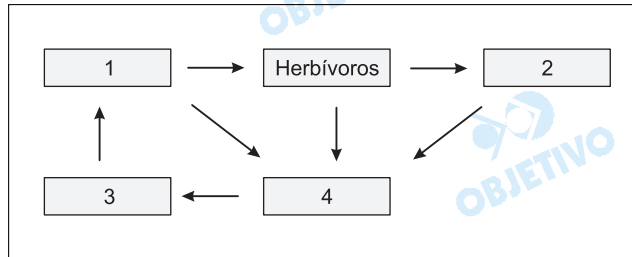


# BIOLOGIA

## BIOLOGIA

1

O esquema representa o ciclo de matéria em um ecossistema.



Os retângulos com os algarismos de 1 a 4 representam, de forma não seqüencial, os termos: decompositores; estoque de nutrientes; consumidores secundários; produtores.

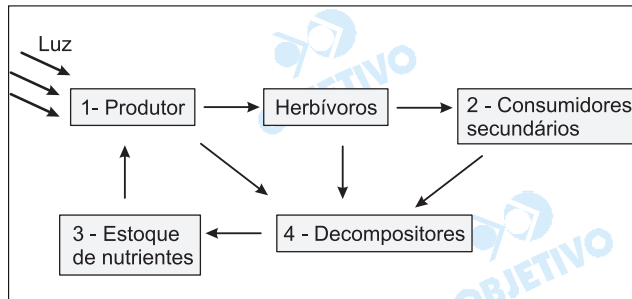
- a) Quais elementos desse ciclo estão representados nos retângulos 3 e 4, respectivamente?
- b) Se, ao invés de matéria, o esquema representasse o ciclo de energia no ecossistema, que elemento deveria ser acrescentado? Indique para qual retângulo deveria estar apontada a seta que parte desse novo elemento.

### Resolução

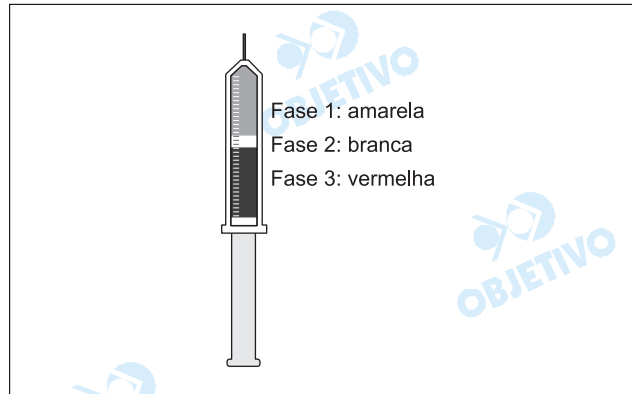
a) Nos retângulos, os elementos representados são:

1. Produtores
2. Consumidores secundários
3. Estoque de nutrientes (solo ou água)
4. Decompositores

b) O elemento a ser representado é a energia luminosa (Sol). A seta deve ser indicada para o retângulo 1, que representa os produtores. O esquema poderia ser assim completado:



Uma seringa descartável, contendo 10 mL de sangue humano recém-colhido com anticoagulante, foi mantida na posição vertical, com a agulha voltada para cima. Passadas várias horas, o conteúdo da seringa sedimentou e fracionou-se em três fases distintas, representadas na figura.



Comprimindo-se o êmbolo da seringa, foram descartadas as fases 1 e 2. O conteúdo da fase 3 foi misturado a água destilada, transferido para um tubo e submetido à centrifugação.

- Que elementos do tecido sanguíneo seriam encontrados nas fases 1, 2 e 3?
- Após centrifugação da fase 3, que elementos celulares seriam encontrados no precipitado? Justifique.

**Resolução**

- A fase 1 apresenta o plasma sanguíneo; a fase 2, os leucócitos e as plaquetas, e a fase 3, as hemácias.
- Após a centrifugação da fase 3, são obtidas as membranas lipoprotéicas e a proteína hemoglobina, componentes da hemácia diferenciada.

Com a proximidade do inverno, as propagandas de medicamentos antigripais tornam-se freqüentes na TV. Algumas delas, anunciando produtos à base de ácido acetilsalicílico, alertam que são contra-indicados nos casos de suspeita de dengue.

- a) Considerando o modo como se contrai a doença, no que difere a dengue clássica da dengue hemorrágica?
- b) Por que a dengue hemorrágica provoca sangramento e por que o ácido acetilsalicílico é contra-indicado em casos de suspeita de dengue?

**Resolução**

a) *A picada do mosquito Aedes aegypti pode transmitir o vírus da dengue. Há quatro subtipos de vírus que ocasionam essa doença. Quando um indivíduo adquire vírus de um mesmo subtipo, ainda que na recidiva, pega a dengue clássica. Quando há uma recidiva com um subtipo de vírus diferente da infecção anterior, ela pode evoluir para hemorrágica.*

b) *Na dengue hemorrágica há uma trombopenia acentuada e a ruptura dos capilares, ocasionando hemorragia.*

*O ácido acetilsalicílico diminui a ocorrência de trombos, é anticoagulante, agravando, no caso da dengue, a hemorragia.*

Em um programa de culinária, uma dona de casa aprendeu que poderia obter maior quantidade de iogurte misturando leite a um copo de iogurte natural, desses vendidos em mercados e padarias. O colorido e o sabor poderiam ser obtidos adicionando-se algumas colheres de geléia de frutas. Como a dona de casa não prestou atenção à receita, resolveu prepará-la de dois modos distintos:

Receita A: Misturar um litro de leite com um copo de iogurte natural. Deixar ferver, aguardar que fique morno e misturar geléia de morango. Manter à temperatura ambiente até o dia seguinte.

