



# FÍSICA MODERNA (II)



## FÍSICA MODERNA

Modelo atômicos, radiação, radioatividade, efeitos quânticos.

Prof. Vinícius Fulconi





# Sumário

Apresentação do Professor	4
<b>1. INTRODUÇÃO À TEORIA QUÂNTICA</b>	<b>5</b>
2. CORPO NEGRO	6
1.1.1. LEI DE KIRCHHOFF DA RADIAÇÃO TÉRMICA	7
1.1.2. A RADIAÇÃO DO CORPO NEGRO OU CAVIDADE RADIANTE	8
3. LEI DE STEFAN-BOLTZMANN	8
4. A LEI DE WIEN	9
1.3.1. O ESPECTRO DO CORPO NEGRO	10
5. A LEI DE RADIAÇÃO DE WIEN	12
6. A LEI DE RADIAÇÃO DE RAYLEIGH-JEANS	12
7. A LEI DE MAX PLANCK PARA A RADIAÇÃO DO CORPO NEGRO	14
<b>2. AS PROPRIEDADES CORPUSCULARES DA RADIAÇÃO</b>	<b>17</b>
9. O EFEITO FOTOELÉTRICO	17
2.1.1. O EXPERIMENTO DE HERTZ	17
2.1.2. O EXPERIMENTO DE HALLWACHS	18
2.1.3. O EXPERIMENTO DE STOLETOV	19
10. AS LEIS DO EFEITO FOTOELÉTRICO	20
2.2.1. PRIMEIRO ASPECTO	21
2.2.2. SEGUNDO ASPECTO	21
2.2.3. TERCEIRO ASPECTO	22
2.2.4. QUARTO ASPECTO	23
2.2.5. QUINTO ASPECTO	25
2.2.6. SEXTO ASPECTO	25
11. AS EXPLICAÇÕES DO EFEITO FOTOELÉTRICO	26
2.3.1. SEGUNDO A TEORIA CLÁSSICA	26
2.3.2. A TEORIA QUÂNTICA DO EFEITO FOTOELÉTRICO	27
12. A EQUAÇÃO DE EINSTEIN PARA O EFEITO FOTOELÉTRICO	28
2.4.1. DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO DE EINSTEIN	28
2.4.2. CÁLCULO DA FUNÇÃO TRABALHO	29
<b>3. EFEITO COMPTON E OS RAIOS X</b>	<b>32</b>
14. O EXPERIMENTO DE COMPTON	32
3.1.1. MODELO QUÂNTICO PARA A INTERAÇÃO RADIAÇÃO-SUBSTÂNCIA	33
3.2. DIFRAÇÃO DE RAIOS X	37
<b>4. MODELO ATÔMICO DE BOHR</b>	<b>40</b>
16. ESPECTRO DE EMISSÃO DO ÁTOMO DE HIDROGÊNIO	40
17. POSTULADOS DE BOHR	43
18. DEDUÇÕES DO MODELO ATÔMICO DE BOHR	48



4.3.1. REVISÃO DE FÍSICA CLÁSSICA	49
4.3.2. RAIOS DAS ÓRBITAS	51
4.3.3. ENERGIA DOS NÍVEIS	53
4.3.4. EQUAÇÃO DE RYDBERG	58
4.3.5. ESPECTRO DO HIDROGÊNIO	59
19. COMPRIMENTO DE ONDA DE DE BROGLIE	63
20. PRINCÍPIO DA INCERTEZA DE HEISENBERG	65
Considerações finais	68



## Apresentação do Professor

Querido aluno(a), seja bem-vindo(a) à nossa primeira aula!

Sou o professor Vinícius Fulconi, tenho vinte e cinco anos e estou cursando Engenharia Aeroespacial no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Irei contar um pouco sobre minha trajetória pessoal, passando pelo mundo dos vestibulares com minhas principais aprovações, até fazer parte da equipe de física do Estratégia Militares.

No ensino médio, eu me comportava como um aluno mediano. No final do segundo ano do ensino médio, um professor me desafiou com a seguinte declaração: *Você nunca vai passar no ITA!* Essa fala do professor poderia ter sido internalizada como algo desestimulador e, assim como muitos, eu poderia ter me apegado apenas ao que negritei anteriormente. Muitos desistiram! Entretanto, eu preferi negritar e gravar “*Você vai passar no ITA!*”

Querido aluno(a), a primeira lição que desejo te mostrar não é nenhum conteúdo de física. Quero que transforme seu sonho em vontade de vencer. Transforme seus medos e incapacidades em desafios a serem vencidos. Haverá muitos que duvidarão de você. O mais importante é você acreditar! Nós do Estratégia Militares acreditamos no seu potencial e ajudaremos você a realizar seu sonho!



Sonhos

Perseverança e  
trabalho duro

Realizações

Após alguns anos estudando para o ITA, usando muitos livros estrangeiros, estudando sem planejamento e frequentando diversos cursinhos do segmento, realizei meu sonho e entrei em umas das melhores faculdades de engenharia do mundo. 😊 Além de passar no ITA, ao longo da minha preparação, fui aprovado no IME, UNICAMP, Medicina (pelo ENEM) e fui medalhista na Olimpíada Brasileira de Física.

Minha resiliência e grande experiência em física, que obtive estudando por diversas plataformas e livros, fez com que eu me tornasse professor de física do Estratégia Militares. Tenho muito orgulho em fazer parte da família Estratégia e hoje, se você está lendo esse texto, também já é parte dela. Como professor, irei te guiar por toda física, alertando sobre os erros que cometi na minha preparação, mostrando os pontos em que obtive êxito e, assim, conseguirei identificar quais são seus pontos fortes e fracos, maximizando seu rendimento e te guiando até à faculdade dos seus sonhos.

Você deve estar se perguntando: O que é necessário para começar esse curso?



**ALERTA!**

Esse curso exige do candidato apenas **dedicação, perseverança e vontade de vencer.**





## 1. INTRODUÇÃO À TEORIA QUÂNTICA

Em dezembro de 1900 Max Planck apresentou um trabalho cujo título era “Sobre a Teoria da Lei de Distribuição de Energia do Espectro Normal”, em que as concepções clássicas não estavam sendo verificadas, foi um marco inicial de uma outra revolução na Física.

Assim como a relatividade, a física quântica não substitui a física clássica, ela apenas faz uma generalização que inclui as leis clássicas como casos especiais.

A radiação emitida por corpos aquecidos é chamada *radiação térmica*. A matéria em estado líquido ou sólido emite um espectro contínuo. À temperatura ambiente, um corpo pode ser visto não por emissão, mas por reflexão de luz. Entretanto, às altas temperaturas os corpos podem emitir luz própria, embora mais de 90% estejam na região do infravermelho do espectro eletromagnético.

Exemplos clássico de corpos que radiam no visível são: carvão em brasa, filamento de lâmpadas e estrelas. A relação entre a temperatura de um corpo e a frequência irradiada (ou cor) pode ser utilizada como um espectrômetro denominado pirômetro óptico.

Utilizando este instrumento é possível estimar a temperatura de um corpo aquecido, como por exemplo uma estrela distante, observando simplesmente a cor, ou a distribuição de frequências, da radiação térmica por ela emitida.

Didaticamente, podemos enunciar as leis qualitativas da radiação térmica:

1. Quanto mais intensamente se aquece um corpo, mais ele brilha. A quantidade de radiação emitida por um corpo em cada segundo varia muito com a temperatura. Por exemplo, se a temperatura de um corpo for triplicada, sua radiação será quase cem vezes mais intensa.

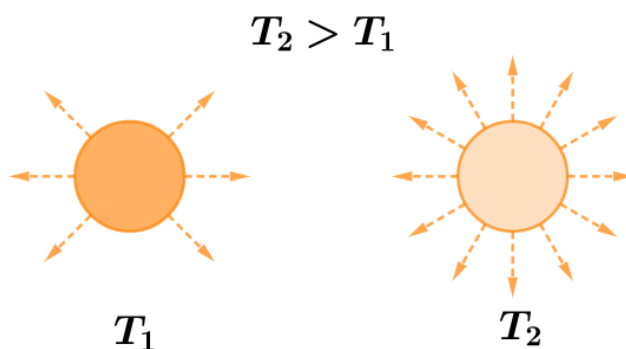


Figura 1: O corpo com maior temperatura brilha mais intensamente porque emite maior radiação de altas frequências.

2. À medida que aumentamos a temperatura de um corpo, notamos uma variação da luz emitida. Por exemplo, um soldador dirá que a olho nu um tom forte de vermelho corresponde a temperatura de 500 °C, o amarelo à de 800 °C e o branco claro à temperatura de 1000 °C.

As leis qualitativas não são suficientes para descrever o fenômeno da radiação, já que elas não são precisas e são muito rasas. Por isso, os físicos da época buscavam leis quantitativas que pudessem sustentar teoricamente aquilo que era observado experimentalmente.

Para encontrar as leis que regem as energias irradiadas foi necessário modelar um corpo a partir do qual se estabelecem as leis gerais da radiação térmica. Dessa forma, conhecidas estas leis



gerais basta corrigir elas para casos particulares. Este corpo foi idealizado por Kirchhoff, que o denominou por *corpo negro*.



## 2. CORPO NEGRO

Em busca de um corpo modelo que permitiria estudar a radiação, Kirchhoff refletia sobre o que aconteceria se ele fizesse um pequeno orifício num corpo que possui o formato de uma casca esférica, que já está em equilíbrio térmico.

A resposta para este experimento não é tão simples. Por isso, vamos simplificar nosso problema colocando a primeira casca esférica dentro de uma outra, mas sem nenhum orifício.

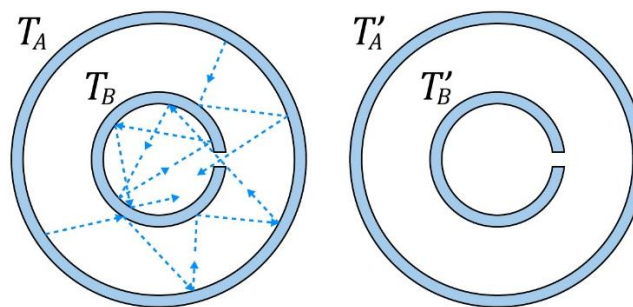


Figura 2: Exemplo de cavidade ou corpo negro.

Inicialmente, nota-se que as cavidades interagem e trocam energias e sua temperatura vai tendendo a um equilíbrio. Durante esta troca de energias, pelo orifício da cavidade menor passa uma radiação que transfere o excesso de energia da parte mais quente para a mais fria.

Caso a cavidade externa se encontre a uma temperatura maior, o fluxo de energia estará direcionado para a cavidade interna, que absorve toda a radiação, semelhante a ideia de um corpo negro.

Experimentalmente, vemos que quando usamos roupas de cores escuras sentimos mais calor, pois elas absorvem melhor a radiação. De modo análogo, vemos objetos negros porque eles não refletem a luz.

Dessa forma, Kirchhoff construiu um modelo de corpo negro em forma de uma câmara com um orifício bem pequeno.

Kirchhoff notou que a energia que saía pelo orifício dependia apenas da temperatura do *corpo negro* (não dependia do material do qual o corpo era feito).



### 1.1.1. LEI DE KIRCHHOFF DA RADIAÇÃO TÉRMICA

Chamamos de capacidade (ou poder) de absorção  $a(\lambda, T)$  a fração da radiação absorvida por um corpo. Dependendo do material que é composto, cada corpo terá seu valor particular de poder de absorção. Além disso, o poder de absorção de um corpo tem diferentes valores para distintas frequências de radiação que incide sobre ele. Por isso, colocamos que  $a$  é função do comprimento de onda ( $\lambda$ ) e da temperatura ( $T$ ).

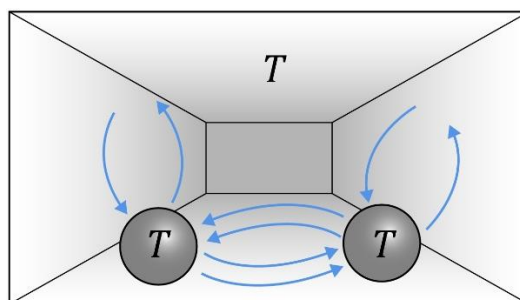
Experimentalmente, se aquecermos uma esfera de aço e uma pedra de mesmo tamanho em uma caixa escura, é fácil verificar que a pedra emite mais calor (radia) que a esfera de aço. Por isso muitos povos culturalmente utilizam pedras na confecção dos seus fornos ou fogueiras para assar seus alimentos.

Como já dissemos, um corpo (a pedra ou a esfera de aço) emite radiação, que na maior parte é invisível ao olho humano. Esta radiação é composta por diversas frequências. Para uma dada frequência fixa bem conhecida, a fração de radiação que é emitida pelo corpo é denominada capacidade de emissão ou capacidade emissiva  $e(\lambda, T)$ . Ela depende das características do corpo.

Vale ressaltar que para um mesmo corpo, os poderes de emissão são diferentes para distintas frequências de radiação.

Outro experimento interessante consiste em colocar a esfera e a pedra (de mesmos tamanhos) dentro de um forno onde elas não somente se aquecem e irradiam, mas também absorvem e refletem as radiações de outros corpos. No equilíbrio térmico, veremos dois corpos absolutamente iguais.

Isso ocorre devido ao fato de a pedra emitir “raios próprios” e absorver também “raios estrangeiros”. Na troca, o aço emite menos “raios próprios”, mas reflete mais “raios estrangeiros”. Dessa forma, o fluxo total dos raios de ambos os corpos é igual. Por isso, não podemos distinguir os corpos e tampouco distinguir as paredes do forno que mantém os corpos. Esquematicamente, temos:



*Figura 3: Quando atingido o equilíbrio térmico, não se podem distinguir os corpos, o fluxo total de radiação é nulo.*

Diante disso, podemos dizer que um mau refletor é um bom emissor e um bom refletor é um mal emissor, pois se ele reflete bem, significa que pouco será sua emissão.

Em 1859, Kirchhoff enunciou a seguinte lei: no equilíbrio térmico, a relação entre a capacidade emissiva  $e(\lambda, T)$  de um corpo e sua capacidade de absorção  $a(\lambda, T)$  é uma função universal (ou espectral)  $\varepsilon(\lambda, T)$  que não depende da natureza dos corpos.

Assim, se temos dois corpos a mesma temperatura, mas de diferente forma e material, a relação mencionada anteriormente é uma constante, isto é, uma função universal:



$$\frac{e_1(\lambda, T)}{a_1(\lambda, T)} = \frac{e_2(\lambda, T)}{a_2(\lambda, T)} = \dots = \frac{e_n(\lambda, T)}{a_n(\lambda, T)}$$

$$\boxed{\frac{e(\lambda, T)}{a(\lambda, T)} = \varepsilon(\lambda, T)}$$

### 1.1.2. A RADIAÇÃO DO CORPO NEGRO OU CAVIDADE RADIANTE

Se a temperatura do corpo negro (ou cavidade radiante) é muito elevada, o orifício começa a brilhar com uma maravilhosa luz branca.

Um corpo negro incandescente deve entrar em equilíbrio térmico com os corpos mais frios que o rodeia. Isso ocorre mediante a radiação emitida pelo seu excesso de energia. O espectro da radiação emitida (quantidade de energia radiada para cada comprimento de onda) é estudado no laboratório, onde é possível mostrar que a radiação emitida é função exclusiva da temperatura do corpo negro.

O problema agora era determinar, teoricamente, uma lei de radiação ou emissão de energia para o corpo negro. Para isso, deve-se considerar que o corpo negro é um absorvedor perfeito de radiação:

$$a(\lambda, T) = 1$$

Logo:

$$e(\lambda, T) = \varepsilon(\lambda, T)$$

## 3. LEI DE STEFAN-BOLTZMANN

O físico austríaco Joseph Stefan realizou uma série de experimentos com fios de platina em diferentes temperaturas. Quando ele aquecia, o arame emitia radiação. Ele considerou esta radiação como a de um corpo negro.

Na Inglaterra, John Tyndall também fazia uma série de experimento semelhantes e encontrou que a 1200 °C (1473 K) a platina emitia 11,7 vezes mais energia que aquela emitida quando a temperatura era de 525° C (798 K).

Diante disso, Stefan começou a relacionar as temperaturas absolutas:

$$\frac{T}{T'} = \frac{1473}{798} = 1,846$$

Logo, Stefan começa a brincar com a razão  $T/T'$ :

$$\left(\frac{T}{T'}\right)^2 = 3,41; \left(\frac{T}{T'}\right)^3 = 6,29; \left(\frac{T}{T'}\right)^4 = 11,6$$

Diante disso, ele notou que as energias emitidas e suas respectivas temperaturas elevadas a quarta potência. Assim, deduziu-se que a energia é proporcional a temperatura absoluta do corpo elevada a quarta potência:





$$E \propto T^4$$

Mais tarde, Ludwig Boltzmann fez uma dedução teórica, baseada em considerações termodinâmicas e eletromagnéticas. A lei de Stefan-Boltzmann para a radiação de corpo diz que:

**A energia emitida por unidade de tempo e por unidade de área, ou seja, a intensidade da radiação de um corpo negro é diretamente proporcional a quarta potência de sua temperatura absoluta:**

$$I = \sigma \cdot T^4$$

Em que  $\sigma$  é a constante Stefan-Boltzmann que foi determinada experimentalmente por Ferdinand Kurlbaum (1857 – 1927):

$$\sigma = 5,717 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

### Observações:

1. A intensidade de radiação a que se refere a Lei de Stefan-Boltzmann é a total que ele emite. Essa lei não diz nada sobre as propriedades da radiação para distintas frequências (ou comprimentos de onda).
2. Se o corpo radiador não é um corpo negro, a energia irradiada por ele é menor que a de um corpo negro, pois devemos associar uma emissividade menor que 1 para o corpo. Assim, a Lei de Stefan-Boltzmann sofre uma pequena alteração:

$$I = e \cdot \sigma \cdot T^4$$

Em que  $e$  representa a emissividade do corpo, com  $0 < e < 1$ .

3. Quando um corpo apresenta temperatura  $T$  e se encontra em um meio cuja temperatura é  $T_0$ , então a intensidade da radiação emitida é dada por:

$$I = e \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_0^4)$$

Vale a pena lembrar que de acordo com a Lei de Stefan-Boltzmann todos os corpos irradiam, independente da temperatura. Não se esqueça que a temperatura utilizada na lei deve estar em Kelvin (escala absoluta).



## 4. A LEI DE WIEN

Wilhelm Wien publicou, em um estudo teórico que baseado nas leis da termodinâmica, que a intensidade da radiação do corpo negro apresenta a seguinte lei:

$$I(\lambda; T) = \frac{c^4}{\lambda^5} F(c/\lambda T)$$



Resultado conhecido como a primeira lei de Wien, em que  $F(c/\lambda T)$  é uma função desconhecida. A partir desta equação, pode-se deduzir, matematicamente, que para uma certa temperatura  $T$ , a intensidade total da radiação  $I(\lambda)$  possui um valor máximo para um comprimento de onda chamado de  $\lambda_{máx}$ , que satisfaz a equação:

$$\lambda_{máx} \cdot T = cte$$

Esta expressão é conhecida como *lei de deslocamento de Wien*. Ela estabelece que a medida que a temperatura do corpo aumenta, o máximo de sua distribuição de intensidade é deslocado para comprimentos de onda menores (ou faixas de maiores frequências).

Lembre-se que a radiação térmica é uma onda eletromagnética que se propaga com velocidade da luz, isto é,  $c = \lambda \cdot f$ . Logo, quanto maior a frequência, menor é o comprimento de onda.

Apenas como curiosidade, para determinar  $\lambda_{máx}$  com que a emissão da intensidade de radiação é máxima, para uma temperatura constante, basta derivar a primeira lei de Wien em relação ao comprimento de onda e igualar a zero:

$$\frac{dI(\lambda)}{d\lambda} = 0$$

$$\frac{c}{\lambda \cdot T} \cdot \frac{dF(c/\lambda T)}{d\lambda} + 5F(c/\lambda T) = 0$$

Utilizando os conceitos do Cálculo, verifica-se que a equação logo acima se cumpre quando  $\lambda \cdot T = cte$ .

