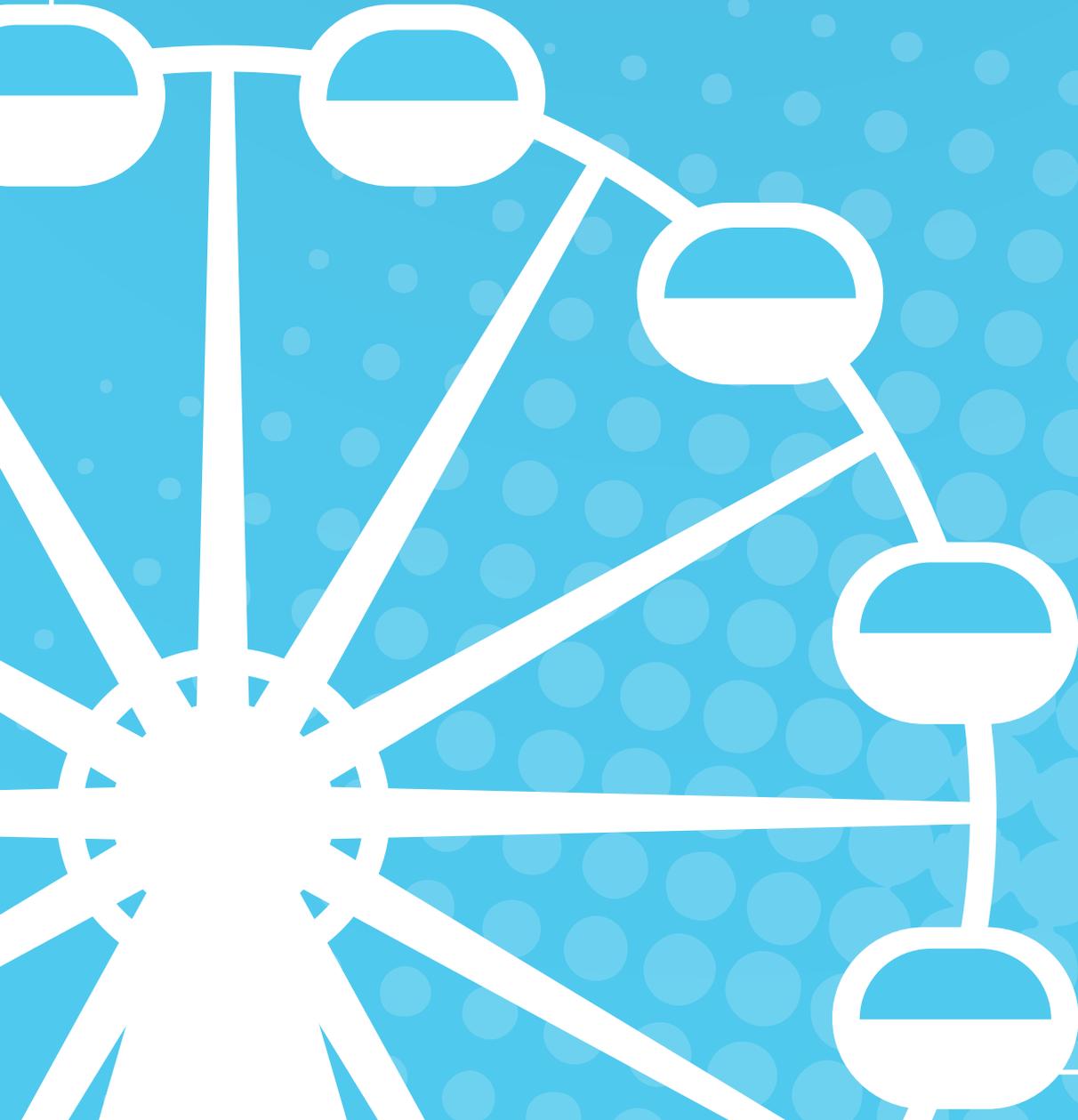


Márcio Azulay

# FÍSICA

ILUSTRADA



CINEMÁTICA

1

# SUMÁRIO

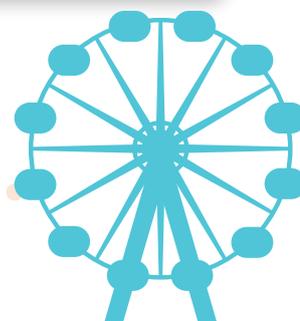
**Física Ilustrada**  
Volume 1 • Cinemática  
3ª Edição • 2022

- 03** Sistema Internacional e Prefixos
- 07** Velocidade
- 10** Movimento Uniforme
- 16** Aceleração
- 17** Movimento Uniforme Variado
- 25** Gráficos do MU
- 29** Gráficos do MUV
- 41** Movimentos Verticais
- 48** Lançamento Horizontal
- 52** Lançamento Oblíquo
  
- 58** Movimento Circular
- 62** Frequência e Período
- 66** 1 volta completa
- 67** Revisão do Movimento Circular
- 71** Transmissão de Movimento

**1.** Este primeiro volume se dedica a estudar os **movimentos**, ele são divididos em dois tipos: os **retilíneos** e os **circulares**.

**2.** Siga os números e depois as suas respectivas setas

**3.** Os **exercícios respondidos** estão em verde, os **desafios** estão em laranja. **Boa leitura!**



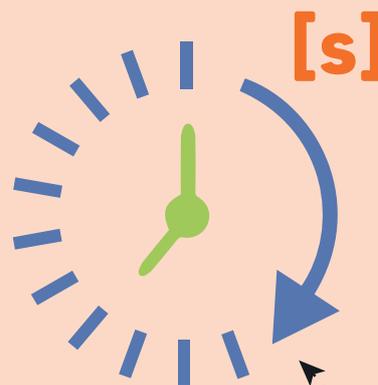
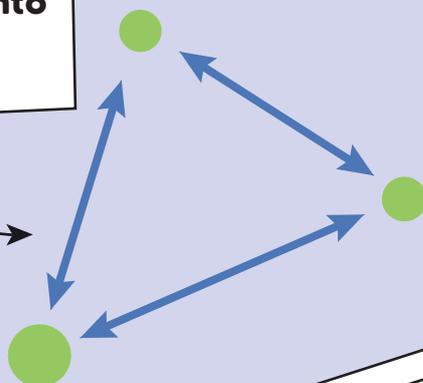
# Unidades de Medida

1. Para fazer ciência, é necessário seguir algumas regras básicas. Na física em geral, é comum se utilizar um padrão para as unidades de medida; para isso foi criado o **Sistema internacional de Medidas (S.I.)**

2. São 3 grandezas principais no SI: **Comprimento, massa e tempo.**

3. Para distância ou **comprimento** é utilizado o **metro (m)**.

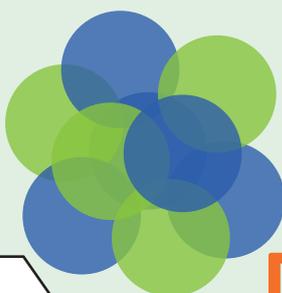
[m]



5. E usaremos o **segundo (s)** para medir o **tempo**.

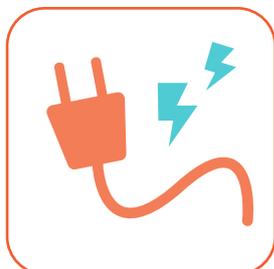
4. Para medir a **massa** de um corpo, o padrão utilizado é o **quilograma (kg)**.

[kg]



Existem outras unidades do S.I. que veremos mais adiante, são elas:

CORRENTE ELÉTRICA



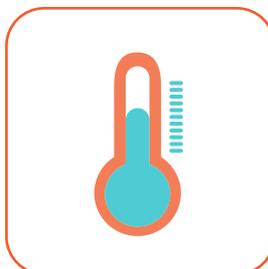
Ampere (A)

QUANTIDADE DE MATÉRIA



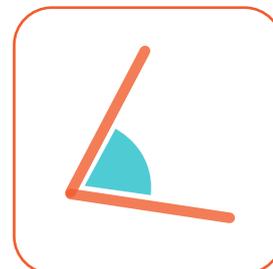
Mol (mol)

TEMPERATURA



Kelvin (K)

ÂNGULOS



Radianos (rad)

# Prefixos

É comum também encontrar alguns prefixos nas unidades, eles serão utilizados para substituir números muito **grandes** (como massas de planetas) e até números muito **pequenos** (como distâncias entre átomos). Veja a seguir os principais prefixos usados na física:



## O grande

quilo

**k<sub>-</sub>**

**10<sup>3</sup>**

mega

**M<sub>-</sub>**

**10<sup>6</sup>**

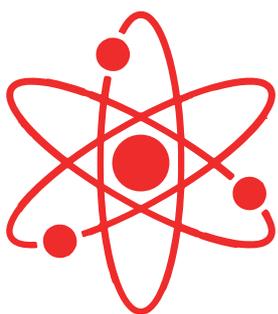
giga

**G<sub>-</sub>**

**10<sup>9</sup>**

**Ex:** 2 km = 2 quilômetros =  $2 \times 10^3$  m  
2 MHz = 2 megahertz =  $2 \times 10^6$  Hz  
2 GW = 2 gigawatts =  $2 \times 10^9$  W

www.marcioazulayexatas.com



## O pequeno

mili

**m<sub>-</sub>**

**10<sup>-3</sup>**

micro

**μ<sub>-</sub>**

**10<sup>-6</sup>**

nano

**n<sub>-</sub>**

**10<sup>-9</sup>**

**Ex:** 2 ms = 2 milisegundos =  $2 \times 10^{-3}$  s  
2 μC = 2 microcoulombs =  $2 \times 10^{-6}$  C  
2 nm = 2 nanômetros =  $2 \times 10^{-9}$  m

**01 (Respondido)** "Em apenas 2 minutos, um carro de 1,2 toneladas consegue percorrer 3,6 quilômetros por uma rodovia."

Transforme todas as medidas do texto anterior para suas respectivas unidades do S.I. (Sistema Internacional de Medidas).

### RESOLUÇÃO

Minutos deve ser transformado para segundos, multiplique por 60:

$$2 \text{ min} \times (60) = 120 \text{ s}$$

Toneladas deve ser transformado para quilogramas (kg), multiplique por 1000:

$$1,2 \text{ to} \times (1000) = 1200 \text{ kg}$$

Quilômetros deve ser transformado para metros , multiplique por 1000:

$$3,6 \text{ km} \times (1000) = 3600 \text{ m}$$

**02.** "Todas as manhãs, João sai de sua casa e caminha por 4 minutos até a padaria; compra 500 g de pão e retorna a sua casa que fica a 0,2 km de distância"

Transforme todas as medidas do texto anterior para suas respectivas unidades do S.I. (Sistema Internacional de Medidas).

**03 (Respondido)** Substitua os prefixos pelas suas potências de 10 equivalentes:

- a) 1,2 mm
- b) 500 kW

### RESOLUÇÃO

a) O prefixo "m" (mili) deve ser substituído por  $10^{-3}$ :

$$1,2 \text{ mm} = 1,2 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \text{metro(s)}$$

b) O prefixo “k” (quilo) deve ser substituído por  $10^3$ :

$$500 \text{ kW} = 500 \times 10^3 \text{ W} \quad \text{Watt(s)}$$

**04.** Substitua os prefixos a seguir pelas suas potências de 10 equivalentes:

- a)  $10 \mu\text{m}$
- b)  $0,2 \text{ GW}$
- c)  $15 \text{ nC}$
- d)  $0,1 \text{ mA}$
- e)  $5 \text{ kJ}$
- f)  $72 \text{ MHz}$

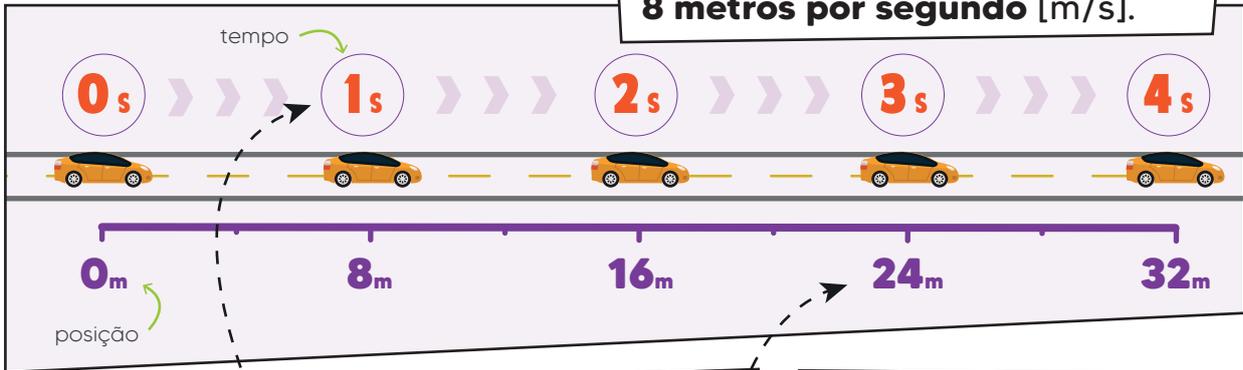
## RESPOSTAS

**02.**  $4 \text{ minutos} = 240 \text{ s}$  ;  $500 \text{ gramas} = 0,5 \text{ kg}$  ;  $0,2 \text{ km} = 200 \text{ m}$

- 04.**
- a)  $10 \mu\text{m} = 10 \times 10^{-6} \text{ m}$  (metros)
  - b)  $0,2 \text{ GW} = 0,2 \times 10^9 \text{ W}$  (watts)
  - c)  $15 \text{ nC} = 15 \times 10^{-9} \text{ C}$  (Coulombs)
  - d)  $0,1 \text{ mA} = 0,1 \times 10^{-3} \text{ A}$  (Amperes)
  - e)  $5 \text{ kJ} = 5 \times 10^3 \text{ J}$  (Joules)
  - f)  $72 \text{ MHz} = 72 \times 10^6 \text{ Hz}$  (Hertz)

# Velocidade

1. Imagine um carro se movendo na estrada com **velocidade de 8 metros por segundo [m/s]**.



2. Basicamente, isso significa que a cada segundo que se passa...

3. ... 8 metros são percorridos no espaço.

