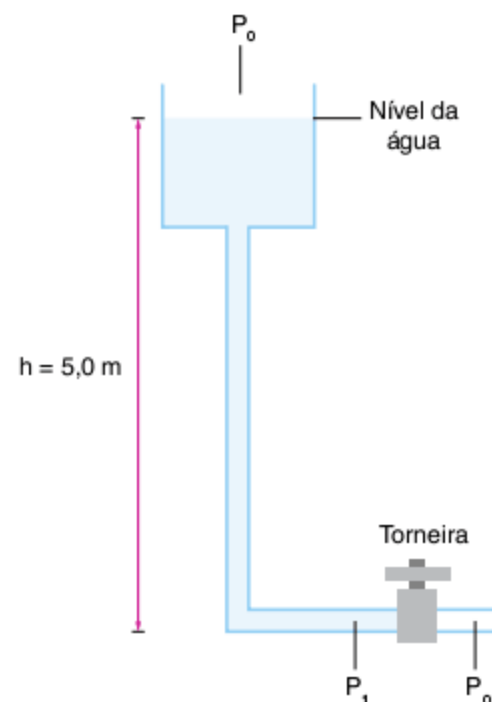
**69 UFRJ 2008** Realizando um experimento caseiro sobre hidrostática para seus alunos, um professor pôs, sobre uma balança, um recipiente graduado contendo água e um pequeno barco de brinquedo, que nela flutuava em repouso, sem nenhuma quantidade de água em seu interior. Nessa situação, a turma constatou que a balança indicava uma massa  $M_1$  e que a altura da água no recipiente era  $h_1$ . Em dado instante, um aluno mexeu inadvertidamente no barco. O barco encheu de água, foi para o fundo do recipiente e lá permaneceu em repouso. Nessa nova situação, a balança indicou uma massa  $M_2$  e a medição da altura da água foi  $h_2$ .



- a) Indique se  $M_1$  é maior, menor ou igual a  $M_2$ . Justifique sua resposta.
- b) Indique se  $h_1$  é maior, menor ou igual a  $h_2$ . Justifique sua resposta.

### Hidrodinâmica

**70 Unicamp 2007**



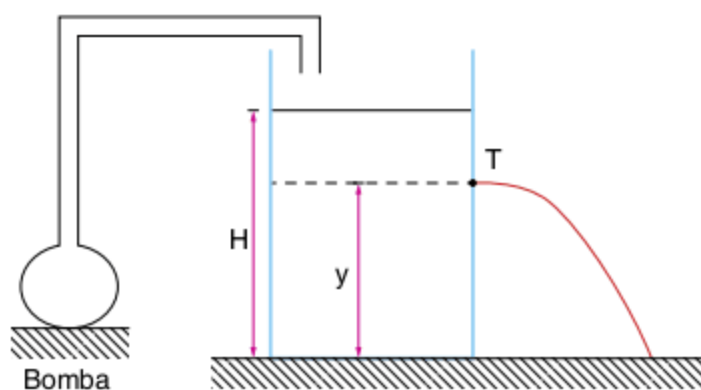
Uma torneira é usada para controlar a vazão  $\Phi$  da água que sai de um determinado encanamento. Essa vazão (volume de água por unidade de tempo) relaciona-se com a diferença de pressão dos dois lados da torneira (ver figura) pela seguinte expressão:

$$P_1 - P_0 = Z \cdot \Phi$$

Nesta expressão,  $Z$  é a resistência ao fluxo de água oferecida pela torneira. A densidade da água é  $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  e a pressão atmosférica  $P_0$  a é igual a  $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

- a) Qual é a unidade de  $Z$  no Sistema Internacional?
- b) Se a torneira estiver fechada, qual será a pressão  $P_1$ ?
- c) Faça uma estimativa da vazão de uma torneira doméstica, tomando como base sua experiência cotidiana. A partir dessa estimativa, encontre a resistência da torneira, supondo que a diferença de pressão ( $P_1 - P_0$ ) seja igual a  $4,0 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$ .

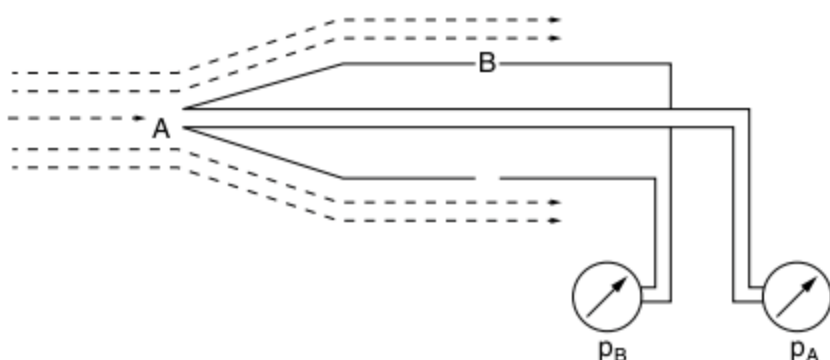
**71 Unirio** Uma bomba-d'água enche o reservatório, representado na figura, até a altura  $H$ . Assim que a água atinge esse nível a tampa  $T$ , de um escoadouro, é aberta. A tampa está a uma altura  $y$  do fundo do reservatório e sua vazão é igual a da bomba, que permanece ligada todo o tempo. Sabendo que a água sai horizontalmente pela tampa, determine a expressão para o alcance máximo,  $A_{MAX}$ , atingido pela água e a altura  $y$  do escoadouro. Despreze os atritos.



- (a)  $A_{MAX} = 2\sqrt{y(H-y)}$ ;  $y = \frac{H}{2}$
- (b)  $A_{MAX} = 2\sqrt{y(H-y)}$ ;  $y = \frac{H}{4}$
- (c)  $A_{MAX} = 2\sqrt{y(H-y)}$ ;  $y = \frac{H}{3}$
- (d)  $A_{MAX} = \sqrt{y(H-y)}$ ;  $y = \frac{H}{6}$
- (e)  $A_{MAX} = \sqrt{y(H-y)}$ ;  $y = \frac{H}{5}$

**72 UFPE 2010** Um recipiente cilíndrico de 40 litros está cheio de água. Nessas condições, são necessários 12 segundos para se encher um copo-d'água através de um pequeno orifício no fundo do recipiente. Qual o tempo gasto, em segundos, para se encher o mesmo copo-d'água quando temos apenas 10 litros d'água no recipiente? Despreze a pequena variação no nível da água, quando se está enchendo um copo de água.

**73 UFBA 2010**



A tragédia de um voo entre o Rio de Janeiro e Paris pôs em evidência um dispositivo, baseado na equação de Bernoulli, que é

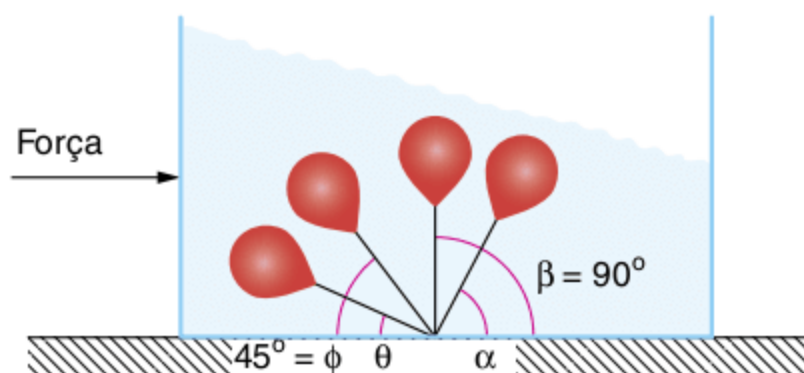
utilizado para medir a velocidade de um fluido, o chamado tubo de Pitot. Esse dispositivo permite medir a velocidade da aeronave com relação ao ar. Um diagrama é mostrado na figura. No dispositivo, manômetros são usados para medir as pressões  $p_A$  e  $p_B$  nas aberturas A e B, respectivamente.

Considere um avião voando em uma região onde a densidade do ar é igual a  $0,60 \text{ kg/m}^3$  e os manômetros indicam  $p_A$  e  $p_B$  iguais a  $63.630,0 \text{ N/m}^2$  e a  $60.000,0 \text{ N/m}^2$ , respectivamente.

Aplique a equação de Bernoulli nessa situação e determine a velocidade do avião com relação ao ar.

### Fluidos em movimento de corpo rígido

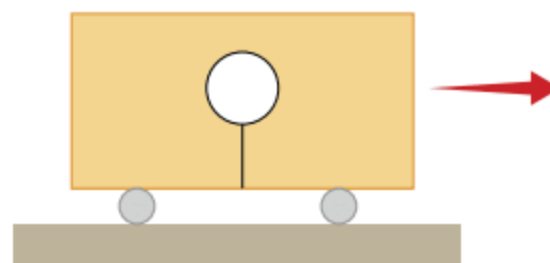
**74 Uece 2014** Uma boia completamente submersa em um tanque contendo água está presa ao fundo por uma linha inextensível e de massa desprezível. Esse tanque está sobre uma mesa horizontal e se desloca sem atrito sob a ação da força peso e de uma força constante também horizontal, conforme a figura a seguir.



A aceleração horizontal do tanque tem módulo ligeiramente menor do que o módulo da aceleração da gravidade. Assinale a opção que melhor representa o ângulo de inclinação da linha que prende a boia.

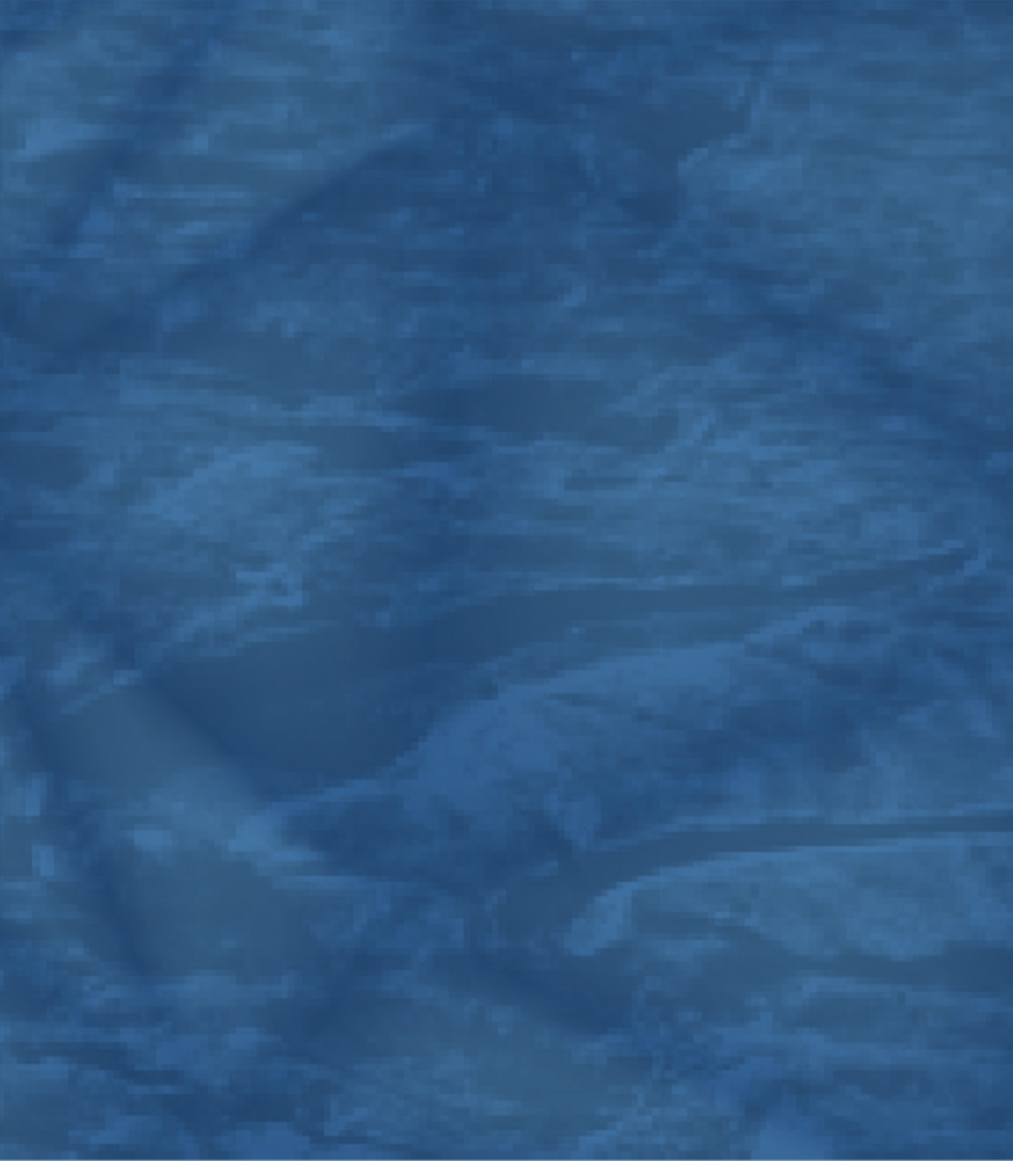
- (a)  $\beta$
- (b)  $\alpha$
- (c)  $\theta$
- (d)  $\Phi$

**75 ITA** Um balão contendo gás hélio é fixado, por meio de um fio leve, ao piso de um vagão completamente fechado. O fio permanece na vertical enquanto o vagão se movimenta com velocidade constante, como mostra a figura. Se o vagão é acelerado para frente, pode-se afirmar que, em relação a ele, o balão:



- (a) se movimenta para trás e a tração no fio aumenta.
- (b) se movimenta para trás e a tração no fio não muda.
- (c) se movimenta para frente e a tração no fio aumenta.
- (d) se movimenta para frente e a tração no fio não muda.
- (e) permanece na posição vertical.

# Frente 3



# Ondas periódicas

As nuvens são formadas por milhares de gotículas de água em suspensão. Nuvens recém-formadas e compostas de gotículas do mesmo tamanho podem ganhar cores brilhantes devido ao fenômeno da difração. Gotículas de água são obstáculos responsáveis pela difração da luz solar ao serem atingidos por ela. Pontos na superfície iluminada das gotículas agem como fontes secundárias de ondas; quando a luz espalhada por esses pontos combina-se, um padrão de difração é formado. Os fragmentos desse padrão de difração dão origem a um fenômeno incomum, as nuvens iridescentes.



## Ondas periódicas

Neste capítulo, passaremos a estudar não apenas pulsos isolados, mas, sim, uma sequência de pulsos que se repetem em intervalos de tempo iguais. A esta sucessão regular de pulsos chamamos de **onda periódica**. Uma onda periódica pode ser obtida, por exemplo, ao oscilarmos a extremidade livre de uma corda por um determinado intervalo de tempo.

Um exemplo importante de onda periódica é aquela formada por uma fonte que oscila em MHS.

### Ondas periódicas transversais

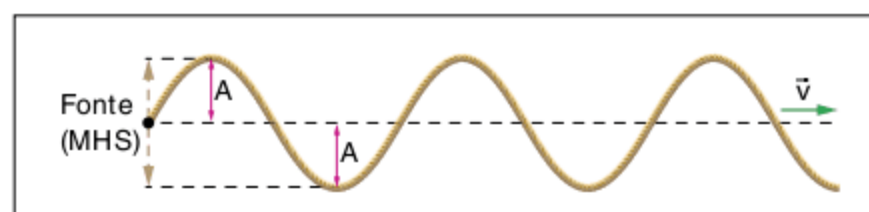


Fig. 1 Onda obtida a partir de uma fonte realizadora de MHS.

Na figura 1,  $A$  é a amplitude da onda e  $v$  é a velocidade com que a onda se propaga na corda. Nesta, os pontos atingidos pela onda oscilam com a mesma amplitude e frequência da fonte realizadora de MHS, porém com um atraso em relação à fonte. Os valores da frequência, da amplitude e do período de oscilação da fonte constituem, portanto, a frequência, a amplitude e o período de oscilação da onda em propagação.

Em uma onda, os pontos mais altos são denominados **cristas** e os pontos mais baixos são denominados **vales**.

A distância entre duas cristas ou entre dois vales é chamada de **comprimento de onda**.

O comprimento de onda é geralmente simbolizado por  $\lambda$  (letra grega *lambda*).

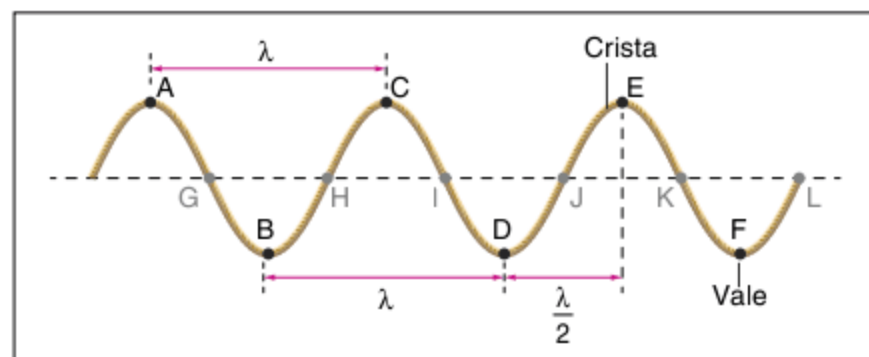


Fig. 2 Esquema de onda transversal.

#### Observação:

- I. Os pontos  $A$ ,  $C$  e  $E$  correspondem a cristas e possuem o mesmo comportamento, estando em concordância de fase.
- II. Os pontos  $B$ ,  $D$  e  $F$  correspondem a vales e possuem o mesmo comportamento, estando também em concordância de fase.
- III. Os pontos  $A$ ,  $C$  e  $E$ , comparados com os pontos  $B$ ,  $D$  e  $F$ , possuem comportamentos contrários. Quando  $A$ ,  $C$  e  $E$  são vales,  $B$ ,  $D$  e  $F$  são cristas. Dizemos que os pontos  $A$ ,  $C$  e  $E$  oscilam em oposição de fase em relação aos pontos  $B$ ,  $D$  e  $F$ .

Por meio da figura 2, pode-se verificar que o comprimento de onda pode ser definido como a menor distância entre dois pontos que oscilam em fase.

**Observação:** Dois pontos ( $P$  e  $P'$ ) oscilam em **concordância de fase** quando a distância entre eles é igual a um número inteiro de comprimentos de onda.

$$PP' = n \cdot \lambda, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Dois pontos ( $P$  e  $P'$ ) oscilam em **oposição de fase** quando a distância entre eles é igual a um número ímpar de semiondas.

$$PP' = m \cdot \frac{\lambda}{2}, \text{ para } m = 1, 3, 5, \dots$$

Supondo que a velocidade de propagação da onda seja  $v$ , então o comprimento de onda  $\lambda$  é definido como a distância percorrida pela onda em um intervalo de tempo igual a um período.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \lambda f$$

## ATENÇÃO!

É importante observar que a velocidade obtida pela equação anterior constitui a velocidade de propagação da onda e não a velocidade dos pontos da corda.

Os pontos da corda oscilam realizando um MHS e, portanto, possuem velocidades variáveis. Lembre-se:

$$v_p = -\omega A \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_0)$$

### Ondas periódicas longitudinais

Considere um tubo cilíndrico contendo gás em seu interior e provido de um êmbolo. Fazemos o êmbolo oscilar em MHS e vejamos a conformação assumida pelo gás em sucessivos e regulares intervalos de tempo.

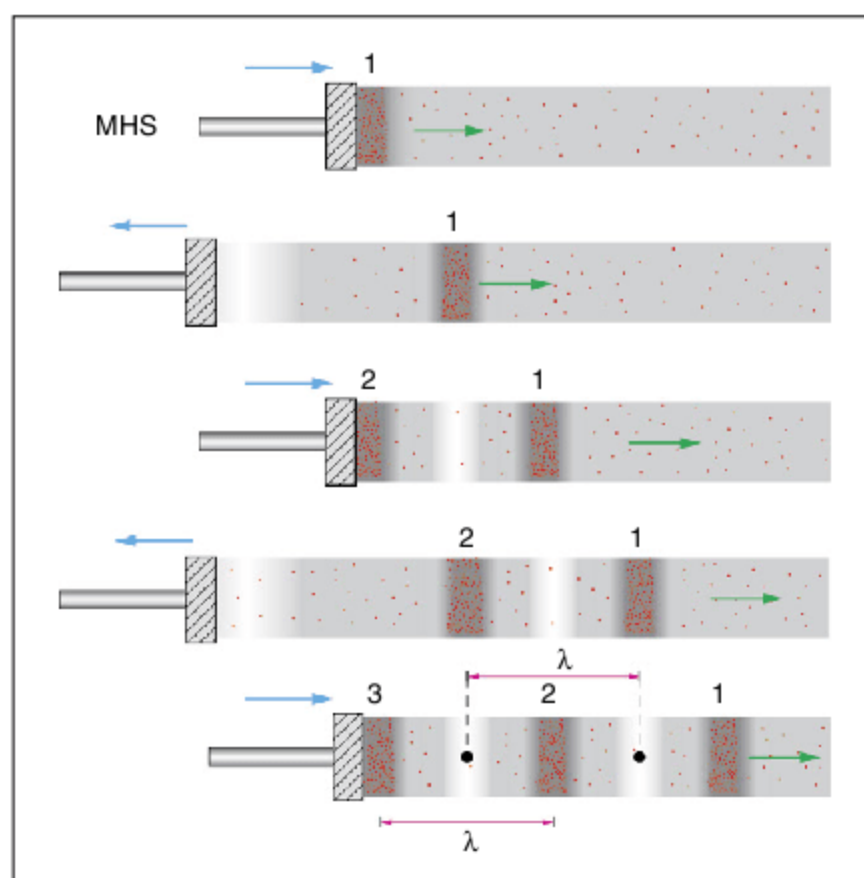


Fig. 3 Ondas periódicas longitudinais.

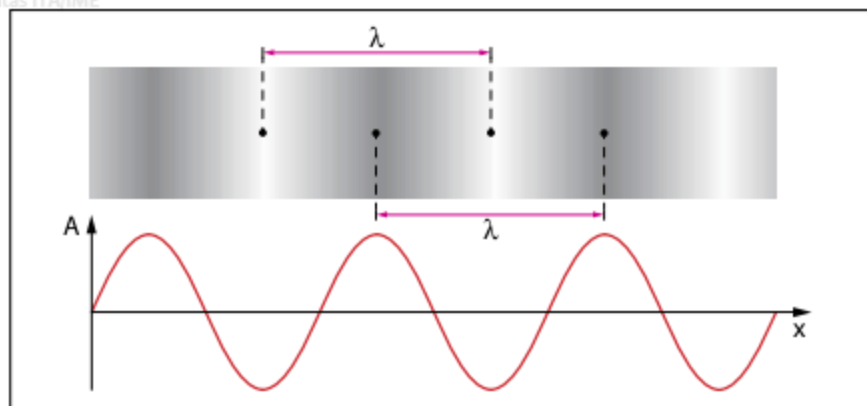


Fig. 4 Representação gráfica das sucessivas compressões e rarefações no gás.

Quando empurramos o êmbolo, temos uma região de **compressão** logo à frente dele. Ao puxarmos o êmbolo de volta, temos uma região de **rarefação** entre a região de compressão e o êmbolo.

Com o êmbolo oscilando em MHS, temos uma sucessão regular de compressões e rarefações.

A onda formada é longitudinal. Nesse caso também continua valendo a relação  $v = \lambda f$ , pois o comprimento de onda  $\lambda$  continua sendo a distância percorrida pela onda em um intervalo de tempo igual a um período.

## ATENÇÃO!

Nesse caso, o comprimento de onda  $\lambda$  é a distância entre os centros de duas compressões consecutivas ou a distância entre os centros de duas rarefações consecutivas.

**Observação:** Os centros das regiões de compressão estão em concordância de fase, assim como os centros das regiões de rarefação. O centro de uma região de compressão está em oposição de fase com os centros de todas as regiões de rarefação e vice-versa.

Assim:

Para os pontos P e P' em fase, temos:

$$PP' = n \cdot \lambda, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Para os pontos P e P' em oposição de fase, temos:

$$PP' = m \cdot \frac{\lambda}{2}, \text{ para } m = 1, 3, 5, \dots$$

## Função de onda unidimensional harmônica

Como já vimos, uma onda é unidimensional quando se propaga em uma dimensão e é harmônica quando é gerada por um movimento harmônico simples.

Passaremos agora a estudar a equação que nos dá a posição de cada ponto em uma corda onde se propaga uma onda transversal. Como já sabemos, se a fonte oscila em MHS, então todos os pontos da corda também oscilam em MHS, mas com um atraso em relação à fonte.

A equação do MHS realizado por qualquer ponto a uma distância qualquer da fonte pode ser obtida por meio do gráfico a seguir.

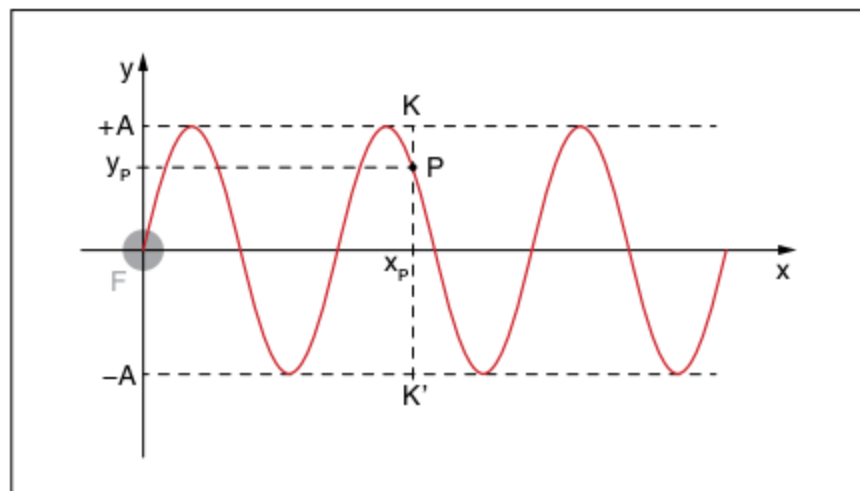


Fig. 5 Onda harmônica.

De acordo com a figura 5, o ponto P realiza um MHS sobre o segmento de reta  $KK'$  com o mesmo período, a mesma frequência e a mesma amplitude da fonte F.

Seja uma fonte F realizando um MHS de amplitude A, frequência f e período T, sabemos que a equação que nos dá a posição de P ao longo do eixo y é do tipo:  $y = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$  e que todos os pontos da corda repetem o MHS de F na vertical, com um determinado atraso de tempo; quanto mais distante o ponto estiver da fonte, maior será o atraso.

Consideremos um ponto P a uma distância  $x_p$  da fonte. O tempo que a onda leva para atingir P é  $\Delta t = \frac{x_p}{v}$ , em que v é a velocidade de propagação da onda.

Assim, P realizará um MHS vertical com um atraso em relação a F, obedecendo à equação:

$$y_p = A \cdot \cos[\omega(t - \Delta t) + \varphi_0]$$

como  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  e  $\Delta t = \frac{x_p}{v}$ , temos:

$$y_p = A \cdot \cos\left[\varphi_0 + \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x_p}{v}\right)\right]$$

$$y_p = A \cdot \cos\left[\varphi_0 + 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_p}{T \cdot v}\right)\right]$$

como  $T \cdot v = \lambda$ , finalmente:

$$y_p = A \cdot \cos\left[\varphi_0 + 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_p}{\lambda}\right)\right]$$

A equação anterior é denominada **equação da onda harmônica**.

Para  $\varphi_0 = 0$ , temos:

$$y_p = A \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_p}{\lambda}\right)\right]$$

## Velocidade da onda Ondas mecânicas

Analisemos primeiro a velocidade das ondas mecânicas. Como sabemos, as ondas mecânicas precisam de um meio elástico para se propagarem; sendo assim, a velocidade das ondas mecânicas deve depender do meio elástico de propagação.

Uma característica geral das ondas consiste na dependência da velocidade de propagação com as propriedades do meio (como densidade e elasticidade), e na independência entre esta velocidade e o movimento da fonte de ondas em relação ao meio; por exemplo, a velocidade de uma onda sonora provocada pelo apito de um trem depende somente das propriedades do ar, e não do movimento do trem.

Isso quer dizer que se o trem possui uma velocidade de aproximação  $v$  em relação a um observador, este não irá dizer que percebe o som se aproximando com uma velocidade  $v + v_{\text{som}}$ , e sim que a velocidade de aproximação do som produzido pelo apito será somente  $v_{\text{som}}$ .

Um dos fatores que alteram as propriedades elásticas do meio e, conseqüentemente, a velocidade de propagação das ondas mecânicas neste meio é a temperatura. O efeito da temperatura é mais pronunciado em gases e líquidos do que em sólidos. Veremos em acústica uma relação entre a velocidade de propagação do som e a temperatura do meio onde ocorre a propagação.

Outro fator que intervém na velocidade de propagação das ondas mecânicas é a forma de propagação da onda (transversal, longitudinal ou mista).

A velocidade das ondas longitudinais aumenta, geralmente, dos gases, passando pelos líquidos, até os sólidos.

Existem, porém, exceções; o som (uma onda longitudinal), por exemplo, propaga-se mais rapidamente no gás hidrogênio do que no líquido acetona. Nos sólidos, além da propagação longitudinal, há a propagação transversal das ondas, mais lenta.

### Ondas eletromagnéticas

Você já deve ter visto em óptica geométrica que a velocidade de propagação da luz no vácuo é de aproximadamente  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.

O grande físico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) demonstrou que a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo deveria ser:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$$

em que:

$\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo;  $\epsilon_0 \cong 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$

$\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo;  $\mu_0 \cong 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$

Se substituirmos os valores dessas constantes na equação que nos dá a velocidade das ondas eletromagnéticas, teremos o valor aproximado de  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, ou seja, as ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo com a mesma velocidade da luz.

Foi a partir dessa constatação que, em 1865, Maxwell demonstrou que a luz é uma onda eletromagnética.

## SAIBA MAIS

Em 1888, o físico alemão Heinrich Hertz provou a existência das ondas eletromagnéticas experimentalmente.

## ATENÇÃO!

No vácuo, todas as ondas eletromagnéticas apresentam a mesma velocidade de propagação de aproximadamente  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.

### Princípio de Huygens

#### Raio e frente de onda

Antes de estudarmos o Princípio de Huygens, devemos apresentar dois conceitos de fundamental importância: raio e frente de onda.

Considere a superfície de um lago tranquilo, sem ondulações. Imagine que alguém faça com que uma haste reta toque periodicamente a superfície do lago.

Teremos, então, a formação de ondas circulares. Em um instante  $t$  após o início da perturbação, temos a seguinte configuração.

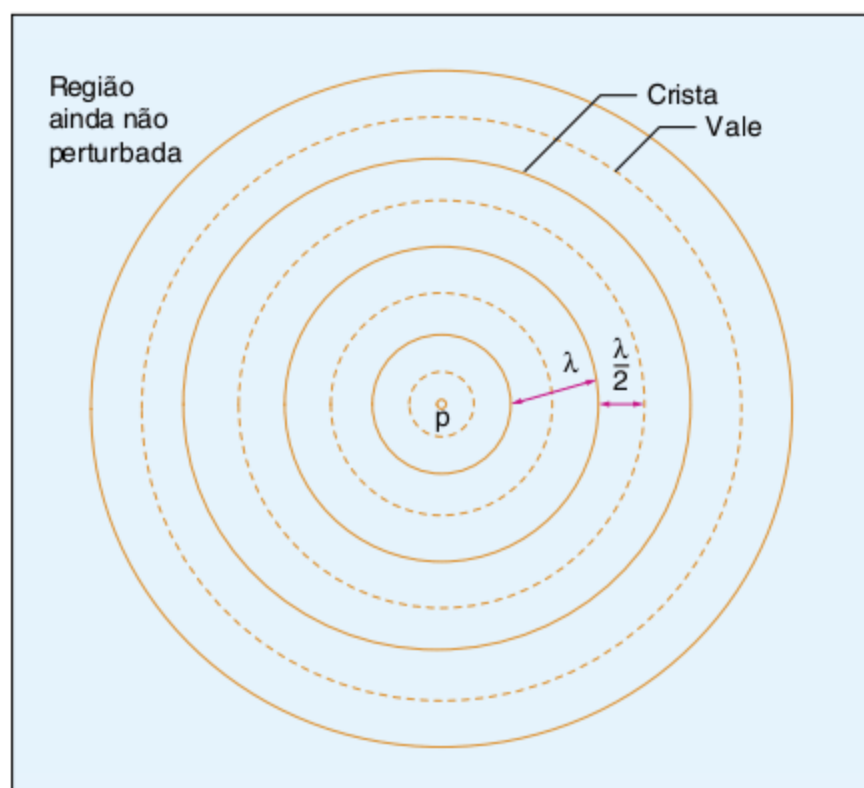


Fig. 6 Formação de onda circular em uma superfície.

No esquema da figura 6, observamos, no instante  $t$ , a onda bidimensional formada na superfície da água após o início da perturbação. Temos uma região já perturbada e uma região que ainda não foi perturbada. Veja que a separação da região já perturbada da região ainda não perturbada é feita por uma linha de onda, denominada **frente de onda**.

## ATENÇÃO!

Frente de onda é uma linha (ou superfície) formada por pontos da onda que estão em concordância de fase e que separam a região já perturbada da região não perturbada.

No caso de ondas esféricas, que são ondas tridimensionais, a frente de onda é uma superfície, uma esfera.

## ATENÇÃO!

**Raios de onda** são elementos geométricos (semirretas) que são traçados, a partir da fonte, de forma radial. Em meios homogêneos e isotrópicos, os raios de onda são perpendiculares às frentes de onda.

Agora que já temos o conceito de frente de onda, podemos enunciar o Princípio de Huygens, o qual nos permitirá determinar a posição da frente de onda com o passar do tempo.

O Princípio de Huygens diz que:

**Dada uma frente de onda, podemos considerar os seus pontos como fontes secundárias de ondas, ondas estas que se propagam no mesmo sentido e com a mesma velocidade das ondas geradas pela fonte principal, nos permitindo determinar a nova posição da frente de onda como sendo a da superfície que tangencia essas ondas secundárias.**

Veja a ilustração seguinte, que nos dá a posição de uma frente de onda plana e uma frente de onda circular no instante  $t_0 = 0$ . A figura nos mostra as novas posições das frentes de onda no instante  $t$  ( $t > t_0$ ), de acordo com o Princípio de Huygens.

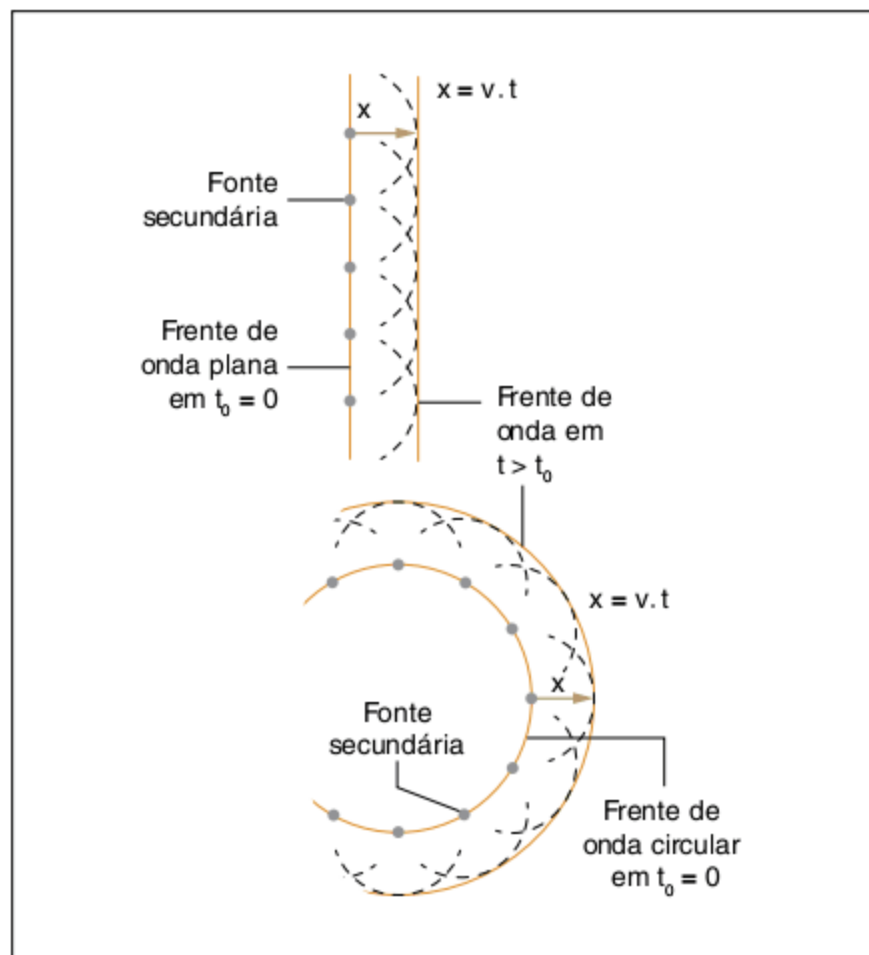


Fig. 7 Princípio de Huygens.

## Difração de ondas

A difração é um fenômeno característico das ondas e pode ser definido como a **capacidade que as ondas possuem de contornar obstáculos**.

Observe, nas figuras 8 e 9, como partículas e ondas se comportam perante uma abertura.

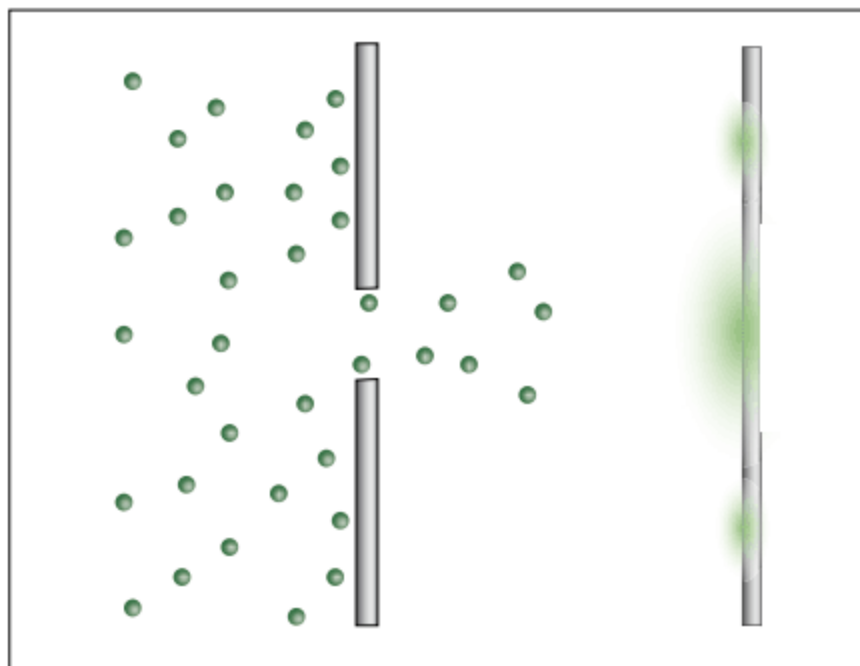


Fig. 8 Comportamento de uma corrente de partículas incidindo sobre um anteparo ao passar por uma pequena abertura.

Veja que no caso das ondas provenientes da fonte F, figura 9, a região atingida pelas ondas é bem maior que a atingida no caso das partículas, pois a onda sofre difração e pode então invadir a região, que é uma região de alcance geométrico impossível para as partículas.

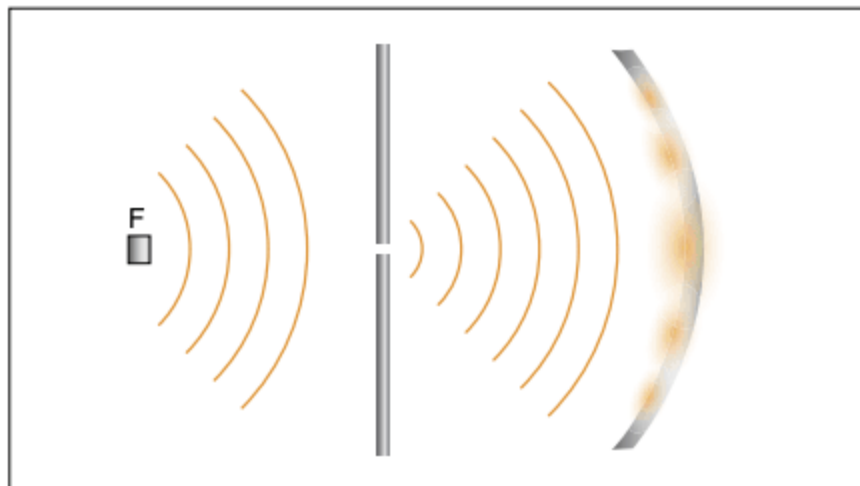


Fig. 9 Difração de onda ao passar por uma fenda simples.