### 1.3.1. O ESPECTRO DO CORPO NEGRO

Em 1899, Lummer e Pringsheim realizaram um experimento muito bem elaborado, analisando a intensidade da radiação em função do comprimento de onda (ou frequência emitida) para diferentes temperaturas e obtiveram as seguintes curvas:

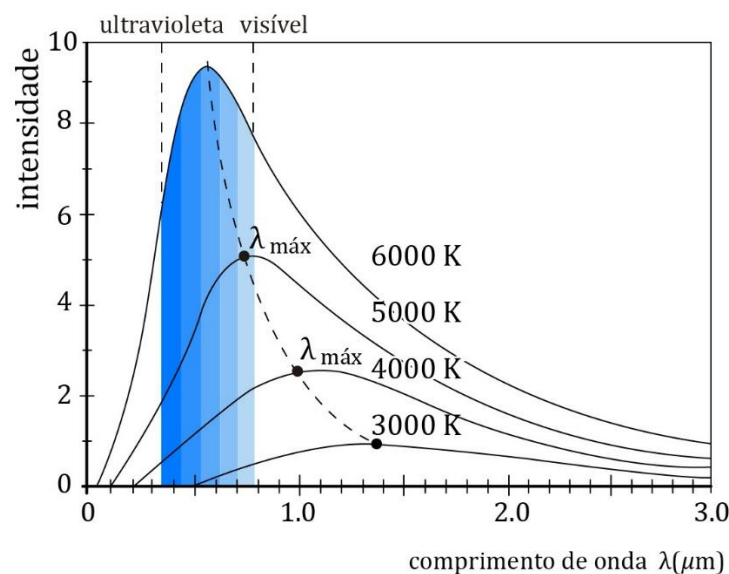
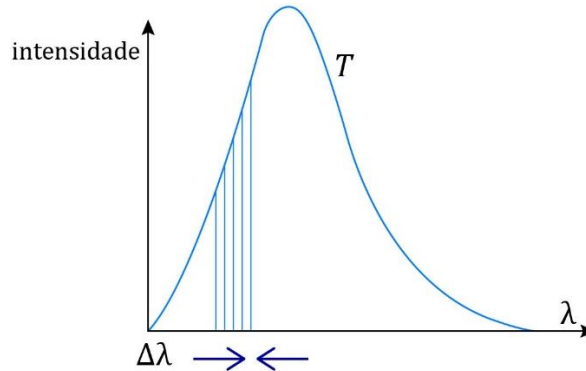


Figura 4: Curva da intensidade da radiação em função do comprimento de onda.

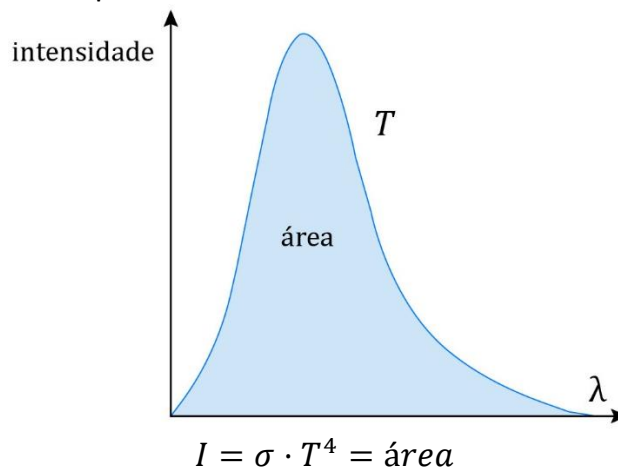


A intensidade da radiação aumenta quando aumentamos a temperatura e diminuimos o comprimento de onda. De acordo com estas curvas, podemos dizer que:

1. Quando aumentamos rapidamente a temperatura, a área sob a curva cresce rapidamente. As pequenas colunas destacadas na figura logo acima têm como base pequenos intervalos de comprimentos de onda. Assim, a área de cada coluna representa a energia irradiada pelas ondas cujos comprimentos de onda se encontram neste pequeno intervalo.



Quando dividimos “colunas” iguais toda área abaixo da curva e somamos essas áreas, vamos obter a intensidade total de todo o espectro. Deste modo, a área sob a curva é igual a intensidade total da radiação, resultando que esta é proporcional a quarta potência da temperatura, conforme a lei de Stefan-Boltzmann.



2. A intensidade da radiação não depende das propriedades de um corpo negro, ela depende apenas do comprimento de onda (ou frequência) e da temperatura.
3. Para grandes comprimentos de onda (baixas frequências), a intensidade de radiação é inversamente proporcional a  $\lambda^2$ , enquanto para pequenos comprimentos de onda (altas frequências), a intensidade cresce exponencialmente com o aumento de  $\lambda$ .
4. O comprimento de onda  $\lambda_{máx}$  para o qual temos a intensidade de radiação máxima é dada por:

$$\lambda_{máx} \cdot T = 2,897 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot K$$

5. A intensidade da radiação pode ser representada pela expressão:

$$I(f, T) = f^3 \cdot F(f/T)$$

Em que  $F$  é uma função desconhecida que depende somente de  $\left(\frac{f}{T}\right)$ .



## 5. A LEI DE RADIAÇÃO DE WIEN

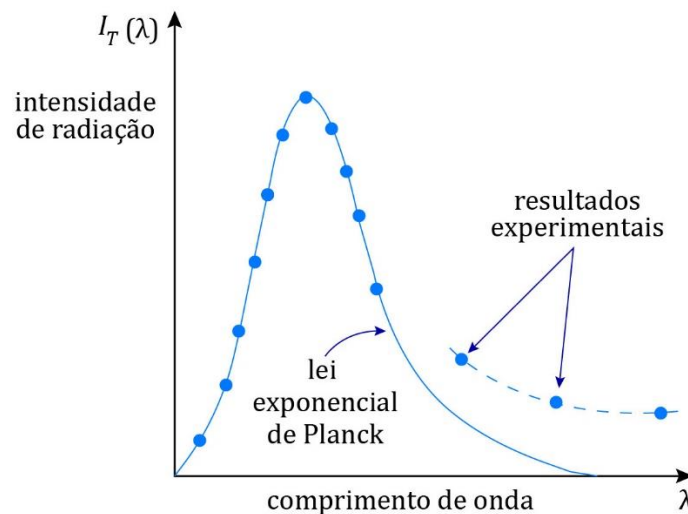
Para encontrar a lei da radiação do corpo negro faltava conhecer a função  $F(f/T)$ . Baseando-se nas leis da termodinâmica, Wien logo buscou encontrar esta função propondo que:

$$F(f/T) = \alpha \cdot e^{-\left(\frac{\beta \cdot f}{T}\right)}$$

Assim, a lei da radiação era:

$$I(f/T) = f^3 \cdot \alpha \cdot e^{-\left(\frac{\beta \cdot f}{T}\right)}$$

Ao comparar as curvas teóricas com as curvas experimentais, se observava que:



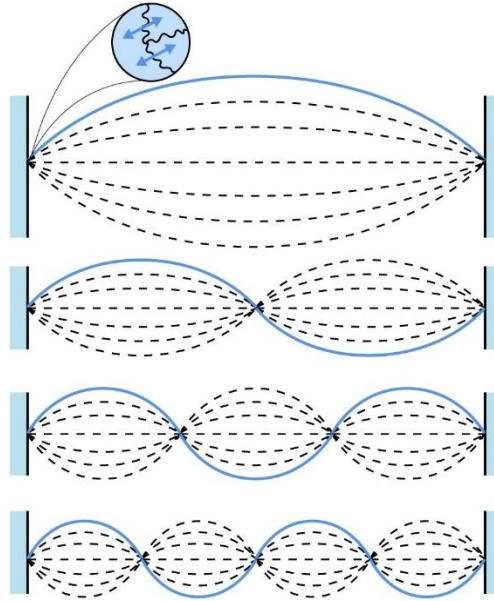
*Figura 5: Em regiões com maior comprimento de onda, a lei exponencial de Wien não coincide com os resultados experimentais.*

A lei de Wien vai muito bem para pequenos comprimentos de onda (ou altas frequências), mas falha para grandes comprimentos de onda. Por isso, a lei da radiação do corpo negro ainda estava incompleta.

Diante disso, os cientistas da época chegaram à conclusão de que a termodinâmica naquele momento não era capaz de determinar completamente a distribuição espectral da radiação do corpo negro. Sendo assim, surgiu a necessidade de expandir os conceitos que envolvem a energia entre os corpos e a radiação.

## 6. A LEI DE RADIAÇÃO DE RAYLEIGH-JEANS

Por volta de 1900, Lord Rayleigh e o Sir James Jeans tentaram encontrar uma expressão para a distribuição de energia, considerando que havia  $N$  átomos no corpo negro e que eles se comportavam como osciladores acoplados em equilíbrio com as paredes. Assim, as ondas eletromagnéticas originadas por cada oscilador deveriam ter as mesmas características que as ondas estacionárias em uma corda presa nas duas extremidades. Com isso, poderiam aparecer ondas de qualquer comprimento de onda.



*Figura 6: Osciladores imaginados por Rayleigh-Jeans.*

Devido ao fato de existirem diversos comprimentos de ondas (vários modos de vibração) a se considerar, deve-se adotar leis da mecânica estatística para prever o aspecto global da radiação de cavidade.

Essa predição vem da teoria cinética clássica e é chamada de teorema da equipartição da energia. Como vimos na aula 11, o teorema afirma que para um sistema de moléculas de um gás em equilíbrio térmico a uma temperatura  $T$ , a energia cinética média para uma molécula, para cada grau de liberdade (no nosso caso, para cada modo de oscilação) é  $kT/2$ , em que  $k$  é a constante de Boltzmann.

Este teorema se aplica a qualquer sistema clássico que contenha, em equilíbrio, um número grande de entes do mesmo tipo. Conseqüentemente, podemos dizer que um modo eletromagnético tem uma energia igual a  $kT$ , pois  $kT/2$  no campo elétrico e  $kT/2$  no campo magnético.

Chamamos de densidade de energia a energia por unidade de volume, em um intervalo pequeno de frequências do espectro do corpo negro ou de uma cavidade a temperatura  $T$ . Ela é o produto da energia média de cada onda estacionária pelo número de ondas estacionárias no intervalo de frequências dividido entre o volume da cavidade.

Feitas estas considerações e outras que fogem do escopo do curso, Rayleigh e Jeans chegaram teoricamente a seguinte equação para a densidade de energia  $\mu$  da radiação do corpo negro:

$$\mu = \frac{8\pi \cdot f^2}{c^3} k \cdot T$$

Diante disso, podemos estabelecer que a intensidade da radiação está relacionada em forma proporcional com a densidade de energia, de acordo com a equação:

$$I(f, T) = \frac{c}{4} \mu(f, T)$$

Em que  $c$  é a velocidade da luz. Portanto:

$$I(f, T) = \frac{8\pi \cdot f^2}{c^2} \cdot k \cdot T$$





Escrevendo as equações em função do comprimento de onda, temos:

$$\mu(\lambda, T) = \frac{8\pi}{\lambda^4} \cdot k \cdot T$$

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda^4} \cdot k \cdot T$$

A lei de Rayleigh-Jeans está de acordo com a experiência apenas para altos comprimentos de onda (ou baixas frequências). Para baixos comprimentos de onda a fórmula foge muito do esperado experimentalmente. De acordo com Rayleigh-Jeans, ao diminuir o comprimento de onda, a intensidade da radiação deve aumentar a quarta potência de  $\lambda$ , sem alcançar um valor máximo. Assim, há uma contradição com a curva experimental, onde sabemos que ao diminuir o comprimento de onda a radiação diminui também.

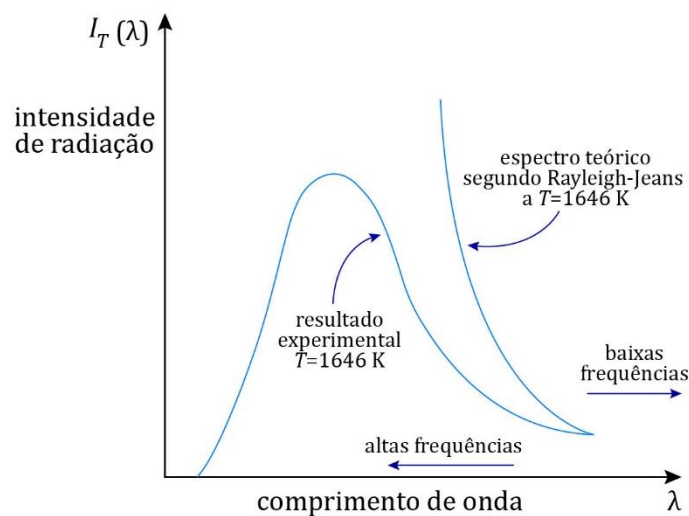


Figura 7: Resultado experimental e curva esperada por Rayleigh-Jeans.

Esta contradição entre a teoria e a prática ficou conhecida como a catástrofe do ultravioleta. Esse termo foi criado por Paul Ehrenfest.

Se a lei de Rayleigh-Jeans for cumprida, um padeiro ao tirar o pão no forno seria incinerado. Então, como resolver a irradiação do corpo negro? A solução veio com Max Planck.

## 7. A LEI DE MAX PLANCK PARA A RADIAÇÃO DO CORPO NEGRO

Até aqui, vemos que as leis se complementavam: uma se encontrava restrita para baixos comprimentos de onda e as outras para altos comprimentos de onda. Estas leis se baseavam nas leis da termodinâmica e do eletromagnetismo.

Após muitas tentativas para chegar a uma fórmula geral, Planck combinou as leis de Wien e de Rayleigh-Jeans em uma única, exclusivamente por conhecimentos matemáticos. Assim, em 1900, Planck apresentou a comunidade científica a seguinte fórmula:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\left( e^{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}} - 1 \right)}$$



Conhecida a fórmula de Planck, logo foi testada experimentalmente e ela concordava com todo o espectro. Em outras palavras, era a fórmula correta e, além disso, a partir desta fórmula era possível deduzir a lei de Boltzmann e a lei de Wien.

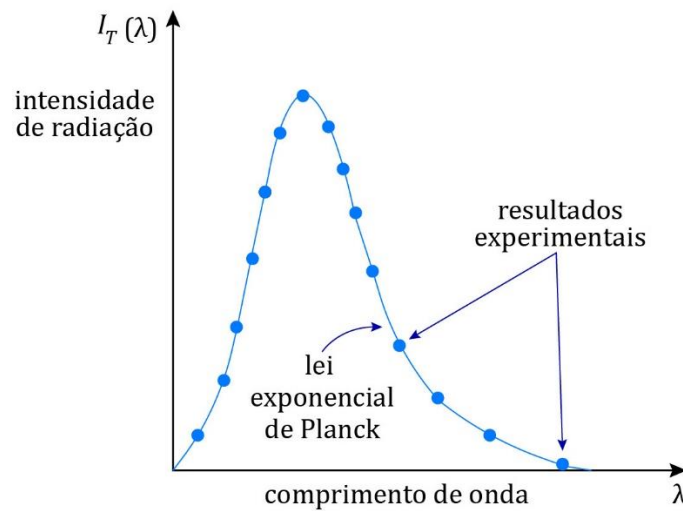


Figura 8: Fazendo uma comparação do espectro de Planck com os resultados experimentais, podemos ver que eles se coincidem.

Em um primeiro momento, a termodinâmica estatística exigia de Planck dividir a energia em porções e, após realizar alguns cálculos, em um segundo momento somar todas estas porções (em outras palavras, integrar) para ter a energia total de radiação. Após o primeiro passo, Planck notou que aparecia uma fórmula que ele já conhecia e para esta fórmula já tinha um sustento teórico para ela.

A solução era muito forçada e injustificada dentro do contexto da física clássica. Mais tarde, demonstrou-se que caso Planck tivesse dado o segundo passo, ele retornava a catástrofe do ultravioleta e que qualquer abordagem do corpo negro utilizando a física clássica conduziria a este resultado.

A genialidade de Planck está na sua capacidade de interpretar os resultados. Ele dizia que a divisão da energia em “porções” (abordagem estatística) é devido ao fato de que os osciladores elétricos somente podiam *emitir ou absorver energias em pacotes* de certos tamanhos. Para cada um destes pacotes de energia ele deu o nome de *quantum*.

Agora, ao invés de dividir toda a energia da radiação em uma quantidade infinita de partes, isto é, em forma contínua, a energia só pode ser dividida em número finito de porções (ou seja, de forma descontínua), cada uma delas associada a um oscilador.

Esta emissão de energia de forma descontínua não se adequava bem para altas frequências. Quanto maior as frequências, é necessário fornecer mais energia ao oscilador para que este emita. A emissão de radiação de alta frequência é, portanto, menor provável. Desta maneira, a radiação revela sua natureza descontínua, em que os pacotes (ou quantum) de energia estão relacionados com a frequência, segundo a famosa equação de Planck:

$$E = h \cdot f$$

Em que  $h$  é a constante de Planck e vale  $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ .

Além disso, esta equação mostra que para frequências muito baixas os osciladores requerem menos energia para emitir radiação. Então a emissão de baixa frequência é mais provável, de



modo que se emitem mais quantos de energia de baixa frequência, mas cada um deles com tão pouca energia que mesmo juntando todos não somam valores consideráveis.

Dessa forma, apenas em uma zona intermediária de uma faixa de frequência existe uma grande quantidade de osciladores que emitem pacotes de energia apreciáveis, os quais se somem e originam o máximo da curva modelo de um corpo negro, como mostrava Planck.

Mas afinal, o que são quanta (plural de quantum) de energia?

Na física clássica, um de seus princípios fundamentais é a continuidade da energia, como por exemplo, um ciclista que desce uma ladeira aumenta sua velocidade e, conseqüentemente, sua energia cinética continuamente.

O que aconteceria se os corpos absorvessem ou cedessem energia não continuamente, mas em determinados pacotes? Em primeiro momento seríamos levados a pensar que o ciclista teria que empurrar sua bicicleta na descida, mas nunca vimos isto.

Contudo, para que a equação de Planck tivesse sentido era necessário considerar que a energia absorvida ou cedida era em quanta (pacotes) de energia, isto é, em forma descontínua, feito que contradiz o princípio fundamenta da continuidade da energia.

Afinal, por que vemos a luz de forma contínua? O olho humano possui certa inércia. Não podemos registrar separadamente os fenômenos que sucedem entre si muito rápido. Os quanta de energia que emitem as fontes de luz se sucedem um aos outros com uma grande velocidade, por isso, as reações do olho a cada quantum de energia se confundem em uma sensação contínua de luz.



ACORDE!



## 2. AS PROPRIEDADES CORPUSCULARES DA RADIAÇÃO

Sem dúvidas, a hipótese quântica de Planck foi um conceito radical e audacioso que ajudou a explicar diversos fenômenos de interação da radiação com a matéria, até então desconhecidas.

A perfeita harmonia entre esta hipótese e os resultados observados foi suficiente para justificar a quantização da energia como um novo princípio físico.

Neste capítulo, abordaremos a interação, o espalhamento e a absorção da radiação com a matéria. Em cada um destes processos, vamos verificar evidências experimentais do comportamento corpuscular da radiação.



### 9. O EFEITO FOTOELÉTRICO

Vale apenas lembrar que entre 1864 e 1873 Maxwell estabelece as leis fundamentais do eletromagnetismo, de onde conclui-se que a luz é uma onda eletromagnética. Assim, tal efeito induz aos físicos buscar entender o efeito da luz sobre os fenômenos elétricos.

Um dos físicos foi Heinrich Hertz, que tentou descobrir que a luz é uma onda eletromagnética, hipótese proposta por Maxwell, e encontrou o caráter corpuscular da luz.

Hertz gerava uma faísca entre os dois eletrodos metálicos. Conectados os eletrodos a uma alta tensão, a faísca gerada alcançava distâncias maiores quando se iluminava com luz ultravioleta que quando se deixava o experimento no escuro. Assim, podemos dizer que a luz ultravioleta modificava a voltagem que produziam as faíscas.

A partir deste experimento, começaram os estudos da luz sobre fenômenos elétricos, o que mais tarde foi chamado de efeito fotoelétrico.

#### 2.1.1. O EXPERIMENTO DE HERTZ

Após confirmar as hipóteses de Maxwell experimentalmente, Hertz observava que o arco voltaico que saltava entre os eletrodos, conectados a uma alta voltagem, alcançava distâncias maiores ao iluminar com luz ultravioleta do que quando o experimento era feito na escuridão. Além disso,



Hertz observava que quanto mais polida se encontrava os eletrodos, melhor funcionava o experimento. Assim, ele deduziu que o fenômeno dependia da luz e da superfície iluminada.

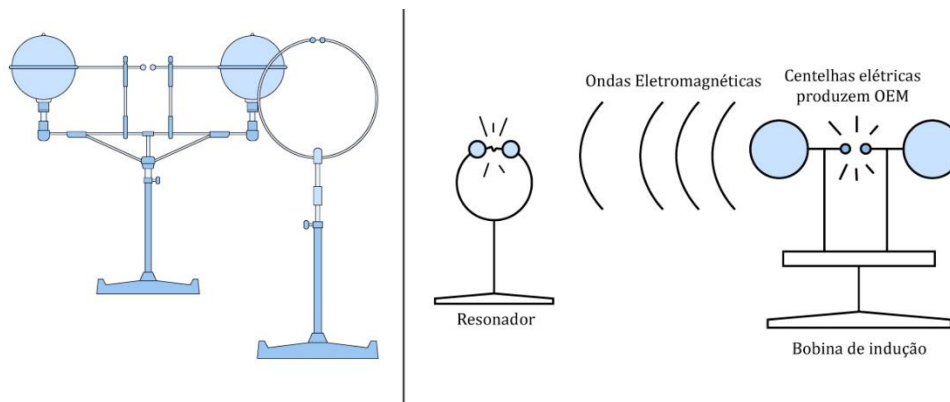


Figura 9: Experimento realizado por Hertz para detectar ondas eletromagnéticas também se descobriu o efeito fotoelétrico.