Receita B: Ferver um litro de leite e aguardar que fique morno. Misturar um copo de iogurte natural e manter à temperatura ambiente até o dia seguinte. Misturar geléia de morango.

Uma das receitas resultou em um saboroso iogurte. Na outra, o leite ficou com cheiro, sabor e aspecto desagradáveis.

- Qual das receitas, A ou B, resultou em iogurte saboroso? Por que o iogurte natural foi usado na receita?
- O que teria ocorrido na outra forma de preparo fazendo com que o leite azedasse?

#### Resolução

- Io gurte saboroso ocorre na receita **B**. O iogurte natural apresenta uma fonte de lactobacilos, bactérias responsáveis pela fermentação do leite e, consequentemente, produção do iogurte.*
- A fervura na receita **A** provocou a morte dos lactobacilos, impedindo a formação do iogurte. Outros tipos de bactérias desenvolveram-se no leite, fazendo com que ele azedasse.*

5

O livro de Charles Darwin, *A Origem das Espécies*, apresenta as evidências e mecanismo da evolução, mas não explica como a vida poderia ter se originado ou como eram os primeiros organismos. Posteriormente, com o desenvolvimento dos conhecimentos em biologia e em outras áreas da ciência, duas hipóteses foram apresentadas. A mais aceita delas propõe que os primeiros organismos vivos teriam sido heterótrofos.

- O que significa ser heterótrofo? Por que a hipótese de que os primeiros organismos vivos tenham sido autótrofos é menos aceita?
- Que condições ambientais, criadas a partir dos heterótrofos, podem ter permitido o desenvolvimento dos autótrofos?

**Resolução**

- Ser heterótrofo é o que não fabrica o próprio alimento. A hipótese é menos aceita por ser contrária ao processo evolutivo, desde que os autótrofos são mais complexos do que os heterótrofos.*
- A multiplicação dos heterótrofos provocou, no meio ambiente, a falta de alimento, permitindo o desenvolvimento dos autótrofos.*

6

Empregado há tempos em uma clínica médica, um homem trabalhava como operador de um aparelho de raios-X. Apesar dos equipamentos de segurança, sempre teve o receio de que eventuais exposições à radiação pudessem lhe causar mutações.

Esse homem casou-se e teve 4 filhos: 1 menina e 3 meninos. Todos os meninos tinham hemofilia, um caráter de herança recessiva ligado ao sexo.

O casal suspeitou que, uma vez que a doença atingiu todos os meninos, mas não a menina, teria sido herdada do pai. Como o pai não era hemofílico, concluíram que a exposição à radiação teria provocado mutações no material genético das células germinativas, resultando em espermatozoides mutados e crianças hemofílicas. Desse modo, resolveram processar a empresa na qual o homem trabalhava.

O advogado da clínica solicitou um laudo técnico para verificar as responsabilidades no caso.

- O laudo técnico teria indicado que a atividade profissional do pai poderia ser a causa de seus filhos serem hemofílicos? Justifique.
- Se os filhos desse homem se casarem com mulheres não hemofílicas, poderão gerar descendentes hemofílicos? Justifique.

**Resolução**

- Não, porque a hemofilia é uma heredopatia condicionada por um gene recessivo ligado ao sexo, ou seja, situado no cromossomo sexual X.*
- Sim, desde que as mulheres normais sejam portadoras do gene para a hemofilia ( $X_H X_h$ ).*

Ao longo do primeiro semestre de 2004, jornais e estações de rádio e TV do interior do Estado de São Paulo noticiaram o aumento de casos de cães que apresentaram resultado positivo para os testes de detecção do agente causador da leishmaniose. Em alguns municípios, foram confirmados casos de leishmaniose humana. Em algumas cidades, o combate à epidemia foi feito pela eliminação dos cães infectados.

- a) A que reino e filo pertence o organismo causador da leishmaniose?
- b) Como se transmite a doença e por que os cães infectados representam perigo ao homem?

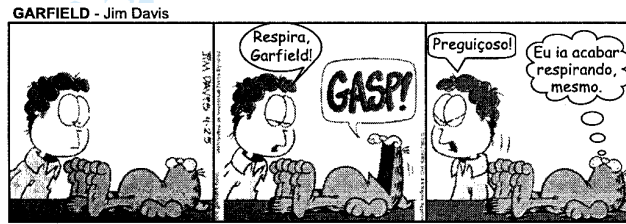
**Resolução**

a) *Reino Protista*

*Filo Protozoa*

b) *A leishmaniose é transmitida ao homem pela picada dos mosquitos dos gêneros Lutzomya sp e Phlebotomus sp. Os cães representam os reservatórios naturais do protozoário. O inseto vetor pica o cão e contamina-se, podendo transmitir o referido protista ao homem, também através de picada.*

Observe os quadrinhos.



(Folha de S.Paulo, 06.01.2004.)

A despeito da preguiça para respirar, Garfield afirma que teria que acabar fazendo-o.

- Quais os músculos respiratórios que participam diretamente da inspiração e expiração, e como a ação desses músculos permite a entrada e a saída de ar dos pulmões?
- Por que, ainda que queira, uma pessoa, ou o Garfield, não consegue ficar sem respirar apenas prendendo a respiração?

