



Estratégia

Militares

Estática

**Equilíbrio de partículas e
corpos extensos**

Prof. Lucas Costa

Prof. Henrique Goulart

Aula 08

SUMÁRIO

<i>Introdução</i>	3
<i>1 - Centro de massa</i>	4
<i>2 - Corpos extensos</i>	9
<i>2.1 - Momento de uma força</i>	9
<i>2.2 - Equilíbrio de corpos extensos</i>	11
<i>2.3 - Máquinas simples - Alavancas</i>	19
<i>3 - Forças modificando movimentos</i>	22
<i>3.1 - Impulso de uma força</i>	22
<i>3.2 - Quantidade de movimento</i>	23
<i>3.3 - Colisões</i>	26
<i>4 - Lista de exercícios</i>	34
<i>5 - Gabarito sem comentários</i>	42
<i>6 - Lista de exercícios comentada</i>	43
<i>7 - Considerações finais da aula</i>	63
<i>8 - Referências bibliográficas</i>	64
<i>9 - Versão de aula</i>	65



Introdução

Além de fazer as questões do Colégio Naval, não deixe de fazer as questões das outras instituições que construirão seu conhecimento.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia Militares, ou se preferir:



@prof.lucascosta



@profhenriquegoulart



1 - Centro de massa

O centro de massa é definido como a *posição única na qual a soma dos vetores de posição ponderados de todas as partes do sistema é igual a zero*. Isso significa que o centro de massa é um ponto único de um corpo, no qual podemos, para efeitos de resolução das questões de vestibular, considerar que toda a massa de um certo corpo está concentrada.

De forma prática, é nesse ponto onde posicionaremos a força peso em um corpo extenso, desde que esse corpo seja **homogêneo**. Um corpo homogêneo tem a sua massa distribuída de maneira uniforme ao longo de seu volume, em outras palavras, tem **densidade constante**.

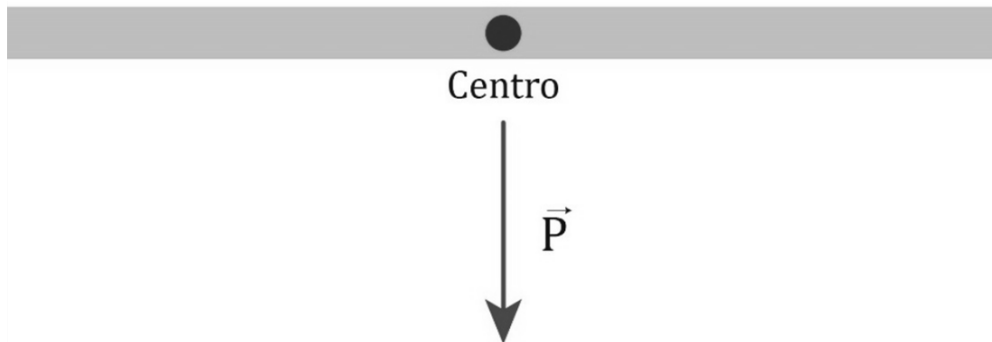


Figura 08.1 – Força peso no centro de massa de uma barra homogênea.

Para determinarmos as coordenadas do centro de massa de um conjunto de i corpos de massa m_i a uma distância d_i de um referencial aleatório, devemos usar a seguinte relação.

$$CM = \frac{\sum m_i \cdot d_i}{\sum m_i} \quad \text{Cálculo do centro de massa}$$

Não se assuste com o símbolo \sum_0^i , ele representa o somatório de i termos, partindo do termo inicial, ou termo zero.

Na sua prova, muito provavelmente, os corpos envolvidos em questões nas quais o conceito de centro de massa é necessário sempre serão puntiformes. Isso significa que devemos **desprezar as dimensões** desses corpos.

Vamos usar o sistema cartesiano de eixos, em um sistema com três corpos puntiformes, teremos:

$$CM_x = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$CM_y = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Finalmente:

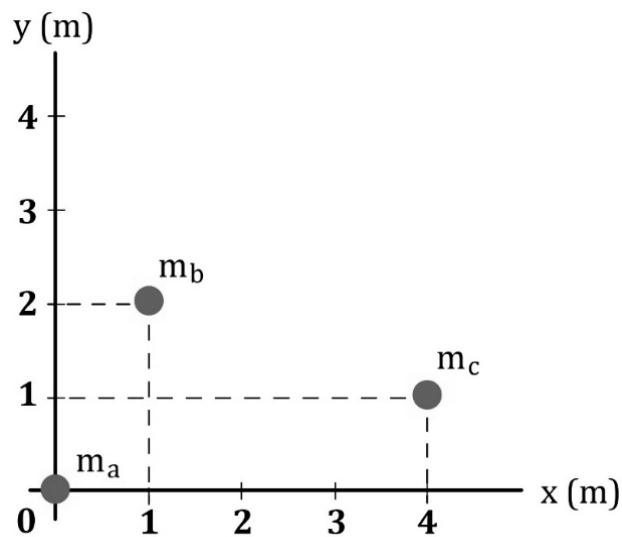
$$CM = (CM_x; CM_y)$$

Um exemplo será de grande valia na compreensão deste novo conceito.



(2019/INÉDITA)

Calcule as coordenadas do centro de massa de um sistema composto por uma esfera de massa $m_a = 6,0 \text{ kg}$, outra de massa $m_b = 8,0 \text{ kg}$, e mais uma de $m_c = 2,0 \text{ kg}$. Suponha que as esferas estejam posicionadas conforme a figura abaixo. Despreze as dimensões das esferas.



Comentários

Vamos aplicar a definição do centro de massa ao sistema em questão. Note que temos duas coordenadas a calcular: a abscissa (x) e a ordenada (y). Começemos por CM_x :

$$CM_x = \frac{m_a \cdot x_a + m_b \cdot x_b + m_c \cdot x_c}{m_a + m_b + m_c}$$

Agora devemos substituir os valores fornecidos no enunciado e retirados do gráfico:

$$CM_x = \frac{6,0 \cdot 0 + 8,0 \cdot 1 + 2,0 \cdot 4}{6,0 + 8,0 + 2,0}$$

$$CM_x = \frac{0 + 8,0 + 8,0}{16} = \frac{16}{16} = 1,0$$

De maneira análoga para CM_y :

$$CM_y = \frac{m_a \cdot y_a + m_b \cdot y_b + m_c \cdot y_c}{m_a + m_b + m_c}$$

$$CM_y = \frac{6,0 \cdot 0 + 8,0 \cdot 2 + 2,0 \cdot 1}{6,0 + 8,0 + 2,0}$$

$$CM_y = \frac{0 + 16 + 2}{16} = \frac{18}{16} = 1,125 \cong 1,1$$

Desse modo, obtemos o centro de massa do sistema como:

$$CM = (CM_x ; CM_y)$$

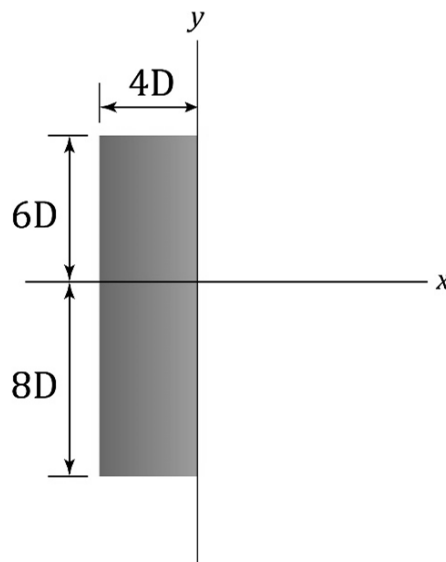
$$CM = (1,0 \text{ m} ; 1,1 \text{ m})$$

Lembre-se que as coordenadas do centro de massa indicam a sua posição. Portanto, no caso do exemplo em questão a sua unidade deverá ser o metro.

Gabarito: $CM = (1,0 \text{ m} ; 1,1 \text{ m})$.

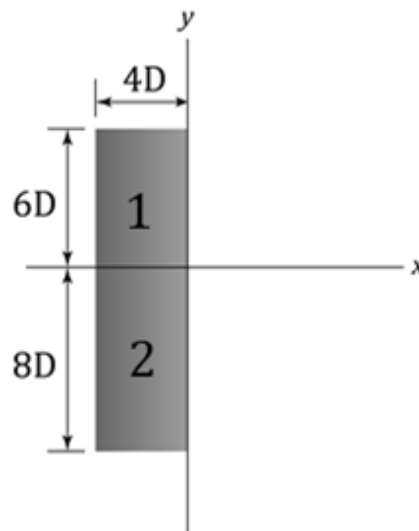
(2019/Inédita)

Quais são as coordenadas x e y do centro de massa da placa homogênea da figura abaixo, se $D = 2,0 \text{ m}$?



Comentários

Vamos dividir a placa homogênea em duas regiões, o centro de massa de cada uma dessas regiões deverá coincidir com o centro geométrico da mesma. Assim:



O centro de massa da região 1 tem como coordenadas:

$$(x_1, y_1) = (-2D, 3D) = (-4, 6) \text{ metros.}$$

Já a região 2 tem seu centro de massa nas coordenadas:



$$(x_2, y_2) = (-2D, -4D) = (-4, -8) \text{ metros.}$$

A área da região 1 é $A_1 = 4D \cdot 6D$, substituindo $D = 2,0 \text{ m}$:

$$A_1 = 4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 2 = 96 \text{ m}^2$$

Já a área da região 2 é $A_2 = 4D \cdot 8D$, substituindo $D = 2,0 \text{ m}$:

$$A_2 = 4 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 2 = 128 \text{ m}^2$$

Desse modo, a área total A_{total} é:

$$A_{total} = A_1 + A_2 = 96 + 128 = 224 \text{ m}^2$$

Feito isso, devemos calcular a porção da área total ocupada por cada região:

$$\%A_1 = \frac{A_1}{A_{total}} = \frac{96}{224} \cong 0,43$$

E, tirando $\%A_1$ do todo, obtemos $\%A_2$:

$$\%A_2 = 1 - \%A_1 = 1 - 0,43 \cong 0,57$$

Finalmente, a coordenada x do centro de massa da placa é:

$$x_{CM} = 0,43 \cdot x_1 + 0,57 \cdot x_2$$
$$x_{CM} = 0,43 \cdot (-4) + 0,57 \cdot (-4) = -4,0 \text{ m}$$

O que era esperado, pois as duas regiões compartilham do mesmo x_{cm} . Já a coordenada y do centro de massa da placa é:

$$y_{CM} = 0,43 \cdot y_1 + 0,57 \cdot y_2 = 0,43 \cdot (6) + 0,57 \cdot (-8)$$
$$y_{CM} = 2,58 - 4,56 = -1,98 \text{ m} \cong -2,0 \text{ m}$$

Perceba que, como a região “b” é maior que a região “a”, é de se esperar que o centro de massa da placa encontre-se próximo ao centro de massa dessa região.

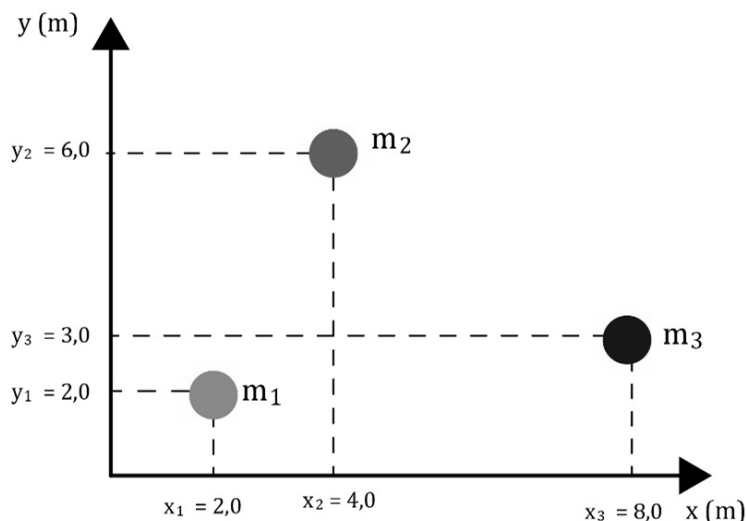
Aluno, escolhi trazer essa questão em seu material para lhe mostrar que existem diversas formas nas quais o centro de massa de um corpo pode ser cobrado.

Gabarito: $x_{CM} = -4,0 \text{ m}$; $y_{CM} = -2,0 \text{ m}$.

(2019/INÉDITA)

Quais são as coordenadas x e y do centro de massa do sistema formado por três partículas, 1, 2 e 3? Tem-se que $m_1 = 1,0 \text{ kg}$, $m_2 = 2,0 \text{ kg}$ e $m_3 = 4,0 \text{ kg}$. As coordenadas de cada corpo são trazidas no esquema abaixo.





Comentários

Vamos aplicar a definição do centro de massa ao sistema em questão. Note que temos duas coordenadas a calcular: a abscissa (x) e a ordenada (y). Começemos por CM_x :

$$CM_x = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Agora devemos substituir os valores fornecidos no enunciado e retirados do gráfico:

$$CM_x = \frac{1,0 \cdot 2 + 2,0 \cdot 4 + 4,0 \cdot 8}{1,0 + 2,0 + 4,0}$$

$$CM_x = \frac{2 + 8 + 32}{7} = \frac{42}{7} = 6,0$$

De maneira análoga para CM_y :

$$CM_y = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$CM_y = \frac{1,0 \cdot 2 + 2,0 \cdot 3 + 4,0 \cdot 6}{1,0 + 2,0 + 4,0}$$

$$CM_y = \frac{2 + 6 + 24}{7} = \frac{32}{7} = 4,571 \cong 4,6$$

Desse modo, obtemos o centro de massa do sistema como:

$$CM = (CM_x ; CM_y)$$

$$CM = (6,0 ; 4,6) \text{ metros}$$

Lembre-se que as coordenadas do centro massa indicam a sua posição, portanto, sua unidade deverá ser o metro.

Gabarito: $CM = (6,0 ; 4,6) \text{ metros}$.

2 - Corpos extensos

Vimos, nas aulas anteriores, que para que um corpo esteja em equilíbrio, ele deveria estar em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme.

Nesta aula, ampliaremos essa noção. Isso porque, para que um corpo extenso esteja em equilíbrio, é necessário que a **resultante das forças sobre ele seja nula**, e que o **momento resultante seja nulo**. Mas, afinal, o que é o momento de uma força?

2.1 - Momento de uma força

Vou lhe trazer esse conceito de maneira intuitiva. Até então, estudamos apenas a aplicação de forças em corpos cujo comprimento era irrelevante, como partículas. Imagine um **corpo extenso**, como uma barra de ferro. Nesse caso, o **comprimento** do corpo **não é desprezível**.

Veja um esquema de duas forças, \vec{F}_a e \vec{F}_b , atuando de diferentes maneiras em uma barra de 4 metros de extensão. Suponha que essa barra seja homogênea, ou seja, que seja feita do mesmo material por todo a sua extensão.

Além disso, imagine que ela esteja fixada em uma parede por um prego colocado exatamente em seu centro. Você é capaz de identificar, intuitivamente, em quais situações a barra girará?

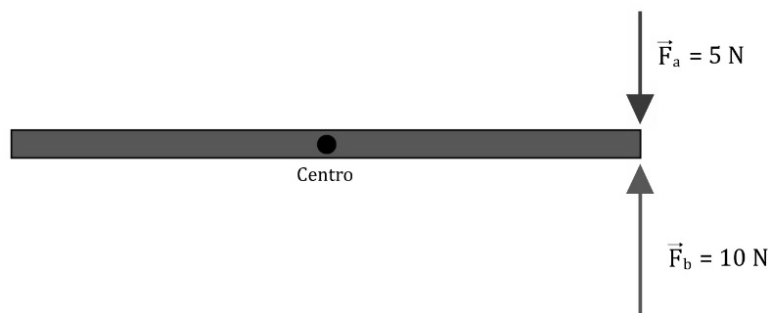


Figura 08.2 - Situação A

Instintivamente, podemos afirmar que na situação A, a barra irá girar no sentido anti-horário, visto que as forças foram aplicadas no mesmo ponto, porém com sentidos opostos. Como \vec{F}_b tem módulo maior que \vec{F}_a , teremos uma resultante vertical com sentido para cima que criará **torque** na barra.

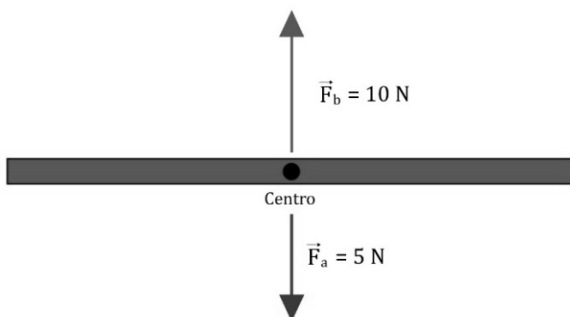


Figura 08.3 - Situação B

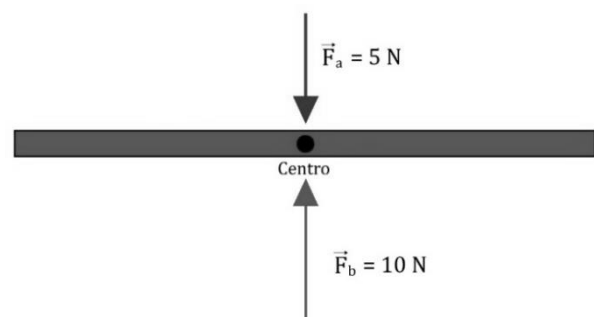


Figura 08.4 - Situação C

E quanto às situações B e C? Estarão elas em equilíbrio quanto aos momentos?

O **momento de uma força, ou torque**, é responsável por gerar **rotação** em um corpo, e é definido pelo produto da força pela distância entre o local de aplicação e algum **ponto de referência** do corpo.

$\vec{M} = \vec{F} \cdot d$		Momento de uma força
$[\vec{M}] = \text{N} \cdot \text{m}$	$[\vec{F}] = \text{N}$	$[d] = \text{m}$

Perceba que, ao adotarmos o centro da barra como nossa referência, nas situações B e C o momento das forças \vec{F}_a e \vec{F}_b será **nulo**. Conseqüentemente, a barra não girará.

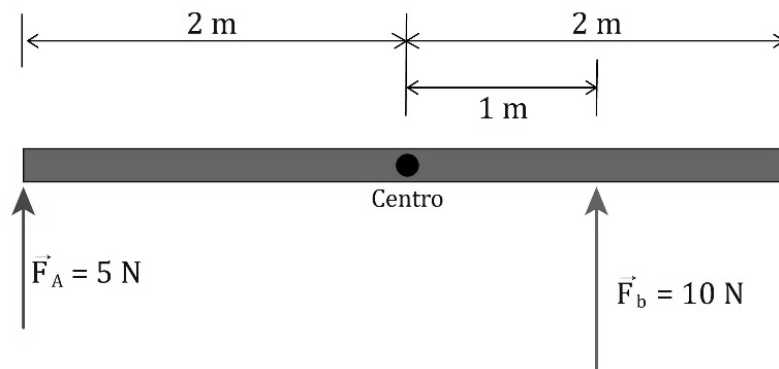


Figura 08.5 - Situação D

Por fim, vamos fazer uma análise dos momentos na situação D. Perceba que a força \vec{F}_a irá produzir torque horário, por outro lado, a força \vec{F}_b , anti-horário.