O experimento de Hertz tem como consequência um dos momentos mais irônicos da Física: ele demonstra a natureza ondulatória da luz, mas também mostra a natureza corpuscular da luz.

## 2.1.2. O EXPERIMENTO DE HALLWACHS

Em 1888, Wilhelm Hallwachs investigou este efeito e notou que a luz ultravioleta era capaz de descarregar placas de zinco delgadas (bem finas) carregadas negativamente.

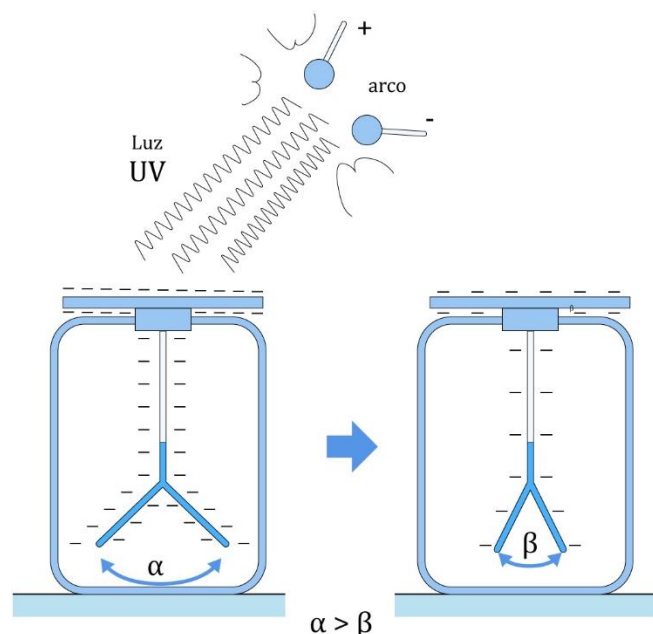


Figura 10: Quando a luz UV incide sobre a lâmina de zinco, o ângulo entre as lâminas diminui, indicando que a lâmina se descarrega parcialmente.

O experimento de Hallwachs era composto de um eletroscópio com lâminas feitas de zinco, carregadas negativamente, formando um ângulo inicial  $\alpha$ , devido a repulsão eletrostática.





Ao incidir luz ultravioleta (UV) sobre a placa, ele notou que rapidamente parte de sua carga negativa era perdida. Tal efeito era confirmado pois o ângulo de abertura das lâminas diminuía ( $\beta < \alpha$ ). Hallwachs testou para outros metais e o mesmo efeito era observado.

Em seguida, ele percebeu que o efeito não era constatado se ele trocasse radiação ultravioleta por radiação infravermelha e percebeu que o efeito desaparecia, mesmo se aumentasse a intensidade da radiação infravermelha.

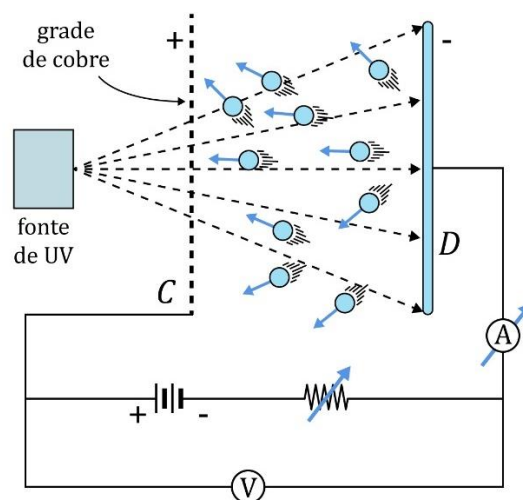
Infelizmente, Hallwachs não encontrou nenhuma explicação para o fenômeno. Naquela época, a influência da radiação nos fenômenos elétricos começou a ser chamada de efeito fotoelétrico.

Mais tarde, mostrou-se que para determinadas frequências (quantidades de energia do fóton) era possível arrancar elétrons de certas placas, por isso as lâminas de zinco do experimento de Hallwachs se aproxima. Vale lembrar da eletrostática, quando diminuimos as cargas nas lâminas do eletroscópio, a repulsão é menor entre elas, por isso a abertura diminui.

### 2.1.3. O EXPERIMENTO DE STOLETOV

Por volta de 1889, o físico Stoletov estudou o efeito fotoelétrico e realizou o seguinte experimento: ele conectou a um circuito um capacitor com a armadura positiva feito de grade de cobre (C) e a armadura negativa feita de lâmina de zinco (D).

Ao incidir raios de uma fonte de luz sobre a lâmina D carregada negativamente, era detectada no circuito corrente elétrica. Em contrapartida, se a lâmina D era carregada positivamente e a grade C negativamente, o amperímetro não registrava a corrente elétrica no circuito.



**Figura 11:** Quando é incidida radiação UV sobre a armadura negativa, o amperímetro detecta passagem de corrente elétrica. Ao retirar a radiação UV a corrente desaparece.

Diante destes resultados, pode-se afirmar que a radiação UV arranca partículas com carga que se dirigem da placa D para a placa C, fechando o circuito elétrico. Tais partículas foram chamadas de *partículas fotoelétricas*, pois não se conhecia sua natureza e o sinal da carga.

Se as partículas tivessem carga positiva, estando a armadura D carregada negativamente, a placa D atrairia as cargas positivas e o circuito não fecharia, levando o circuito a não indicar a corrente elétrica, mas foi verificada a passagem de corrente neste caso.



Todo o experimento é explicado se as cargas arrancadas da armadura D são negativas, pois após serem arrancadas, elas são repelidas pela lâmina D (atraídas pela armadura C) e fecham o circuito, gerando a corrente elétrica.

Além disso, a descoberta de Thomson sobre a existência dos elétrons sugeria que as partículas arrancadas tinham carga elétrica negativa (elétrons).

O sinal das cargas foi confirmado posteriormente por Lenard em 1900, que mediu a relação carga/massa ( $q/m$  ou  $e/m$ ) para as partículas fotoelétricas e mostrou que seu valor era o mesmo que o do elétron. Assim, as partículas arrancadas pela radiação eram elétrons.

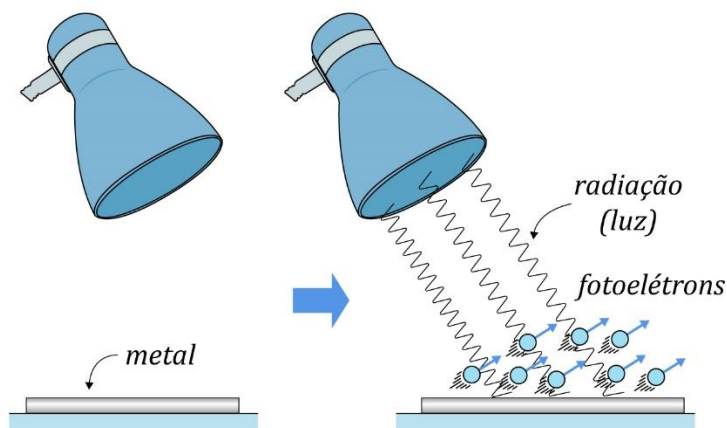


Figura 12: Elétrons sendo arrancados quando incidimos uma radiação característica no metal.

**Observação:** é comum chamar os elétrons arrancados de fotoelétrons e a corrente que surge da movimentação dos fotoelétrons de corrente fotoelétrica.

## 10. AS LEIS DO EFEITO FOTOELÉTRICO

A maioria dos experimentos sobre as leis do efeito fotoelétrico foram realizados pelo físico Philipp Lenard, que aperfeiçoou o experimento de Stoletov, colocando as armaduras dentro uma câmara de vácuo.

Quando a radiação passa pela janela de quartzo (material que permite a passagem da radiação ultravioleta) incide no catodo C, que é revestido com um certo material que será detalhado mais a frente.

Os elétrons arrancados do catodo são deslocados pelo campo elétrico para o ânodo A, criando a corrente fotoelétrica, que é medida pelo amperímetro no circuito. A análise da corrente pode ser feita variando a tensão mediante ao potenciômetro  $P$ .

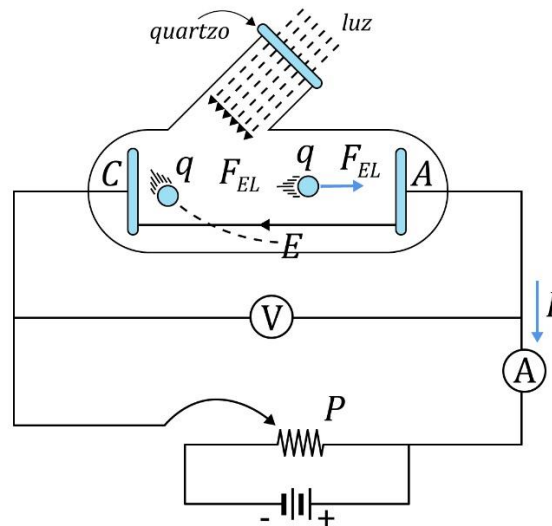


Figura 13: Experimento realizado por Lenard para estudar o efeito fotoelétrico.

Vale a pena ressaltar que na figura acima mostramos o sentido real da corrente fotoelétrica. Vamos estudar agora os aspectos sobre o efeito fotoelétrico, a partir do experimento de Lenard.

### 2.2.1. PRIMEIRO ASPECTO

Quando aumentamos a tensão, a intensidade da corrente fotoelétrica aumenta, mas a partir de certo valor de tensão, o valor de a corrente fotoelétrica  $I_s$  se mantém constante (corrente de saturação).

Esta propriedade pode ser explicada da seguinte forma: quando os elétrons saem do catodo, eles têm diversas energias cinéticas, os elétrons mais velozes saem na frente e chegam com facilidade ao ânodo, mas aqueles que são mais lentos não chegam ao ânodo, mesmo com a ajuda do campo elétrico.

Assim, a partir deste instante, a quantidade de carga que flui no circuito é constante, mesmo que se aumente a tensão. Portanto, a corrente fotoelétrica se mantém constante.

### 2.2.2. SEGUNDO ASPECTO

Se tirar a fonte de tensão e conectar diretamente os eletrodos, o amperímetro indica a passagem de uma corrente.

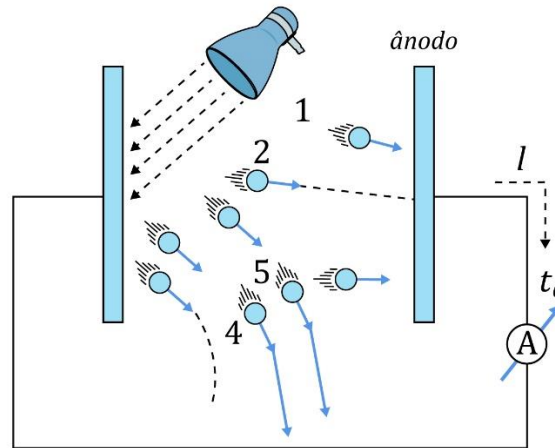


Figura 14: Os elétrons mais energéticos como 1 e 2 chegam ao ânodo, fechando o circuito e o amperímetro mede a corrente fotoelétrica.

Podemos explicar este fato da seguinte maneira: os elétrons mais energéticos fecham o circuito quando chegam ao ânodo. Entretanto, os menos energéticos não chegam ao ânodo, por isso, a corrente neste caso deve ser de baixa intensidade ( $I_0$ ).

### 2.2.3. TERCEIRO ASPECTO

Quando invertemos a polaridade da fonte, o amperímetro continua indicando corrente elétrica, mas para uma certa tensão a corrente se anula.

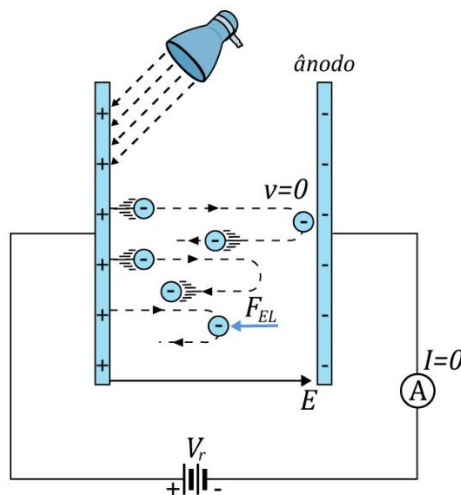


Figura 15: Quando os fotoelétrons mais energéticos são freados, a corrente se anula.

Quando invertemos a polaridade da fonte, o campo elétrico muda de sentido e passa a frear os fotoelétrons. Dependendo da intensidade o campo elétrico (da diferença de potencial entre as placas) os fotoelétrons que apresentam as maiores energia cinética ainda conseguem vencer a força elétrica devido ao campo e chegam ao ânodo, formando a corrente fotoelétrica.

Entretanto, se aumentarmos a tensão entre as placas, a força elétrica sobre os elétrons aumenta, freando cada vez mais os fotoelétrons e quando a corrente se anula chegamos à situação na qual os fotoelétrons mais energéticos são freados completamente.



Se plotarmos o gráfico da corrente fotoelétrica  $I$  pela tensão entre as placas metálicas  $V$ , encontraríamos o seguinte gráfico:

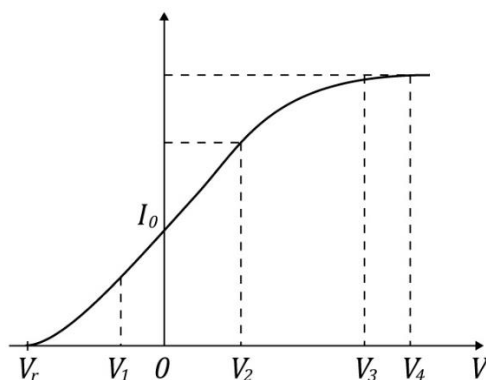


Figura 16: A partir de certo valor de tensão ( $V_3$ ) a corrente fotoelétrica se mantém constante (corrente de saturação).

De acordo com o gráfico da figura acima,  $V_1$  e  $V_r$  são tensões de desaceleração, isto é, o campo elétrico se inverte e começa a frear os fotoelétrons. Na tensão  $V_r$ , os fotoelétrons são freados completamente.

Neste caso, podemos calcular a energia cinética máxima dos fotoelétrons em função da tensão  $V_r$ . Como podemos notar, a força elétrica nos fotoelétrons é contrária ao seu deslocamento. Então, podemos dizer que o trabalho dessa força é resistente e ele aumenta à medida que aumentamos a tensão sobre as placas.

Podemos aumentar a tensão até o momento em que o trabalho resistente da força elétrica se iguala a energia cinética máxima dos fotoelétrons questão sendo arrancados da placa. Neste momento, temos que:

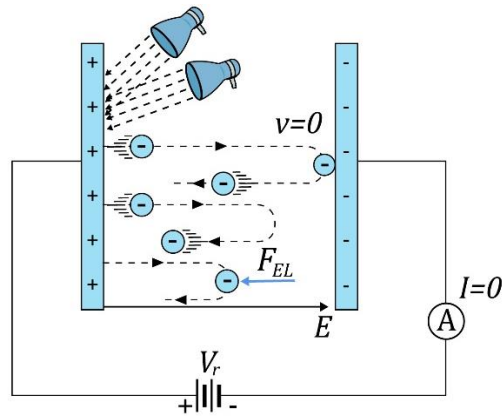
$$\begin{aligned} W_{f_{ele}} &= \Delta E_C \\ -q_e \cdot V_r &= 0 - E_{C_{máx}} \\ E_{C_{máx}} &= q_e \cdot V_r \end{aligned}$$

Chamamos a tensão  $V_r$  de tensão de corte, já que ela corta a corrente fotoelétrica do circuito.

## 2.2.4. QUARTO ASPECTO

Agora, além de variar a voltagem, vamos aumentar a intensidade da radiação. Podemos fazer isso aumento o número de holofotes ou ainda aproximando o holofote da placa.



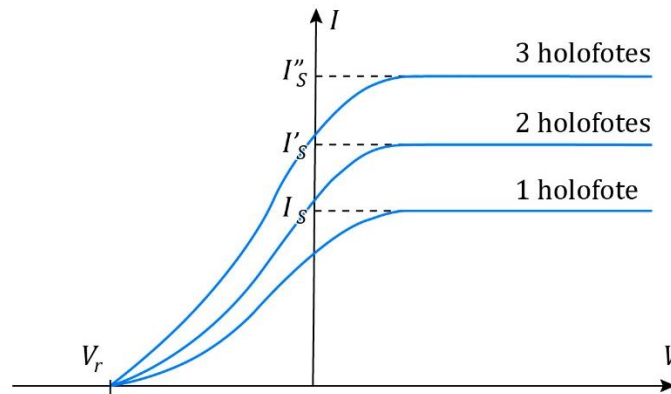


Quando aumentamos o número de holofotes a corrente de saturação  $I_S$  aumenta também. Isto ocorre porque agora temos uma maior quantidade de radiação extraíndo mais fotoelétrons.

Diante disso, podemos estabelecer a primeira lei de efeito fotoelétrico:

**O valor da corrente fotoelétrica de saturação ( $I_S$ ) é proporcional a intensidade da radiação que incide na placa.**

Quando comparamos graficamente a dependência da fotocorrente e a voltagem para diferentes intensidades de radiação, temos:



*Figura 17: À medida que aumentamos o número de holofotes (aumentamos a intensidade da radiação incidente), a corrente de saturação alcança valores mais altos, mas a tensão de corte continua sendo a mesma, pois ela não depende da intensidade incidente.*

Note que a tensão de corte não altera seu valor quando aumentamos o número de holofotes, ou seja, a energia cinética máxima não aumenta com a intensidade da radiação, feito incompreensível para a época.

Em um primeiro momento, pensava-se que se tem mais radiação, há mais energia e, portanto, os fotoelétrons são arrancados com energia cinética maior e para serem freados é necessária uma tensão de corte maior. Entretanto, na prática, isso não aconteceu, pois os elétrons se negam a receber mais energia.

Observação: a *energia cinética máxima* não depende da intensidade da radiação.



### 2.2.5. QUINTO ASPECTO

Neste caso, vamos manter a intensidade da radiação constante (mesmo número de holofotes) e vamos aumentar a frequência.

Agora, se observa que quando aumentamos a frequência, o valor da tensão de corte também aumenta, ou seja, os elétrons saem com uma maior energia cinética máxima.

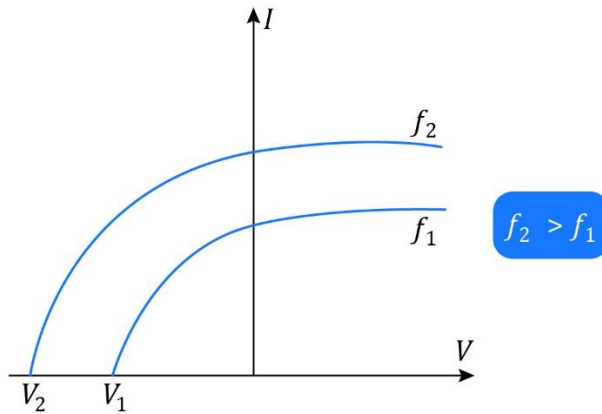


Figura 18: Ao aumentar a frequência da radiação, nota-se que a tensão de corte também aumenta.

De forma análoga, quando diminuimos a frequência da radiação, diminuimos a energia cinética máxima e a partir de um certo valor de frequência, não conseguimos mais arrancar elétrons, ainda que aumentemos a intensidade desta radiação.

Entretanto, para uma frequência ligeiramente superior a frequência anterior, podemos novamente começar a arrancar elétrons. Portanto, existe uma frequência característica que a partir do seu valor é verificado o efeito fotoelétrico. Essa frequência é chamada de *frequência de corte* ( $f_0$ ).

### 2.2.6. SEXTO ASPECTO

Agora, vamos manter a frequência da radiação constante e alterar o tipo de material fotossensível.

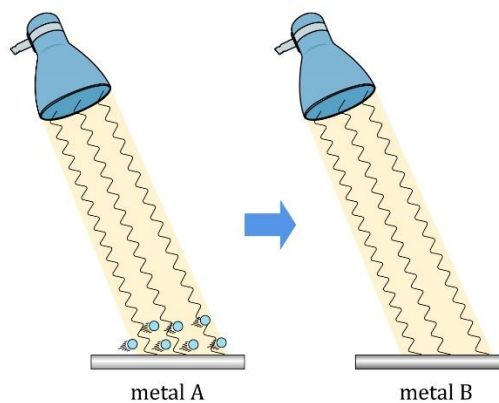


Figura 19: Quando trocamos de material, mas não a radiação, não é produzido o efeito fotoelétrico. Isto significa que os metais A e B se diferenciam pelas suas respectivas frequências de corte.