A difração pode ser explicada pelo Princípio de Huygens. A frente de onda atinge as arestas da fenda, as quais passam a ser fontes secundárias de ondas, garantindo assim a deflexão dos raios de onda na região após o obstáculo, caracterizando a difração.

**Observação:** A difração é um fenômeno que diferencia ondas de partículas.

Um exemplo muito comum de difração pode ser observado com ondas sonoras. É comum duas pessoas conversarem estando em pontos diferentes de uma casa, mas não diretamente em uma mesma direção.

### Isotrópico

Igual em todas as direções. Um meio é chamado de isotrópico quando suas propriedades físicas são as mesmas em todas as direções.



O fenômeno da difração é mais pronunciado em certas condições; por exemplo, quando o comprimento de onda ( $\lambda$ ) tem mesma ordem de grandeza do obstáculo ou abertura sobre o qual a onda incide. Isto é, a difração será mais pronunciada quando  $\lambda \cong d$ ; em que  $d$  corresponde ao tamanho do obstáculo ou da abertura.

Portanto, para que o fenômeno de difração luminosa seja apreciável, devemos ter obstáculos ou aberturas muito pequenos.

Já para as ondas sonoras, que possuem comprimentos de onda entre 1,7 cm e 17 m, aproximadamente, a difração pode ser apreciável, considerando as dimensões do nosso mundo macroscópico.

Nas figuras 10 e 11, observe dois processos de difração, um em que  $\lambda \cong d$  e outro no qual  $\lambda$  é muito menor que  $d$ .

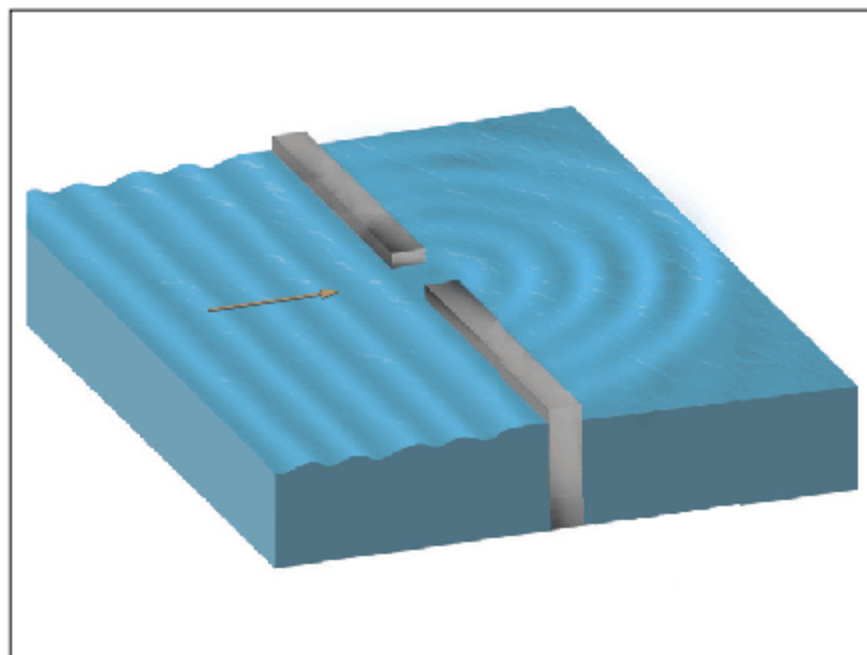


Fig. 10 Difração para  $d \cong \lambda$ .

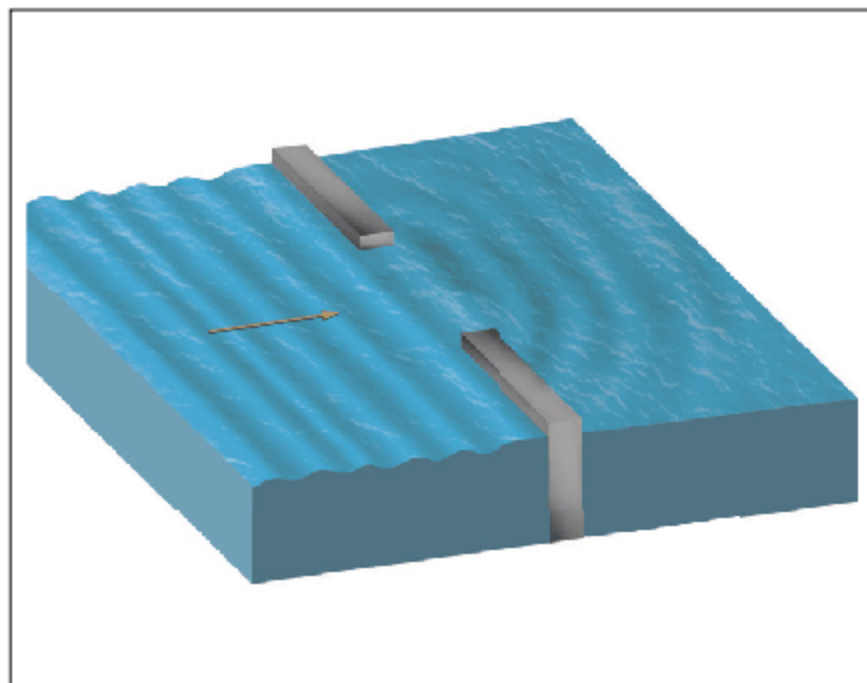


Fig. 11 Difração para  $d \gg \lambda$ .

## Intensidade e potência de uma onda

Já sabemos que uma onda transporta energia. Assim, os pontos do meio atingido pela onda serão atingidos pela energia transportada por ela. A energia associada à onda tem origem na

fonte; por exemplo, uma mão que oscila para baixo e para cima, no caso de uma corda, ou elétrons que oscilam em uma antena, no caso de uma onda eletromagnética.

Seja:

$$P_{m_f} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Desprezando-se eventuais perdas, a potência da fonte é transmitida na formação da onda; assim, sendo uma superfície de área  $A$  atingida perpendicularmente por uma onda de potência  $P$ , a intensidade média da onda na superfície é definida por:

$$I = \frac{P}{A}$$

As ondas tridimensionais atingem **superfícies**, enquanto as bidimensionais atingem **linhas**. No caso de ondas bidimensionais, a intensidade média será:

$$I = \frac{P}{\ell}$$

em que  $\ell$  é o comprimento da linha atingida perpendicularmente pela frente de onda.

Quando a área ou a linha atingida pela frente de onda tiverem o mesmo formato e o mesmo tamanho da frente de onda, então a potência que atravessa essa área ou essa linha será igual à potência da onda.

I. No caso de ondas bidimensionais circulares, as linhas atingidas pela onda têm formato circular e, portanto, comprimento igual ao de uma circunferência.

Assim, a intensidade em cada ponto de uma frente de onda circular distando  $r$  da fonte será:

$$I = \frac{P}{\ell} \Rightarrow I = \frac{P}{2\pi r}$$

**Observação:** A intensidade da onda circular é inversamente proporcional à distância da fonte.

II. No caso de uma onda tridimensional, a intensidade pode ser calculada de modo análogo, levando-se em conta que agora teremos uma superfície esférica atingida pela também esférica frente de onda da onda incidente. Assim, a intensidade da onda nos pontos da superfície será dada por:

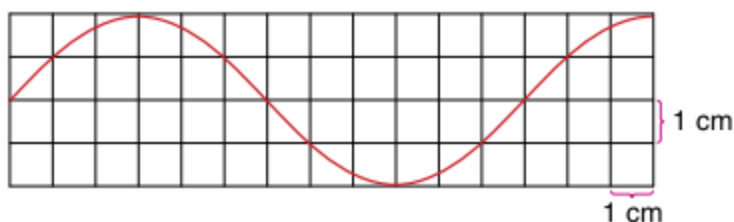
$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

**Observação:** A intensidade de uma onda esférica é inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto à fonte.

## Revisando

**1 Mackenzie (Adapt.)** Uma onda transversal se propaga obedecendo à função:  $y = 4 \cos \pi (20t - 4x)$ , no sistema CGS. Calcule a velocidade de propagação dessa onda.

**2 FCC** O gráfico representa a forma de um fio, em um determinado instante, por onde se propaga uma onda, cuja velocidade é de 6 m/s.

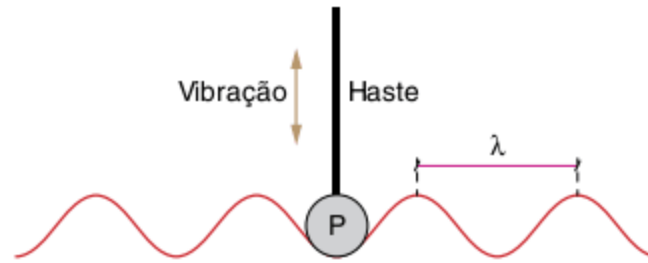


Determine:

- a amplitude da onda.
- o comprimento de onda.
- a frequência da onda.

**3 FCC (Adapt.)** Qual é a velocidade escalar de propagação de uma onda, em m/s, que se desloca em um meio homogêneo e isotrópico com frequência de 25 hertz e comprimento de onda igual a 100 metros?

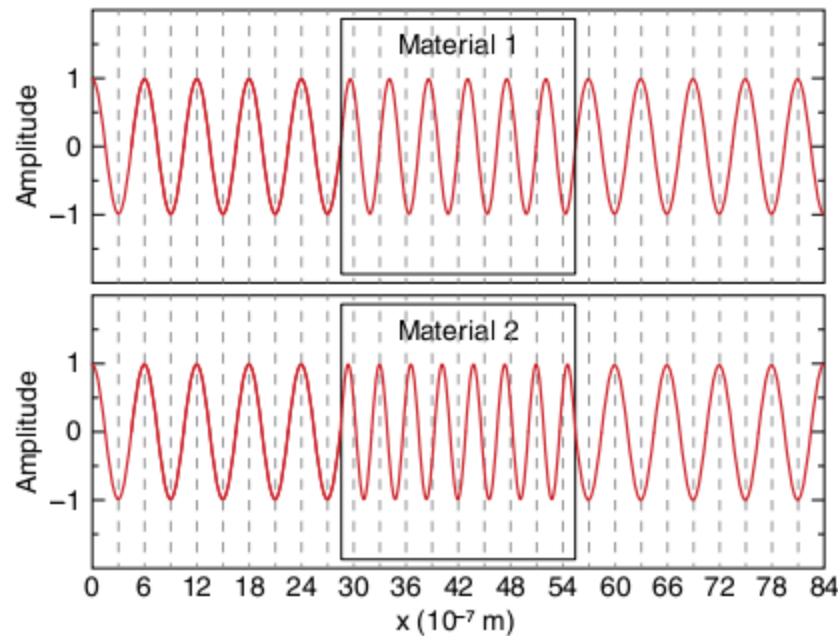
**4 Ufla 2008** Um vibrador é composto de uma haste com uma ponta P, a qual é encostada na superfície da água. A haste vibra verticalmente com frequência de 0,4 Hz, produzindo ondas circulares (figura a seguir); sendo a distância  $\lambda$  entre duas cristas de onda consecutivas de 2 cm.



Calcule:

- o tempo de uma oscilação completa da ponta P da haste.
- a velocidade de deslocamento da onda produzida.

**5 UFF 2010** As figuras a seguir mostram duas ondas eletromagnéticas que se propagam do ar para dois materiais transparentes distintos, de mesma espessura  $d$ , e continuam a se propagar no ar depois de atravessar esses dois materiais. As figuras representam as distribuições espaciais dos campos elétricos em certo instante de tempo. A velocidade das duas ondas no ar é  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.



- Determine o comprimento de onda e a frequência das ondas no ar.
- Determine os comprimentos de onda, as frequências e as velocidades das ondas nos dois meios transparentes e os respectivos índices de refração dos dois materiais.

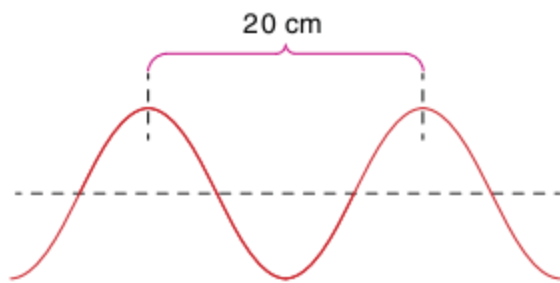
# Exercícios propostos

## Ondas periódicas

**1 GamaFilho** A equação de uma onda transversal é  $y = 4 \cos 2\pi \left( \frac{t}{0,2} - \frac{x}{40} \right)$  (SI). A sua velocidade de propagação é:

- (a) 4 m/s
- (b) 0,2 m/s
- (c) 40 m/s
- (d) 200 m/s
- (e)  $8\pi$  m/s

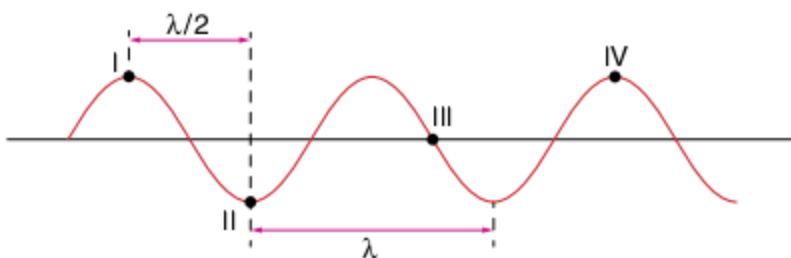
**2 FAU** Na figura a seguir, está apresentado o perfil de uma onda mecânica que se propaga com velocidade igual a 5,0 m/s.



Qual é a frequência dessa onda, em hertz?

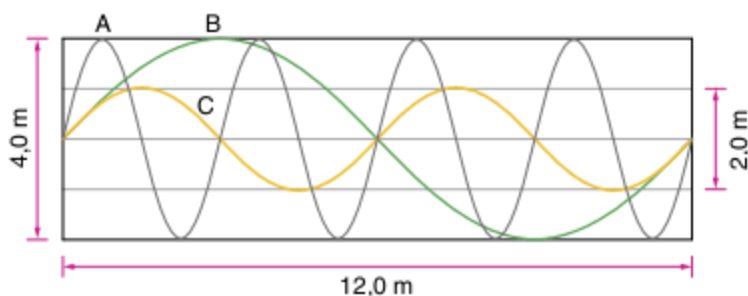
- (a) 10
- (b) 25
- (c) 30
- (d) 35
- (e) 40

**3 UFB** Na figura a seguir, são destacados quatro pontos de uma onda que se propaga numa corda, de acordo com a função  $y = 4 \cos 2\pi (10t - 2x)$ , sendo as distâncias dadas em centímetros e o tempo em segundos.



- a) A velocidade de propagação da onda é igual a:
- (a) 0,5 cm/s
  - (b) 2,0 cm/s
  - (c) 2,5 cm/s
  - (d) 5,0 cm/s
  - (e) 10,0 cm/s
- b) Os pontos que oscilam em concordância de fase são:
- (a) I e II.
  - (b) I e IV.
  - (c) II e III.
  - (d) II e IV.
  - (e) III e IV.

**4 Fatec 2009** Analise a figura a seguir.

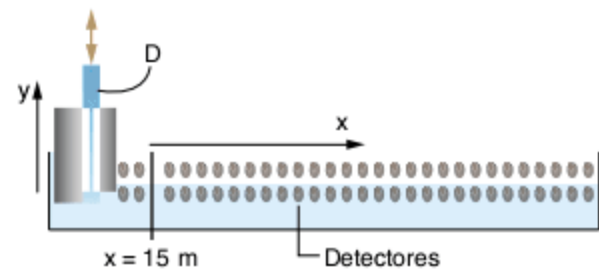


Nela estão representadas três ondas que se propagam em cordas idênticas, A, B e C, imersas no mesmo meio material e que

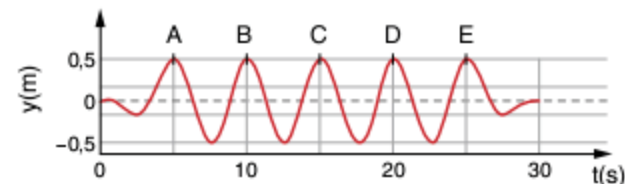
percorrem a distância de 12 m em 2,0 s. Dessa observação, pode-se afirmar que a frequência em:

- (a) A é maior que em B e o período em C é menor que em B.
- (b) B é maior que em A e o período em C é maior que em A.
- (c) C é menor que em A e o período em C é menor que em A.
- (d) A é menor que em B e o período em C é maior que em B.
- (e) B é igual à em A e em C e o período em C é igual ao em A e em B.

**5 Fuvest 2008** A propagação de ondas na água é estudada em grandes tanques, com detectores e *softwares* apropriados. Em uma das extremidades de um tanque de 200 m de comprimento, um dispositivo D produz ondas na água, sendo que o perfil da superfície da água, ao longo de toda a extensão do tanque, é registrado por detectores em instantes subsequentes. Um conjunto de ondas, produzidas com frequência constante, tem seu deslocamento  $y$ , em função do tempo, representado a seguir, tal como registrado por detectores fixos na posição  $x = 15$  m. Para esse mesmo conjunto de ondas, os resultados das medidas de sua propagação ao longo do tanque são apresentados no gráfico do perfil da superfície da água em função do deslocamento, para  $t = 25$  s. Esses resultados correspondem aos deslocamentos  $y$  do nível da água em relação ao nível de equilíbrio ( $y = 0$  m), medidos no instante  $t = 25$  s para diversos valores de  $x$ .

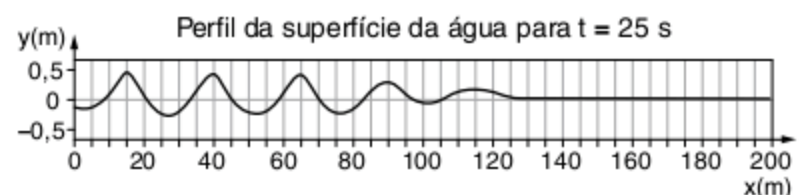


Perfil da superfície da água registrado, em função do tempo, pelo detector posicionado em  $x = 15$  m

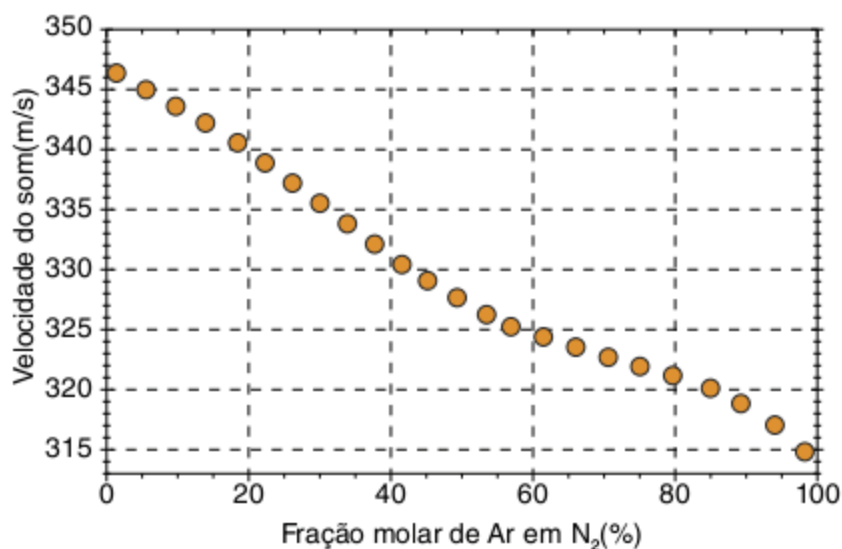


A partir desses resultados:

- a) estime a frequência  $f$ , em Hz, com que as ondas foram produzidas.
- b) estime o comprimento de onda  $\ell$ , em metros, das ondas formadas.
- c) estime a velocidade  $v$ , em m/s, de propagação das ondas no tanque.
- d) identifique, no gráfico a seguir (para  $t = 25$  s), as posições das ondas A, B, C, D e E, assinaladas na figura anterior, ainda que, como pode ser observado, as amplitudes dessas ondas diminuem com sua propagação.



**6 Unicamp 2004** Uma das formas de se controlar misturas de gases de maneira rápida, sem precisar retirar amostras, é medir a variação da velocidade do som no interior desses gases. Uma onda sonora com frequência de 800 kHz é enviada de um emissor a um receptor (vide esquema), sendo então medida eletronicamente sua velocidade de propagação em uma mistura gasosa. O gráfico a seguir apresenta a velocidade do som para uma mistura de argônio e nitrogênio em função da fração molar de Ar em  $N_2$ .

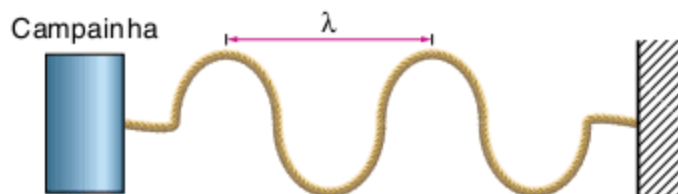


- Qual o comprimento de onda da onda sonora no  $N_2$  puro?
- Qual o tempo para a onda sonora atravessar um tubo de 10 cm de comprimento contendo uma mistura com uma fração molar de Ar de 60%?

**7 Ufal 2007** Gotas de água pingam de uma torneira, em um tanque cheio de água, a intervalos regulares de 0,40 s, produzindo ondas que se propagam na superfície do líquido. Verifica-se que a crista de uma onda percorre 75 cm em 2,5 s. Assinale as afirmações.

- As ondas produzidas são longitudinais.
- O período é  $T = 2,5$  s.
- A frequência da perturbação ondulatória é de 0,40 Hz.
- A velocidade da propagação é de 0,30 m/s.
- O comprimento de onda é de 12 cm.

**8 PUC-RS** A lâmina de uma campainha elétrica imprime a uma corda esticada 60 vibrações por segundo.



Se a velocidade de propagação das ondas na corda é de 12 m/s, então a distância  $\lambda$  entre duas cristas sucessivas, em metros, será de:

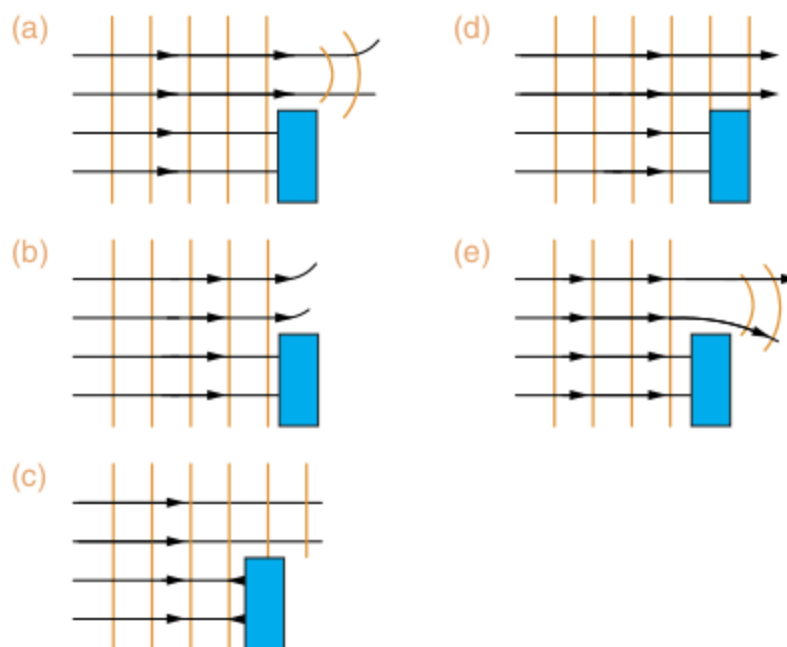
- 0,6
- 0,5
- 0,4
- 0,3
- 0,2

## Difração

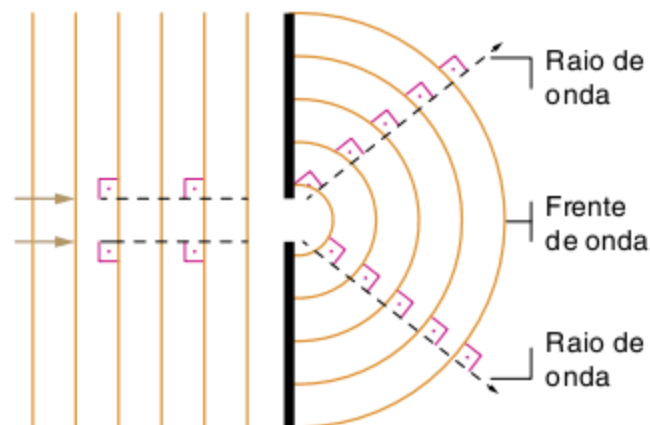
**9 Uerj 2009** É possível investigar a estrutura de um objeto com o uso da radiação eletromagnética. Para isso, no entanto, é necessário que o comprimento de onda dessa radiação seja da mesma ordem de grandeza das dimensões do objeto a ser investigado. Os raios *laser* são um tipo específico de radiação eletromagnética, cujas frequências se situam entre  $4,6 \cdot 10^{14}$  Hz e  $6,7 \cdot 10^{14}$  Hz. Considerando esses dados, demonstre por que não é possível utilizar fontes de *laser* para investigar o interior de um núcleo atômico esférico que tem um raio da ordem de  $10^{-15}$  m.

- 10 Med.Barb.** O fenômeno da difração quando a luz passa por uma janela da sala de sua casa não é observado, porque:
- o feixe que penetra pela janela é um feixe de luz paralelo.
  - aberturas retangulares não produzem a difração da luz.
  - o comprimento de onda da luz visível é muito menor que a largura da janela.
  - a luz não é monocromática.
  - o comprimento de onda da luz visível é menor que a largura da janela.

**11 PUC-MG** A figura que representa uma onda, a qual encontra um obstáculo de largura igual ao seu comprimento de onda, é:



**12** A figura a seguir mostra a passagem de um conjunto de ondas planas pela abertura em um anteparo.



O fenômeno representado é:

- refração.
- reflexão.
- difração.
- ressonância.
- interferência.

**13 Mackenzie** A difração luminosa é explicada com base no princípio de:

- (a) Laplace. (c) Newton. (e) Galileu.  
 (b) Huygens. (d) Arquimedes.

**14 Mackenzie** Assinalar a afirmação correta. O fenômeno da difração da luz:

- (a) é explicado pela natureza puramente corpuscular da luz.  
 (b) é independente da natureza física da luz.  
 (c) é explicado satisfatoriamente através dos princípios da óptica geométrica.  
 (d) é explicado com base na natureza ondulatória da luz.  
 (e) só existe quando se tem apenas uma onda monocromática incidente numa grade de difração.

### Intensidade e potência de ondas luminosas

**15 Unisinos** Uma pessoa encontra-se a 50 m de uma sirene quando esta emite um som. Se uma segunda pessoa estiver a 100 m da sirene, no mesmo instante, ela perceberá um som:

- (a) duplamente mais intenso do que a primeira pessoa.  
 (b) com a metade da intensidade da primeira pessoa.  
 (c) com uma intensidade quatro vezes maior do que a primeira pessoa.  
 (d) com uma intensidade quatro vezes menor do que a primeira pessoa.  
 (e) com a mesma intensidade que a primeira pessoa.

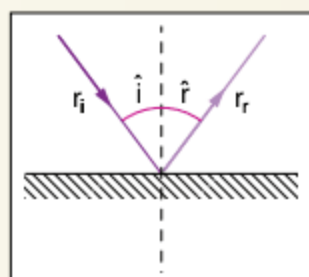
**16 ITA** A distância de Mercúrio ao Sol é de aproximadamente  $\frac{1}{3}$  daquela entre a Terra e o Sol. Superfícies planas, de mesma área, em Mercúrio e na Terra, perpendicularmente aos raios solares, respectivamente, recebem por segundo as energias  $U_M$  e  $U_T$ . Pode-se afirmar que  $\frac{U_M}{U_T}$  é igual a:

- (a)  $\frac{1}{3}$  (c) 9 (e) 1  
 (b) 3 (d)  $\frac{1}{9}$

## TEXTO COMPLEMENTAR

### Reflexão de ondas

Já estudamos a reflexão em meios unidimensionais (pulsos em cordas); agora estudaremos a reflexão de ondas bi e tridimensionais. Quando estudamos, em óptica geométrica, a reflexão da luz, nos familiarizamos com a seguinte ilustração:



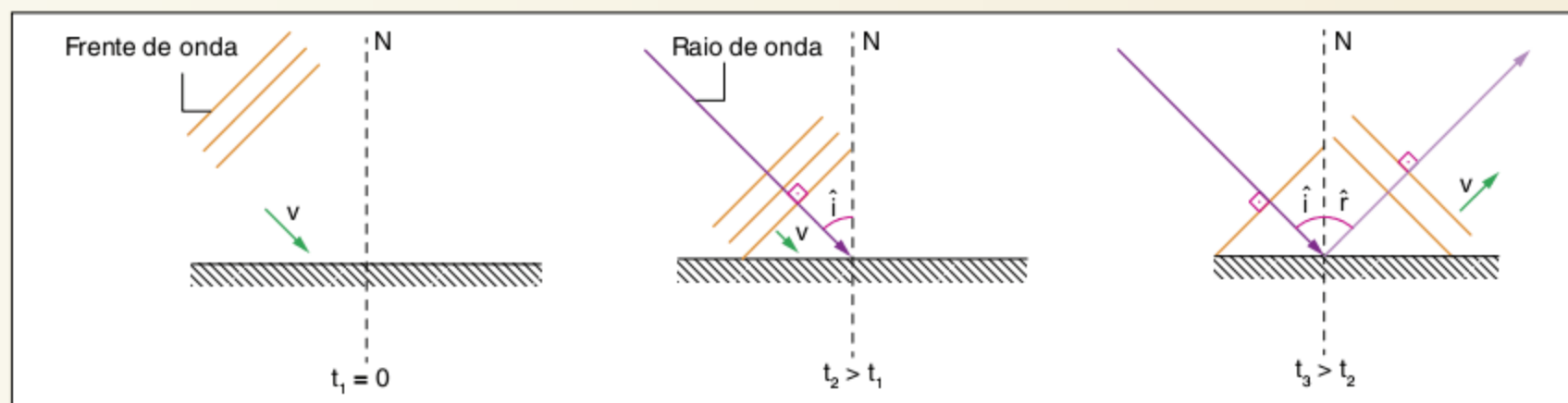
$\hat{i}$  é o ângulo de incidência.

$\hat{r}$  é o ângulo de reflexão.

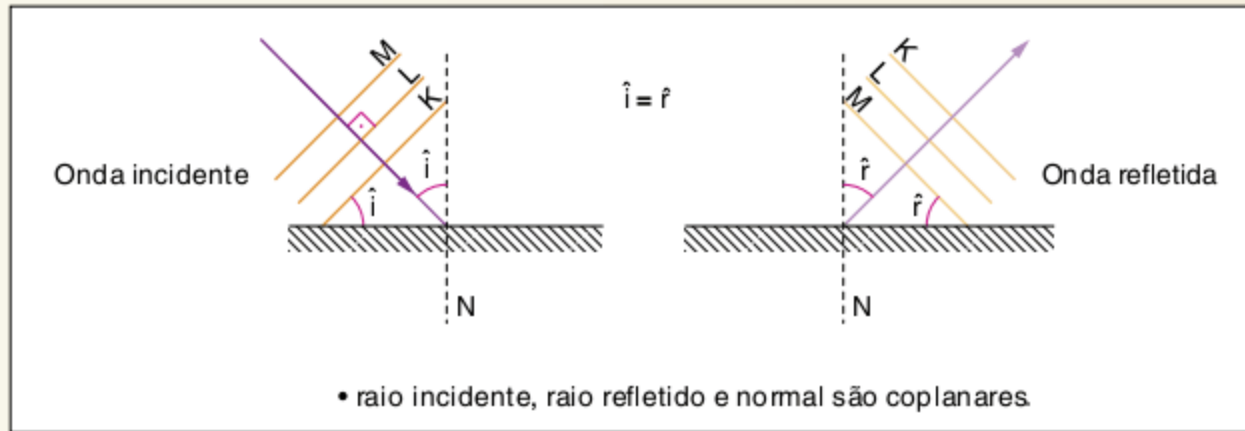
Se  $\hat{i} = \hat{r}$ , ocorre reflexão total.

Observe que representávamos as ondas luminosas pelos raios de luz, que nada mais são do que raios de onda. Se traçarmos superfícies esféricas perpendiculares aos raios de luz, teremos as superfícies de onda. O que valia para as ondas luminosas continua válido, só que agora para qualquer tipo de onda.

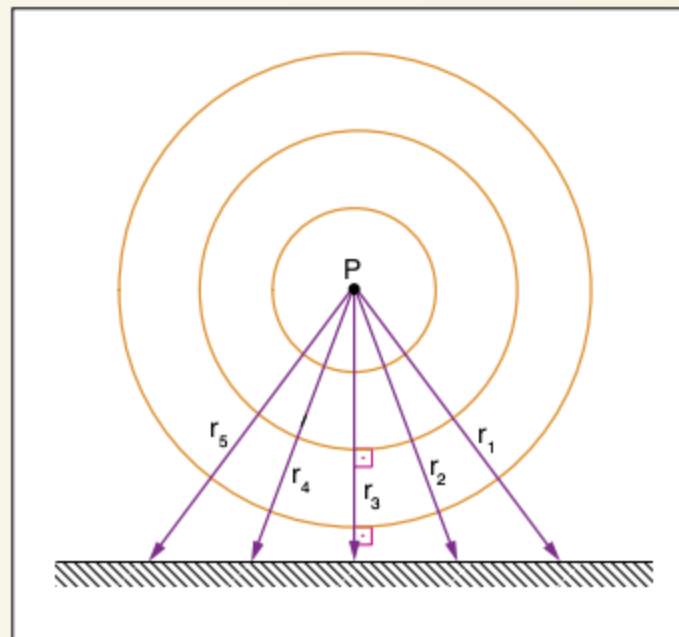
Veja a ilustração a seguir, na qual temos a incidência de uma frente de onda plana em um obstáculo, seguida de reflexão. Vejamos instantes sucessivos dessa reflexão.



Aqui também é válida a relação  $\hat{i} = \hat{r}$ .



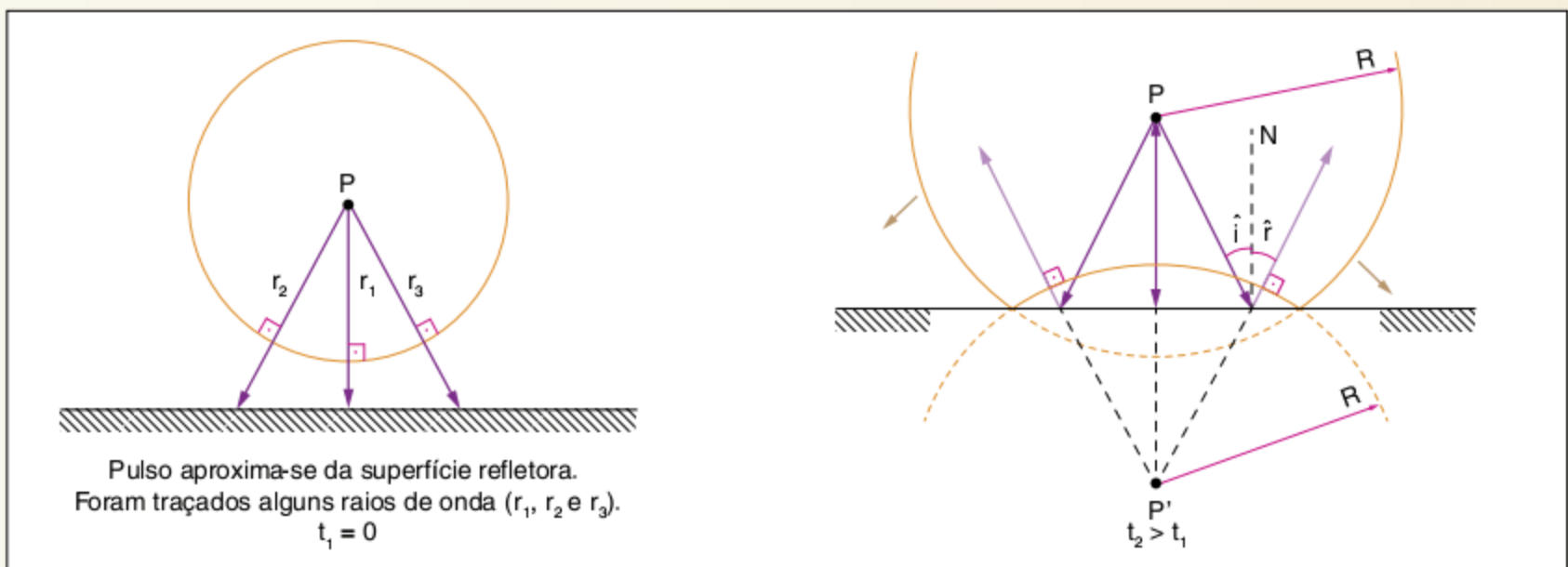
No caso anterior, vimos a reflexão de uma onda plana; vejamos agora a reflexão de ondas circulares.



Seja um ponto P da superfície de um lago em que uma fonte produz ondas periódicas que se aproximam de uma superfície refletora, como mostrado na figura anterior, qual será o aspecto das ondas refletidas? Como fazer para desenhá-las?

Devemos seguir a lei  $\hat{i} = \hat{r}$ ; façamos como era feito em óptica geométrica.

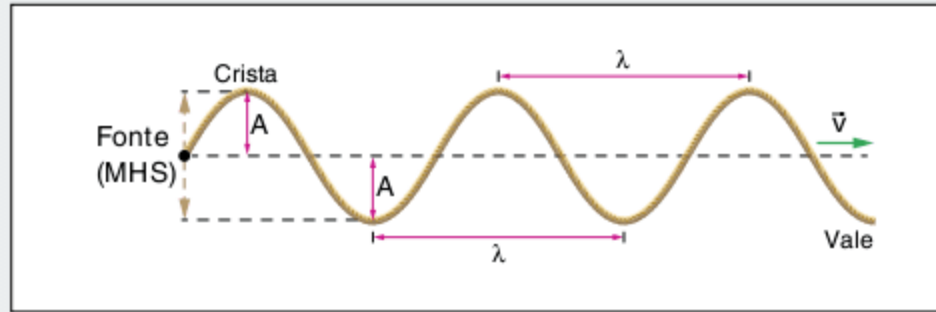
Para uma melhor visualização, consideremos um único pulso circular se aproximando da superfície refletora.



Para a determinação do aspecto do pulso refletido, deve-se determinar a posição simétrica da fonte em relação à superfície refletora e a partir daí traçar os raios de onda refletidos, a partir de  $P'$ , pois aí teremos  $\hat{i} = \hat{r}$ .

# RESUMINDO

**Ondas periódicas** podem ser produzidas por uma fonte que oscila em MHS; consistem em uma sequência de pulsos que se repetem em intervalos de tempo iguais. As ondas periódicas podem ser transversais ou longitudinais.

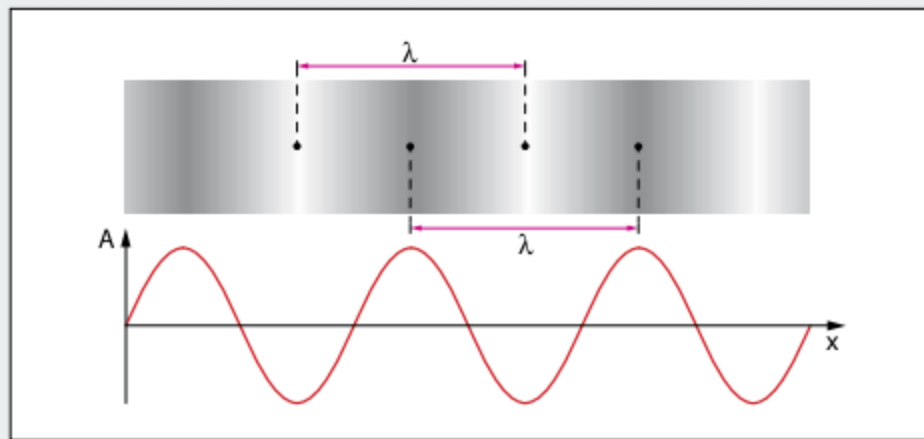


Onda periódica transversal.

$A$  é a amplitude da onda,  $v$  é a velocidade de propagação e  $\lambda$  é o comprimento de onda.

Em uma **onda periódica transversal**, os pontos mais altos são denominados **cristas** e os pontos mais baixos são denominados **vales**. A distância entre duas cristas ou dois vales é chamada de **comprimento de onda**.