Quem produzir maior torque irá definir o sentido de rotação do corpo. Para a força \vec{F}_a , temos:

$$\vec{M}_a = \vec{F}_a \cdot d_a$$

$$\vec{M}_a = 5 \cdot 2 = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Vamos fazer o mesmo para a força \vec{F}_b :

$$\vec{M}_b = \vec{F}_b \cdot d_b$$

$$\vec{M}_b = 10 \cdot 1 = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Como o torque produzido pela força \vec{F}_b é de mesmo módulo do torque produzido pela força \vec{F}_a , o **torque resultante é nulo** e a barra não gira na situação A. Podemos falar que o momento resultante é, nesse caso, nulo.

Agora já somos capazes de efetuar uma análise mais profunda para a situação C. O momento gerado nessa situação pela força \vec{F}_a será de:

$$\vec{M}_a = \vec{F}_a \cdot d$$

$$\vec{M}_a = 5 \cdot 2 = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Vamos fazer o mesmo para a força \vec{F}_b :

$$\vec{M}_b = \vec{F}_b \cdot d$$

$$\vec{M}_b = 10 \cdot 2 = 20 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Com isso, sendo o torque produzido pela força \vec{F}_b de modulo maior do que o torque produzido pela força \vec{F}_a , o momento resultante é responsável por girar a barra no sentido anti-horário na situação C.



O ângulo entre a força geradora de momento e o vetor distância deve sempre ser de 90° , ou seja, **força e distância devem ser perpendiculares**.

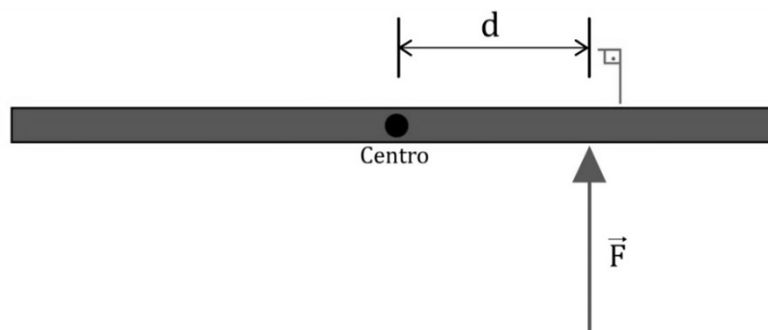


Figura 08.6 – A força e a distância devem sempre ser perpendiculares.

Aluno, ao resolver algum problema, caso você se depare com uma situação em que a força geradora de momento e o vetor distância não sejam perpendiculares, então, você deverá projetar uma das duas, geralmente a força, para que o conjunto se torne perpendicular.

2.2 - Equilíbrio de corpos extensos

Para afirmarmos que um corpo extenso está em equilíbrio, deve haver o **equilíbrio das forças nos eixos vertical e horizontal**, ou seja, a força resultante atuando sobre o corpo deve ser nula e, além disso, o **momento resultante** sobre o corpo também deve ser nulo.

Podemos, então, escrever o seguinte:

$$\sum \vec{M} = 0$$

Somatório dos momentos é nulo.



Perceba que isso equivale a escrever:

$$\sum \vec{M}_{\text{horários}} = \sum \vec{M}_{\text{anti-horários}}$$

O somatório dos momentos horários equivale ao somatório dos anti-horários.

E também, para as forças horizontais e verticais, podemos escrever:

$$\sum \vec{F}_{\text{horizontais}} = \mathbf{0}$$

Somatório das forças horizontais é nulo.

$$\sum \vec{F}_{\text{verticais}} = \mathbf{0}$$

Somatório das forças verticais é nulo.

Não se assuste com o operador \sum . Ele simplesmente faz referência a um **somatório**. Vamos exemplificar:

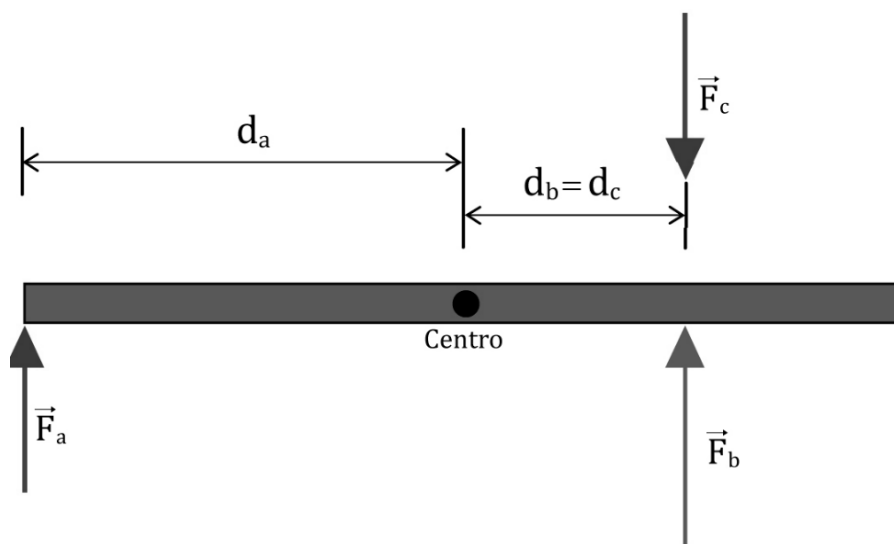


Figura 08.7 – Três forças atuando sobre uma barra em equilíbrio.

Para o esquema, podemos escrever:

$$\sum \vec{M}_{\text{horários}} = \sum \vec{M}_{\text{anti-horários}}$$

$$\vec{F}_a \cdot d_a + \vec{F}_c \cdot d_c = \vec{F}_b \cdot d_b$$

Também podemos escrever que a resultante das forças na vertical deve ser nula:

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

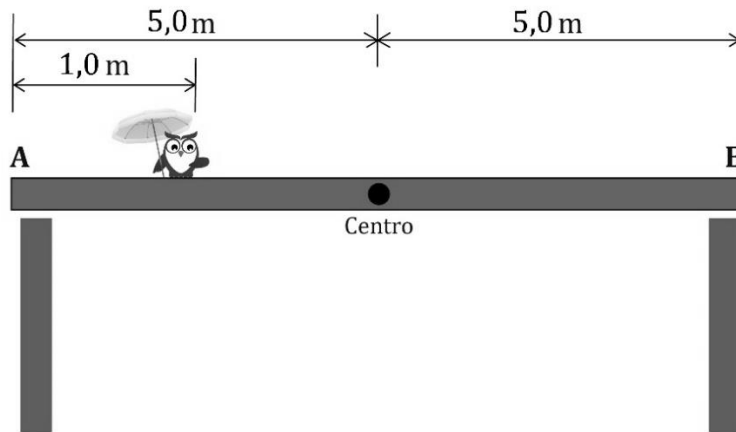
$$\vec{F}_a + \vec{F}_b = \vec{F}_c$$

Aluno, esse é um tema cujas questões não costumam ser mirabolantes. Geralmente, devemos utilizar as duas expressões trazidas acima em conjunto, montar algum tipo de sistema com as incógnitas envolvidas e resolver a questão.

(2019/Inédita)

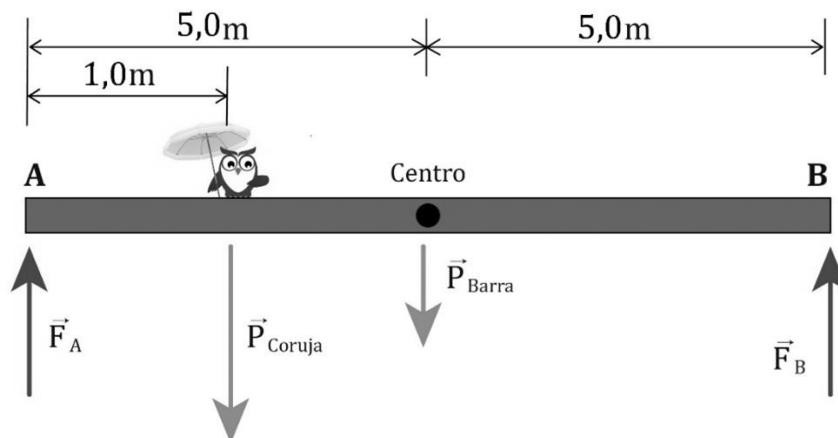
Uma coruja, de 50 kg de massa, é colocada uma barra homogênea, de 10 metros de comprimento e 10 kg de massa, que está apoiada em suas extremidades. O conjunto está em equilíbrio. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Se a coruja estiver a 1,0 m de distância do apoio A, quais as reações nos apoios da barra?
- b) Se a coruja estiver a 8,0 m de distância do apoio A, quais as reações nos apoios da barra?



Comentários

a) Vamos começar por um esquema das forças envolvidas:



A primeira conclusão, e mais simples, é a de que, como o conjunto está em equilíbrio, podemos afirmar que a resultante vertical é nula, portanto:

$$\sum \vec{F}_{\text{verticais}} = 0$$

Somatório das forças verticais é nulo.

Daí, podemos escrever:

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{P}_{\text{barra}} + \vec{P}_{\text{coruja}}$$

Note que, no momento, esse é um caminho sem fim. Isso porque não conhecemos o módulo de \vec{F}_A e o de \vec{F}_B . Assim, devemos utilizar o fato de que o momento resultante é nulo.



$$\sum \vec{M}_{\text{horários}} = \sum \vec{M}_{\text{anti-horários}}$$

Somatório dos momentos horários equivale ao somatório dos anti-horários.

Um bom método de resolução dessa questão, é eliminarmos uma variável desconhecida. Note que escolhendo o nosso ponto de referência como A, suprimimos \vec{F}_A de nossa equação:

$$\vec{P}_{\text{coruja}} \cdot d_{A-\text{Coruja}} + \vec{P}_{\text{barra}} \cdot d_{A-\text{Centro}} = \vec{F}_B \cdot d_{A-B}$$

Desenvolvendo:

$$m_{\text{coruja}} \cdot g \cdot d_{A-\text{Coruja}} + m_{\text{barra}} \cdot g \cdot d_{A-\text{Centro}} = \vec{F}_B \cdot d_{A-B}$$

Substituindo os valores fornecidos:

$$50 \cdot 10 \cdot 1,0 + 10 \cdot 10 \cdot 5,0 = \vec{F}_B \cdot 10$$

$$500 + 500 = 10\vec{F}_B$$

$$\vec{F}_B = 100 = 1,0 \cdot 10^2 \text{ N}$$

De posse do módulo de \vec{F}_B , podemos usar a relação entre as forças verticais para descobrirmos o valor de \vec{F}_A :

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{P}_{\text{barra}} + \vec{P}_{\text{coruja}}$$

$$\vec{F}_A + 100 = 100 + 500$$

$$\vec{F}_A = 500 = 5,0 \cdot 10^2 \text{ N}$$

b) De maneira análoga à anterior:

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{P}_{\text{barra}} + \vec{P}_{\text{coruja}}$$

$$\sum \vec{M}_{\text{horários}} = \sum \vec{M}_{\text{anti-horários}}$$

Somatório dos momentos horários equivale ao somatório dos anti-horários.

Escolhendo o nosso ponto de referência como A, suprimimos \vec{F}_A de nossa equação:

$$\vec{P}_{\text{coruja}} \cdot d_{A-\text{Coruja}} + \vec{P}_{\text{barra}} \cdot d_{A-\text{Centro}} = \vec{F}_B \cdot d_{A-B}$$

Desenvolvendo:

$$m_{\text{coruja}} \cdot g \cdot d_{A-\text{Coruja}} + m_{\text{barra}} \cdot g \cdot d_{A-\text{Centro}} = \vec{F}_B \cdot d_{A-B}$$

Substituindo-se os valores fornecidos:

$$50 \cdot 10 \cdot 8,0 + 10 \cdot 10 \cdot 5,0 = \vec{F}_B \cdot 10$$



$$4000 + 500 = 10\vec{F}_B$$

$$10\vec{F}_B = 4000 + 500$$

$$\vec{F}_B = 450 = 4,5 \cdot 10^2 N$$

De posse do módulo de \vec{F}_B , podemos novamente usar a relação entre as forças na vertical para descobrirmos o novo valor de \vec{F}_A :

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{P}_{barra} + \vec{P}_{coruja}$$

$$\vec{F}_A + 450 = 100 + 500$$

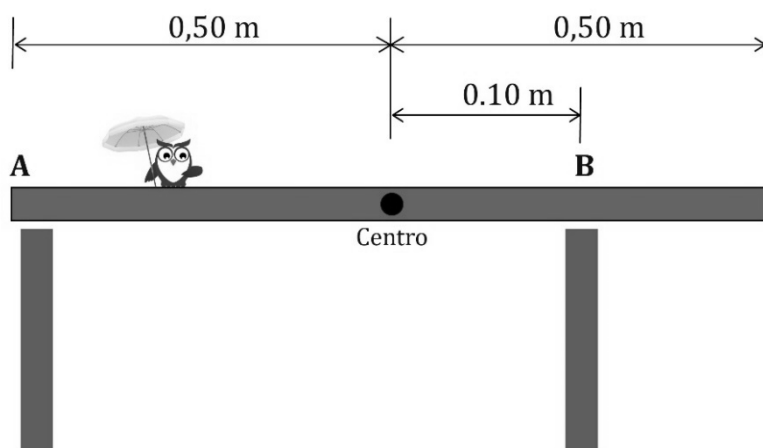
$$\vec{F}_A = 150 = 1,5 \cdot 10^2 N$$

Note que, agora que a coruja está mais próxima do apoio B, a força de reação \vec{F}_B tem módulo superior a \vec{F}_A .

Gabarito: a) $\vec{F}_A = 5,0 \cdot 10^2 N$ e $\vec{F}_B = 1,0 \cdot 10^2 N$ b) $\vec{F}_A = 1,5 \cdot 10^2 N$ e $\vec{F}_B = 4,5 \cdot 10^2 N$

(2019/INÉDITA)

Uma coruja de $5,0 \cdot 10^2 N$ de peso anda em uma tábua homogênea e de comprimento de 1,0 metro que está apoiada em uma extremidade A e é articulada em um ponto B, distante 60 cm de A. o peso da tábua é de $2,0 \cdot 10^2 N$. A coruja parte do ponto A e anda lentamente em direção à outra extremidade da tábua. Até que distância, a partir de A, ela pode andar sem que a tábua gire?



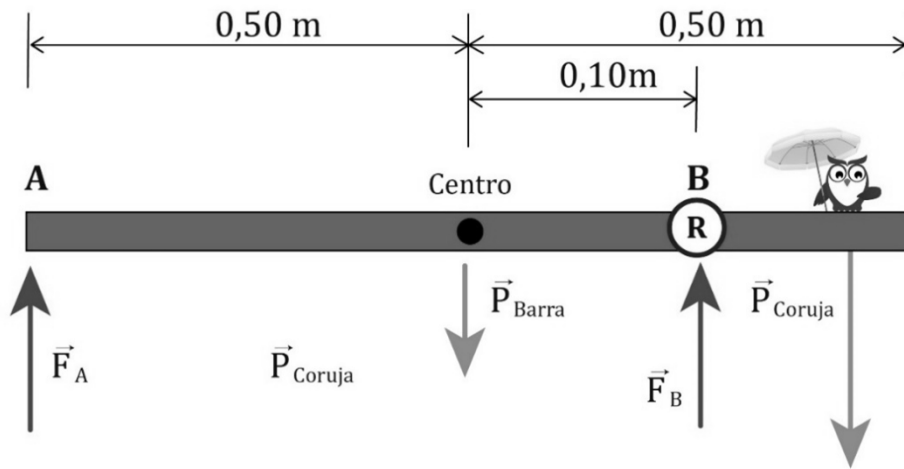
Comentários

A coruja, a partir do momento que passa do ponto B, cria torque que pode girar a barra. A força peso da barra criará torque contrário para impedir que tal feito ocorra.

Quanto mais afastada está a coruja do ponto A menor é a reação que esse ponto efetua na barra. Até que, quando a barra estiver na **iminência** de girar, a reação \vec{F}_A será praticamente nula.

Aluno, nesse tipo de questão o mais indicado é desenhar um esquema das forças e adotar como referencial o ponto B, de articulação da barra:





Chamando de x a distância da coruja até o ponto B, podemos escrever:

$$\sum \vec{M}_{\text{horários}} = \sum \vec{M}_{\text{anti-horários}}$$

Somatório dos momentos horários equivale ao somatório dos anti-horários.

E para a situação atual:

$$\vec{F}_A \cdot d_{A-B} + \vec{P}_{\text{coruja}} \cdot x = \vec{P}_{\text{tábua}} \cdot d_{B-\text{Centro}}$$

E como \vec{F}_A tende a zero:

$$\cancel{\vec{F}_A} \cdot d_{A-B} + \vec{P}_{\text{coruja}} \cdot x = \vec{P}_{\text{tábua}} \cdot d_{B-\text{Centro}}$$

$$\vec{P}_{\text{coruja}} \cdot x = \vec{P}_{\text{tábua}} \cdot d_{B-\text{Centro}}$$

Agora podemos substituir os valores fornecidos, cuidado com as distâncias, $d_{B-\text{Centro}}$ vale 0,1 m:

$$500 \cdot x = 200 \cdot 0,1$$

$$x = \frac{200 \cdot 0,1}{500} = 0,04 \text{ m} = 4,0 \text{ cm}$$

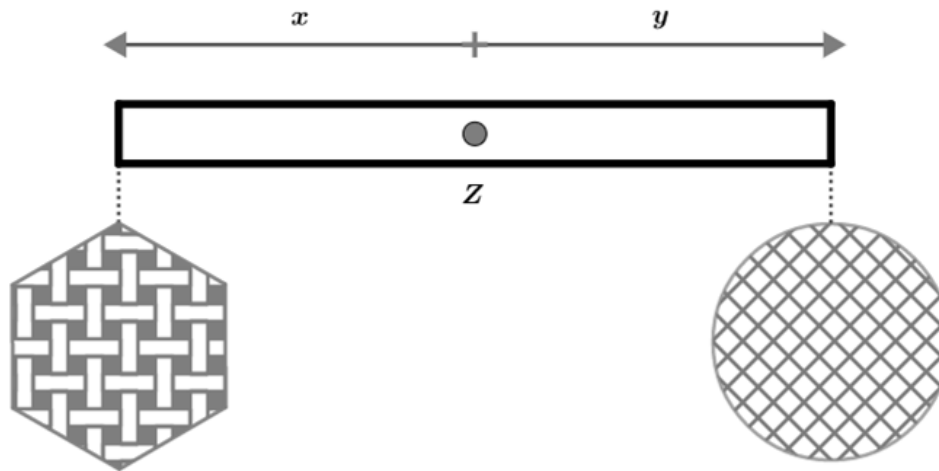
Como x é a distância de B até o ponto de colapso, temos que a distância máxima que a coruja pode andar, a partir de A, é de $60 + 4 = 64 \text{ cm}$.