Diante deste resultado conclui-se que cada material fotossensível possui sua própria frequência de corte. Assim, podemos estabelecer mais duas leis:

**A energia cinética máxima dos elétrons arrancados pela radiação não depende da intensidade da radiação, mas sim da frequência da radiação e do material fotossensível.**

Além disso, podemos dizer que:

**A frequência de corte é determinada apenas pelo material de onde se deseja arrancar os elétrons e não depende da intensidade da radiação.**

## 11. AS EXPLICAÇÕES DO EFEITO FOTOELÉTRICO

A primeira lei do efeito fotoelétrico pode ser explicada pela teoria clássica das ondas eletromagnéticas, entretanto, a segunda e a terceira contradizem esta teoria. Diante disso, vamos ver o que diz cada uma das teorias.

### 2.3.1. SEGUNDO A TEORIA CLÁSSICA

Quanto maior é a intensidade da radiação, o efeito sobre os elétrons arrancados deveria ser maior, notando isso no aumento da energia cinética, mas a energia cinética não aumenta. Assim, temos uma falha na forma como a teoria clássica aborda a radiação.

De acordo com a teoria clássica, a energia necessária para arrancar os elétrons do metal podem ter qualquer frequência (ou comprimento de onda) se sua intensidade é suficientemente grande.

Por exemplo, se as ondas do mar golpeiam o cais com muita intensidade, é possível que com o tempo elas arrancam pedaços de madeira do cais. Por analogia, se a intensidade da radiação e, após um certo tempo grande, era esperado que o elétron absorveria uma grande quantidade de energia e fosse possível ser arrancado do metal.

Entretanto, as experiências mostravam que mesmo aumentando o número de holofotes (a intensidade) os elétrons não saíam do metal, ainda que se esperasse um logo período. Observação: podemos aumentar a intensidade aproximando a fonte de radiação à placa fotossensível.

Os resultados que contradizem as previsões da teoria clássica são:

1. A energia cinética dos elétrons não depende da intensidade da luz.



2. Para uma frequência bem determinada chamada de frequência de corte, os elétrons saem imediatamente, mesmo que a luz seja muito fraca (de baixa intensidade), sendo a quantidade dos elétrons arrancados também pequenas.
3. Se a luz tem uma frequência menor que a frequência de corte, não há efeito fotoelétrico.

Agora, vamos analisar o efeito fotoelétrico segundo a teoria quântica.

### 2.3.2. A TEORIA QUÂNTICA DO EFEITO FOTOELÉTRICO

Relembrando o exemplo das ondas no cais, se as madeiras que sustentam os cais caem perante nossos olhos, buscamos uma explicação inicial fundamentada na colisão das ondas no cais. Entretanto, se existir um navio de guerra bombardeando a costa, nós poderemos inferir que a destruição repentina do cais é devida aos projéteis do navio.

Contudo, a energia das ondas que se encontra distribuída uniformemente por toda a costa poderia levar séculos para derrubar as madeiras do cais.

Se compararmos a energia do projétil com o trabalho das ondas ao longo dos anos, notaremos que este trabalho é praticamente desprezível. Entretanto, essa energia está concentrada em um volume pequeno e se desencadeia instantaneamente. Considerando o projétil grande o suficiente, ele irá para derrubar as madeiras e destruir o cais.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, Einstein em 1905, em seu trabalho “Um ponto de visto heurístico sobre a produção e transformação da luz”, propôs uma explicação para o efeito fotoelétrico.

Einstein acreditava mais na teoria dos quanta de energia mais que Planck e afirmava que a luz não somente se emite em quantum, mas também se propaga de igual modo: em pacotes (quantum). Por isso, a luz que incide na superfície do metal não se assemelha as ondas do mar, mas aos projeteis do canhão do navio de guerra, com a particularidade de que *cada projétil (quantum) pode arrancar do átomo somente um elétron.*

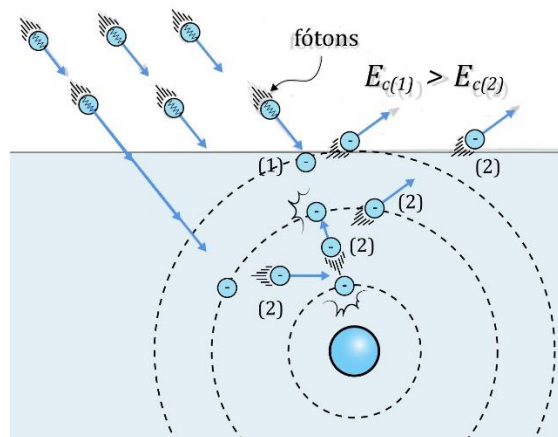


Figura 20: Após a incidência dos fótons, o elétron 2 perde parte da energia absorvida ao abandonar a superfície devido às colisões com outros elétrons.



## 12. A EQUAÇÃO DE EINSTEIN PARA O EFEITO FOTOELÉTRICO

A partir da teoria de Planck, a energia do quantum era  $h \cdot f$ . Einstein diz que parte dessa energia é consumida para arrancar os elétrons do átomo, energia chamada de *função trabalho do material* (geralmente representada pelas letras  $W$  ou  $\phi$ ). O resto da energia que o fóton possui é transferida para o elétron na forma de energia cinética. Quando os elétrons abandonam a superfície do metal, sua energia cinética é máxima. Assim, a equação do efeito fotoelétrico é dada por:

$$h \cdot f = W + E_{C_{\text{máx}}}$$

Vale ressaltar que a função trabalho  $W$  é a energia necessária para arrancar o elétron, ela é função exclusiva de cada material.

Observa que a equação do efeito fotoelétrico deixa bem claro que se o projétil (quantum) é “pequeno”, ele não pode arrancar os elétrons do átomo ( $h \cdot f < W$ ), mesmo que tenhamos numerosos projéteis. Por outro lado, se aumentarmos o calibre do projétil (aumentar a frequência, por exemplo, ir da luz vermelha para a violeta), o projétil pode arrancar elétrons ( $h \cdot f > W$ ).

Diante disso, podemos concluir que a energia dos projéteis-quantum depende da sua capacidade, isto é, de sua frequência ( $f$ ) e não da quantidade deles.

Einstein chamou estes projéteis-quantum de “*lichtquant*” (quantum de luz em alemão). Mais tarde, Gilbert Lewis propôs o nome que conhecemos até hoje: fóton. Nunca podemos esquecer que a energia do fóton é dada por:

$$E = h \cdot f$$

### 2.4.1. DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO DE EINSTEIN

Robert Millikan queria demonstrar que a teoria de Einstein estava incorreta, já que ele acreditava corretas as teorias de Maxwell, que demonstrava o caráter ondulatório das ondas eletromagnéticas. Grande experimentalista, Millikan realizou uma série de experimentos, encontrando com grande êxito a constante de Planck, por exemplo.

Com estes experimentos, Millikan demonstrou a equação de Einstein para o efeito fotoelétrico e recebeu o prêmio Nobel de Física em 1923.

Os resultados experimentais de Millikan verificaram as equações:

$$\begin{aligned} h \cdot f &= h \cdot f_0 + |q_e| \cdot V_r \\ h(f - f_0) &= |q_e| \cdot V_r = E_{C_{\text{máx}}} \\ h &= \frac{E_{C_{\text{máx}}}}{f - f_0} = \frac{|q_e| \cdot V_r}{f - f_0} \end{aligned}$$





Se plotamos o gráfico da energia cinética em função da frequência, temos que:

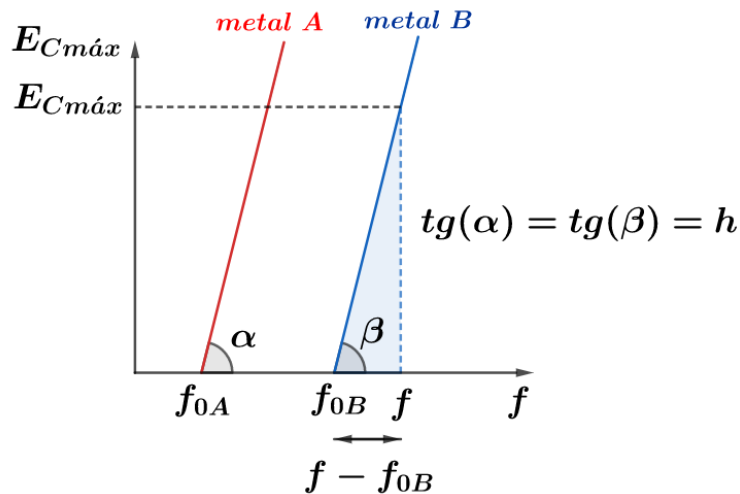


Figura 21: Cada metal tem sua frequência de corte  $f_0$ .

Como a constante de Planck é igual a:

$$h = \frac{E_{Cmáx}}{f - f_{0B}} = \text{tg}(\beta)$$

Para uma mesma frequência  $f$ , quanto maior a frequência de corte, maior deve ser a energia cinética. Além disso, podemos verificar que a constante de Planck é de fato uma constante universal.

## 2.4.2. CÁLCULO DA FUNÇÃO TRABALHO

De acordo com a equação de Einstein, ao diminuir a frequência, a energia cinética diminui mantendo  $W$  constante. A frequência pode diminuir até que a energia cinética seja praticamente nula. Com esta frequência, que já conhecemos como frequência de corte, temos a mínima energia necessária para arrancar os elétrons, em outras palavras, estamos trabalhando com a função trabalho do material. Portanto:

$$h \cdot f_0 = W \text{ ou } h \cdot f_0 = \phi$$

Lembrando que é comum aparecer a letra  $\phi$  para representar a função trabalho do material. É muito comum utilizar a unidade  $eV$  para a função trabalho. Por exemplo, o alumínio tem função trabalho igual a  $4,0 eV$ . Vale lembrar que  $1 eV = 1,60217 \cdot 10^{-19} J$ .

ATENÇÃO  
DECORE!



8.



O lítio foi um dos metais estudados por Millikan em seus experimentos para comprovar a teoria de Einstein do efeito fotoelétrico. Esse metal tem função trabalho igual a  $2,42 \text{ eV}$ .

a) determine a frequência de corte e o comprimento de onda para este limiar fotoelétrico.

b) se a fonte tem potência igual a  $1 \text{ W}$  desta radiação a uma distância  $R = 1 \text{ m}$  do lítio, calcule o número de fótons por segundo, que atingem uma unidade de área da superfície do lítio.

Comentários:

a)

O limiar de frequência ou frequência de corte ocorre quando a energia cinética máxima é nula, ou seja:

$$h \cdot f_0 = W$$

Neste exemplo, vamos utilizar a constante de Planck em  $\text{eV} \cdot \text{s}$ , que é igual a  $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ . Note que você não precisa decorar este valor, basta lembrar da constante de Planck em  $\text{J} \cdot \text{s}$  ( $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ) e dividir por  $1,60217 \cdot 10^{-19}$ . Assim,  $f_0$  é igual a:

$$f_0 = \frac{W}{h} = \frac{2,42 \text{ eV}}{4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}}$$

$$\boxed{f_0 = 5,84 \cdot 10^{14} \text{ Hz}}$$

Portanto, o comprimento de onda nesta situação é de:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{5,84 \cdot 10^{14}}$$

$$\boxed{\lambda_0 = 514 \text{ nm}}$$

Este comprimento de onda está na região do visível (luz verde). Portanto, qualquer comprimento de onda menor ou igual a este deve arrancar fotoelétrons da superfície de lítio.

b)

A energia por segundo por unidade de área que incide sobre a placa de lítio a distância de  $1 \text{ m}$  de uma fonte de luz de potência  $1 \text{ W}$  é a intensidade  $I$  naquele ponto, isto é:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi R^2}$$

$$I = \frac{1}{4\pi \cdot 1^2} \cong 8 \cdot 10^{-2} \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$$

Ou em  $\text{eV}$ , lembrando que  $1 \text{ J} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ eV}$ :

$$I = 5 \cdot 10^{17} \text{ eV}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$$

Se cada fóton tem uma energia igual a função trabalho do metal lítio, que vale  $2,42 \text{ eV}$ , logo o número de fótons que atinge uma unidade de área do lítio por segundo é igual a:

$$n_{\text{fótons}} = \frac{I}{W} = \frac{5 \cdot 10^{17}}{2,42}$$

$$\boxed{n_{\text{fótons}} = 2,067 \cdot 10^{17} \text{ fótons}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})}$$

Neste exemplo podemos ver que a quantidade de fótons que atinge o metal é extremamente grande, mesmo que a intensidade da luz seja pequena. Isso mostra a



baixa granulosidade da radiação em fótons extremamente pequenos e, conseqüentemente, difíceis de serem detectados.



### 3. EFEITO COMPTON E OS RAIOS X

Arthur Holly Compton e seus colegas acumularam diversas evidências para demonstrar que a teoria ondulatória clássica falhava ao explicar a dispersão de raios X, quando incidia sobre elétrons.

Os resultados experimentais de Compton mostravam que o espalhamento do comprimento de onda dos raios X que se dispersavam a um determinado ângulo, dependiam somente do ângulo de dispersão.

#### 14. O EXPERIMENTO DE COMPTON

O experimento de Compton, para estudar a interação entre a radiação e a substância, consistia no seguinte esquema: os raios X monocromáticos gerados por uma fonte, passam por fendas colimadoras, dirigindo-se para a substância dispersora.

Os raios dispersos formam um ângulo  $\theta$  são registrados por um receptor (um espectrógrafo) de raios X, o qual mede o comprimento de onda.

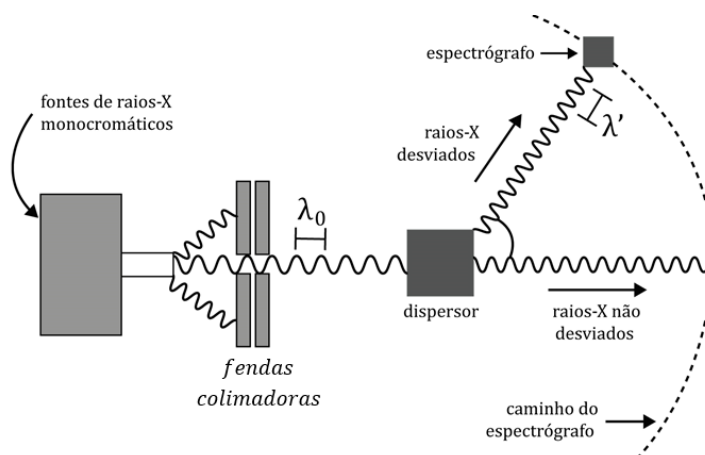


Figura 22: Representação esquemática do experimento de Compton para o estudo da dispersão dos raios X.

Com este experimento, Compton obteve os seguintes resultados:

1. Os raios X espalhados tem um comprimento de onda  $\lambda_1$  maior que o comprimento de onda inicial  $\lambda_0$ .
2. A diferença entre os comprimentos de onda  $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0$  depende somente do ângulo de espalhamento  $\theta$  e não das propriedades da substância, nem do comprimento de onda da luz incidente:

$$\Delta\lambda = 2 \cdot \lambda_c \cdot \text{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

3. O comprimento de onda  $\lambda_c$  é constante para todas as substâncias e vale  $\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ . Assim,  $\lambda_c$  recebe o nome de comprimento de onda de Compton.

As intensidades dos raios X espalhados foram medidos como função dos comprimentos de onda, para vários ângulos  $\theta$  de espalhamento. Assim, foram obtidos os seguintes resultados:

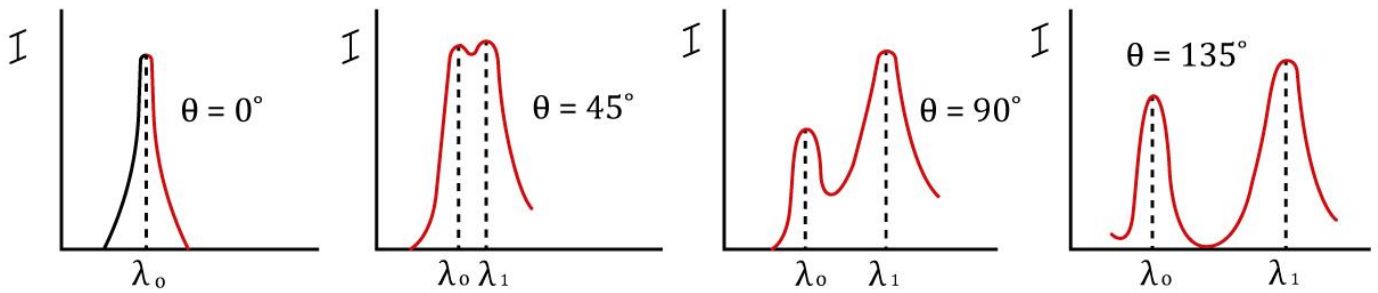


Figura 23: Espectros obtidos por Compton.

Ele observava que, embora o feixe incidente consistir de apenas um comprimento de onda  $\lambda_0$ , os raios X espalhados tem máximos de intensidades em dois comprimentos de onda. Um dos comprimentos de onda era o próprio  $\lambda_0$  incidente e o outro, representado por  $\lambda_1$ , é maior que  $\lambda_0$ . Este fenômeno ficou conhecido como *efeito Compton* e o valor  $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0$  é chamada de *deslocamento Compton*.

A presença do comprimento de onda  $\lambda_1$  não podia ser entendida se os raios X fossem interpretados como ondas eletromagnéticas clássicas. Segundo as teorias clássicas, os elétrons livres do grafite (material utilizado por Compton) oscilam com a mesma frequência  $f$  da onda incidente. Esses elétrons, como qualquer outra carga, deveira irradiar ondas eletromagnéticas com a mesma frequência  $f$ . Portanto, no modelo clássico apenas um comprimento de onda deveria ser observado na onda espalhada.

### 3.1.1. MODELO QUÂNTICO PARA A INTERAÇÃO RADIAÇÃO-SUBSTÂNCIA

Não podemos explicar o efeito Compton pela teoria clássica das ondas eletromagnéticas. É necessário um modelo quântico da radiação para explicar este fenômeno. Para isso, vamos considerar que o fóton apresenta um comportamento corpuscular e choca-se elasticamente, como uma bola de bilhar, com um elétron praticamente quase livre (apenas ligado devidamente ao núcleo) que inicialmente está em repouso.

Na figura abaixo, ilustramos o choque fóton-elétron em que se conservam a energia e a quantidade de movimento:

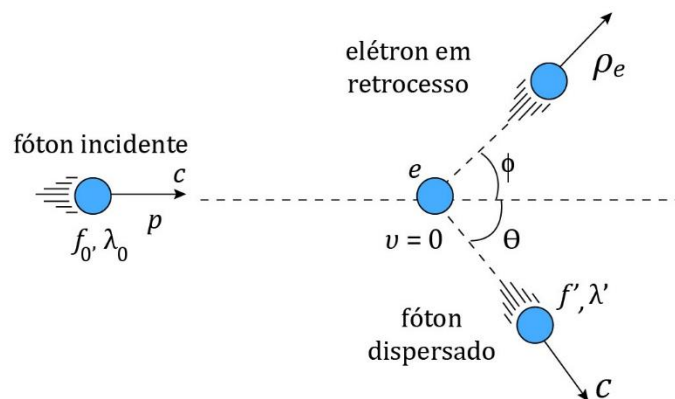


Figura 24: Modelo quântico para a colisão proposto por Compton.



O choque deve ser analisado segundo a relatividade por causa das grandes velocidades. Assim, da conservação da energia, temos:

$$E_{antes} = E_{depois}$$

$$E_{fóton} + m_e \cdot c^2 = E'_{fóton} + E_e$$

$$h \cdot \frac{c}{\lambda_0} + m \cdot c^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda_1} + \gamma \cdot m \cdot c^2$$

em que:

- $E_{fóton}$ : energia do fóton incidente.
- $m_e \cdot c^2$ : energia do elétron em repouso.
- $E'_{fóton}$ : energia do fóton espalhado.
- $E_e = \gamma \cdot m \cdot c^2$ : energia relativística total do elétron depois do choque.