O comprimento de onda de uma **onda periódica longitudinal** é a distância entre os centros de duas regiões de compressão consecutivas ou duas regiões de rarefação consecutivas.



Onda periódica longitudinal.

A distância percorrida por uma onda que se propaga com velocidade  $v$  em um intervalo de tempo igual a um período é:

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$$

Em uma onda transversal, todas as cristas possuem o mesmo comportamento e oscilam em concordância de fase, assim como os vales. Em uma onda longitudinal, os centros das regiões de compressão oscilam em concordância de fase, assim como os centros das regiões de rarefação. Desse modo, pode-se dizer que o comprimento de onda corresponde à menor distância entre dois pontos que oscilam em fase.

Dois pontos ( $P$  e  $P'$ ) oscilam em **concordância de fase** quando a distância entre eles é igual a um número inteiro de comprimentos de onda.

$$PP' = n \cdot \lambda, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Dois pontos ( $P$  e  $P'$ ) oscilam em **oposição de fase** quando a distância entre eles é igual a um número ímpar de semiondas.

$$PP' = m \cdot \frac{\lambda}{2}, \text{ para } m = 1, 3, 5, \dots$$

A posição de um ponto  $P$ , oscilando em MHS, em uma corda onde se propaga uma onda transversal unidimensional pode ser determinada pela seguinte equação:

$$y_p = A \cdot \cos [\omega(t - \Delta t) + \varphi_0]$$

ou

$$y_p = A \cos \left[ \varphi_0 + 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_p}{\lambda} \right) \right] \text{ (equação da onda harmônica)}$$

A velocidade de propagação das ondas depende das propriedades do meio. No vácuo, as ondas eletromagnéticas se propagam com a mesma velocidade de propagação da luz,  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s.

Em uma onda bidimensional, os pontos da **frente de onda** (linha que separa a região perturbada da região não perturbada) podem ser considerados como fontes secundárias de ondas, as quais se propagam com a mesma velocidade e frequência da onda primária e permitem determinar a nova posição da frente de onda, de acordo com o **Princípio de Huygens**. Esse princípio pode explicar o fenômeno



da **difração**, em que as arestas de um obstáculo ou fenda, ao serem atingidas por uma frente de onda, atuam como fontes secundárias, garantindo a deflexão dos raios de onda. O fenômeno da difração é mais pronunciado quando  $d \approx \lambda$ .

Uma frente de onda circular tem **intensidade**  $I = \frac{P}{\ell} = \frac{P}{2\pi r}$ . A intensidade de uma onda tridimensional, cuja frente de onda é uma superfície esférica, é dada por:  $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$ .

## ■ QUER SABER MAIS?



### SITES

- Ondas periódicas longitudinais  
[http://faraday.physics.utoronto.ca/YearLab/Intros/StandingWaves/Flash/long\\_wave.html](http://faraday.physics.utoronto.ca/YearLab/Intros/StandingWaves/Flash/long_wave.html)
- Difração em uma fenda simples  
[www.walter-fendt.de/ph14pt/singleslit\\_pt.htm](http://www.walter-fendt.de/ph14pt/singleslit_pt.htm)
- Difração e fenômenos atmosféricos  
[www.atoptics.co.uk/droplets/corform.htm](http://www.atoptics.co.uk/droplets/corform.htm)
- Polarização  
<http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/SternGerlach/Polarisation.html>
- Tubo de chamas  
[www.mindbites.com/lesson/4608-physics-in-action-sound-waves-in-a-flaming-pipe](http://www.mindbites.com/lesson/4608-physics-in-action-sound-waves-in-a-flaming-pipe)
- Difração da luz  
[www.youtube.com/watch?v=-mNQW5OShMA&feature=related](http://www.youtube.com/watch?v=-mNQW5OShMA&feature=related)

## Exercícios complementares

### Questões gerais

**1 PUC-SP** No ar e em condições normais de temperatura e pressão, uma fonte sonora emite um som cujo comprimento de onda é de 25 cm. Supondo a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s, a frequência do som emitido é de:

- (a) 1,36 kHz      (c) 2,72 kHz      (e) 3,40 kHz  
(b) 1,60 kHz      (d) 3,20 kHz

**2 PUC** Um trem de ondas senoidais de frequência 440 Hz propaga-se ao longo de uma corda tensa. Verifica-se que a menor distância que separa dois pontos que estão sempre em oposição de fase é 40 cm. Nestas condições, a velocidade de propagação das ondas na corda tem valor:

- (a) 550 m/s      (c) 480 m/s      (e) 352 m/s  
(b) 532 m/s      (d) 402 m/s

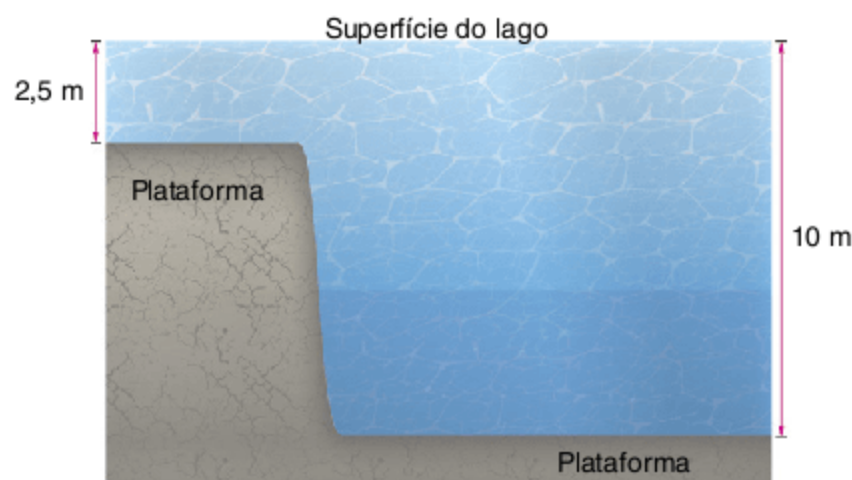
**3** A figura a seguir mostra uma onda propagando-se para a direita em uma corda, com velocidade de 12,0 m/s. O ponto P, ao ser atingido pela onda, leva  $3,0 \cdot 10^{-2}$  s para retornar pela primeira vez à posição inicial.



O comprimento de onda é:

- (a)  $2,5 \cdot 10^{-3}$  m      (c)  $3,6 \cdot 10^{-1}$  m      (e)  $4,0 \cdot 10^2$  m  
(b)  $2,0 \cdot 10^2$  m      (d)  $7,2 \cdot 10^{-1}$  m

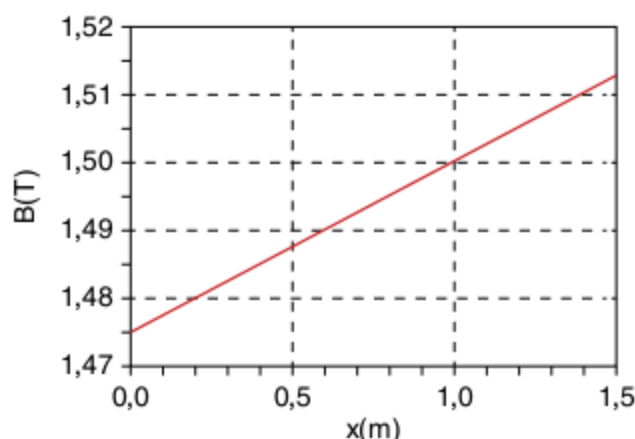
**4 Unesp 2008** Considere um lago onde a velocidade de propagação das ondas na superfície não dependa do comprimento de onda, mas apenas da profundidade. Essa relação pode ser dada por  $v = \sqrt{gd}$ , onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $d$  é a profundidade. Duas regiões desse lago têm diferentes profundidades, como ilustrado na figura.



O fundo do lago é formado por extensas plataformas planas em dois níveis; um degrau separa uma região com 2,5 m de profundidade de outra com 10 m de profundidade. Uma onda plana, com comprimento de onda  $\lambda$ , forma-se na superfície da região rasa do lago e propaga-se para a direita passando pelo desnível. Considerando que a onda em ambas as regiões possui mesma frequência, pode-se dizer que o comprimento de onda na região mais profunda é:

- (a)  $\frac{\lambda}{2}$       (c)  $\lambda$       (e)  $\frac{2\lambda}{3}$   
(b)  $2\lambda$       (d)  $\frac{3\lambda}{2}$

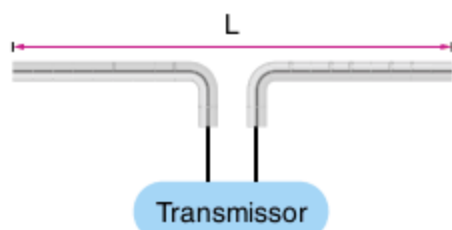
**5 Unicamp 2008** O diagnóstico precoce de doenças graves, como o câncer, aumenta de maneira significativa a chance de cura ou controle da doença. A tomografia de Ressonância Magnética Nuclear é uma técnica de diagnóstico médico que utiliza imagens obtidas a partir da absorção de radiofrequência pelos prótons do hidrogênio submetidos a um campo magnético. A condição necessária para que a absorção ocorra, chamada condição de ressonância, é dada pela equação  $f = \gamma \cdot B$ , sendo  $f$  a frequência da radiação,  $B$  o campo magnético na posição do próton e  $\gamma \cong 42 \text{ MHz/T}$ .



Para se mapear diferentes partes do corpo, o campo magnético aplicado varia com a posição ao longo do corpo do paciente.

- Observa-se que a radiação de frequência igual a 63 MHz é absorvida quando um paciente é submetido a um campo magnético que varia conforme o gráfico acima. Em que posição  $x$  do corpo do paciente esta absorção ocorre?
- O comprimento de onda é a distância percorrida pela onda durante o tempo de um período. O período é igual ao inverso da frequência da onda. Qual é o comprimento de onda da radiofrequência de 63 MHz no ar, sabendo-se que sua velocidade é igual a  $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ?

**6 UTFPR 2009** Para a construção de uma antena radiotransmissora são necessários elementos condutores de comprimento total  $L$ , correspondente a meio comprimento de onda da radiação eletromagnética em operação. Considerando-se que uma estação FM transmite sua programação na frequência de 100,0 MHz, determine o valor de  $L$  conforme a figura a seguir.



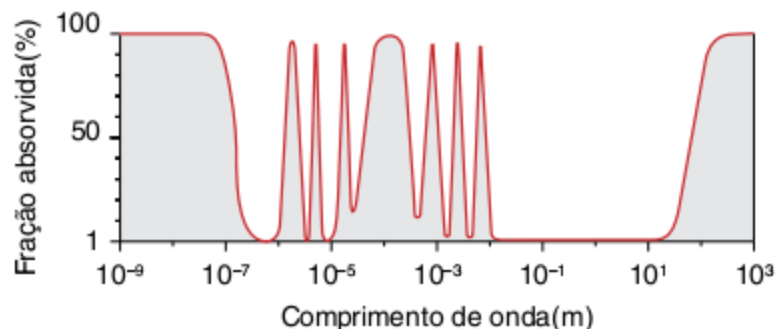
(Suponha que a velocidade de propagação da onda seja aproximadamente igual à da luz no vácuo.)

- 1,5 m
- 2,8 m
- 4,2 m
- 5,6 m
- 7,0 m

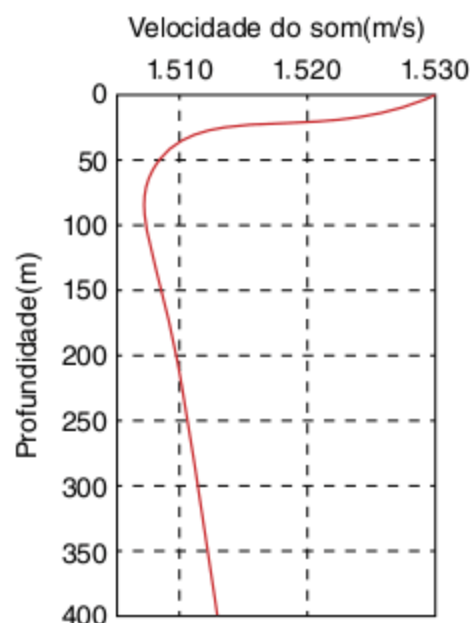
**7 Unicamp 2005** O sistema GPS (*Global Positioning System*) consiste em um conjunto de satélites em órbita em torno da Terra que transmitem sinais eletromagnéticos para receptores na superfície terrestre. A velocidade de propagação dos sinais é de 300.000 km/s. Para que o sistema funcione bem, a absorção atmosférica desse sinal eletromagnético deve ser

pequena. A figura a seguir mostra a porcentagem de radiação eletromagnética absorvida pela atmosfera em função do comprimento de onda.

- A frequência do sinal GPS é igual a 1.500 MHz. Qual o comprimento de onda correspondente? Qual a porcentagem de absorção do sinal pela atmosfera?
- Uma das aplicações mais importantes do sistema GPS é a determinação da posição de um certo receptor na Terra. Essa determinação é feita através da medida do tempo que o sinal leva para ir do satélite até o receptor. Qual é a variação  $\Delta t$  na medida do tempo feita pelo receptor que corresponde a uma variação na distância satélite-receptor de  $\Delta x = 100 \text{ m}$ ? Considere que a trajetória do sinal seja retilínea.

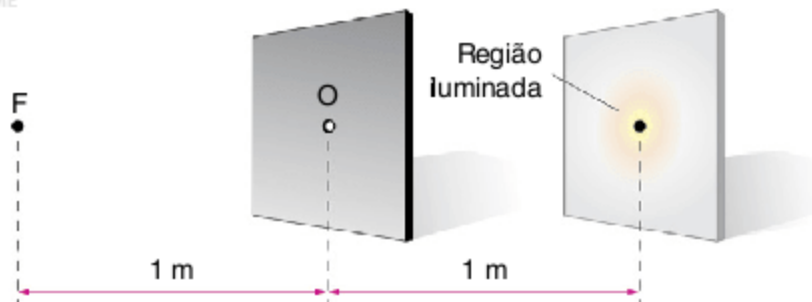


**8 Unifesp 2007** O gráfico representa a profundidade ( $y$ ) no mar em função da velocidade do som ( $v$ ). A frequência do som é de 3.000 Hz; essa curva é válida para condições determinadas de pressão e salinidade da água do mar.



- Nessas condições, faça uma avaliação aproximada do valor mínimo atingido pela velocidade do som no mar e da profundidade em que isso ocorre.
- Desenhe o esboço do correspondente gráfico profundidade ( $y$ ) em função do comprimento de onda ( $\lambda$ ) do som. Adote o mesmo eixo e a mesma escala para a profundidade e coloque o comprimento de onda no eixo das abscissas. Represente três valores de  $\lambda$ , escritos com três algarismos significativos.

**9 FCC** Na figura, estão representados uma fonte de luz pontual  $F$ , um anteparo opaco com um orifício  $O$  de 2 mm de diâmetro e uma tela. O diâmetro da região iluminada da tela é maior do que 4 mm.



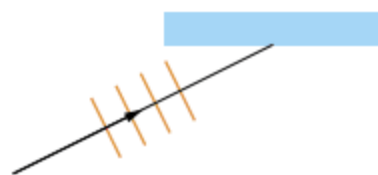
Qual é o fenômeno que explica o fato de a região iluminada ter um diâmetro maior do que 4 mm, considerando que o ar ambiente é homogêneo?

- (a) Reflexão.
- (b) Refração.
- (c) Difusão.
- (d) Dispersão.
- (e) Difração.

**10 Fuvest** O princípio que associamos à formação de frentes de ondas consecutivas em uma propagação ondulatória é o de:

- (a) Doppler.
- (b) Huygens.
- (c) Newton.
- (d) Galileu.

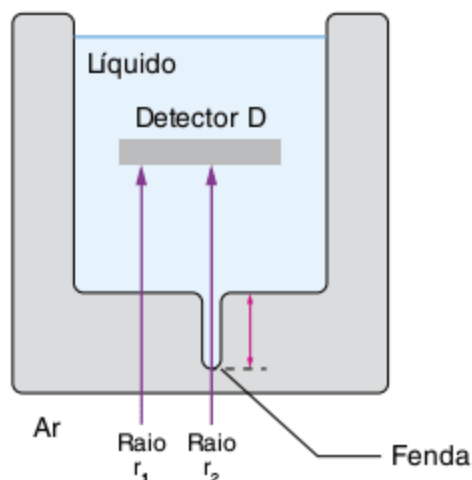
**11 Fatec** A figura representa as cristas de uma onda propagando-se na superfície da água em direção a uma barreira.



É correto afirmar que, após a reflexão na barreira:

- (a) a frequência da onda aumenta.
- (b) a velocidade da onda diminui.
- (c) o comprimento da onda aumenta.
- (d) o ângulo de reflexão é igual ao de incidência.
- (e) o ângulo de reflexão é menor que o de incidência.

**12 IME 2011** A figura mostra dois raios luminosos  $r_1$  e  $r_2$ , de mesma frequência e inicialmente com diferença de fase  $\delta_1$ , ambos incidindo perpendicularmente em uma das paredes de um reservatório que contém líquido.



O reservatório possui uma fenda de comprimento  $h$  preenchida pelo líquido, na direção de  $r_2$ . Determine o comprimento da fenda para que a diferença de fase medida no detector D entre os raios seja  $\delta_2$ .

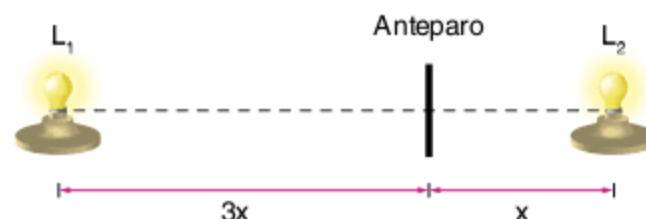
Dados: Índice de refração do líquido:  $n$ ; índice de refração da parede do reservatório:  $n_R$ ; comprimento de onda dos raios luminosos no ar:  $\lambda$ .

Observação: considere o índice de refração da parede do reservatório maior que o índice de refração do líquido.

**13 FEI (Adapt.)** A quantidade de energia que atravessa perpendicularmente uma unidade de área em certa região do espaço, na unidade de tempo, define uma característica da onda, que é:

- (a) intensidade.
- (b) altura.
- (c) potência.
- (d) ressonância.
- (e) n.d.a.

**14 ITA** Duas lâmpadas,  $L_1$  e  $L_2$ , encontram-se uma de cada lado de um anteparo (ver figura) e o iluminam de modo igual, com a mesma intensidade.



Sendo  $P_1$  e  $P_2$  as intensidades de  $L_1$  e  $L_2$ , respectivamente, pode-se afirmar que  $\frac{P_2}{P_1}$  é igual a:

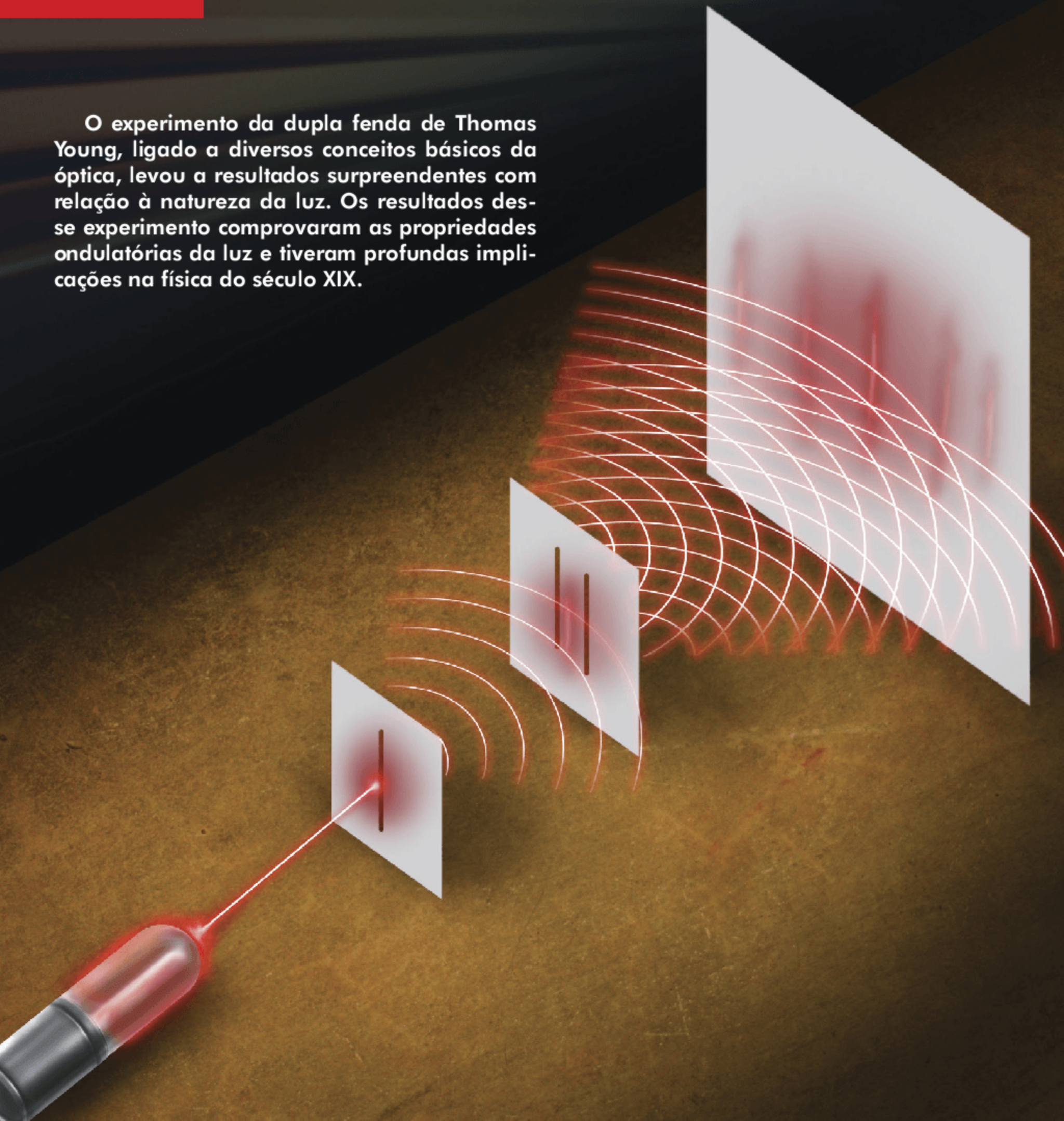
- (a)  $\frac{1}{3}$
- (b)  $\frac{1}{9}$
- (c)  $\frac{3}{10}$
- (d)  $\frac{1}{27}$

**15 ITA** Uma lâmpada de filamento, ligada a uma fonte de tensão contínua de 100 volts, tem uma resistência de 50 ohms. Supondo que 2% da potência elétrica dissipada se converta em radiação visível, qual será a intensidade luminosa a 10 m da lâmpada?

- (a)  $\frac{0,01}{\pi} \text{ W/m}^2$
- (b)  $0,002 \text{ W/m}^2$
- (c)  $\frac{0,02}{\pi} \text{ W/m}^2$
- (d)  $0,01 \text{ W/m}^2$
- (e)  $\frac{0,05}{\pi} \text{ W/m}^2$

# Interferência

O experimento da dupla fenda de Thomas Young, ligado a diversos conceitos básicos da óptica, levou a resultados surpreendentes com relação à natureza da luz. Os resultados desse experimento comprovaram as propriedades ondulatórias da luz e tiveram profundas implicações na física do século XIX.



## Interferência

O fenômeno de interferência, assim como o da difração, é um fenômeno característico do comportamento ondulatório da luz. O fenômeno de interferência de ondas é observado quando duas ou mais ondas estão superpostas.

Considere duas pessoas que estejam segurando as extremidades opostas de uma corda. Em determinado instante, cada uma delas produz pulsos que se propagam uns em direção aos outros. Ocorrerá um instante no qual esses pulsos estarão superpostos, estarão interferindo na forma do outro. No entanto, logo após a interferência, continuarão com suas formas e velocidades inalteradas, como se nada tivesse acontecido. Este fenômeno é denominado **independência das ondas**.

Quando as ondas se encontram, ou seja, durante a superposição, a perturbação resultante é igual à soma das perturbações que seriam causadas por cada uma das ondas, de acordo com o **Princípio da superposição**.

Observe na figura 1 o Princípio da superposição.

### Caso 1

Durante a interferência de dois **pulsos em fase**, um pico maior que o de qualquer um dos pulsos isolados é produzido e observa-se que a amplitude aumenta; fala-se em **interferência construtiva**.

### Caso 2

Durante a superposição de dois pulsos em **oposição de fase**, um pulso de amplitude menor que a amplitude de pelo menos um dos pulsos isolados é produzido; fala-se em **interferência destrutiva**.

## ATENÇÃO!

Após a interferência, os pulsos continuam idênticos (Princípio da independência).

## Ondas estacionárias

O fenômeno chamado de onda estacionária é resultante de interferência entre ondas, mais precisamente resultante da interferência de ondas idênticas, com mesma frequência e amplitude, mas com sentidos de propagação opostos.

Em uma corda com uma das extremidades presa a um suporte fixo, produzem-se ondas a partir da oscilação em MHS, por exemplo, da outra extremidade. Os pulsos iniciais percorrem a corda, sofrendo reflexão na extremidade presa ao suporte. Assim, teremos pulsos em um certo sentido e no sentido oposto percorrendo a corda, podendo, então, surgir na corda a configuração de uma onda estacionária, como na figura a seguir.

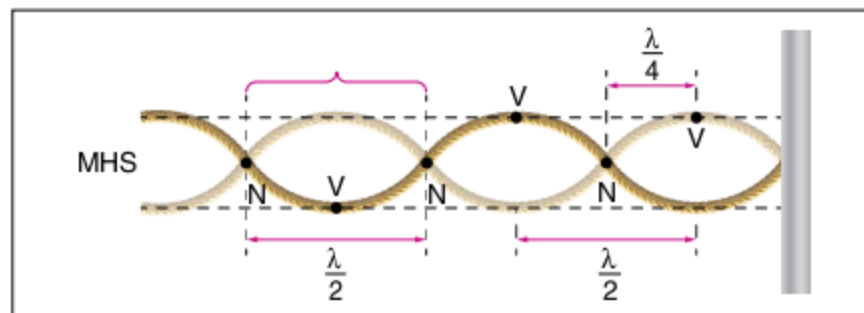


Fig. 2 Onda estacionária.

O esquema mostrado na figura 2 corresponde ao de uma onda estacionária. Veja que os pontos da corda realizam MHS de amplitude determinada pela posição deles ao longo da corda.

- I. Os pontos do tipo V são denominados **ventres** e são os que possuem a máxima amplitude de vibração.
- II. Os pontos do tipo N são chamados de **nós** (ou **nodos**) e possuem amplitude de vibração nula.

**Observação:** A posição dos ventres e dos nós é constante; esses pontos simplesmente oscilam na vertical, eles não se deslocam na horizontal, fazendo parecer que a onda está parada, estacionária. Em uma onda estacionária, ocorre a propagação contínua de energia.

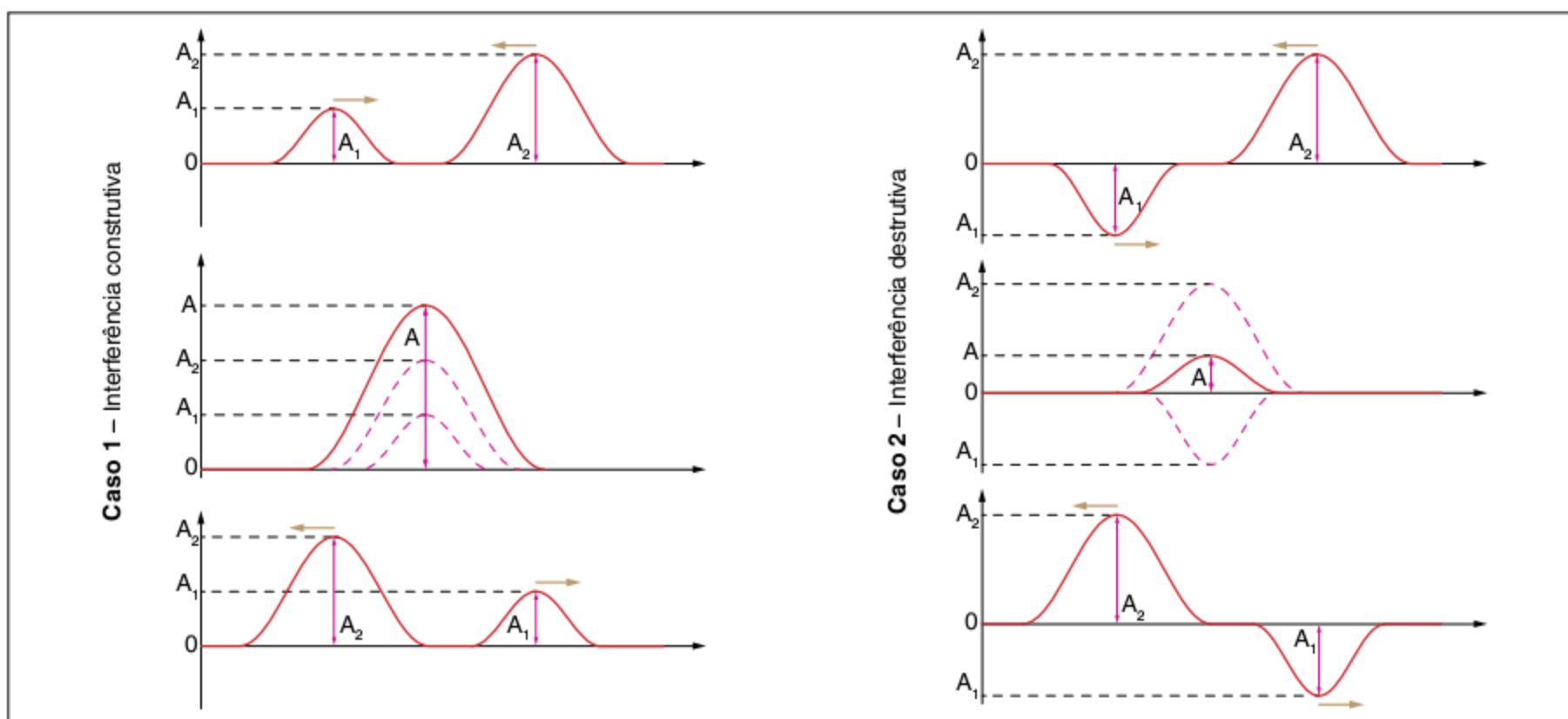


Fig. 1 Princípio da superposição.

É importante notar que a distância entre dois ventres consecutivos, assim como a distância entre dois nós consecutivos, é igual a meio comprimento de onda. A distância entre um ventre e um nó consecutivo é igual a um quarto de comprimento de onda.

## ATENÇÃO!

A amplitude da onda estacionária é o dobro das amplitudes das ondas originais, sendo o comprimento de onda o mesmo.

### Interferência (2D)

Até o presente momento, vimos apenas interferências de ondas unidimensionais. Fazemos agora um estudo da interferência de ondas bidimensionais. Para isso, consideramos um exemplo de ondas circulares formadas na superfície da água. As fontes que originarão nossas ondas são fontes ditas coerentes.

**Fontes coerentes** são fontes que emitem ondas de mesma frequência e que mantêm uma diferença de fase constante.

No nosso caso, as fontes não possuem uma diferença de fase, ou seja, quando uma produz uma crista, a outra também produz uma crista. Vejamos o início da propagação das ondas e da interferência.

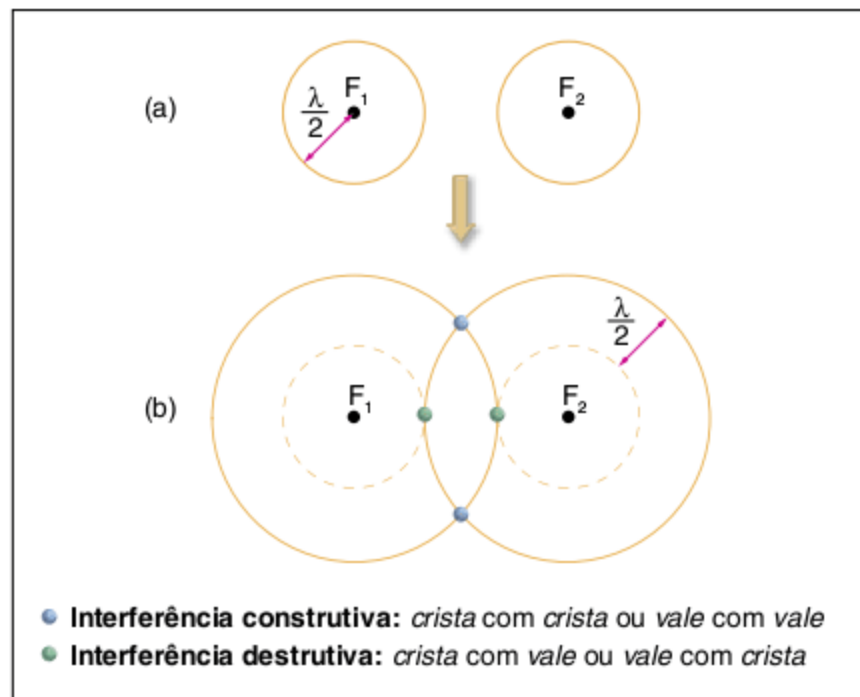


Fig. 3 Interferência de ondas bidimensionais.

Observe na figura 3 que, em (a) e (b), a diferença de fase entre as ondas é sempre constante, nesse caso nula, pois  $F_1$  e  $F_2$  estão em fase.  $F_1$  e  $F_2$  são fontes coerentes.

Observe que, na figura 4, as fontes estão em fase; essa concordância de fase foi mantida durante todo o tempo (fontes coerentes).

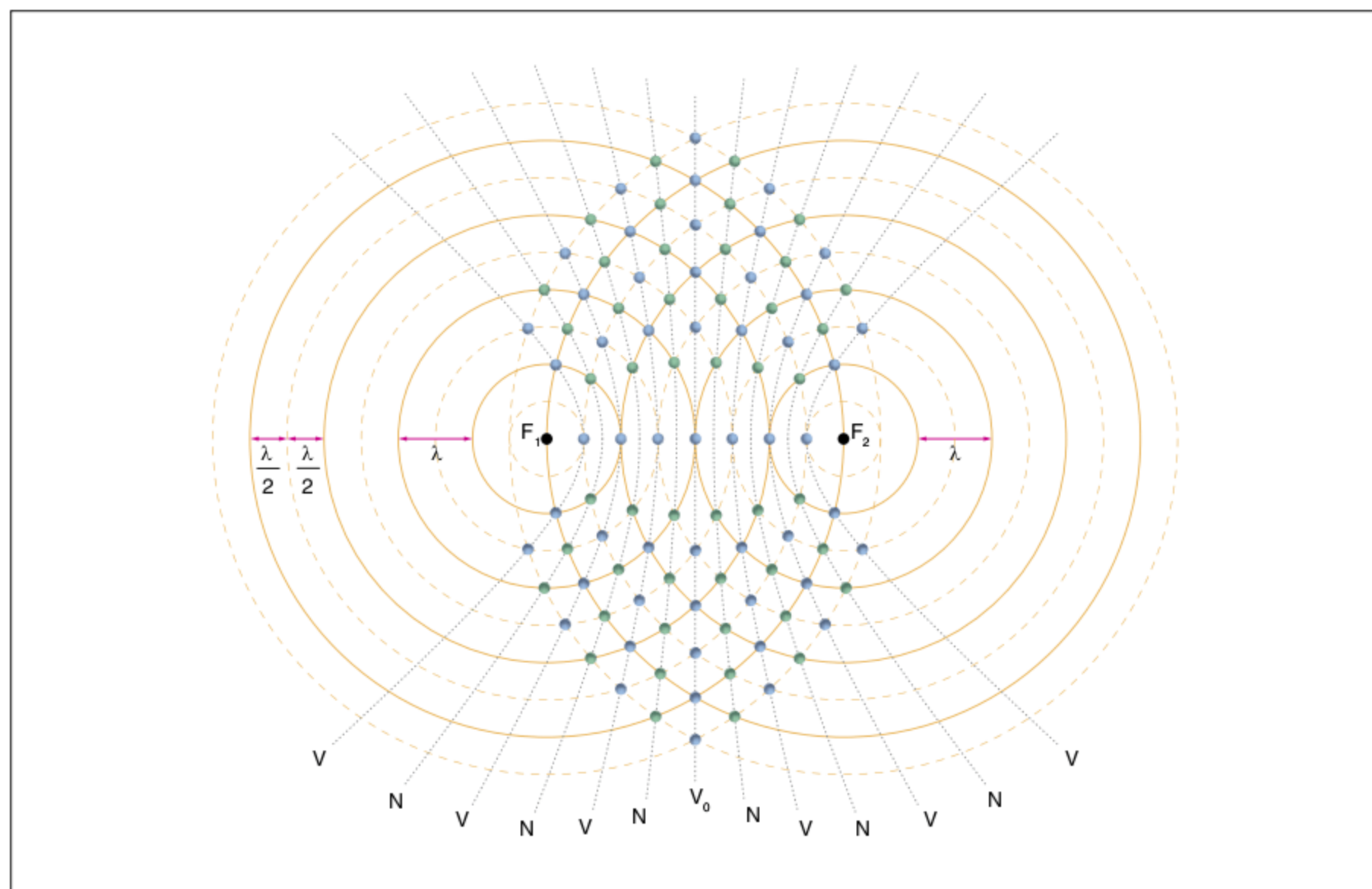


Fig. 4 Padrão de interferência de ondas bidimensionais em fase.

A figura 4 mostra o padrão de interferência de duas ondas bidimensionais, em que as linhas cheias representam cristas e as tracejadas representam vales.

Observe as linhas pontilhadas traçadas na figura; essas linhas apresentam somente esferas azuis ou somente esferas verdes.

As linhas que apresentam somente esferas azuis (pontos de interferência construtiva) são chamadas de **linhas ventrais**, enquanto as linhas que apresentam somente esferas verdes (pontos de interferência destrutiva) são chamadas de **linhas nodais**.

As linhas ventrais e nodais são as linhas pontilhadas da figura de interferência. Se prestarmos um pouco mais de atenção à figura, veremos que as linhas ventrais e nodais se alternam e possuem um formato hiperbólico.

**Observação:**

- *Linhas nodais: seus pontos correspondem a interferências destrutivas.*
- *Linhas ventrais: seus pontos correspondem a interferências construtivas.*

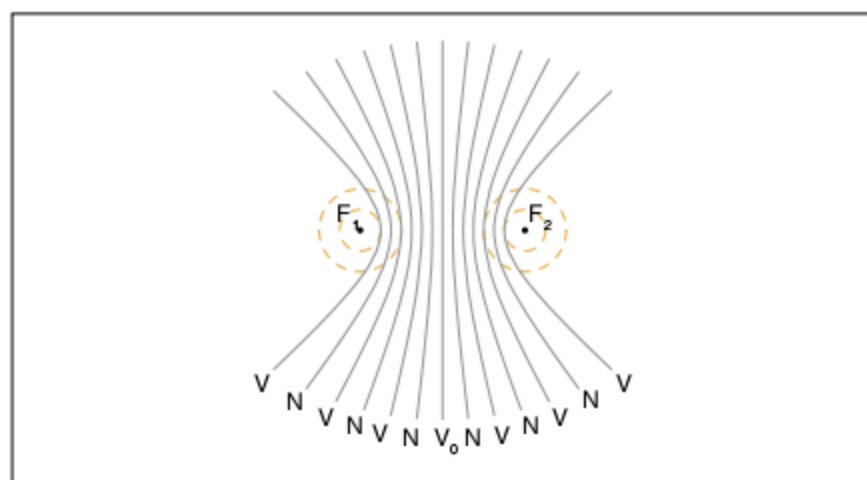


Fig. 5 Linhas nodais e ventrais.

**Ponto de interferência**

Dado um ponto qualquer dentro da região de interferência, é fundamental dizer se a interferência nesse ponto será construtiva ou destrutiva.

Considere, na figura 4, dois pontos, tais que:  $P_A$  é um ponto de interferência construtiva (ponto azul) e  $P_B$  é um ponto de interferência destrutiva (ponto verde).

Considere que, para o ponto  $P_A$ , temos os segmentos  $S_1$  e  $S_2$ , que foram traçados partindo de  $F_1$  e  $F_2$ .