#### Resolução

- Participam da inspiração e da expiração os músculos intercostais e o diafragma.*

*A contração simultânea desses músculos aumenta o volume da caixa torácica, diminui a pressão interna e, conseqüentemente, o ar penetra no pulmão. É a inspiração.*

*O relaxamento simultâneo desses músculos diminui o volume da caixa torácica, aumenta a pressão interna e, conseqüentemente, o ar sai do pulmão. É a expiração.*

- Prendendo-se a respiração, aumenta a concentração de  $\text{CO}_2$  no sangue, que se combina com a água, formando ácido carbônico.*

*Com a acidez sangüínea aumentando, o indivíduo desobstrui as vias respiratórias, passando a respirar.*

9

Em um experimento com peixes, um pesquisador manteve carpas em tanques sob diferentes condições de oxigenação e temperatura da água, como descrito:

Tanque 1: 1°C e 0,5 mg de O<sub>2</sub> por litro de água.

Tanque 2: 35°C e 0,5 mg de O<sub>2</sub> por litro de água.

Tanque 3: 1°C e 1,5 mg de O<sub>2</sub> por litro de água.

Tanque 4: 35°C e 1,5 mg de O<sub>2</sub> por litro de água.

Apenas as carpas do tanque 2 morreram.

- Qual a causa das mortes no tanque 2: temperatura, oxigenação ou ambos? Justifique.
- Suponha que houvesse um quinto tanque, com temperatura e concentração de oxigênio 50% superiores às do tanque 4. Carpas nesse tanque permaneceriam vivas ou morreriam? Justifique.

#### Resolução

- A morte dos peixes no tanque 2 ocorreu em razão da falta de O<sub>2</sub> na água. A temperatura de 35°C promove a liberação de O<sub>2</sub> para o meio ambiente. A redução da quantidade de O<sub>2</sub> dissolvido na água acarreta a morte dos peixes.*
- As carpas morreriam porque a temperatura de 52,5°C (50% de 35°C) leva à desnaturação das enzimas.*

10

Em algumas regiões do Paraná, macacos-prego (*Cebus apella*) invadem áreas reflorestadas com pinheiros da espécie *Pinus eliot*, utilizados na indústria de papel e celulose. Os macacos quebram ou roem um anel em torno do tronco da árvore, próximo ao ápice, e lambem a resina que ali se forma. Por conta disso, a árvore tem o crescimento comprometido e, conseqüentemente, há prejuízo à produção das empresas.

- Que hormônio vegetal tem participação no crescimento da planta? Onde é produzido?
- Por que a ação dos macacos pode comprometer o crescimento das plantas?

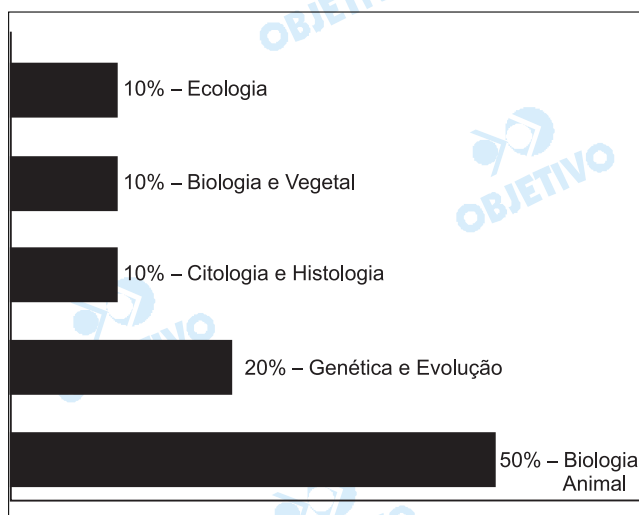
#### Resolução

- Auxina (ácido indolacético). O hormônio é produzido, principalmente, na gema apical do caule.*
- Ao roer a casca da planta, os animais promovem a destruição dos tecidos periféricos, incluindo o floema. A passagem da seiva elaborada para as raízes fica prejudicada e isso pode levar à morte da árvore.*



### Comentário

A prova de *Biologia* apresentou questões que exigiam do vestibulando conhecimentos básicos e até específicos da matéria. Contrariando às modernas tendências, não priorizou o raciocínio e a interpretação de processos biológicos.



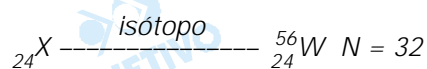
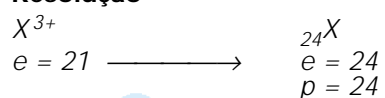
# QUÍMICA

11

Um átomo do elemento químico X perde 3 elétrons para formar o cátion  $X^{3+}$  com 21 elétrons. O elemento químico X é isótopo do elemento químico W que possui 32 nêutrons. Outro átomo do elemento químico Y possui número de massa (A) igual a 55, sendo isóbaro do elemento químico X. Com base nas informações fornecidas:

- determine o número de massa (A) e o número atômico (Z) do elemento químico X;
- o número de massa (A) do elemento químico W.

### Resolução

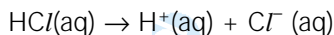


a)  ${}_{24}^{55}X$ :  $A = 55$ ;  $Z = 24$

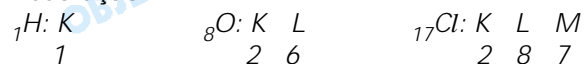
b)  ${}^{56}W$ :  $A = 56$

**12**

De acordo com o conceito de Arrhenius, ácidos são compostos que, dissociados em água, liberam íons hidrogênio (H<sup>+</sup>) como únicos cátions. Assim, o cloreto de hidrogênio (HCl) é um ácido de Arrhenius, conforme mostra sua equação química de dissociação em solução aquosa:



- a) Utilizando-se da fórmula molecular do cloreto de hidrogênio (HCl) e da água (H<sub>2</sub>O) e sabendo-se que os números atômicos (Z) do hidrogênio (H), do cloro (Cl) e do oxigênio (O) são 1, 17 e 8, respectivamente, escreva as fórmulas eletrônicas (fórmula de Lewis) desses compostos.
- b) Considerando-se a massa molar do HCl = 36,50 g/mol e que a solução aquosa concentrada de ácido clorídrico (HCl(aq)) apresenta densidade de 1,20 g/mL e concentração em quantidade de matéria igual a 12 mol/L, calcule a massa percentual (% m/m) de HCl nessa solução.