Lembrando que o fator de Lorentz é dado por:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Agora, podemos aplicar a conservação da quantidade de movimento da seguinte forma:

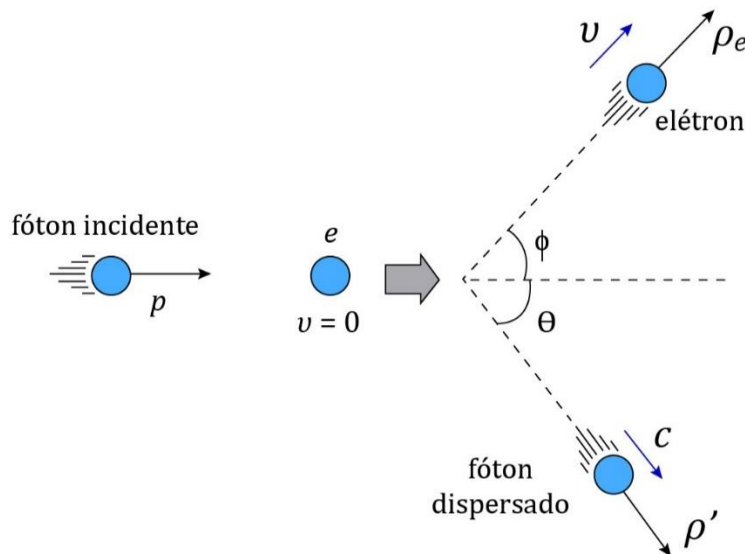


Figura 25: Conservação da quantidade de movimento.

$$\vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final}$$

Na horizontal, temos:

$$p = p' \cdot \cos \theta + p_e \cdot \cos \phi$$

Lembrando que o momento do fóton é dado por:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Então, podemos escrever que:





$$\frac{h}{\lambda_0} = \frac{h}{\lambda_1} \cdot \cos \theta + \gamma \cdot m_e \cdot v \cdot \cos \phi$$

Agora, na vertical, temos:

$$p' \cdot \text{sen } \theta = p_e \cdot \text{sen } \phi$$

Ou:

$$\frac{h}{\lambda_1} \cdot \text{sen } \theta = \gamma \cdot m_e \cdot v \cdot \text{sen } \phi$$

Manipulando algebricamente as equações acima, encontramos a equação do espalhamento de Compton:

$$\Delta \lambda = \frac{h}{m \cdot c} (1 - \cos \theta)$$

Em que:

$$\frac{h}{m \cdot c} = \lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 0,0243 \text{ \AA}$$

É denominado de comprimento de onda Compton.

ATENÇÃO  
DECORE!



**9.**

Fótons de comprimento de onda  $\lambda_0 = 0,024 \text{ \AA}$  incidem sobre elétrons livres. Determine o comprimento de onda  $\lambda_1$  de um fóton que é espalhado de um ângulo  $\theta = 30^\circ$  em relação à direção de incidência e a energia cinética transferida ao elétron.

Comentários:

O deslocamento Compton para  $\theta = 30^\circ$  é dado por:

$$\Delta \lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

$$\Delta \lambda = 0,0243 (1 - \cos 30^\circ)$$

$$\Delta \lambda = 0,003256 \text{ \AA}$$

$$\lambda_1 - 0,024 = 0,003256$$

$$\boxed{\lambda_1 = 0,027 \text{ \AA}}$$

A energia cinética transferida ao elétron pode ser calculada da seguinte forma:

$$E_C = c \cdot (p_0 - p_1)$$

Em que  $p = h/\lambda$ . Logo:

$$E_C = c \cdot (p_0 - p_1) = c \cdot h \cdot \left( \frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$

Substituindo valores, temos:

$$E_C = 3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \left( \frac{1}{0,024 \cdot 10^{-10}} - \frac{1}{0,027 \cdot 10^{-10}} \right)$$

$$E_C = 92,08 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$



Ou ainda:

$$E_C = 0,057 \text{ MeV}$$

**10.**

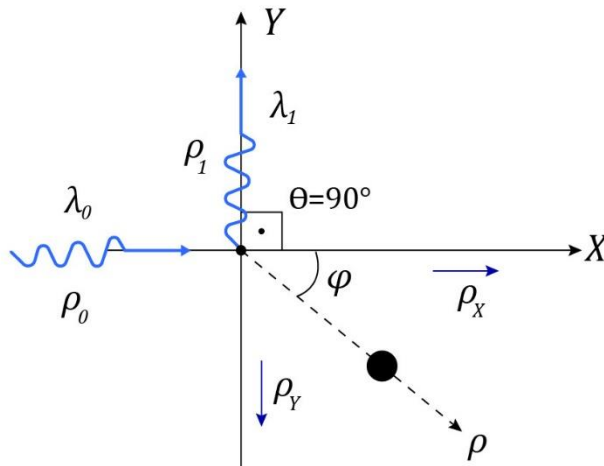
Raios X de comprimento de onda  $\lambda_0 = 0,711 \text{ \AA}$  incidem sobre elétrons livres de uma amostra de grafite. Se os fótons são espalhados numa direção  $\theta = 90^\circ$  são detectados, encontre o módulo do momento do elétron  $p$  e o ângulo  $\varphi$  de recuo desse elétron.

**Comentários:**

O comprimento de onda do fóton espalhado é dado por:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_C(1 - \cos\theta) \\ \lambda_1 - \lambda_0 &= 0,0243(1 - \cos 90^\circ) \\ \lambda_1 &= 0,735 \text{ \AA} \end{aligned}$$

Esquemáticamente, temos:



Pela conservação do momento linear, temos:

$$\begin{aligned} p_x = p_0 &= \frac{h}{\lambda_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,711 \cdot 10^{-10}} = 9,32 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \\ p_y = p_1 &= \frac{h}{\lambda_1} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,735 \cdot 10^{-10}} = 9,02 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

Portanto:

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \\ p &= 12,97 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

Assim, o ângulo de recuo é dado por:

$$\begin{aligned} \text{tg } \varphi &= \frac{p_y}{p_x} = \frac{9,02 \cdot 10^{-24}}{9,32 \cdot 10^{-24}} \\ \varphi &= 44^\circ \end{aligned}$$



### 3.2. DIFRAÇÃO DE RAIOS X

Os raios X são ondas eletromagnéticas que apresentam comprimento de onda da ordem de  $1 \text{ \AA}$  ( $10^{-10} \text{ m}$ ). Lembre-se que o comprimento de onda no centro do espectro visível é de  $550 \text{ nm}$  ( $5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ).

Não podemos usar uma rede de difração comum para separar raios X de diferentes comprimentos de onda. Por exemplo, para  $\lambda = 1 \text{ \AA}$  e  $d = 3000 \text{ nm}$ , o máximo de primeira ordem seria dado por:

$$\begin{aligned} \text{sen}(\theta) &= \frac{m \cdot \lambda}{d} \\ \theta &= \text{arc sen}\left(\frac{1 \cdot 0,1 \text{ nm}}{3000 \text{ nm}}\right) \\ \theta &= 0,0019^\circ \end{aligned}$$

Assim, vemos que o primeiro máximo está próximo demais do máximo principal para que as duas linhas possam ser resolvidas ( $\theta$  muito pequeno). Portanto, o ideal seria usar uma rede de difração com  $d \approx \lambda$ . Entretanto, como os comprimentos de ondas de raios X são próximos dos diâmetros atômicos, é praticamente impossível construir uma rede que possua ranhuras com espaçamento próximo dessa ordem de tamanho.

Contudo, em 1912, o físico alemão Max Von Laue propôs que um sólido cristalino, que forma um arranjo cristalino de átomos, poderia se assemelhar a uma rede de difração natural para os raios X. Basicamente, um sólido cristalino como o cloreto de sódio ( $\text{NaCl}$ ), que apresenta uma estrutura cúbica de face centrada que se repete por toda estrutura. Na célula unitária de um cristal de  $\text{NaCl}$  possui lado igual  $a_0$ , como mostrado na figura abaixo:

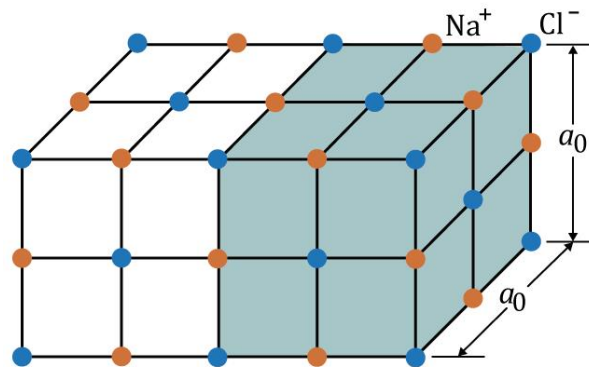


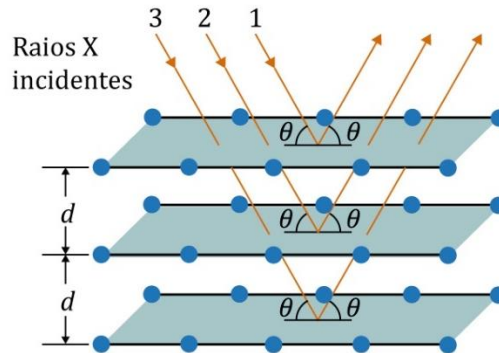
Figura 26: Representação da estrutura cristalina do  $\text{NaCl}$ .

Ao penetrar em uma substância cristalina como o  $\text{NaCl}$ , os raios X são espalhados (desviados) em todas as direções pelos átomos que compoem o cristal. Assim, em certas direções, as ondas desviadas sofrem interferência destrutiva, resultando em mínimos de intensidade e, nas outras direções, a interferência é construtiva, produzindo máximos de intensidade. Dizemos que este processo de espalhamento e interferência é uma forma de difração.

Para facilitar a análise do processo de difração de raios X por um cristal, podemos imaginar uma família de planos cristalinos paralelos que contêm arranjos regulares de átomos do cristal, onde os raios X são refletidos para obtermos as posições dos máximos.

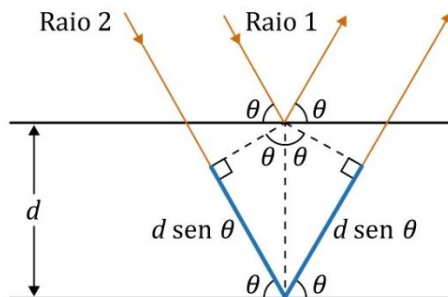


Podemos representar a família de planos paralelos, definindo uma distância interplanar  $d$ , onde imaginamos que os raios  $X$  incidentes se refletem, conforme a figura abaixo:



**Figura 27: Planos paralelo onde imaginamos os raios X incidentes refletindo.**

Para cada reflexão, o ângulo de incidência e o ângulo de reflexão são representados por  $\theta$ . Observe que, ao contrário do que fizemos na óptica geométrica, o ângulo aqui é definido em relação à superfície do plano refletor e não em relação à normal à superfície.



**Figura 28: Representação dos raios X refletidos. A interferência é devido à distância adicional do raio 2.**

De acordo com a figura logo acima, os raios 1 e 2 chegam em fase ao cristal. Após a reflexão, eles continuam em fase, pois as reflexões e os planos refletor foram definidos exclusivamente para explicar os máximo de intensidade da figura de difração de raios X por um cristal.

Diferentemente dos raios luminosos, os raios X não são refratados quando entram no cristal ou saem dele. Na realidade, não é possível definir índice de refração para esta situação. Logo, a diferença de fase entre os raios 1 e 2 é exclusivamente definida pela diferença de caminho, que é dada por  $2d \text{sen } \theta$ . Portanto, para que os dois raios estejam em fase, basta que a diferença de caminhos seja igual a um múltiplo inteiro do comprimento de onda  $\lambda$  dos raios X.

Dessa forma, chegamos a famosa Lei de Bragg:

$$2d \cdot \text{sen}(\theta) = m \cdot \lambda, \text{ com } m = 1, 2, 3, \dots$$

Em que  $m$  é o número de ordem de um dos máximos de intensidade. O ângulo de incidência e reflexão é denominado ângulo de Bragg.

Este resultado mostra que para qualquer ângulo de incidência dos raios X em um cristal, existe uma família de planos onde podemos supor que os raios refletidos obedecem a Lei de Bragg.



A Lei de Bragg pode ser utilizada para determinar a dimensão da célula unitária do cristal. Podemos representar a estrutura cristalina, cortada por um certo plano, da seguinte forma:

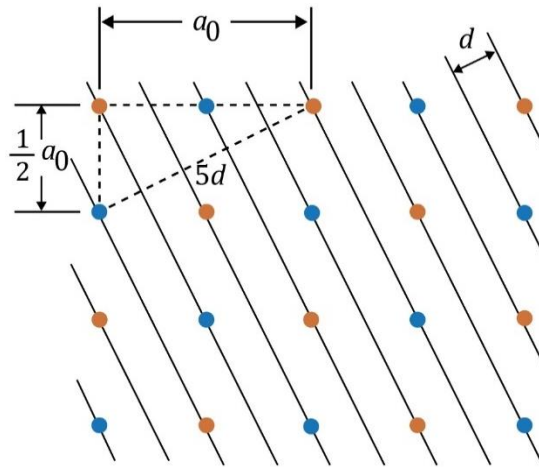


Figura 29: Plano de corte para representar a relação entre  $a_0$  e  $d$ .

Pelo teorema de Pitágoras, temos:

$$(5d)^2 = a_0^2 + \left(\frac{1}{2}a_0\right)^2$$

$$25d^2 = \frac{5}{4}a_0^2$$

$$\boxed{a_0 = \sqrt{20} \cdot d} \text{ ou } \boxed{a_0 = 4,472d}$$



ACORDE!



## 4. MODELO ATÔMICO DE BOHR

Nesta parte da Física Moderna, a Química e a Física andam juntas para melhor compreensão dos fenômenos. Por isso, busquei na aula do nosso ilustre professor de química, Thiago Fernando Cardoso, excelentes explicações sobre este tema. Por isso, os próximos capítulos serão apenas trechos da aula do Thiagão. Então vamos lá!

O Modelo Atômico de Bohr, por vezes, conhecido como Rutherford-Bohr, foi uma importante evolução do modelo de Rutherford com base nas observações sobre o Efeito Fotoelétrico e no Espectro do Átomo de Hidrogênio.

### 16. ESPECTRO DE EMISSÃO DO ÁTOMO DE HIDROGÊNIO

A luz branca é composta por feixes de várias frequências diferentes. Ela pode ser decomposta quando atravessa um prisma bastante polido.

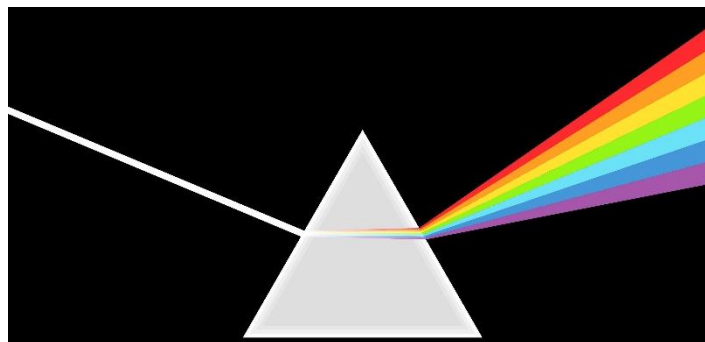


Figura 30: Decomposição da luz branca em suas frequências componentes.

O prisma é uma ferramenta muito útil para a decomposição da luz em suas frequências fundamentais.

Nesse capítulo, essa decomposição é bastante interessante, porque a cor está relacionada com a frequência e, conseqüentemente, com a energia do fóton de luz. Por meio da decomposição com o prisma, podemos determinar as faixas de frequência que determinado material é capaz de emitir.

O primeiro experimento interessante desse gênero aconteceu com o átomo de hidrogênio. Colocou-se uma amostra de átomos expostas a radiação e, com o auxílio do prisma, foi observado quais comprimentos de onda esses átomos eram capazes de absorver.



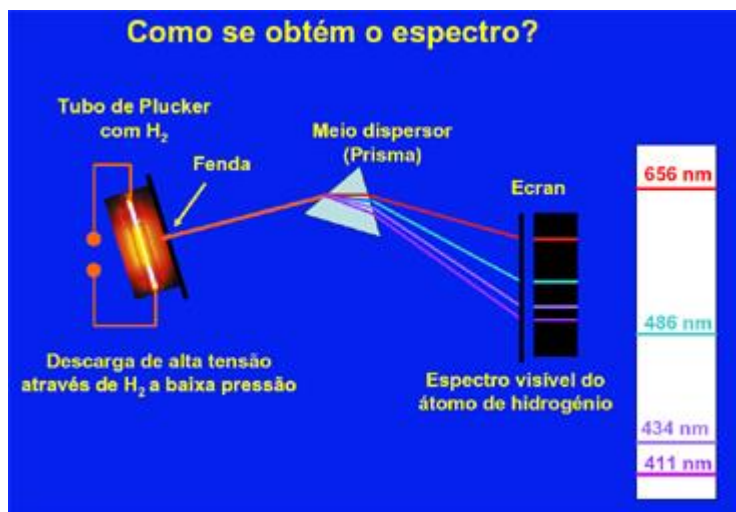


Figura 31: Obtenção do Espectro de Emissão do Hidrogênio (Ilustrador).

Para entender o que esperar desse experimento, podemos nos dar conta de que o átomo de hidrogênio é composto por um próton e um elétron. O elétron, quando recebe energia, se excita e se afasta do próton. Contrariamente, quando se aproxima do próton, esse elétron retorna ao estado fundamental e libera energia luminosa. Essa energia liberada pelos elétrons é que atravessa o prisma e pode ser registrada.

Quando uma amostra de átomos de hidrogênio recebe radiação de todos os tipos, os elétrons vão absorver parte dessa radiação e se excitar. Quando esses elétrons retornarem para o estado fundamental, mais próximos do próton, eles liberam energia luminosa, que será registrada pelo prisma.

Com base na Física Clássica, poderíamos esperar que o elétron fosse capaz de receber qualquer fóton de qualquer faixa de frequência. Dependendo da frequência do fóton, o elétron se distanciaria mais ou menos do núcleo.

Sendo assim, a Física Clássica deveria esperar que o espectro de emissão do hidrogênio fosse de luz branca.

Porém, não era isso o que acontecia.

Experimentalmente, notava-se que o átomo de hidrogênio somente era capaz de absorver alguns determinados comprimentos de onda bem específicos.

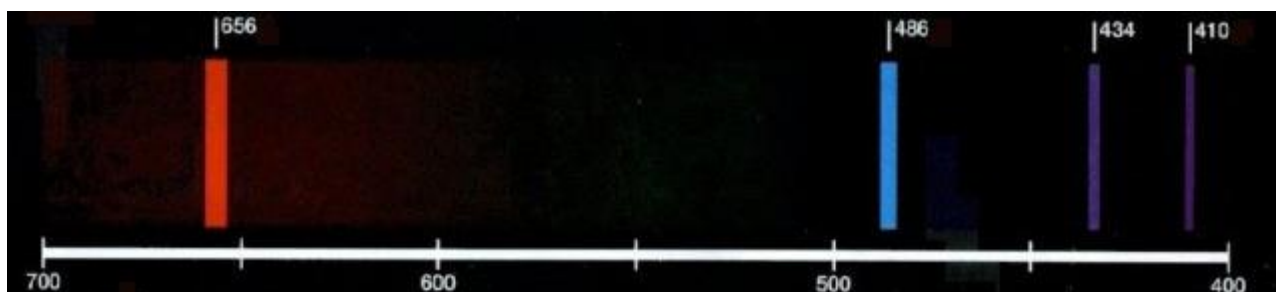
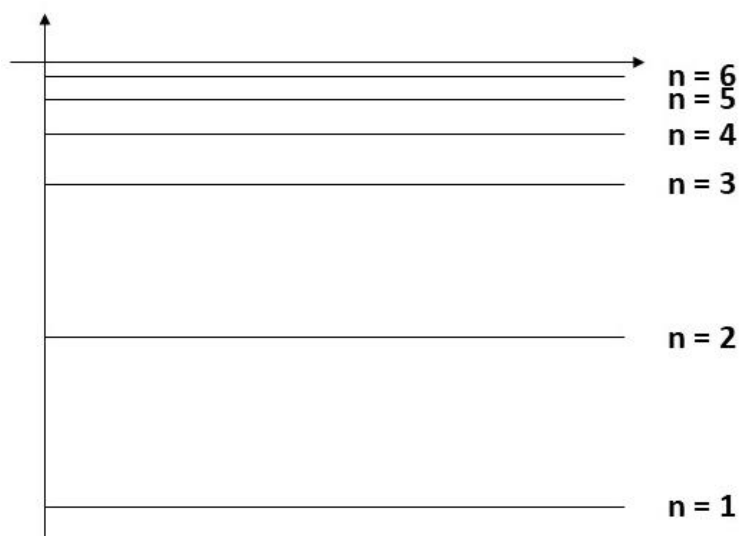


Figura 32: Espectro de Emissão do Hidrogênio [é possível modificar algo?].

O espectro de emissão do hidrogênio foi mais um fato incoerente com a Física Clássica, mas que poderia ser explicado pela Teoria Quântica.

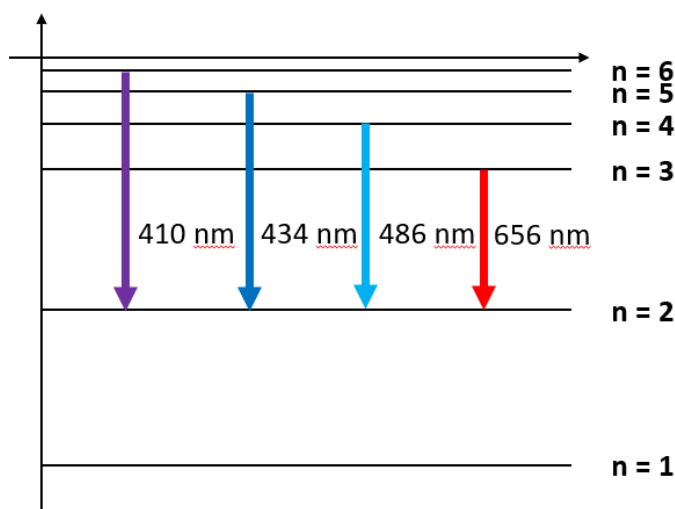


Niels Bohr propôs que o elétron do átomo de hidrogênio somente poderia ter determinados níveis de energia. Existiam o primeiro, o segundo, o terceiro nível de energia, mas não seria permitido que o elétron tivesse um nível de energia intermediário entre esses.