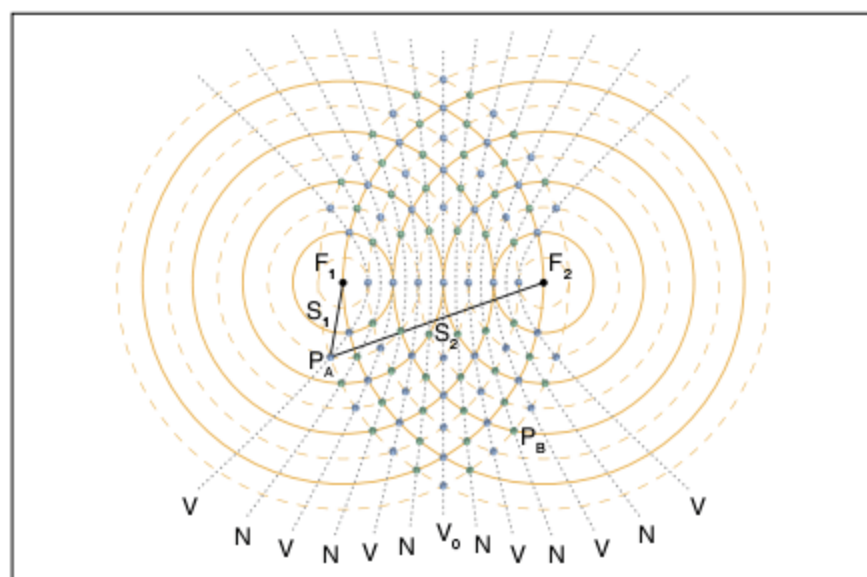


Fig. 6 Marcha das ondas originadas pelas fontes  $F_1$  e  $F_2$ .

Observe que:

$S_1$  é a marcha de  $F_1$  até  $P_A$ .

$S_2$  é a marcha de  $F_2$  até  $P_A$ .

**Observação:** Chamamos de *marcha* a distância que uma onda percorre da fonte até um determinado ponto.

Para determinar os valores de  $S_1$  e  $S_2$ , é importante lembrarmos que a distância entre uma crista e um vale é de  $\frac{\lambda}{2}$ .

Portanto:

I. Sendo  $F_1$  e  $F_2$  duas fontes coerentes e em concordância de fase, temos, para um ponto  $P$ , na região de interferência:

- Se  $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = D = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ , em que  $n = 0, 2, 4, 6, 8, \dots$ , então ocorre em  $P$  interferência construtiva.
- Se  $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = D = i \cdot \frac{\lambda}{2}$ , em que  $i = 1, 3, 5, 7, \dots$ , então ocorre em  $P$  interferência destrutiva.

II. Sendo  $F_1$  e  $F_2$  duas fontes coerentes e em oposição de fase, temos, para um ponto  $P$ , na região de interferência:

- Se  $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = D = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ , em que  $n = 0, 2, 4, 6, 8, \dots$ , então ocorrerá em  $P$  interferência destrutiva.
- Se  $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = D = i \cdot \frac{\lambda}{2}$ , em que  $i = 1, 3, 5, 7, \dots$ , então ocorrerá em  $P$  interferência construtiva.

Vale a pena observar que nem sempre as fontes coerentes estão em fase; elas podem também estar em oposição de fase.

Portanto:

- **Fontes coerentes em fase:**
  - Interferência construtiva  $\rightarrow D$  é um número par de semiondas.
  - Interferência destrutiva  $\rightarrow D$  é um número ímpar de semiondas.
- **Fontes coerentes em oposição de fase:**
  - Interferência construtiva  $\rightarrow D$  é um número ímpar de semiondas.
  - Interferência destrutiva  $\rightarrow D$  é um número par de semiondas.

**Interferência entre ondas luminosas**  
**Experiência de Young**

As teorias primitivas a respeito da luz diziam que esta nada mais era que uma corrente de partículas. Um dos maiores defensores desta teoria era Isaac Newton. Em contrapartida, Huygens e Robert Hooke defendiam a natureza ondulatória da luz.

Newton conseguiu explicar os fenômenos de reflexão e refração luminosa por meio do modelo corpuscular da luz. O fenômeno de difração, que é um fator que distingue os comportamentos corpusculares e ondulatório, até então não havia sido evidenciado, fazendo com que a teoria corpuscular de Newton imperasse.

Até depois, quando já se dispunha de evidências para a difração, a teoria corpuscular resistiu, baseada em teorias de espalhamentos de partículas nas bordas dos obstáculos e, principalmente, apoiada no respaldo e na influência de Newton.

Em 1801, Thomas Young, físico inglês, ressuscitou a teoria ondulatória da luz por meio de sua experiência. A experiência de Young está baseada em dois fenômenos ondulatórios: a **difração** e a **interferência**.

### Procedimento da experiência de Young

- I. A experiência de Young consiste em fazer uma luz monocromática incidir sobre um anteparo que possui uma fenda (A), sendo as dimensões dessa fenda, próprias para a difração luminosa.
- II. A luz que sofre difração nesta primeira fenda irá incidir em um outro anteparo (B), que agora possui duas fendas separadas por certa distância. A luz também sofrerá difração nessas duas fendas, e as fendas passarão a funcionar como fontes lineares e coerentes de ondas.
- III. As ondas luminosas difratadas pelas duas fendas irão interferir na região após o anteparo que possui as duas fendas. Se colocarmos um novo anteparo (C) à frente do anteparo que possui duas fendas, poderemos observar a interferência das ondas luminosas em cima do último anteparo.
- IV. Aparecerão nesse último anteparo franjas claras e franjas escuras. As franjas claras são resultantes de interferência construtiva, enquanto as franjas escuras são resultantes de interferência destrutiva.

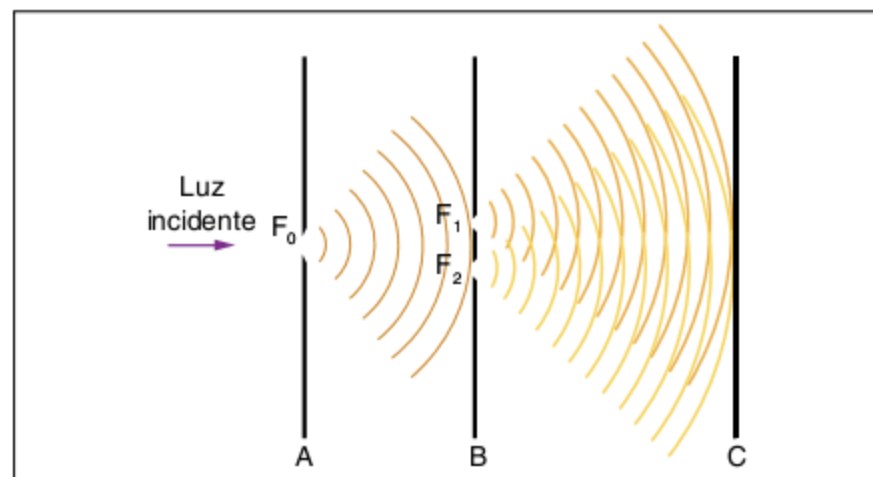


Fig. 7 Vista lateral da experiência de Young.

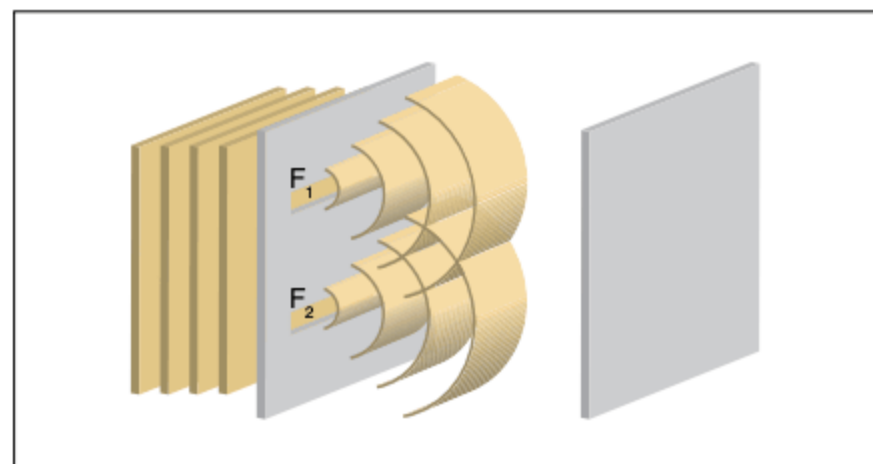


Fig. 8 Esquema tridimensional da experiência de Young.

Veja que nesse exemplo o primeiro anteparo foi retirado. Observe a difração das ondas nas fendas  $F_1$  e  $F_2$  (figura 8).

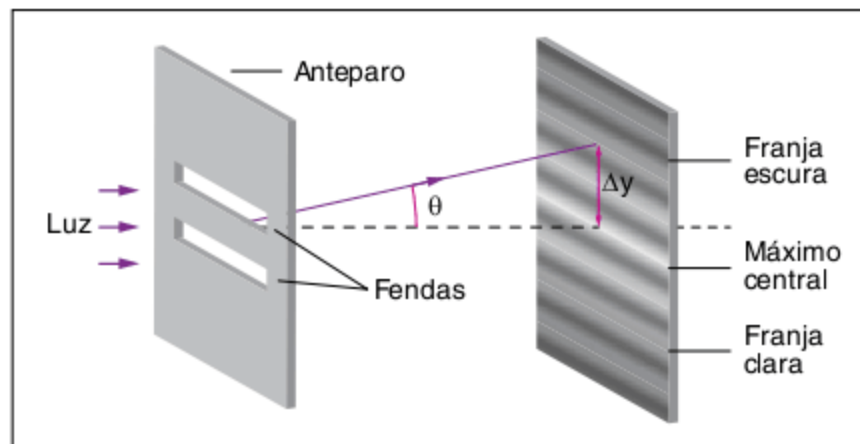


Fig. 9 Esquema com a ilustração das franjas de interferência.

As franjas observadas no anteparo (figura 9) são formadas devido à interferência.

- Franjas claras: interferência construtiva
- Franjas escuras: interferência destrutiva

A interferência ocorre por causa da diferença de percurso (marcha) entre as ondas que saem das duas fendas do anteparo.

Passaremos agora à dedução de uma expressão matemática que nos permite determinar o comprimento de onda utilizado.

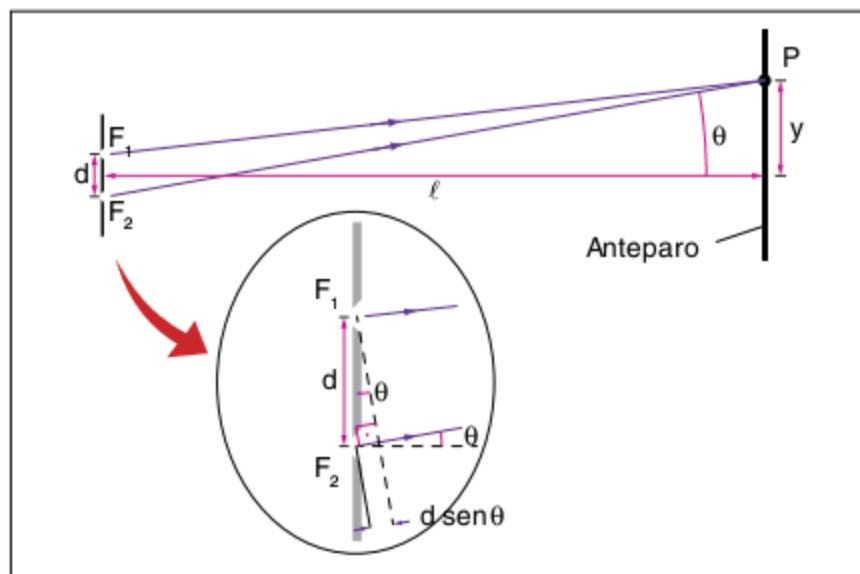


Fig. 10 Experiência de Young.

Sendo  $d \ll l$ , podemos considerar os raios que saem de  $F_1$  e  $F_2$  e atingem P como sendo paralelos. Dessa forma, a diferença de percurso até o anteparo no qual são formadas as franjas é dada por:  $d \cdot \text{sen} \theta$ .

Já que podemos considerar os dois raios paralelos ( $d$  é muito pequeno), temos:

$$\text{tg} \theta = \frac{y}{l}$$

Sendo  $\theta$  muito pequeno, temos:

$$\text{sen} \theta \cong \text{tg} \theta = \frac{y}{l}$$

$$\text{Assim, } d \cdot \text{sen} \theta = d \cdot \text{tg} \theta = d \frac{y}{l}$$

Em um ponto P do anteparo, teremos:

- Interferência construtiva:

$$\text{Se } \frac{y \cdot d}{l} = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, 2, 4, 6, \dots$$

- Interferência destrutiva:

$$\text{Se } \frac{y \cdot d}{l} = i \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad i = 1, 3, 5, 7, \dots$$



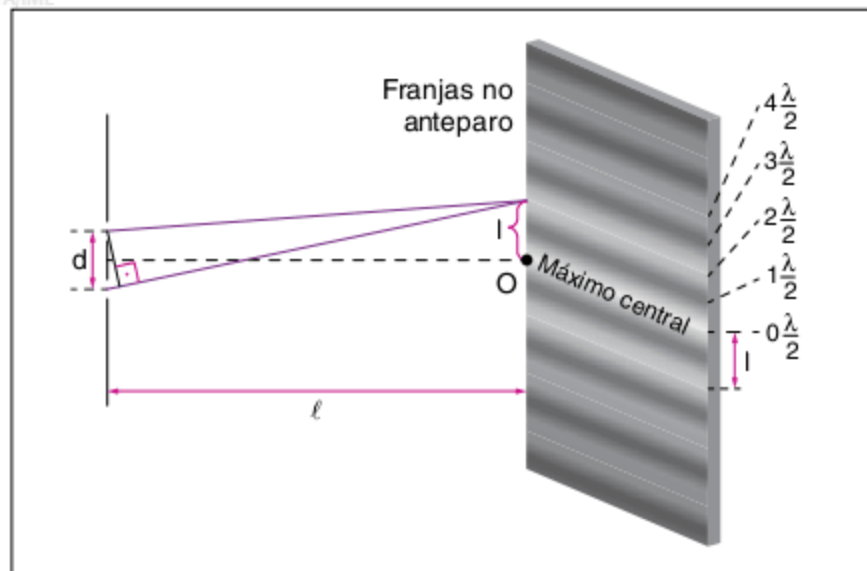


Fig. 11 Franjas de interferência.

A distância entre duas franjas claras consecutivas ou entre duas franjas escuras consecutivas é chamada de interfranja (I).

Para o primeiro ponto de interferência construtiva ( $n = 2$ ) após o máximo central ( $n = 0$ ), temos:

$$d \cdot \text{tg } \theta = 2 \frac{\lambda}{2}, \text{ ou seja, } d \frac{y}{\ell} = \lambda, \text{ em que } y = I.$$

$$\text{Portanto: } \lambda = \frac{I \cdot d}{\ell}$$

Essa é a expressão que nos dá o comprimento de onda, sendo conhecido o valor de I.

**Observação:** I (interfranja) é a distância entre duas franjas claras consecutivas ou duas escuras consecutivas.

A distância entre uma franja clara e uma escura consecutivas é  $\frac{I}{2}$ .

O espaçamento entre as franjas, para determinado comprimento de onda, é constante.

Veja que, manipulando a equação que nos dá o comprimento de onda, temos:

$$I = \frac{\ell \cdot \lambda}{d}$$

ou seja, as ondas de maior comprimento darão origem às maiores interfranças. Assim, a luz vermelha de maior  $\lambda$  origina maior interfranja e a luz violeta de menor  $\lambda$  origina menor interfranja.

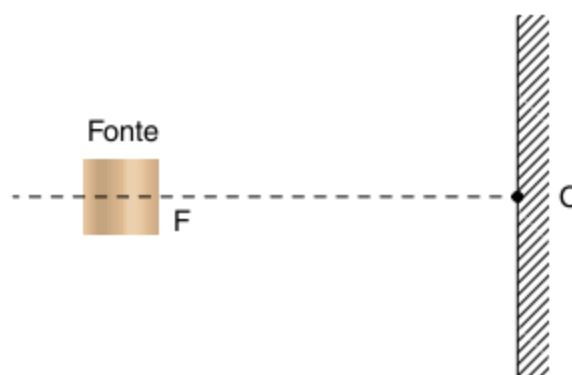
## ATENÇÃO!

Nas franjas escuras, a amplitude da onda resultante é nula e a intensidade luminosa é nula.

Nas franjas claras, a amplitude da onda resultante é igual ao dobro da amplitude de cada onda original. Assim, a intensidade será o quádruplo da intensidade de cada onda proveniente das fendas.

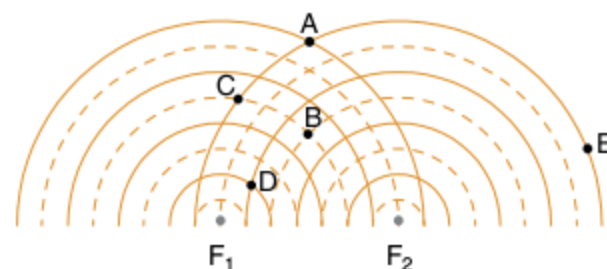
## Revisando

**1 UFMG** Uma fonte de certo tipo de radiação é colocada em frente a um obstáculo refletor (ver figura). Ao se deslocar um detector de radiação ao longo da linha FO, observam-se regiões onde o detector acusa máximos, que se sucedem, distando um do outro de 10 cm. Calcule o comprimento de onda da radiação.

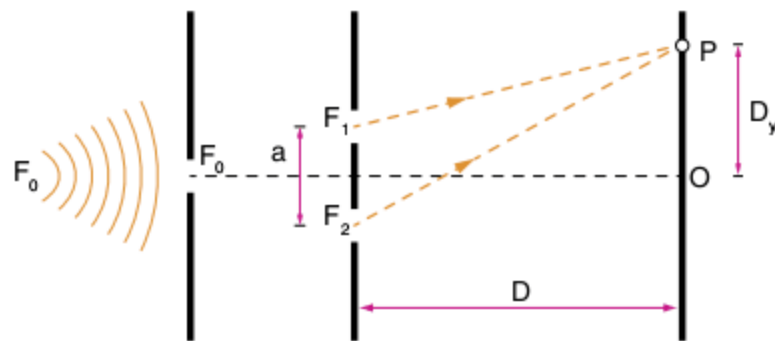


**2** Duas fontes coerentes e em fase  $F_1$  e  $F_2$  emitem ondas circulares de mesma frequência e amplitude, na superfície de um tanque de ondas.

A figura representa, em determinado instante, a posição das cristas (linhas cheias) e dos vales (linhas tracejadas) para cada um dos sistemas de ondas. Em qual dos pontos assinalados a superfície da água apresentará a menor perturbação no instante considerado?



**3** A figura mostra esquematicamente o arranjo de Young para obtenção de franjas de interferência. Iluminando-se as fendas com uma fonte de luz monocromática, obteve-se no anteparo um sistema de franjas, cujos máximos estão separados de  $D_y = 1,09 \text{ mm}$ . Dadas a distância entre as fendas  $a = 0,1 \text{ mm}$  e a distância das fendas ao anteparo  $D = 20 \text{ cm}$ , determine o comprimento de onda  $\lambda$  da radiação.



**4 Fesp** Em um arranjo de experiência de Young, para obter-se franjas de interferência, temos: distância entre as fendas  $a = 0,001 \text{ m}$ , distância das fendas ao anteparo  $d = 0,50 \text{ m}$ , comprimento de onda emitida pelas fontes  $\lambda = 4.600 \text{ \AA}$ . Qual a distância entre dois máximos consecutivos?

## Exercícios propostos

### Interferência e ondas estacionárias

**1 FCC** Duas ondas transversais de mesma frequência propagam-se em fase, isto é, crista com crista e depressão com depressão, numa mesma corda. A amplitude de uma onda é  $A$  e a da outra é o dobro.

A onda resultante dessas duas ondas possui:

- (a) amplitude  $3A$ .
- (b) frequência  $2f$ .
- (c) frequência  $3f$ .
- (d) velocidade 3 vezes maior.
- (e) comprimento de onda 3 vezes maior.

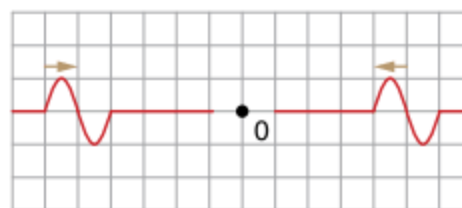
**2 Unifenas (Adapt.)** No desenho a seguir, vemos duas ondas se propagarem em uma mesma corda, em sentidos opostos (figura a).



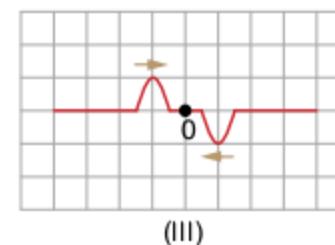
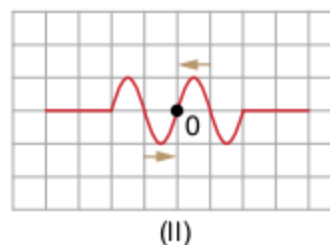
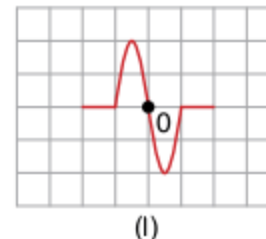
Quando elas estiverem totalmente superpostas (figura b), a forma da corda será:

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

**3 UFMG** A seguir estão representados dois pulsos, num certo instante, movendo-se ao longo de uma corda.



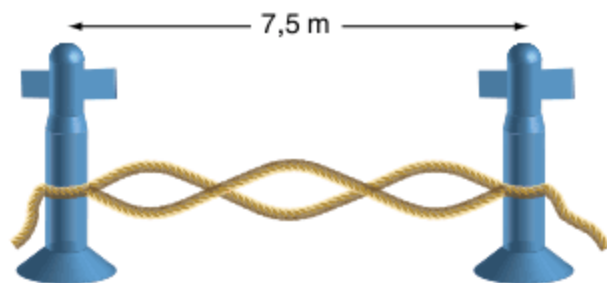
As figuras seguintes representam os mesmos pulsos em instantes posteriores.



Assinale a alternativa que ordena as figuras numa sequência correta.

- (a) I, II, III
- (b) III, II, I
- (c) III, I, II
- (d) II, III, I
- (e) II, I, III

**4 PUC-MG** Na onda estacionária representada na figura a seguir, o comprimento de onda vale:



- (a) 5,0 m                      (c) 6,0 m                      (e) 7,5 m  
 (b) 2,5 m                      (d) 3,0 m

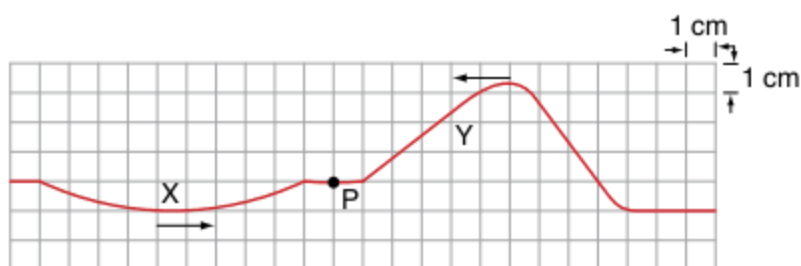
**5 PUC** As ondas estacionárias resultam de fenômenos de:

- (a) difração e interferência.                      (d) reflexão e interferência.  
 (b) reflexão e refração.                      (e) dispersão e reflexão.  
 (c) difração e reflexão.

**6 FAU** A formação de ondas estacionárias verifica-se:

- (a) sempre que há interferência entre duas propagações.  
 (b) sempre que na mesma direção existam duas propagações em sentidos contrários.  
 (c) sempre que a propagação refletida encontra a propagação emitida.  
 (d) em qualquer par de fontes.  
 (e) n.d.a.

**7 FCC** Dois pulsos, X e Y, propagam-se ao longo de um fio homogêneo, como se indica na figura a seguir.



Quando os pulsos estiverem exatamente superpostos, qual será a amplitude do pulso resultante no ponto P?

- (a) Nula.                      (d) 3 cm  
 (b) 1 cm                      (e) 4 cm  
 (c) 2 cm

**8 UnB** Leia.

- I. Quando duas ondas se interferem destrutivamente, uma afeta a propagação da outra.
- II. Quando duas ondas se interferem construtivamente, uma afeta a propagação da outra.
- III. Quando duas ondas se interferem, a energia das ondas diminui.

Para responder à questão, analise as proposições I, II e III e assinale:

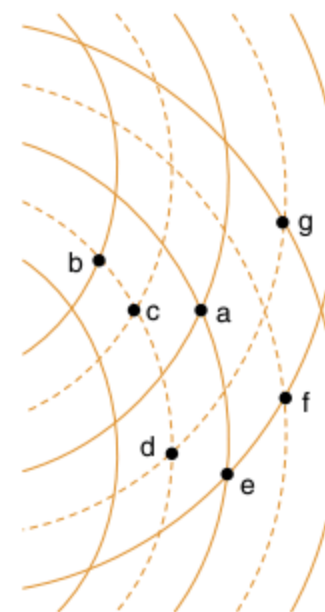
- (a) se nenhuma é correta.  
 (b) se apenas II e III são corretas.  
 (c) se apenas I e III são corretas.  
 (d) se apenas III é correta.

## Interferência (2D)

**9 Fesp** Duas fontes de luz podem produzir interferência destrutiva se:

- (a) tiverem amplitudes diferentes.  
 (b) forem coerentes.  
 (c) tiverem cores diferentes.  
 (d) tiverem comprimentos de onda diferentes.  
 (e) n.d.a.

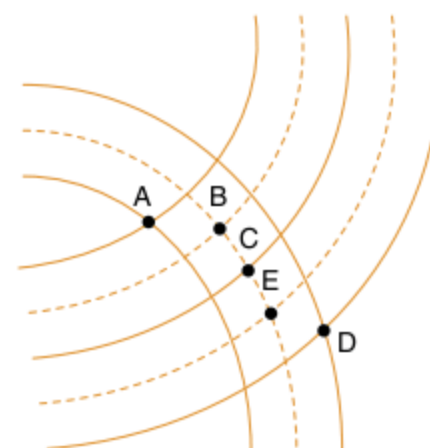
**10** Na figura a seguir, as linhas cheias representam cristas e as linhas interrompidas representam depressões de duas ondas em fase que interferem.



Assinale a afirmativa falsa.

- (a) a e d são pontos de interferência construtiva.  
 (b) b e f são pontos de interferência destrutiva.  
 (c) c e e são nós.  
 (d) e e d são pontos de interferência construtiva.  
 (e) f e g são nós.

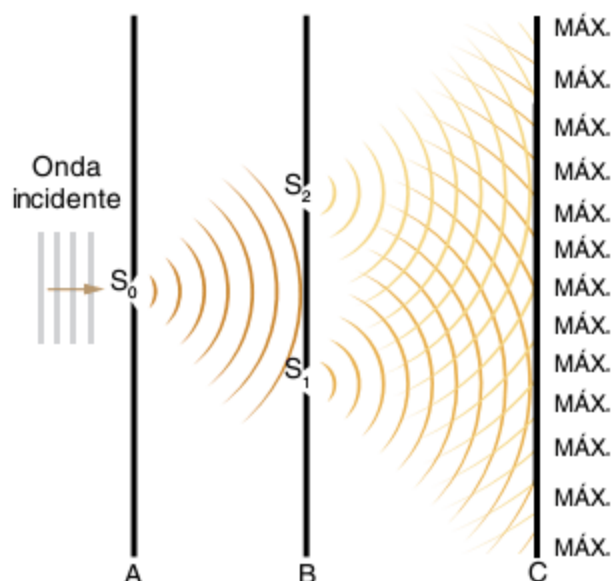
**11 FOA** Analise a figura de interferência apresentada a seguir e assinale a afirmativa verdadeira.



- (a) A e C são pontos de interferência construtiva.  
 (b) B e D são pontos de interferência destrutiva.  
 (c) B e D são pontos de interferência construtiva.  
 (d) B e C são nós.  
 (e) A e C são vales.

## Experiência de Young

**12 Uece 2008** Na figura a seguir, C é um anteparo e  $S_0$ ,  $S_1$  e  $S_2$  são fendas nos obstáculos A e B.



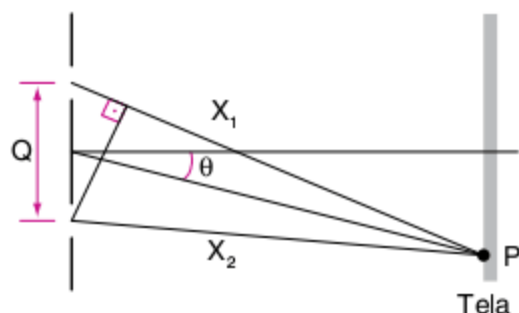
Assinale a alternativa que contém os fenômenos ópticos esquematizados na figura.

- (a) Reflexão e difração (c) Polarização e interferência  
(b) Difração e interferência (d) Reflexão e interferência

**13 Mackenzie** A experiência de Young, relativa aos fenômenos de interferência luminosa, veio mostrar que:

- (a) a interferência só é explicada satisfatoriamente através da teoria ondulatória da luz.  
(b) a interferência só pode ser explicada com base na teoria corpuscular de Newton.  
(c) tanto a teoria corpuscular quanto a ondulatória explicam satisfatoriamente esse fenômeno.  
(d) a interferência pode ser explicada independentemente da estrutura íntima da luz.  
(e) n.d.a.

**14** Na experiência com o interferômetro de Young, para se obter na tela franjas escuras no ponto P, a diferença entre as trajetórias  $X_1$  e  $X_2$  dos raios luminosos deve ser de:



- (a)  $\Delta x = n\lambda$  ( $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ )  
(b)  $\Delta x = (2n-1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ , ( $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ )  
(c)  $\Delta x = (2n-1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ , ( $n = 1, 3, 5, 7, \dots$ )  
(d)  $\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ , ( $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ )  
(e)  $\Delta x = n \cdot \lambda$ , ( $n = 1, 3, 5, 7, \dots$ )

**15 FEI** Uma onda incide perpendicularmente sobre um anteparo e reflete. A onda incidente interfere com a refletida. Observa-se que a menor distância entre dois pontos, nos quais a intensidade da onda é mínima, vale 34 cm. A velocidade de propagação da onda é 340 m/s. Calcular a frequência da onda incidente.

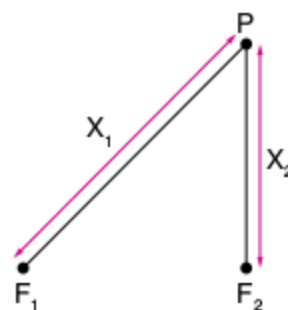
**16 Osec** Um anteparo que possui duas fendas que distam entre si de 0,2 mm é iluminado por uma fonte luminosa monocromática, cujo comprimento de onda é de 6.000 Å. A distância entre as franjas escuras de interferência produzidas num anteparo colocado a 3,00 m de distância é de:

- (a) 4,5 mm (c) 12,0 mm (e) n.d.a.  
(b) 9,0 mm (d) 18,0 mm

**17 UFP** Na experiência de Young, seja  $a = 0,5$  mm a distância entre as fendas e  $D = 1,0$  m a distância entre o plano das fendas e o anteparo, a distância entre a franja central e a logo vizinha, para uma radiação cujo comprimento de onda vale  $\lambda = 5.800$  Å, é:

- (a) 1 cm (c) 0,116 cm (e) 0,316 cm  
(b) 0,58 cm (d) 0,232 cm

**18 UFCE** Considere duas fontes de ondas coerentes,  $F_1$  e  $F_2$ , e um ponto P, situado às distâncias  $X_1$  e  $X_2$  de  $F_1$  e  $F_2$ , respectivamente.



Se  $n$  é inteiro, positivo e  $\lambda$  o comprimento de onda, haverá uma interferência destrutiva em P, se:

- (a)  $|X_1 - X_2| = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$  (c)  $|X_1 - X_2| = \lambda$   
(b)  $|X_1 - X_2| = n \cdot \lambda$  (d)  $|X_1 - X_2| = (n + 1) \cdot \lambda$

**19 Efei** Em uma experiência de interferência, realizada com duas fontes pontuais, diminui-se a separação entre as fontes. Podemos afirmar que:

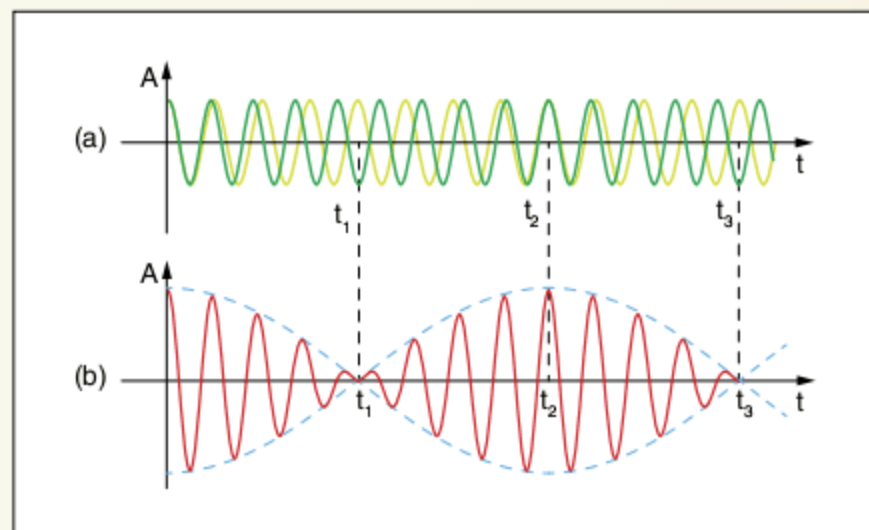
- (a) as franjas de interferência se deslocarão sem mudanças na distância entre elas.  
(b) a distância entre as franjas de interferência diminuirá.  
(c) a distância entre as franjas de interferência aumentará.  
(d) desaparecerão as franjas de interferência, pois as duas fontes deixarão de ser coerentes.  
(e) a figura de interferência não se altera, porque não houve variação de fase entre as fontes.

## TEXTO COMPLEMENTAR

### Interferência de ondas periódicas e o fenômeno do batimento

Sempre que tivermos ondas periódicas de mesma frequência interferindo, podendo as amplitudes e as fases serem diferentes, a onda resultante também terá a frequência das ondas que sofreram interferência. Um fenômeno interessante ocorre quando superpomos duas ondas de frequências ligeiramente diferentes. Se as ondas que sofreram interferência forem periódicas e senoidais, a onda resultante também será periódica, porém não será senoidal. Ao fenômeno relatado anteriormente dá-se o nome de **batimento**.

Vejam um esquema de interferência onde ocorre batimento.



Batimento.

Observa-se, em (a), duas ondas que têm frequências ligeiramente diferentes e que estão em fase em  $t_0 = 0$  e fora de fase, com diferença de  $180^\circ$ , em um instante posterior  $t_1$ . Em um instante  $t_2$ , as duas ondas estão novamente em fase. Em (b), a onda resultante da superposição das duas ondas mencionadas em (a) é observada. A frequência da onda resultante é aproximadamente igual às frequências das ondas originais, mas a amplitude está modulada, como mostra a curva tracejada. A amplitude é máxima nos instantes  $t_0$  e  $t_2$ , e zero nos instantes  $t_1$  e  $t_3$ .

Em (a), temos duas ondas periódicas senoidais de frequências ligeiramente diferentes. Veja que no início não existe diferença de fase. Com o passar do tempo, as ondas vão adquirindo uma diferença de fase, que é máxima quando uma crista estiver sobre um vale (diferença de fase de  $180^\circ$ ). Veja em nosso exemplo que isso ocorre quando  $t = t_1$ .

Depois, a diferença de fase começa a diminuir até se tornar nula, em  $t = t_2$ ; e assim continuam periodicamente essas alternâncias de fase. Veja que a onda resultante em (b) é formada a partir das somas das amplitudes das ondas em (a). Quando em (a) tivermos uma diferença de fase de  $180^\circ$ , teremos em (b) uma amplitude igual a zero. Quando em (a) tivermos uma diferença de fase de  $0^\circ$ , teremos em (b) uma amplitude máxima.

Pode-se demonstrar, e é importante saber, que:

- I a frequência média da onda resultante é igual à média aritmética das frequências das ondas originais.

$$f_m = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

- II Já vimos quando estudamos intensidade de uma onda que  $I \propto A^2$ . Assim, a onda resultante, que apresenta máximos e mínimos de amplitude de acordo com as ondas originais que entram e saem de fase, possuirá máximos e mínimos de intensidade periódicos, de tal modo que a intensidade oscile entre dois máximos ou dois mínimos com uma determinada frequência, chamada de **frequência de batimento**, que é dada por:

$$f_{\text{bat}} = |f_1 - f_2|$$

O fenômeno de batimento é perceptível com ondas sonoras. Quando interferimos duas ondas sonoras de frequências quase iguais, ouvimos um som cuja intensidade varia alternadamente, entre forte (intensidade máxima  $\Rightarrow$  amplitude máxima) e fraca (intensidade mínima  $\Rightarrow$  amplitude mínima).

A frequência desta variação de intensidade é a frequência de batimento.

Veja que quanto maior for a diferença entre as frequências das ondas originais, mais rapidamente as ondas entrarão e sairão de fase, ou seja, mais rapidamente serão formados pontos de máxima e mínima amplitude (máxima e mínima intensidade) na onda resultante. Assim, a frequência de batimento será maior, o que é comprovado pela equação que nos fornece a frequência de batimento.

Um fenômeno interessante e de certa forma relacionado a batimentos são as figuras de Moiré. Faça você a analogia com o fenômeno de batimento!

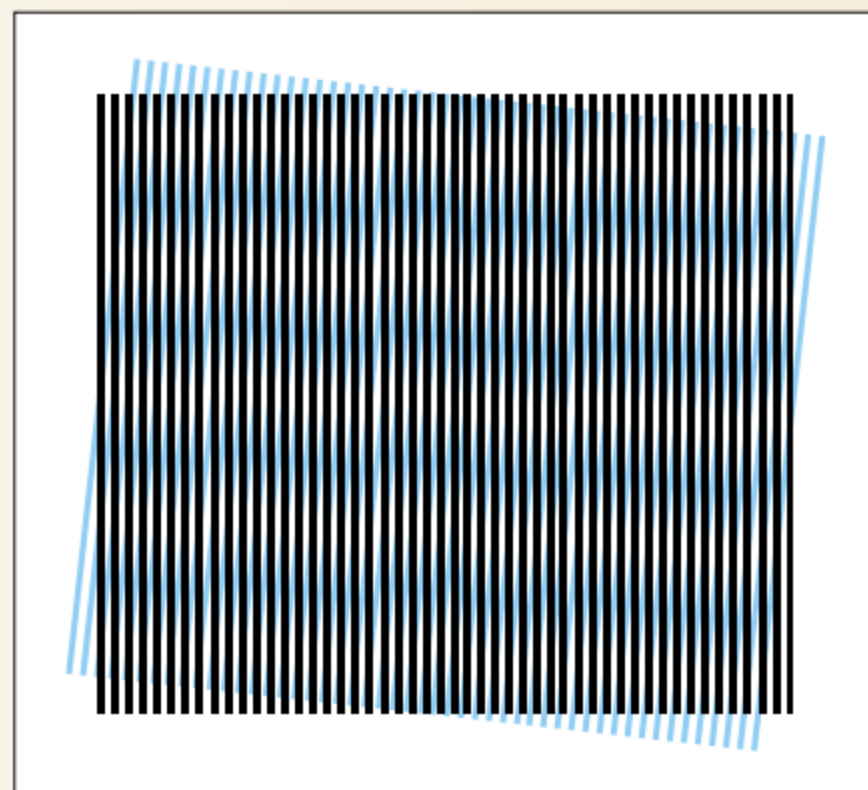


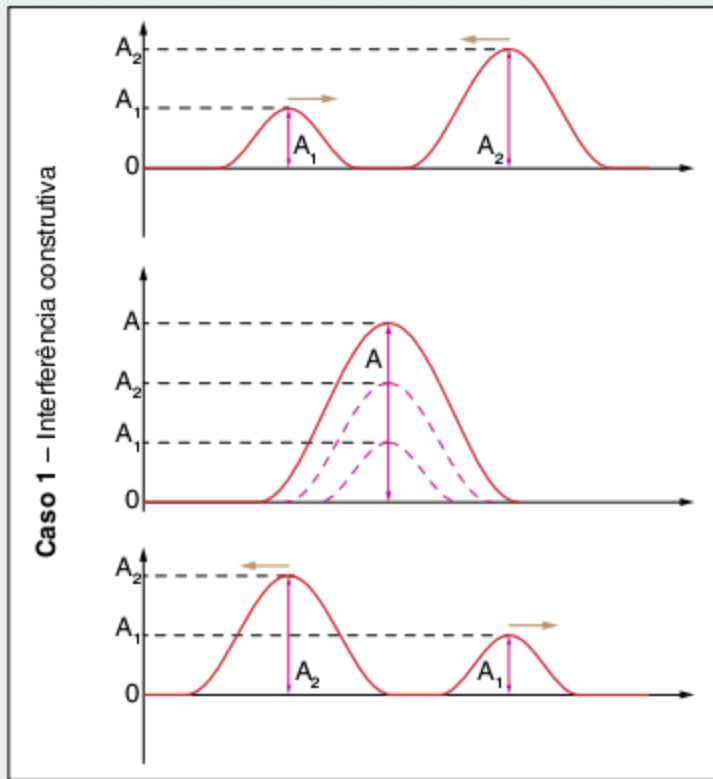
Figura de Moiré.