Gabarito: Distância máxima = 64 cm.

(2019/INÉDITA)

Um sistema foi montado com um círculo de raio R e um hexágono regular cujo lado também vale R . Os objetos foram fixados nas extremidades de uma barra, ficada em um ponto Z . Se o peso dos objetos for proporcional à sua área, a razão entre x e y para que o conjunto fique em equilíbrio é igual a





a) 1,0.

b) 1,2.

c) 1,4.

d) 1,6.

Comentários

A área do círculo é dada por:

$$A_{circ} = \pi \cdot R^2$$

Já a área do hexágono é dada por seis vezes a área de um triângulo equilátero de lado l :

$$A_{hex} = \frac{6 \cdot l^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3 \cdot l^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Note que o lado do hexágono regular é o mesmo que o lado do triângulo equilátero em seu interior:

$$A_{hex} = \frac{3 \cdot R^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Para o equilíbrio dos momentos, podemos escrever:

$$P_{hex} \cdot x = P_{circ} \cdot y$$

E se os pesos são proporcionais às áreas:

$$A_{hex} \cdot x = A_{circ} \cdot y$$

$$\frac{3 \cdot R^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot x = \pi \cdot R^2 \cdot y$$

$$\frac{3 \cdot \cancel{R^2} \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot x = \pi \cdot \cancel{R^2} \cdot y$$

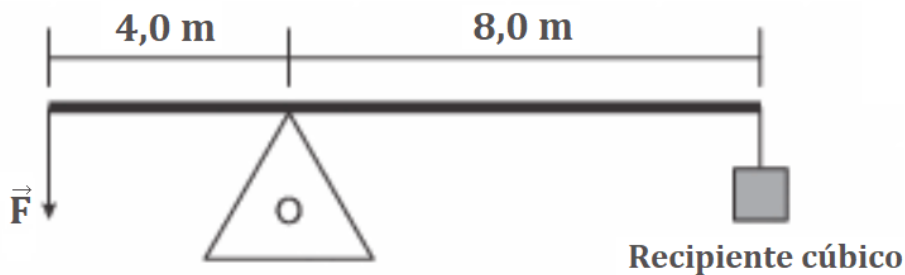
$$\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot x = \pi \cdot y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot \sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 1,7} = \frac{2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 1,7} = \frac{2}{1,7} \cong 1,2$$

Gabarito: “b”

(2019/INÉDITA)

Uma barra de 12 m de comprimento é montada sobre um ponto de apoio O. Um recipiente cúbico com 30 cm de aresta é cheio completamente de água e, em seguida, preso a um fio ideal que é colocado em uma das extremidades da barra.



A intensidade da força, em N, que deve ser aplicada na extremidade oposta da barra, de modo a equilibrar todo o conjunto, é

- a) 30 b) 120 c) 380 d) 540 e) 720

Note e adote:

A massa da barra e do recipiente são desprezíveis.

A aceleração da gravidade é $g = 10 \text{ m/s}^2$

A massa específica da água é $\mu = 1,0 \text{ g/cm}^3$

Comentários

O volume do cubo é:

$$V = (30)^3 = (3 \cdot 10)^3 = 27 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

Pela massa específica da água, podemos encontrar a sua massa:

$$m = \mu \cdot V = 1,0 \cdot 27 \cdot 10^3 = 27 \cdot 10^3 \text{ g} = 27 \text{ kg}$$

Para o equilíbrio devemos ter que a soma dos momentos no sentido horário é igual à soma dos momentos no sentido anti-horário:

$$F \cdot 4 = P_{\text{água}} \cdot 8$$

$$F = P_{\text{água}} \cdot 2$$

$$F = 27 \cdot 10 \cdot 2$$

$$F = 540 \text{ N}$$

Gabarito: “d”.



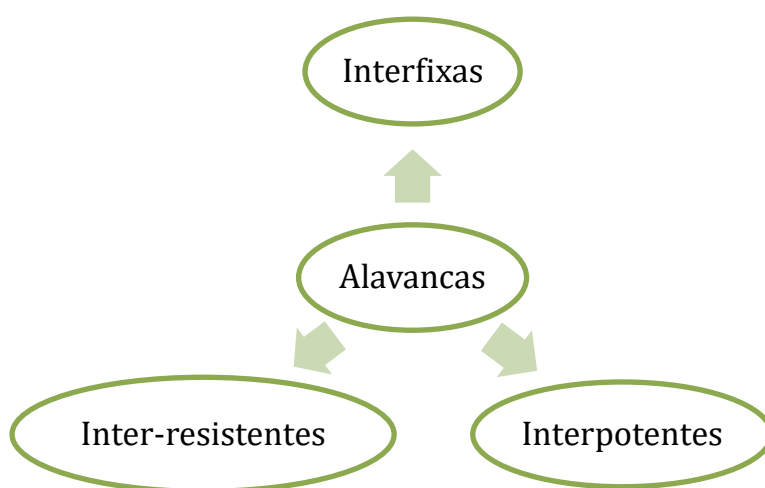
2.3 - Máquinas simples - Alavancas

Qualquer aparelho por nós utilizado no dia a dia, e que obedeça aos princípios fundamentais da mecânica pode ser chamado de uma máquina simples.

Dessas, a **alavanca** é uma das mais antigas a ser utilizada. Esse tipo de ferramenta é capaz de **multiplicar o módulo das forças**, além de **alterar a sua direção e o seu sentido**.

Essa máquina é composta por um **ponto de apoio**, e em relação a ele são aplicadas a chamada **força potente**, proveniente do esforço do operador, e a **força resistente**, que é a força transmitida. O poder de multiplicação de uma alavanca consiste na razão entre a força transmitida e a força aplicada pelo operador.

As alavancas são classificadas quanto às posições relativas ocupadas pela força potente, o apoio e a força resistente. Desse modo, dividem-se em 3 grupos:



2.3.1 - Alavancas interfixas

Na **alavanca interfixa**, o apoio está entre a força potente e a força resistente.

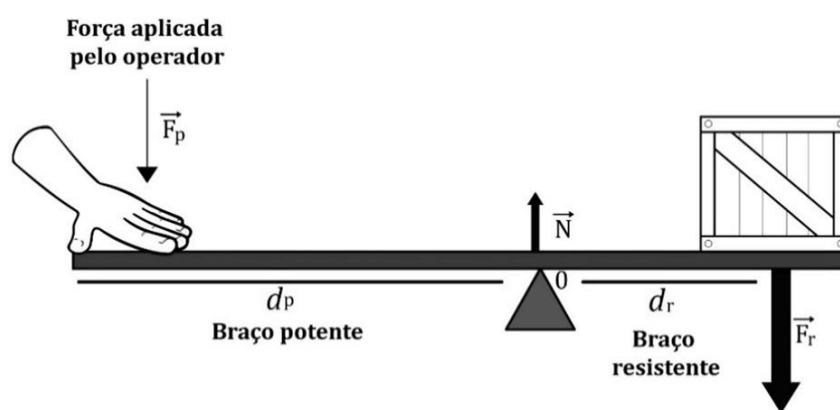


Figura 08.8 – Esquema de uma alavanca interfixa.

Nesse caso, podemos escrever:

$$\vec{F}_P \cdot d_P = \vec{F}_R \cdot d_R$$

Alavanca interfixa

São exemplos desse tipo de montagem: tesouras de cortar chapas, gangorras, carrinhos de carregar carga e martelos, ao serem usados para retirar pregos.



Figura 08.9 – Exemplos de alavancas interfixas.

2.3.2 - Alavancas inter-resistentes

Já em alavancas inter-resistentes a força transmitida fica localizada entre o apoio e a força aplicada pelo operador.

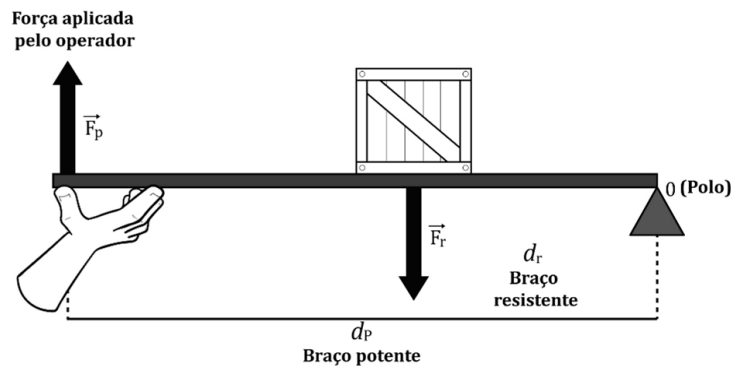


Figura 08.10 – Esquema de uma alavanca inter-resistente.

Para a situação, temos:

$$\vec{F}_P \cdot d_P = \vec{F}_R \cdot d_R$$

Alavanca inter-resistente

São exemplos de alavancas inter-resistentes abridores de garrafa, carrinhos de mão e quebra-nozes.

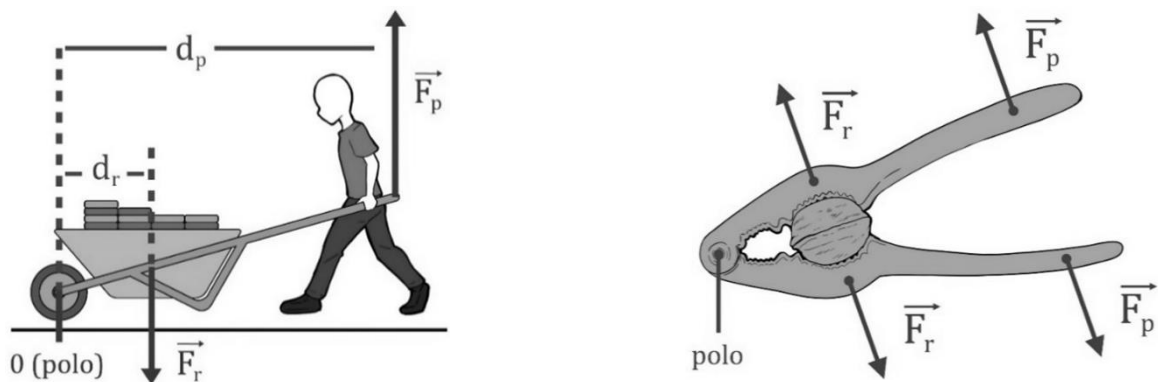


Figura 08.11 – Exemplos de alavancas inter-resistentes.

2.3.3 - Alavancas interpotentes

Por fim, em alavancas interpotentes a força aplicada pelo operador fica entre o apoio e a força transmitida.

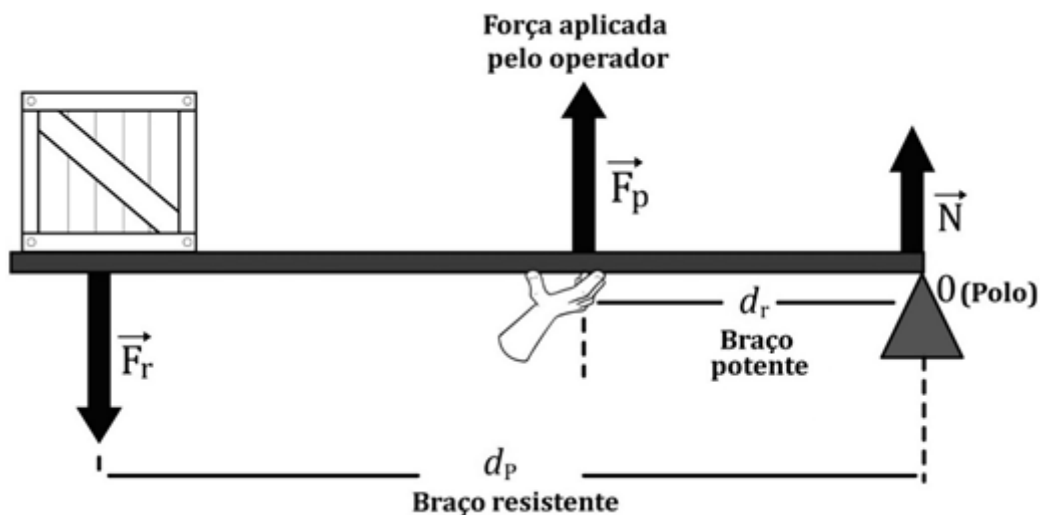


Figura 08.12 – Esquema de uma alavanca interpotente.

Novamente, teremos:

$$\vec{F}_P \cdot d_P = \vec{F}_R \cdot d_R$$

Alavanca interpotente

São exemplos de alavancas interpotentes remos de canoístas, a pá usada por um construtor e uma vara de pescar.

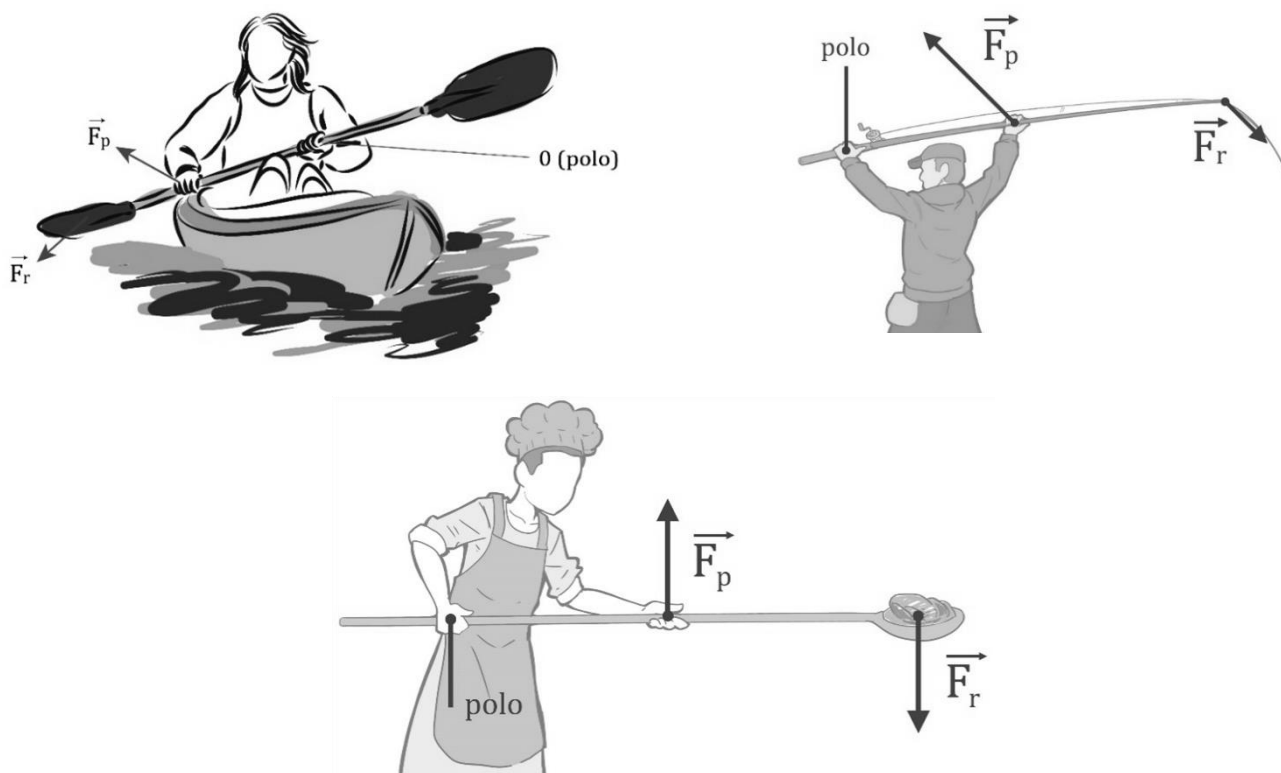


Figura 08.13 – Exemplos de alavancas interpotentes.

3 - Forças modificando movimentos

O estudo das colisões entre corpos é uma das principais aplicações práticas do teorema do impulso de uma força e da quantidade de movimento de um corpo.

Tenha em mente que a quantidade de movimento e o impulso estão intimamente ligados. Além disso, são amplamente cobrados em conjunto aos conceitos de trabalho e energia. Dito isso, se você chegou até esse ponto sem ter estudado a aula que aborda a energia, recomendo que pare, estude essa aula e depois volte para esse tópico.

3.1 - Impulso de uma força

O impulso de uma força é definido pelo produto da força aplicada a um corpo e o intervalo de tempo durante o qual ela atua.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Impulso de uma força.

$$\vec{I} = [N \cdot s] = [kg \cdot m/s]$$

$$\vec{F} = [N]$$

$$\Delta t = [s]$$



O impulso é uma grandeza **vetorial**, e tem mesma direção e mesmo sentido da força aplicada ao corpo.

(2019/INÉDITA)

Assinale a opção que apresenta a mesma dimensão da medida de Impulso de uma força.

- a) aceleração · massa
- b) aceleração · massa · comprimento
- c) velocidade · intervalo de tempo ÷ massa
- d) aceleração · intervalo de tempo · massa
- e) velocidade · intervalo de tempo · massa

Comentários

$$I = F \cdot \Delta t = N \cdot s = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot s = kg \cdot \frac{m}{s}$$

Devemos analisar a alternativa “d”:



aceleração · intervalo de tempo · massa

$$\frac{m}{s^2} \cdot s \cdot kg = I$$

Gabarito: “d”.

Uma propriedade interessante do gráfico que relaciona a força aplicada a um corpo e o intervalo de tempo durante o qual ela foi aplicada é que a área abaixo da curva é numericamente igual ao impulso gerado por essa força.

3.2 - Quantidade de movimento

A quantidade de movimento é definida pelo produto da massa de um corpo e sua velocidade. Aluno, caso você se depare com a expressão “momento linear”, saiba que estamos tratando da mesma definição.

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$$

Quantidade de movimento de um corpo de massa m .

$$\vec{Q} = [kg \cdot m/s]$$

$$m = [Kg]$$

$$\vec{v} = [m/s]$$

Notou que **as unidades da quantidade de movimento e do impulso são as mesmas?**



Assim como o impulso, a quantidade de movimento é uma grandeza **vetorial**, e tem mesma direção e sentido da **velocidade** do corpo.

O impulso produzido pela força resultante atuando em um determinado corpo é congruente à variação da quantidade de movimento desse mesmo corpo. Daí, podemos escrever:

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

Relação entre a quantidade de movimento e o impulso.

E como a massa e o tempo são grandezas escalares:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta\vec{v}$$

Relação expandida entre a quantidade de movimento e o impulso.





Uma grande fonte de erros reside no cálculo de $\Delta\vec{v}$. Essa é uma **diferença vetorial**.

(2019/INÉDITA)

Um professor misterioso, que é quarto Dan em Karatê, aplica um maeguery (chute frontal) na canela de um adversário e atinge o alvo com uma velocidade de 14 m/s . Seu pé para após $3,0 \text{ ms}$. Suponha que, durante o choque, o pé do atleta é independente do resto do corpo e tem massa $1,2 \text{ kg}$.