**Figura 33: Níveis de Energia para o Hidrogênio.**

Como os níveis de energia são quantizadas, ou seja, somente podem assumir um conjunto de valores, o átomo de hidrogênio não pode absorver qualquer fóton, mas somente alguns fótons específicos que coincidem exatamente com a energia necessária para promover uma transição entre dois níveis de energia possíveis.



**Figura 34: Transições Eletrônicas Envolvidas no Espectro do Átomo de Hidrogênio.**

Atualmente, já sabemos que as transições envolvidas na parte visível do espectro do átomo de hidrogênio são as que estão mostradas na Figura 34, envolvendo o segundo nível de energia. Nas próximas seções, seremos capazes de desenvolver equações para demonstrar.

**CURIOSIDADE**





Uma importante aplicação do espectro de elementos químicos é a luz de sódio. As lâmpadas amarelas, conhecidas como lâmpadas de sódio de baixa pressão (LPS, em inglês), são empregadas na iluminação pública no mundo inteiro.

Essas lâmpadas consistem em um tubo de vidro revestido com óxido de estanho e índio, que reflete luz infravermelha e ultravioleta, mas transmite a luz visível. Os tubos internos de vidro contêm sódio sólido e uma pequena quantidade de uma mistura de nêônio e argônio. Quando ligada, o nêônio e o argônio emitem luz vermelha que aquece o sódio metálico.

Ao ser aquecido, o sódio começa a vaporizar e a descarga elétrica excita os elétrons dos átomos. Quando os elétrons retornam a níveis energéticos mais próximos do estado fundamental, eles emitem energia na forma de luz. A parte visível do espectro do sódio é amarela.

A principal vantagem das lâmpadas de sódio é que elas não perdem potência luminosa ao longo dos anos. No entanto, à medida que envelhecem, elas consomem mais energia.

ATENÇÃO  
DECORE!



## 17. POSTULADOS DE BOHR

O modelo atômico de Bohr aproveitou muito do que foi proposto por Rutherford, mantendo diversos aspectos desse modelo, entre eles, a divisão entre núcleo e eletrosfera.

O núcleo é formado por  $Z$  prótons (em que  $Z$  é o número atômico). Cada próton possui exatamente a mesma carga, que é a carga elétrica fundamental, cujo valor foi determinado experimentalmente por Millikan:

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$$

A carga do núcleo é, portanto, é igual ao produto do número de prótons pela sua carga, ou seja, é igual ao produto  $+Ze$ .

PRESTE MAIS  
ATENÇÃO!



**Bohr não conhecia o conceito de nêutron. Portanto, o modelo atômico de Bohr não levava em conta as diferenças entre os isótopos, já que os nêutrons só foram descobertos por Chadwick em 1935.**

**Para Bohr, o núcleo era formado somente pelos prótons. Era uma massa de carga igual ao produto  $+Ze$ .**

A inovação de Bohr consistiu na proposição de seus postulados em 1913:



- O elétron é capaz de girar em torno do núcleo mantendo órbitas estacionárias circulares sem irradiar nenhum tipo de energia;
- O momento angular dos elétrons é quantizado e somente pode atingir valores múltiplos da Constante de Planck reduzida (comumente chamada de “h cortado”):

$$L = n \cdot \hbar = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

- Elétrons somente podem ganhar ou perder energia saltando de uma órbita permitida para outra, absorvendo ou emitindo radiação eletromagnética com frequência calculada pela Equação de Planck.



**Niels Bohr inaugurou o conceito de nível de energia, porém, ainda não conhecia a noção de subnível.**

**Por isso, o modelo atômico de Bohr funciona melhor para o átomo de hidrogênio e para íons monoelétrônicos, ou seja, que possuem um único elétron. São exemplos de íons monoelétrônicos (ou ainda chamados de hidrogenoides): He<sup>+</sup>, Li<sup>2+</sup>, Be<sup>3+</sup>.**

**Nas espécies monoelétrônicas, os subníveis de energia são degenerados. Ou seja, os subníveis 2s e 2p do átomo de hidrogênio possuem a mesma energia.**

Os postulados de Bohr são bastante sofisticados e seu modelo incorpora aspectos tanto da Mecânica Clássica como da Mecânica Quântica. A visão geral do átomo de Bohr está ilustrada na Figura 35, em que está ilustrado um único elétron sendo atraído por um núcleo. Esse elétron pode ocupar diversos níveis de energia que são representados por números inteiros ( $n = 1, 2, 3\dots$ ), mas não pode ocupar a região entre eles.

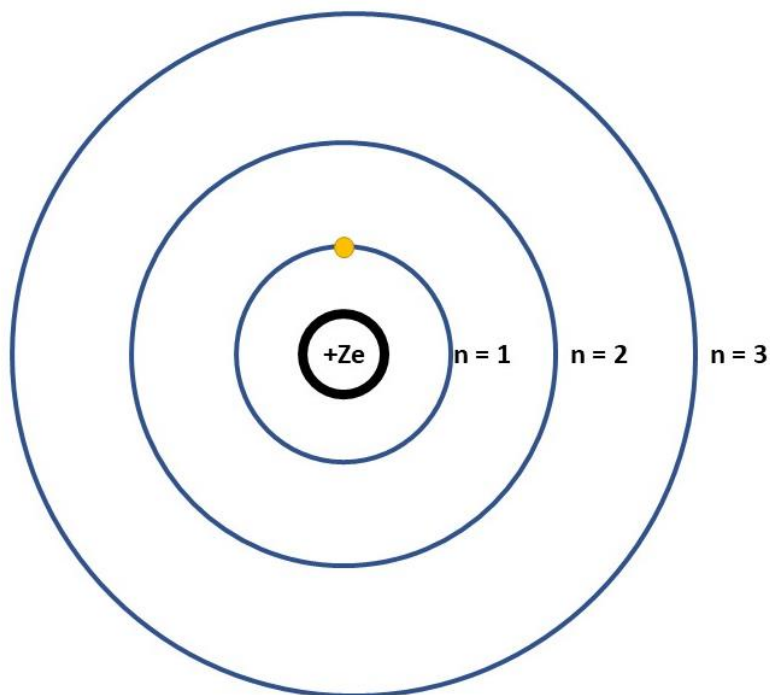
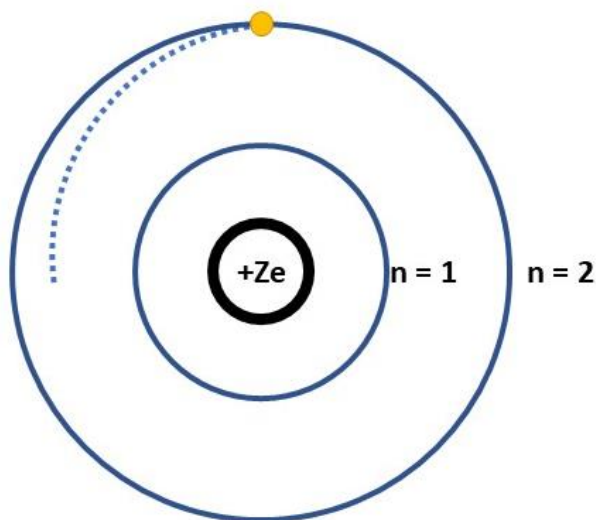


Figura 35: Visão Geral do Átomo de Bohr.

O primeiro ponto é que Bohr postulou que o elétron não irradiava energia constantemente como presumia a Mecânica Clássica. Para Bohr, o elétron só poderia perder um determinado *quantum* de energia que seria necessário para efetivamente mudar entre dois níveis de energia.

**Colapso não permitido**

O elétron só pode ficar no nível 1 ou no nível 2, não podendo atingir a região entre os dois níveis



**Mudança de nível permitida**

O elétron emite exatamente o *quantum* necessário para sair do nível 2 para o nível 1.

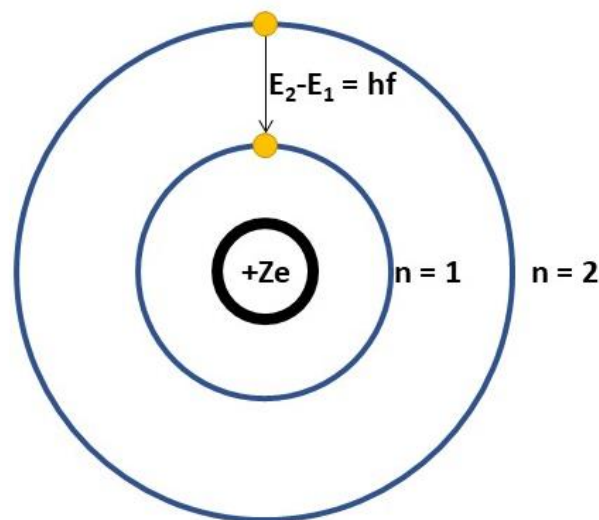


Figura 36: O átomo de Bohr não entra em colapso.

Vale apenas lembrar do paradoxo de Rutherford: quando uma partícula carregada circula em torno de um campo elétrico, ela produzirá ondas eletromagnéticas. Conseqüentemente, perderá energia. Como o elétron deveria constantemente perder energia, ele se aproximaria cada vez mais do núcleo até entrar em colapso.

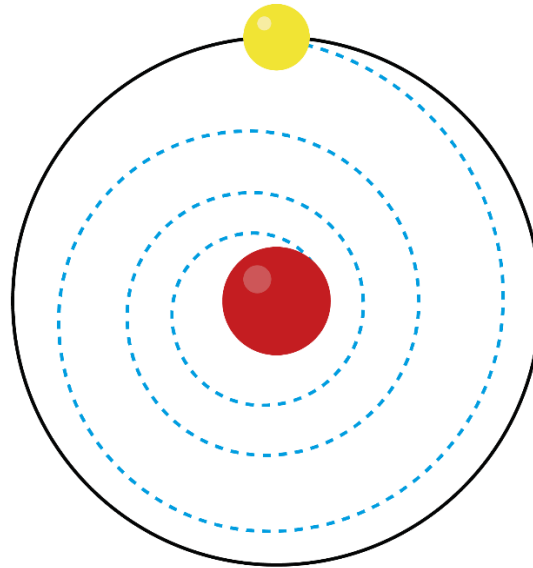


Figura 37: Átomo de Rutherford entrando em colapso.

Outro ponto é que, se o elétron já estiver no primeiro nível de energia, não existe nenhuma região permitida entre esse nível e o núcleo. Portanto, o elétron do primeiro nível não pode se aproximar mais do núcleo. As únicas mudanças de nível permitidas são as que envolvem os níveis de energia. Finalmente, o momento angular é uma grandeza estudada na Física que é calculada para objetos em movimento circular. Considere um elétron de massa  $m$  se movendo a uma velocidade  $v$  e localizado a uma distância  $r_n$  do núcleo.

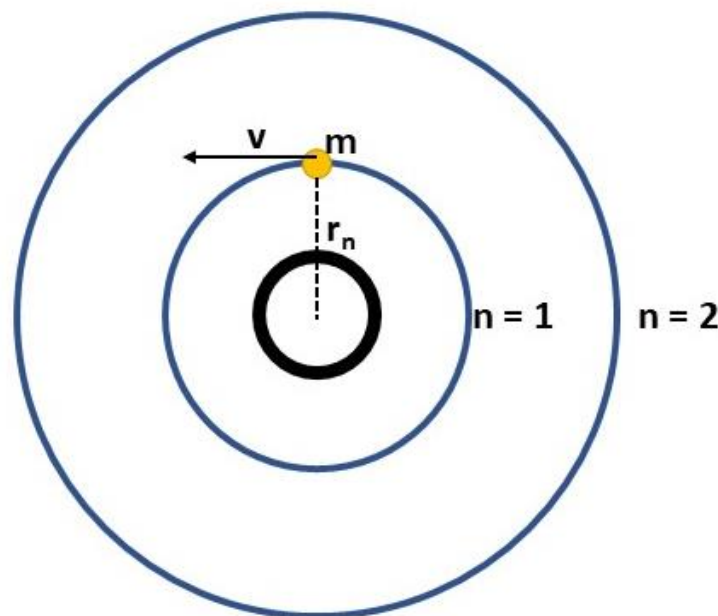


Figura 38: Cálculo do Momento Angular dos Elétrons.

A definição física do momento angular do elétron é o produto da sua massa pela velocidade linear pelo raio da trajetória.

$$L = m \cdot v \cdot r_n$$





Pelos postulados de Bohr, o momento angular somente pode assumir múltiplos da Constante de Planck reduzida.

$$L = m \cdot v \cdot r_n = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

Sendo assim, existem somente alguns valores permitidos para o momento angular do elétron.

Nível de Energia	Momento Angular
1	$L_1 = \frac{h}{2\pi}$
2	$L_2 = 2 \frac{h}{2\pi}$
3	$L_3 = 3 \frac{h}{2\pi}$

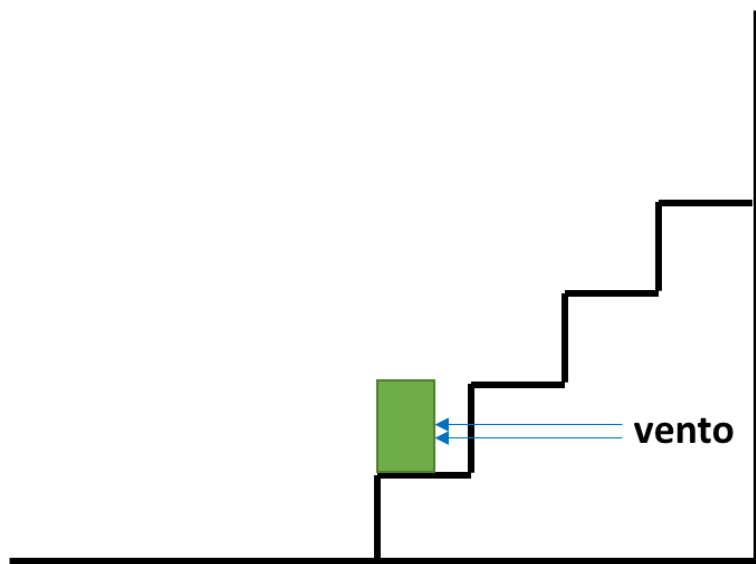
Não é possível, por exemplo, que o elétron tenha o momento angular igual a  $\frac{h}{4\pi}$ . Se o momento angular só pode assumir alguns valores específicos, então só existem alguns valores específicos permitidos para os raios das órbitas dos elétrons.

É por isso que desenhamos os níveis de energia como circunferências concêntricas e dizemos que o elétron jamais pode estar no meio de dois níveis. Ou o elétron está exatamente no primeiro nível ou está exatamente no segundo nível ou está exatamente no terceiro nível ou está exatamente no quarto nível, e, assim, por diante.

ESCLARECENDO!



**Os níveis de energia do Modelo Atômico de Bohr funcionam como os degraus de uma escada. Imagine que você está parando no primeiro degrau de uma escada. De repente, você leva um vento muito fraco que não é forte o suficiente para você cair da escada e chegar ao chão. Nesse caso, o que acontecerá?**



O que vai acontecer é que você vai continuar parado no primeiro degrau da escada. Não existe a possibilidade de você ficar em um estado intermediário entre o primeiro degrau e o chão.

Ou você está no chão ou você está em algum degrau.

Podemos também estender o raciocínio para os demais degraus. Existe o primeiro degrau, o segundo degrau, o terceiro degrau e, assim por diante, mas não existe degraus intermediários em uma escada.

## 18. DEDUÇÕES DO MODELO ATÔMICO DE BOHR

Agora, vamos deduzir as famosas equações do Modelo Atômico de Bohr. O nosso objetivo é calcular as energias necessárias para transições eletrônicas entre dois níveis distintos de energia. Para isso, podemos adotar a seguinte rota.

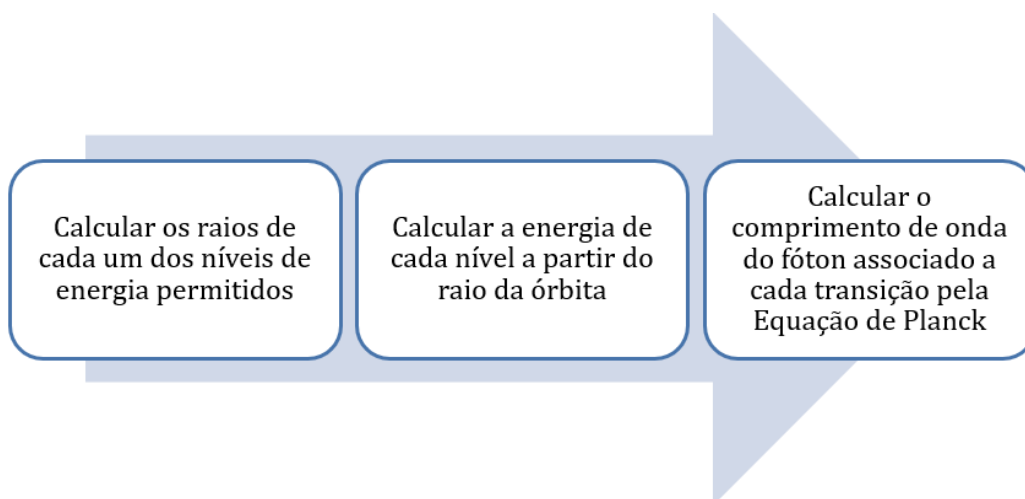


Figura 39: Procedimento Adotado nesse material para Deduzir as Equações do Modelo Atômico de Bohr.

E, então, galera, vamos seguir essa linha? Estão preparados? Dê uma volta, estique as pernas, tome um café que as deduções são longas e você precisa acompanhá-las. Se possível, pegue um papel e uma caneta e tente fazer você mesmo seguindo o nosso passo a passo. Ok?



### 4.3.1. REVISÃO DE FÍSICA CLÁSSICA

Não sei como afiado você está em Física, por isso, nós vamos fazer uma revisão para varrer a parte dessa ciência que será necessária para deduzir as equações do Modelo Atômico de Bohr.

Os prótons e os elétrons são partículas que possuem carga. Portanto, as interações entre essas duas partículas são de natureza elétrica. Para isso, precisamos conhecer a Lei de Coulomb que calcula a intensidade da força elétrica entre duas partículas carregadas.

Essa força depende do produto das cargas e da distância entre elas.

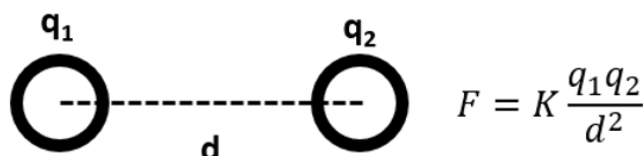


Figura 40: Força de natureza coulombiana entre duas cargas.

A Lei de Coulomb é de extrema importância para a Química, porque as distribuições de carga são muito comuns nas ligações químicas. Portanto, é importante você aprender bem essa equação para compreender não só o Modelo Atômico de Bohr, mas também as Forças Intermoleculares e as Ligações Iônicas.

A constante envolvida nessa equação (K) é chamada Constante Eletrostática e que depende do meio em que estão localizadas as duas cargas. No caso da interação próton-elétron, pressupõe-se que o meio entre eles é o vácuo, portanto, adota-se a Constante Eletrostática do Vácuo, cujo valor é dado por  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

Dois pontos interessantes a se notar sobre a Lei de Coulomb são:

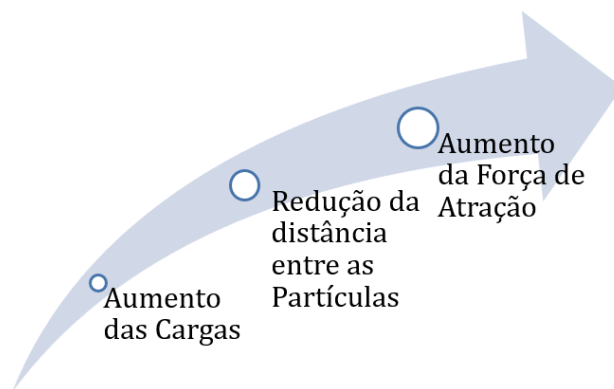


Figura 41: Consequências da Lei de Coulomb.