A figura de Moiré é provocada pela superposição de dois conjuntos de linhas paralelas cujos espaçamentos são ligeiramente diferentes um do outro.

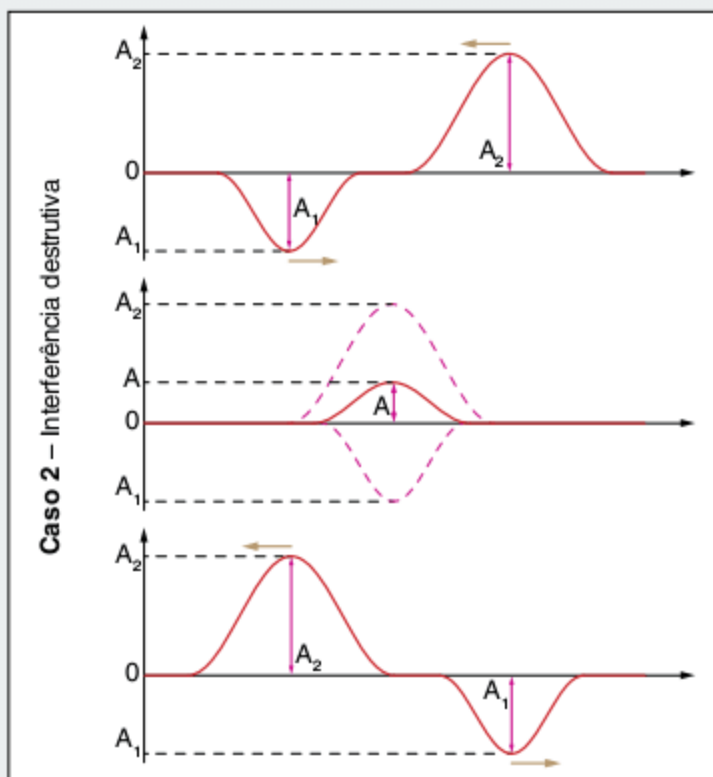
# RESUMINDO

Quando duas ou mais ondas são superpostas, ou seja, interagem ao passar pelo mesmo ponto, é observado o fenômeno da **interferência**. Durante a superposição, a forma das ondas é alterada, de acordo com o **Princípio da superposição**; logo após o fenômeno, tanto a forma quanto a velocidade das ondas são inalteradas, fenômeno denominado **independência das ondas**.

Durante a interferência de dois **pulsos em fase**, um pico maior que o de qualquer um dos pulsos isolados é produzido e observa-se que a amplitude aumenta; fala-se em **interferência construtiva**.

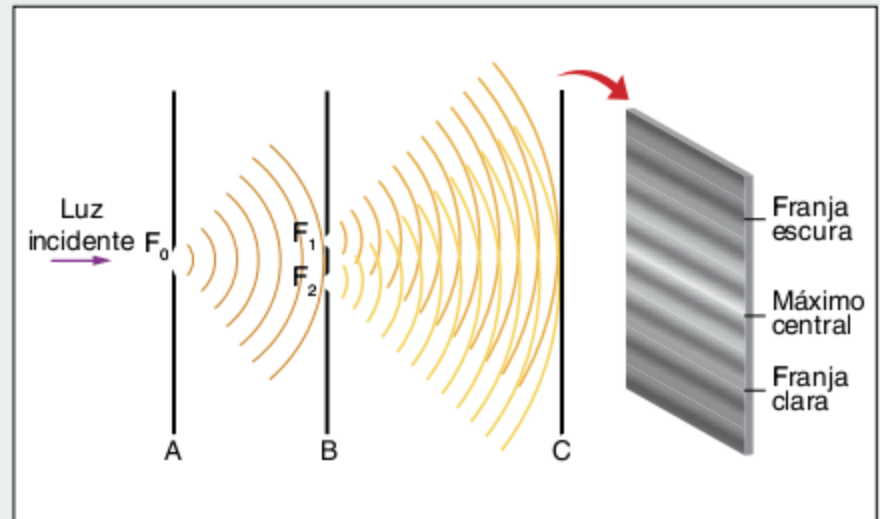


Durante a superposição de dois pulsos em **oposição de fase**, um pulso de amplitude menor que a amplitude de pelo menos um dos pulsos isolados é produzido; fala-se em **interferência destrutiva**.



A interferência entre ondas senoidais idênticas, mas com sentidos de propagação opostos, dá origem a um padrão denominado **onda estacionária**. Em uma onda estacionária, os pontos de máxima amplitude são denominados **ventres** (regiões de interferência construtiva) e os pontos de amplitude nula são denominados **nós**, ou **nodos** (regiões de interferência destrutiva). Os nós e os ventres, durante a propagação da onda, simplesmente oscilam na vertical, eles não se deslocam na horizontal.

O fenômeno de interferência pode ser observado em ondas mecânicas e eletromagnéticas. Em uma experiência baseada no fenômeno de interferência luminosa, Thomas Young verificou as propriedades ondulatórias da luz (uma onda eletromagnética). No famoso **experimento de Young**, ondas luminosas são difratadas ao passar por um anteparo de fendas duplas e, em seguida, sofrem interferência, que pode ser observada em um padrão característico, as **franjas de interferência**.



**Franjas claras** são resultantes de interferência construtiva e **franjas escuras** são resultantes de interferência destrutiva. A linha central, mais brilhante, é chamada de **máximo central** e tem ordem  $n=0$ . A distância entre duas franjas claras consecutivas ou entre duas franjas escuras consecutivas,  $\gamma$ , pode ser calculada por meio da equação:

$$\lambda = \frac{yd}{\ell}$$

em que  $\lambda$  é o comprimento de onda da radiação incidente,  $d$  é a distância entre as fendas e  $\ell$  é a distância do anteparo às fendas.

# QUER SABER MAIS?



## SITES

- Interferência  
<http://phet.colorado.edu/en/simulation/wave-interference>
- Ondas estacionárias  
<http://science.sbccc.edu/physics/flash/oscillationwaves/standingwaves.html>
- Fenda dupla  
[www.walter-fendt.de/ph14e/doubleslit.htm](http://www.walter-fendt.de/ph14e/doubleslit.htm)

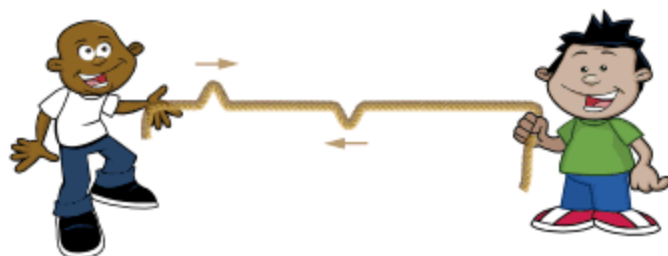
- [www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/DoubleSlit/Flash/DoubleSlit.html](http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/DoubleSlit/Flash/DoubleSlit.html)
- Tanque de ondas  
<http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/icb/icb.do?keyword=k16940&panel=icb.pagecontent340875%3Ar%241%3Fna-me%3Dindepth-docs.html&pageid=icb.page163979&pageContentId=icb.pagecontent340875&state=maximize>

- Ondas estacionárias  
[www.mindbites.com/lesson/4603-physics-in-action-standing-waves-on-a-rope](http://www.mindbites.com/lesson/4603-physics-in-action-standing-waves-on-a-rope)
- Fenda dupla  
[www.youtube.com/watch?v=DfPeprQ7oGc](http://www.youtube.com/watch?v=DfPeprQ7oGc)
- Anéis de Newton e padrões de interferência  
[www.youtube.com/watch?v=lzl0oo7KSUo](http://www.youtube.com/watch?v=lzl0oo7KSUo)

## Exercícios complementares

### Questões gerais

**1 UFMG** Duas pessoas esticam uma corda, puxando por suas extremidades, e cada uma envia um pulso na direção da outra. Os pulsos têm o mesmo formato, mas estão invertidos, como mostra a figura a seguir.



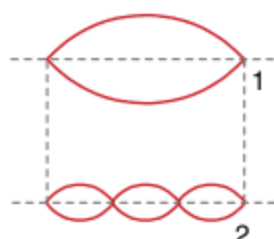
Pode-se afirmar que os pulsos:

- passarão um pelo outro, cada qual chegando à outra extremidade.
- se destruirão, de modo que nenhum deles chegará às extremidades.
- serão refletidos ao se encontrarem, cada um mantendo-se no mesmo lado em que estava com relação à horizontal.
- serão refletidos ao se encontrarem, porém invertendo seus lados com relação à horizontal.

**2 Fatec** Observam-se ondas estacionárias cuja distância internodal é  $d$ . As ondas componentes:

- também são estacionárias.
- podem ter amplitudes desiguais.
- podem propagar-se no mesmo sentido.
- possuem comprimento de onda  $2d$ .
- n.d.a.

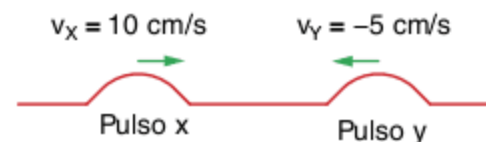
**3 Efe** Na figura a seguir, estão representadas as formas de duas ondas estacionárias em duas cordas idênticas, submetidas à mesma tração.



Qual o valor da relação  $\frac{f_1}{f_2}$  entre as frequências das ondas representadas, respectivamente, pelas ondas 1 e 2?

- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{3}$
- 1
- 3
- n.d.a.

**4 FCC** A figura representa dois pulsos ideais que se propagam num fio fixo flexível.



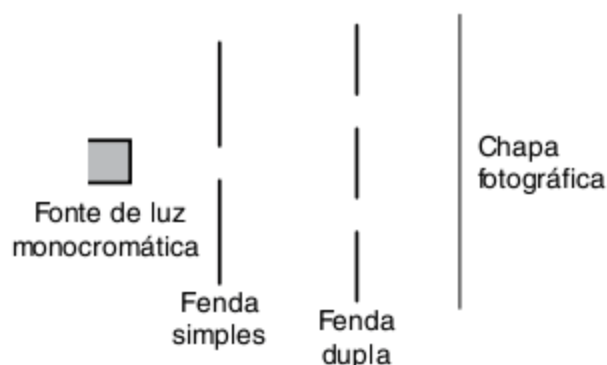
Depois que os pulsos se cruzam, quais serão, respectivamente, os valores de  $v_x$  e  $v_y$ , em cm/s?

- 15 e zero.
- 10 e 5
- 5 e 10
- 5 e zero.
- 10 e -5

**5 FCC** Young afirmou o seguinte: “A partir de experimentos e cálculos, sou levado a afirmar que luzes homogêneas a determinadas distâncias, na direção de propagação, possuem qualidades opostas, capazes de destruírem-se mutuamente ou de neutralizarem-se mutuamente, extinguindo-se quando unidas”. Exclusivamente a partir desse texto, podemos dizer que Young afirmou:

- luz mais luz pode resultar em escuridão.
- luzes não homogêneas podem dar como resultado a escuridão.
- a luz é uma forma de energia que pode transformar-se em outras formas de energia não visível.
- as qualidades opostas da luz que variam com as distâncias provocam destruições ao longo de sua propagação pelo espaço.
- só com experimentos divorciados de cálculos se obtêm neutralizações mútuas de luzes homogêneas.

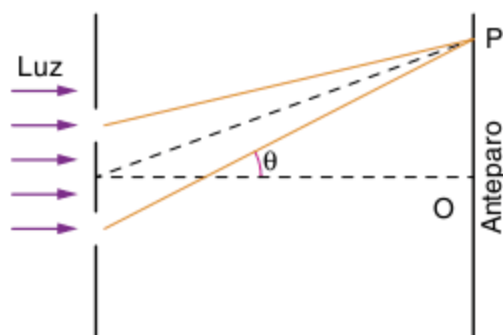
**6 FCC** A figura mostra uma montagem para se fotografar o espectro de interferência de uma luz monocromática produzido por uma fenda dupla.



A fenda simples é necessária para que a fenda dupla seja equivalente a duas fontes de luz:

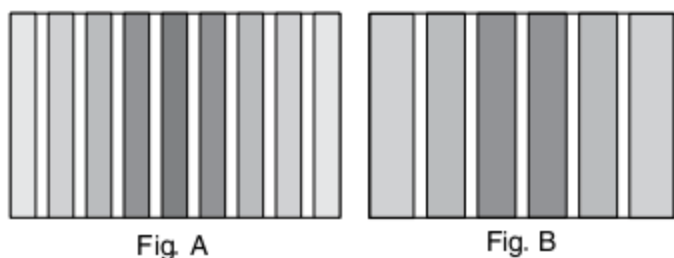
- (a) coerentes.
- (b) polarizadas.
- (c) de mesma intensidade.
- (d) com o mesmo comprimento de onda.
- (e) de intensidades diferentes.

**7 Unesp** O esquema representa o experimento de Young, sobre interferência de luz. As duas fendas são retas, finas, longas e paralelas. A luz incidente é monocromática. A separação entre as fendas é pequena face à distância ao anteparo. Cobrindo-se uma das fendas com um obstáculo opaco, a luz passante pela outra fenda incide no anteparo com intensidade uniforme  $I$ .



- (a) Abertas as duas fendas, a luz incide no anteparo com intensidade uniforme  $2I$ .
- (b) A interferência pode ser destrutiva em todos os pontos do anteparo.
- (c) As franjas de interferência formam circunferências centradas em O.
- (d) As franjas de interferência são retas paralelas às fendas.
- (e) n.d.a.

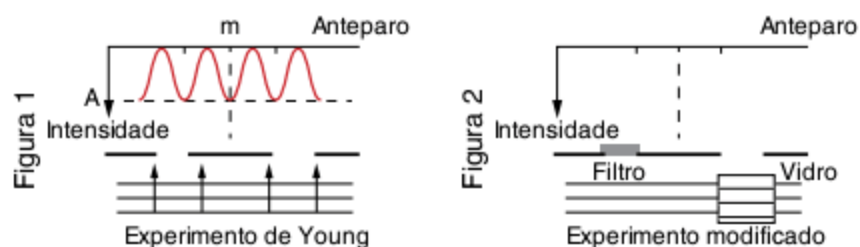
**8 UFV** As duas figuras a seguir representam franjas de interferência, obtidas com luz de cores diferentes, usando o mesmo dispositivo experimental.



Assinale a afirmativa correta.

- (a) As figuras não nos fornece qualquer informação sobre o comprimento de onda luminosa.
- (b) A luz usada na figura A tem velocidade maior que a luz usada na figura B.
- (c) A luz usada na figura B tem comprimento de onda maior que a luz usada na figura A.
- (d) A luz usada na figura A tem comprimento de onda maior que a luz usada na figura B.
- (e) A luz usada na figura A tem o mesmo comprimento de onda da luz usada na figura B.

**9 ITA** A figura 1 mostra o experimento típico de Young, de duas fendas, com luz monocromática, em que  $m$  indica a posição do máximo central. A seguir, esse experimento é modificado, inserindo uma pequena peça de vidro de faces paralelas em frente à fenda do lado direito, e inserindo um filtro sobre a fenda do lado esquerdo, como mostra a figura 2. Suponha que o único efeito da peça de vidro é alterar a fase da onda emitida pela fenda, e o único efeito do filtro é reduzir a intensidade da luz emitida pela respectiva fenda.

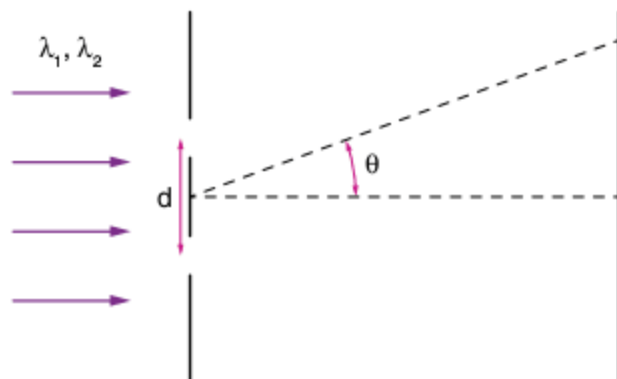


Após essas modificações, a nova figura da variação da intensidade luminosa em função da posição das franjas de interferência é melhor representada por:

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

**10 ITA 2008** Um feixe de luz é composto de luzes de comprimentos de onda  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , sendo  $\lambda_1$  15% maior que  $\lambda_2$ . Esse feixe de luz incide perpendicularmente num anteparo com dois pequenos orifícios, separados entre si por uma distância  $d$ . A luz que sai dos orifícios é projetada num segundo anteparo, onde se observa uma figura de interferência.





Pode-se afirmar, então, que

- (a) o ângulo de  $\arcsen\left(5\frac{\lambda_1}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  é observada.
- (b) o ângulo de  $\arcsen\left(10\frac{\lambda_1}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  é observada.
- (c) o ângulo de  $\arcsen\left(15\frac{\lambda_1}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  é observada.
- (d) o ângulo de  $\arcsen\left(10\frac{\lambda_2}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_2$  é observada.
- (e) o ângulo de  $\arcsen\left(15\frac{\lambda_2}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_2$  é observada.

**11** A luz de um determinado comprimento de onda desconhecido ilumina perpendicularmente duas fendas paralelas separadas por 1 mm.

Em um anteparo colocado a 1,5 m das fendas, dois máximos de interferência contíguos estão separados por uma distância de 0,75 mm. Qual é o comprimento de onda da luz?

- (a)  $1,13 \cdot 10^{-1}$  m
- (b)  $7,5 \cdot 10^{-5}$  cm
- (c)  $6,0 \cdot 10^{-7}$  cm
- (d) 4.500 Å
- (e)  $5,0 \cdot 10^{-5}$  cm

**12 Cescea** Tem-se dois alto-falantes idênticos colocados em dois pontos, A e B, de uma sala. Ambos estão ligados à mesma saída de um amplificador de áudio. Nessas condições, haverá interferência totalmente construtiva, para qualquer frequência audível emitida pelos alto-falantes:

- (a) somente no vértice oposto a  $\overline{AB}$ , do triângulo equilátero com base no segmento  $\overline{AB}$ .
- (b) em todos os pontos da mediatriz do segmento  $\overline{AB}$ .
- (c) em todos os pontos da reta definida pelos pontos A e B.
- (d) somente no ponto médio do segmento  $\overline{AB}$ .
- (e) n.d.a.

**13 FMC** Duas fontes coerentes emitem onda sonora senoidal e igual. Se um observador se desloca segundo uma trajetória paralela à reta que une as fontes, ele perceberá um som:

- (a) cuja intensidade é constante e igual ao dobro da intensidade das fontes.

- (b) cuja intensidade é constante e menor que a intensidade das fontes.
- (c) cuja intensidade é variável, passando por valores nulos e máximos, alternadamente.
- (d) cuja intensidade é nula.

**14 Mackenzie** Para que duas ondas sonoras produzam batimento, é necessário que tenham:

- (a) a mesma frequência.
- (b) a mesma amplitude.
- (c) o mesmo número de harmônicos.
- (d) frequências ligeiramente diferentes.
- (e) amplitudes ligeiramente diferentes.

**15 FMS** Superpondo vibrações de frequências 100 Hz e 102 Hz, resultam batimentos de frequência:

- (a) 1,02 Hz
- (b) 10.200 Hz
- (c) 202 Hz
- (d) 2 Hz
- (e) 20,2 Hz

**16 UnB** As ondas têm presença marcante na vida das pessoas. Elas ocorrem em conversas e músicas, na televisão e em ruídos diversos. Algumas ondas têm como característica a necessidade de um meio material para se propagarem e, às vezes, são chamadas de ondas materiais, a exemplo do som e de uma onda se propagando em uma corda. Por outro lado, há também ondas que não precisam de um meio material, como, por exemplo, a radiação eletromagnética (luz). Contudo, em qualquer dos casos, a presença de um meio afeta bastante a propagação das ondas.

- O efeito chamado de difração somente ocorre com a luz.
- Se uma onda se propaga com velocidade  $v$  em uma corda, cada ponto dessa corda também se move com velocidade  $v$ .
- O movimento de cada ponto de uma corda, durante um movimento ondulatório, é harmônico.
- A velocidade de propagação de uma onda independe do meio.
- O efeito chamado de interferência somente ocorre com ondas materiais.

**17 ITA 2010** Um feixe luminoso vertical, de 500 nm de comprimento de onda, incide sobre uma lente plano-convexa apoiada numa lâmina horizontal de vidro, como mostra a figura. Devido à variação da espessura da camada de ar existente entre a lente e a lâmina, torna-se visível sobre a lente uma sucessão de anéis claros e escuros, chamados de anéis de Newton.

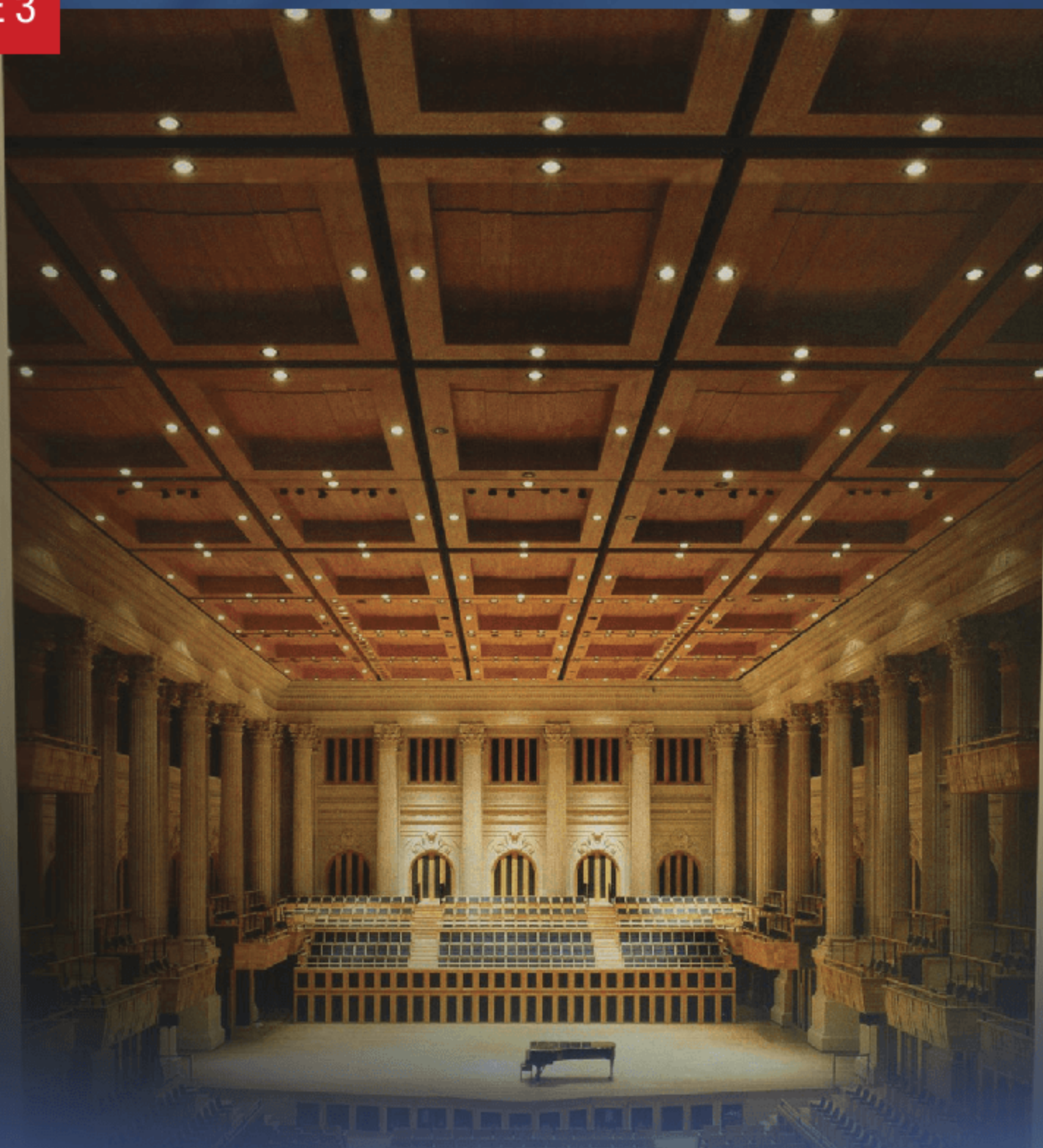


Sabendo-se que o diâmetro do menor anel escuro mede 2 mm, a superfície convexa da lente deve ter um raio de:

- (a) 1,0 m
- (b) 1,6 m
- (c) 2,0 m
- (d) 4,0 m
- (e) 8,0 m

# Acústica

REPRODUÇÃO



Salas de concerto, como a Sala São Paulo, são cuidadosamente projetadas para garantir que a propagação do som ocorra nas condições desejadas, desde posicionamento do palco e desenho dos balcões, até espessura das paredes e desenho das poltronas. Qualquer obstáculo dentro de uma sala de concerto pode causar alterações nas características das ondas sonoras, que devem ser uniformes e bem definidas. Uma boa sala de concerto deve permitir a propagação do som em sua forma original, livre dos efeitos de fenômenos como o eco, a difração e a interferência.

## Onda sonora

O ramo da Física que estuda as ondas sonoras é chamado **acústica**. Os fenômenos ondulatórios estudados até agora, como a reflexão, a refração, a difração e a interferência, são observados também em ondas sonoras.

As ondas sonoras fazem parte do nosso dia a dia, desde o barulho de um congestionamento, uma música ouvida no rádio e até mesmo o barulho do vento nas folhas em uma tarde de Sol.

No entanto, se perguntarmos a uma pessoa se ela sabe como é formada uma onda sonora, ou mesmo o que é uma onda sonora, ou como ela se propaga, obteremos respostas não muito apropriadas.

As características fundamentais das ondas sonoras são:

- ondas sonoras são **ondas mecânicas**, ou seja, precisam de um meio material para se propagarem.
- ondas sonoras são **ondas longitudinais** quando se propagam em gases e líquidos, podendo ser transversais ou mistas quando se propagam em sólidos.
- ondas sonoras consistem em **vibrações do meio elástico**. As vibrações do meio serão audíveis se tiverem frequência entre 20 Hz e 20.000 Hz, aproximadamente.

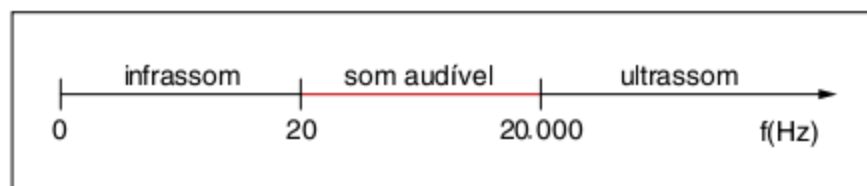


Fig. 1 Faixa audível de frequências.

**Observação:** Ondas sonoras com frequências menores que 20 Hz são denominadas **infrassom**, e ondas sonoras com frequências maiores que 20.000 Hz são denominadas **ultrassom**.

Vejamos agora um esquema de onda sonora longitudinal.

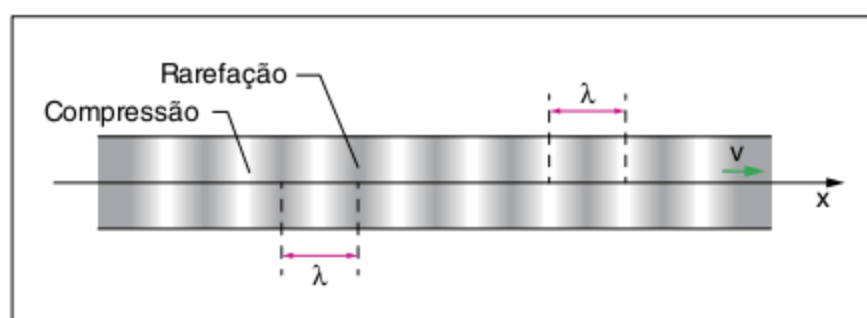


Fig. 2 Onda sonora, longitudinal, em um gás.

Na figura 2, temos o aspecto de uma onda sonora resultante da perfuração periódica em um gás.

A distância entre os centros de duas compressões ou de duas rarefações corresponde ao comprimento de onda do som.

Sendo  $\lambda$  o comprimento de onda e  $f$  a frequência da onda sonora, a velocidade de propagação será dada por:

$$v = \lambda f$$

**Observação:** Lembre-se de que, na propagação de ondas transversais, longitudinais e mecânicas, não ocorre transporte de matéria.

Para uma onda sonora em um gás, o que se propaga é apenas a variação de densidade do meio (compressão e rarefação). As moléculas do gás apenas vibram, para frente e para trás, em torno das respectivas posições de equilíbrio.

## Velocidade das ondas sonoras

A velocidade das ondas sonoras depende das propriedades do meio. Você pode obter mais informações sobre a velocidade do som no texto complementar, que se encontra no final deste capítulo. Neste momento, é importante que você saiba que a velocidade da propagação das ondas sonoras em um meio é dada por:

$$v = \sqrt{K \cdot T}$$

onde  $K$  é uma constante relacionada às propriedades do meio, e  $T$  é a temperatura absoluta em kelvin.

**Observação:** Na maioria dos casos:  $v_{\text{sólidos}} > v_{\text{líquidos}} > v_{\text{gases}}$

## Difração das ondas sonoras

Tudo o que foi estudado para o fenômeno da difração é aplicado às ondas sonoras. Então, não faremos aqui mais uma explanação das ideias relacionadas à difração.

Utilizaremos os conceitos já aprendidos para fazermos uma única análise, que consiste em constatar a facilidade de as ondas sonoras se difratarem por causa das dimensões dos objetos do nosso cotidiano.

Já sabemos que a difração é mais pronunciada quando as dimensões dos obstáculos e o comprimento de onda têm a mesma ordem de grandeza.

Admitindo a velocidade do som no ar, a 15 °C, como aproximadamente 340 m/s, calculemos os comprimentos de onda máximo e mínimo. Sabe-se que:

$$v = \lambda f$$

logo:

- $\lambda_{\text{mín}} = \frac{v}{f_{\text{máx}}} = \frac{340 \text{ m/s}}{20.000 \text{ Hz}} = 0,017 \text{ m}$
- $\lambda_{\text{máx}} = \frac{v}{f_{\text{mín}}} = \frac{340 \text{ m/s}}{20 \text{ Hz}} = 17 \text{ m}$

Observando o intervalo de comprimento de onda do som audível (1,7 cm a 17 m), constatamos que ele tem a mesma ordem de grandeza dos objetos do nosso cotidiano. Por isso a difração das ondas sonoras é bem acentuada nas dimensões do nosso mundo.

## Reflexão das ondas sonoras

Tudo o que foi analisado para as reflexões das ondas continua válido para as ondas sonoras. Nosso objetivo aqui é mostrar algumas peculiaridades relativas às ondas sonoras.

Quando as ondas sonoras refletem, podemos observar três fenômenos, chamados: reforço, reverberação e eco.

1. Se após um tempo muito menor que 0,1 s, após a percepção de um som, recebermos outro som, não notaremos o intervalo entre os dois sons, ou seja, será percebido um único som.

Quando o intervalo entre a percepção de dois sons for muito pequeno, o ouvinte perceberá um **som reforçado**.

- Se o intervalo de tempo for menor que 0,1 s, porém não desprezível, ocorrerá o que chamamos **reverberação**. Na reverberação o ouvinte tem a sensação de prolongamento do som.
- Se o intervalo de tempo for maior que 0,1 s, teremos o que se chama **eco**. Neste caso, se percebem os dois sons distintamente. Tem-se a impressão de repetição do som.

Observe o esquema que ilustra os três fenômenos.

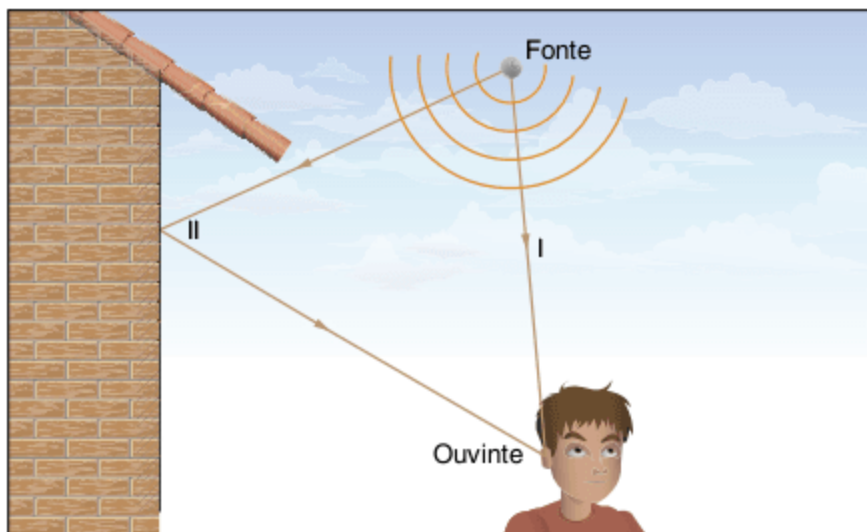


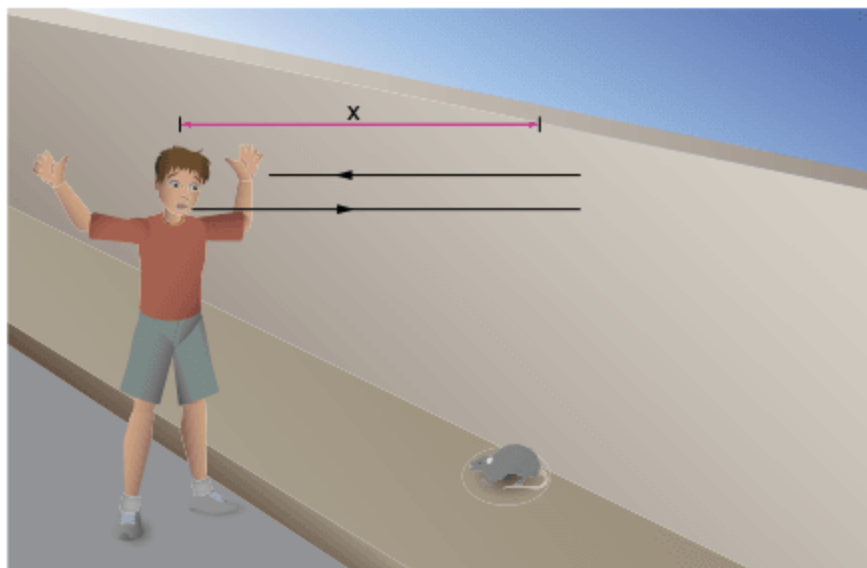
Fig. 3 Reflexão das ondas sonoras.

Veja no esquema anterior que:

$$\begin{cases} t_{II} - t_I \ll 0,1 \text{ s} \Rightarrow \text{reforço} \\ t_{II} - t_I < 0,1 \text{ s} \Rightarrow \text{reverberação} \\ t_{II} - t_I > 0,1 \text{ s} \Rightarrow \text{eco} \end{cases}$$

### Exercício resolvido

- Qual a distância mínima que uma pessoa deve estar de um obstáculo para que, ao emitir um som, tenha sensação de eco?



#### Resolução:

No momento em que a pessoa emite o som, ela o percebe imediatamente. Portanto, se o som emitido refletir-se em um obstáculo que dista  $X$  do emissor e o tempo para emissão, a reflexão e a recepção for maior que 0,1 s, a pessoa terá a sensação de eco. Façamos os cálculos.

Supondo a velocidade do som constante é igual a 340 m/s, teremos:

$$v_{som} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_{som}}$$

para que haja eco, devemos ter:

$$\Delta t > 0,1 \text{ s} \therefore \frac{\Delta s}{v_{som}} > 0,1 \text{ s}$$

Em que  $\Delta$  é o tempo para a reflexão.

Veja que  $\Delta s = 2x$  e  $v = 340 \text{ m/s}$ . Assim, teremos:

$$\frac{2x}{340} > 0,1 \Rightarrow x > 17 \text{ m}$$

Portanto, para que o ouvinte perceba o eco, ele deverá estar a uma distância maior que 17 m do obstáculo em que o som será refletido.

## LEITURA

Alguns animais, como os golfinhos e os morcegos, utilizam-se da reflexão de ondas sonoras na região do ultrassom para localizar possíveis obstáculos em suas trajetórias. Eles emitem ultrassons por meio de "gritos".

Percebendo o intervalo entre a emissão e a recepção do som, eles podem ter noção da distância dos obstáculos. Navios e submarinos utilizam a técnica de sonar (*sound navigation and ranging*), que utiliza também o princípio da reflexão das ondas sonoras, podendo assim calcular as distâncias entre o navio ou submarino e os obstáculos.

## Intensidade e nível de intensidade sonora

Quando ouvimos determinado som, podemos classificá-lo em **forte** ou **fraco**.

A **intensidade sonora** é a qualidade do som que nos permite avaliar se um som é forte ou é fraco. Já estudamos anteriormente a intensidade de uma onda em determinada região do espaço, e definimos intensidade de uma onda em uma superfície como sendo a potência da onda que incide perpendicularmente à área da superfície dividida pelo valor dessa.

Assim,  $I = \frac{P}{A}$ . Para as ondas sonoras, essa relação também é válida.

Existe um valor mínimo para a intensidade de uma onda sonora para que ela seja audível. Para ondas sonoras com frequências de 1.000 Hz, essa intensidade é de, aproximadamente,  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  e corresponde ao que se chama de **limiar de audição**.

Enquanto  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  corresponde à mínima intensidade que uma onda sonora deve ter para ser audível,  $1 \text{ W/m}^2$  corresponde ao **limiar de dor**.

Foi observado experimentalmente que quando aumentamos a intensidade sonora, o ouvido humano percebe um som mais forte, porém não na razão direta.

Notou-se que se aumentarmos a intensidade da onda em cem vezes, o som percebido não será cem vezes mais forte, e sim, aproximadamente, duas vezes mais forte.

Para compararmos os aumentos na intensidade do som (intensidade de energia ou intensidade física) com os aumentos

perceptíveis pelo ouvido humano, definiu-se a grandeza **intensidade auditiva** ou **nível de intensidade sonora** ( $\beta$ ), dada pela equação:

$$\beta = \log \frac{I}{I_0}$$

na qual:

$I$  é a intensidade do som;

$I_0$  é um nível de referência que é tomado como limiar de audi-

ção, ou seja,  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ .

**Observação:** A unidade de  $\beta$  no SI é denominada bel (B). No entanto,  $\beta$  é mais comumente expressão em uma unidade menor chamada decibel (dB), em que:  $1 \text{ dB} = \frac{1}{10} B$ .

Fonte	$I_0$	$\beta$ (dB)	Observação
Respiração normal	$10^0$	0	Limiar de audição
Sussurro de folhagens	$10^1$	10	Quase inaudível
Murmúrio (a 5 m)	$10^2$	20	
Biblioteca	$10^3$	30	Muito silencioso
Escritório tranquilo	$10^4$	40	
Conversação normal (a 1 m)	$10^5$	50	Silencioso
Tráfego pesado	$10^6$	60	
Escritório barulhento; fábricas em geral	$10^7$	70	
Caminhão pesado; cataratas do Niágara	$10^8$	80	
Metrô antigo	$10^9$	90	A exposição constante prejudica a audição
Construção civil (ruído a 3 m)	$10^{10}$	100	
Show de rock com amplificadores (a 2 m)	$10^{11}$	110	
Decolagem de jato (a 60 m)	$10^{12}$	120	Limiar de audição dolorosa
Martelo pneumático; metralhadora	$10^{13}$	130	
Decolagem de jato (nas vizinhanças)	$10^{15}$	150	
Motor de foguete de grande porte (nas vizinhanças)	$10^{18}$	180	

Tab. 1 Intensidade e nível de intensidade de alguns ruídos comuns ( $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ).

### Timbre de um som

Imagine que você toque a mesma nota em um violão e em um piano para uma pessoa que esteja com os olhos vendados (não vendo os instrumentos). Sendo as ondas de mesma frequência (mesma nota), como pode a pessoa diferenciar entre o som do violão e o do piano?

Acontece que, quando um instrumento é tocado, o som emitido não é um som único, “puro”. Quando uma nota é tocada, há o som fundamental (mais grave) e alguns de seus harmônicos se superpondo a ele.