Qual o módulo da força média, em kN , que o pé exerce sobre a canela do pobre adversário?

- a) 1,4 b) 2,8 c) 5,6 d) 7,8 e) 9,6

Note e adote:

Desconsidere as forças dissipativas.

Comentários

Podemos adotar o sentido da velocidade inicial do pé do atleta como nosso referencial positivo. A variação da quantidade de movimento no sistema (pé e canela) é equivalente ao impulso produzido pela força média exercida pelo pé.

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

Relação entre a quantidade de movimento e o impulso.

Em módulo:

$$|\vec{I}| = |\Delta\vec{Q}|$$

$$F_m \cdot \Delta t = m \cdot |\Delta v|$$

$$F_m \cdot \Delta t = m \cdot |\vec{v}_{final} - \vec{v}_{inicial}|$$

$$F_m \cdot \Delta t = m \cdot |0 - \vec{v}_{inicial}|$$

$$F_m \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_{inicial}$$

$$\vec{F}_m = \frac{m \cdot \vec{v}_{inicial}}{\Delta t}$$

Assim, podemos escrever para o módulo da força média:

$$F_m = \frac{1,2 \cdot 14}{3 \cdot 10^{-3}} = \frac{16,8}{3} \cdot 10^3 = 5,6 \cdot 10^3 \text{ N}$$



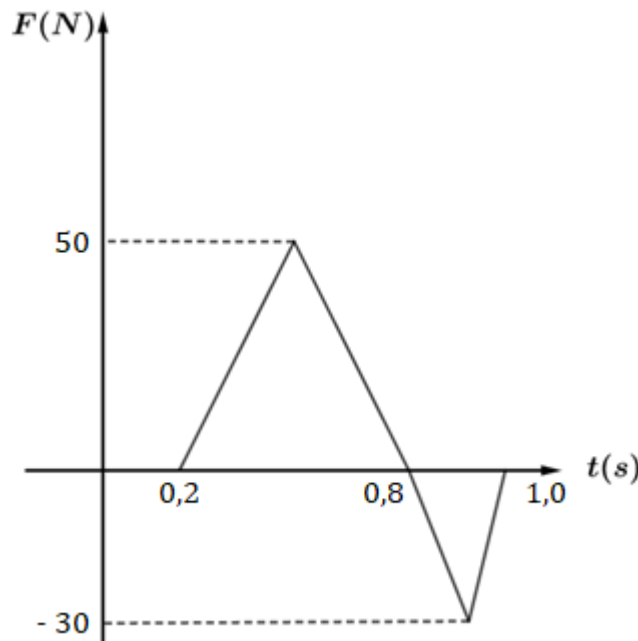
$$F_m = 5,6 \cdot 10^3 \text{ N} = 5,6 \text{ kN}$$

Gabarito: "c".

Veja essa questão que, apesar de antiga, será interessante para aplicarmos esse novo conceito aprendido.

(2019/INÉDITA)

Um carro de controle remoto de massa igual a $4,0 \text{ kg}$ encontra-se em movimento retilíneo. Num certo trecho de sua trajetória começa a agir sobre ele uma força que tem a mesma direção do movimento e que varia com o tempo, conforme a figura abaixo.



Neste trecho e nestas condições, pode-se afirmar que a variação da velocidade escalar " Δv ", em m/s do corpo será dada por:

- a) $\Delta v = 2,5$ b) $\Delta v = 5,0$ c) $\Delta v = 8,0$ d) $\Delta v = 2,0$ e) $\Delta v = 3,0$

Comentários:

Considerando que a força F que atua no corpo seja a resultante na direção do movimento, então podemos aplicar o teorema do impulso:

$$\vec{I}_{\vec{F}_{res}} = \Delta \vec{Q}$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_{res}} = m \cdot (\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_{res}} = m \cdot \Delta \vec{v}$$

Admitindo que a força não mudou de direção, então:

$$I_F = m \cdot \Delta v$$

Pelo gráfico, podemos determinar o impulso da força F :

$$I_F = \overset{N}{\text{Área}}$$

$$I_F = A_1 + A_2 (\text{soma algébrica})$$

$$I_F = \frac{50 \cdot (0,8 - 0,2)}{2} - \frac{30 \cdot (1,0 - 0,8)}{2}$$

$$I_F = 15 - 3,0 = 12 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Portanto:

$$\Delta v = \frac{I_F}{m} = \frac{12}{4,0} = 3,0 \text{ m/s}$$

Gabarito: “e”.

3.2.1 - Momento linear de um sistema de partículas

Seja um sistema formado pelos corpos A e B, de massas, m_A e m_B , e velocidades \vec{v}_A e \vec{v}_B , respectivamente. Nesse sistema, a **quantidade de movimento** pode ser calculada pela soma do momento linear de cada um dos corpos envolvidos:

$$\begin{aligned}\vec{Q}_{\text{sistema}} &= \vec{Q}_A + \vec{Q}_B \\ \vec{Q}_{\text{sistema}} &= m_A \cdot \vec{v}_A + m_B \cdot \vec{v}_B\end{aligned}$$

Momento linear de um sistema de partículas.

3.2.2 - Conservação da quantidade de movimento

Imagine um sistema formado pelos corpos A e B. Se **não existirem forças externas** atuando nesse sistema, temos um **sistema isolado**, e a **quantidade de movimento** desse **permanecerá constante**. Podemos escrever:

$$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

Conservação da quantidade de movimento de um sistema isolado.

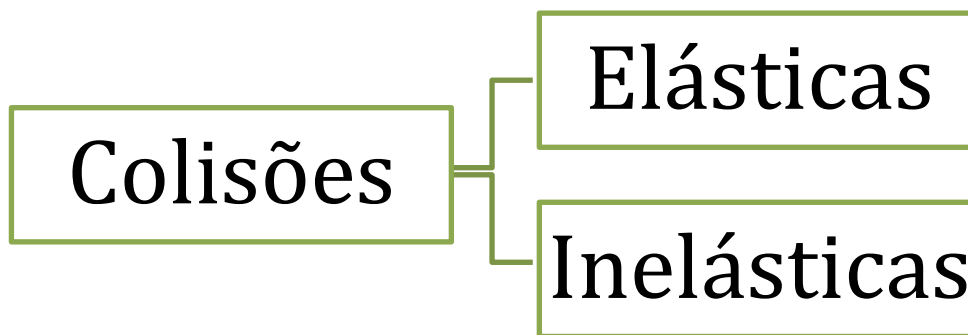
Vamos aplicar esses dois novos conceitos de uma só vez:

3.3 - Colisões

Choques ocorrem quando se dá o contato físico entre dois ou mais corpos. Uma pessoa usando um taco para rebater uma bola, dois veículos colidindo, em suma, qualquer situação que envolva a **mudança violenta do momento de um corpo** é considerada uma colisão.

Antes de nos aprofundarmos, é necessário fazer a distinção entre choques **elásticos** e **inelásticos**.





Em um **choque elástico** os corpos envolvidos **se separam após o contato**. Podemos imaginar uma bola de bilhar colidindo com outra bola após uma tacada. Nessa situação **a energia pode se conservar por completo**, caso o choque seja **perfeitamente elástico**.

Por outro lado, em um choque **inelástico**, os corpos envolvidos **permanecem unidos após o contato**. Esse tipo é comum em colisões envolvendo automóveis modernos. Aluno, você já ouviu que os carros são projetados de modo a absorver o impacto?

Isso é verdade, pois, ao se deformarem, os veículos consomem a energia da colisão, diminuindo as variações bruscas de momento às quais nossos corpos estariam sujeitos e, possivelmente, salvando as nossas vidas.



Em uma **colisão inelástica**, ocorre **a maior perda de energia durante a colisão**. Por outro lado, **em uma colisão perfeitamente elástica**, **a energia pode se conservar por completo**.

Em uma colisão, seja ela elástica ou inelástica, a resultante das forças internas do sistema é nula. Adotando que não existe nenhuma força externa atuando no momento da colisão, ou que no curto instante de tempo no qual se dá a colisão as forças externas atuando no sistema são desprezíveis frente às forças internas provenientes do choque, podemos afirmar que **a quantidade de movimento se conserva**, logo:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

Conservação da quantidade de movimento em uma colisão.

3.3.1 - Colisões Inelásticas

Vamos imaginar duas esferas, A e B, de massas m_A e m_B . Antes de colidirem, as suas velocidades são, respectivamente, $v_{A,inicial}$ e $v_{B,inicial}$. Depois da colisão, andarão em conjunto, com velocidade V_{final} , conforme a figura abaixo:

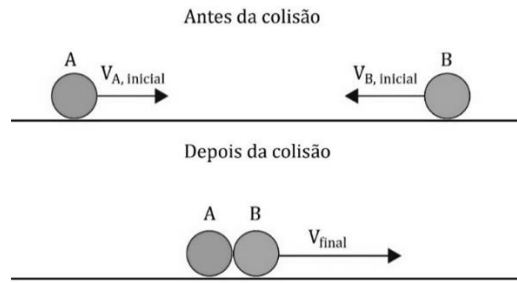


Figura 08.14 – Esquema de uma colisão inelástica.

$$\vec{Q}_{inicial} = \vec{Q}_{final}$$

Conservação da quantidade de movimento.

Adotando o sentido para a direita como positivo, temos:

$$m_A \cdot v_{A, inicial} - m_B \cdot v_{B, inicial} = (m_A + m_B) \cdot v_{final} \quad \text{Colisão inelástica.}$$

Note que o sinal de v_{final} nos dirá qual será o sentido da velocidade dos corpos após a colisão. Em uma colisão inelástica, ocorre grande perda de energia cinética durante o choque, e, por isso, a energia cinética do sistema é maior antes do que ao final. Para determinarmos o quanto foi perdido de energia, basta efetuarmos a seguinte diferença:

$$E_{perdida} = \Delta E_c = E_{c, final} - E_{c, inicial} \quad \text{Perda de energia durante a colisão}$$

Expandindo as expressões de energia cinética, temos:

$$E_{perdida} = \frac{(m_A + m_B) \cdot (v_{final})^2}{2} - \left[\frac{m_A \cdot (v_{A, inicial})^2}{2} + \frac{m_B \cdot (v_{B, inicial})^2}{2} \right]$$

3.3.2 - Colisões Elásticas

Vamos imaginar as mesmas duas esferas, A e B, de massas m_A e m_B . Antes de colidirem, as suas velocidades também são, respectivamente, $v_{A, inicial}$ e $v_{B, inicial}$. Depois da colisão, suas velocidades serão $v_{A, final}$ e $v_{B, final}$, conforme a figura abaixo:

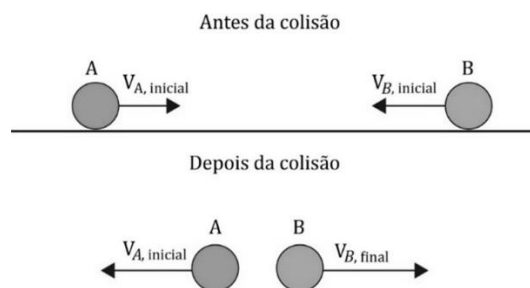


Figura 08.15 – Esquema de uma colisão elástica.

$$\vec{Q}_{inicial} = \vec{Q}_{final}$$

Conservação da quantidade de movimento.



Adotando o sentido para a direita como positivo, temos:

$$m_A \cdot V_{A, inicial} - m_B \cdot V_{B, inicial} = m_A \cdot V_{A, final} + m_B \cdot V_{B, final} \quad \text{Colisão elástica.}$$

Note que não sabemos qual será o sentido da velocidade dos corpos após a colisão. A figura é uma mera representação, se B tivesse massa muito maior que A, tenderia continuar seguindo da direita para a esquerda, por exemplo.

Para determinarmos as velocidades após a colisão, teríamos que utilizar o teorema da energia cinética em conjunto com as equações de conservação de momento linear.

Caso o choque seja **perfeitamente elástico**, sabemos que a **energia cinética se conserva por completo**, logo, podemos escrever:

$$E_{cinética, inicial} = E_{cinética, final} \quad \text{Conservação da energia cinética.}$$

E para o caso em questão:

$$\frac{m_A \cdot (V_{A, inicial})^2}{2} + \frac{m_B \cdot (V_{B, inicial})^2}{2} = \frac{m_A \cdot (V_{A, final})^2}{2} + \frac{m_B \cdot (V_{B, final})^2}{2}$$

Simplificando:

$$m_A \cdot (V_{A, inicial})^2 + m_B \cdot (V_{B, inicial})^2 = m_A \cdot (V_{A, final})^2 + m_B \cdot (V_{B, final})^2$$

Note que este já é um caso bastante trabalhoso. Contudo, e se a colisão não fosse perfeitamente elástica? Nesse caso, devemos usar o coeficiente de restituição.

(2019/INÉDITA)

Dois corpos de massas $m_A = 2,0 \text{ kg}$ e $m_B = 4,0 \text{ kg}$, movem-se sobre uma reta, alinhados os sentidos e os módulos das velocidades, conforme figura abaixo. A velocidade inicial do corpo A é de 12 m/s e a do corpo B de $4,0 \text{ m/s}$.



Após a colisão unidimensional dos corpos, a partícula A move-se para a esquerda com velocidade de $6,0 \text{ m/s}$. O módulo e o sentido da velocidade do corpo B é de

- (A) $1,0 \text{ m/s}$ e para a esquerda (B) $1,0 \text{ m/s}$ e para a direita
(C) $5,0 \text{ m/s}$ e para a direita (D) $5,0 \text{ m/s}$ e para a esquerda
(E) nula

Comentários

Inicialmente, devemos adotar um eixo para orientarmos a direção e o sentido das velocidades e das quantidades de movimento. Pela conservação da quantidade de movimento na colisão, temos:

$$(\vec{Q}_{sis})_{logo\ depois} = (\vec{Q}_{sis})_{logo\ antes}$$

$$m_A \cdot \vec{v}_A + m_B \cdot \vec{v}_B = m_A \cdot \vec{v}'_A + m_B \cdot \vec{v}'_B$$

Vamos adotar o sentido inicial do movimento do corpo A como nosso referencial positivo. Dessa maneira, podemos escrever:

$$2,0 \cdot 12 + 4,0 \cdot (-4,0) = 2,0 \cdot (-6,0) + 4,0 \cdot \vec{v}'_B$$

$$24 - 16 = -12 + 4,0 \cdot \vec{v}'_B$$

$$8 + 12 = 4,0 \cdot \vec{v}'_B$$

$$\vec{v}'_B = \frac{20}{4} = 5,0 \text{ m/s}$$

O sinal positivo indica que B se move para a direita após a colisão.

Gabarito: “c”

3.3.3 - O coeficiente de restituição

O coeficiente de restituição, e , é uma grandeza adimensional e, em termos práticos, mede o quanto da energia se conserva em uma colisão parcialmente elástica. Ele o faz isso por meio das velocidades relativas finais e iniciais, segundo a seguinte relação:

$$\varepsilon = \frac{\text{Velocidade relativa de afastamento}}{\text{Velocidade relativa de aproximação}} \quad \text{Coeficiente de restituição}$$

No exemplo em questão, temos como coeficiente de restituição:

$$\varepsilon = \frac{V_{B,final} - V_{A,final}}{V_{A,inicial} - V_{B,inicial}}$$

$$\varepsilon = 1$$

- Choque perfeitamente elástico;
- A energia se conserva por completo.

$$0 < \varepsilon < 1$$

- Choque parcialmente elástico;
- Ocorre alguma perda de energia.

$$\varepsilon = 0$$

- Choque inelástico;
- Ocorre a maior perda de energia.



Vamos praticar para assimilar?

(2019/INÉDITA)

Num domingo ensolarado, o professor Victor Marçal joga bola com seu filho no Parque do Povo, em São Paulo.

No auge de sua habilidade, o mestre chuta a bola para fora do parque, e ela se choca com um caminhão que trafegava pela Marginal Pinheiros. Por transportar uma carga extremamente pesada, o veículo trafega a uma velocidade de 54 km/h .

Sabendo-se que a bola atinge a traseira do caminhão perpendicularmente, com velocidade de 72 km/h , em reação ao solo, qual o módulo da velocidade horizontal, em m/s , final da bola após o choque?

- a) 10 b) 15 c) 20 d) 30 e) zero

Note e adote:

Considere a massa do caminhão muito superior que a bola de futebol.

Admita que o choque foi perfeitamente elástico.

Desconsidere a resistência do ar.

Comentários:

Inicialmente, devemos perceber que a massa do caminhão é muito maior que a massa da bola e que antes da colisão eles se deslocam no mesmo sentido.

Nesse caso, pela diferença tamanha entre a massa dos dois corpos, a velocidade do caminhão permanece praticamente inalterada. Portanto, pelo coeficiente de restituição, temos:

$$e = \frac{|v_{\text{relativa logo após}}|}{|v_{\text{relativa logo antes}}|} = \frac{v' + 15}{20 - 15} = 1$$

$$v' + 15 = 5$$

$$v' = -10 \text{ m/s}$$

Gabarito “a”.

(2019/INÉDITA)

Em um plano horizontal sem atritos, duas massas, m_1 e m_2 giram em órbitas angulares de mesma frequência uniforme e presas por cordas de massa desprezível.

Em um certo instante, ocorre uma colisão frontal e perfeitamente elástica entre as duas massas. Após o choque, as duas voltam a descrever um movimento circular uniforme. Se os módulos das velocidades de m_1 e m_2 são iguais após o choque, a razão entre m_1 e m_2 vale

- a) 1 b) 2/3 c) 4/3 d) 5/4 e) 7/13

Note e adote:

O raio da órbita inicial da massa m_2 é a quarta parte do raio da órbita da massa m_1 .