A constante envolvida nessa equação (K) é chamada Constante Eletrostática e que depende do meio em que estão localizadas as duas cargas. No caso da interação próton-elétron, pressupõe-se que o meio entre eles é o vácuo, portanto, adota-se a Constante Eletrostática do Vácuo, cujo valor é dado por  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

Ainda sobre eletricidade, a energia elétrica envolvida entre duas cargas é calculada por uma expressão muito parecida com a Lei de Coulomb.

$$E = -\frac{Kq_1q_2}{r}$$

Como o elétron desenvolve trajetória circular, ele está sujeito a uma força resultante centrípeta.



A força centrípeta é a força resultante que é perpendicular à velocidade do corpo. Ela altera somente a direção, mas não a intensidade do vetor velocidade. Ela depende da velocidade linear do corpo e do raio de sua trajetória.

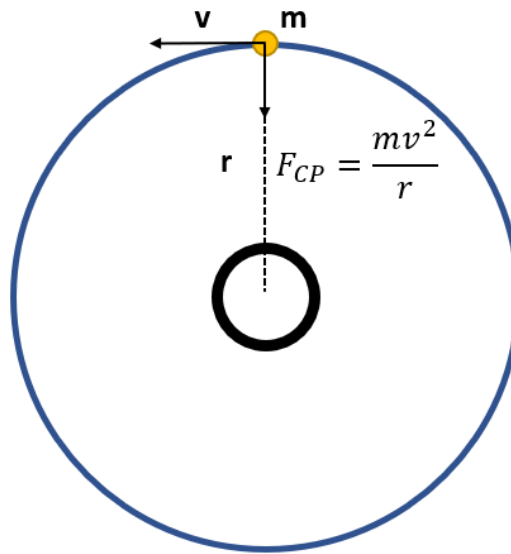


Figura 42: Força Centrípeta.

A força resultante centrípeta não é uma força nova, mas sim um papel a desempenhar por alguma força conhecida. No caso do sistema próton-elétron, a própria força elétrica de atração entre próton e elétron desempenha esse papel.

Por fim, como o elétron está em movimento, além da energia elétrica, ele terá a energia mecânica, que é calculada pela expressão:

$$E_{MEC} = \frac{mv^2}{2}$$

Sendo assim, vamos resumir as equações aprendidas na seguinte tabela:

Variável	Expressão
<b>Força Elétrica (Lei de Coulomb)</b>	$F_{elétrica} = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$
<b>Energia Elétrica</b>	$E_{elétrica} = -\frac{Kq_1q_2}{r}$
<b>Força Centrípeta</b>	$F_{CP} = \frac{mv^2}{r^2}$
<b>Energia Cinética</b>	$E_{CIN} = \frac{mv^2}{2}$



### 4.3.2. RAIOS DAS ÓRBITAS

Antes de começar a dedução, você precisa ter em mente algumas constantes da natureza que serão empregadas nessa seção e cujo valor é conhecido e tabelado.

Constante	Símbolo e Valor
<b>Constante de Planck</b>	$h = 6,602.10^{-34} J.s$
<b>Constante Eletrostática do Vácuo</b>	$K = 9.10^9 N.m^2.s^{-2}$
<b>Carga Elétrica Fundamental</b>	$e = 1,602.10^{-19} C$
<b>Massa do Elétron</b>	$m_e = 9,1.10^{-31} kg$

Essas constantes aparecerão em muito em nossas questões. Por isso, não espere o ITA fornecer estes dados na prova, já memorize eles.

Como a força centrípeta é representada pela força elétrica de atração entre próton e elétron, podemos escrever:

$$F_{elétrica} = F_{cp}$$

$$K \frac{q_1 q_2}{r_n^2} = \frac{m_e v^2}{r_n} \quad (I)$$

Na equação acima, utilizamos a notação  $m_e$  para lembrar que estamos falando da massa do elétron, que é conhecida. Além disso, já sabemos as cargas das partículas. A carga  $q_1 = Ze$ , que é a carga do núcleo, e a carga  $q_2 = e$ , que é a carga do elétron.

Trabalhando a equação (I), temos o seguinte resultado.

$$K \frac{(Ze)e}{r_n^2} = \frac{m_e v^2}{r_n}$$

$$\frac{KZe^2}{r_n^2} = \frac{m_e v^2}{r_n}$$

Fazendo o meio pelos extremos, temos:

$$\therefore KZe^2 r_n = m_e v^2 r_n^2$$

Podemos cortar o  $r_n$  dos dois lados.

$$KZe^2 = m_e v^2 r_n$$

Agora, isolando o  $r_n$ , temos:

$$\therefore r_n = \left( \frac{Ke^2}{m_e} \right) \cdot Z \cdot \frac{1}{v^2} \quad (II)$$

É importante destacar a organização que fizemos na equação (II).



$$r_n = \underbrace{\left(\frac{Ke^2}{m_e}\right)}_{\text{Constantes}} \cdot \underbrace{Z}_{\text{Número Atômico}} \cdot \underbrace{\frac{1}{v^2}}_{\text{Incógnita}}$$

Na equação (II), temos o raio de cada órbita em função de um produto de várias constantes conhecidas, do número atômico do elemento e da velocidade do elétron, que também é uma incógnita.

Desejamos calcular o raio da trajetória ( $r_n$ ), mas também desconhecemos a velocidade do elétron ( $v$ ). Portanto, precisamos de outra equação que nos permita calcular essa velocidade desconhecida. Podemos, para isso, aplicar os postulados de Bohr sobre o momento angular do elétron.

$$L = m_e v r_n = \frac{nh}{2\pi}$$

Podemos extrair a velocidade dessa equação.

$$v = \frac{nh}{2\pi m_e r_n} \quad (III)$$

Aplicando a equação (III) na equação (II), temos:

$$r_n = \left(\frac{Ke^2}{m_e}\right) \cdot Z \cdot \frac{1}{v^2} = \left(\frac{Ke^2}{m_e}\right) \cdot Z \cdot \left(\frac{2\pi m_e r_n}{nh}\right)^2$$

**Substituindo a velocidade**

A equação acima parece complicada, mas, na verdade, a imensa maioria dos termos ali presentes são constantes conhecidas.

$$r_n = \left(\frac{Ke^2}{m_e}\right) \cdot Z \cdot \left(\frac{2\pi m_e r_n}{nh}\right)^2 = \left(\frac{Ke^2}{m_e}\right) \cdot Z \cdot \left(\frac{4\pi^2 m_e^2 r_n^2}{n^2 h^2}\right)$$

Vamos organizar essa equação separando as constantes, o número atômico e o nível de energia.

$$r_n = \left(\frac{Ke^2}{m_e}\right) \cdot \left(\frac{4\pi^2 m_e^2}{h^2}\right) \cdot Z \cdot \frac{1}{n^2} \cdot r_n^2$$

Entenda cada termo a que chegamos até o momento.

$$r_n = \underbrace{\left(\frac{Ke^2}{m_e}\right) \cdot \left(\frac{4\pi^2 m_e^2}{h^2}\right)}_{\text{Constantes}} \cdot \underbrace{Z}_{\text{Número Atômico}} \cdot \underbrace{\frac{1}{n^2}}_{\text{Nível de Energia}} \cdot \underbrace{r_n^2}_{\text{Termo a ser cortado}}$$

Agora, podemos, fazer as contas, começando pela simplificação do termo  $r_n$ .





$$\frac{1}{r_n} = \left( \frac{Ke^2}{m_e} \cdot \frac{4\pi^2 m_e^2}{h^2} \right) \cdot Z \cdot \frac{1}{n^2} = \left( \frac{4\pi^2 K m_e e^2}{h^2} \right) \cdot Z \cdot 1/n^2$$

Agora, podemos inverter os termos

$$r_n = \underbrace{\left( \frac{h^2}{4\pi^2 K m_e e^2} \right)}_{\text{Constantes}} \cdot \underbrace{\frac{1}{Z}}_{\text{Número}} \cdot \underbrace{n^2}_{\text{Nível de Energia}}$$

A expressão encontrada faz bastante sentido, porque:

- Quanto maior o número atômico do elemento, mais prótons existem atraindo um único elétron. Sendo assim, é de se esperar realmente que o raio atômico diminua;
- Quanto maior o nível de energia, mais excitado está o elétron, portanto, é de se esperar realmente que ele esteja mais distante do núcleo.

Sendo assim, podemos calcular uma constante muito importante que é o raio de Bohr, que corresponde ao raio da primeira órbita do hidrogênio. Para isso, devemos substituir  $Z = 1$ , pois é o número atômico do hidrogênio, e  $n = 1$ , pois estamos falando da primeira órbita.

A notação usual do raio de Bohr é  $a_0$ , por isso, adotaremos nesse material. Porém, eu não gosto dessa notação, porque o raio de Bohr deveria ser  $r_1$ , em alusão ao primeiro nível de energia do hidrogênio. Porém, usaremos a notação mais conhecida internacionalmente para essa constante.

$$a_0 = r_1 = \left[ \frac{(6,626 \cdot 10^{-34})^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2} \right] \cdot \frac{1}{1} \cdot 1^2$$

$$a_0 = \left[ \frac{(6,626)^2}{4 \cdot (3,1415)^2 \cdot 9,1 \cdot (1,6)^2} \right] \cdot 10^{-2 \cdot 34 - 9 + 31 + 2 \cdot 19} = (0,0053) \cdot 10^{-8}$$

$$\therefore a_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} m = 53 \text{ pm}$$

Dessa maneira, o raio da primeira órbita no átomo de hidrogênio é de aproximadamente 53 pm. Considero desnecessário decorar esse valor. Podemos, ainda, trabalhar um pouco mais a expressão do raio da orbital em um determinado nível de energia.

$$r_n = a_0 \cdot \frac{1}{Z} \cdot n^2 \quad (IV)$$

$$r_n = \text{raio de Bohr} \cdot \text{inverso do número atômico} \cdot \text{nível de energia}^2$$

### 4.3.3. ENERGIA DOS NÍVEIS

O elétron possui dois tipos de energia: cinética, pois está em movimento, e elétrica, pois interage com o próton. Como já havíamos visto na seção anterior, a energia do nível  $n$  ( $E_n$ ) depende do raio da órbita desse nível ( $r_n$ ).

$$E_n = E_{\text{elétrica}} + E_{\text{cinética}}$$



$$E_n = -\frac{Kq_1q_2}{r_n^2} + \frac{m_e v^2}{2}$$

Podemos substituir os valores das cargas do núcleo  $q_1 = Z \cdot e$  e do elétron  $q_2 = e$ .

$$E_n = -\frac{KZe \cdot e}{r_n^2} + \frac{m_e v^2}{2} = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{KZe^2}{r_n}$$

$$E_n = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{KZe^2}{r_n} \quad (V)$$

Também podemos substituir a expressão encontrada para o raio da órbita na equação (IV) e da velocidade na equação (III).

$$v = \frac{nh}{2\pi m_e r_n} \quad (III)$$

$$r_n = a_0 \cdot \frac{1}{Z} \cdot n^2 \quad (IV)$$

Na equação (III), podemos substituir a equação (IV) encontrada para o raio da órbita:

$$v = \frac{nh}{2\pi m_e r_n} = \frac{nh}{2\pi m_e a_0 \cdot \frac{1}{Z} \cdot n^2} = \frac{h}{2\pi m_e a_0} \cdot Z \cdot \frac{1}{n} = \frac{h}{2\pi m_e} \cdot \frac{1}{a_0} \cdot Z \cdot \frac{1}{n}$$

Nesse caso, também é conveniente substituir a expressão encontrada para o raio de Bohr ( $a_0$ ):

$$a_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 \cdot K \cdot m_e e^2} \therefore \frac{1}{a_0} = \frac{4\pi^2 K m_e e^2}{h^2}$$

Agora, vamos substituir na equação da velocidade (equação III).

$$v = \frac{h}{2\pi m_e} \cdot \frac{1}{a_0} \cdot Z \cdot \frac{1}{n} = \frac{h}{2\pi m_e} \cdot \frac{4\pi^2 K m_e e^2}{h^2} \cdot Z \cdot \frac{1}{n}$$

$$v = \frac{2\pi K e^2}{h} \cdot Z \cdot \frac{1}{n} \quad (VI)$$

Fazendo a mesma substituição para o raio da órbita (equação IV), temos:

$$r_n = a_0 \cdot \frac{1}{Z} \cdot n^2 = \frac{h^2}{4\pi^2 K m_e e^2} \cdot \frac{1}{Z} \cdot n^2$$

Vamos inverter tudo, pois sabemos que vamos precisar do inverso de  $r_n$  na equação (V).

$$\therefore \frac{1}{r_n} = \frac{4\pi^2 K m_e e^2}{h^2} \cdot Z \cdot \frac{1}{n^2} \quad (VII)$$

Substituindo (VI) e (VII) em (V), temos:



$$E_n = \frac{m_e v^2}{2} - KZe^2 \cdot \frac{1}{r_n} = \frac{m_e}{2} \left( \frac{2\pi K e^2}{h} \cdot Z \cdot \frac{1}{n} \right)^2 - KZe^2 \cdot \left( \frac{4\pi^2 K m_e e^2}{h^2} \cdot Z \cdot \frac{1}{n^2} \right)$$

Fazendo as contas pacientemente. Lembre-se que temos muitas constantes envolvidas.

$$E_n = \frac{m_e}{2} \left( \frac{4\pi^2 K^2 e^4}{h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} \right) - KZe^2 \left( \frac{4\pi^2 K m_e e^2}{h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} \right)$$

É interessante reparar que os dois termos que estão sendo subtraídos possuem muitos elementos em comum. Vamos organizá-los.

$$E_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi^2 K^2 m_e e^4}{h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} - \frac{4\pi^2 K^2 m_e e^4}{h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$\therefore E_n = \frac{4\pi^2 K^2 m_e e^4}{h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} \left[ \frac{1}{2} - 1 \right] = \frac{4\pi^2 K^2 m_e e^4}{h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} \left[ -\frac{1}{2} \right]$$

Portanto, finalmente, chegamos à expressão da energia do nível.

$$E_n = -\frac{2\pi^2 K^2 m_e e^4}{h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

Mais uma vez, temos muitas constantes envolvidas no cálculo.

$$E_n = -\frac{2\pi^2 K^2 m_e e^4}{h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (VIII)$$

└───┬───┬───┘  
Constantes Número Atômico Nível de Energia

Podemos fazer as contas obter os níveis de energia no átomo de hidrogênio ( $Z = 1$ ). Para isso, vamos substituir os valores conhecidos das constantes e chegaremos à conclusão que a energia do nível  $n$  é dada por:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 \cdot (9 \cdot 10^9)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19})^4}{(6,626 \cdot 10^{-34})^2} \cdot 1^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$E_n = -\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot 9^2 \cdot 9,1 \cdot (1,602)^4}{(6,626)^2} \cdot 10^{2 \cdot 9 - 31 - 4 \cdot 19 + 2 \cdot 34} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$E_n = -2182 \cdot 10^{18 - 31 - 76 + 68} \cdot \frac{1}{n^2} = -2182 \cdot 10^{-21} \cdot \frac{1}{n^2}$$

Podemos converter a energia calculada para eV (elétron-volt) dividindo pela carga elétrica fundamental.



$$E_n = -\frac{2182 \cdot 10^{-21}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \cdot \frac{1}{n^2} = -1361 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1}{n^2} = -13,61 \cdot \frac{1}{n^2} [eV]$$

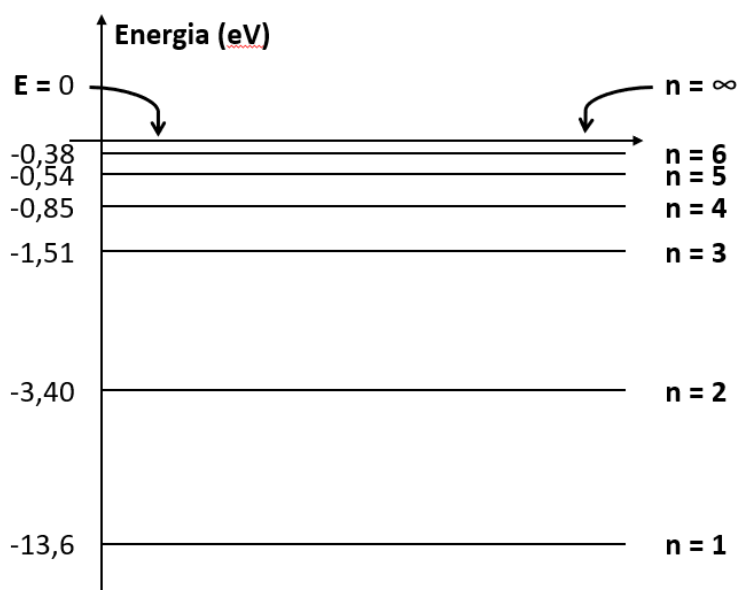
$$E_n = -13,61 \cdot \frac{1}{n^2} [eV] \quad (IX)$$

Podemos, então, aplicar a equação (IX) para calcular as energias dos diversos níveis do átomo de hidrogênio.

**Tabela 1: Níveis de Energia do Hidrogênio**

Nível de Energia	Energia do Nível (eV) $E_n = -13,6 \cdot \frac{1}{n^2}$	Nível de Energia	Energia do Nível (eV) $E_n = -13,6 \cdot \frac{1}{n^2}$
1	-13,61	7	-0,28
2	-3,40	8	-0,21
3	-1,51	9	-0,17
4	-0,85	10	-0,14
5	-0,54	11	-0,11
6	-0,38	12	-0,09

Com base na Tabela 1, podemos construir a Figura 43 que ilustra os níveis de energia desse átomo.



*Figura 43: Níveis de Energia no Átomo de Hidrogênio.*

Na Figura 43, incluímos o nível infinito de energia. Esse nível corresponde à situação de ionização. Ionizar um átomo consiste em retirar o seu elétron. Retirar na Química significa afastar o elétron do núcleo, de modo a neutralizar a força de atração elétron-núcleo. Quando o elétron está a uma



distância muito grande do núcleo, a sua energia se anula, porque não existe mais interação elétrica. Portanto, a ionização acontece quando a energia do elétron é levada a zero.

Idealmente, a atração entre o elétron e o próton somente se anula quando eles estão a uma distância infinita um do outro.

Porém, o infinito não existe. No entanto, podemos ver que a energia dos níveis rapidamente tende a zero. Já no nível 12, tem-se uma energia de menos de 1% da energia do nível fundamental.

No nível 12, a distância entre próton e elétron é igual a 144 vezes o raio de Bohr – lembre-se que o raio do nível de energia é proporcional a  $n^2$ . O raio do nível 12 é, portanto, de apenas 7,6 nm e a essa distância, praticamente não existe interação entre próton e elétron.

Na Química, uma distância de poucos nanômetros já pode ser considerada infinitamente grande.

De qualquer modo, sempre que falarmos em ionização, considere que estamos levando o elétron ao nível infinito, em que sua energia se iguala a zero.

Com base nisso, podemos calcular a energia de ionização do átomo de hidrogênio.

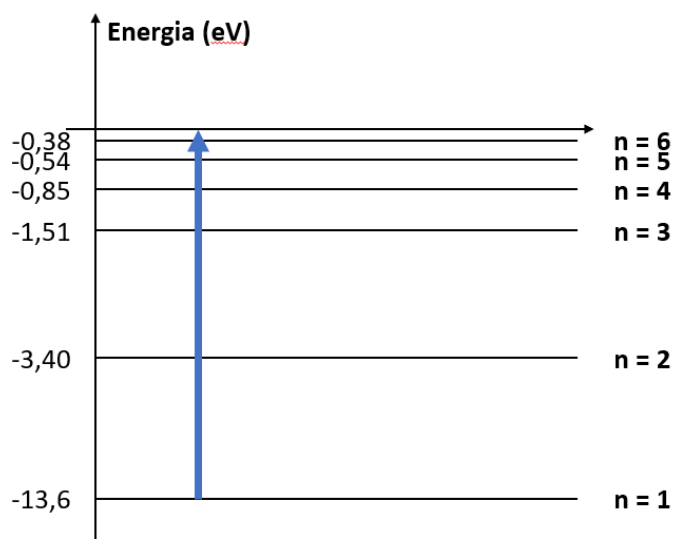


Figura 44: Energia de Ionização do Átomo de Hidrogênio.

A energia de ionização do átomo de hidrogênio é a energia necessária para levar o elétron do estado fundamental ( $n = 1$ ) para o infinito. Pode ser calculada como a diferença de energia entre esses dois níveis, como ilustrado na Figura 44.

$$EI = E_{final} - E_{inicial} = E_{\infty} - E_1 = 0 - (-13,6) = 13,6 \text{ eV}$$

E o resultado encontrado é incrível. A despeito de todas as arbitrariedades e imperfeições do Modelo Atômico de Bohr, ele calcula muito bem a energia de ionização do átomo de hidrogênio. O valor conhecido experimentalmente é muito próximo: 13,56 eV.

Esse resultado foi extremamente importante para a Química, pois foi a primeira vez que uma propriedade atômica pode ser calculada previamente com tanta precisão. O Modelo Atômico de Bohr, portanto, foi capaz de explicar bem as propriedades do átomo de hidrogênio.