4. E quanto maior for esse valor, mais **rápido** esse corpo está.

**Márcio**  
**Azulay**  
exatas

## Como encontro o valor da velocidade?

1. É só **dividir** a **distância percorrida** pelo **tempo desse movimento**.

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

[metros por segundo - m/s]

2. Viu esse símbolo:  $\Delta$  ? Essa é a letra grega "delta", na matemática ela simboliza "variação".

{  $\Delta S$ : Variação do espaço [m]  
 $\Delta t$ : Variação do tempo [s]

## Quilômetros por Hora [km/h]

2. Você deve estar mais acostumado pois ela é usada nos velocímetros de carros

1. Já ouviu falar de **quilômetros por hora**? Ela também é uma unidade de medida para velocidades.

3. Mas ela não está no SI, por isso devemos fazer as transformações!

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$$

**01 (Respondido)** Em apenas 1 minuto pedalando, um homem percorre 300 metros em uma pista. Qual é velocidade média dessa bicicleta?

### RESOLUÇÃO

Use a fórmula da velocidade, lembre-se que 1 minuto é igual a 60 segundos:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{300 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}$$

**02.** Um carro possui massa de 1 tonelada e consegue percorrer 1 km em apenas 40 segundos. Qual é a velocidade média nesse percurso?

**03 (Respondido)** Um carro mantém uma velocidade média de 80 km/h durante uma viagem e faltam 16 km para chegar ao seu destino. Qual é tempo restante dessa viagem?

### RESOLUÇÃO

Use a fórmula da velocidade:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$80 = \frac{16}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 0,2 \text{ horas (12 minutos)}$$

**04.** A bateria de um carro de controle remoto permite que ele funcione por aproximadamente 37 minutos enquanto mantém ele com velocidade constante de 0,8 m/s. Determine a distância máxima que esse carro consegue percorrer.

**05.** Transforme para “metros por segundo” (m/s):

a) 72 km/h

b) 108 km/h

c) 90 km/h

**06.** Transforme para “quilômetros por hora” (km/h):

a) 15 m/s

b) 5 m/s

c) 10 m/s

**07 (Respondido)** Manuela sairá do trabalho exatamente às 18h e deverá encontrar seu namorado em uma restaurante às 18h30 que fica a 15 km de distância do seu trabalho. Ela dispõe de 3 opções para chegar ao seu destino:

- Caminhada: 1,5 m/s
- Bicicleta: 4,2 m/s
- Carro: 11 m/s

Manuela deseja escolher uma opção que a permita chegar ao destino sem atrasos e evitando chegar cedo demais. Marque a opção correta:

- a) Ela deverá caminhar
- b) Ela deverá alugar uma bicicleta
- c) Ela deverá ir de carro
- d) Ela chegará atrasada em qualquer situação

### RESOLUÇÃO

Ela deve percorrer 15 km em 0,5 horas, usaremos a fórmula da velocidade:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{15 \text{ km}}{0,5 \text{ h}} = 30 \text{ km/h} = 8,33 \text{ m/s}$$

Para não chegar atrasada, ela deverá escolher um meio de transporte que possua uma velocidade média maior que 8,3 m/s, logo, ela deverá ir de carro.

**08.** Um homem sai de sua casa às 8h e chega ao mercado exatamente às 8h10. Na volta ele faz o mesmo caminho com velocidade constante de 0,8 m/s e chega em casa em um total de 15 minutos. Determine:

- a) A distância da sua casa ao mercado
- b) A velocidade média na ida ao mercado

### RESPOSTAS

**02.  $v = 25 \text{ m/s}$**  (Dica: Não é necessário utilizar a massa /  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ )

**04.  $D = 1776 \text{ m}$**  (Dica:  $37 \text{ min} = 2220 \text{ s}$ )

**05. a)  $20 \text{ m/s}$    b)  $30 \text{ m/s}$    c)  $25 \text{ m/s}$**  (Divida os valores por 3,6)

**06. a)  $54 \text{ km/h}$    b)  $18 \text{ km/h}$    c)  $36 \text{ km/h}$**  (Multiplique os valores por 3,6)

**08. a) 720 metros ; b)  $12 \text{ m/s}$**

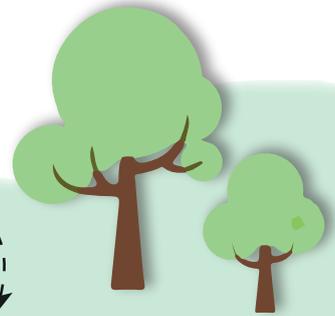
Dica: Utilize a velocidade e o tempo da volta para achar a distância.

# Movimento Uniforme

1. O **Movimento Uniforme (ou M.U.)** é um movimento retilíneo que possui sempre uma **velocidade constante**, ou seja, sua velocidade se mantém a mesma durante todo o percurso analisado.

2. Esse movimento pode ser classificado de acordo com o sinal da velocidade.

3. Ele recebe o nome **progressivo** quando a **velocidade é positiva**; o corpo "avança" no espaço.



$$V < 0$$



$$V > 0$$



4. O movimento é chamado de **retrógrado** quando a **velocidade é negativa**; o corpo "retrocede" no espaço.

## Função Horária da Posição

1. A velocidade fica constante mas a **posição do corpo irá variar**.

$$S_f = S_o + V \cdot t$$

**S<sub>f</sub>**: Posição Final [m]  
**S<sub>o</sub>**: Posição Inicial [m]  
**V**: Velocidade [m/s]  
**t**: Tempo [s]

2. Precisamos de uma função que descreva o **movimento** desse corpo em função do **tempo (instante)**.

3. Ela será chamada de **função horária da posição**. (FHP)

**01. (Resolvida)** Uma bicicleta se movimenta segundo a função horária abaixo:

$$\boxed{S = 15 - 5t} \quad (S: \text{posição em metros; } t: \text{tempo em segundos}) \quad \text{Determine:}$$

- A posição inicial
- A velocidade
- Classifique esse movimento em progressivo ou retrógrado
- A posição dessa bicicleta após 5 segundos
- O instante que ela passa pela origem
- O instante que ela passa pela posição 2 m

### RESOLUÇÃO

a) Compare a função dada com a Função Horária da Posição (F.H.P.):

$$\begin{aligned} S &= S_0 + V \cdot t \\ S &= 15 - 5t \end{aligned}$$

A posição inicial ( $S_0$ ) é o valor que está sozinho na equação, logo,  $S_0 = 15 \text{ m}$ .

b) Compare a função dada com a Função Horária da Posição (F.H.P.):

$$\begin{aligned} S &= S_0 + V \cdot t \\ S &= 15 - 5t \end{aligned}$$

A velocidade ( $V$ ) é o valor que está multiplicando a variável "t", logo,  $V = -5 \text{ m/s}$ .

c) O movimento é **retrógrado** pois a velocidade é negativa ( $V = -5 \text{ m/s}$ ).

d) Substitua o tempo "t" por "5" na função:

$$\begin{aligned} S &= 15 - 5t \\ S &= 15 - 5(5) \\ S &= 15 - 25 \\ S &= -10 \text{ m} \end{aligned}$$

e) Origem significa: posição igual a zero. Substitua " $S = 0$ " na função:

$$\begin{aligned} S &= 15 - 5t \\ 0 &= 15 - 5t \\ 5t &= 15 \\ t &= 3 \text{ s} \end{aligned}$$

f) Substitua a posição por "2" na função:

$$S = 15 - 5t$$

$$2 = 15 - 5t$$

$$5t = 13$$

$$t = 2,6 \text{ s}$$

**02.** Um carro se movimenta segundo a função horária abaixo:

$$S = 20t - 50$$

(S: posição em metros; t: tempo em segundos) Determine:

- A posição inicial
- A velocidade
- Classifique esse movimento em progressivo ou retrógrado
- A posição desse carro após 3 segundos
- O instante que ele passa pela origem
- O instante que ele passa pela posição 50 m

**03. (Resolvida)** Dois carros A e B com velocidades iguais a 20m/s e 10m/s respectivamente estão na mesma estrada retilínea, o carro B está 300 metros adiante do carro A. Responda:

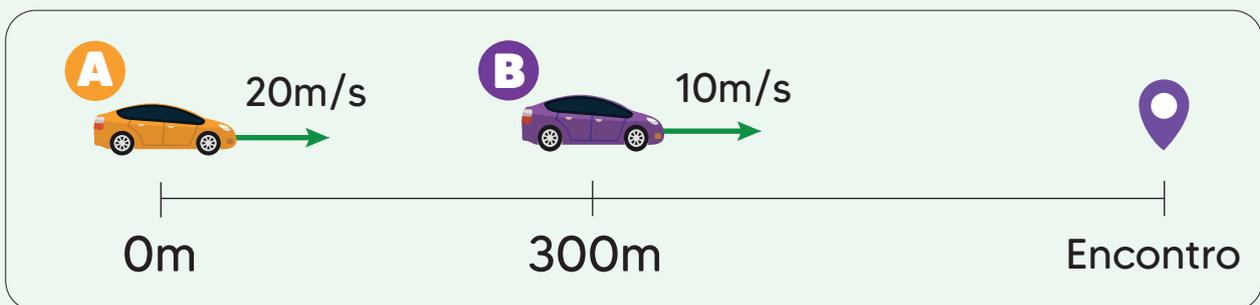
- O tempo necessário para que os dois carros se encontrem quando se movimentam no mesmo sentido pela estrada.
- A posição de encontro.
- O tempo necessário para que os dois carros se encontrem quando se movimentam em sentidos contrários pela estrada.
- A posição de encontro nesse segundo caso.

### RESOLUÇÃO

- Devemos montar a função horária de cada carro separadamente:

- Carro A: possui velocidade igual a 20 m/s e inicia seu movimento na origem.
- Carro B: possui velocidade 10 m/s e inicia na posição 300 m ("o carro B está 300 metros adiante do carro A").

(Ambos possuem velocidades positivas pois estão indo no mesmo sentido)



Funções Horárias

$$S_A = 0 + 20t$$

$$S_B = 300 + 10t$$

Os dois carros se encontrarão no mesmo ponto, logo, a posição final "SA" será igual a posição final "SB":

$$\begin{aligned} S_A &= S_B \\ 0 + 20t &= 300 + 10t \\ 20t - 10t &= 300 \\ 10t &= 300 \\ \mathbf{t} &= \mathbf{30\ s} \end{aligned}$$

b) Para achar a posição de encontro, substitua o tempo achado em qualquer uma das duas funções:

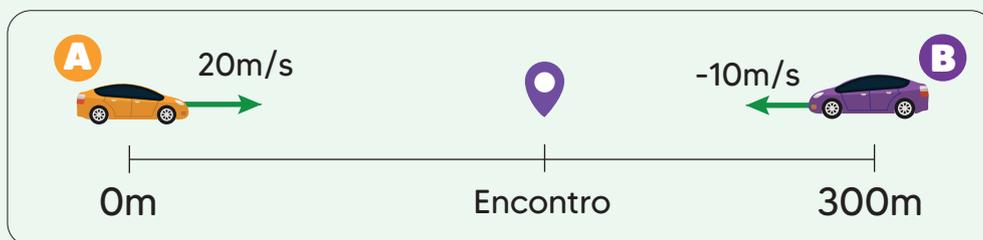
$$\begin{aligned} S_A &= 0 + 20t \\ S_A &= 0 + 20(30) \\ \mathbf{S_A} &= \mathbf{600\ m} \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} S_B &= 300 + 10t \\ S_B &= 300 + 10(30) \\ \mathbf{S_B} &= \mathbf{600\ m} \end{aligned}$$

- c) Carro A: possui velocidade igual a 20 m/s e inicia seu movimento na origem.  
Carro B: possui velocidade -10 m/s e inicia na posição 300 m.