Comentários

Se as frequências são inicialmente iguais as velocidades angulares também são:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$f_1 = f_2 \leftrightarrow \omega_1 = \omega_2$$

Pela relação entre a velocidade angular e a velocidade linear, podemos escrever:

$$\omega_1 = \omega_2$$

$$\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}$$

Pela relação entre os raios das órbitas fornecida, $r_2 = r_1/4$, podemos escrever:

$$\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{\frac{r_1}{4}}$$

$$\frac{r_1}{4} \cdot v_1 = r_1 \cdot v_2$$

$$\frac{v_1}{4} = v_2 \Rightarrow v_1 = 4 \cdot v_2$$

Vamos chamar a velocidade das partículas após a colisão de v . O coeficiente de restituição é igual à unidade, já que a colisão é perfeitamente elástica, daí:

$$e = \frac{v_{\text{relativa de afastamento}}}{v_{\text{relativa de aproximação}}} = \frac{v + v}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot v}{v_1 + v_2}$$

Substituindo $v_1 = 4 \cdot v_2$:

$$1 = \frac{2 \cdot v}{4 \cdot v_2 + v_2}$$

$$5 \cdot v_2 = 2 \cdot v \Rightarrow v_2 = \frac{2 \cdot v}{5}$$

E para v_1 :

$$\frac{v_1}{4} = \frac{2 \cdot v}{5} \Rightarrow v_1 = \frac{8 \cdot v}{5}$$

Finalmente, aplicando a conservação da quantidade de movimento considerando a velocidade de m_1 inicial como referencial positivo, temos:

$$Q_{\text{antes}} = Q_{\text{depois}}$$

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = -m_1 \cdot v + m_2 \cdot v$$



$$m_1 \cdot \frac{8 \cdot v}{5} - m_2 \cdot \frac{2 \cdot v}{5} = v \cdot (m_2 - m_1)$$

$$8 \cdot v \cdot m_1 - 2 \cdot v \cdot m_2 = 5 \cdot v \cdot (m_2 - m_1)$$

$$v \cdot (8 \cdot m_1 - 2 \cdot m_2) = 5 \cdot v \cdot (m_2 - m_1)$$

$$v \cdot (8 \cdot m_1 - 2 \cdot m_2) = 5 \cdot v \cdot (m_2 - m_1)$$

$$8 \cdot m_1 - 2 \cdot m_2 = 5 \cdot m_2 - 5 \cdot m_1$$

$$8 \cdot m_1 + 5 \cdot m_1 = 5 \cdot m_2 + 2 \cdot m_2$$

$$13 \cdot m_1 = 7 \cdot m_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{7}{13}$$

Gabarito: “e”.

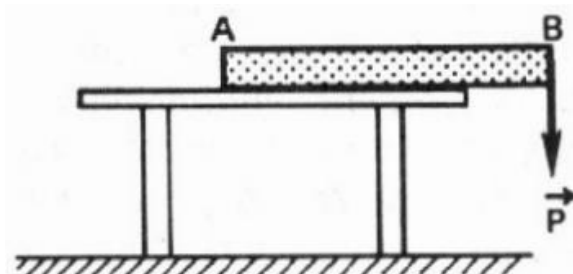


4 - Lista de exercícios

1. (1993/ITA)

Um pedaço de madeira homogêneo, de seção transversal constante A e comprimento L , repousa sobre uma mesa fixa no chão. A madeira está com 25% do seu comprimento para fora da mesa, como mostra a figura. Aplicando uma força $P = 300\text{ N}$ no ponto B a madeira começa a se deslocar de cima da mesa. Qual é o valor real do peso Q da madeira?

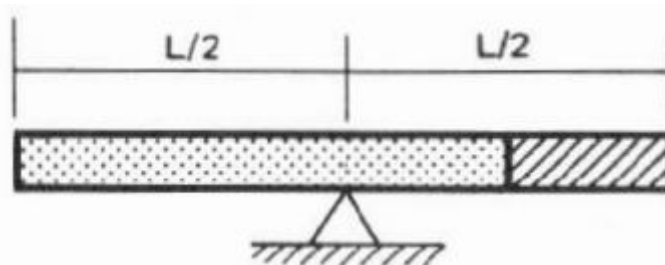
- a) $Q = 150\text{ N}$
- b) $Q = 300\text{ N}$
- c) $Q = 400\text{ N}$
- d) $Q = 600\text{ N}$
- e) $Q = 900\text{ N}$



2. (1993/ITA)

Uma haste metálica de seção retangular de área A e de comprimento L é composta de dois materiais de massas específicas ρ_1 e ρ_2 . Os dois materiais constituem hastes homogêneas de comprimentos l_1 e l_2 , com $l_1 + l_2 = L$ e $l_1 = 3l_2$ soldadas nas extremidades. Colocada a haste sobre um cutelo verifica-se que o equilíbrio é atingido na situação indicada na figura. Calcule a relação ρ_1/ρ_2 .

- a) $\rho_1/\rho_2 = 1$
- b) $\rho_1/\rho_2 = 2$
- c) $\rho_1/\rho_2 = 3$
- d) $\rho_1/\rho_2 = 2,5$
- e) $\rho_1/\rho_2 = 0,4$



3. (ITA – 1997)

Um corpo de massa m é colocado no prato A de uma balança de braços desiguais e equilibrado por uma massa p colocada no prato B . Esvaziada a balança, o corpo de massa m é colocado no prato B e equilibrado por uma massa q colocada no prato A . O valor da massa m é

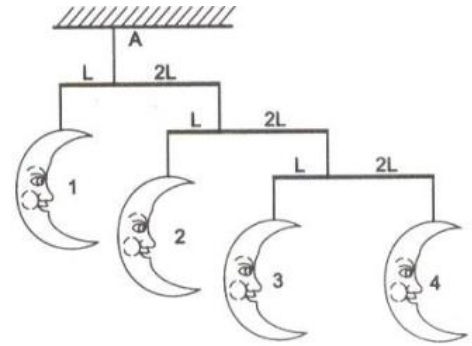
- a) pq
- b) \sqrt{pq}
- c) $(p + q)/2$
- d) $\sqrt{(p + q)/2}$
- e) $pq/(p + q)$

4. (1999/ITA)

Um brinquedo que as mães utilizam para enfeitar quartos de crianças ó conhecido como "mobile". Considere o "mobile" de luas esquematizado na figura abaixo. As luas estão presas por meio de fios de massas desprezíveis a três barras horizontais, também de massas

desprezíveis. O conjunto todo está em equilíbrio e suspenso num único ponto A. Se a massa da lua 4 é de 10 g, então a massa em quilogramas da lua 1 é:

- a) 180.
- b) 80.
- c) 0,36.
- d) 0,18.
- e) 9.



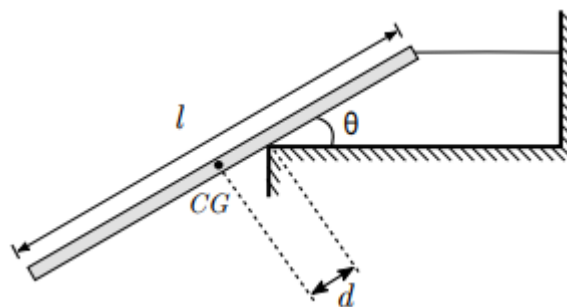
5. (2016/ITA)

Questão 6. Um caminhão baú de 2,00 m de largura e centro de gravidade a 3,00 m do chão percorre um trecho de estrada em curva com 76,8 m de raio. Para manter a estabilidade do veículo neste trecho, sem derrapar, sua velocidade não deve exceder a

- a) 5,06 m/s.
- b) 11,3 m/s.
- c) 16,0 m/s.
- d) 19,6 m/s.
- e) 22,3 m/s.

6. (2019/ITA)

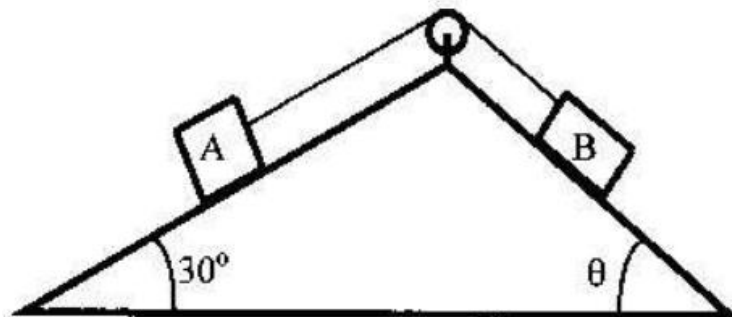
Uma barra rígida, homogênea, fina e de comprimento l , é presa a uma corda horizontal sem massa e toca a quina de uma superfície horizontal livre de atrito, fazendo um ângulo θ como mostra a figura. Considerando a barra em equilíbrio, assinale a opção correta para o valor da razão d/l , em que d é a distância da quina ao centro de gravidade (CG) da barra.



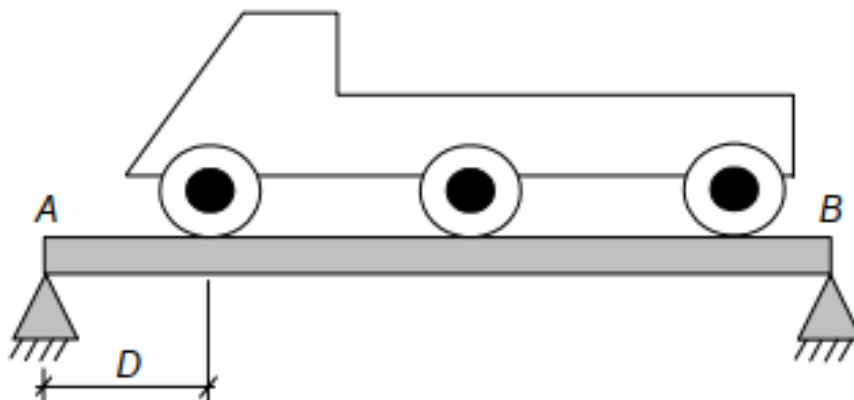
- a) $\frac{tg^2\theta}{2}$
- b) $\frac{cos^2\theta}{4}$
- c) $\frac{sen^2\theta}{4}$
- d) $\frac{cos^2\theta}{2}$
- e) $\frac{sen^2\theta}{2}$

7. (1998/IME)

Na figura a seguir os objetos A e B pesam, respectivamente, 40 N e 30 N e estão apoiados sobre planos lisos, ligados entre si por uma corda inextensível, sem peso, que passa por uma polia sem atrito. Determinar o ângulo θ e a tensão na corda quando houver equilíbrio.



8. (2008/IME)



Um caminhão de três eixos se desloca sobre uma viga biapoiada de $4,5\text{ m}$ de comprimento, conforme ilustra a figura acima. A distância entre os eixos do caminhão é $1,5\text{ m}$ e o peso por eixo aplicado à viga é 150 kN . Desprezando o peso da viga, para que a reação vertical do apoio A seja o dobro da reação vertical no apoio B , a distância D entre o eixo dianteiro do caminhão e o apoio A deverá ser

- a) 0 m b) $0,3\text{ m}$ c) $0,6\text{ m}$ d) $0,9\text{ m}$ e) $1,2\text{ m}$

9. (2009/IME)

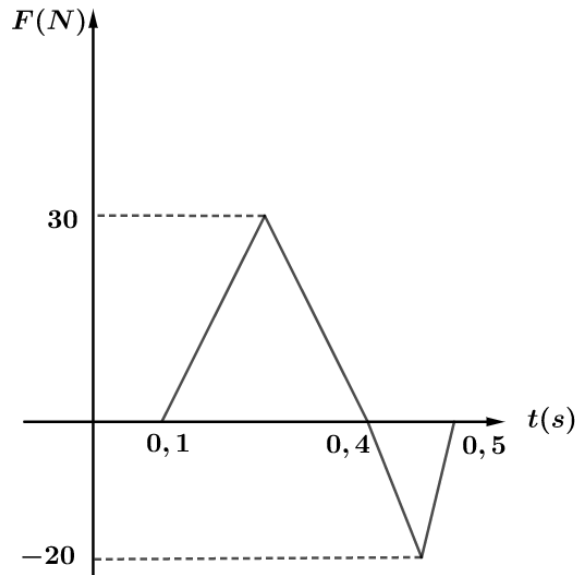
Uma viga de $8,0\text{ m}$ de comprimento, apoiada nas extremidades, tem peso de 40 kN . Sobre ela, desloca-se um carro de 20 kN de peso, cujos 2 eixos de roda distam entre si $2,0\text{ m}$. No instante em que a reação vertical em um apoio é $27,5\text{ kN}$, um dos eixos do carro dista, em metros, do outro apoio

- a) $1,0$ b) $1,5$ c) $2,0$ d) $2,5$ e) $3,0$

10. (ITA)

Um corpo de massa igual a $2,0\text{ kg}$ acha-se em movimento retilíneo. Num certo trecho de sua trajetória faz-se agir sobre ele uma força que tem a mesma direção do movimento e que varia com o tempo, conforme a figura abaixo. Neste trecho e nestas condições, pode-se afirmar que a variação da velocidade escalar " Δv " do corpo será dada por:





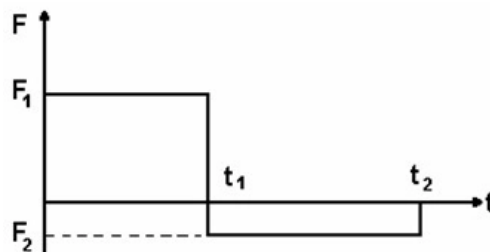
- a) $\Delta v = 2,5 \text{ m/s}$
d) $\Delta v = 2,0 \text{ m/s}$

- b) $\Delta v = 5,0 \text{ m/s}$
e) $\Delta v = 4,0 \text{ m/s}$

- c) $\Delta v = 8,0 \text{ m/s}$

11. (ITA – SP)

A figura mostra o gráfico da força resultante agindo numa partícula de massa m , inicialmente em repouso. No instante t_2 a velocidade da partícula, v_2 , será:



- a) $v_2 = [(F_1 + F_2)t_1 - F_2 t_2]/m$
c) $v_2 = [(F_1 - F_2)t_1 + F_2 t_2]/m$
e) $v_2 = [(t_2 - t_1)(F_1 - F_2)]/2m$

- b) $v_2 = [(F_1 - F_2)t_1 - F_2 t_2]/m$
d) $v_2 = [F_1 t_1 - F_2 t_2]/m$

12. (ITA-SP)

Um avião a jato se encontra na cabeceira da pista com a sua turbina ligada e com os freios acionados, que o impedem de se movimentar. Quando o piloto aciona a máxima potência, o ar é expelido a uma razão de 100 kg por segundo, a uma velocidade de 600 m/s em relação ao avião. Nessas condições:

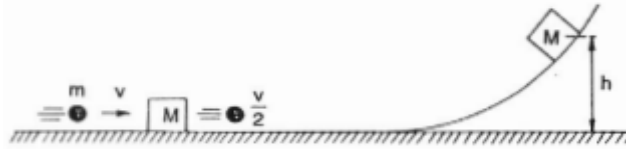
- a) a força transmitida pelo ar expelido ao avião é nula, pois um corpo não pode exercer força sobre si mesmo.
b) as rodas do avião devem suportar uma força horizontal igual a 60 kN.
c) se a massa do avião é de $7,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$, o coeficiente de atrito mínimo entre as rodas e o piso deve ser de 0,20.



- d) não é possível calcular a força sobre o avião com os dados fornecidos.
e) nenhuma das afirmativas acima é verdadeira.

13. (1990/ITA)

Um projétil de massa m e velocidade v atinge um objeto de massa M , inicialmente imóvel. O projétil atravessa o corpo de massa M e sai dele com velocidade $v/2$. O corpo que foi atingido desliza por uma superfície sem atrito, subindo uma rampa até a altura h . Nestas condições podemos afirmar que a velocidade inicial do projétil era de:



a) $v = \frac{2M}{m} \sqrt{2gh}$

b) $v = 2 \sqrt{2 \frac{M}{m} gh}$

c) $v = 2 \sqrt{\frac{M}{m} gh}$

d) $v = \sqrt{8gh}$

e) $v = 2\sqrt{gh}$

14. (1995/ITA)

Todo caçador ao atirar com um rifle, mantém a arma firmemente apertada contra o ombro evitando assim o “coice” da mesma. Considere que a massa do atirador é $95,0 \text{ kg}$. A massa do rifle é $5,00 \text{ kg}$, e a massa do projétil é $15,0 \text{ g}$ o qual é disparada a uma velocidade de $3,00 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$. Nestas condições, a velocidade de recuo do rifle (v_r) quando se segura muito frouxamente a arma e a velocidade de recuo do atirador (v_a) quando ele mantém a arma firmemente apoiada no ombro serão respectivamente:

a) $0,90 \text{ m/s}; 4,7 \cdot 10^2 \text{ m/s}$

b) $90,0 \text{ m/s}; 4,7 \text{ m/s}$

c) $90,0 \text{ m/s}; 4,5 \text{ m/s}$

d) $0,90 \text{ m/s}; 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

e) $0,10 \text{ m/s}; 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

15. (1998/ITA)

Uma bala de massa 10 g é atirada horizontalmente contra um bloco de madeira de 100 g que está fixo, penetrando nele 10 cm até parar. Depois, o bloco é suspenso de tal forma que se possa mover livremente e uma bala idêntica à primeira é atirada contra ele. Considerando a força de atrito entre a bala e a madeira em ambos os casos como sendo a mesma, conclui-se que a segunda bala penetra no bloco a uma profundidade de aproximadamente:

a) 8.0 cm .

b) 8.2 cm .

c) 8.8 cm .

d) 9.2 cm .

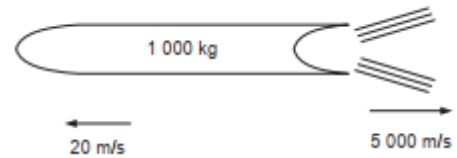
e) 9.6 cm .



16. (2000/ITA)

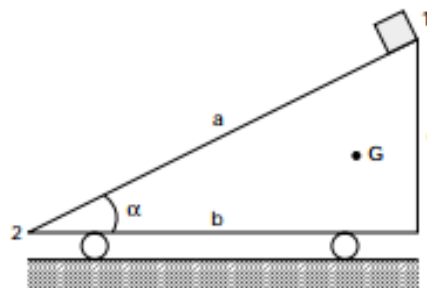
Uma sonda espacial de 1000 kg , vista de um sistema de referência inercial, encontra-se em repouso no espaço. Num determinado instante, seu propulsor é ligado e, durante o intervalo de tempo de 5 segundos, os gases são ejetados a uma velocidade constante, em relação à sonda, de 5000 m/s . No final desse processo, com a sonda movendo-se a 20 m/s , a massa aproximada de gases ejetados é

- a) $0,8\text{ kg}$
- b) 4 kg
- c) 5 kg
- d) 20 kg
- e) 25 kg



17. (2002/ITA)

Uma tampa rolante pesa 120 N e se encontra inicialmente em repouso como mostra a figura. Um bloco que pesa 80 N também em repouso e abandonado no ponto 1, deslizando a seguir sobre a rampa. O centro de massa G da rampa tem coordenadas: $x_G = 2b/3$ e $y_G = c/3$. São dados ainda: $a = 15,0\text{ m}$ e $\text{sen } \alpha = 0,6$. Desprezando os possíveis atritos e as dimensões do bloco, pode-se afirmar que a distância percorrida pela rampa no solo até o instante em que o bloco atinge o ponto 2, é



- a) $16,0\text{ m}$
- b) $30,0\text{ m}$
- c) $4,8\text{ m}$
- d) $24,0\text{ m}$
- e) $9,6\text{ m}$

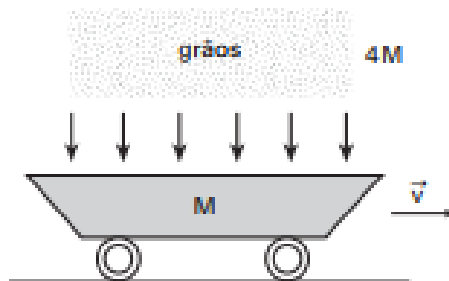
18. (2004/ITA)

Atualmente, vários laboratórios utilizando vários feixes de laser, são capazes de resfriar gases a temperaturas muito próximas do zero absoluto, obtendo moléculas e átomos ultrafrios. Considere três átomos ultrafrios de massa M , que se aproximam com velocidades desprezíveis. Da colisão tripla resultante, observada de um referencial situado no centro de massa do sistema, forma-se uma molécula diatômica com liberação de certa quantidade de energia B . Obtenha a velocidade final do átomo remanescente em função de B e M .

