

VESTIBULARES
2021



Sumário

Apresentação	3
Instruções Gerais	3
Análise da aula	4
<i>Essa Disciplina no Vestibular</i>	4
<i>Roteiro da Aula</i>	4
<i>Questões da Aula Separadas por Nível</i>	6
Bizus	7



Apresentação



Olá, caros alunos!

Sejam bem-vindos à Trilha Estratégica, nosso Bizuário, para as provas do ITA!

Antes de darmos início, vou me apresentar:

Meu nome é Bruno Henrique Almeida da Cunha, sou aluno do ITA, aprovado na AFA, no IME e no ITA por dois anos consecutivos (2018 e 2019).

SOBRE O BIZUÁRIO: Trata-se de uma instrução sobre como otimizar o seu estudo nas disciplinas. Sabemos que, durante a preparação para o ITA, é comum o aluno se deparar com inúmeras listas com muitos exercícios e materiais enormes também. Nesse sentido, esse material foi feito no intuito de instruir o aluno a seguir um caminho mais otimizado para conseguir o conhecimento que ele precisa e acertar as questões da prova. Aqui usarei da minha experiência nos vestibulares ITA/IME, obtida com mais de 4 anos de preparação, para fazer um roteiro de aula em que você poderá acessar as suas dificuldades na matéria de forma rápida e objetiva.

Instruções Gerais

Sequências tem uma frequência de 6% na prova do ITA. Questões desse assunto caem no vestibular todo ano e não são exercícios para dar dor de cabeça no aluno ao fazer a prova, pois as questões dessa matéria no vestibular são, em sua maioria, questões de mera aplicação de fórmula! Então, é importante massificar as ideias e as relações matemáticas para mandar bem no vestibular.



Quanto à questão de como estudar o Buzuário e as aulas, lembre-se:

- para passar no ITA é preciso bastante disciplina, foco e paciência. O esperado é que o aluno estude entre 10 e 12 horas por dia, em média, principalmente no começo. Pode parecer muita coisa, até fora da realidade. Porém, considerando que o aluno tem afinidade pelas disciplinas de exatas e que ele encontre um ambiente propício para o estudo, é natural que, com o tempo, ele atinja níveis de estudo muito altos sem demandar grandes esforços para isso.
- “Sangue no olho” e “faca nos dentes” são expressões que indicam muito bem o comportamento de um vestibulando de ITA. Sabendo disso, vamos nessa!

Observação: Quando você for indicado a fazer uma questão e encontrar dificuldades, pule-a e continue a resolver outras questões. É interessante que você não olhe a resolução desse exercício logo de primeira, use as outras questões mais fáceis como subsídio para resolver as questões mais complexas. Se mesmo assim você continuar com esse problema, verifique a resolução. Seguir dessa forma irá ajudá-lo a absorver a matéria.

Análise da aula

Essa Disciplina no Vestibular

Progressões é uma matéria que não é para demandar muito tempo do seu estudo, é um assunto curto e objetivo. Sendo assim, vamos focar no pontos principais e a partir daí destrinchar possíveis detalhes importantes da teoria. Dificilmente cairá uma questão unicamente de progressões no vestibular, geralmente elas vêm misturadas com complexos, matrizes, funções, etc. Tenha em mente que as principais relações matemáticas que caem no vestibular são as de PA, PG finita e infinita e somas telescópicas. Sem mais delongas, vamos para o roteiro.

Roteiro da Aula



- ❖ Para esse começo de aula, temos os tópicos **1.1** e **1.2**, que remetem a conceitos iniciais de sequências, como lei de formação. Se você já conhecia a sequência de Fibonacci, por exemplo, pode pular a teoria desses tópicos e ir direto para a questão **02**.
- ❖ Chegando no capítulo **02**, temos as progressões aritméticas. Caso você já conheça esse tipo de sequência e saiba chegar na sua lei de formação, pular para o tópico **2.4**. Vale notar em **2.2** que sequências de termos iguais também são progressões aritméticas! Isso será importante para fazer questões objetivas lá na frente, em que ele diz que determinados termos estão em PA. Testar o caso em que a PA tem razão 0 pode te dar minutos preciosos na hora da prova! Mas lembre-se, esse tipo de coisa só vale para questões objetivas!
- ❖ Em **2.4.1** temos o fato dos termos equidistantes de uma PA terem a mesma soma. Isso é bem importante, tanto para aplicar nas questões quanto para entender a demonstração da soma de uma PA, fórmula que está todo ano na prova do ITA.
- ❖ **2.4.3**. Essa propriedade é uma das mais usadas na prova do ITA pela banca.
- ❖ Em **2.4.4** está uma forma inteligente de escrever uma PA que ajudará muito na hora de resolver os exercícios, principalmente porque eles pedem com muita frequência a soma dos termos, o que anula uma variável.
- ❖ Nas questões desse capítulo, você pode seguir a ordem de dificuldade para resolver! Se você sente facilidade na matéria, pode começar pelas médias.
- ❖ Em **2.5** temos um tópico muito interessante, que são as progressões aritméticas de ordem maior que 1. Na prática, os teoremas **2.5.2** e **2.5.3** vão ser bem utilizados para calcular somas de potências de números inteiros. Qualquer soma do tipo $\sum_{i=1}^n i^p, p \in \mathbb{N}$ pode ser calculada usando o teorema **2.5.3**!
- ❖ No capítulo **03**, entramos no assunto de progressões geométricas. Até o tópico **3.2** temos a apresentação dessa sequência e o termo geral. Se você já sente facilidade nessa matéria, já pode ir direto para as propriedades e, depois, para os exercícios. As propriedades que mais caem no vestibular são as **3.3.2**, **3.3.3**, **3.3.5** e **3.3.6**.
- ❖ Para demonstrar a propriedade **3.3.3** foi usada a notação de limite. Caso você não a conheça, não se assuste. Ela é usada para indicar o valor de uma expressão quando alguma variável