A intensidade dos harmônicos que acompanham o som fundamental variará para cada instrumento. Isso é que determina o timbre de um som. Portanto, o timbre nos permite distinguir o som de uma mesma nota tocada em instrumentos diferentes.

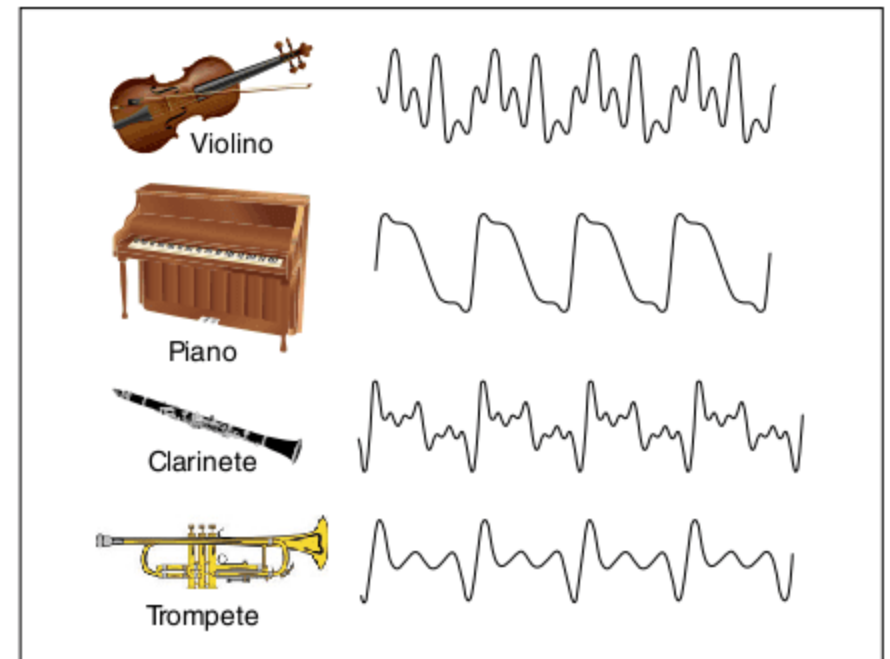


Fig. 4 Forma de onda – som fundamental e os harmônicos associados a ele – para diferentes instrumentos. Cada instrumento possui um timbre diferente.

### Cordas vibrantes

Imagine uma corda com as duas extremidades presas a um suporte fixo.

Se esta corda for excitada por um MHS de pequena amplitude, transversalmente, poderá ocorrer a formação de ondas estacionárias para determinadas frequências de vibração da corda.

As frequências para as quais ocorre a formação de ondas estacionárias correspondem às frequências de ressonância do sistema oscilante.

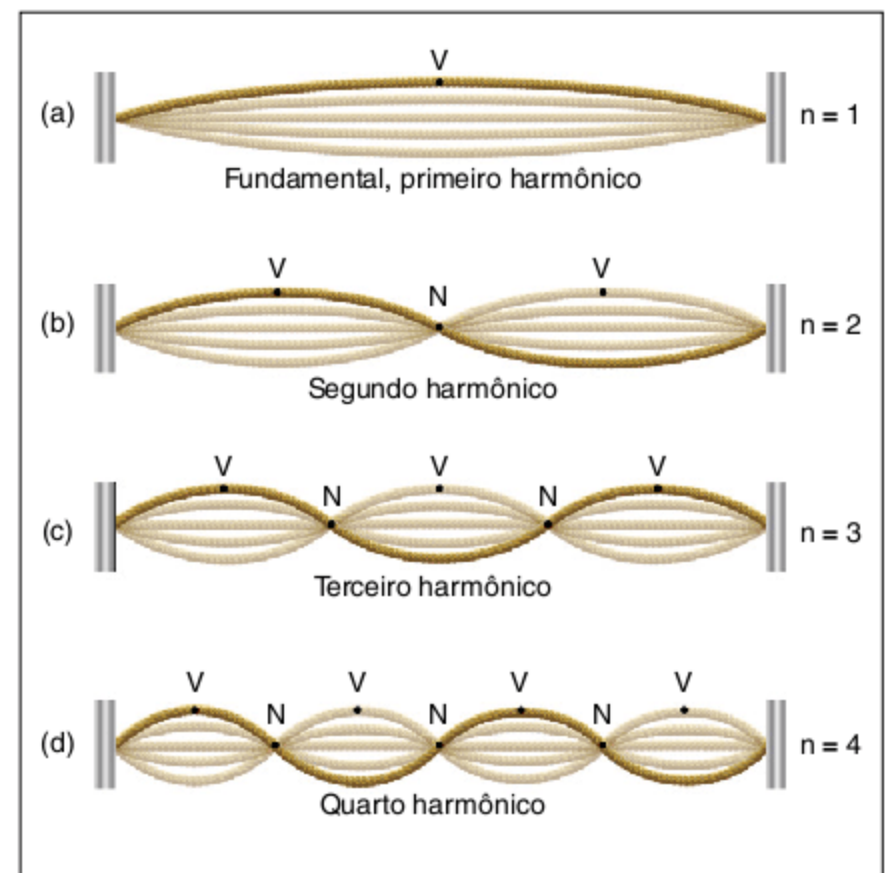


Fig. 5 Modos de vibração de uma corda de extremidades fixas.

Estando as extremidades da corda presas, os pontos extremos serão nós.

Na figura 5, vemos que:

- Em (a): temos o modo fundamental de vibração (menor frequência de ressonância) ou 1º harmônico. Observe que o 1º harmônico possui apenas um ventre.

- Em (b): temos o 2º harmônico, com dois ventres.
- Em (c): temos o 3º harmônico com três ventres, e assim sucessivamente.

Por indução vulgar, não é difícil estabelecer uma relação entre os comprimentos de onda das ondas estacionárias e o comprimento do fio. Vejamos:

(a)	$\frac{\lambda_1}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_1 = 2\ell$
(b)	$2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2\ell}{2}$
(c)	$3 \cdot \frac{\lambda_3}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2\ell}{3}$
(d)	$4 \cdot \frac{\lambda_4}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_4 = \frac{2\ell}{4}$
(e)	$5 \cdot \frac{\lambda_5}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_5 = \frac{2\ell}{5}$

Tab. 2 Relação entre o comprimento de onda ( $\lambda$ ) e o comprimento do fio ( $\ell$ ) na forma de ondas estacionárias em uma corda.

Na tabela anterior,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  e  $\lambda_5$  correspondem aos comprimentos de onda do 1º harmônico, 2º harmônico, 3º harmônico, 4º harmônico e 5º harmônico, respectivamente.

Para o  $n$ ésimo harmônico, teríamos, por indução:

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n}$$

Podemos agora achar as frequências de ressonância, utilizando a equação  $v = \lambda \cdot f$ .

Sabemos que a velocidade  $v$  será a mesma para todos os harmônicos, pois  $v$  depende apenas da tração à qual está submetida a corda e da densidade linear desta. Assim, teremos:

$$v = \lambda_n \cdot f_n \Rightarrow f_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

$$\Rightarrow f_n = \frac{v}{\left(\frac{2\ell}{n}\right)} \Rightarrow f_n = n \cdot \frac{v}{2\ell}$$

em que:

$$\frac{v}{2\ell} = f_1 \text{ (modo fundamental)}$$

$$\therefore f_n = n \cdot \frac{v}{2\ell} = n \cdot f_1; n = 1, 2, 3, \dots$$

Vêja que a frequência do  $n$ ésimo harmônico é igual a  $n$  vezes a frequência do modo fundamental (1º harmônico).

Tendo a corda uma massa  $m$ , temos:  $\mu = m/\ell$ .

Aplicando na equação que nos dá a velocidade, temos:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{T \cdot \ell}{m}}, \text{ em que } T \text{ é a tração na corda.}$$

Se a seção da corda é  $A$ , já sabemos que:  $v = \sqrt{\frac{T}{\rho \cdot A}}$ , em que

$\rho$  é a densidade volumétrica da corda. Substituindo  $v$  na equação que nos dá as frequências de ressonância, teremos:

$$f_n = \frac{n}{2\ell} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{n}{2\ell} \cdot \sqrt{\frac{T}{\rho \cdot A}}$$

A equação anterior é chamada equação de Lagrange.

Podemos também obter ondas estacionárias em uma corda que possui uma das extremidades livre.

Na outra extremidade, temos um dos braços de um diapasão fixado à corda.

Esse ponto de fixação do diapasão corresponde à extremidade fixa (nó), uma vez que a amplitude do diapasão é muito pequena, ou seja, desprezível.

A outra extremidade da corda, a extremidade livre, será atada a uma argola que poderá deslizar sem atrito em um suporte.

Na extremidade livre, teremos um ventre.

As configurações das ondas estacionárias podem ser observadas na figura seguinte.

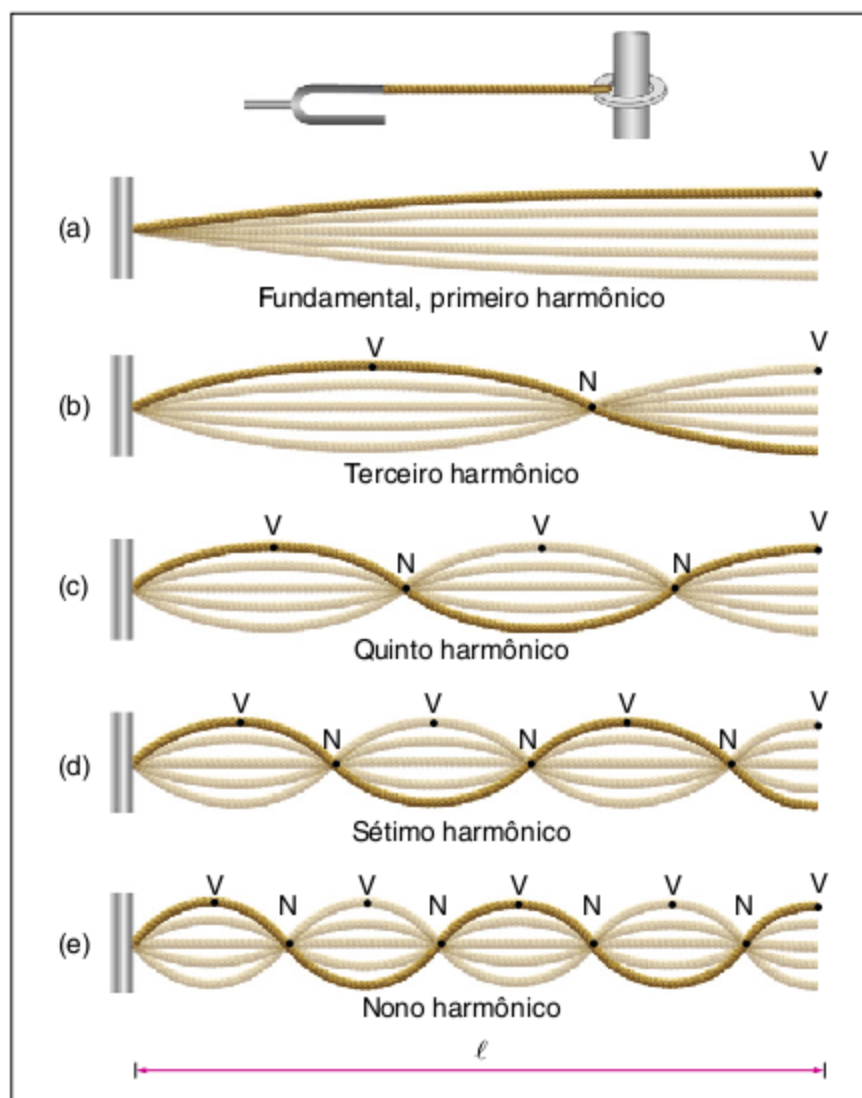


Fig. 6 Modos de vibração de uma corda com uma extremidade fixa e outra livre.

Vejamos novamente a relação entre o comprimento  $\ell$  do fio e os comprimentos de onda relativos a cada harmônico.

(a)	$\frac{\lambda_1}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_1 = 4\ell$
(b)	$3 \cdot \frac{\lambda_3}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_3 = \frac{4\ell}{3}$
(c)	$5 \cdot \frac{\lambda_5}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_5 = \frac{4\ell}{5}$
(d)	$7 \cdot \frac{\lambda_7}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_7 = \frac{4\ell}{7}$
(e)	$9 \cdot \frac{\lambda_9}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_9 = \frac{4\ell}{9}$

Tab. 3 Relação entre o comprimento da onda ( $\lambda$ ) e o comprimento do fio ( $\ell$ ) na formação de ondas estacionárias em uma corda com uma extremidade fixa.

Assim, para o  $n$ -ésimo harmônico, teremos:

$$\lambda_n = \frac{4\ell}{n}; \text{ sendo } n, \text{ neste caso, sempre um número ímpar.}$$

Calculemos agora as frequências de ressonância.

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{4\ell} \text{ (frequência fundamental; 1º harmônico).}$$

Assim, para o  $n$ -ésimo harmônico, teremos:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} \Rightarrow f_n = n \cdot \frac{v}{4\ell} \Rightarrow f_n = n \cdot f_1; n = 1, 3, 5, 7, \dots$$

Veja que, nesse caso, como  $n$  é um número ímpar, existem apenas os harmônicos ímpares da vibração fundamental.

## Tubos sonoros, colunas de ar que vibram

Assim como as cordas vibrantes, os tubos sonoros apresentam frequências naturais de vibração, ou melhor, o ar dentro dos tubos apresentará determinadas frequências de vibração que dependem do comprimento do tubo e de suas extremidades.

No caso de um tubo sonoro aberto em uma das extremidades, a configuração das ondas estacionárias é semelhante ao caso de uma corda vibrante com uma das extremidades livre.

### ATENÇÃO!

Representaremos as ondas sonoras estacionárias por ondas transversais por razões puramente didáticas, o que facilitará bastante o aprendizado.

Estão representados os nós e os ventres de deslocamentos.

Os gráficos representam as ondas de deslocamento, que têm um nó na extremidade fechada e um ventre na aberta. Como no caso de uma corda fixa numa extremidade, em um tubo com uma extremidade fechada somente aparecem os harmônicos ímpares.

Nesse caso, com uma extremidade fechada, o comprimento de onda e a frequência serão dados por:

$$\lambda_n = \frac{4\ell}{n}; n = 1, 3, 5, 7, \dots \text{ e}$$

$$f_n = n \cdot \frac{v}{4\ell} \Rightarrow f_n = n \cdot f_1$$

Um tubo com as duas extremidades abertas tem um ventre em cada extremidade. Como no caso de uma corda fixa nas duas extremidades, todos os harmônicos estão presentes.

Calculemos as frequências de ressonância de um tubo de extremidades abertas e de comprimento  $\ell$ . Com o auxílio da figura 7, temos:

$$\lambda_1 = \frac{2\ell}{1}; \lambda_2 = \frac{2\ell}{2}; \lambda_3 = \frac{2\ell}{3} \dots \lambda_n = \frac{2\ell}{n}$$

Assim, sendo  $v$  a velocidade de propagação do som no gás, no interior do tubo, temos para as frequências de ressonância:

$$f_1 = \frac{1 \cdot v}{2\ell}; f_2 = \frac{2 \cdot v}{2\ell}; f_3 = \frac{3 \cdot v}{2\ell} \dots f_n = \frac{n \cdot v}{2\ell}$$

Logo:

$$f_n = n \cdot \frac{v}{2\ell} = n \cdot f_1$$

Observe que, nesse caso, temos todos os harmônicos, ímpares e pares.

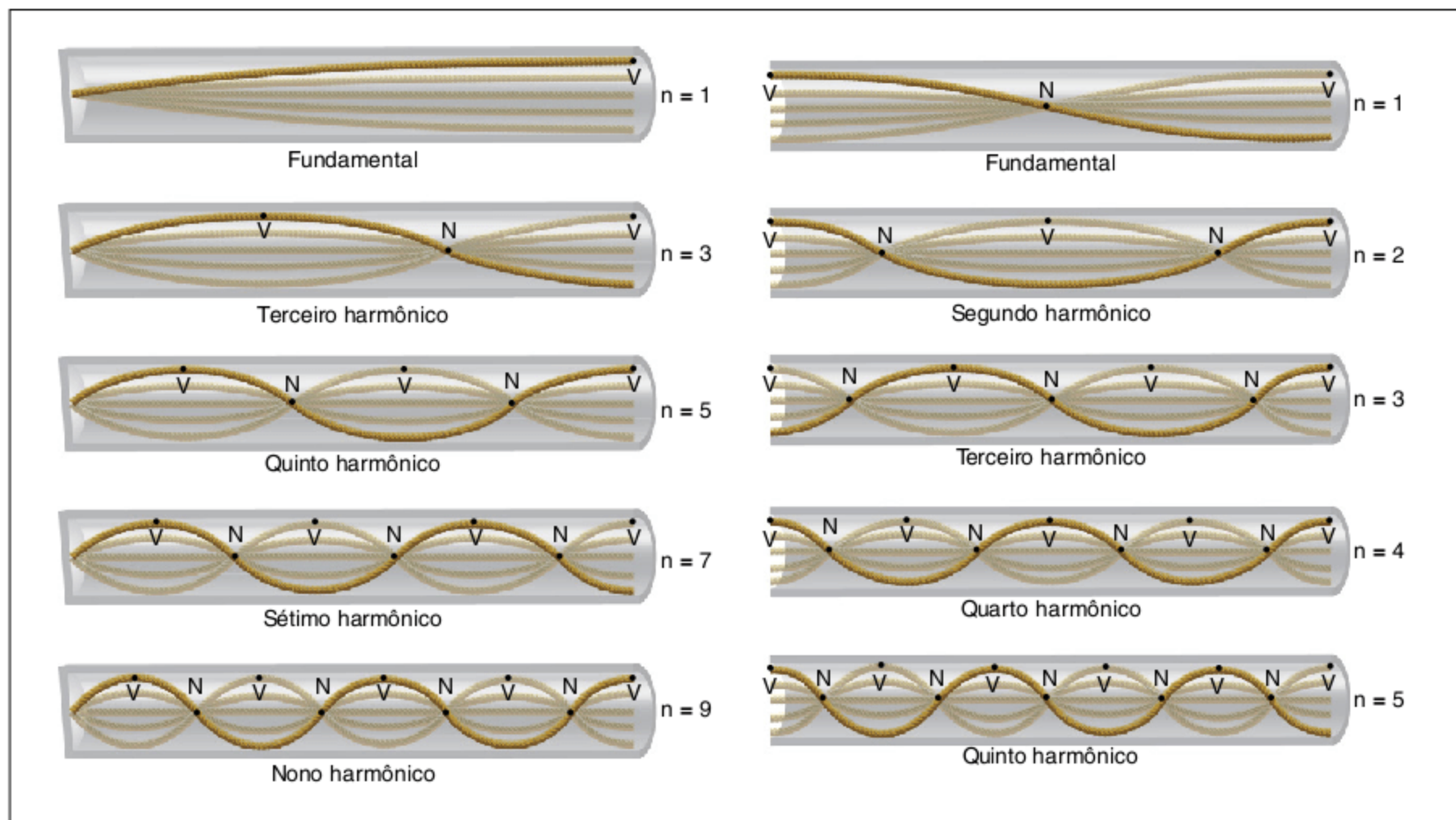


Fig. 7 Tubos sonoros e ondas estacionárias.

## Efeito Doppler

O efeito Doppler consiste na presença de uma frequência aparente (para o ouvinte), quando há movimento relativo entre a fonte sonora e o ouvinte (detector).

Imagine que você foi assistir ao GP Brasil de Fórmula 1 e ficou na arquibancada principal, bem em frente à reta dos boxes. Na aproximação de um carro durante a corrida, você recebe um som mais agudo do que o da fonte, o carro, em repouso; enquanto no afastamento do carro você detecta um som mais grave. Note que o barulho provocado pelo motor do carro não alterou sua frequência, permanecendo constante.

As frequências aparentes ouvidas, responsáveis pelos sons mais graves e mais agudos, decorrem do movimento relativo entre a fonte e o detector.

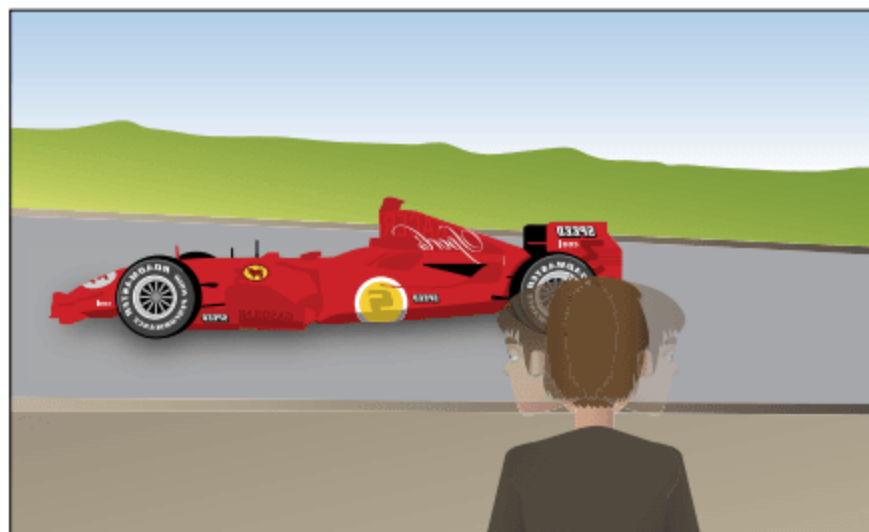


Fig. 8 Fonte de ondas sonoras em movimento e o efeito Doppler.

### Caso 1

#### Fonte em movimento e observador em repouso

Neste caso, a frequência aparente notada pelo observador é em virtude da mudança no comprimento de onda do som, quando a fonte sonora se desloca.

**Observação:** Quando uma fonte sonora está em repouso, as superfícies de onda emitidas pela fonte são superfícies esféricas concêntricas.

Quando a fonte sonora desloca-se com uma velocidade ( $v_f$ ), os comprimentos de onda atrás e à frente da fonte são diferentes. As frentes de onda que estão no sentido da velocidade da fonte estão mais comprimidas, mais compactadas (menor  $\lambda$ ); acontecendo o contrário com as frentes de onda atrás da fonte (estas estão mais espaçadas).

Assim, um observador situado à frente da fonte sonora terá a impressão de receber maior quantidade de frentes de onda (por causa do menor comprimento de onda) do que um observador situado atrás da fonte sonora; este receberá um número menor de frentes de onda em relação ao observador à frente da fonte, em um mesmo intervalo de tempo.

O contrário, afastamento relativo entre fonte e observador, implica uma frequência menor que a frequência real.

### Caso 2

#### Observador em movimento e fonte em repouso

Quando um observador vai de encontro à fonte, ele recebe um maior número de frentes de onda do que se estivesse parado, “esperando” as frentes de onda chegarem; isso implica uma maior frequência em relação à frequência real da fonte.

Quando o observador se afasta da fonte, ele “corre” das frentes de onda, sendo mais difícil as frentes de onda o atingirem, o que implica menor frequência do que a frequência real da fonte.

## ATENÇÃO!

Movimento Fonte – Observador

Aproximação:  $f_{\text{aparente}} > f_{\text{real}}$

Afastamento:  $f_{\text{aparente}} < f_{\text{real}}$

A equação geral para a determinação da frequência aparente é dada por:

$$f_{\text{aparente}} = \left[ \frac{v_{\text{som}} \pm v_o}{v_{\text{som}} \pm v_f} \right] \cdot f_{\text{real}}$$

A fim de simplificar a adoção dos sinais, oriente um eixo sempre no sentido do observador para a fonte, quaisquer que sejam os movimentos.

Dessa forma, você usará o sinal + se o movimento do observador ou da fonte for no sentido do eixo, e usará o sinal – se o movimento do observador ou da fonte for em sentido contrário ao eixo.

Observe a figura a seguir.

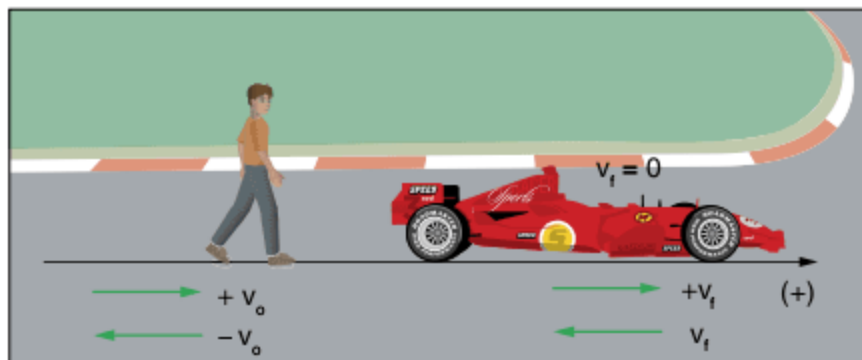


Fig. 9 Sistema de referência – Efeito Doppler.

Observe que  $v_o$  e  $v_f$  podem ser nulas dependendo do caso.

A equação anterior é somente utilizável quando  $v_{\text{som}} \gg v_f$ . Quando  $v_f > v_{\text{som}}$ , ocorrerá a formação de ondas de choque.

## SAIBA MAIS

Falamos em efeito Doppler para as ondas sonoras. No entanto, é sabido que o efeito Doppler também ocorre em ondas eletromagnéticas e, em especial, em ondas luminosas. Uma aplicação importante do efeito Doppler em ondas luminosas consiste na observação de que a luz emitida por galáxias distantes tem comprimento de onda deslocado para o vermelho, fenômeno conhecido como *redshift*. Isso se deve ao fato de as galáxias estarem se distanciando da Terra, do observador, o que implica na diminuição da frequência em relação à frequência original. O efeito Doppler para a luz só é observável para velocidades extremamente elevadas.

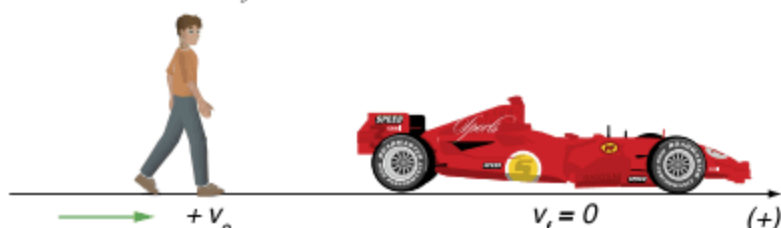


**Exercício resolvido**

**2** Um observador aproxima-se com velocidade de 20 m/s de uma fonte sonora parada que emite um som de frequência 900 Hz. Sendo 320 m/s a velocidade do som no ar, nas condições descritas, determine a frequência do som ouvido pelo observador.

**Resolução:**

Orienta-se um eixo do observador para a fonte. As velocidades são:  $v_o = 20$  m/s e  $v_f = 0$ .



A velocidade do som no ar é  $v_{som} = 320$  m/s e a frequência emitida  $f = 900$  Hz. A frequência aparente percebida pelo observador será dada por:

$$f_{aparente} = f \cdot \frac{v_{som} + v_o}{v_{som}}$$

Nessa equação,  $v_o$  é precedido por sinal positivo, porque o movimento do ouvinte tem o sentido do eixo adotado. Então:

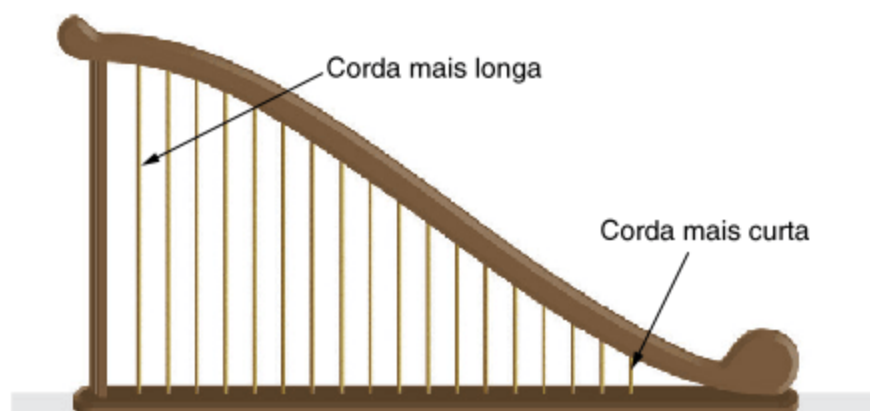
$$f_{aparente} = 900 \cdot \frac{320 + 20}{320}$$

$$f_{aparente} = 956,25 \text{ Hz}$$

**Revisando**

**1 UFRJ** Um artesão constrói um instrumento musical rústico usando cordas presas a dois travessões. As cordas são todas de mesmo material, mesmo diâmetro e submetidas à mesma tensão, de modo que a velocidade com que nelas se propagam ondas transversais seja a mesma. Para que o instrumento possa emitir as diversas notas musicais, ele utiliza cordas de comprimentos diferentes, como mostra a figura.

Uma vez afinado o instrumento, suponha que cada corda vibre em sua frequência fundamental. Que corda emite o som mais grave, a mais longa ou a mais curta? Justifique sua resposta.



**2 Osec** Uma corda sonora emite o quarto harmônico de frequência 900 hertz. Sendo o comprimento da corda 1 metro, qual a velocidade da onda na corda?

- 3 Mauá** Um observador situado à distância  $L = 25,0$  m de uma parede emite um som de frequência  $f = 440$  Hz (Lá fundamental, da escala musical), que se reflete na parede e volta ao observador. O tempo necessário para o som ir ao observador e a ele voltar é medido pela colagem, num aparelho registrador das vibrações de um diapasão que emite uma nota uma oitava acima (ou seja, de frequência  $2f$ ). O observador conta, pelo registro, 133,5 vibrações do diapasão. Calcule:
- a) o comprimento de onda do som emitido pelo observador (Lá fundamental).

b) a velocidade do som.

- 4 FEI** Qual a frequência fundamental de um tubo sonoro aberto, de comprimento  $\ell = 170$  cm, quando soprado com ar? Velocidade de propagação do som no ar  $v = 340$  m/s.

- 5 PUC-MG** Determinar a velocidade com que um observador deve se aproximar de uma fonte sonora, cuja frequência é de 16.000 Hz, para que ele cesse de ouvi-la, sabendo-se que a velocidade de propagação do som no ar é de 340 m/s e a máxima frequência audível, 20.000 Hz.

## Exercícios propostos

### Onda sonora

- 1 UFJF** O som propaga-se no vácuo com velocidade de:
- (a) 300 m/s                      (c) 341 m/s                      (e) n.d.a.  
 (b) 334 m/s                      (d) 430 m/s
- 2 Fatec** Ondas sonoras são compressões e rarefações do meio material através do qual se propagam. Podemos dizer que:
- (a) o som pode propagar-se através do vácuo.  
 (b) o som não pode propagar-se através de um sólido.  
 (c) o som somente se propaga através do ar.  
 (d) as ondas sonoras transmitem-se mais rapidamente através de líquidos e de sólidos do que através do ar.  
 (e) para as ondas sonoras não se verificam os fenômenos de interferência nem de difração.
- 3 FMB** Os morcegos emitem ultrassons. O menor comprimento de onda produzido por um morcego no ar é da ordem de  $33 \cdot 10^{-4}$  m. A frequência mais elevada que os morcegos podem emitir num local, onde a velocidade do som no ar é de 330 m/s, será:
- (a)  $10^4$  Hz                      (c)  $10^6$  Hz                      (e)  $10^8$  Hz  
 (b)  $10^5$  Hz                      (d)  $10^7$  Hz
- 4 F.Luziada** A velocidade de um som na água:
- (a) é maior que no ar.  
 (b) é menor que no ar.  
 (c) é a mesma que no ar.  
 (d) é maior ou menor, dependendo do som.  
 (e) é nula, isto é, o som não se propaga através de água.

**5 PUC** Um avião a jato passa em voo horizontal sobre um observador estacionário. Quando ele está exatamente na vertical que passa pelo observador, o som parece vir de um ponto atrás do avião, numa direção inclinada  $30^\circ$  com a vertical.

A velocidade do avião é:

- (a) igual a dois terços da velocidade do som.
- (b) igual à metade da velocidade do som.
- (c) igual à velocidade do som.
- (d) igual a um terço da velocidade do som.
- (e) n.d.a.

**6 UEL** O som mais grave detectável pelo ouvido humano tem, em média, frequência de 20 Hz e o mais agudo de 20.000 Hz. A relação entre o comprimento de onda do som mais grave  $\lambda_1$  e o comprimento de onda do som mais agudo  $\lambda_2$ , detectável pelo ouvido humano, no ar, é:

- (a)  $\lambda_1 = \lambda_2/2.000$
- (b)  $\lambda_1 = \lambda_2/1.000$
- (c)  $\lambda_1 = \lambda_2$
- (d)  $\lambda_1 = 1.000 \lambda_2$
- (e)  $\lambda_1 = 20.000 \lambda_2$

**7** Se a temperatura absoluta do ar quadruplicar, a velocidade do som no ar:

- (a) duplica.
- (b) triplica.
- (c) quadruplica.
- (d) permanece a mesma.
- (e) n.d.a.

**8 FEI** Um caçador ouve o eco de um tiro 6 segundos após ter disparado a arma. Pode-se afirmar que o anteparo refletor encontra-se aproximadamente a:

- (a) 2.040 m
- (b) 1.020 m
- (c) 510 m
- (d) 340 m
- (e) n.d.a.

**9 Mackenzie** Para que um observador possa ouvir o eco de suas palavras é necessário que o obstáculo onde o som se reflete esteja:

- (a) no máximo a 34 m.
- (b) no mínimo a 34 m.
- (c) no máximo a 17 m.
- (d) no mínimo a 17 m.
- (e) n.d.a.

**10 FGV** Emite-se um som em frente a um muro vertical e ouve-se esse som, através do eco, depois de  $\frac{4}{3}$  de segundos.

Qual a distância do muro ao local da emissão do som, sabendo-se que a velocidade deste é de 330 m/s?

- (a) 1 km
- (b) 1 m
- (c) 600 m
- (d) 800 m
- (e) n.d.a.

**11 PUC-SP** Para determinar a profundidade de um poço de petróleo, um cientista emitiu com uma fonte, na abertura do poço, ondas sonoras de frequência 220 Hz. Sabendo-se que o comprimento de onda, durante o percurso, é de 1,5 m e que o cientista recebe como resposta um eco após 8 s, a profundidade do poço é:

- (a) 2.640 m
- (b) 1.440 m
- (c) 2.880 m
- (d) 1.320 m
- (e) 330 m

**12** A altura é a qualidade fisiológica do som que nos permite distinguir:

- (a) um som grave de um agudo.
- (b) um som fraco de um forte.
- (c) dois sons de mesma intensidade emitidos por fontes diferentes.
- (d) um ruído de um som musical.
- (e) n.d.a.

**13 Faap** A altura do som depende:

- (a) da velocidade do som.
- (b) da densidade do meio.
- (c) do modo de vibração do corpo sonoro.
- (d) da força do movimento vibratório.
- (e) do número de vibração ou frequência do som.

**14 UEL** Do som mais grave ao mais agudo de uma escala musical, as ondas sonoras sofrem um aumento progressivo de:

- (a) amplitude.
- (b) alongação.
- (c) velocidade.
- (d) frequência.
- (e) comprimento de onda.

**15 UFRGS** Quais as características das ondas sonoras que determinam, respectivamente, as sensações de altura e intensidade do som?

- (a) Frequência e amplitude.
- (b) Frequência e comprimento de onda.
- (c) Comprimento de onda e frequência.
- (d) Amplitude e comprimento de onda.
- (e) Amplitude e frequência.

**16 Fuvest** O timbre de um som musical deve-se:

- (a) à intensidade da fonte sonora.
- (b) à frequência do som fundamental.
- (c) ao comprimento de onda do som fundamental.
- (d) à existência de harmônicos.
- (e) n.d.a.

**17 Unisinos** A mesma nota musical é emitida por um clarinete e por um violino. Você pode diferenciá-las mediante:

- (a) o timbre.
- (b) a altura.
- (c) a intensidade.
- (d) a energia.
- (e) a potência.

**18 UMC** A propriedade que nos permite distinguir a nota dó emitida por um piano da nota dó emitida por um violão, sendo ambas de mesma frequência, é:

- (a) a altura.
- (b) o volume.
- (c) a intensidade.
- (d) o timbre.
- (e) a energia.

**19 Fatec** Quando um disco gravado para 33 rpm é tocado em 78 rpm, observa-se que:

- (a) os sons tornam-se mais graves e mais intensos.
- (b) se alteram apenas os timbres dos sons.
- (c) os sons tornam-se apenas mais graves.
- (d) os sons tornam-se mais agudos.
- (e) n.d.a.

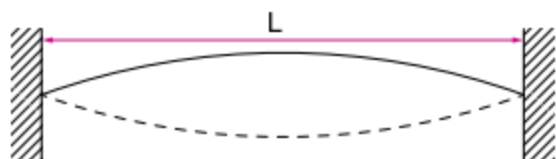
**20 Vunesp** Pesquisadores da Unesp, investigando os possíveis efeitos do som no desenvolvimento de mudas de feijão, verificaram que sons agudos podem prejudicar o crescimento dessas plantas, enquanto os sons mais graves, aparentemente, não interferem no processo.

*Ciência e Cultura* 42 (7) supl: 180-1, Jul. 1990.

Nesse experimento, o interesse dos pesquisadores fixou-se principalmente na variável física:

- (a) velocidade. (c) temperatura. (e) intensidade.  
 (b) umidade. (d) frequência.

**21 FCC** A corda de um instrumento musical vibra como mostra a figura a seguir.



O comprimento de onda da onda que está se propagando na corda, em termos do comprimento  $L$  da corda, é:

- (a)  $\frac{L}{4}$  (c)  $L$  (e)  $4L$   
 (b)  $\frac{L}{2}$  (d)  $2L$

**22 Mackenzie** Uma corda vibrante homogênea, de comprimento 1,6 m e massa 40 g, emite o som fundamental quando está submetida a uma tração de 160 N.

A frequência do 3º harmônico desse som fundamental é:

- (a) 200 Hz (c) 125 Hz (e) 75 Hz  
 (b) 150 Hz (d) 100 Hz

**23 ITA** Uma corda vibrante, de comprimento  $L_1$ , fixa nos extremos, tem como menor frequência de ressonância 100 Hz. A segunda frequência de ressonância de uma outra corda, do mesmo diâmetro e mesmo material, submetida à mesma tensão, mas de comprimento  $L_2$  diferente de  $L_1$ , é também igual a 100 Hz. A relação  $L_2/L_1$  é igual a:

- (a) 2 (b)  $\sqrt{3}$  (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\sqrt{2}$  (e) 4

**24** Duas cordas vibrantes, A e B, são submetidas à mesma tração. A densidade linear de A é o dobro da densidade linear de B, e o comprimento de A é a metade do comprimento de B. Quanto aos sons fundamentais emitidos por essas cordas:

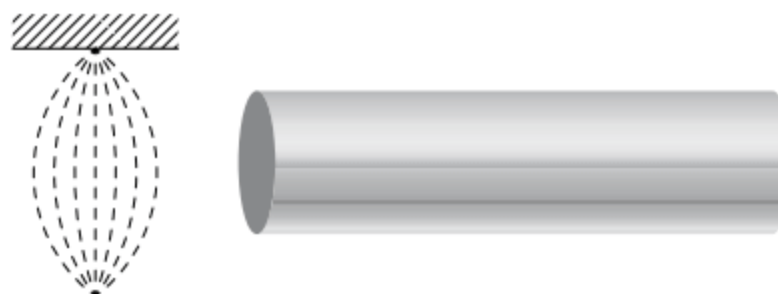
- (a) têm a mesma frequência.  
 (b) o som emitido por A é mais agudo.  
 (c) o som emitido por B é mais agudo.  
 (d) o som emitido por A é tão agudo quanto o emitido por B.  
 (e) n.d.a.

**25** As leis enunciadas a seguir referem-se a uma corda com as extremidades fixas, que vibre sobre todo o seu comprimento emitindo um som fundamental (1º harmônico). Qual o enunciado errado?

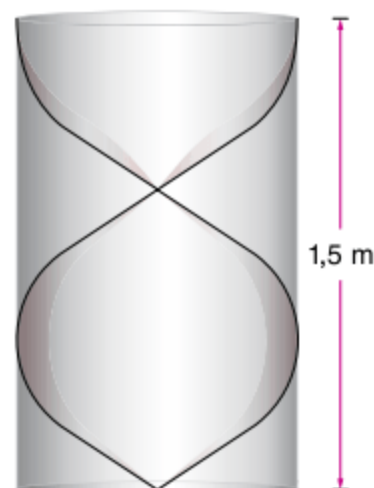
- (a) A frequência é diretamente proporcional ao raio da corda.  
 (b) A frequência é diretamente proporcional à raiz quadrada da tensão.