(O carro B possui velocidade negativa pois está indo para a esquerda!)



Funções Horárias

$$S_A = 0 + 20t$$

$$S_B = 300 - 10t$$

Os dois carros se encontrarão no mesmo ponto, logo, a posição final "SA" será igual a posição final "SB":

$$\begin{aligned} S_A &= S_B \\ 0 + 20t &= 300 - 10t \\ 30t &= 300 \\ \mathbf{t = 10\ s} \end{aligned}$$

d) Para achar a posição de encontro, substitua o tempo achado em qualquer uma das duas funções:

$$\begin{aligned} S_A &= 0 + 20t \\ S_A &= 0 + 20(10) \\ \mathbf{S_A = 200\ m} \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} S_B &= 300 - 10t \\ S_B &= 300 - 10(10) \\ \mathbf{S_B = 200\ m} \end{aligned}$$

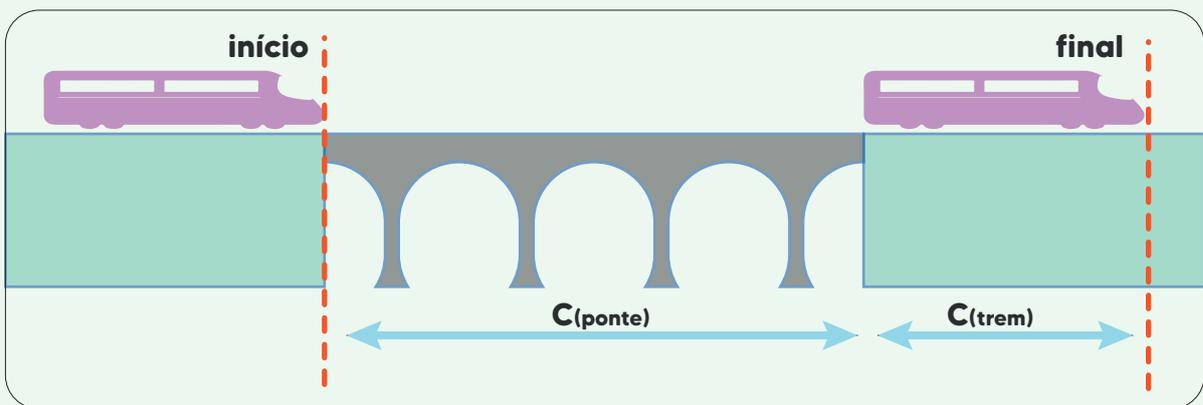
**04.** Dois carros A e B com velocidades iguais a 15m/s e 12m/s respectivamente estão na mesma estrada retilínea, o carro B está a 108 metros adiante do carro A. Responda:

- O tempo necessário para que os dois carros se encontrem quando se movimentam no mesmo sentido pela estrada.
- A posição de encontro.
- O tempo necessário para que os dois carros se encontrem quando se movimentam em sentidos contrários pela estrada.
- A posição de encontro nesse segundo caso.

**05 (Resolvido)** Um trem atravessa completamente uma ponte de 300 metros de comprimento em apenas 1 minuto; determine o comprimento desse trem sabendo que ele se move a uma velocidade constante de 10m/s.

### RESOLUÇÃO

A travessia começa quando a dianteira do trem está alinhada com o início da ponte e finaliza somente quando a parte traseira está alinhada com o final da ponte:



A distância total percorrida pelo trem foi igual ao comprimento da ponte somada com o comprimento do próprio trem. Use a fórmula da velocidade:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$V = \frac{C(\text{ponte}) + C(\text{trem})}{\Delta t}$$

$$10 = \frac{300 + C(\text{trem})}{60}$$

$$600 = 300 + C(\text{trem})$$

$$C(\text{trem}) = 300 \text{ m}$$

**06** Um trem atravessa completamente uma ponte de 250 metros de comprimento em apenas 2 minutos; determine o comprimento desse trem sabendo que ele se move a uma velocidade constante de 12 m/s.

### RESPOSTAS

**02.** a) -50 m    b) 20 m/s    c) Progressivo    d) 10 m    e) 2,5 s    f) 5 s

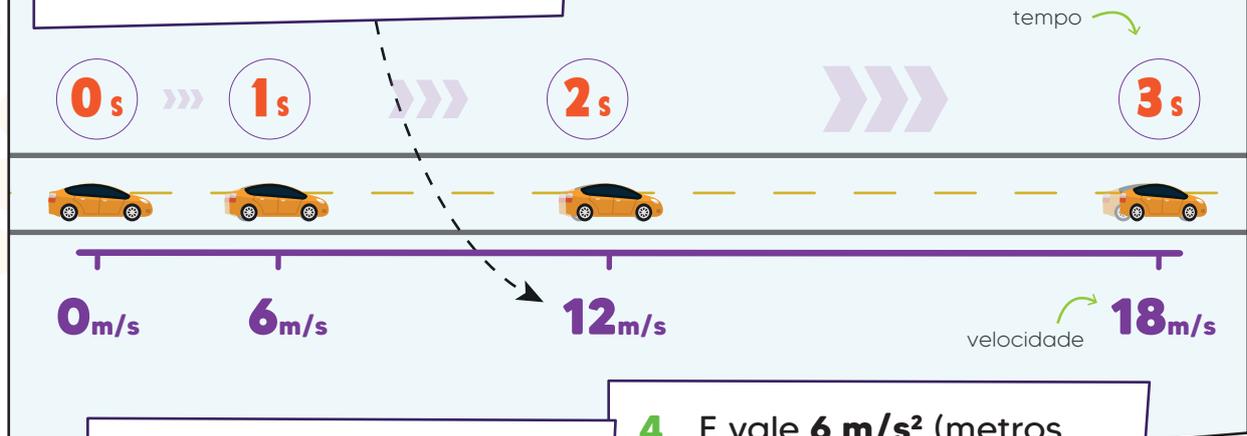
**04.** a) 36 s    b) 540 m    c) 4 s    d) 60 m

**06.** C = 1190 m

# Aceleração

2. E a cada segundo que se passa, essa velocidade **aumenta de 6 em 6**.

1. Imagine um carro em uma rodovia com velocidade **variável**.



3. Podemos afirmar que esse é um movimento do tipo **acelerado**, pois ele fica cada vez mais **rápido**.

4. E vale **6 m/s<sup>2</sup>** (metros por segundo ao quadrado)

5. E se a **velocidade diminuir**?



6. O corpo **começa a parar**. Esse movimento será chamado de **retardado**, e nesse exemplo vale **-3 m/s<sup>2</sup>**.

7. E assim é definida a aceleração, a grandeza que mede a **variação da velocidade em função do tempo**, veja a fórmula:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_o}{t_f - t_o}$$

[metros por segundo ao quadrado - m/s<sup>2</sup>]

Vf: Velocidade Final [m/s]

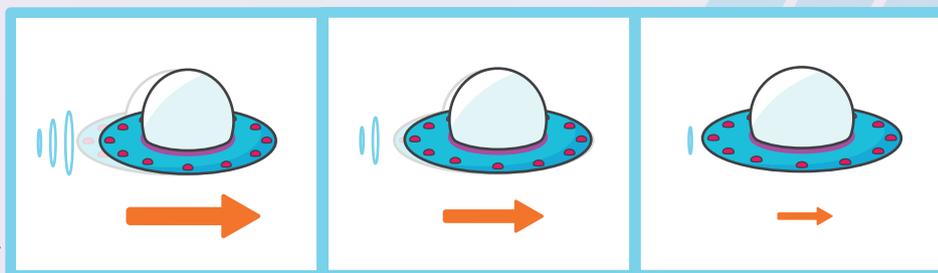
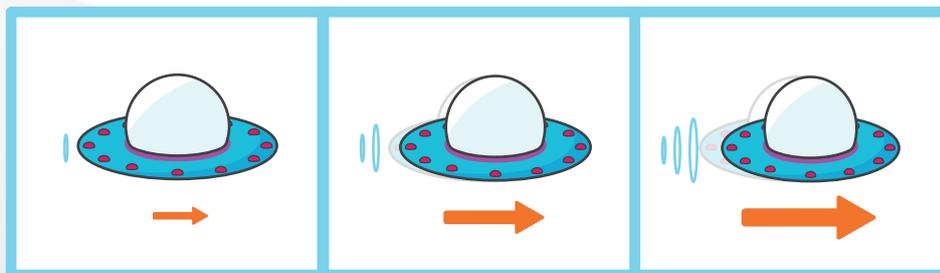
Vo: Velocidade Inicial [m/s]

t: Tempo [s]

# Movimento Uniforme Variado

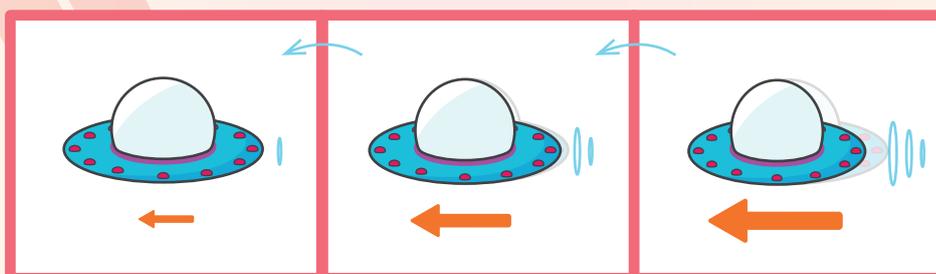
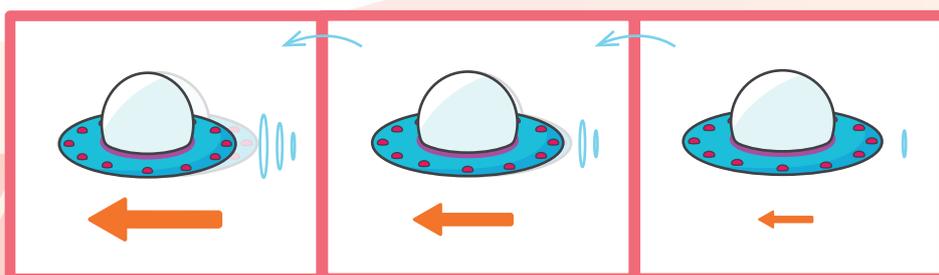
(velocidade variável)

1. O movimento **progressivo acelerado** é aquele que o corpo **avança no espaço** e ao mesmo tempo **aumenta sua velocidade**



2. O movimento **progressivo retardado** é aquele que o corpo **avança no espaço**, mas a **velocidade diminui**.

3. Já o **retrógrado acelerado** é aquele que ele **retrocede no espaço** (velocidade negativa), mas ele fica cada vez mais **rápido**.



4. E o **retrógrado retardado**: **retrocede no espaço** e fica cada vez mais **lento**.

## FUNÇÕES HORÁRIAS

1. Diferente do movimento uniforme, aqui no MUV precisamos de **duas funções horárias**.

2. Uma para a **posição** do corpo e outra para a **velocidade**!

### FUNÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

### FUNÇÃO HORÁRIA DA VELOCIDADE

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

**V<sub>f</sub>**: Velocidade Final [m/s]  
**V<sub>0</sub>**: Velocidade Inicial [m/s]  
**t**: Tempo [s]  
**a**: Aceleração [m/s<sup>2</sup>]  
**S**: Posição Final [m]  
**S<sub>0</sub>**: Posição Inicial [m]

## TORRICELLI

Quando unimos as duas funções horárias vistas anteriormente (sistema de equações), outra equação surge, a chamada **Equação de Torricelli**, perfeita para ser usada em exercícios que o tempo de movimento não é dado.

$$V_f^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

**V<sub>f</sub>**: Velocidade Final [m/s]  
**V<sub>0</sub>**: Velocidade Inicial [m/s]  
**a**: Aceleração [m/s<sup>2</sup>]  
**ΔS**: Deslocamento [m]

## Quando usar cada uma delas??

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Quando não envolver velocidade final

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

Quando não envolver distâncias

$$V_f^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

Quando não envolver tempo

**01. (Resolvida)** Um corpo se movimenta segundo a função horária abaixo:

$$S = 30 - 5t + 4t^2 \quad (S: \text{posição em metros; } t: \text{tempo em segundos})$$

Determine:

- A posição inicial
- A velocidade inicial
- A aceleração
- O instante que ele passa pela posição 36 m
- A posição após 5 segundos de movimento
- Monte a função horária da velocidade
- Determine a velocidade após 2 segundos de movimento

### RESOLUÇÃO

a) Comparamos a função dada com a função horária da posição (FHP).