**Resolução**

b)  $\text{HCl}: 1\text{L} \rightarrow 12\text{ mol} \rightarrow 438\text{g} \left( 12\text{ mol} \cdot 36,50 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right)$

*solução:*  $1\text{mL} \longrightarrow 1,20\text{g}$   
 $1000\text{mL} \longrightarrow 1200\text{g}$

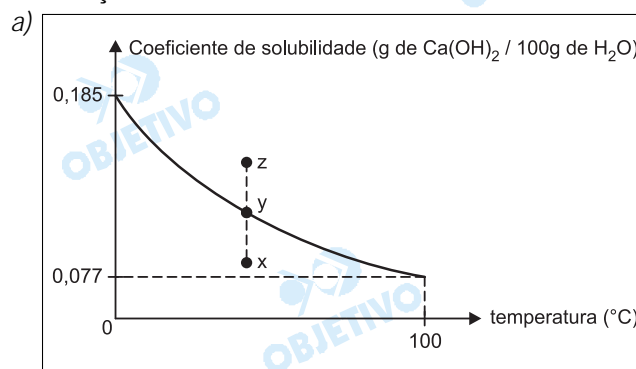
$$\begin{array}{l} 1200\text{g} \text{ ----- } 100\% \\ 438\text{g} \text{ ----- } x \\ x = 36,5\% \end{array}$$

Os Coeficientes de Solubilidade do hidróxido de cálcio ( $\text{Ca(OH)}_2$ ), medidos experimentalmente com o aumento regular da temperatura, são mostrados na tabela.

| Temperatura (°C) | Coefficiente de Solubilidade (g de $\text{Ca(OH)}_2$ por 100 g de $\text{H}_2\text{O}$ ) |
|------------------|--|
| 0                | 0,185  |
| 10               | 0,176  |
| 20               | 0,165  |
| 30               | 0,153  |
| 40               | 0,141  |
| 50               | 0,128  |
| 60               | 0,116  |
| 70               | 0,106  |
| 80               | 0,094  |
| 90               | 0,085  |
| 100              | 0,077  |

- a) Com os dados de solubilidade do  $\text{Ca(OH)}_2$  apresentados na tabela, faça um esboço do gráfico do Coeficiente de Solubilidade desse composto em função da temperatura e indique os pontos onde as soluções desse composto estão saturadas e os pontos onde essas soluções apresentam corpo de fundo (precipitado).
- b) Indique, com justificativa, se a dissolução do  $\text{Ca(OH)}_2$  é exotérmica ou endotérmica.

### Resolução



Os pontos que estão na curva de solubilidade representam soluções saturadas (por exemplo, ponto Y). A banca examinadora cometeu um erro grave, pois o gráfico indica a quantidade **dissolvida** de  $\text{Ca(OH)}_2$  em 100g de  $\text{H}_2\text{O}$ , portanto, o gráfico não fornece a quantidade de corpo de fundo (provavelmente o examinador pensou no ponto Z).

X: solução insaturada

Y: solução saturada

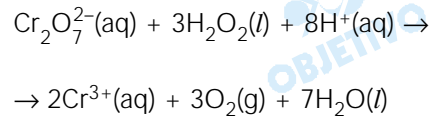
Z: solução supersaturada

Portanto, a banca quer a resposta: os pontos situados acima da curva representam soluções com corpo de fundo.

- b) A dissolução é exotérmica, pois o coeficiente de solubilidade diminui com o aumento da temperatura. Pelo Princípio de Le Chatelier, um processo exotérmico é favorecido pela diminuição da temperatura.

**14**

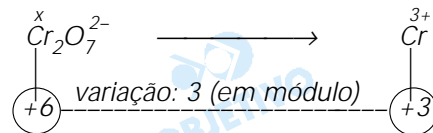
O peróxido de hidrogênio ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ) pode participar de reações de óxido-redução como oxidante ou como redutor. Por exemplo, em meio ácido, íons dicromato ( $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ ) são reduzidos a íons crômico ( $\text{Cr}^{3+}$ ) pelo peróxido de hidrogênio, conforme a reação representada pela equação:



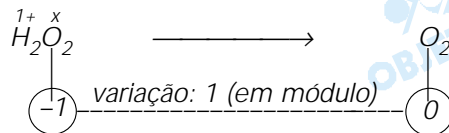
- a) Indique a variação do número de oxidação (NOX) dos íons dicromato ( $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ ) a íons crômico ( $\text{Cr}^{3+}$ ) e do oxigênio do peróxido de hidrogênio ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ), quando este é oxidado a oxigênio gasoso ( $\text{O}_2$ ).
- b) Escreva a equação química balanceada da semi-reação de redução do peróxido de hidrogênio à água em meio ácido.