- (c) A frequência é inversamente proporcional ao comprimento da corda.  
 (d) A frequência é inversamente proporcional à raiz quadrada da densidade linear.  
 (e) A frequência é inversamente proporcional à raiz quadrada da densidade da substância.

**26** Uma corda de 100 g de massa e 1 m de comprimento vibra no modo fundamental, próxima de uma das extremidades de um tubo aberto de 4 m de comprimento. O tubo, então, ressoa, também no modo fundamental. Sendo de 320 m/s a velocidade do som no ar do tubo, calcule a força tensora na corda.



**27 Mackenzie** Uma onda estacionária se forma num tubo sonoro fechado, como ilustra a figura.



Admitindo ser de 340 m/s a velocidade do som no ar, podemos afirmar que a frequência do som emitido pelo tubo é:

- (a) 100 Hz (d) 200 Hz  
 (b) 150 Hz (e) 340 Hz  
 (c) 170 Hz

**28 PUC-PR (Adapt.)** Instrumentos musicais de sopro, como saxofone, oboé e clarinete, empregam a ideia de onda sonora estacionária em tubos, pois são emitidas ondas sonoras de grande amplitude para as frequências de ressonância, ou harmônicos correspondentes.

Sobre esse assunto, indique a alternativa incorreta.

- (a) Harmônico fundamental num tubo sonoro aberto em ambas as extremidades tem um nó e um ventre.  
 (b) A extremidade fechada de um tubo sonoro fechado sempre corresponde a um nó.  
 (c) O comprimento de onda do harmônico fundamental num tubo fechado é igual ao quádruplo do comprimento do tubo.

- (d) Em tubos abertos, todos os harmônicos podem existir; já em tubos fechados, apenas os harmônicos ímpares existem.
- (e) Para um tubo fechado, a frequência do terceiro harmônico é maior do que a do primeiro harmônico.

**29 ITA 2011** O tubo mais curto de um órgão típico de tubos tem um comprimento de aproximadamente 7 cm. Qual é o harmônico mais alto na faixa audível, considerada como estando entre 20 Hz e 20.000 Hz, de um tubo deste comprimento aberto nas duas extremidades?

**30 UFMG 2008** Quando, em uma região plana e distante de obstáculos, se ouve o som de um avião voando, parece que esse som vem de uma direção diferente daquela em que, no mesmo instante, se enxerga o avião.

Considerando-se essa situação, é correto afirmar que isso ocorre porque:

- (a) a velocidade do avião é maior que a velocidade do som no ar.
- (b) a velocidade do avião é menor que a velocidade do som no ar.
- (c) a velocidade do som é menor que a velocidade da luz no ar.
- (d) o som é uma onda longitudinal e a luz uma onda transversal.

**31 FMU** Uma fonte sonora aproxima-se de um observador parado. O som ouvido pelo observador será:

- (a) mais agudo do que o som emitido pela fonte.
- (b) mais grave do que o som emitido.
- (c) mais intenso do que o som emitido.
- (d) menos intenso do que o som emitido.
- (e) n.d.a.

**32 Lins** Um trem aproxima-se de uma campainha de sinalização, passa por ela e afasta-se a seguir. Ao afastar-se, a frequência ouvida por um passageiro é:

- (a) maior do que na aproximação.
- (b) menor do que na aproximação.
- (c) igual àquela na aproximação.
- (d) não se pode afirmar nada sem conhecer a frequência original.
- (e) nenhuma das afirmações anteriores é correta.

**33 UFPR** Quando se assiste a uma corrida de carros, observa-se que o ronco do motor troca de frequência ao aproximar-se ou afastar-se do observador. Esse fenômeno, devido ao deslocamento da fonte sonora, chama-se efeito:

- (a) Doppler. (d) Volta.
- (b) fotoelétrico. (e) n.d.a.
- (c) sonoro.

**34 Med.U** O som emitido pelo apito de um dos figurantes do primeiro bloco de uma escola de samba que começa a desfilar é ouvido pelos componentes do último bloco que ainda se encontram parados:

- (a) com a frequência aumentada.
- (b) com a mesma frequência.
- (c) com o período aumentado.
- (d) com o mesmo comprimento de onda.
- (e) com a intensidade sonora dobrada.

**35 Fuvest** Em um lago, o vento produz ondas periódicas que se propagam com velocidade de 2 m/s.

O comprimento de onda é 10 metros. Determine o período de oscilação de um barco:

- a) quando ancorado neste lago.
- b) quando se movimenta em sentido contrário ao da propagação das ondas, com velocidade de 8 m/s.

**36 Osec** Uma fonte sonora que emite um som de frequência 500 hertz aproxima-se de um observador em repouso, com velocidade de 72 km/h. Sendo a velocidade do som 340 m/s, a frequência recebida pelo observador é de, aproximadamente:

- (a) 470 Hz (d) 531 Hz
- (b) 472 Hz (e) n.d.a.
- (c) 529 Hz

**37 Med.C** Um observador desloca-se com velocidade de 20 m/s. Uma fonte sonora desloca-se segundo a mesma reta que o observador e em sentido contrário a ele, com a velocidade, de 20 m/s. Sabe-se que o observador e a fonte já se cruzaram, que a velocidade da propagação do som é de 340 m/s, e que a frequência do som emitida pela fonte é de 720 Hz. A frequência do som percebido pelo observador é de:

- (a) 640 Hz (c) 700 Hz
- (b) 720 Hz (d) n.d.a.

**38** Um avião emite um som de frequência  $f = 600$  Hz e percorre uma trajetória retilínea, com velocidade  $v_a = 300$  m/s. O ar apresenta-se imóvel. A velocidade de propagação do som é  $v = 330$  m/s. Determinar a frequência do som recebido por um observador estacionário junto à trajetória do avião:

- a) enquanto o avião aproxima-se do observador.
- b) quando o avião afasta-se do observador.

**39 UNB** Assinale:

- I. Quando uma fonte sonora está em movimento na direção de um observador estacionário, o comprimento de onda da vibração sonora que chega ao observador é menor do que aquele que seria percebido por ele se a fonte estivesse emitindo a mesma vibração em repouso.
- II. O efeito Doppler é um fenômeno que é observado tanto com as ondas sonoras como com as ondas luminosas.
- III. Em um meio A, cujo índice de refração é maior do que o índice de refração do meio B, a luz propaga-se com velocidade menor do que em B.

- (a) se todas as proposições forem corretas.
- (b) se somente II e III forem corretas.
- (c) se somente I e III forem corretas.
- (d) n.d.a.

## TEXTO COMPLEMENTAR

O matemático e físico Laplace deduziu matematicamente uma equação que nos dá a velocidade de propagação de ondas longitudinais em gases. Vejamos esta equação:  $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ , onde  $\rho$  é a densidade do meio em equilíbrio e  $B$  é o que se chama de módulo de compressibilidade.

Laplace demonstrou que  $B$ , no caso de um gás, é dado pela relação,  $B = \gamma \cdot P$ , onde  $\gamma$  é uma constante termodinâmica igual à razão entre a capacidade térmica, à pressão constante, e a capacidade térmica, a volume constante.  $\gamma = C_p/C_v$ .  $P$  é a pressão à qual está submetido o gás. Assim, a partir da equação de Clapeyron, temos:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow P \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow P = \frac{\rho}{M} \cdot R \cdot T$$

Substituindo  $P$  na equação anterior, teremos:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{P \cdot \gamma}{\rho}} = \sqrt{\frac{\rho \cdot R \cdot T \cdot \gamma}{M \cdot \rho}}$$

que nos dá:  $v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}}$

Nessa equação, a temperatura é dada em escala kelvin e  $R$  é a constante universal dos gases perfeitos.

$$R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$M$  é a massa molecular do gás, que para o ar é  $M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ; e  $\gamma$ , expoente de Poisson (aquele das transformações adiabáticas), que tem valor  $\gamma$  igual a 1,4 para o ar.

Observe que, para um determinado gás,  $\frac{\gamma \cdot R}{M}$  é constante. Assim, a nossa equação para a velocidade fica:

$$v = \sqrt{k \cdot T}, \text{ em que } k = \frac{\gamma \cdot R}{M}$$

No caso de uma onda sonora que se propaga em uma barra sólida comprida, o módulo de compressibilidade ( $B$ ) é substituído pelo módulo de Young ( $Y$ ). Assim, a equação da velocidade será:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Veja a velocidade de propagação do som em diferentes meios materiais na tabela a seguir.

Meio material	Temperatura(°C)	Velocidade(m/s)
Borracha vulcanizada	0	54
Oxigênio	0	317,2
Ar	0	331,3
Chumbo	20	1.230
Hidrogênio	0	1.286
Água	15	1.450
Alumínio	20	5.100
Ferro	20	5.130
Cobre	20	3.560
Granito		6.000

Velocidade de propagação do som em diferentes meios.

## RESUMINDO

**Ondas sonoras** são ondas mecânicas, ou seja, precisam de um meio material para se propagar. Quanto à forma, as ondas sonoras podem ser transversais, longitudinais ou mistas, dependendo do meio de propagação.

As ondas sonoras audíveis têm comprimentos de onda entre 0,017m e 17m e frequências entre 20 Hz e 20.000 Hz. Ondas sonoras com frequências maiores que 20.000 Hz são denominadas **ultrassons** e ondas sonoras com frequências menores que 20 Hz são denominadas **infrassons**.

Os comprimentos de onda das ondas sonoras têm a mesma ordem de grandeza das dimensões dos obstáculos do nosso dia a dia e por esse motivo a difração dessas ondas é acentuada.

O fenômeno da reflexão também é observado em ondas sonoras e pode ser percebido como reforço, reverberação ou eco.

- **Reforço** – o som reforçado é percebido se duas ondas chegam ao detector (ou ouvinte) com um intervalo muito menor que 0,1s.

$$\Delta t \ll 0,1 \text{ s}$$

- **Reverberação** – a sensação de prolongamento do som ocorre quando ondas chegam ao detector com um intervalo menor ou de aproximadamente 0,1s.

$$\Delta t \leq 0,1 \text{ s}$$

- **Eco** – a percepção de dois sons distintos, sensação de repetição do som, ocorre quando duas ondas chegam ao detector com um intervalo maior que 0,1s.

$$\Delta t > 0,1 \text{ s}$$

Um som pode ser classificado como forte ou fraco, de acordo com sua intensidade. **O limiar da audição**, ou seja, o valor mínimo da intensidade física de uma onda sonora para que ela seja audível, é de  $10^{-12} \text{ W/m}^2$ .

A relação entre o aumento na intensidade do som e o aumento perceptível pelo ouvido humano é descrita pelo **nível de intensidade sonora**,  $\beta$ , em bel (B).

$$\beta = \log \frac{I}{I_0}$$

$I$  é a intensidade do som e  $I_0$  é o limiar da audição.

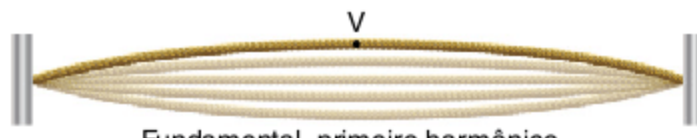
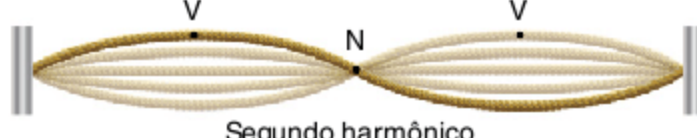
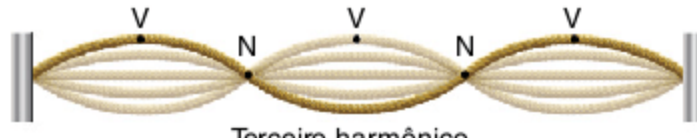
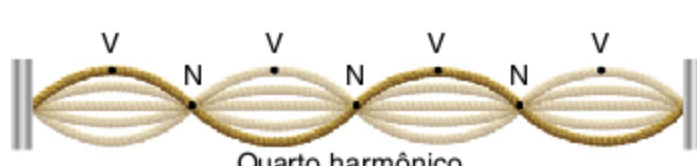
$$1\text{dB} = \frac{1}{10} \text{ B}$$

Em instrumentos musicais, a intensidade dos harmônicos que acompanham o som fundamental é responsável pela determinação de diferentes **timbres**.




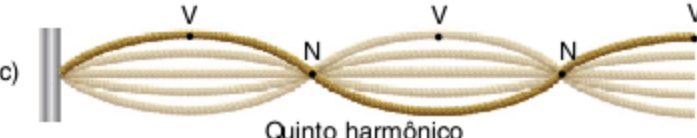
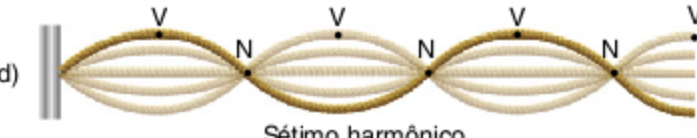
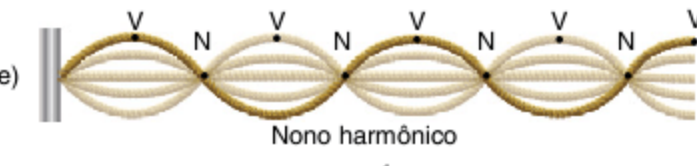
### Cordas vibrantes

Ondas estacionárias podem ser obtidas em cordas de extremidades fixas ou com uma das extremidades livre. As configurações das ondas estacionárias podem ser observadas nas figuras a seguir

#### Duas extremidades fixas

<p>(a)  n = 1</p> <p>Fundamental, primeiro harmônico</p>	$\frac{\lambda_1}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_1 = 2\ell$	<p>Para o enésimo harmônico:</p> $\lambda_n = \frac{2\ell}{n}$ $f_n = n \cdot \frac{v}{2\ell} = n \cdot f_1; n = 1, 2, 3, \dots$ <p>Da equação de Lagrange:</p> $f_n = \frac{n}{2\ell} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}}$
<p>(b)  n = 2</p> <p>Segundo harmônico</p>	$2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2\ell}{2}$	
<p>(c)  n = 3</p> <p>Terceiro harmônico</p>	$3 \cdot \frac{\lambda_3}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2\ell}{3}$	
<p>(d)  n = 4</p> <p>Quarto harmônico</p>	$4 \cdot \frac{\lambda_4}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_4 = \frac{2\ell}{4}$	

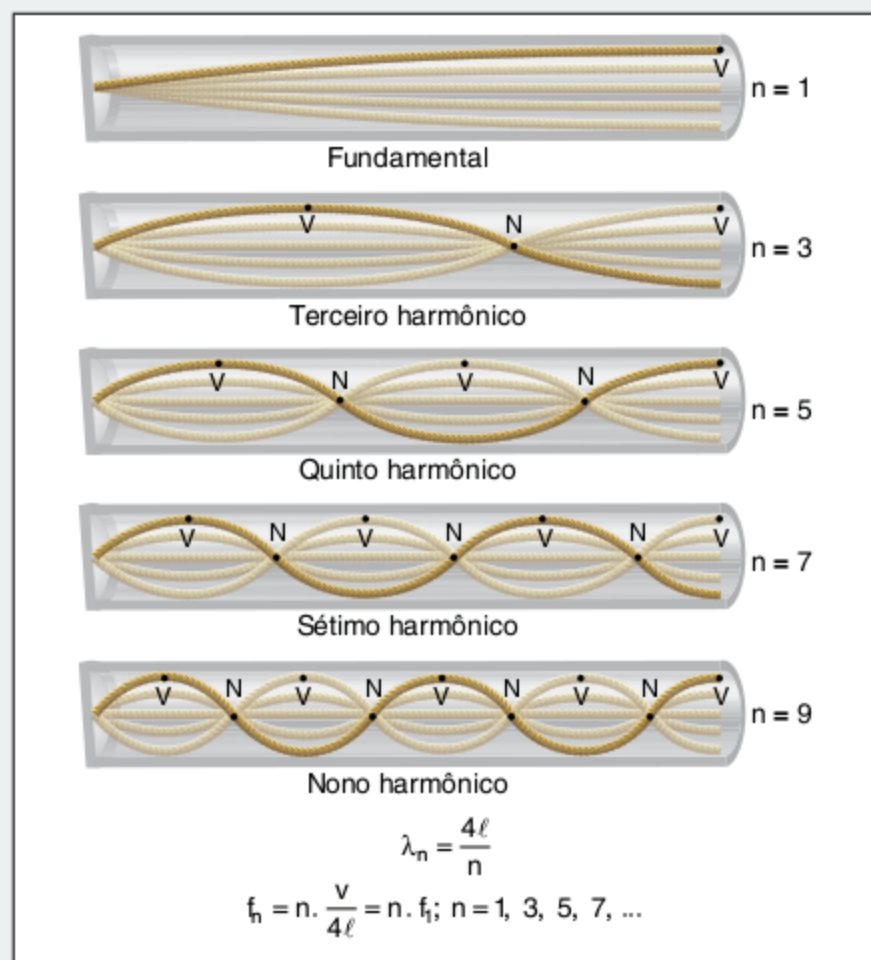
#### Uma das extremidades livre

<p></p> <p>(a)  n = 1</p> <p>Fundamental, primeiro harmônico</p>	$\frac{\lambda_1}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_1 = 4\ell$	<p>Para o enésimo harmônico:</p> $\lambda_n = \frac{4\ell}{n}$ $f_n = n \cdot \frac{v}{4\ell} = n \cdot f_1; n = 1, 3, 5, 7, \dots$
<p>(b)  n = 3</p> <p>Terceiro harmônico</p>	$3 \cdot \frac{\lambda_3}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_3 = \frac{4\ell}{3}$	
<p>(c)  n = 5</p> <p>Quinto harmônico</p>	$5 \cdot \frac{\lambda_5}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_5 = \frac{4\ell}{5}$	
<p>(d)  n = 7</p> <p>Sétimo harmônico</p>	$7 \cdot \frac{\lambda_7}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_7 = \frac{4\ell}{7}$	
<p>(e)  n = 9</p> <p>Nono harmônico</p> <p style="text-align: center;"><math>\ell</math></p>	$9 \cdot \frac{\lambda_9}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_9 = \frac{4\ell}{9}$	

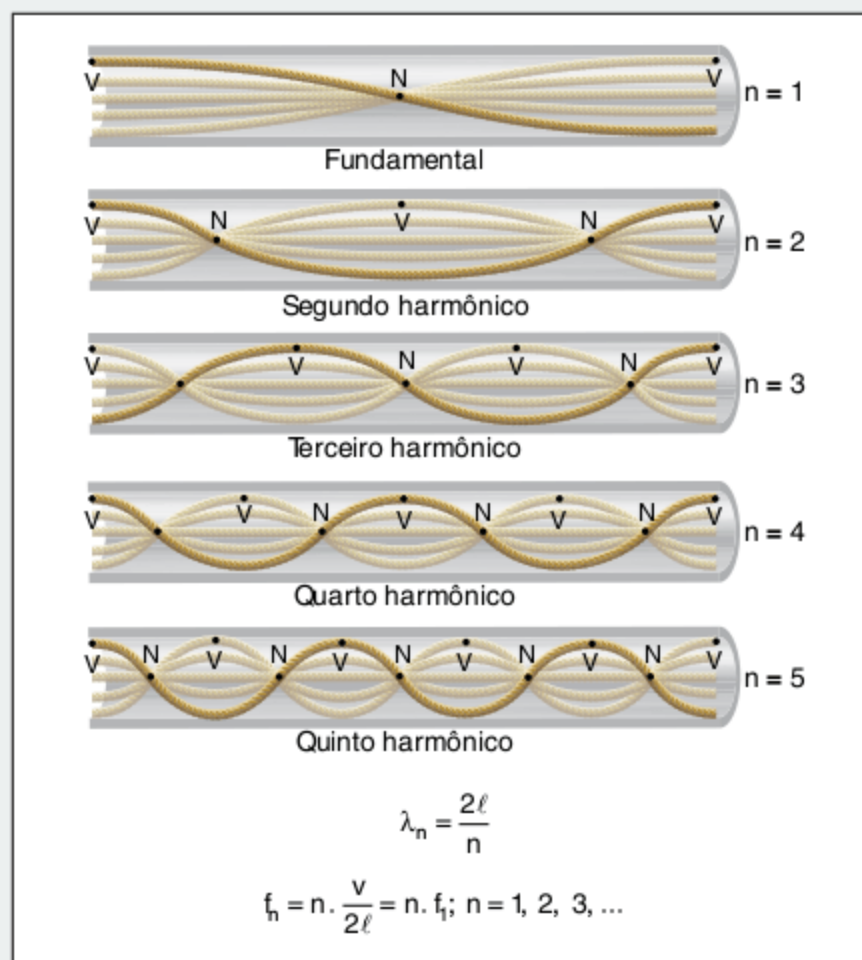
## Tubos sonoros

Assim como as cordas vibrantes, tubos sonoros apresentam frequências naturais de vibração, que dependem do comprimento do tubo e da condição de suas extremidades.

### Tubo fechado em uma das extremidades



### Tubo aberto



## Efeito Doppler

Quando há movimento relativo entre uma fonte sonora e o detector, uma frequência aparente é registrada.

Se uma fonte em movimento se aproxima do detector, ou observador, em repouso, uma frequência maior que a frequência real é registrada. Se a fonte se afasta do detector, uma frequência menor que a frequência real é registrada.

$$f_{\text{aparente}} = \left[ \frac{v_{\text{som}} \pm v_o}{v_{\text{som}} \pm v_f} \right] \cdot f_{\text{real}}$$

## ■ QUER SABER MAIS?



### SITES

- Efeito Doppler  
[www.walter-fendt.de/ph14br/dopplereff\\_br.htm](http://www.walter-fendt.de/ph14br/dopplereff_br.htm)  
<http://faraday.physics.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/Flash/ClassMechanics/DopplerWaveFronts/DopplerWaveFronts.html>
- Ondas de choque  
<http://science.sbcc.edu/physics/flash/oscillationwaves/Shock%20waves.html>
- A Física e a música  
<http://faraday.physics.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/Flash/Temperament/Temperament.html>
- [www.das.inpe.br/~alex/FisicadaMusica/fismus\\_introducao.htm](http://www.das.inpe.br/~alex/FisicadaMusica/fismus_introducao.htm)
- A Física e a música – Instrumentos musicais  
[www.mindbites.com/lesson/4627-physics-in-action-musical-instruments](http://www.mindbites.com/lesson/4627-physics-in-action-musical-instruments)
- Redshift  
[www.spitzer.caltech.edu/video-audio/125-ask2006-001-What-Is-a-Redshift-?autoplay=true&limit=20](http://www.spitzer.caltech.edu/video-audio/125-ask2006-001-What-Is-a-Redshift-?autoplay=true&limit=20)
- Dualidade onda-partícula  
[www.youtube.com/minutephysics#p/u/2/Q\\_h4loPJXZw](http://www.youtube.com/minutephysics#p/u/2/Q_h4loPJXZw)



### REVISTA

- Artigo – Mario Goto. "Física e música em consonância". *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 31, n. 2, 2009, p. 2.307.  
[www.scielo.br/pdf/rbef/v31n2/08.pdf](http://www.scielo.br/pdf/rbef/v31n2/08.pdf)



## Exercícios complementares

### Questões gerais

**1 UFMG 2008** Quando uma onda sonora incide na superfície de um lago, uma parte dela é refletida e a outra é transmitida para a água. Seja  $f_1$  a frequência da onda incidente,  $f_R$  a frequência da onda refletida e  $f_T$  a frequência da onda transmitida para a água. Considerando-se essas informações, é correto afirmar que:

- (a)  $f_R = f_1$  e  $f_T > f_1$ .                      (c)  $f_R = f_1$  e  $f_T = f_1$ .  
 (b)  $f_R < f_1$  e  $f_T > f_1$ .                      (d)  $f_R < f_1$  e  $f_T = f_1$ .

**2 UFCS** A velocidade do som na água é de aproximadamente 1.600 m/s. Sabe-se que, no ar, a velocidade do som é 340 m/s e que é necessário uma distância mínima de 17 m entre o obstáculo e o observador para este perceber o eco. Um mergulhador emite um som e percebe o eco, refletido pelo fundo do lago. A distância mínima entre o mergulhador e o fundo do lago, em metros, é:

- (a) 34    (c) 80    (e) 340  
 (b) 64    (d) 160

**3 Fatec** Um poço tem profundidade  $h = 45,0$  m. Admitir  $g = 10,00$  m/s<sup>2</sup>. A velocidade do som no ar é  $c = 360$  m/s. Na boca do poço abandona-se em repouso uma pedra maciça do tamanho aproximado de uma caixa de fósforos (data zero). Assinalar a proposição incorreta.

- (a) Sem resistência do ar, a pedra atingiria o fundo do poço após  $t_1 = 3,00$  s.  
 (b) O baque da pedra no fundo propaga-se até a boca do poço na duração  $t_2 = (1/8)$  s = 0,125 s.  
 (c) Realmente, ouve-se o baque na data  $t_3 = 3,50$  s; logo, a aceleração da queda da pedra é diminuída por efeitos do ar.  
 (d) Se, em vez da pedra, caísse uma caixa de fósforos, seu baque no fundo seria ouvido em data  $t'_3 > t_3$ .  
 (e) n.d.a.

**4 FAU** Na propagação do som, as moléculas:

- (a) se deslocam continuamente na direção do som.  
 (b) se movimentam na direção normal do som.  
 (c) oscilam em círculos num plano que contém a direção de propagação.  
 (d) oscilam na direção da propagação.  
 (e) oscilam num plano normal à direção de propagação.

**5** Considere a expressão de Laplace para a velocidade de propagação do som em um gás, de densidade  $m$  e sujeito à expressão:

$$v = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{P}{\mu}}$$

onde  $c_p$  e  $c_v$  representam, respectivamente, os calores específicos à pressão constante e o volume constante do gás. Pode-se prever, por meio dessa equação, que a velocidade do som em um gás é:

- (a) diretamente proporcional à raiz quadrada de sua temperatura absoluta.  
 (b) inversamente proporcional à sua temperatura absoluta.

- (c) diretamente proporcional à sua temperatura absoluta.  
 (d) inversamente proporcional à raiz quadrada de sua temperatura absoluta.  
 (e) diretamente proporcional ao quadrado de sua temperatura absoluta.

**6 Med.ABC** Na tabela a seguir estão os valores da velocidade do som  $v$  em diversos gases nas mesmas condições de pressão e temperatura.  $M$  é a massa molecular do gás correspondente.

Gás	H <sub>2</sub>	He	Ne	O <sub>2</sub>
$v$ (m/s)	$18 \cdot 10^2$	$13 \cdot 10^2$	$5,8 \cdot 10^2$	$4,6 \cdot 10^2$
$M$	2,0	4,0	20	32
$\sqrt{M}$	1,4	2,0	4,5	5,7
$M^2$	4,0	16,0	400	1.024

Podemos dizer, aproximadamente, que a velocidade do som é diretamente proporcional a:

- (a)  $M$                       (b)  $\sqrt{M}$                       (c)  $\frac{1}{\sqrt{M}}$                       (d)  $\frac{1}{M}$                       (e)  $\frac{1}{M^2}$

**7 UFPR** A massa específica do ar é 1,293 kg/m<sup>3</sup> nas CNTP e a relação entre os calores específicos do ar, à pressão e a volume constantes, é igual a 1,4. Pode-se dizer que a velocidade do som no ar, nas CNTP, tem valor aproximado de:

- (a) 350 m/s                      (c) 298 m/s                      (e) 302 m/s  
 (b) 331 m/s                      (d) 340 m/s

**8 UFPA** Admitindo-se que a velocidade de propagação do som no ar a 0 °C é 340 m/s, podemos afirmar que a velocidade de propagação a 819 °C será, em m/s:

- (a) 113,3                      (c) 680                      (e) 1.360  
 (b) 170                      (d) 1.020

**9 Faap** A velocidade do som no ar a 0 °C é de 330,60 m/s; qual é a sua velocidade a 30 °C?

**10 Med.ABC** A velocidade  $v$  do som em um gás é função das seguintes grandezas:  $p$  é a pressão do gás e  $d$  é a densidade do gás. Se  $\propto$  indica proporcionalidade, a única relação dimensionalmente correta é:

- (a)  $v \propto p/d$                       (c)  $v \propto \sqrt{pd}$                       (e)  $v \propto \sqrt{d/p}$   
 (b)  $v \propto d/p$                       (d)  $v \propto \sqrt{p/d}$

**11** A que temperatura a velocidade de propagação do som no ar é de 336 m/s, sabendo-se que a 0 °C é de 330,6 m/s?

**12 Osec** A velocidade do som num gás é inversamente proporcional à raiz quadrada:

- (a) da razão entre o calor específico à pressão constante e o calor específico a volume constante.  
 (b) da pressão suportada pelo gás.  
 (c) da densidade do gás.  
 (d) da temperatura absoluta.  
 (e) n.d.a.

**13 FAU** O aparelho auditivo, considerando no seu conjunto como uma “caixa preta” que detecta um sinal sonoro no ar e o transmite ao cérebro, tem como grandezas de entrada e de saída:

- (a) variação de pressão – impulsos elétricos.
- (b) variação de pressão – compressão e distensão de moléculas.
- (c) variação de velocidade de molécula – concentração iônica nas células.
- (d) variação de velocidade – impulsos elétricos.
- (e) variação de pressão – concentração iônica nas células.

**14 Mackenzie** Ultrassom é:

- (a) sinônimo de ruído.
- (b) vibração eletromagnética.
- (c) movimento vibratório, cuja intensidade supera o limiar da dor.
- (d) movimento vibratório, cuja frequência é inferior àquela perceptível pelos nossos ouvidos.
- (e) movimento vibratório, cuja frequência é superior à dos sons audíveis.

**15 UFC 2010** Um motor produz vibrações transversais, com frequência de 10 Hz, em uma corda homogênea de 2,0 m de comprimento e densidade linear 0,05 kg/m. Uma das extremidades da corda é mantida fixa em uma parede, enquanto a outra está ligada ao motor. Sabendo-se que, com essa frequência, a corda está no segundo harmônico, determine o valor da tensão na corda e, em seguida, assinale a alternativa que apresenta corretamente esse valor.

- (a) 10 N    (b) 20 N    (c) 200 N    (d) 400 N    (e) 1000 N

**16 UFSC** Dois músicos apresentam-se tocando seus instrumentos: uma flauta e um violino. A flauta e o violino estão emitindo sons de mesma altura, mas de intensidades diferentes – a intensidade do som do violino é maior do que a intensidade do som da flauta. Uma pessoa cega encontra-se a uma mesma distância dos dois instrumentos, estando a flauta à sua direita e o violino à sua esquerda. A pessoa é capaz de distinguir os sons de um violino e de uma flauta.

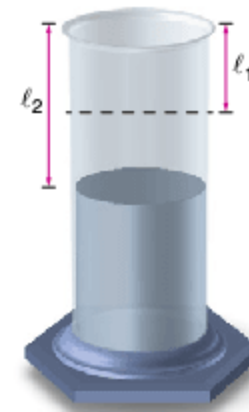
Considerando a situação descrita, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 É possível perceber que o violino está à sua esquerda e que a flauta está à sua direita, devido aos timbres diferentes dos sons emitidos pelos dois instrumentos.
- 02 A pessoa é capaz de perceber que o violino está à sua esquerda e que a flauta está à sua direita, porque o som que está sendo emitido pelo violino é mais agudo e o som da flauta é mais grave.
- 04 É possível a pessoa perceber que os dois instrumentos estão emitindo a mesma nota musical, porque uma nota musical é caracterizada pela sua frequência.
- 08 O som que está sendo emitido pelo violino tem a mesma frequência do som que está sendo emitido pela flauta; por isso, a pessoa percebe que são de mesma altura.
- 16 A forma da onda sonora do violino é diferente da forma da onda sonora da flauta; por isso, os sons desses instrumentos apresentam timbres diferentes.
- 32 O som que está sendo emitido pelo violino é mais alto do que o som que está sendo emitido pela flauta.

**64** Na linguagem vulgar, dizemos que a pessoa percebe o som do violino “mais forte” do que o som da flauta.

Soma:

**17** Faz-se vibrar um diapasão, próximo à boca de uma proveta cheia de água, à medida que se vai retirando água de seu interior. A coluna de ar na proveta começa a vibrar quando a água atinge uma distância  $\ell_1$  da borda. Continua-se a tirar água da proveta e a coluna de ar vibra novamente quando a água atinge uma distância  $\ell_2$  da borda. Calcule  $\ell_2/\ell_1$ .



**18 Fatec** Em um tubo horizontal fixo, cheio de ar atmosférico, espalha-se um pouco de farelo de cortiça. Junto a uma extremidade excita-se um diapasão (frequência  $f = 660$  Hz). Observe a figura a seguir.

( $v_{Ar} = 330$  m/s)



- (a) No ar interno ao tubo, propaga-se uma onda sonora progressiva, e só.
- (b) O farelo acumula-se nos ventres de vibração.
- (c) A distância internodal é próxima de 25 cm.
- (d) A frequência dada é inaudível.
- (e) Nenhuma das anteriores.

**19 Uerj 2006** O som do apito do transatlântico é produzido por um tubo aberto de comprimento  $L$  igual a 7,0 m. Considere que o som no interior desse tubo propaga-se à velocidade de 340 m/s e que as ondas estacionárias produzidas no tubo, quando o apito é acionado, têm a forma representada pela figura a seguir.



- a) Determine a frequência de vibração das ondas sonoras no interior do tubo.
- b) Admita que o navio se afaste perpendicularmente ao cais do porto onde esteve ancorado, com velocidade constante e igual a 10 nós. Calcule o tempo que as ondas sonoras levam para atingir esse porto quando o tubo do apito se encontra a 9.045 m de distância.

Dado: 1 nó = 0,5 m/s.

**20** O apito de um guarda emite um som de frequência  $f$ . Um motorista, afastando-se do guarda, ouve o som do apito numa oitava. Se a velocidade do som no ar é de 340 m/s e sendo  $f_R/f_{AP} = 2$ , a velocidade do motorista é:

- (a) 139 m/s                      (c) 150 m/s                      (e) 170 m/s  
 (b) 140 m/s                      (d) 160 m/s

**21 PUC-MG** Uma locomotiva com velocidade de 40 m/s, em ar tranquilo, emite um apito de 500 cps. A velocidade do som no ar é de 340 m/s. Atrás da locomotiva, o comprimento da onda é:

- (a) 260 cm                      (c) 76 cm                      (e) 86 cm  
 (b) 100 cm                      (d) 96 cm

**22 IME** Um observador, em uma roda-gigante, tem velocidade escalar constante de 3 m/s. Uma fonte sonora de 1.100 Hz está colocada a certa distância da roda, no plano desta. Sendo de 330 m/s a velocidade do som, a diferença entre as frequências máxima e mínima ouvidas pelo observador é:

- (a) 10 Hz                      (c) 50 Hz                      (e) n.d.a.  
 (b) 30 Hz                      (d) 70 Hz

**23 Mackenzie** Um túnel possui uma extremidade fechada e outra aberta. Na extremidade aberta, existe uma fonte sonora que emite um som de 200 Hz. Uma pessoa que caminha no interior do túnel, com velocidade constante, ouve a cada 1,7 s o som com intensidade mínima. Sendo a velocidade do som no ar de 340 ms<sup>-1</sup>, a velocidade da pessoa é de:

- (a) 200 ms<sup>-1</sup>                      (c) 1,7 ms<sup>-1</sup>                      (e) 0,5 ms<sup>-1</sup>  
 (b) 20 ms<sup>-1</sup>                      (d) 1 ms<sup>-1</sup>

**24 ITA 2011** Uma pessoa de 80,0 kg deixa-se cair verticalmente de uma ponte amarrada a uma corda elástica de *bungee-jump* com 16,0 m de comprimento. Considere que a corda se esticará até 20,0 m de comprimento sob a ação do peso. Suponha que, em todo o trajeto, a pessoa toque continuamente uma vuvuzela, cuja frequência natural é de 235 Hz. Qual(is) é(são) a(s) distância(s) abaixo da ponte em que a pessoa se encontra para que um som de 225 Hz seja percebido por alguém parado sobre a ponte?

- (a) 11,4 m                      (d) 14,4 m e 18,4 m  
 (b) 11,4 m e 14,4 m                      (e) 11,4 m, 14,4 m e 18,4 m  
 (c) 11,4 m e 18,4 m

**25 UFMT 2008** A ultrassonografia, ou ecografia, é um método diagnóstico que aproveita o eco produzido pelo som para ver em tempo real as sombras produzidas pelas estruturas e órgãos do organismo. Os aparelhos de ultrassom em geral utilizam um frequência próxima de 1 MHz, emitindo por meio de uma fonte de cristal piezoelétrico que fica em contato com a pele e recebendo os ecos gerados, que são interpretados por computação gráfica. Sobre o ultrassom, assinale a afirmativa correta.

- (a) O efeito Doppler ocorre também com o ultrassom, mas não com o infrassom.  
 (b) O ultrassom propaga-se como uma onda mecânica transversal de frequência acima de 20 KHz.

- (c) O ultrassom propaga-se como uma onda mecânica longitudinal de frequência abaixo de 20 KHz.  
 (d) As cantoras líricas são famosas pelo timbre dos ultrassons de frequência maior que 10 MHz que emitem normalmente ao interpretar uma ópera.  
 (e) O eco é caracterizado pela diferença entre um som emitido e a sua reflexão.

**26 IFCE 2009** O sistema de sonar é um processo que envolve a emissão de ondas acústicas por um dispositivo emissor, a reflexão de parte delas por um objeto a certa distância e a detecção das ondas refletidas pelo dispositivo que as emitiu. Utilizando-se medidas de tempo e frequência, é possível estimar, com bastante precisão, a localização e a velocidade do objeto relativamente ao dispositivo.

Golfinhos utilizam muito habilmente este sistema para localizar suas presas. Numa situação em particular, o intervalo de tempo entre o sinal emitido por um golfinho em repouso e o detectado após refletir-se em um cardume foi de 4 s. A frequência da onda emitida foi de 150 kHz e a frequência da onda detectada foi de 151,5 kHz. Sabendo-se que a velocidade do som na água é de 1.450 m/s, o cardume está a:

- (a) 2.900 m de distância do golfinho e se aproximando.  
 (b) 5.800 m de distância do golfinho e se afastando.  
 (c) 2.900 m de distância do golfinho e se afastando.  
 (d) 7.200 m de distância do golfinho e se afastando.  
 (e) 7.200 m de distância do golfinho e se aproximando.

Observação: É possível determinar a velocidade de aproximação do cardume. A resposta é  $v = 6,9$  m/s.

**27 Enem 2009** O progresso da tecnologia introduziu diversos artefatos geradores de campos eletromagnéticos. Uma das mais empregadas invenções nessa área são os telefones celulares e *smartphones*. As tecnologias de transmissão de celular atualmente em uso no Brasil contemplam dois sistemas. O primeiro deles é operado entre as frequências de 800 MHz e 900 MHz e constitui os chamados sistemas TDMA/CDMA. Já a tecnologia GSM ocupa a frequência de 1.800 MHz.

Considerando que a intensidade de transmissão e o nível de recepção “celular” sejam os mesmos para as tecnologias de transmissão TDMA/CDMA ou GSM, se um engenheiro tiver de escolher entre as duas tecnologias para obter a mesma cobertura, levando em consideração apenas o número de antenas em uma região, ele deverá escolher:

- (a) a tecnologia GSM, pois é a que opera com ondas de maior comprimento de onda.  
 (b) a tecnologia TDMA/CDMA, pois é a que apresenta efeito Doppler mais pronunciado.  
 (c) a tecnologia GSM, pois é a que utiliza ondas que se propagam com maior velocidade.  
 (d) qualquer uma das duas, pois as diferenças nas frequências são compensadas pelas diferenças nos comprimentos de onda.  
 (e) qualquer uma das duas, pois, nesse caso, as intensidades decaem igualmente e da mesma forma, independentemente da frequência.