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$S = 30 - 5t + 4t^2$$

A posição inicial é representada pelo termo independente (aquele número que está sozinho):  **$S_0 = 30$  metros**

b) Comparamos a função dada com a FHP:

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$S = 30 - 5t + 4t^2$$

A velocidade é representada pelo termo que multiplica a variável "t":  
 **$V = -5$  m/s**

c) Comparamos a função dada com a FHP:

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$S = 30 - 5t + 4t^2$$

A metade da aceleração é representada pelo termo que multiplica a variável "t<sup>2</sup>":

$$\frac{a}{2} = 4 \quad \longrightarrow \quad a = 8 \text{ m/s}^2$$

d) Substitua na função:  $S = 36\text{m}$

$$S = 30 - 5t + 4t^2$$

$$36 = 30 - 5t + 4t^2$$

$$4t^2 - 5t - 6 = 0$$

Encontre as raízes da função quadrática:

$$t' = -0,75\text{s} \quad \text{ou} \quad t'' = 2\text{s}$$

Eliminamos o tempo negativo:

$$t = 2\text{s}$$

e) Substitua na função:  $t = 5\text{s}$

$$S = 30 - 5t + 4t^2$$

$$S = 30 - 5(5) + 4(5)^2$$

$$S = 30 - 25 + 100$$

$$S = 105$$

f) Você já descobriu a velocidade inicial e a aceleração, use esses valores na função horária da velocidade:

$$V = V_0 + at$$

$$V = -5 + 8t$$

g) Substitua o tempo "t = 2" na F.H.V.:

$$V = -5 + 8t$$

$$V = -5 + 8(2)$$

$$V = -5 + 16$$

$$V = 11 \text{ m/s}$$

02. Um corpo se movimenta segundo a função horária abaixo:

$$S = 8t - 10 - t^2$$

(S: posição em metros; t: tempo em segundos)

Determine:

- A posição inicial
- A velocidade inicial
- A aceleração
- O instante que ele passa pela posição 6 m
- A posição após 10 segundos de movimento
- Monte a função horária da velocidade
- Determine a velocidade após 5 segundos de movimento

03. (Resolvido) Um carro de corrida consegue, partindo do repouso, aumentar a sua velocidade até 153 km/h em apenas 5 segundos, determine a sua aceleração média.

### RESOLUÇÃO

O problema não envolve distâncias, use a fórmula da aceleração ou a função horária da velocidade (FHV). (perceba que essas duas fórmulas são idênticas!):

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_o}{\Delta t}$$

$$a = \frac{42,5 - 0}{5}$$

$$a = 8,5 \text{ m/s}^2$$

ou

$$V = V_o + a \cdot t$$

$$42,5 = 0 + a \cdot (5)$$

$$5a = 42,5$$

$$a = 8,5 \text{ m/s}^2$$

04. Uma moto viajando a 10 m/s começa a acelerar uniformemente até alcançar 30 m/s em apenas 4 segundos, determine a sua aceleração.

05. (Resolvido) Uma moeda cai do alto de uma torre de 180 m de altura, qual é a velocidade do objeto ao chegar ao solo? Adote a aceleração da gravidade  $10 \text{ m/s}^2$ .

**RESOLUÇÃO**

Temos a velocidade inicial (zero), a aceleração e a distância percorrida, devemos encontrar a velocidade final (é ideal utilizar a equação de Torricelli quando não há informações sobre o tempo):

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$V^2 = (0)^2 + 2 \cdot (10) \cdot (180)$$

$$V^2 = 3600$$

$$V = 60 \text{ m/s}$$

**06.** Uma partícula começa a acelerar a partir do repouso com aceleração constante de  $8 \text{ m/s}^2$ , calcule a sua velocidade final após percorrer 16 metros.

**07. (Resolvido)** Uma partícula que viaja a  $20 \text{ m/s}$  no vácuo sofre uma aceleração constante de  $2 \text{ m/s}^2$  por um período de 10 segundos, determine o espaço percorrido por essa partícula durante esse movimento.

**RESOLUÇÃO**

Não temos informação sobre a velocidade final da partícula, é recomendado usar a função horária da posição (FHP):

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$S = 0 + (20) \cdot (10) + \frac{(2) \cdot (10)^2}{2}$$

$$S = 0 + 200 + 100$$

$$S = 300 \text{ m}$$

**08.** Um carro que viaja a  $25 \text{ m/s}$  começa a frear uniformemente a uma taxa de  $5 \text{ m/s}^2$  até parar, determine:

- O tempo total do movimento
- A distância total percorrida
- Classifique esse movimento em acelerado ou retardado

**09. (Resolvido)** Um carro viaja com velocidade de 72 km/h por uma rua e avista o sinal vermelho 100 metros adiante. Sabendo que ele pisou no freio apenas 2 segundos após ter avistado o sinal e que os freios imprimem uma desaceleração constante de  $-4 \text{ m/s}^2$ . Responda:

- a) O motorista conseguirá parar o carro antes de ultrapassar o sinal?
- b) Qual foi o tempo total do movimento?

### RESOLUÇÃO

a) Transforme a velocidade inicial:  $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

Perceba que os dois primeiros segundos do movimento foram um movimento uniforme (MU) pois ele manteve uma velocidade constante, usamos a função do MU:

$$S = S_0 + V \cdot t$$

$$S = 0 + (20) \cdot (2)$$

$$S = 40 \text{ metros}$$

A partir desse tempo, o movimento se torna um MUV retardado com aceleração de  $-4 \text{ m/s}^2$  até parar. Usaremos a equação de Torricelli:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$0^2 = (20)^2 + 2 \cdot (-4) \cdot \Delta S$$

$$0 = 400 + -8 \cdot \Delta S$$

$$8 \cdot \Delta S = 400$$

$$\Delta S = 50 \text{ m}$$

A distância total percorrida foi de  $40 + 50 = 90$  metros, ou seja, ele conseguiu parar antes do sinal vermelho que estava a 100 m.

b) Use a função da velocidade para achar o tempo do MUV:

$$V = V_0 + a \cdot t$$

$$0 = 20 + (-4) \cdot t$$

$$4t = 20$$

$$t = 5 \text{ s}$$

A primeira parte do movimento durou 2 segundos e a segunda durou 5 segundos. O tempo total foi de  $2 + 5 = 7$  segundos.

**10.** Um carro viaja com velocidade de 108 km/h por uma rua e avista um sinal vermelho 150 metros adiante. Sabendo que ele pisou no freio apenas 2 segundos após ter avistado o sinal e que os freios imprimem uma desaceleração constante de  $-5 \text{ m/s}^2$ . Responda:

- a) O motorista conseguirá parar o carro antes de ultrapassar o sinal?
- b) Qual foi o tempo total do movimento?

## RESPOSTAS

**02.** a)  $-10 \text{ m}$  ; b)  $8 \text{ m/s}$  ; c)  $-2 \text{ m/s}^2$  ; d)  $4 \text{ s}$  ; e)  $-30 \text{ m}$  ; f)  $V = 8 - 2t$  ; g)  $-2 \text{ m/s}$

**04.**  $a = 5 \text{ m/s}^2$

**06.**  $V_f = 16 \text{ m/s}$

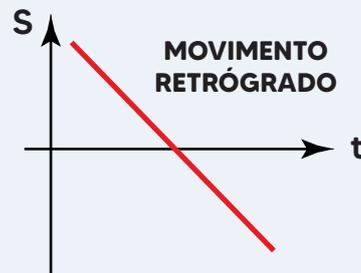
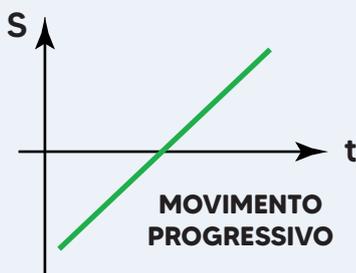
**08.** a)  $5 \text{ s}$     b)  $62,5 \text{ m}$     c) Retardado, a aceleração está contra a velocidade.

**10.** a) Sim, ele percorreu exatamente 150 metros ( $60 + 90 \text{ m}$ )  
b) 8 segundos ( $2 + 6 \text{ s}$ )

## POSIÇÃO x TEMPO

1. O **movimento progressivo** é representado por uma **reta crescente**, veja que o espaço (S) aumenta em função do tempo.

2. O **movimento retrógrado** é representado pela **reta decrescente** que mostra a posição diminuindo com o tempo.



## VELOCIDADE x TEMPO

1. Esse é mais fácil de analisar, o **movimento progressivo** é aquele que o gráfico está **acima do eixo horizontal** e mostra uma **velocidade positiva**.

2. O **retrógrado** é aquele que está **abaixo do eixo horizontal**, representando uma **velocidade negativa**. Lembre-se que no M.U. a velocidade é constante.

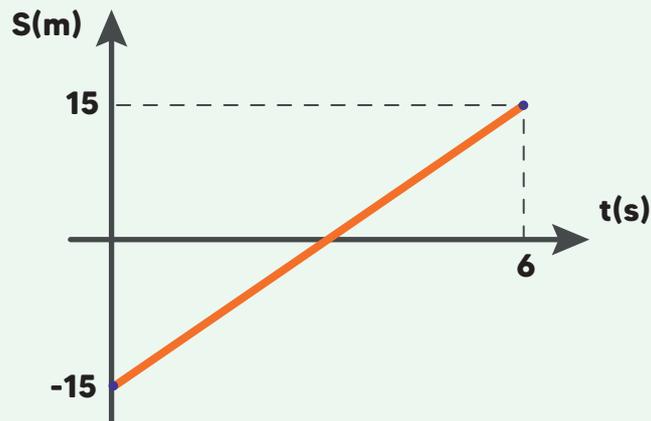


## ACELERAÇÃO x TEMPO

Opa... no M.U. não existe aceleração ( $a = 0$ ).

**01. (Resolvido)** Analise o gráfico a seguir e responda:

- Qual o tempo total do movimento?
- Qual é a posição final e inicial?
- Ele é um movimento progressivo ou retrógrado?
- Qual é a velocidade média?



### RESOLUÇÃO

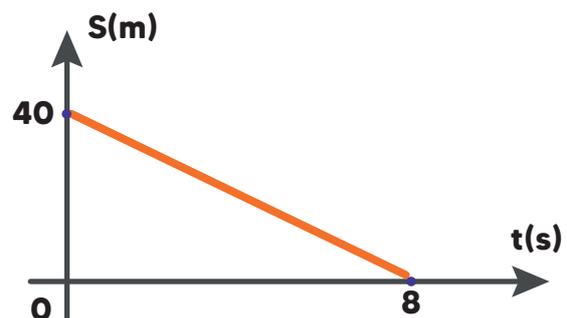
- O tempo é representado pela reta horizontal, o movimento se inicia no  $t = 0\text{s}$  e finaliza em  $t = 6\text{s}$ , logo, o tempo foi de **6 segundos**.
- Ele iniciou seu movimento na posição **-15 m** e finaliza em **15 m**.
- A posição aumenta com o passar do tempo: **movimento progressivo**.
- Use a fórmula da velocidade:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_f - S_o}{\Delta t}$$

$$V = \frac{15 - (-15)}{6} = \frac{30}{6} = \mathbf{5\text{ m/s}}$$

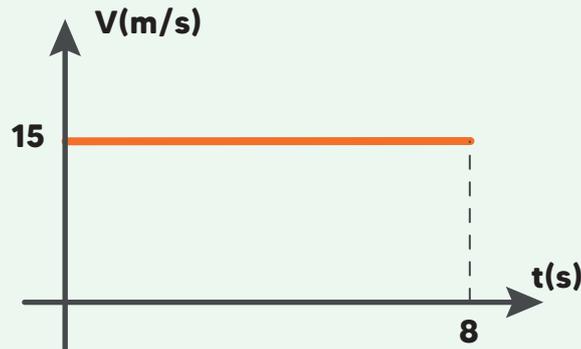
**02.** Veja o gráfico ao lado e responda:

- Qual o tempo total do movimento?
- Qual é a posição final e inicial?
- Ele é um movimento progressivo ou retrógrado?
- Qual é a velocidade média?