**Resolução**

a) *Variação do número de oxidação:*

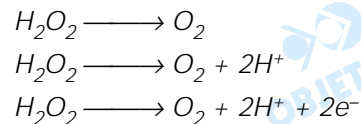


$$2x + 7(-2) = -2 \\ x = +6$$



$$2(+1) + 2x = 0 \\ x = -1$$

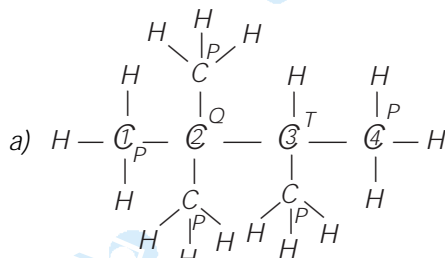
b) *Observe a seqüência:*



O composto orgânico 2,2-dimetil-3-metil-butano é um hidrocarboneto saturado que apresenta cadeia orgânica acíclica, ramificada e homogênea.

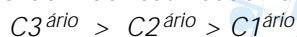
- a) Escreva a fórmula estrutural desse composto e classifique os átomos de carbono da sua cadeia orgânica principal.
- b) Escreva a reação de cloração desse hidrocarboneto, considerando apenas a obtenção do produto formado em maior quantidade.

### Resolução

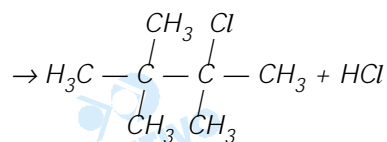
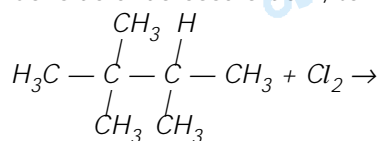


Átomos de carbono primário: assinalados com P  
 Átomo de carbono terciário: assinalado com T  
 Átomo de carbono quaternário: assinalado com Q

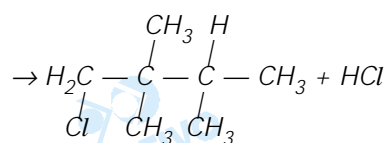
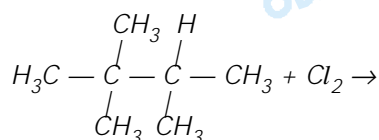
- b) Ordem de reatividade na substituição:



Considerando essa ordem, teríamos:

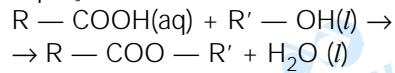


Nota: Como há 3 grupos  $-CH_3$  idênticos ligados ao carbono-2, provavelmente a menor reatividade do carbono primário é compensada pelo maior número de átomos de H ligados a esses carbonos primários. Portanto, a reação seria:

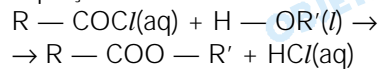


Os ésteres podem ser obtidos por reação entre ácidos carboxílicos com álcoois, reação esta denominada de esterificação (Equação 1). Uma outra maneira de se obterem esses compostos é através da reação entre cloretos ácidos e álcoois (Equação 2).

Equação 1:

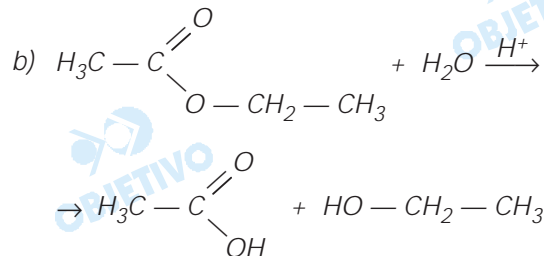
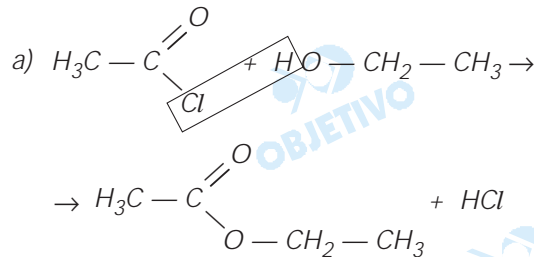


Equação 2:



- a) Com base nas informações do texto, escreva a equação da reação entre o cloreto de etanoila ( $\text{H}_3\text{C}-\text{COCl}$ ) e o álcool etílico ( $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{OH}$ ).
- b) Considerando-se que os ésteres podem reagir com água, formando ácidos carboxílicos e álcoois, escreva a equação química da reação de hidrólise em meio ácido do etanoato de etila ( $\text{H}_3\text{C} - \text{COO} - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$ ).

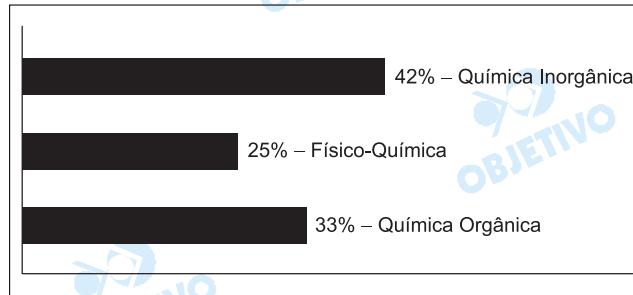
### Resolução





## Comentário

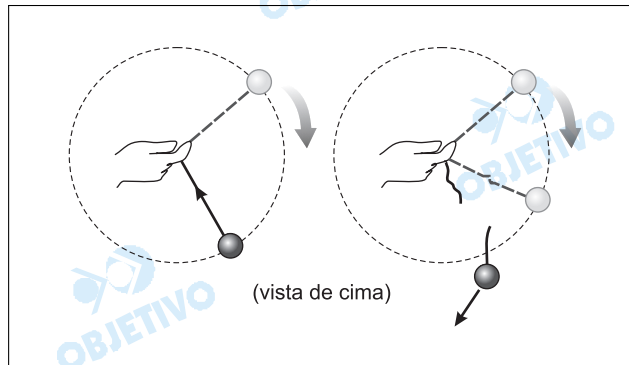
A prova de Química apresentou um grau médio de dificuldade. Na questão 13, a banca examinadora cometeu um equívoco lastimável. No gráfico de solubilidade são colocadas as quantidades que estão **dis-solvidas** e não as quantidades de corpo de fundo que podem variar. Na questão 15, a obtenção do produto de maior quantidade depende da reatividade do carbono e da quantidade de átomos H ligados a cada carbono.