tende a algum valor determinado. Nesse caso, quando o n tende ao infinito, como o valor de q é menor que 1, q^n tende a 0.

- ❖ Em **3.3.6** temos uma forma muito boa de escrever uma PG, que é muito usada, principalmente lá na frente quando as questões envolverem as relações de Girard.
- ❖ Na seção de exercícios desse capítulo, você pode começar pelas médias. Caso tenha dificuldade, faça as fáceis primeiro.
- ❖ Capítulo **04** não é tão recorrente na prova do ITA mas já caiu no vestibular e pode cair novamente. Geralmente questões envolvendo esse tipo de progressão você consegue identificar rapidamente o padrão de PAG e resolver seguindo o método ensinado na aula. Uma vez aplicado o método, a questão se resume em calcular a soma de uma PG, que já foi visto na aula.
- ❖ Series telescópicas (capítulo **05**) podem aparecer tanto na prova do IME quanto na do ITA. É uma ideia que pode ser aplicada tanto em questões de sequências numéricas, como nas questões **21** e **22**, quanto em questões de trigonometria e complexos. É sempre importante, quando aparecer uma questão pedindo uma soma muito grande, pensar em somas telescópicas, pois elas são um dos métodos mais comuns para resolver questões desse tipo.
- ❖ Nas questões de vestibulares anteriores, aqui vai uma dica. Caso você já tenha visto essa matéria e domina o assunto, separe um tempo, sem distrações, para pegar essa lista e resolver de forma rápida. Quero dizer, pegue cada questão, leia e faça o mais rápido que você puder, como se fosse fazer na prova do ITA e depois olhe seu percentual de acertos. Faça isso com 10 questões, depois mais 10, e assim por diante. Para você que viu a matéria pela primeira vez, siga a ordem de dificuldade. Haverá outras possibilidades para treinar do modo anterior ao longo do curso.

Questões da Aula Separadas por Nível

Aqui separei as questões da aula por nível de dificuldade. Não se preocupe se você não conseguiu ou não entendeu uma questão difícil logo de primeira, a maior parte das questões de sequências que caem no ITA são fáceis e médias. Porém, no longo prazo, é importante que



você domine todas as questões da aula e as ideias que foram descritas ali, para que aprofunde seus conhecimentos na matéria e minimize, assim, as chances de cair alguma questão desse assunto que você não saiba resolver na hora da prova.

Não se preocupe caso você tenha encontrado dificuldade em alguma questão considerada fácil, pois você pode estar destreinado na matéria. Verá que, com um pouco mais de prática, você, provavelmente, vai concordar comigo!

Fáceis	Médias	Difíceis
01, 02, 03, 04, 05, 11, 12, 14, 17, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 86, 87, 88	06, 07, 08, 09, 13, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 70, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 89, 91, 93, 94, 96, 98, 100	10, 22, 73, 80, 85, 90, 92, 95, 97, 99, 101, 102

Bizus

❖ Sempre lembrar da famosa sequência de Fibonacci: $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}, \forall n \geq 2, a_1 = 1$ e $a_2 = 1$, a qual tem várias propriedades interessantes e que deixarei explicitadas algumas delas aqui.

❖ Para a sequência de Fibonacci, existe a relação:

$$F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_n^2 = F_n F_{n+1}$$

Para provar: Método de indução finita.

❖ Outra propriedade que você pode analisar sobre a sequência de Fibonacci é a divisibilidade por um número. Tente encontrar o resto da divisão de F_{2013} por 5!

Para provar: Você terá que olhar o resto da divisão por 5 de cada número da sequência de Fibonacci e anotar. Você vai anotando o resto da divisão por 5 em baixo do respectivo número



de Fibonacci e verá que em algum momento irá formar um certo padrão de repetição com os restos. A partir daí você pode encontrar o resto da divisão por 5 de qualquer número de Fibonacci.

- ❖ Séries telescópicas são muito mais frequentes na prova do IME. A ideia é, toda vez que aparecer uma soma muito grande para você calcular, suspeite que você terá que achar uma telescópica para resolver o problema.