19. (ITA – 2005)

Um vagão-caçamba de massa M se desprende da locomotiva e corre sobre trilhos horizontais com velocidade constante $v = 72,0\text{ km/h}$ (portanto, sem resistência de qualquer espécie ao

movimento). Em dado instante, a caçamba é preenchida com uma carga de grãos de massa igual a $4M$, despejada verticalmente a partir do repouso de uma altura de $6,00m$ (veja figura).



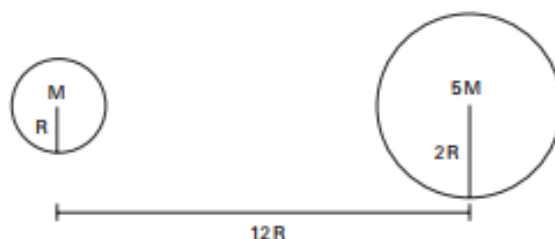
Supondo que toda a energia liberada no processo seja integralmente convertida em calor para o aquecimento exclusivo dos grãos, então, a quantidade de calor por unidade de massa recebido pelos grãos é

- a) $15 J/kg$.
- b) $80 J/kg$.
- c) $100 J/kg$.
- d) $463 J/kg$.
- e) $578 J/kg$.

20. (2005/ITA)

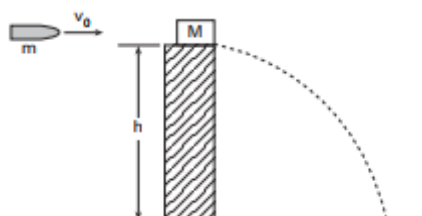
Dois corpos esféricos de massa M e $5M$ e raios R e $2R$, respectivamente, são liberados no espaço livre. Considerando que a única força interveniente seja a da atração gravitacional mútua, e que seja de $12R$ a distância de separação inicial entre os centros dos corpos, então, o espaço percorrido pelo corpo menor até a colisão será de

- a) $1,5R$.
- b) $2,5R$.
- c) $4,5R$.
- d) $7,5R$.
- e) $10,0R$.



21. (2007/ITA)

Uma bala de massa m e velocidade v_0 é disparada contra um bloco de massa M , que inicialmente se encontra em repouso na borda de um poste de altura h , conforme mostra a figura.



A bala aloja-se no bloco que, devido ao impacto, cai no solo. Sendo g a aceleração da gravidade, e não havendo atrito e nem resistência de qualquer outra natureza, o módulo da velocidade com que o conjunto atinge o solo vale

$$a) \sqrt{\left(\frac{mv_0}{m+M}\right)^2 + 2gh}$$

$$b) \sqrt{v_0^2 + \frac{2ghm^2}{(m+M)^2}}$$

$$c) \sqrt{v_0^2 + \frac{2mgh}{M}}$$

$$d) \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$$e) \sqrt{\frac{mv_0^2}{m+M} + 2gh}$$

22. (2012/ITA)

100 cápsulas com água, cada uma de massa $m = 1,0 \text{ g}$, são disparadas à velocidade de $10,0 \text{ m/s}$ perpendicularmente a uma placa vertical com a qual colidem inelasticamente. Sendo as cápsulas enfileiradas com espaçamento de $1,0 \text{ cm}$, determine a força média exercida pelas mesmas sobre a placa.

23. (2013/ITA)

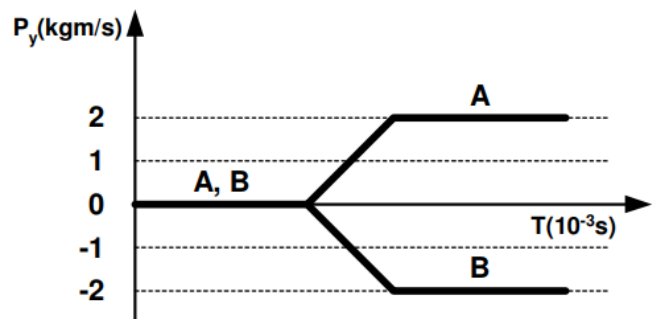
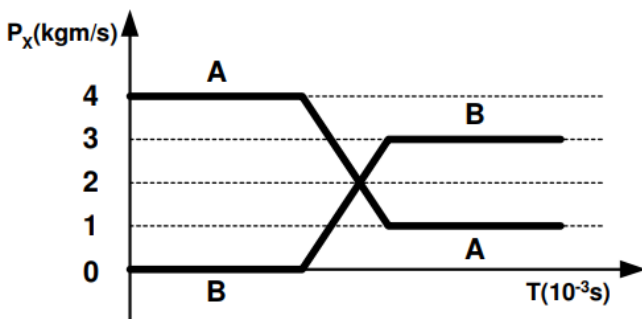
Uma rampa maciça de 120 kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por $\text{tg}(\theta) = 3/4$. Um corpo de 80 kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15 m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rança em relação ao piso é de aproximadamente

- a) 1 m/s. b) 3 m/s. c) 5 m/s. d) 2 m/s. e) 4 m/s.

24. (2005/IME)

Um canhão de massa $M = 200 \text{ kg}$ em repouso sobre um plano horizontal sem atrito e carregado com um projétil de massa $m = 1 \text{ kg}$, permanecendo ambos neste estado até o projétil ser disparado na direção horizontal. Sabe-se que este canhão pode ser considerado tuna máquina térmica com 20% o de rendimento, porcentagem essa utilizada no movimento do projétil, e que o calor fornecido a esta máquina térmica é igual a 100.000 J . Suponha que a velocidade do projétil após o disparo é constante no interior do canhão e que o atrito e a resistência do ar podem ser desprezados. Determine a velocidade de recuo do canhão após o disparo.

25. (2009/IME)



Dois partículas A e B de massas $m_A = 0,1 \text{ kg}$ e $m_B = 0,2 \text{ kg}$ sofrem colisão não frontal. As componentes x e y do vetor quantidade de movimento em função do tempo são apresentadas nos gráficos acima.

Considere as seguintes afirmativas:

- I. A energia cinética total é conservada.
- II. A quantidade de movimento total é conservada.
- III. O impulso correspondente à partícula B é $2i + 4j$.
- IV. O impulso correspondente à partícula A é $-3i + 2j$.

As afirmativas corretas são apenas:

- a) I e II
- b) I e III
- c) II e III
- d) II e IV
- e) III e IV

26. (2010/IME)

Um soldado em pé sobre um lago congelado (sem atrito) atira horizontalmente com uma bazuca. A massa total do soldado e da bazuca é 100 kg e a massa do projétil é 1 kg. Considerando que a bazuca seja uma máquina térmica com rendimento de 5% e que o calor fornecido a ela no instante do disparo é 100 kJ, a velocidade de recuo do soldado é, em m/s,

- a) 0,1
- b) 0,5
- c) 1,0
- d) 10,0
- e) 100,0

5 - Gabarito sem comentários

1. B	2. A	3. B
4. D	5. C	6. E
7. $\theta = \arcsen\left(\frac{2}{3}\right)$ e 20 N	8. A	9. C
10. $\Delta v = 2,0 \text{ m/s}$	11. A	12. B
13. A	14. D	15. D
16. B	17. C	18. $\sqrt{\frac{4B}{3M}}$
19. C	20. D	21. A
22. 10 N	23. C	24. 1 m/s
25. D	26. C	

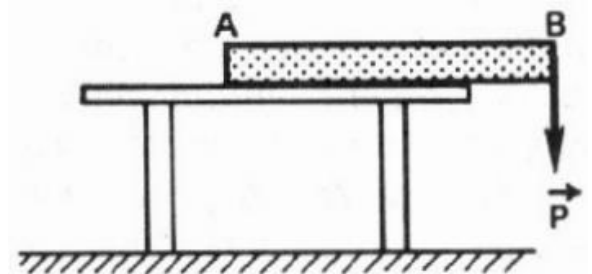


6 - Lista de exercícios comentada

1. (1993/ITA)

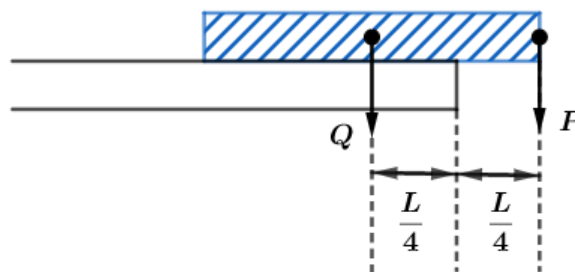
Um pedaço de madeira homogêneo, de seção transversal constante A e comprimento L , repousa sobre uma mesa fixa no chão. A madeira está com 25% do seu comprimento para fora da mesa, como mostra a figura. Aplicando uma força $P = 300\text{ N}$ no ponto B a madeira começa a se deslocar de cima da mesa. Qual é o valor real do peso Q da madeira?

- a) $Q = 150\text{ N}$
- b) $Q = 300\text{ N}$
- c) $Q = 400\text{ N}$
- d) $Q = 600\text{ N}$
- e) $Q = 900\text{ N}$



Comentários:

Quando o corpo começa a se deslocar, está iniciando-se uma rotação em torno da quina da mesa. Portanto, o momento, tomando essa quina como polo, é nulo na iminência do movimento. Assim:



$$M_o = \frac{PL}{4} - \frac{QL}{4} = 0$$

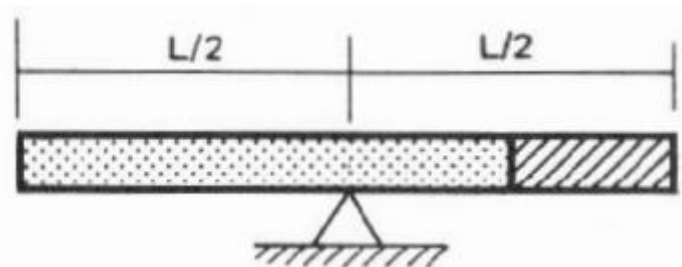
$$Q = P = 300\text{ N}.$$

Gabarito: "b".

2. (1993/ITA)

Uma haste metálica de seção retangular de área A e de comprimento L é composta de dois materiais de massas específicas ρ_1 e ρ_2 . Os dois materiais constituem hastes homogêneas de comprimentos l_1 e l_2 , com $l_1 + l_2 = L$ e $l_1 = 3l_2$ soldadas nas extremidades. Colocada a haste sobre um cutelo verifica-se que o equilíbrio é atingido na situação indicada na figura. Calcule a relação ρ_1/ρ_2 .

- a) $\rho_1/\rho_2 = 1$
- b) $\rho_1/\rho_2 = 2$
- c) $\rho_1/\rho_2 = 3$
- d) $\rho_1/\rho_2 = 2,5$
- e) $\rho_1/\rho_2 = 0,4$

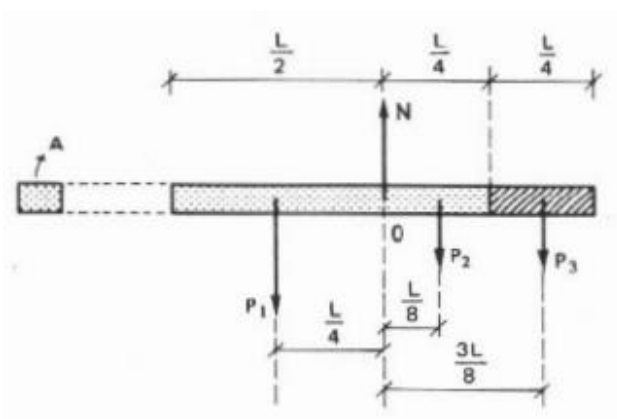


Comentários:

Para a solução desse problema, pode-se analisar o momento, tomando como polo o ponto de apoio, igualando o momento resultante a zero e achando a relação entre os ρ . No entanto, essa questão apresenta uma facilidade. Visto que o ponto de apoio permanece exatamente no meio, a substituição de ρ_1 por ρ_2 não interferiu em nada a situação original. Isto é possível somente se:

$$\rho_1 = \rho_2$$

Resolvendo agora, da forma convencional, pelo equilíbrio de momentos:



$$\frac{P_1 \cdot L}{8} = \frac{P_2 \cdot 3L}{8}$$

Onde:

- P_1 é o peso da barra de densidade ρ_1 ;
- P_2 é o peso da barra de densidade ρ_2 .

Portanto:

$$P_1 = \rho_1 \cdot A \cdot \frac{3L}{4}$$

$$P_2 = \rho_2 \cdot A \cdot \frac{L}{4}$$

Substituindo:

$$\rho_1 \cdot A \cdot \frac{3L}{4} \cdot \frac{L}{8} = \rho_2 \cdot A \cdot \frac{L}{4} \cdot \frac{3L}{8}$$

$$\rho_1 \cdot \frac{3L^2 \cdot A}{32} = \rho_2 \cdot \frac{3L^2 \cdot A}{32}$$

Assim:

$$\rho_1 = \rho_2$$

Gabarito: "a".

3. (ITA – 1997)

Um corpo de massa m é colocado no prato A de uma balança de braços desiguais e equilibrado por uma massa p colocada no prato B . Esvaziada a balança, o corpo de massa m é colocado no prato B e equilibrado por uma massa q colocada no prato A . O valor da massa m é

a) pq

b) \sqrt{pq}

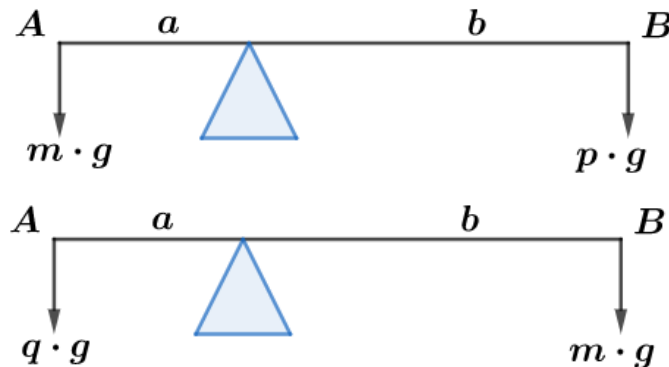
c) $(p + q)/2$

d) $\sqrt{(p + q)/2}$

e) $pq/(p + q)$

Comentários:

Nesta questão não é necessário se considerar pesos dos pratos e da balança em si, pois estas partes já estão em equilíbrio e não foram deslocadas, ou seja, em ambas as situações descritas essas massas geravam um momento resultante nulo.



Pelo equilíbrio rotacional em cada um dos casos:

$$\begin{cases} mga = pgb \\ qga = mgb \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ma = pb \\ mb = qa \end{cases}$$

Multiplicando as duas equações:

$$m^2 ab = pqab \Rightarrow m^2 = pq$$

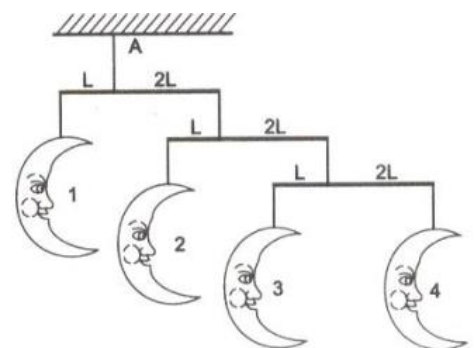
$$\boxed{m = \sqrt{pq}}$$

Gabarito: "b".

4. (1999/ITA)

Um brinquedo que as mães utilizam para enfeitar quartos de crianças ó conhecido como "mobile". Considere o "mobile" de luas esquematizado na figura abaixo. As luas estão presas por meio de fios de massas desprezíveis a três barras horizontais, também de massas desprezíveis. O conjunto todo está em equilíbrio e suspenso num único ponto A. Se a massa da lua 4 é de 10 g, então a massa em quilogramas da lua 1 é:

- a) 180.
- b) 80.
- c) 0,36.
- d) 0,18.
- e) 9.



Comentários:

Como o conjunto todo está em equilíbrio, qualquer uma de suas partes também o está. Portanto, escolhe-se um subconjunto conveniente para iniciar a análise. No caso, o conjunto da lua 3 e 4.

Assim:

$$L \cdot m_3 \cdot g = 2L \cdot m_4 \cdot g$$

$$\boxed{m_3 = 20 \text{ gramas}}$$

Repete-se agora para o conjunto formado pela lua 2 e pela união das luas 3 e 4 (considerado um bloco só de massa $m_3 + m_4$).

Portanto:

$$L \cdot m_2 \cdot g = 2L \cdot (m_3 + m_4) \cdot g$$

$$\boxed{m_2 = 60 \text{ gramas}}$$

Repete-se para o último conjunto:

$$L \cdot m_1 \cdot g = 2L \cdot (m_2 + m_3 + m_4) \cdot g$$

$$\boxed{m_1 = 180 \text{ gramas} = 0,18 \text{ kg}}$$

Gabarito: “d”.

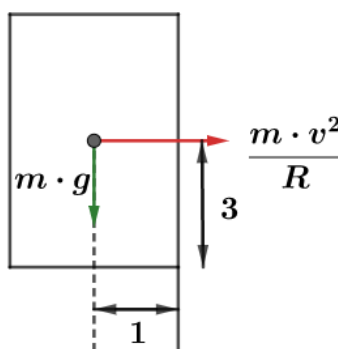
5. (2016/ITA)

Questão 6. Um caminhão baú de 2,00 m de largura e centro de gravidade a 3,00 m do chão percorre um trecho de estrada em curva com 76,8 m de raio. Para manter a estabilidade do veículo neste trecho, sem derrapar, sua velocidade não deve exceder a

- a) 5,06 m/s. b) 11,3 m/s. c) 16,0 m/s.
d) 19,6 m/s. e) 22,3 m/s.

Comentários:

Adotando um referencial não inercial, a dinâmica do caminhão baú fica:



Portanto, na iminência de escorregamento:

$$\frac{mv^2}{R} \cdot 3,0 = mg \cdot 1 \Rightarrow v^2 = \frac{gR}{3,0} = \frac{768}{3} = 256 \Rightarrow \boxed{v = 16 \text{ m/s}}$$

Gabarito: “c”.