# FÍSICA

17

Uma bola de massa 0,5 kg é presa ao final de uma corda de comprimento 1,5 m. Segurando na extremidade da corda oposta à bola, uma pessoa faz esta se mover em movimento circular no plano horizontal, como apresentado na figura. A corda suporta uma tensão máxima de 50 N.



- Qual a velocidade máxima da bola antes que a corda se rompa?
- Qual deve ser o comprimento mínimo dessa corda para que ela não se rompa antes de a bola atingir a velocidade de 20 m/s?

### Resolução

- a) A força aplicada pela corda faz o papel de resultante centrípeta:

$$T = F_{cp} = \frac{mV^2}{R}$$

$$T_{m\acute{a}x} = \frac{m V_{m\acute{a}x}^2}{R}$$

$$50 = \frac{0,5 V_{m\acute{a}x}^2}{1,5}$$

$$V_{m\acute{a}x}^2 = 150 \Rightarrow V_{m\acute{a}x} = \sqrt{150} \text{ m/s}$$

$$V_{m\acute{a}x} \cong 12,2 \text{ m/s}$$

b)  $T_{m\acute{a}x} = \frac{m V_{m\acute{a}x}^2}{R}$

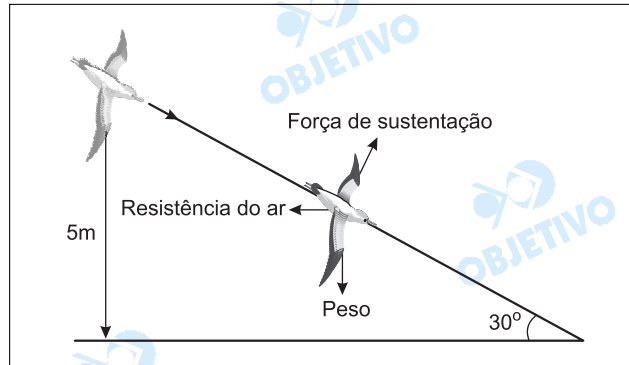
$$50 = \frac{0,5 (20)^2}{L_{m\acute{i}n}}$$

$$L_{m\acute{i}n} = 4,0 \text{ m}$$

**Respostas:** a)  $V_{\text{máx}} = \sqrt{150} \text{ m/s} \cong 12,2 \text{ m/s}$

b)  $L_{\text{mín}} = 4,0 \text{ m}$

Um pássaro, com massa  $m = 1,2 \text{ kg}$ , plana parado em relação ao mar a uma altura de  $5 \text{ m}$  da sua superfície. Para capturar um peixe, ele terá de planar com um ângulo de  $30^\circ$  em relação à superfície do mar. O pássaro sofre uma força constante, devido à resistência do ar, cuja intensidade é  $2 \text{ N}$  e tem direção paralela à superfície do mar, conforme indicado na figura.

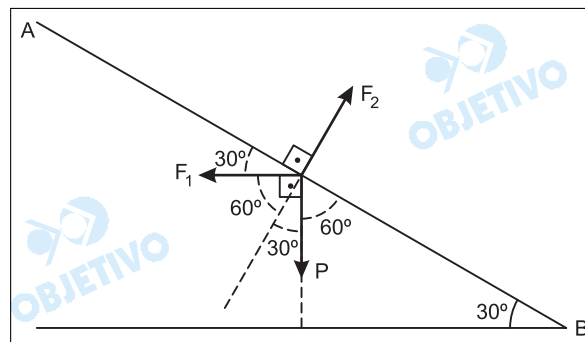


Considerando  $\sin 30^\circ = 0,5$ ;  $\cos 30^\circ = 0,8$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine:

- a força de sustentação do pássaro durante a descida;
- o tempo que o pássaro leva para chegar até a superfície do mar.

#### Resolução

- a) Supondo-se que a força de sustentação seja perpendicular à trajetória do pássaro, temos:



Na direção perpendicular à reta  $AB$ , a resultante é nula.

$$\text{Portanto: } F_2 = F_1 \cos 60^\circ + P \cos 30^\circ$$

$$F_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} + 12 \cdot 0,8 \text{ (N)}$$

$$F_2 = 10,6 \text{ N}$$

- b) Na direção da reta  $AB$ , temos uma resultante  $F$  dada por:

$$F = P \cos 60^\circ - F_1 \cos 30^\circ$$

$$F = 12 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 0,8 \text{ (N)} \Rightarrow F = 4,4 \text{ N}$$

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton, temos:

$$F = m a$$

$$4,4 = 1,2 \cdot a$$

$$a \cong 3,7 \text{ m/s}^2$$

Da figura, temos:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{H}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{AB}$$

$$AB = 10\text{m}$$

Usando-se a equação horária do movimento uniformemente variado, vem:

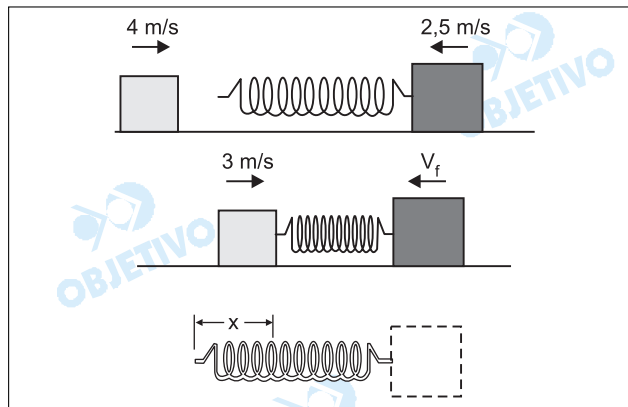
$$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

$$10 = 0 + \frac{3,7}{2} T^2$$

$$T^2 = \frac{20}{3,7} \cong 5,4 \Rightarrow T \cong 2,3\text{s}$$

**Respostas:** a) 10,6N  
b) 2,3s

Um bloco de massa  $m_1 = 1,6 \text{ kg}$  move-se para a direita com velocidade de  $4 \text{ m/s}$  em uma superfície horizontal, sem atrito, quando colide com uma mola de constante elástica  $k = 600 \text{ N/m}$ , que está presa a um outro bloco de massa  $m_2 = 2,1 \text{ kg}$  e que se move para a esquerda com velocidade de  $2,5 \text{ m/s}$ , conforme indica a primeira figura. Após o impacto, a velocidade dos corpos começa a diminuir. Num determinado instante, como mostra a segunda figura, o bloco de massa  $m_1$  atinge a velocidade de  $3 \text{ m/s}$ .



Determine, para esse instante,

- a velocidade do bloco de massa  $m_2$ ;
- a distância  $x$  em que a mola é comprimida.

### Resolução

- a) *No ato da colisão, como não há atrito e supondo-se desprezível o efeito do ar, o sistema formado pelos dois blocos e pela mola (suposta de massa desprezível) é isolado de forças externas e haverá conservação da quantidade de movimento total.*

$$Q_{\text{final}} = Q_{\text{inicial}}$$

$$m_1 V_1' + m_2 V_f = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

Orientando-se a trajetória para a direita, temos:

$$1,6 \cdot 3 + 2,1 \cdot V_f = 1,6 \cdot 4 + 2,1 \cdot (-2,5)$$

$$4,8 + 2,1 V_f = 6,4 - 5,25$$

$$2,1 V_f = -3,65$$

$$V_f \cong -1,74 \text{ m/s}$$

O bloco de massa  $m_2$  terá velocidade com módulo  $1,74 \text{ m/s}$  (valor aproximado), direção horizontal e sentido para a esquerda.

- b) *Admitindo-se que não haja perda de energia mecânica na colisão, temos:*

$$E_{\text{final}} = E_{\text{inicial}}$$

$$\frac{m_1 (V_1')^2}{2} + \frac{m_2 (V_2)^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}$$

$$1,6 (3)^2 + 2,1 (-1,74)^2 + 600x^2 = 1,6 (4)^2 + 2,1 (-2,5)^2$$

$$14,4 + 6,4 + 600x^2 = 25,6 + 13,1$$

$$20,8 + 600x^2 = 38,7$$

$$600x^2 = 17,9$$

$$x^2 = 0,030$$

$$x \cong 0,17\text{m}$$

**Respostas:** a)  $|V_f| \cong 1,74\text{m/s}$ ; horizontal; dirigida para a esquerda.

b) 0,17m

Uma bióloga deseja fotografar um animal de 4,0 m de largura, distante 75 m. A imagem do animal no filme deve ser de 1,2 cm de largura.

- a) Qual deve ser a distância focal da lente?  
 b) Utilizando uma lente de distância focal de 50 mm, qual será a largura da imagem do animal no filme?

**Resolução**

- a) 1) O aumento linear será dado por:

$$A = \frac{y'}{y}$$

$$y = 4,0\text{m (tamanho do objeto)}$$

$$y' = -1,2 \cdot 10^{-2}\text{m (tamanho da imagem associado ao sinal negativo porque a imagem é invertida)}$$

$$A = -\frac{1,2 \cdot 10^{-2}}{4,0} = -3,0 \cdot 10^{-3}$$

- 2) Sendo  $A = \frac{f}{f-p}$ , vem:

$$-3,0 \cdot 10^{-3} = \frac{f}{f-75}$$

$$-0,003f + 0,225 = f$$

$$1,003f = 0,225$$

$$f = 0,224\text{m} \Rightarrow f = 22,4\text{cm}$$

- b) Usando-se a equação do aumento linear:

$$\frac{y'}{y} = \frac{f}{f-p}$$

$$\frac{y'}{400} = \frac{5}{5-7500}$$

$$y' = \frac{-2000}{7495} \text{ (cm)}$$

$$y' \cong -0,27\text{cm}$$

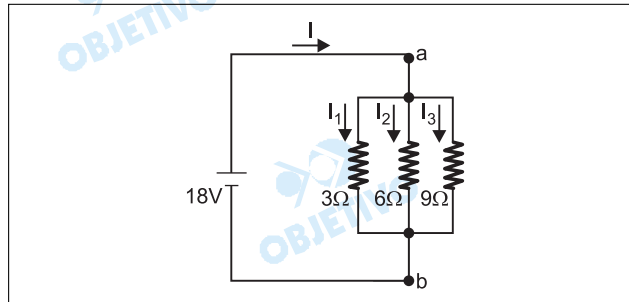
O sinal (-) significa apenas que a imagem é invertida e seu tamanho é de **27cm**.