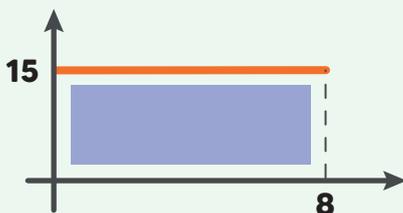
**03. (Resolvido)** Analise o gráfico a seguir e responda:

- Qual o tempo total do movimento?
- Qual é a velocidade desse corpo?
- Ele é um movimento progressivo ou retrógrado?
- Qual foi a distância percorrida?



### RESOLUÇÃO

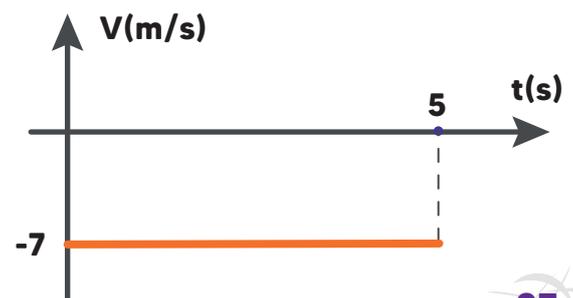
- O tempo é representado pela reta horizontal, o movimento se inicia no  $t = 0s$  e finaliza em  $t = 8s$ , logo, o tempo foi de **8 segundos**.
- A velocidade é constante e tem valor **15 m/s**
- A velocidade é positiva: **movimento progressivo**.
- Podemos achar o deslocamento de um gráfico "V x t" pela área que o gráfico faz com a reta horizontal (a figura formada é um retângulo):



$$\begin{aligned}\Delta S &= \text{Área do retângulo} \\ \Delta S &= (\text{Base})(\text{Altura}) \\ \Delta S &= (8)(15) \\ \Delta S &= 120 \text{ m}\end{aligned}$$

**04.** Veja o gráfico ao lado e responda:

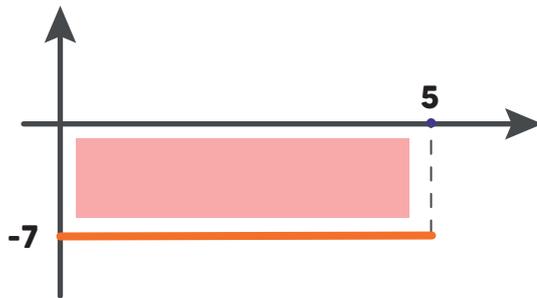
- Qual o tempo total do movimento?
- Qual é a velocidade desse corpo?
- Ele é um movimento progressivo ou retrógrado?
- Qual foi a distância percorrida?



## RESPOSTAS

02. a) 8s ; b)  $S_0 = 40 \text{ m}$  e  $S_f = 0 \text{ m}$  ; c) Retrógrado ;  $V = -5 \text{ m/s}$

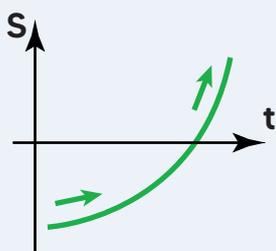
04. a) 5s ; b)  $V = -7 \text{ m/s}$  ; c) Retrógrado ;  $D = -35 \text{ m}$



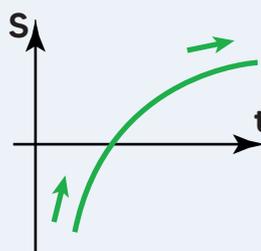
# Gráficos do MUV

## POSIÇÃO x TEMPO

1. Igual ao MU, os **dois gráficos abaixo são progressivos** pois mostram a **posição (S) aumentando com o tempo**.



MOVIMENTO  
PROGRESSIVO  
ACELERADO

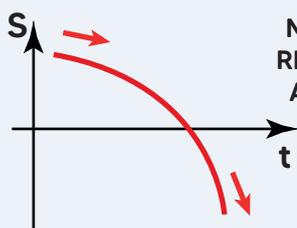


MOVIMENTO  
PROGRESSIVO  
RETARDADO

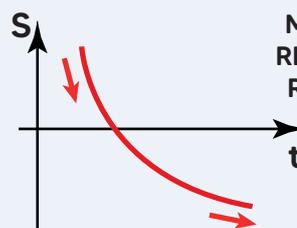
2. O gráfico da esquerda mostra uma curva que está ficando cada vez **mais inclinada**, isso mostra um **movimento acelerado**.

3. O gráfico da direita mostra uma curva que está ficando cada vez **menos inclinada**, ou seja, um **movimento retardado**.

4. Os **dois gráficos abaixo são retrógrados** pois mostram a **posição (S) diminuindo com o tempo**.



MOVIMENTO  
RETRÓGRADO  
ACELERADO



MOVIMENTO  
RETRÓGRADO  
RETARDADO

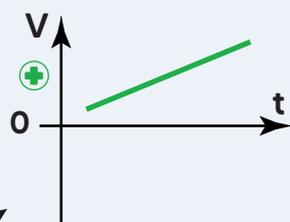
5. O gráfico da esquerda mostra uma curva que está ficando cada vez **mais inclinada** (para baixo), isso também mostra um **movimento acelerado**.

6. O gráfico da direita mostra uma curva que está ficando cada vez **menos inclinada**, ou seja, um **movimento retardado**.

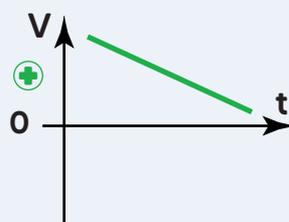
OBS: Mais inclinado (mais vertical)    
Menos inclinado (mais horizontal)  

## VELOCIDADE x TEMPO

1. Igual no MU, os **dois gráficos abaixo são progressivos** pois mostram uma velocidade positiva (acima do eixo horizontal)



MOVIMENTO  
PROGRESSIVO  
ACELERADO

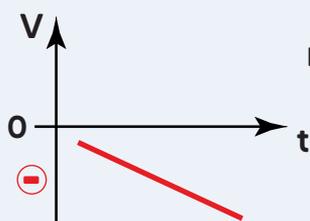


MOVIMENTO  
PROGRESSIVO  
RETARDADO

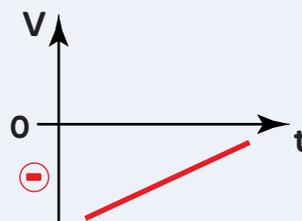
2. O gráfico da esquerda mostra a **velocidade aumentando** (se afastando de zero): **acelerado**

3. Nesse outro, a velocidade está diminuindo (pois está se aproximando de zero): **retardado**

4. Os **dois gráficos abaixo são retrógrados** pois mostram uma velocidade negativa (abaixo do eixo horizontal)



MOVIMENTO  
RETRÓGRADO  
ACELERADO

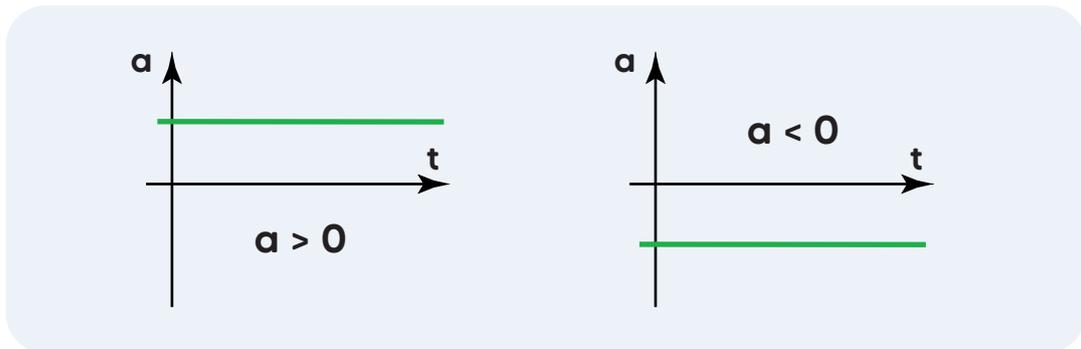


MOVIMENTO  
RETRÓGRADO  
RETARDADO

5. O gráfico da esquerda mostra a **velocidade se afastando de zero**, logo, **acelerado**

6. O da direita é **retardado** pois a velocidade está diminuindo (se aproximando de zero).

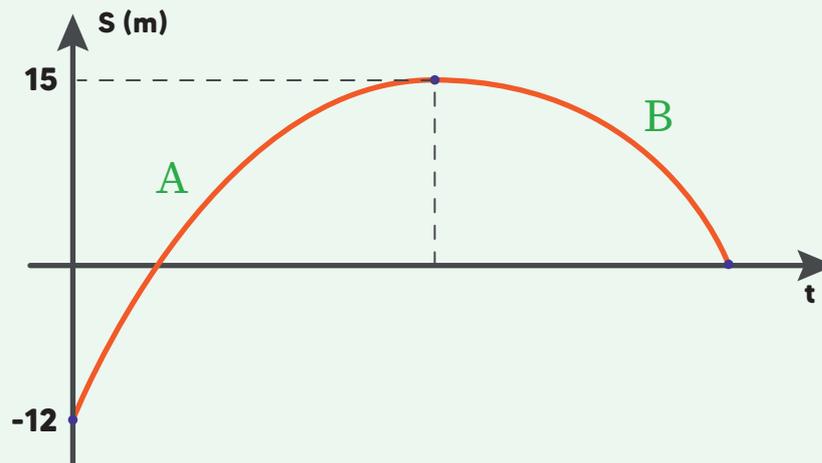
## ACELERAÇÃO x TEMPO



Não é possível identificar somente através desse gráfico se o movimento é progressivo ou retrógrado pois não conhecemos o sinal da velocidade, apenas conseguimos determinar que a **aceleração é positiva no primeiro gráfico e negativa no segundo.**

01. (Resolvido) Analise os dois trechos do gráfico a seguir e responda:

- a) Classifique em Progressivo ou Retrógrado
- b) Classifique em Acelerado ou Retardado
- c) Determine as distâncias percorridas



**RESOLUÇÃO**

- a) A: Progressivo - A posição (S) aumenta  
 B: Retrógrado - A posição (S) diminui
- b) A: Retardado - A curva fica menos inclinada  
 B: Acelerado - A curva fica mais inclinada
- c) Para achar as distâncias nos dois trechos:

**Trecho A**

$$\Delta S = S_f - S_o$$

$$\Delta S = 15 - (-12)$$

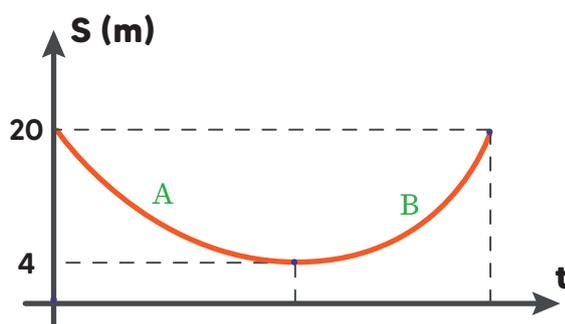
$$\Delta S = 15 + 12 = 27 \text{ m}$$

**Trecho B**

$$\Delta S = S_f - S_o$$

$$\Delta S = (0) - (15)$$

$$\Delta S = -15 \text{ m}$$

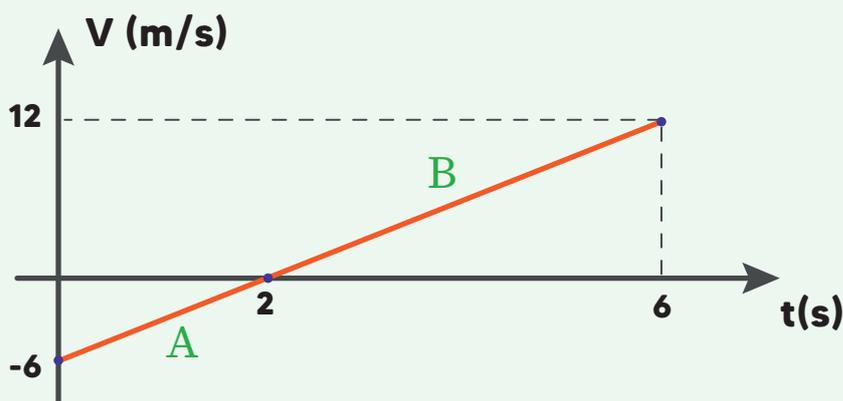


02. Analise os dois trechos do gráfico a seguir e responda:

- a) Classifique em Progressivo ou Retrógrado
- b) Classifique em Acelerado ou Retardado
- c) Determine as distâncias percorridas