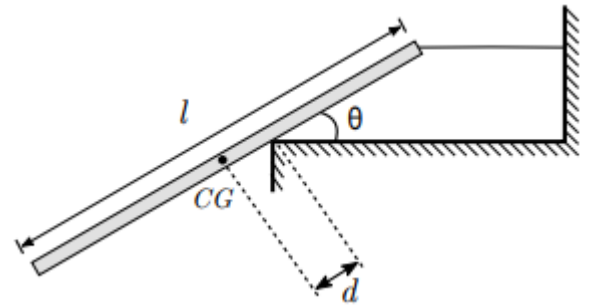
6. (2019/ITA)

Uma barra rígida, homogênea, fina e de comprimento l , é presa a uma corda horizontal sem massa e toca a quina de uma superfície horizontal livre de atrito, fazendo um ângulo θ como



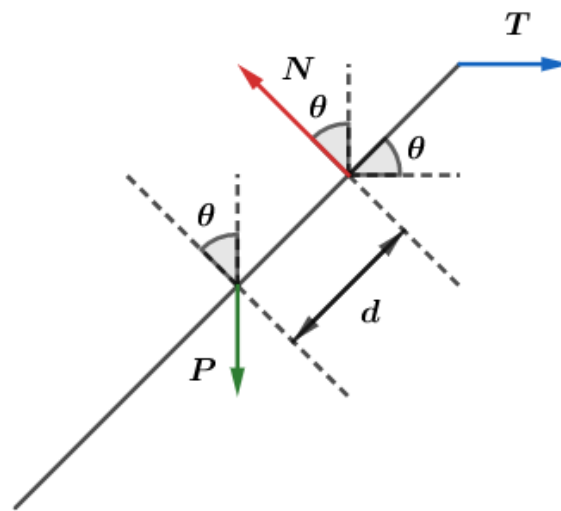
mostra a figura. Considerando a barra em equilíbrio, assinale a opção correta para o valor da razão d/l , em que d é a distância da quina ao centro de gravidade (CG) da barra.

- a) $\frac{tg^2\theta}{2}$
- b) $\frac{\cos^2\theta}{4}$
- c) $\frac{\text{sen}^2\theta}{4}$
- d) $\frac{\cos^2\theta}{2}$
- e) $\frac{\text{sen}^2\theta}{2}$



Comentários:

As forças atuando sobre a barra estão representadas na figura a seguir:



Pelo equilíbrio translacional:

$$\begin{cases} P = N \cdot \cos \theta \\ T = N \cdot \text{sen} \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = \frac{P}{\cos \theta} \\ T = P \cdot \text{tg} \theta \end{cases}$$

Pelo equilíbrio rotacional, adotando a extremidade superior como polo:

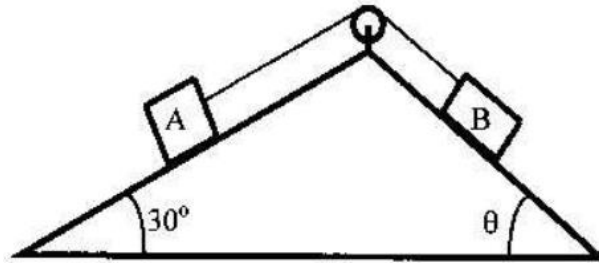
$$N \cdot \left(\frac{l}{2} - d\right) = P \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \theta \Rightarrow \frac{l}{2} - d = \frac{l \cdot \cos^2 \theta}{2}$$

$$d = \frac{l}{2} (1 - \cos^2 \theta) \Rightarrow \boxed{\frac{d}{l} = \frac{1}{2} \cdot \text{sen}^2 \theta}$$

Gabarito: “e”.

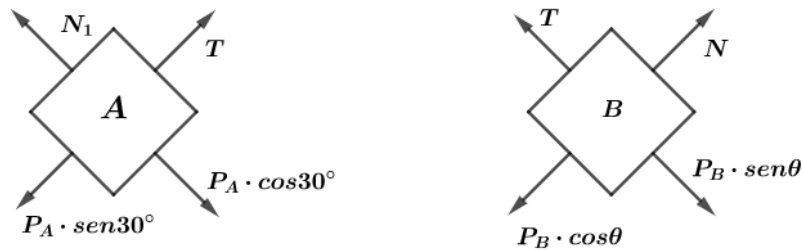
7. (1998/IME)

Na figura a seguir os objetos *A* e *B* pesam, respectivamente, 40 N e 30 N e estão apoiados sobre planos lisos, ligados entre si por uma corda inextensível, sem peso, que passa por uma polia sem atrito. Determinar o ângulo θ e a tensão na corda quando houver equilíbrio.



Comentários:

A dinâmica de cada bloco está representada abaixo:



Fazendo somente o equilíbrio na direção da corda para cada bloco:

$$\begin{cases} T = P_A \cdot \text{sen } 30^\circ \\ T = P_B \cdot \text{sen } \theta \end{cases}$$

Igualando as expressões:

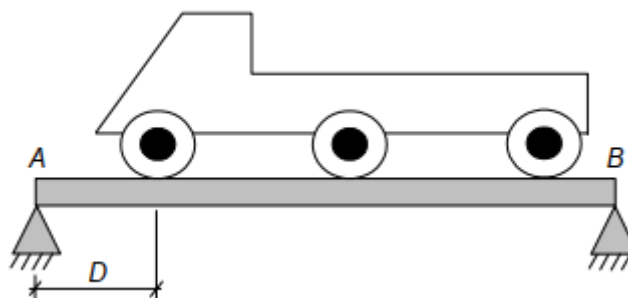
$$40 \cdot \frac{1}{2} = 30 \cdot \text{sen } \theta \Rightarrow \theta = \text{arcsen} \left(\frac{2}{3} \right)$$

E, pela primeira equação:

$$T = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ N}$$

Gabarito: $\theta = \text{arcsen} \left(\frac{2}{3} \right)$ e 20 N.

8. (2008/IME)



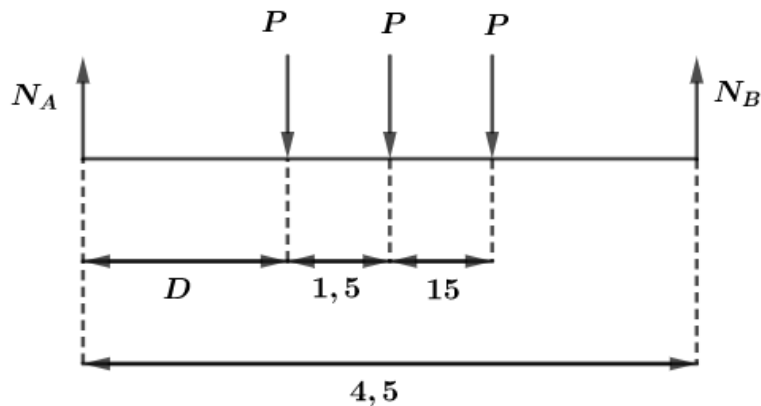
Um caminhão de três eixos se desloca sobre uma viga biapoiada de 4,5 m de comprimento, conforme ilustra a figura acima. A distância entre os eixos do caminhão é 1,5 m e o peso por eixo aplicado à viga é 150 kN. Desprezando o peso da viga, para que a reação vertical do apoio A seja o dobro da reação vertical no apoio B, a distância D entre o eixo dianteiro do caminhão e o apoio A deverá ser

- a) 0 m b) 0,3 m c) 0,6 m d) 0,9 m e) 1,2 m



Comentários:

As forças sobre a viga estão representadas a seguir:



Pelo equilíbrio translacional:

$$N_A + N_B = 3P$$

Pelo equilíbrio rotacional com polo em A:

$$P \cdot D + P \cdot (1,5 + D) + P \cdot (3 + D) = N_B \cdot 4,5$$

Como deseja-se que a reação em A seja o dobro de B:

$$N_A = 2N_B \Rightarrow N_B = P$$

Substituindo no equilíbrio rotacional:

$$D + 1,5 + D + 3 + D = 4,5$$

$$D = 0$$

Gabarito: "a".

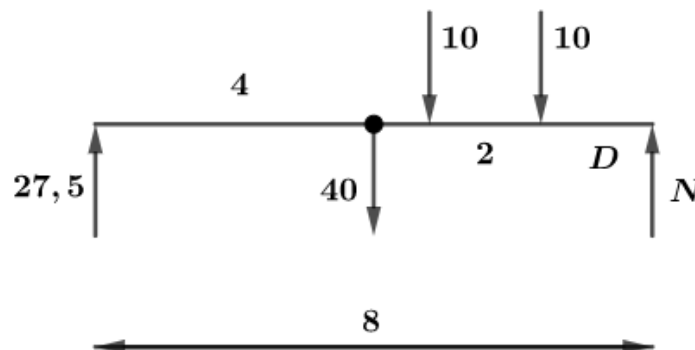
9. (2009/IME)

Uma viga de 8,0 m de comprimento, apoiada nas extremidades, tem peso de 40 kN. Sobre ela, desloca-se um carro de 20 kN de peso, cujos 2 eixos de roda distam entre si 2,0 m. No instante em que a reação vertical em um apoio é 27,5 kN, um dos eixos do carro dista, em metros, do outro apoio

- a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

Comentários:

Analisando a viga:



Pelo equilíbrio translacional:

$$N = 32,5 \text{ kN}$$

Pelo equilíbrio rotacional (com polo no apoio da direita):

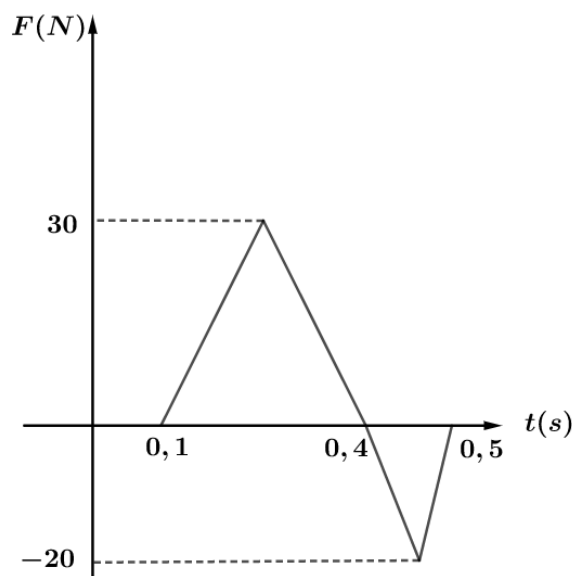
$$10D + 10(D + 2) + 40 \cdot 4 = 27,5 \cdot 8 \Rightarrow 20D = 220 - 160 - 20$$

$$D = 2 \text{ m}$$

Gabarito: "c".

10. (ITA)

Um corpo de massa igual a $2,0 \text{ kg}$ acha-se em movimento retilíneo. Num certo trecho de sua trajetória faz-se agir sobre ele uma força que tem a mesma direção do movimento e que varia com o tempo, conforme a figura abaixo. Neste trecho e nestas condições, pode-se afirmar que a variação da velocidade escalar " Δv " do corpo será dada por:



a) $\Delta v = 2,5 \text{ m/s}$

b) $\Delta v = 5,0 \text{ m/s}$

c) $\Delta v = 8,0 \text{ m/s}$

d) $\Delta v = 2,0 \text{ m/s}$

e) $\Delta v = 4,0 \text{ m/s}$

Comentários:

Considerando que a força F que atua no corpo seja a resultante na direção do movimento, então podemos aplicar o teorema do impulso:

$$\vec{I}_{\vec{F}_{res}} = \Delta \vec{Q}$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_{res}} = m \cdot (\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_{res}} = m \cdot \Delta \vec{v}$$

Admitindo que a força não mudou de direção, então:

$$I_F = m \cdot \Delta v$$

Pelo gráfico, podemos determinar o impulso da força F :



$$I_F = \text{Área}$$

$$I_F = A_1 + A_2 (\text{soma algébrica})$$

$$I_F = \frac{30 \cdot (0,4 - 0,1)}{2} - \frac{10 \cdot (0,5 - 0,4)}{2}$$

$$I_F = 3,5 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Portanto:

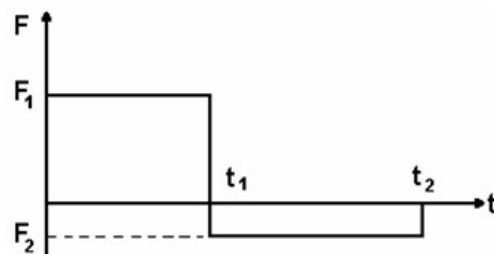
$$\Delta v = \frac{I_F}{m}$$

$$\Delta v = \frac{3,5}{2,0} = 1,75 \text{ m/s}$$

Gabarito: $\Delta v = 2,0 \text{ m/s}$.

11. (ITA – SP)

A figura mostra o gráfico da força resultante agindo numa partícula de massa m , inicialmente em repouso. No instante t_2 a velocidade da partícula, v_2 , será:



- a) $v_2 = [(F_1 + F_2)t_1 - F_2 t_2]/m$
- b) $v_2 = [(F_1 - F_2)t_1 - F_2 t_2]/m$
- c) $v_2 = [(F_1 - F_2)t_1 + F_2 t_2]/m$
- d) $v_2 = [F_1 t_1 - F_2 t_2]/m$
- e) $v_2 = [(t_2 - t_1)(F_1 - F_2)]/2m$

Comentários:

Pelo teorema do impulso, temos:

$$\vec{I}_F = \vec{Q}_{final} - \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow \vec{I}_F = \vec{Q}_{final}$$

Considerando que a força resultante não alterou sua direção, então podemos trabalhar a equação acima em módulo:

$$|\vec{I}_F| = |\vec{Q}_{final}|$$

Lembrando que a área é numericamente ao impulso da força em um gráfico $F \times t$, então:



$$\hat{A}rea = A_1 + A_2$$

$$\hat{A}rea = F_1 \cdot t_1 + [-F_2 \cdot (t_2 - t_1)]$$

$$\hat{A}rea = (F_1 + F_2) \cdot t_1 - F_2 t_2$$

Portanto:

$$(F_1 + F_2) \cdot t_1 - F_2 t_2 = m \cdot v_2$$

$$v_2 = [(F_1 + F_2) \cdot t_1 - F_2 t_2] / m$$

Gabarito “a”.

12. (ITA-SP)

Um avião a jato se encontra na cabeceira da pista com a sua turbina ligada e com os freios acionados, que o impedem de se movimentar. Quando o piloto aciona a máxima potência, o ar é expelido a uma razão de 100 kg por segundo, a uma velocidade de 600 m/s em relação ao avião. Nessas condições:

- a) a força transmitida pelo ar expelido ao avião é nula, pois um corpo não pode exercer força sobre si mesmo.
- b) as rodas do avião devem suportar uma força horizontal igual a 60 kN.
- c) se a massa do avião é de $7,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$, o coeficiente de atrito mínimo entre as rodas e o piso deve ser de 0,20.
- d) não é possível calcular a força sobre o avião com os dados fornecidos.
- e) nenhuma das afirmativas acima é verdadeira.

Comentários:

Quando o piloto aciona a máxima potência, o ar começa a ser expelido em um sentido e o avião tenderia a ir para o sentido contrário, de acordo com o princípio da conservação da quantidade de movimento. Para que ele continue parado, deve existir uma força horizontal tal que o impulso gerado por essa força seja o mesmo que o impulso gerado pela propulsão do motor. Portanto, pelo teorema do impulso teremos:

$$\vec{I}_F = \Delta \vec{Q} \Rightarrow \vec{I}_F = \vec{Q}_{final} - \vec{Q}_{inicial}$$

A variação na quantidade de movimento é devido ao ar sendo expelido na potência máxima. Então, a força média que as rodas devem suportar é tal que:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \Rightarrow F = \frac{m}{\Delta t} \cdot \Delta v \Rightarrow F = 100 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 600 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{F = 60 \text{ kN}}$$

Note que a alternativa a) está errada, pois a força transmitida pelo ar ao avião está no avião e, por ação e reação, o avião empurra os gases para fora. Na letra c), se a massa é de $7 \cdot 10^3 \text{ kg}$, admitindo que a força horizontal corresponda a força de atrito estático, o coeficiente de atrito mínimo para garantir o avião parado seria tal que:

$$F = F_{at} \Rightarrow 60 \cdot 10^3 = \mu \cdot 7 \cdot 10^3 \cdot 10 \Rightarrow \mu \approx 0,86$$

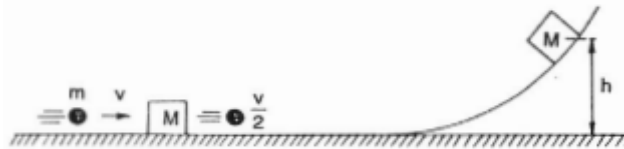


As demais alternativas não podem ser verdadeiras, já que a letra b) está correta.

Gabarito “b”.

13. (1990/ITA)

Um projétil de massa m e velocidade v atinge um objeto de massa M , inicialmente imóvel. O projétil atravessa o corpo de massa M e sai dele com velocidade $v/2$. O corpo que foi atingido desliza por uma superfície sem atrito, subindo uma rampa até a altura h . Nestas condições podemos afirmar que a velocidade inicial do projétil era de:



a) $v = \frac{2M}{m} \sqrt{2gh}$

b) $v = 2 \sqrt{2 \frac{M}{m} gh}$

c) $v = 2 \sqrt{\frac{M}{m} gh}$

d) $v = \sqrt{8gh}$

e) $v = 2\sqrt{gh}$

Comentários:

Conservação da quantidade de movimento na colisão:

$$m \cdot v = m \cdot \frac{v}{2} + M \cdot \vartheta$$
$$\vartheta = \frac{m}{M} \cdot \frac{v}{2}$$

Conservação de energia para o bloco de massa M :

$$\frac{m \cdot \vartheta^2}{2} = m \cdot g \cdot h$$

A partir de (i) e (ii), chegamos que:

$$v = \frac{2M}{m} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Gabarito: “a”.

14. (1995/ITA)

Todo caçador ao atirar com um rifle, mantém a arma firmemente apertada contra o ombro evitando assim o “coice” da mesma. Considere que a massa do atirador é $95,0 \text{ kg}$. A massa do rifle é $5,00 \text{ kg}$, e a massa do projétil é $15,0 \text{ g}$ o qual é disparada a uma velocidade de $3,00 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$. Nestas condições, a velocidade de recuo do rifle (v_r) quando se segura muito

frouxamente a arma e a velocidade de recuo do atirador (v_a) quando ele mantém a arma firmemente apoiada no ombro serão respectivamente:

- a) $0,90 \text{ m/s}$; $4,7 \cdot 10^2 \text{ m/s}$
- b) $90,0 \text{ m/s}$; $4,7 \text{ m/s}$
- c) $90,0 \text{ m/s}$; $4,5 \text{ m/s}$
- d) $0,90 \text{ m/s}$; $4,5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$
- e) $0,10 \text{ m/s}$; $1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

Comentários:

Conservação da quantidade de movimento no caso em que o fuzil está frouxo:

$$m_r \cdot v_r = m_{proj} \cdot v_{proj}$$
$$5,00 \cdot v_R = 15,0 \cdot 10^{-3} \cdot 3,00 \cdot 10^2 \Rightarrow \boxed{v_r = 0,90 \text{ m/s}}$$

Conservação da quantidade de movimento no caso em que o fuzil está preso:

$$(m_r + m_H) \cdot v_a = m_{proj} \cdot v_{proj}$$
$$100 \cdot v_a = 15,0 \cdot 10^{-3} \cdot 3,00 \cdot 10^2$$
$$\boxed{v_a = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}}$$

Gabarito: “d”.