- Respostas:** a)  $\cong 22,4\text{cm}$   
 b)  $\cong 0,27\text{cm}$



**21**

Três resistores estão conectados em paralelo, como mostra a figura.



A diferença de potencial entre os pontos a e b é mantida a 18 V.

- Determine a corrente que passa em cada resistor.
- Determine a potência total dissipada pelo sistema.

**Resolução**

- a) Usando-se a 1ª Lei de Ohm para cada resistor, vem:

$$U = R i$$

$$18 = 3 I_1 \Rightarrow I_1 = 6A$$

$$18 = 6 I_2 \Rightarrow I_2 = 3A$$

$$18 = 9 I_3 \Rightarrow I_3 = 2A$$

- b) A potência total dissipada é dada por:

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2$$

$$P = 3 \cdot (6)^2 + 6(3)^2 + 9(2)^2 (W)$$

$$P = 108 + 54 + 36 (W)$$

$$P = 198W$$

**Respostas:** a)  $I_1 = 6A$ ;  $I_2 = 3A$ ;  $I_3 = 2A$

b) 198W

# MATEMÁTICA

22

Dadas as funções  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  e  $g(x) = x - 1$ ,

a) encontre a função composta  $(f \circ g)(x)$ .

b) resolva a equação:  $(f \circ g)(y) = 0$ , onde  $y = \cos x$ .

**Resolução**

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= x^2 + 2x + 1 \text{ e } g(x) = x - 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(x - 1) = \\ &= (x - 1)^2 + 2(x - 1) + 1 = x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (f \circ g)(y) &= 0, \text{ com } y = \cos x \Rightarrow (f \circ g)(\cos x) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (\cos x)^2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

**Respostas:** a)  $x^2$

$$\text{b) } \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$$

Seja  $V_0$  o volume inicial de um líquido volátil, o qual diminui à taxa de 20% por hora.

- a) Encontre a equação do volume  $V$  do líquido em função do tempo.  
 b) Determine o valor aproximado do tempo em que o volume se reduz à metade (dado:  $\log_{10} 2 = 0,301$ ).

**Resolução**

a) Se o volume inicial  $V_0$  diminui à taxa de 20% por hora, então, após:

- 1 hora, o volume será 80%  $V_0$
- 2 horas, será 80%  $(80\% V_0) = (80\%)^2 V_0$
- 3 horas, será 80%  $(80\%)^2 V_0 = (80\%)^3 V_0$
- ⋮
- $t$  horas, o volume será  $(80\%)^t \cdot V_0$

A equação do volume  $V$  do líquido em função do tempo  $t$  em horas é, portanto:

$$V = V_0 \cdot (80\%)^t$$

b) Se o volume se reduz à metade, então

$$V = \frac{1}{2} V_0 = V_0 (80\%)^t \Leftrightarrow \frac{1}{2} = (0,8)^t \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \log_{0,8} \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\log 1 - \log 2}{\log 8 - \log 10} =$$

$$\frac{0 - 0,301}{3 \cdot 0,301 - 1} =$$

$$= \frac{0,301}{0,097} \cong 3,10 \text{ e } 3,10 \text{ h} = 3 \text{ horas } 6 \text{ min}$$

**Respostas:** a)  $V = V_0 \cdot (80\%)^t$

b)  $t = 3\text{h } 6 \text{ min}$

Uma urna contém as letras: A, C, D, D, E, E, F, I, I e L.

- a) Se todas as letras forem retiradas da urna, uma após a outra, sem reposição, calcule a probabilidade de, na sequência das retiradas, ser formada a palavra FELICIDADE.
- b) Se somente duas letras forem retiradas da urna, uma após a outra, sem reposição, calcule a probabilidade de serem retiradas duas letras iguais.

**Resolução**

- a) Para ser formada a palavra FELICIDADE, é necessário que as letras F, E, L, I, C, I, D, A, D e E sejam retiradas da urna exatamente nesta ordem. Desta forma, a probabilidade é

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} =$$

$$= \frac{8}{10!}$$

- b) Se as duas letras retiradas são iguais, podem ocorrer dois E, dois I ou dois D e a probabilidade disso ocorrer é

$$\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

**Respostas:** a)  $\frac{8}{10!}$  b)  $\frac{1}{15}$

**25**

Seja a expressão:  $f(x) = \text{sen}(2x) - \text{cotg}(x)$ , considerando o conjunto dos reais.

a) Encontre o valor de  $f(x)$  para  $x = \frac{5\pi}{6}$ .

b) Resolva a equação:  $f(x) = 0$ .

**Resolução**

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \text{sen}(2x) - \text{cotg}(x) \Rightarrow \\ &\Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \text{sen}\left(2 \cdot \frac{5\pi}{6}\right) - \text{cotg}\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \\ &= \text{sen} \frac{5\pi}{3} - \frac{1}{\text{tg} \frac{5\pi}{6}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} = \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x) = 0 &\Rightarrow \text{sen}(2x) - \text{cotg} x = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 \text{sen} x \cos x - \frac{\cos x}{\text{sen} x} = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{2 \text{sen}^2 x \cos x - \cos x}{\text{sen} x} = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{(2 \text{sen}^2 x - 1) \cos x}{\text{sen} x} = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (2 \text{sen}^2 x - 1 = 0 \text{ ou } \cos x = 0) \text{ e } \text{sen} x \neq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \text{sen} x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } \cos x = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2} \text{ ou } x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

**Respostas:**

a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2} \text{ ou } x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

## Comentário

Com 4 questões bem enunciadas, duas das quais de bom nível, a Vunesp apresentou uma prova adequada.