**03 . (Resolvido)** Analise os dois trechos do gráfico a seguir e responda:

- Classifique em Progressivo ou Retrógrado
- Classifique em Acelerado ou Retardado
- Determine as acelerações
- Determine o deslocamento



### RESOLUÇÃO

- A: Retrógrado - A velocidade é negativa  
B: Progressivo - A velocidade é positiva
- A: Retardado - A velocidade se aproxima do zero (diminui)  
B: Acelerado - A velocidade se afasta do zero (aumenta)
- Use a fórmula da aceleração:

#### Trecho A

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_o}{\Delta t}$$

$$a = \frac{0 - (-6)}{2 - 0} = \frac{6}{2}$$

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

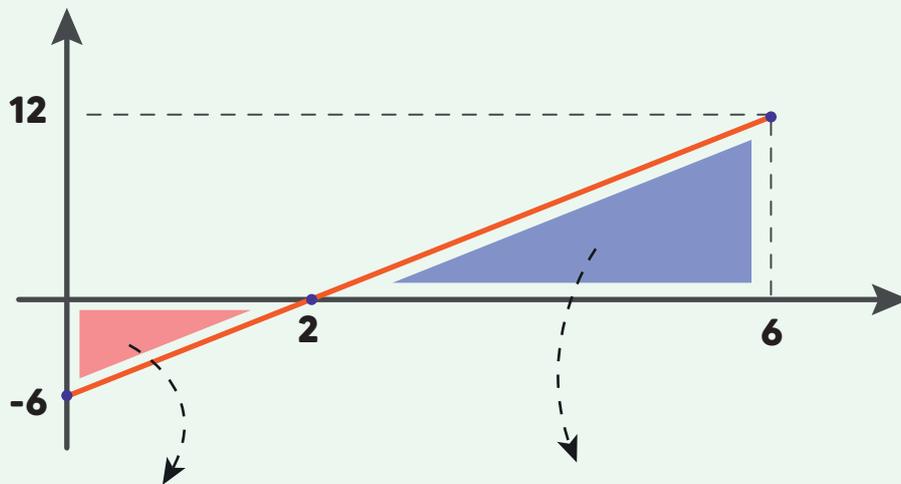
#### Trecho B

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_o}{\Delta t}$$

$$a = \frac{12 - 0}{6 - 2} = \frac{12}{4}$$

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

- Podemos achar o deslocamento de um gráfico "V x t" pela área que o gráfico faz com a reta horizontal (as figuras formadas são triângulos, um abaixo e outro acima da reta):



$\Delta S(1) = \text{Área do triângulo}$

$$\Delta S(1) = \frac{(\text{Base})(\text{Altura})}{2}$$

$$\Delta S(1) = \frac{(2)(-6)}{2}$$

$$\Delta S(1) = -6 \text{ m}$$

$\Delta S(2) = \text{Área do triângulo}$

$$\Delta S(2) = \frac{(\text{Base})(\text{Altura})}{2}$$

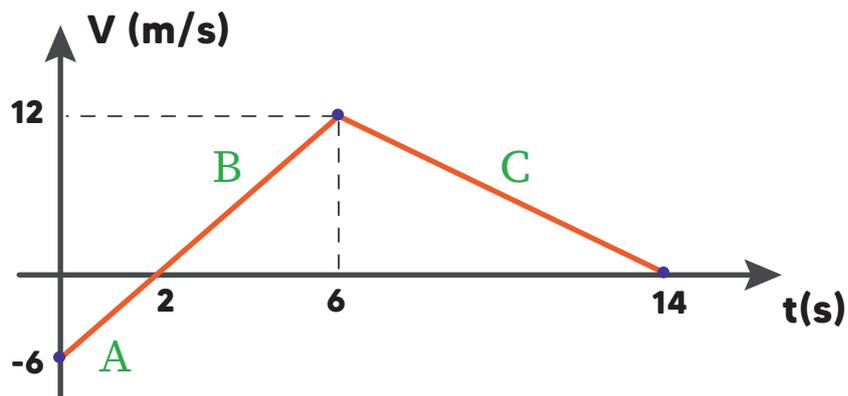
$$\Delta S(2) = \frac{(4)(12)}{2}$$

$$\Delta S(2) = 24 \text{ m}$$

A distância total percorrida foi de:  $-6 + 24 = 18 \text{ metros}$

04. Analise os três trechos do gráfico a seguir e responda:

- Classifique em Progressivo ou Retrógrado
- Classifique em Acelerado ou Retardado
- Determine as acelerações
- Determine a distância percorrida



## RESPOSTAS

02. a) A: Retrógrado, B: Progressivo

b) A: Retardado, B: Acelerado

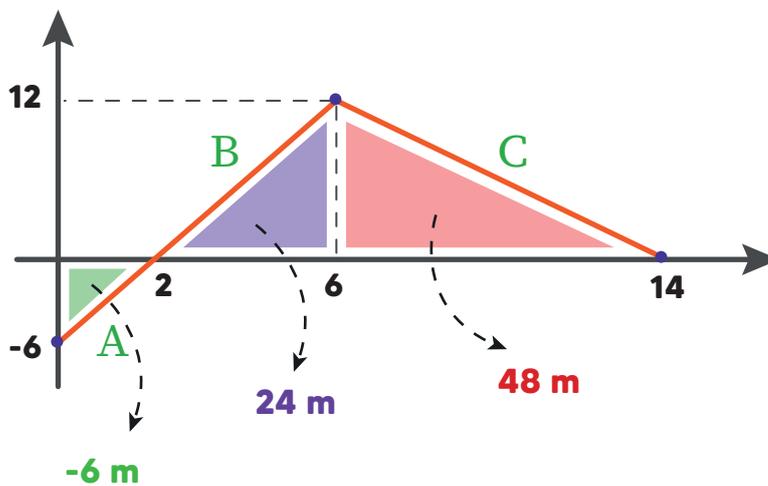
c) A: -16 m, B: 16 m

04. a) A: Retrógrado, B: Progressivo, C: Progressivo

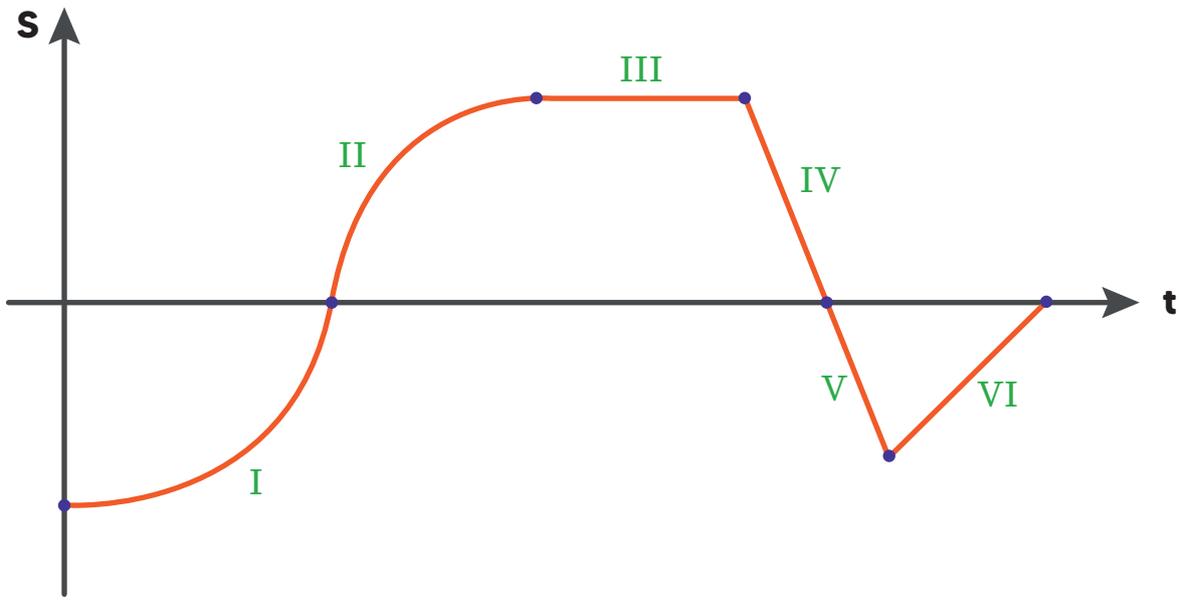
b) A: Retardado, B: Acelerado, C: Retardado

c) A:  $3 \text{ m/s}^2$ , B:  $3 \text{ m/s}^2$ , C:  $-1,5 \text{ m/s}^2$

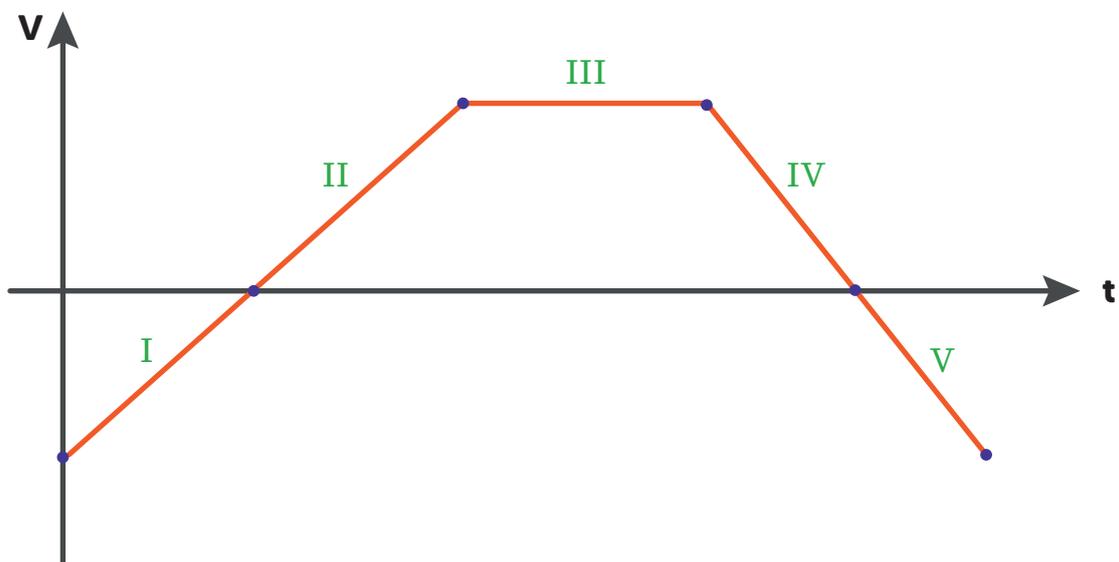
d) 66 metros (-6 + 24 + 48)



- 01.** Analise os 5 intervalos gráfico da posição em função do tempo e classifique:  
 a) MU ou MUV?  
 b) Progressivo ou Retrógrado?  
 c) Se for MUV, acelerado ou retardado?