15. (1998/ITA)

Uma bala de massa 10 g é atirada horizontalmente contra um bloco de madeira de 100 g que está fixo, penetrando nele 10 cm até parar. Depois, o bloco é suspenso de tal forma que se possa mover livremente e uma bala idêntica à primeira é atirada contra ele. Considerando a força de atrito entre a bala e a madeira em ambos os casos como sendo a mesma, conclui-se que a segunda bala penetra no bloco a uma profundidade de aproximadamente:

- a) 8.0 cm.
- b) 8.2 cm.
- c) 8.8 cm.
- d) 9.2 cm.
- e) 9.6 cm.

Comentários:

No primeiro tiro, o trabalho da força resistiva é igual a variação da energia cinética:

$$W_{F_{res}} = F_{res} \cdot d = \Delta E_{cin}$$
$$F_{res} \cdot 0,1 = \frac{0,01 \cdot v_0^2}{2}$$
$$F_{res} = 0,05v_0^2$$

No segundo tiro, as velocidades finais podem ser encontradas pela conservação da quantidade de movimento:

$$0,01 \cdot v_0 = (0,11 + 0,01)v'$$
$$v' = \frac{1}{12}v_0$$

Para o bloco:



$$F_{res} \cdot d_1 = \Delta E_{cin}$$
$$0,05v_0^2 \cdot d_1 = \frac{0,11}{2} \cdot \left(\frac{1}{12}v_0\right)^2 - 0$$
$$d_1 = \frac{1,1}{144} \text{ m}$$

Para o projétil:

$$F_{res} \cdot d_2 = \Delta E_{cin}$$
$$0,05v_0^2 \cdot d_2 = \frac{0,01}{2} \cdot \left(\frac{1}{12}v_0\right)^2 - \frac{0,01}{2} \cdot (v_0)^2$$
$$d_2 = \frac{14,3}{144} \text{ m}$$

A distância que a bala penetrou é dada por:

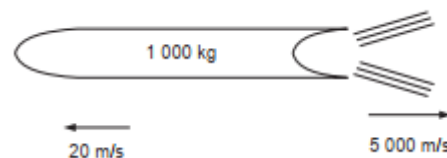
$$D = d_2 - d_1 \cong 9,2 \text{ cm}$$

Gabarito: “d”.

16. (2000/ITA)

Uma sonda espacial de 1000 kg, vista de um sistema de referência inercial, encontra-se em repouso no espaço. Num determinado instante, seu propulsor é ligado e, durante o intervalo de tempo de 5 segundos, os gases são ejetados a uma velocidade constante, em relação à sonda, de 5000 m/s. No final desse processo, com a sonda movendo-se a 20 m/s, a massa aproximada de gases ejetados é

- a) 0,8 kg
- b) 4 kg
- c) 5 kg
- d) 20 kg
- e) 25 kg



Comentários:

Pela conservação da quantidade de movimento, temos:

$$M(t) \cdot v(t) = m(t)[5000 - v(t)]$$
$$[M - m(t)] \cdot v(t) = m(t)[5000 - v(t)]$$
$$M \cdot v(t) = m(t)[5000]$$
$$M \cdot 20 = m \cdot [5000]$$
$$m = 4 \text{ kg}$$

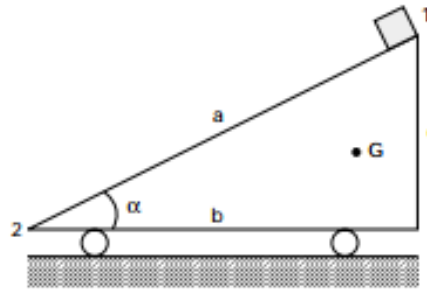
Gabarito: “b”.

17. (2002/ITA)

Uma tampa rolante pesa 120 N e se encontra inicialmente em repouso como mostra a figura. Um bloco que pesa 80 N também em repouso e abandonado no ponto 1, deslizando a seguir



sobre a rampa. O centro de massa G da rampa tem coordenadas: $x_G = 2b/3$ e $y_G = c/3$. São dados ainda: $a = 15,0 \text{ m}$ e $\text{sen } \alpha = 0,6$. Desprezando os possíveis atritos e as dimensões do bloco, pode-se afirmar que a distância percorrida pela rampa no solo até o instante em que o bloco atinge o ponto 2, é



- a) 16,0 m b) 30,0 m c) 4,8 m d) 24,0 m e) 9,6 m

Comentários:

Como não existem forças externas no eixo das abscissas, o X_{CM} se conserva.

Inicialmente:

$$X_{CM} = \frac{X_1 m_1 + X_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{b \cdot m_1 + \frac{2b}{3} m_2}{m_{total}}$$

Depois da rampa ter percorrido uma distância d no solo e o bloco ter deslizado até o chão:

$$X_{CM} = \frac{d \cdot m_1 + (d + \frac{2b}{3}) m_2}{m_{total}}$$

Igualando as equações e usando que $b = a \cdot \text{cos } \alpha = 0,8$, temos:

$$d = 4,8 \text{ m}$$

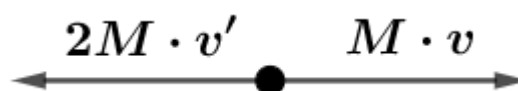
Gabarito: "c".

18. (2004/ITA)

Atualmente, vários laboratórios utilizando vários feixes de laser, são capazes de resfriar gases a temperaturas muito próximas do zero absoluto, obtendo moléculas e átomos ultrafrios. Considere três átomos ultrafrios de massa M , que se aproximam com velocidades desprezíveis. Da colisão tripla resultante, observada de um referencial situado no centro de massa do sistema, forma-se uma molécula diatômica com liberação de certa quantidade de energia B . Obtenha a velocidade final do átomo remanescente em função de B e M .

Comentários:

Como mencionado no enunciado, as velocidades são desprezíveis, isto é, a energia cinética do sistema é nula. Dessa forma, o centro de massa do sistema está em repouso. Portanto, após a colisão, temos:



$$2M \cdot \vec{v}' + M \cdot \vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{v' = \frac{v}{2}}$$

A energia cinética do sistema formado pela molécula diatômica e pelo átomo é de:

$$B = \frac{1}{2} 2M \cdot v'^2 + \frac{1}{2} M v^2$$

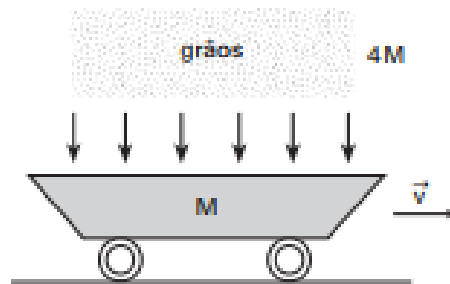
$$B = M \cdot \left(\frac{v}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} M v^2$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{4B}{3M}}$$

Gabarito: $\sqrt{\frac{4B}{3M}}$

19. (ITA – 2005)

Um vagão-caçamba de massa M se desprende da locomotiva e corre sobre trilhos horizontais com velocidade constante $v = 72,0 \text{ km/h}$ (portanto, sem resistência de qualquer espécie ao movimento). Em dado instante, a caçamba é preenchida com uma carga de grãos de massa igual a $4M$, despejada verticalmente a partir do repouso de uma altura de $6,00\text{m}$ (veja figura).



Supondo que toda a energia liberada no processo seja integralmente convertida em calor para o aquecimento exclusivo dos grãos, então, a quantidade de calor por unidade de massa recebido pelos grãos é

- a) 15 J/kg . b) 80 J/kg . c) 100 J/kg .
d) 463 J/kg . e) 578 J/kg .

Comentários:

A quantidade de movimento se conserva no eixo horizontal. Assim podemos descobrir a velocidade da caçamba após receber a carga:

$$Q_0 = Q_f$$

$$Mv = 5Mv'$$

Passando a velocidade inicial do carrinho para m/s , $v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{20m}{s}$, temos:

$$v' = 4 \text{ m/s}$$

A energia inicial do sistema é dada por:



$$E_0 = 4Mgh + \frac{Mv^2}{2}$$

A energia final do sistema é dada por:

$$E_f = \frac{5Mv'^2}{2}$$

A energia liberada é dada pela diferença entre a energia final e a inicial:

$$E_{lib} = E_f - E_0$$

$$\therefore E_{lib} = 400M$$

Assim a quantidade de energia por unidade de massa é:

$$\frac{Q}{4M} = 100 J/kg$$

Gabarito: "c".

20. (2005/ITA)

Dois corpos esféricos de massa M e $5M$ e raios R e $2R$, respectivamente, são liberados no espaço livre. Considerando que a única força interveniente seja a da atração gravitacional mútua, e que seja de $12R$ a distância de separação inicial entre os centros dos corpos, então, o espaço percorrido pelo corpo menor até a colisão será de

- a) $1,5R$.
- b) $2,5R$.
- c) $4,5R$.
- d) $7,5R$.
- e) $10,0R$.



Comentários:

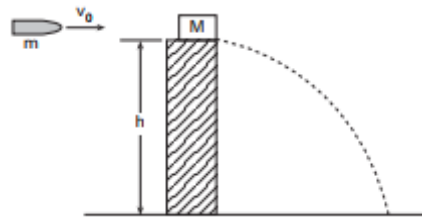
Como todas as forças que agem no sistema constituído pelos corpos são internas, sabemos que a posição do centro de massa não varia. Portanto:

$$X_{CM_{inicial}} = X_{CM_{final}}$$
$$\frac{M \cdot 0 + 5M \cdot 12R}{6M} = \frac{M \cdot d + 5M(d + 3R)}{6M}$$
$$d = 7,5R$$

Gabarito: "d".

21. (2007/ITA)

Uma bala de massa m e velocidade v_0 é disparada contra um bloco de massa M , que inicialmente se encontra em repouso na borda de um poste de altura h , conforme mostra a figura.



A bala aloja-se no bloco que, devido ao impacto, cai no solo. Sendo g a aceleração da gravidade, e não havendo atrito e nem resistência de qualquer outra natureza, o módulo da velocidade com que o conjunto atinge o solo vale

a) $\sqrt{\left(\frac{mv_0}{m+M}\right)^2 + 2gh}$

b) $\sqrt{v_0^2 + \frac{2ghm^2}{(m+M)^2}}$

c) $\sqrt{v_0^2 + \frac{2mgh}{M}}$

d) $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$

e) $\sqrt{\frac{mv_0^2}{m+M} + 2gh}$

Comentários:

Durante a colisão, podemos conservar a quantidade de movimento:

$$m \cdot v_0 = (m + M) \cdot v \Rightarrow v = \frac{m \cdot v_0}{m + M}$$

Após a colisão, o conjunto $(m + M)$ sai, horizontalmente, com velocidade v . Portanto, pela conservação da energia mecânica, temos:

$$E_{mec}^{antes} = E_{mec}^{final}$$

$$\frac{1}{2}(m + M) \cdot v^2 + (m + M) \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}(m + M) \cdot u^2$$

$$u = \sqrt{v^2 + 2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow u = \sqrt{\left(\frac{m \cdot v_0}{m + M}\right)^2 + 2 \cdot g \cdot h}$$

Gabarito: “a”.

22. (2012/ITA)

100 cápsulas com água, cada uma de massa $m = 1,0 \text{ g}$, são disparadas à velocidade de $10,0 \text{ m/s}$ perpendicularmente a uma placa vertical com a qual colidem inelasticamente. Sendo as cápsulas enfileiradas com espaçamento de $1,0 \text{ cm}$, determine a força média exercida pelas mesmas sobre a placa.

Comentários:

Pelo teorema do impulso, podemos calcular a força média exercida pelas cápsulas:

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{F}_m \cdot \Delta t = m \cdot \Delta\vec{v} \Rightarrow |\vec{F}_m| = \frac{m}{\Delta t} \cdot |\Delta\vec{v}|$$

Como a colisão é inelástica, então:

$$|\Delta\vec{v}| = |0 - 10| = 10 \text{ m/s}$$



Assim, o tempo decorrido entre os choques das cápsulas é de:

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{1 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 10^{-3} \text{ s}$$

Admitindo que a força média sobre as cápsulas tem a mesma intensidade que a força média sobre a placa. Portanto:

$$|\vec{F}_m| = \frac{1,0 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} \cdot 10,0 \Rightarrow \boxed{|\vec{F}_m| = 10 \text{ N}}$$

Gabarito: 10 N.

23. (2013/ITA)

Uma rampa maciça de 120 kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por $\text{tg}(\theta) = 3/4$. Um corpo de 80 kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15 m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rampa em relação ao piso é de aproximadamente

- a) 1 m/s. b) 3 m/s. c) 5 m/s. d) 2 m/s. e) 4 m/s.

Comentários:

Devido à ausência de forças externas, a posição do centro de massa do sistema não se altera. Assim podemos encontrar o quanto a rampa se deslocou:

$$X_{CM_{inicial}} = X_{CM_{final}}$$
$$\frac{80 \cdot 12 + 120 \cdot 8}{80 + 120} = \frac{80x + 120(8 + x)}{80 + 120}$$
$$x = 4,8 \text{ m}$$

Adotando o referencial não inercial e fazendo as equações das forças, temos:

Para a rampa:

$$N \text{sen}\theta = Ma$$

Para o bloco:

$$N + ma \cdot \text{sen}\theta = mg \text{cos}\theta$$

Substituindo a N podemos encontrar a aceleração da rampa:

$$a \cong 2,58 \text{ m/s}^2$$

Logo a velocidade da rampa é:

$$v^2 = 2a\Delta S \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

Gabarito: "c".

24. (2005/IME)

Um canhão de massa $M = 200 \text{ kg}$ em repouso sobre um plano horizontal sem atrito e carregado com um projétil de massa $m = 1 \text{ kg}$, permanecendo ambos neste estado até o projétil ser disparado na direção horizontal. Sabe-se que este canhão pode ser considerado



tuna maquina térmica com 20% o de rendimento, porcentagem essa utilizada no movimento do projétil, e que o calor fornecido a esta máquina térmica é igual a 100.000 J. Suponha que a velocidade do projétil após o disparo é constante no interior do canhão e que o atrito e a resistência do ar podem ser desprezados. Determine a velocidade de recuo do canhão após o disparo.

Comentários:

Do enunciado vemos que a energia cinética que é transferido ao projétil é dada por:

$$E_c = \eta \cdot Q = 20\% \cdot 100.000 = 20.000 \text{ J}$$

Denotando por u a velocidade de recuo do canhão e por v a velocidade do projétil, podemos aplicar a conservação da quantidade de movimento do sistema na horizontal, tomando como eixo de referência orientado no sentido do deslocamento do projétil. Então:

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$

$$0 = m \cdot v - M \cdot u \Rightarrow v = \frac{M}{m} \cdot u \Rightarrow \boxed{v = 200 \cdot u}$$

A energia cinética final do projétil é de:

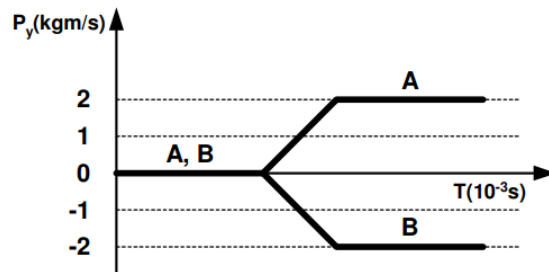
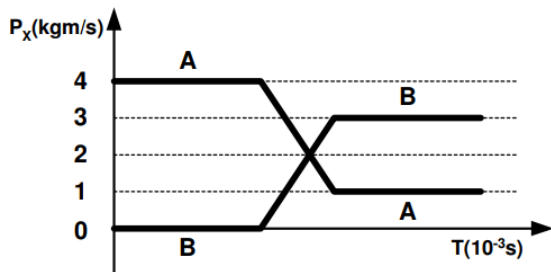
$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 20.000 = \frac{1 \cdot v^2}{2} \Rightarrow \boxed{v = 200 \text{ m/s}}$$

Portanto:

$$200 = 200 \cdot u \Rightarrow \boxed{u = 1 \text{ m/s}}$$

Gabarito: 1 m/s.

25. (2009/IME)



Duas partículas A e B de massas $m_A = 0,1 \text{ kg}$ e $m_B = 0,2 \text{ kg}$ sofrem colisão não frontal. As componentes x e y do vetor quantidade de movimento em função do tempo são apresentadas nos gráficos acima.

Considere as seguintes afirmativas:

- I. A energia cinética total é conservada.
- II. A quantidade de movimento total é conservada.
- III. O impulso correspondente à partícula B é $2i + 4j$.
- IV. O impulso correspondente à partícula A é $-3i + 2j$.

As afirmativas corretas são apenas:

- a) I e II
- b) I e III
- c) II e III
- d) II e IV
- e) III e IV



Comentários:

I.FALSA. $E_0 = \frac{m_A v_A^2}{2} = 80 \text{ J}$ e $E_f = 57,5 \text{ J}$.

II.VERDADEIRA. Em x , a quantidade de movimento do sistema inicialmente é $4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ e, após a colisão, esse valor se conserva. Em y , a quantidade de movimento do sistema se conserva sendo constante igual a 0.

III.FALSA. O impulso correspondente à partícula B é $3i - 2j$.

IV.FALSA. O impulso correspondente à partícula A é $-3i + 2j$.

Gabarito: “d”.

26. (2010/IME)

Um soldado em pé sobre um lago congelado (sem atrito) atira horizontalmente com uma bazuca. A massa total do soldado e da bazuca é 100 kg e a massa do projétil é 1 kg. Considerando que a bazuca seja uma máquina térmica com rendimento de 5% e que o calor fornecido a ela no instante do disparo é 100 kJ, a velocidade de recuo do soldado é, em m/s,

- a) 0,1 b) 0,5 c) 1,0 d) 10,0 e) 100,0

Comentários:

De acordo com o rendimento da bazuca, ela realiza um trabalho de 5 kJ. Essa energia é usada para acelerar o projétil, assim, o projétil sai da bazuca com velocidade igual a:

$$\tau = \frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow v_B = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Conservando a quantidade de movimento, temos:

$$Q_0 = Q_f \Rightarrow 0 = m_B v_B + m_S v_S$$

$$v_S = -1 \text{ m/s}$$

O sinal negativo indica que o soldado recua com velocidade de 1 m/s.

Gabarito: “c”.



7 - Considerações finais da aula

Tome nota nos exercícios mais difíceis e faça mais de uma vez, com consciência completa do que você está fazendo. Não deixe nada passar com dúvidas.

Sabemos que o caminho para a aprovação é árduo, mas comentaremos o maior número de questões do Colégio Naval e passaremos todos os bizzos possíveis.

Conte conosco nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



@prof.lucascosta



@profhenriquegoulart



8 - Referências bibliográficas

- [1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica volume 1. 2. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 354p.
- [2] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física volume 1. 11ª ed. Saraiva, 1993. 512p.
- [3] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física, volume 1. 9ª ed. Moderna. 521p.
- [4] Resnick, Halliday, Jearl Walker. Fundamentos de Física, volume 1. 10ª ed. LTC. 282p.



9 - Versão de aula

Versão da aula	Data da atualização
1.0	28/04/2020