### 4.3.4. EQUAÇÃO DE RYDBERG

Considere uma transição eletrônica, ou seja, um elétron passa de um nível energia inicial  $n_1$  e atinge um nível de energia final  $n_2$ .

O objetivo da Equação de Rydberg é calcular o comprimento de onda do fóton associado a essa transição.

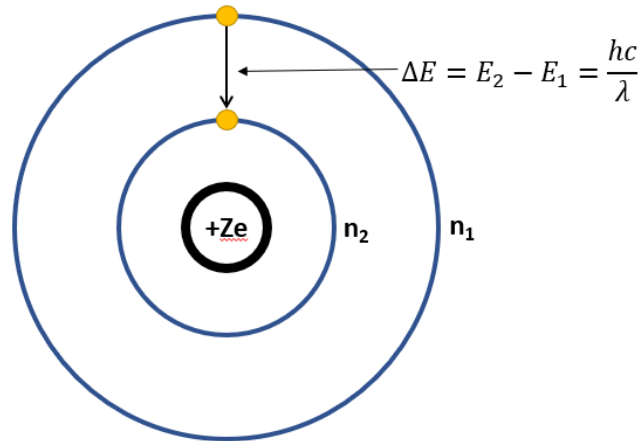


Figura 45: Transição Eletrônica no Modelo Atômico de Bohr.

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{hc}{\lambda} \quad (V)$$

As energias dos níveis  $n_1$  e  $n_2$  podem ser calculadas pela expressão previamente encontrada na equação (IV).

$$E_{n_1} = -\frac{Ke^2}{a_0} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n_1^2}$$

$$E_{n_2} = -\frac{Ke^2}{a_0} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n_2^2}$$

Agora, podemos substituir na equação (V).

$$\frac{hc}{\lambda} = E_2 - E_1 = -\frac{K}{a_0} e^2 \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n_2^2} + \frac{K}{a_0} e^2 \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n_1^2}$$

Colocando em parênteses o termo do lado direito, temos:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{K}{a_0} e^2 \cdot Z^2 \cdot \left[ \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right]$$

Podemos extrair o inverso do comprimento de onda passando o termo "hc" para o outro lado da equação.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{Ke^2Z^2}{a_0hc} \cdot e^2 \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

**R:** Constante De Rydberg    **Número Atômico**    **Nível de Energia**





Mais uma vez, temos um produto de várias constantes conhecidas. Podemos agrupar todas essas constantes em uma única conhecida como Constante de Rydberg.

Além dessa constante, o comprimento de onda depende do número atômico ( $Z^2$ ) do elemento e dos níveis de energia envolvidos na transição.

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

A Constante de Rydberg é considerada uma das constantes mais bem definidas da natureza. Seu valor numérico costuma aparecer em provas de várias formas. Não é preciso decorar seus valores, mas é preciso saber para que serve essa constante.

$$R = 1,097 \cdot 10^7 m^{-1}$$

$$R^{-1} = 91,1 \text{ nm}$$

Uma forma muito interessante que a constante de Rydberg costuma ser fornecida é a sua versão em energia. Para isso, basta utilizar a Equação de Planck.

$$E = hc \cdot \frac{1}{\lambda} = hc \cdot R \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = Rhc \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$E = \underbrace{Rhc}_{\text{Constante de Rydberg}} \cdot \underbrace{Z^2}_{\text{Número Atômico}} \cdot \underbrace{\left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)}_{\text{Níveis de Energia}}, \text{ em que } Rhc = 13,6 \text{ eV}$$

Dessa forma, é interessante você estar preparado para os valores que são habitualmente fornecidos para a Constante de Rydberg. Você não precisa decorá-los, apenas ter uma noção de quando eles são utilizados.

*Tabela 2: Alguns Valores Numéricos da Constante de Rydberg*

Situação	Equação
Constante de Rydberg Pura	$R = 1,097 \cdot 10^7 m^{-1}$
Cálculo de Comprimento de Onda	$R^{-1} = 91,1 \text{ nm}$
Cálculo de Energia de Transição Eletrônica	$Rhc = 13,6 \text{ eV}$

### 4.3.5. ESPECTRO DO HIDROGÊNIO

O espectro de emissão do átomo de hidrogênio foi uma das principais inspirações para o Modelo Atômico de Bohr.

Agora, já podemos calcular todos os comprimentos de onda associados a transições eletrônicas no átomo de hidrogênio (cujo número atômico é  $Z = 1$ ).



O espectro do hidrogênio é obtido quando os átomos são submetidos a uma descarga de energia. Esses átomos vão absorver várias frequências de onda e excitar seus elétrons. Quando os elétrons retornam a níveis mais baixos de energia, eles emitem radiações, cujos comprimentos de onda podem ser detectados.

Para facilitar a determinação do espectro, costuma-se dividi-lo em várias séries espectrais. Uma série diz respeito a todas as transições eletrônicas envolvendo um determinado nível final  $n_2$ .

$n_2$	Série
1	Lyman
2	Balmer
3	Paschen
4	Brackett
5	Pfund

Dessa forma, a Série de Lyman corresponde ao conjunto de transições eletrônicas que se encerram no nível fundamental. A Série de Balmer corresponde ao conjunto de transições que se encerram no segundo nível. E, assim, por diante.

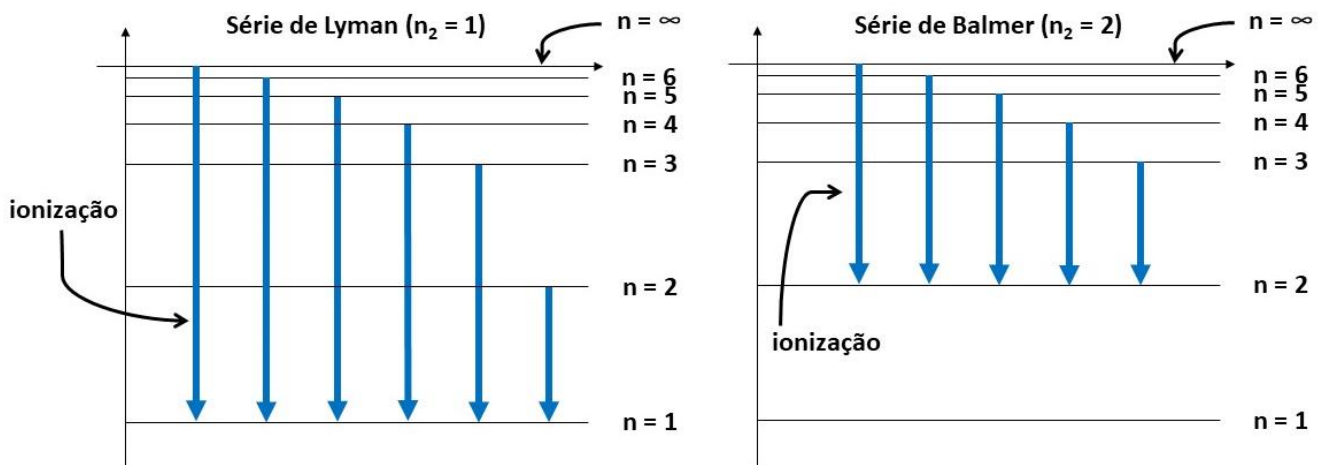


Figura 46: Séries Espectrais de Lyman e Balmer.

Vamos começar calculando os valores da Série de Lyman.

Considerando as transições que terminam no estado fundamental, ou seja,  $n_2 = 1$ , podemos escrever que os comprimentos de onda associados são calculados pela Equação de Rydberg, em que  $Z = 1$ , pois estamos falando átomo de hidrogênio.

$$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 1}} = R \cdot Z^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

Podemos inverter a expressão encontrada e chegamos a:



$$\therefore \lambda_{n \rightarrow 1} = \frac{R^{-1}}{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{91,1 \text{ nm}}{1 - \frac{1}{n^2}}$$

Agora, façamos as contas para os diversos níveis de energia. Não recomendo que você faça essas contas à mão, pois seria muito desperdício de tempo na sua preparação. É pouco provável que você seja convidado a montar o espectro do hidrogênio ou de outro elemento na sua prova.

Aqui, é mais importante você compreender em linhas gerais como funciona o espectro do hidrogênio.

$$\lambda_{2 \rightarrow 1} = \frac{91,1}{1 - \frac{1}{2^2}} = \frac{91,1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{91,1}{3/4} = \frac{91,1 \cdot 4}{3} = 121,5 \text{ nm}$$

$$\lambda_{3 \rightarrow 1} = \frac{91,1}{1 - \frac{1}{3^2}} = \frac{91,1}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{91,1}{8/9} = \frac{91,1 \cdot 9}{8} = 102,5 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\infty \rightarrow 1} = \frac{91,1}{1 - 0} = \frac{91,1}{1} = 91,1 \text{ nm}$$

Essa primeira série é conhecida como Série de Lyman e envolve todas as transições com o primeiro nível de energia. Observe que todos os comprimentos de onda se encontram abaixo de 400 nm, portanto, encontram-se no ultra-violeta (UV).

Para a Série de Balmer, temos:

$$\therefore \lambda_{n \rightarrow 2} = \frac{R^{-1}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}} = \frac{91,1 \text{ nm}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}}$$

Agora, façamos as contas para os diversos níveis de energia.

$$\lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{91,1}{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}} = \frac{91,1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}} = \frac{91,1}{\frac{9-4}{36}} = \frac{91,1}{\frac{5}{36}} = \frac{91,1 \cdot 36}{5} = 656 \text{ nm}$$

$$\lambda_{4 \rightarrow 2} = \frac{91,1}{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}} = \frac{91,1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{16}} = \frac{91,1}{\frac{16-4}{64}} = \frac{91,1}{\frac{12}{64}} = \frac{91,1 \cdot 64}{12} = 486 \text{ nm}$$

$$\lambda_{5 \rightarrow 2} = \frac{91,1}{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}} = \frac{91,1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{25}} = \frac{91,1}{\frac{25-4}{100}} = \frac{91,1}{\frac{21}{100}} = \frac{91,1 \cdot 100}{21} = 434 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\infty \rightarrow 2} = \frac{91,1}{\frac{1}{4} - 0} = 91,1 \cdot 4 = 364 \text{ nm}$$

Fazendo as mesmas contas para a Série de Paschen, montamos a tabela. Só para você recordar a conta que estamos fazendo é:

$$\lambda_{n_2 \rightarrow n_1} = \frac{R^{-1}}{Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)} = \frac{91,1}{\left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)}$$



Para treinar um pouco com a Equação de Rydberg, sugiro que você tente montar essa mesma tabela no Excel. Não recomendo fazer à mão, pois seria muito trabalho mecânico desnecessário.

*Tabela 3: Previsão Teórica para as Primeiras Séries do Espectro do Hidrogênio*

Nível de Origem do Elétron ( $n_2$ )	Série de Lyman ( $n_2 = 1$ )	Série de Balmer ( $n_2 = 2$ )	Série de Paschen ( $n_2 = 3$ )
2	121,5		
3	102,5	655,9	
4	97,2	485,9	1874,1
5	94,9	433,8	1281,1
6	93,7	410,0	1093,2
7	93,0	396,8	1004,4
8	92,5	388,7	954,1
9	92,2	383,3	922,4
10	92,0	379,6	901,0
11	91,9	376,9	885,8
12	91,7	374,8	874,6
Ionização ( $\infty$ )	91,1	364,4	819,9
	Ultravioleta	Parte Visível	Infravermelho

É interessante observar que as faixas visíveis calculadas para a emissão do hidrogênio, que foram destacadas na Tabela 3, são muito próximas dos valores obtidos experimentalmente que já haviam sido trazidos na Figura 34. Essa figura foi repetida a seguir para que você compare os valores obtidos experimentalmente com os valores obtidos teoricamente pelo Modelo Atômico de Bohr.

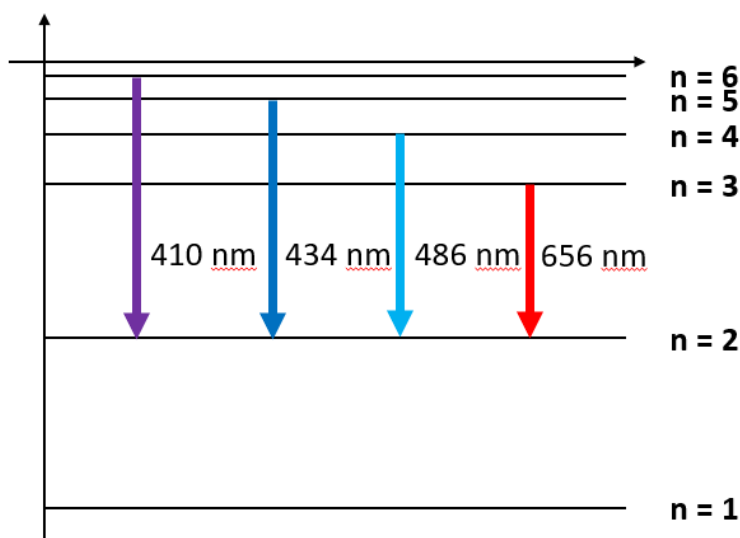


Figura 47: Espectro de emissão do hidrogênio.



## 19. COMPRIMENTO DE ONDA DE DE BROGLIE

A explicação proposta por Einstein para o Efeito Fotoelétrico sugeria que a luz apresentava um comportamento dual.

A natureza ondulatória da luz havia sido explicada pelo físico James Clerk Maxwell que, por meio das Equações de Maxwell, foi capaz de equacionar a propagação das ondas eletromagnéticas. Seu modelo é extremamente importante e é uma das bases das linhas de transmissão, cujas aplicações são inúmeras, como nas antenas, estações de rádio e internet.

A Explicação de Einstein, porém, indicava que a luz apresentava feixes de energia, denominados fótons. Um fóton ultravioleta possui mais energia que um fóton azul que possui mais energia que um fóton vermelho. Assim, o fóton mais energético, ao colidir com um elétron, pode transferir-lhe mais energia e arrancá-lo do átomo.

Trata-se, portanto, de uma interpretação corpuscular para a luz. Ou seja, a luz não é somente uma onda, mas também é formada por partículas.

Influenciou outros pesquisadores a buscar evidência de que a matéria também poderia apresentar esse tipo de comportamento dual. Em 1924, o físico Louis de Broglie, em sua tese de PhD, formulou a hipótese de que toda matéria apresenta características tanto ondulatórias como corpusculares comportando-se de um modo ou de outro dependendo do experimento específico.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

Uma importante evidência experimental para a tese de De Broglie foi o experimento da dupla fenda de Young. Nesse experimento, Young confirmou a difração (fenômeno ondulatório) de elétrons.



A Equação de de Broglie pode ser aplicada a qualquer matéria. No entanto, como o valor da constante de Planck ( $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ) é muito pequeno, os corpos macroscópicos apresentariam um comprimento de onda tão pequeno que nada na natureza seria equivalente. Por exemplo, o comprimento de onda de um ser humano de 80 kg correndo a 20 km/h seria:

$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{80 \cdot 20 \cdot 3,6} = 1,1 \cdot 10^{-37} \text{ m}$$

Portanto, não existe nada do mundo macroscópico que seria próximo desse comprimento de onda. Por isso, o comportamento ondulatório do corpo humano seria muito difícil de se notar.

Porém, no caso de um elétron, que possui massa muito pequena, é mais fácil de se notar o comportamento ondulatório.

No caso do átomo de hidrogênio, a velocidade do elétron é calculada pela expressão:

$$v = \frac{n \cdot h}{2\pi \cdot m_e \cdot r_n}$$

Portanto, podemos calcular o seu comprimento de onda:

$$\frac{m_e \cdot v}{h} = \frac{n}{2\pi \cdot r_n} \therefore \lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} = \frac{2\pi \cdot r_n}{n}$$

Considerando o elétron no primeiro nível de energia, temos:

$$\lambda = \frac{2\pi \cdot 53 \text{ pm}}{1} \cong 333 \text{ pm}$$

Sendo assim, o comprimento de onda associado ao elétron do primeiro nível de energia do átomo de hidrogênio é de 333 pm. Esse valor é de ordem de grandeza muito próxima dos principais fenômenos eletrônicos, como o comprimento de ligação e até mesmo o próprio raio atômico.

É por isso que o comportamento ondulatório dos elétrons é muito mais fácil de ser percebido.

#### CURIOSIDADE



O livro *Alice no País do Quanta*, de Robert Gilmore, imagina um universo em que a Constante de Planck fosse grande, em vez de muito pequena. Sendo assim, o caráter ondulatório da matéria seria sentindo em corpos tão macroscópicos quanto o ser humano.

Um exemplo de como o valor da Constante de Planck influencia na vida prática é que, se ela fosse muito grande, o corpo humano poderia experimentar fenômenos, como difração ou reflexão. Por exemplo, ao sair de uma sala mais quente para uma sala mais fria, você poderia ser refletido exatamente na fronteira dos dois ambientes – no caso, uma porta.





## 20. PRINCÍPIO DA INCERTEZA DE HEISENBERG

Há muito já se sabia que era impossível observar um sistema físico sem alterá-lo. Por exemplo, um termômetro mede a temperatura de um corpo, porque entra em equilíbrio térmico com ele, retirando calor do corpo ou cedendo a ele.

No entanto, um termômetro clínico consegue medir bem a temperatura do corpo humano, porque o corpo humano é muito maior que o termômetro. Sendo assim, o calor que o corpo humano perde (ou ganha) é desprezível, de modo que sua temperatura não é significativamente alterada pelo termômetro. Assim, o termômetro realmente consegue uma medida efetiva da temperatura do corpo humano.

Agora pense: seria possível medir a temperatura de um inseto com um termômetro humano?





*Figura 48: É impossível medir a temperatura de um mosquito com um termômetro*

Nesse caso, o termômetro é do mesmo tamanho (ou maior) que o inseto. Por isso, a quantidade de calor envolvida até os dois atingirem o equilíbrio térmico seria muito grande para o inseto. Por causa disso, um termômetro humano não pode medir a temperatura de um inseto sem alterá-la significativamente.

Mas, então, como medir a temperatura do inseto? Nesse caso, poderíamos construir um termômetro muito pequeno, de modo que fosse de tamanho desprezível em relação ao inseto.

Mas, e se quisermos observar um elétron com um microscópio?

Um microscópio eletrônico emite fótons de luz. Porém, a energia desses fótons é de ordem de grandeza próxima à ordem de grandeza de energia dos elétrons que se deseja observar.

Por conta disso, qualquer microscópio eletrônico afetará sensivelmente os elétrons, de modo que não conseguirá observá-lo adequadamente.

Nenhum microscópio será capaz de determinar simultaneamente a velocidade e a posição dos elétrons de um átomo.

Todas as vezes que o microscópio tenta captar perfeitamente a posição de um elétron, seus fótons de luz se chocam com a partícula, provocando alterações na sua energia cinética. Dessa forma, o microscópio que capta muito bem a posição de um elétron provoca alterações na sua velocidade.

Analogamente, quanto melhor um microscópio mede a velocidade de um elétron, mais incerteza ele terá na sua posição. Assim, podemos delinear o famoso Princípio da Incerteza de Heisenberg.



### Princípio da Incerteza de Heisenberg

**É impossível medir a posição e a velocidade de um elétron simultaneamente com precisão. Quanto melhor se conhece a posição de um elétron, menos é possível ter certeza sobre sua velocidade. Quanto melhor se conhece a velocidade de um elétron, menos é possível ter certeza sobre sua posição.**

**Sendo  $\Delta x$  a incerteza da posição e  $\Delta v$  a incerteza da velocidade de um elétron, Heisenberg estabeleceu a seguinte desigualdade:**

$$m \cdot \Delta x \cdot \Delta v_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$m \cdot \Delta y \cdot \Delta v_y \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$m \cdot \Delta z \cdot \Delta v_z \geq \frac{h}{4\pi}$$



**Mais uma vez, o fato de a massa do elétron ser pequena favorece os efeitos do Princípio da Incerteza. A massa do elétron ( $m = 9,1 \cdot 10^{-34} \text{kg}$ ) é comparável à Constante de Planck, por isso os valores das incertezas podem ser bastante significativos.**

---

Você poderia pensar na seguinte proposta: se eu medisse  $p_x = m \cdot \Delta v_x$  com grande precisão e, mais tarde, medisse  $\Delta x$  também com grande precisão, poderia encontrar o elétron com grande precisão? A resposta é não. O erro nesse raciocínio é pensar que a primeira medida tenha revelado um valor muito preciso de  $p_x$ , sem achar que ela necessariamente altera o valor de  $\Delta x$ . Na realidade, depois de medir o valor de  $p_x$  com grande precisão, o novo valor de  $\Delta x$  é praticamente desconhecido.



## Considerações finais

Querido aluno(a),

Se as dúvidas persistirem, não se esqueça de acessar o Fórum de Dúvidas! Responderei suas dúvidas o mais rápido possível!



Você também pode me encontrar nas redes sociais! 😊

Conte comigo,  
Vinícius Fulconi



@viniciusfulconi



vinicius.fulconi