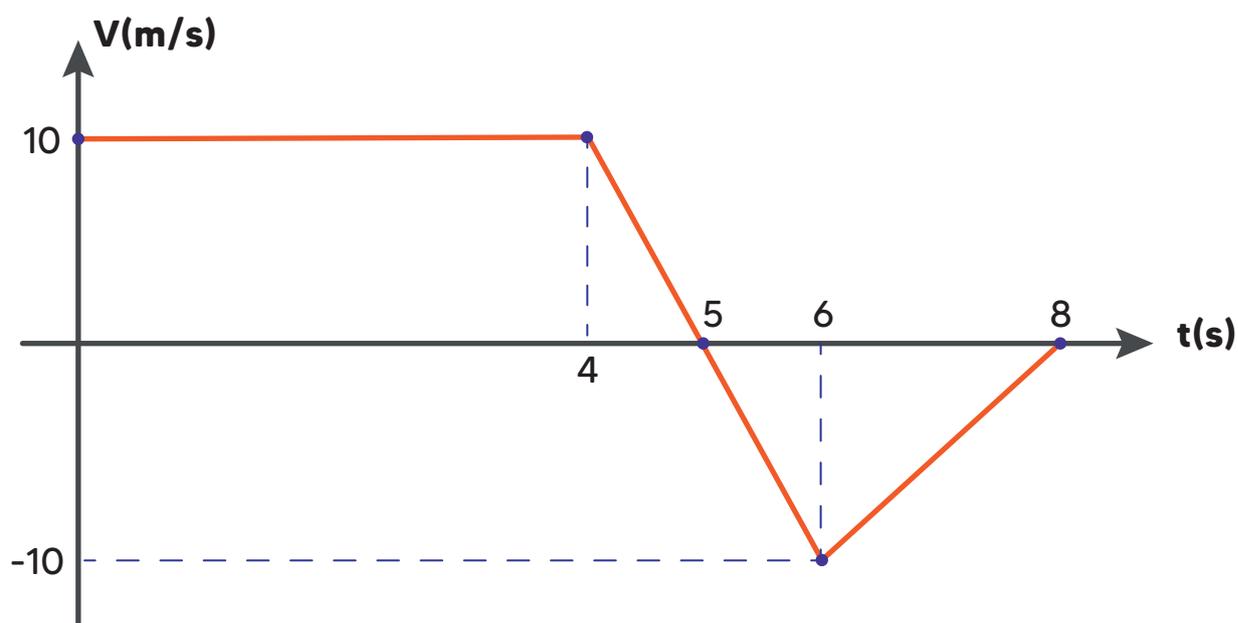


- 02. (Resolvido)** Analise os 5 intervalos gráfico da velocidade em função do tempo e responda:  
 a) MU ou MUV?  
 b) Progressivo ou Retrógrado?  
 c) Se for MUV, acelerado ou retardado?.



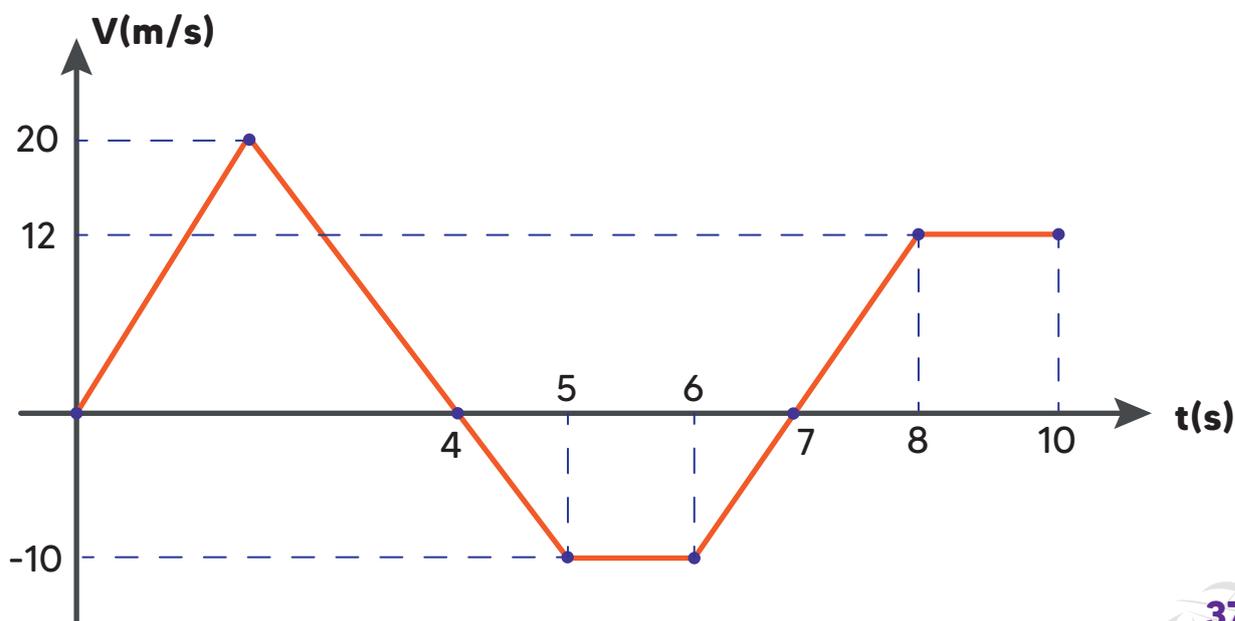
**03.** Determine o espaço percorrido pela partícula cujo movimento é descrito pelo gráfico a seguir.

(Dica: podemos encontrar o espaço percorrido de um gráfico  $V \times t$  através da área entre o gráfico e o eixo horizontal. Áreas acima do eixo são deslocamentos positivos, abaixo do eixo são deslocamentos negativos)

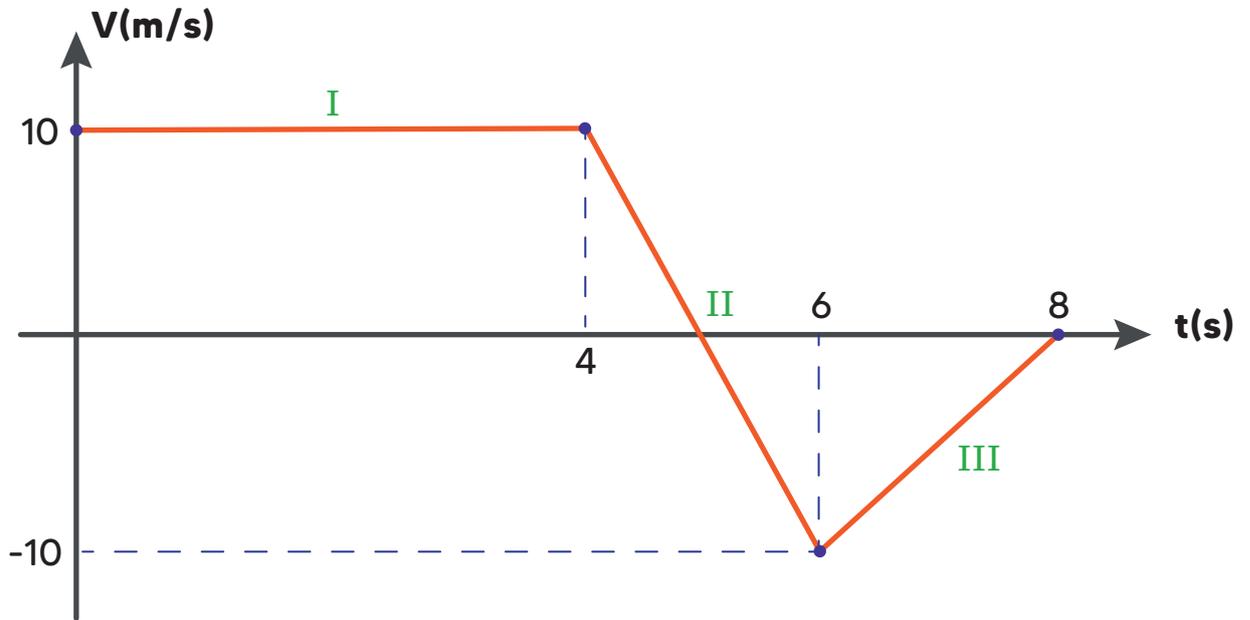


**04.** Determine o espaço percorrido pela partícula cujo movimento é descrito pelo gráfico a seguir.

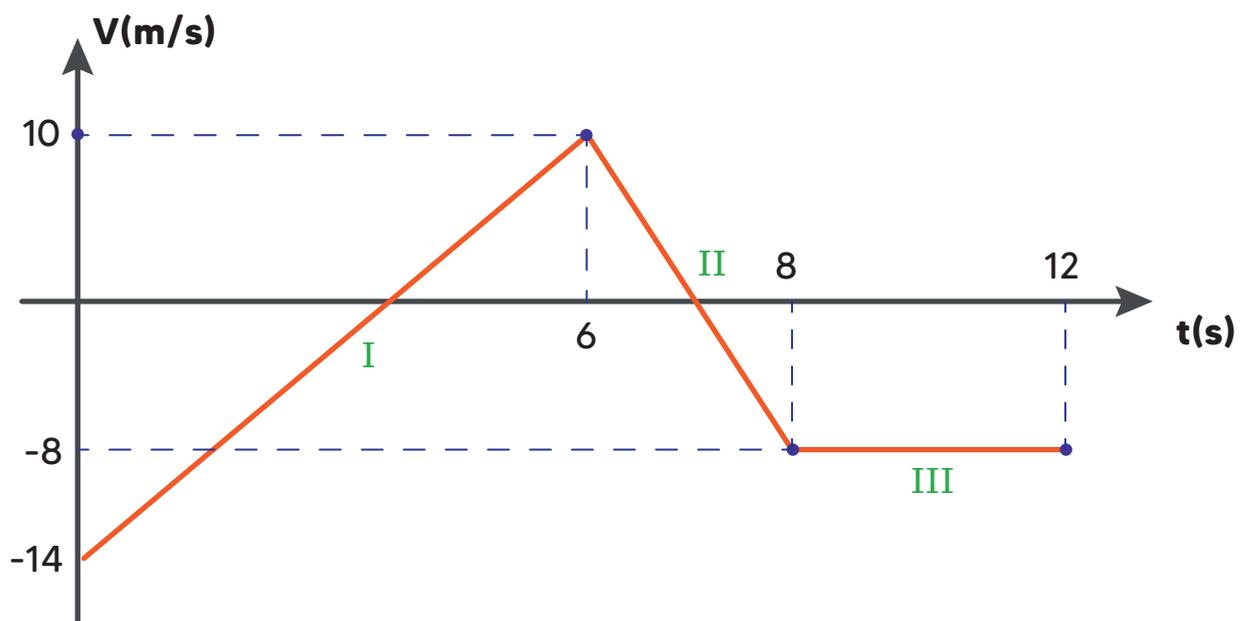
(Dica: podemos encontrar o espaço percorrido de um gráfico  $V \times t$  através da área entre o gráfico e o eixo horizontal. Áreas acima do eixo são deslocamentos positivos, abaixo do eixo são deslocamentos negativos)



**05.** Determine as acelerações da partícula nos 3 trechos descritos pelo gráfico a seguir



**06.** Determine as acelerações da partícula nos 3 trechos descritos pelo gráfico a seguir



**07.** Faça um pequeno esboço dos gráficos da posição em função do tempo para os movimentos a seguir:

- a) Uma moeda caindo do alto de um prédio
- b) Um motorista freia bruscamente quando avista o sinal vermelho
- c) Um metrô parte do repouso acelerando uniformemente
- d) Após atingir a sua velocidade máxima, mantém ela constante por alguns minutos

**08.** Faça um pequeno esboço dos gráficos da velocidade em função do tempo para os movimentos a seguir:

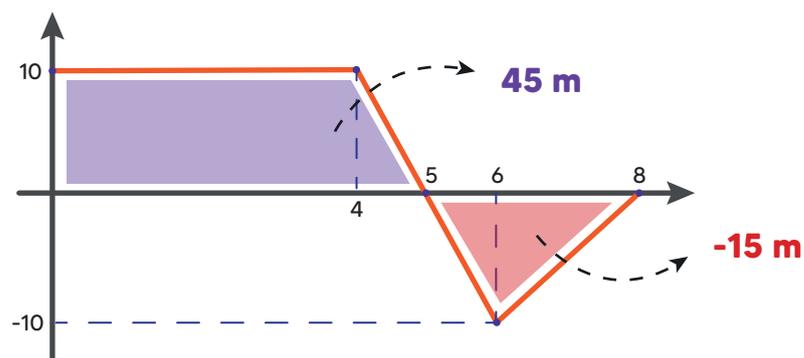
- a) Uma moeda caindo do alto de um prédio
- b) Um motorista freia bruscamente quando avista o sinal vermelho
- c) Um metrô parte do repouso acelerando uniformemente
- d) Após atingir a sua velocidade máxima, mantém constante por alguns minutos