## Frente 1

11

Impulso, quantidade de movimento, colisões, centro de massa e análise dimensional

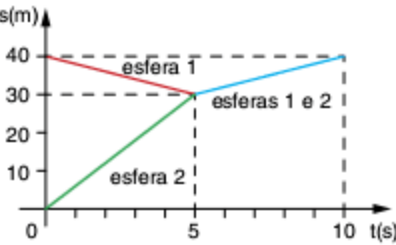
### Revisando

- a) 2 m/s  
b) 15 N
- 400.000 N
- a) 3 m/s  
b) 63 m/s  
c) 28.350 J
- 4v
- a) 0,6  
b) 1  
c) 0,6 kg  
d) 1  
e) 8 N
- a) 4 m/s  
b) 0,6 J
- a) 5 m/s, para a esquerda.  
b) 5 m/s, para a direita.
- a) 11 m/s, no mesmo sentido do movimento inicial de A e B.  
b) 16 m/s, no mesmo sentido do movimento inicial de A e B.  
c) 90 J
- a)  $12\sqrt{2}$  m/s  
b) 18 m/s  
c) 36 m/s
- a)  $5\sqrt{2}$  m/s  
b)  $\text{arc tg}(0,75)$
- B
- a)  $8\sqrt{15}$  m/s  
b)  $4\sqrt{15}$  m/s  
c) 12 m  
d) 3 m  
e) 78 m  
f) 80 m
- a)  $\sqrt{2gL}$   
b)  $\text{arc cos}(0,75)$
- a)  $24\sqrt{5}$  m  
b) 8 m/s  
c)  $2 \text{ m/s}^2$
- 03
- 0,75 m
- $u(\alpha) = \text{m/s}$ ;  $u(\beta) = \text{m/s}^2$
- a)  $[G] = \text{M}^{-1}\text{L}^3\text{T}^{-2}$   
b)  $[B] = \text{MT}^{-2}\text{I}^{-1}$
- E
- $v = k\sqrt{\frac{F \cdot \ell}{m}}$

### Exercícios propostos

- D      2. B      3. B
- a)  $\frac{5}{3}mV_0$   
b)  $-\frac{5}{18}mV_0^2$
- B      6. C
- a)  $5 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$   
b) 40 N.s
- D      11. E      14. A
- A      12. D
- E      13. B
- a) 50 N  
b) 25 m/s
- A força elástica média tem direção vertical, sentido para cima e módulo igual a 880 N.
- 10
- a) 0,20 m/s  
b) 20 N
- 1,0 m/s
- a) Horizontal para a esquerda.  
b) 10 kg  
c) 120 m
- 0,10 m/s      22. E

- a) 0,8 m/s      b) 0,2 m/s
- D      26. B      28. A
- 09      27. C
- a) 400 g      c)  $50\sqrt{2}$  m/s  
b) 10 kg.m/s      d)  $10\sqrt{2}$  kg.m/s
- E      32. A      34. C
- B      33. D      35. E
- a) 0,5  
b) 33,3%
- D
- a) 0,15 J      c) 0,016 J      e) 0,6  
b) 0,10 kg      d) 40 N
- 35 kg      40. A      41. A      42. D
- a) 7,5 m/s  
b) -7,5 J
- a) 4,0 m/s  
b) 200 J
- a) 40 J  
b) s(m)

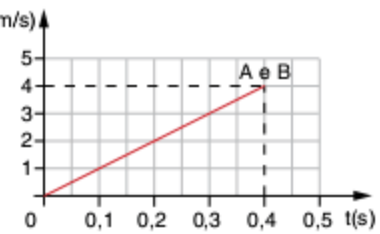


- c) 32 J
- a) 1  
b) 1,0 m/s, horizontal.  
c)  $\sqrt{17}$  m/s  
d) 0,4 m
- a) 5.000 m/s  
b)  $\frac{0,02}{3}$  mm/s
- E      50. C      52. B
- A      51. 600 g
- 0,70 m/s e 1,0 m/s
- B      56. B      58. E
- $30 \cdot 10^{-2}$  s      57. B
- a) horizontal: 90 m/s; vertical: 0,6 m/s.  
b) -361.296 J
- a)  $v_{Ax} = 1,6 \text{ m/s}$  e  $v_{Ay} = 0$ ;  
 $v_{Bx} = 0$  e  $v_{By} = 1,2 \text{ m/s}$   
b) 0
- 4 m/s      62. C      63. 86
- a)  $v_{esfera} = \sqrt{10}$  m/s;  $v_{pendulo} = 0$   
b)  $\frac{1}{3}$  m
- a) 4 m/s  
b) 8 m
- a) 5 cm  
b) 75%
- a)  $\frac{\sqrt{gb}}{3}$       b)  $\arccos\left(\frac{17}{18}\right)$
- C
- a) 2,0 m/s  
b) 1,0 m/s para a esquerda.  
c) 5,0 J
- E      71. E      72. A      73. A
- 16 cm
- $x_{cm} = \frac{1}{18}$ ;  $y_{cm} = \frac{4}{18}$
- C
- (1,5b; 1,5b)
- a) D  
b) A
- a)  $a_A = 0$ ;  $a_B = 150 \text{ m/s}^2$   
b)  $100 \text{ m/s}^2$
- B      85. D      90. E
- 14      86. C      91. D
- V; F; V; F; V      87. E      92. E
- 3      88. A      93. C
- D      89. 09      94. B

- E      97. 2
- B      98. D
- $x = \frac{5}{2}$ ;  $y = \frac{1}{2}$
- v não depende de d.  
 $v = k \cdot \sqrt{g \cdot h}$ .
- a = 3; b = -6; c = -3

### Exercícios complementares

- 10 kg.m/s
- C
- a) 20,6 kg  
b)  $0,9 \text{ km/h}^2$   
c)  $\frac{103}{3}$  g.m/s
- a) -1 kg.m/s  
b) 2,25 J
- C      6. A      7. D      8. 15
- a)  $5\sqrt{2}$  m/s      b)  $30\sqrt{2}$  N
- D      11. V; F; F; V      12. 8,0 N
- a) 25 N  
b) 70 N.s
- $I = 1,4 \text{ N.s}$ ;  $v = \frac{70}{3}$  m/s
- 400
- a) 20 m  
b) 3 N.s
- 41
- F; F; F; V
- a) 0,8 s      c) 3,375 kg.m/s  
b) 11,25 m/s      d) 112,5 N
- a) 4,0 m/s      c) 1,20 J  
b) 0,40 J      d) 240 N/m
- E      22. 25 cm/s      23. 14 cm
- a) 3 s  
b) 40 m/s  
c) 100 J
- $2\sqrt{\frac{B}{3M}}$
- $\frac{57}{58} \cdot 5,40 \text{ MeV}$
- a)  $6\sqrt{3} \cdot 10^{-24}$  kg.m/s  
b) 2.400 m/s
- A      29. E      30. C      31. A
- a) 1,4 m  
b)  $V_x(\text{m/s})$



- B      34. D
- a) 20 m/s  
b)  $\frac{1}{8}$  s  
c) 1,25 m
- I, III e IV.      37. B
- a) 58,5 km/h  
b) 2,5%
- E
- $v = \frac{5}{3}$  m/s para a esquerda;  $E_D = \frac{160}{3}$  J.
- B
- a)  $\frac{1}{2}$   
b)  $2\sqrt{2\mu g d}$
- a) 1.600 J  
b) 2.000 J

Frente 2

11

Estática

Revisando

- O centro de massa, como é uma média ponderada, ficaria mais próxima do ponto I. Para determinar analiticamente, considerando um eixo vertical saindo do chão e a altura de cada peça L, tem-se:  

$$x_{cm} = \frac{3 \cdot \frac{L}{2} + 1 \cdot \frac{3L}{2} + 1 \cdot \frac{5L}{2} + 1 \cdot \frac{7L}{2}}{6} = \frac{3L}{2}$$

Ou seja, o CM está no meio do segundo bloco da pilha, contando de baixo para cima.
- 600 N      4. 300 N      6. 5 cm
- X = 3Y      5. X = 180 g

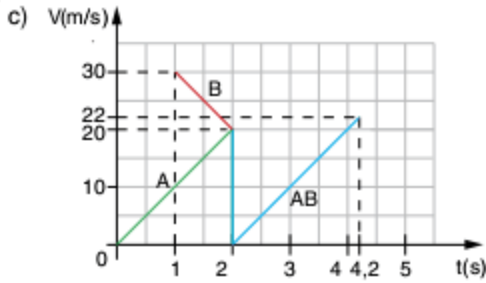
Exercícios propostos

- B      4. B      7. A
- 13      5. E      8. C
- C      6. D      9. A
- a) Para as tensões serem as mesmas, a figura deve ser simétrica, ou seja,  $\alpha = \beta$ .  
 b)  $T_1 = 50 \text{ N}$      $T_2 = 50\sqrt{3}$      $T_3 = 100 \text{ N}$ .
- B      12. B
- Na figura 1:  $P = 2T \rightarrow T = 270 \text{ N}$   
 Na figura 2:  $P = 2T \cos \theta \rightarrow T = 300 \text{ N}$
- 92 N    19. B    24. D    29. A
- 55 N    20. E    25. D    30. 16
- C      21. D    26. C    31. B
- A      22. D    27. B
- C      23. 80 N    28. A
- a) 192 N.  
 b)  $16\sqrt{3} \text{ N}$
- $10^{23}$
- V; F; V; V; F
- B    37. B    39. E    41. B    43. D
- D    38. C    40. C    42. C    44. A
- a)  $1,5 \cdot 10^5$   
 b)  $5 \cdot 10^4 \text{ N}$ , na vertical para cima.
- C      48. B      50. C
- 1,4 m    49. 3 m
- a)  $R = 2mg/3$  e  $2R = 4mg/3$ .  
 b) L/6
- C
- a)  $N_2 = 257,14 \text{ N}$  e  $N_1 = 342,86$ .  
 b)  $1,5 \text{ N/cm}^2$
- B      57. B      60. B      63. C
- A      58. A      61. A      64. B
- C      59. C      62. D
- a) 300 N  
 b) 50 N
- A      67. E      68. C      69. E
- I. Estável. Nessa situação, para um pequeno deslocamento, a placa retorna à posição original.  
 II. Instável. Nessa situação, para um pequeno deslocamento, a placa continua em tombamento.  
 III. Indiferente. Nessa situação, para um pequeno deslocamento, a placa permanece na nova posição de equilíbrio.
- 6 cm    73. 81 g    75. B
- 3,5 m    74. C

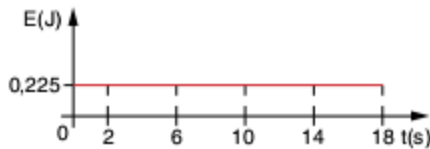
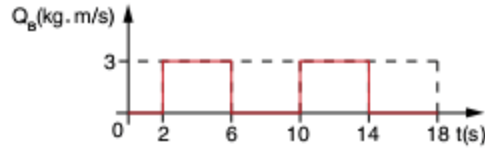
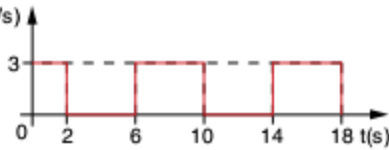
Exercícios complementares

Centro de massa e equilíbrio translacional

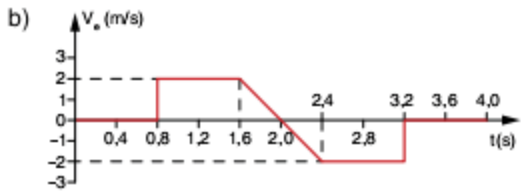
- $x_{cm} = 1,5b$  e  $y_{cm} = 1,5b$ .
- 40      5. C      8. A
- A      6. E      9. A
- D      7. D



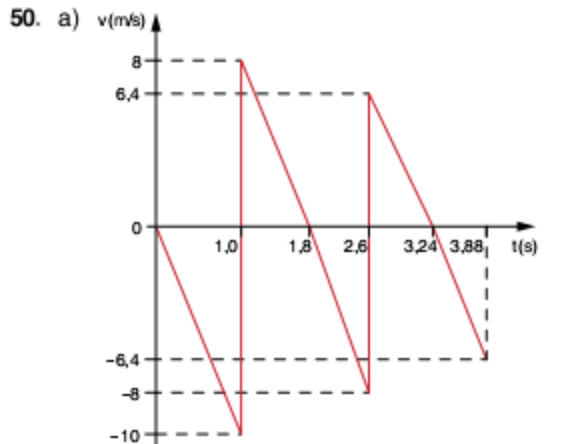
- a) 1,5 m/s  
b) 3 m
- B
- a) 4 s  
b)  $Q_c$  (kg. m/s)



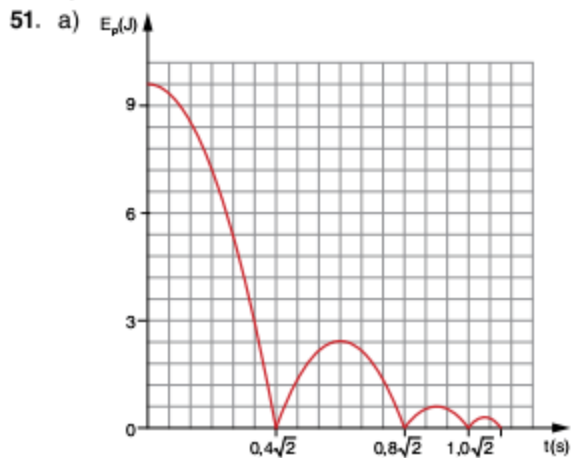
- E
- a) 0,8 s



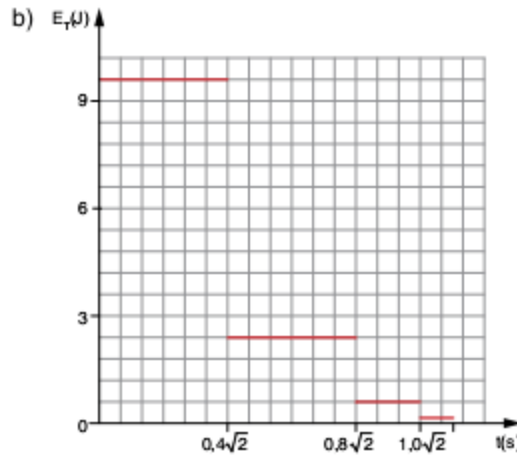
- 4,0 s
- a)  $v_{AO'} = -\frac{8}{3} \text{ m/s}$ ;  $v_{BO'} = -\frac{2}{3} \text{ m/s}$   
 b)  $x_{AO'} = -\frac{10}{3} \text{ m}$



- 5,12 m/s
- 9 s



- a)  $E_p$  (J)



- 0,5
- Falsa, pois a sua velocidade era de 108 km/h.
- D      54. A      55. 26
- a) 1,0 m/s  
b) 215.988,8 J
- $v_2 = v_1 \sqrt{\sin^2 \theta + e^2 \cdot \cos^2 \theta}$ ;  $\alpha = \text{arc tg}(e \cdot \cotg \theta)$
- D      59. 0,8
- $\frac{2M\sqrt{5g}L}{m}$
- a) 1 m/s  
b) 0,3 m
- a) 4h  
b) 6mgh
- C
- A
- D
- a)  $\frac{2mg}{k}$   
 b)  $v_{2m,a} = A\sqrt{\frac{k}{2m}}$  para a direita;  
 $v_{m,a} = 0$ ;  
 $v_{2m,d} = \frac{A}{3}\sqrt{\frac{k}{2m}}$  para a direita;  
 $v_{m,d} = \frac{4A}{3}\sqrt{\frac{k}{2m}}$  para a direita
- $v_{2m} = A\sqrt{\frac{k}{2m}}$  para a esquerda;  
 $v_m = 0$
- E
- $V_0 \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{k(m_1 + m_2)}}$
- a) 8 m/s  
b) 30 N
- B      71. B      72. D
- a)  $x_A = 3a$ ;  $y_A = 0$ ;  $x_B = -a$ ;  $y_B = 0$   
 b)  $x_{CM} = a$ ;  $y_{CM} = 0$   
 c)  $x_{CM}(t) = a \cdot \cos(\omega t)$ ;  $y_{CM}(t) = a \cdot \sin(\omega t)$   
 d)  $x_{CM}^2(t) + y_{CM}^2(t) = a^2$
- 29      75. 10 m/s      76. C
- a)  $x_{CM} = 1,5 \text{ m}$ ;  $y_{CM} = 0,50 \text{ m}$   
 b) 1,25 m/s  
 c)  $0,75 \text{ m/s}^2$
- E      80. D      82. D      84. A
- C      81. 17      83. E      85. A
- $M_0$ : kg; k:  $s^{-1}$
- a)  $\text{kg/s}^2$   
 b)  $\frac{1}{12} \text{ kg/s}^2$
- A      89. D
- $[A] = M^0 L T^{-1}$ ;  $[B] = M^0 L^0 T^{-1}$ ;  $[C] = M^0 L^0 T^0$
- C      92. C      93. B
- a)  $MLT^{-2}$   
 b)  $F_v = k \cdot v \cdot h \cdot R$
- A
- C
- B
- A

Conceitos básicos de torque e equilíbrio

10. E
  11. B
  12. a) Momento de uma força ou torque mede a capacidade que as forças tem de produzir rotações em um corpo. Ela depende do módulo da força e do seu braço de alavanca, que é a distância da linha de ação da força à um ponto que chamamos de polo. Matematicamente podemos escrever  $M = F \cdot b$  (N . m). Trata-se de uma grandeza vetorial. Quando abrimos uma porta, colocamos a maçaneta mais afastada da dobradiça para assim ter um braço de alavanca grande e exigir uma força menor na rotação. Chave de roda é outro exemplo no qual o braço de alavanca é grande para exigir uma força menor. Gangorras também adotam o princípio de equilíbrio de momentos para se manter horizontal.
  - b) Para transladar objetos de grande massa muitas vezes é mais vantajoso utilizar pequenas rotações durante o deslocamento.
13. B

Alavancas simples

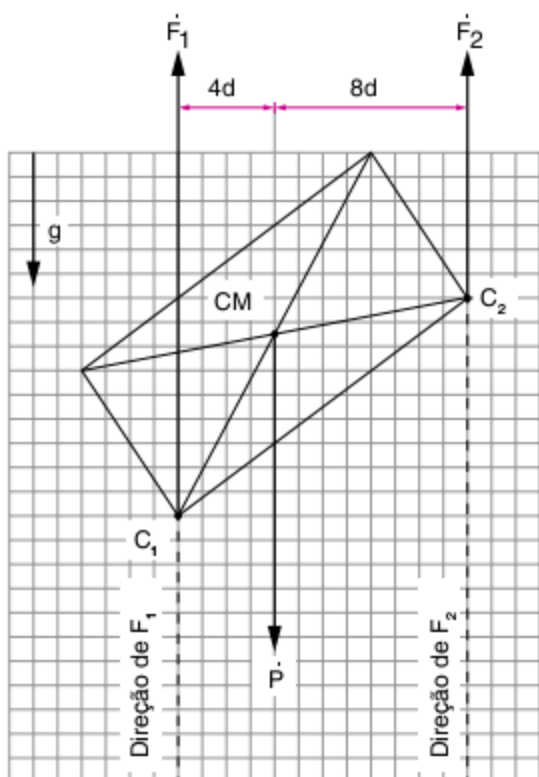
14. D
15. B
16. D
17. A
18. C
19. C

Tipos de alavancas

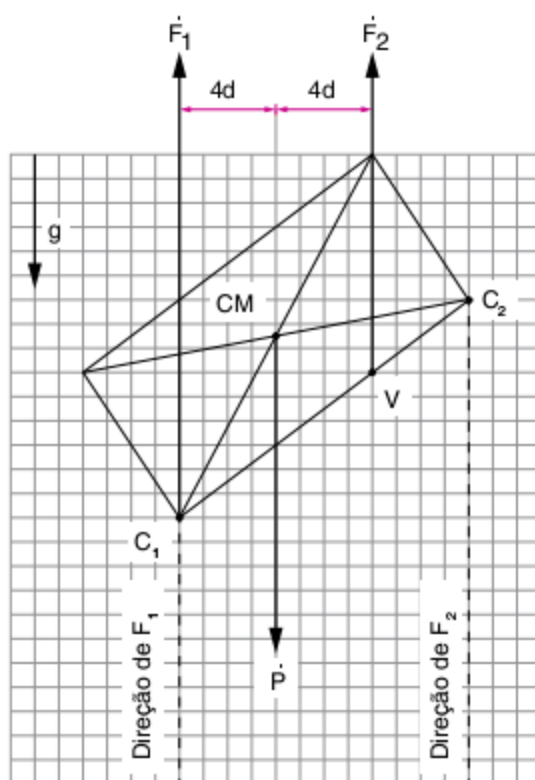
20. E
21. B

Barras biapoçadas ou suspensas por 2 fios

22. B
23. A
24. a) Para equilíbrio rotacional em torno do CM temos:  $F_1 \cdot 4d = F_2 \cdot 8d$   
 $F_1/F_2 = 2$



- b)  $F_1 = 600 \text{ N}$  e  $F_2 = 300 \text{ N}$
- c) Forças iguais necessitam de braços de alavancas iguais. Assim:



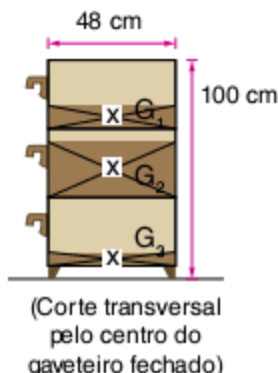
25. 6 N e 12 N.

Torque e casos clássicos

26. C      27. B
28. a)  $F_i = 300 \text{ N}$  (incisivos) e  $F_m = 400 \text{ N}$ .  
b)  $P_i = 15 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$  e  $P_f = 4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ .
29. a) 130 N      b) 26 N
30. A
31. a) 500 N      b) 500 N
32. C
33. a) 20.000 N  
b)  $7,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
34. A      35. A
36. a) O torque resultante em relação ao ponto onde R é aplicado deve ser nulo. Assim:  
 $M \cdot 4 \cdot \cos \alpha = H \cdot 14 \cdot \cos \alpha + P \cdot 30 \cdot \cos \alpha$   
Logo,  $4 \cdot M = 14 H + 30 P$  e a força no bíceps M não depende do ângulo  $\alpha$ .
- b) O torque resultante em relação ao ponto onde existe a reação do ombro deve ser nulo. Assim:  
 $T \cdot \sin \beta \cdot 18 = P_0 \cdot 36 + P \cdot 72$   
 $T \sin \beta = 2 P_0 + 4 P$
37. a) 150 N      b) 130 N
38. a)  $5 \cdot 10^6 \text{ N}$       b)  $4,5 \cdot 10^8 \text{ N.m}$
39. B
40. a) 2,6 litros      b) 25,0 N
41. A
42. Se  $x > y$ ,  $N_y > 0$ : direcionado para cima.  
Se  $x < y$ ,  $N_y < 0$ : direcionado para baixo.
43. C      45. A      47. B
44. C      46.  $2,7 \text{ m/s}^2$       48. B
49.  $Q = \frac{Mg\pi\epsilon}{3q} \cdot a^2 \cdot \frac{7\sqrt{7}}{7\sqrt{7} + 2}$

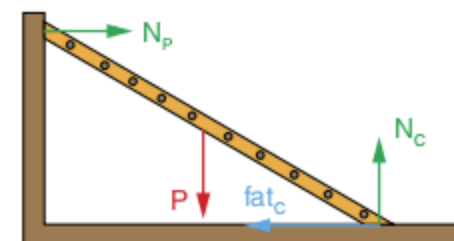
Tombamento e estabilidade

50. D      51. E
52. a) Figura 3

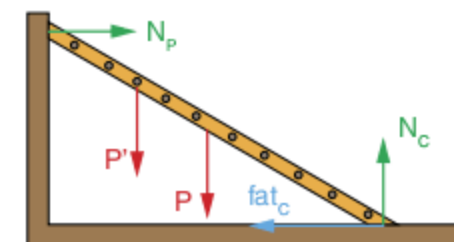


- b) 36 cm
- c) 4 kg
53. 2,2 m
54. Para que o centro de massa da porção direita da balança permaneça à mesma distância do pivô central, o movimento da mosca deve se restringir a um plano vertical, perpendicular ao braço da balança, que contenha a posição inicial da mosca. Essa é uma condição necessária, porém não suficiente. É necessário também que a componente vertical do movimento seja uniforme, para que, na direção vertical, a resultante das forças sobre a mosca permaneça nula.

55. D
57. a)



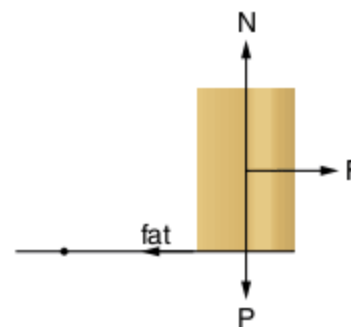
- b) 2
58. 19
59. a)



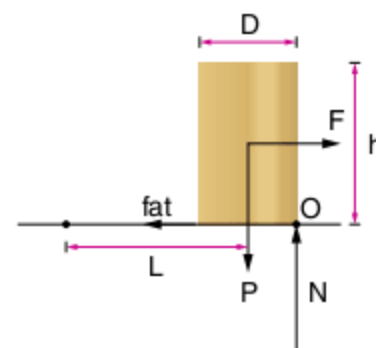
$N_p$ : força de contato normal que a parede faz na escada  
 $N_c$ : força de contato normal que o chão faz na escada  
 $P$ : força peso que a Terra faz na escada  
 $P'$ : força de contato que a pessoa faz na escada. Seu módulo é igual ao módulo do peso da pessoa.

b)  $x = \frac{14\sqrt{3} - 5}{9} m$

60. B
61.  $y = 2$ .  $E = 16 \text{ cm}$
62.  $D_6 = \frac{49 \cdot L}{40}$
63. Utilizando o referencial do disco, considere-se a ação de uma força de inércia  $F$ . Na iminência do deslizamento:



$F = \text{fat}_{\text{máx}} \therefore m a_{\text{máx},d} = \mu mg \therefore a_{\text{máx},d} = \mu g$   
 Na iminência do tombamento em torno do ponto O:



$$F \cdot \frac{h}{2} = P \cdot \frac{D}{2} \therefore m_{\text{máx,t}} h = mgD \therefore a_{\text{máx,t}} = g \cdot \frac{D}{h}$$

Em ambas as situações:  $a = \omega^2 L$

$$\text{Como } \mu > \frac{D}{h} \therefore \mu g > g \frac{D}{h} \therefore a_{\text{máx,d}} > a_{\text{máx,t}}$$

Logo, o que vai ocorrer primeiro é o tombamento do cilindro.

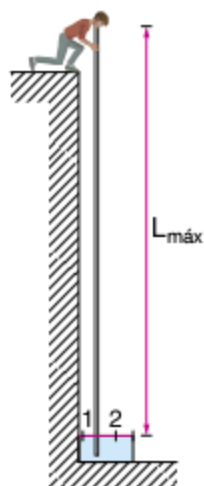
## 12 Hidrostática

### Revisando

- 13,6 kg
- a) 75 kg  
b) 7.500 N/m<sup>2</sup>
- 3 · 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>
- O líquido sobe pois conseguimos criar com a boca, no ato de sugar, uma região de pressão baixa. Assim, aparece uma diferença de pressão entre a boca e o líquido, fazendo com que o líquido suba.
- 2 · 10<sup>5</sup> N/m<sup>2</sup>
- Os 3 pontos estão na mesma altura em um mesmo líquido em equilíbrio, portanto trata-se de uma superfície isobárica:  $p_A = p_B = p_C$
- $d \sqrt{d_x} = 0,8$
- 16.000 N
- 5 · 10<sup>8</sup> L
- a) 0,6 N  
b) 0,96 g/cm<sup>3</sup>
- 24 dias.

### Exercícios propostos

- A                      2. C                      3. C
- a) 10<sup>9</sup> kg  
b) 250 gotas.
- A                      6. B                      7. D
- a) Se a pressão interna é maior do que a pressão externa, a força causada por essa diferença será perpendicular à janela e com o sentido de dentro para fora.  
b) 4,5 · 10<sup>3</sup> N
9. 34                      12. C                      15. B                      18. D
- D                      13. D                      16. E                      19. C
- D                      14. C                      17. B
- 5 · 10<sup>3</sup> Pa
- E                      22. D                      23. A                      24. E
- a) 2,4 · 10<sup>5</sup> Pa  
b) 48 N
- D                      27. D
- Considerando que a pessoa consiga formar uma pressão praticamente nula na sua boca, que a densidade da água é  $d = 10^3 \text{ kg/m}^3$ , e a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , tem-se:

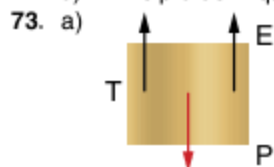


Assim, como  $p_1 = p_2 =$  pressão atmosférica, tem-se:  
 $p_{\text{atm}} = d \cdot g \cdot h$   
 $10^5 = 10^3 \cdot 10 \cdot h$   
 $h = 10 \text{ m}$

29. B                      31. A                      33. D
30. E                      32. D
- a) 1,2 · 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>  
b) 1,1 · 10<sup>5</sup> Pa
- B                      41. 50 N                      47. C                      53. C
- A                      42. C                      48. E                      54. B
- A                      43. C                      49. E                      55. E
- B                      44. E                      50. E                      56. B
- D                      45. C                      51. C                      57. E
- C                      46. A                      52. D                      58. B

59. Na esfera, atuam a tração T para cima, empuxo E para cima e o peso P para baixo.  
 No equilíbrio, a resultante é nula:  
 $T + E = P \rightarrow T + \mu_a Vg = \mu_t Vg \rightarrow T = (\mu_t - \mu_a) Vg$   
 $T = (7,8 \cdot 10^3 - 1,0 \cdot 10^3) 10^{-3} \cdot 10 = 68 \text{ N}$

60. 89,3%                      63. B                      66. D                      69. A
- E                      64. 10                      67. E                      70. E
- C                      65. C                      68. D
- 0,45 · 10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup> ou 450 cm<sup>3</sup>
- a) 2.000 kg/m<sup>3</sup> ou 2 g/cm<sup>3</sup>  
b) Princípio de Arquimedes.



P = força gravitacional que a Terra aplica no bloco  
 E = força de empuxo que o líquido aplica no bloco  
 T = força de tração que o fio aplica no bloco

73. a) 750 kg/m<sup>3</sup>
- C                      75. E
- a) 1,68 m  
b)  $\Phi = 150 \text{ mL/s}$
- A                      78. C                      79. E                      80. C                      81. B

### Exercícios complementares

- D                      3. 14                      5. C                      7. E
- C                      4. D                      6. D
- a) 1.800  
b) 1,0 · 10<sup>6</sup> Pa
- D
- a) 2 · 10<sup>-7</sup> m  
b) 160 · 10<sup>5</sup> Pa
- a) 460 N  
b) 500 N
- B                      14. 54                      16. B
- A                      15. B
- a) 3,2 W  
b) 193,3 mmHg
- B
- 1,6 m
- 2,5 g/cm<sup>3</sup>
- a) 8 · 10<sup>4</sup> N/m<sup>2</sup>  
b) 3,3 m
- B                      24. B
- D                      25. 15
- a) 20/21  
b)  $P_{\text{atm}} = P + 10^4 h$   
c) 1,05 · 10<sup>5</sup> N/m<sup>2</sup>
- E                      30. 25 cm                      33. A
- A                      31. A                      34. C
- B                      32. B                      35. E

36. 10.000 bexigas.
- O volume de água deslocado pelos dois corpos é o mesmo, já que o nível de água subiu à mesma altura. Logo, como o empuxo é igual ao peso de água deslocado, o empuxo é o mesmo nos dois casos.
- O aumento de peso do barquinho (devido à água que foi colocada nele) faz como que ele desloque um volume de fluido. Porém, esse volume de fluido deslocado é igual ao volume de água que entrou no barco, portanto não existe alteração no nível de água do balde.

Outra maneira de pensar é que o nível de água do balde não altera, já que a água continua no balde, apenas alterando de lugar (foi para dentro do barquinho).

- C                      40. E
- a)  $f = 89,8\%$ . A fração continua a mesma independentemente de o cone ser invertido.  
b) Pela expressão obtida no item anterior, percebemos que a fração submersa só depende das densidades, ou seja, não varia em função de aceleração da gravidade e pressão atmosféricas.
- D                      43. 27 km<sup>3</sup>
- a) 1,0<sup>5</sup> · 10<sup>4</sup> N  
b) 0,5 m/s<sup>2</sup>
- E                      47. 21                      49. D                      51. B                      53. E
- A                      48. B                      50. D                      52. B                      54. E
- a) 150 m<sup>3</sup>  
b) 11%  
c) 1,1 · 10<sup>5</sup> Pa

56. Inicialmente, tem-se:  
 $P = E$   
 $m \cdot g = d \cdot g \cdot (3/4) \cdot V$   
 $m = 3dV/4$   
 Após aplicada a força, tem-se:  
 $P + F = E \rightarrow$   
 $m \cdot g + F = d \cdot g \cdot V$   
 $m \cdot g + 2 = d \cdot g \cdot V$   
 $(3dV/4) \cdot g + 2 = d \cdot g \cdot V$   
 $d \cdot g \cdot V - 0,75 \cdot d \cdot g \cdot V = 2$   
 $0,25 \cdot d \cdot g \cdot V = 2$   
 $d \cdot g \cdot V = 8$   
 Mas sabemos que a condição de equilíbrio ocorre quando  $\frac{3}{4}$  do volume do cilindro estão submersos.

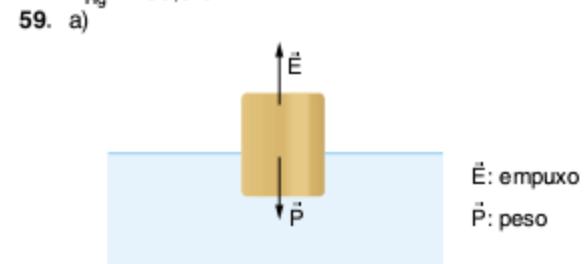
Logo, o peso do cilindro é:  
 $P = (3/4) \cdot d \cdot g \cdot V = 0,75 \cdot 8 = 6 \text{ N}$

57. 1,4 · 10<sup>5</sup> N/m<sup>2</sup>
- O volume da esfera é dado por:  
 $V_E = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} (3,14) (4)^3 \Rightarrow V_E = 268 \text{ cm}^3$   
 Para equilíbrio, tem-se:  
 $E_{\text{Hg}} + E_L = P_E$   
 $d_{\text{Hg}} V_{\text{Hg}} g + d_L V_L g = d_E V_E g$   
 Porém:  
 $V_L = V_E - V_{\text{Hg}}$ . Assim:  
 $d_{\text{Hg}} V_{\text{Hg}} + d_L (V_E - V_{\text{Hg}}) = d_E V_E$   
 $d_{\text{Hg}} V_{\text{Hg}} + d_L V_E - d_L V_{\text{Hg}} = d_E V_E$   
 $(d_{\text{Hg}} - d_L) V_{\text{Hg}} = (d_E - d_L) V_E$

$$V_{\text{Hg}} = \frac{V_E (d_E - d_L)}{d_{\text{Hg}} - d_L}$$

$$V_{\text{Hg}} = \frac{268 (9 - 4)}{13,6 - 4} = \frac{1.340}{9,6}$$

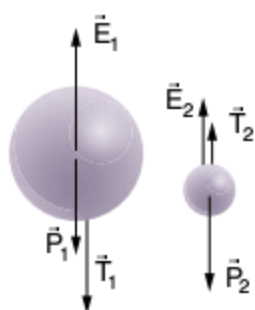
$$V_{\text{Hg}} = 139,6 \text{ cm}^3$$



- b)  $\frac{V_{\text{sub}}}{V} = \frac{1}{2}$   
c)  $\Delta T = \frac{1}{197 \beta}$

60. A

61. a)



E: força de empuxo exercida pelo líquido sobre as esferas

P: força peso que a Terra realiza nas esferas

T: força de tração que o fio realiza nas esferas

b)  $E_1 = 41,87 \text{ N}$

$E_2 = 5,23 \text{ N}$

c)  $\rho_1 = 0,9 \text{ g/cm}^3$

$\rho_2 = 1,8 \text{ g/cm}^3$

d)  $4,19 \text{ N}$

62. D      63. 21      64. B

65. a)  $h = \frac{P_a \cdot L \cdot A}{P_a \cdot A + mg}$

b)  $h' = \frac{m}{\rho \cdot A}$

66. C      67. C

68.  $880 \text{ cm}^3$

69. a) A massa do recipiente, da água e do barquinho sobre a balança é igual nos dois casos, o que não altera a indicação da balança. Logo:  $M_1 = M_2$

b) No primeiro caso, o peso é igual ao empuxo, e um certo volume de água é deslocado por conta do barco. No segundo caso, o barco já não desloca nenhum volume de água, já que foi preenchido por ela. Assim, no primeiro caso, o nível de água  $h_1$  é maior que  $h_2$

70. a)  $[Z] = \text{kg/m}^4 \cdot \text{s}$

b)  $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

c)  $8 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^4 \cdot \text{s}$

71. A      73.  $396 \text{ km/h}$       75. C

72.  $24 \text{ s}$       74. B

### Frente 3

13

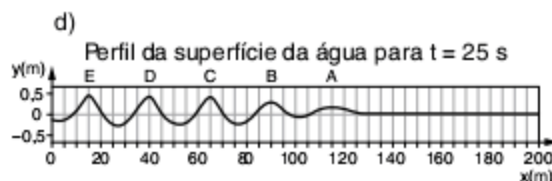
Ondas periódicas

#### Revisando

- 5 cm/s
- a) 2 cm  
b) 12 cm  
c) 50 Hz
- 2500
- a)  $T = 2,5 \text{ s}$   
b)  $v = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$
- a)  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$   
 $f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$   
b)  $\lambda_1 = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ;  $\lambda_2 = 3,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$   
 $f_1 = f_2 = f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$   
 $c_1 = 2,3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;  $c_2 = 1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$   
 $n_1 \approx 1,3$ ;  $n_2 \approx 1,7$

#### Exercícios propostos

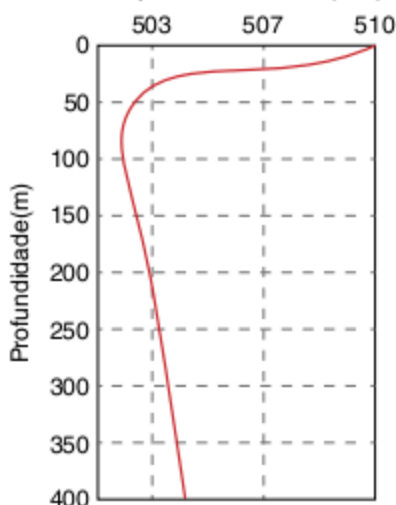
- D      2. B
- a) D  
b) B
- A
- a)  $f = 0,2 \text{ Hz}$   
b)  $\lambda = 25 \text{ m}$   
c)  $v = 5,0 \text{ m/s}$



- a)  $\lambda \approx 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$   
b)  $\Delta t \approx 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
- F; F; F; V; V.
- E
- $4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \leq \lambda \leq 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
- E      12. C      14. D      16. C
- E      13. B      15. D

#### Exercícios complementares

- A      2. E      3. D      4. B
- a)  $x \approx 1,0 \text{ m}$       b)  $\lambda \approx 4,76 \text{ m}$
- A
- a)  $\lambda = 2 \cdot 10^{-1} \text{ m}$ ; 0%  
b)  $\Delta t \approx 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ s}$
- a)  $v_{\min} \approx 1.507 \text{ m/s}$ ;  $75 \text{ m} < y < 100 \text{ m}$   
b) Comprimento de onda (mm)



- E      10. B      11. D
- $h = \frac{(\delta_2 - \delta_1) \lambda}{2\pi(n_R - n)}$
- A      14. B      15. A

14

Interferência

#### Revisando

- 20 cm      3.  $5,45 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$
- Ponto C      4. 0,23 mm

#### Exercícios propostos

- A      8. A      15. 500 Hz
- D      9. B      16. B
- D      10. C      17. C
- A      11. C      18. A
- D      12. B      19. C
- C      13. A
- C      14. B

#### Exercícios complementares

- A      9. A      17. C
- D      10. B
- B      11. E
- E      12. B
- A      13. C
- A      14. D
- D      15. D
- C      16. F; F; V; F; F.

15

Acústica

#### Revisando

- A corda mais longa emite o som mais grave, porque a frequência emitida é inversamente proporcional ao comprimento do fio.
- 450 m/s
- a) 0,75 m      b) 330 m/s
- 100 Hz
- $v_{\min} = 306 \text{ km/h}$

#### Exercícios propostos

- E      13. E      25. A
- D      14. D      26. 640 N
- B      15. A      27. C
- A      16. D      28. A
- B      17. A      29.  $n = 8$
- D      18. D      30. C
- A      19. D      31. A
- B      20. D      32. B
- D      21. D      33. A
- E      22. E      34. C
- D      23. A
- A      24. B
- a) 5 s      b) 1 s
- D      37. A
- a)  $\approx 6.600 \text{ Hz}$   
b)  $\approx 314 \text{ Hz}$
- A

#### Exercícios complementares

- C      7. B      13. A
- C      8. C      14. E
- E      9.  $\approx 348 \text{ m/s}$       15. B
- D      10. D      16. 93
- A      11.  $9^\circ \text{C}$       17. 3
- C      12. C      18. C
- a)  $f = 48,6 \text{ Hz}$   
b)  $t = 27 \text{ s}$
- E
- C
- E
- E
- C
- E
- A
- E