**RESPOSTAS**

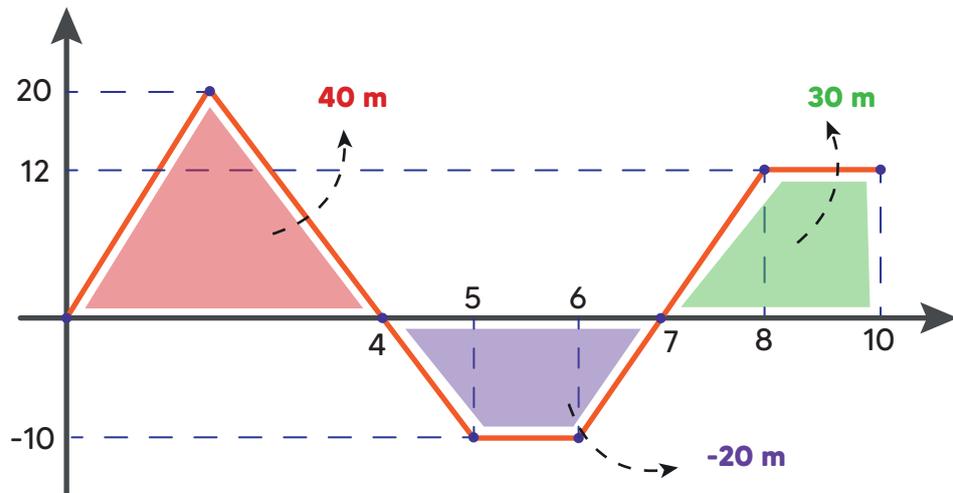
- 01.**
- I - (MUV) PROGRESSIVO ACELERADO
  - II - (MUV) PROGRESSIVO RETARDADO
  - III - (MU) REPOUSO / PARADO
  - IV - (MU) RETRÓGRADO
  - V - (MU) RETRÓGRADO
  - VI - (MU) PROGRESSIVO

- 02.**
- I - (MUV) RETRÓGRADO RETARDADO
  - II - (MUV) PROGRESSIVO ACELERADO
  - III - (MU) PROGRESSIVO
  - IV - (MUV) PROGRESSIVO RETARDADO
  - V - (MUV) RETRÓGRADO ACELERADO

**03. D = 30 m**



**04. D = 50 m**



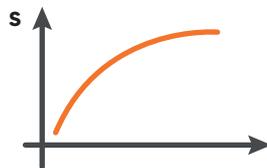
**05. I) 0 m/s<sup>2</sup> II) -10 m/s<sup>2</sup> III) 5 m/s<sup>2</sup>**

**06. I) 4 m/s<sup>2</sup> II) -9 m/s<sup>2</sup> III) 0 m/s<sup>2</sup>**

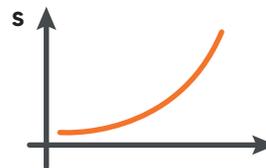
**07. a)**



**b)**



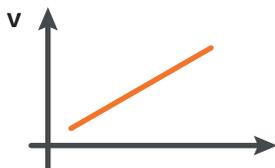
**c)**



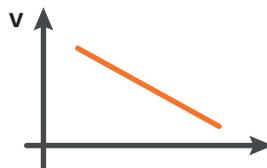
**d)**



**08. a)**



**b)**



**c)**



**d)**



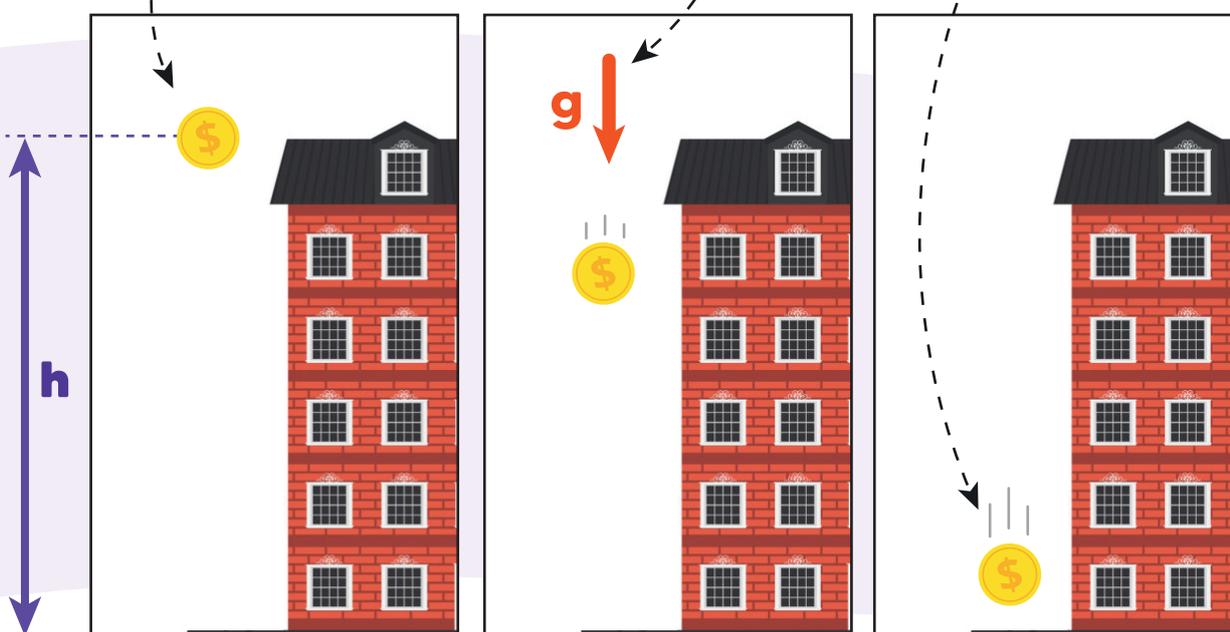
## QUEDA LIVRE

1. Nesse movimento, um corpo é **solto de uma certa altura (h)** a partir do **repouso**. Isso significa que a **velocidade inicial é zero**.

$$V_{\text{inicial}} = 0 \text{ m/s}$$

2. Por ação da **gravidade**, esse corpo começa a **acelerar** (aumentar a velocidade).

3. E chega ao solo com **velocidade máxima!**



## LANÇAMENTO PARA BAIXO

1. Muito semelhante a queda livre. A única diferença é que a **velocidade inicial não é zero**. Ele é atirado para baixo.

$$V_0 \neq 0 \text{ m/s}$$

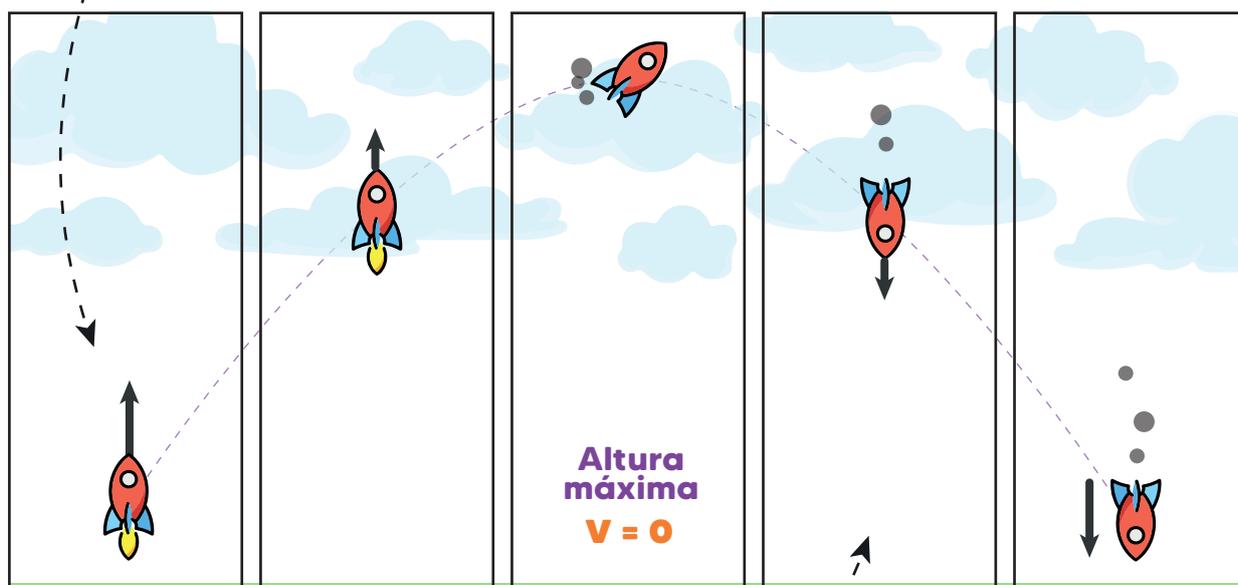
2. É esperado então que esse corpo chegue ao solo mais rapidamente.

3. É importante ressaltar que **a massa do corpo não altera no movimento e nem na sua velocidade final**. Seja uma pena ou uma bola de boliche, ambas chegarão ao solo no mesmo tempo. (Desprezando a resistência do ar, claro!)

## LANÇAMENTO PARA CIMA

1. Nesse movimento, o objeto é **lançado verticalmente para cima**.

2. Como a gravidade aponta para baixo (contra a velocidade inicial) esse corpo **começa a desacelerar e eventualmente para**.



3. Depois que ele chega na sua altura máxima, começa a cair em uma **queda livre**.

$$t_{\text{subida}} = t_{\text{descida}}$$

$$V_{\text{inicial}} = V_{\text{final}}$$

4. Duas coisas são importantes nesse movimento! A primeira é que **o tempo de subida é igual ao tempo de descida**. A segunda é que **a velocidade de lançamento é igual a velocidade com que ele retorna ao solo** (Simetria).

### E as fórmulas?

Estamos falando de movimentos que são influenciados pela **aceleração da gravidade**, logo, use as fórmulas do MUV!

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

$$V_f^2 = V_0^2 + 2a \cdot \Delta S$$

**01. (Resolvido)** Um objeto é solto do alto de um prédio de 45 metros de altura, determine: (Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- a) A velocidade inicial
- b) O tempo total de queda
- c) A velocidade final quando chega ao solo
- d) A velocidade após 2 segundos de queda

### RESOLUÇÃO

a) Como é uma queda livre, a velocidade inicial é zero.

$$V_0 = 0 \text{ m/s}$$

b) A posição final do objeto é 45 m (alto do prédio);

A posição final é 0 m (solo);

A aceleração é  $-10 \text{ m/s}^2$  (pois está apontado para baixo);

Usaremos a função horária da posição:

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

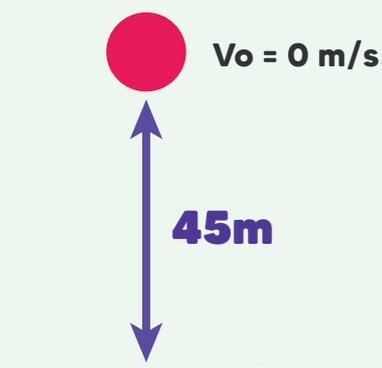
$$0 = 45 + (0) \cdot t + \frac{(-10) \cdot t^2}{2}$$

$$0 = 45 - 5 \cdot t^2$$

$$5t^2 = 45$$

$$t^2 = 9$$

$$t = 3 \text{ segundos}$$



c) Podemos usar a função horária da velocidade:

$$V = V_0 + a \cdot t$$

$$V = 0 + (-10) \cdot (3)$$

$$V = -30 \text{ m/s}$$

A velocidade final é negativa pois está apontada para baixo.

d) Podemos novamente usar a função horária da velocidade:

$$V = V_0 + a \cdot t$$

$$V = 0 + (-10) \cdot (2)$$

$$V = -20 \text{ m/s}$$

A velocidade final é negativa pois está apontada para baixo.

**02** Um objeto é solto do alto da Torre Eiffel que possui 320 metros de altura, determine: (Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e desconsidere a resistência do ar)

- A velocidade inicial
- O tempo total de queda
- A velocidade final quando chega ao solo
- A velocidade após 3,5 segundos de queda

**03. (Resolvido)** Um objeto é atirado para baixo com velocidade inicial de  $10 \text{ m/s}$  do alto de uma torre de 40 metros, determine:

- O tempo total de queda
- A velocidade quando chega ao solo

### RESOLUÇÃO

- A posição inicial do objeto é  $40 \text{ m}$  (alto do prédio);  
A posição final é  $0 \text{ m}$  (solo);  
A aceleração é  $-10 \text{ m/s}^2$  (pois está apontado para baixo);  
A velocidade inicial é  $-10 \text{ m/s}$  (aponta para baixo)

Usaremos a função horária da posição:

$$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$0 = 40 + (-10) \cdot t + \frac{(-10) \cdot t^2}{2}$$

$$0 = 40 - 10 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$t = 2 \text{ segundos}$$

Resolva usando Bhaskara!

b) Podemos usar a função horária da velocidade:

$$V = V_0 + a \cdot t$$

$$V = (-10) + (-10) \cdot (2)$$

$$V = -30 \text{ m/s}$$

A velocidade final é negativa pois está apontada para baixo.

**04.** Um objeto é atirado para baixo com velocidade inicial de 15 m/s do alto de uma torre de 200 metros, determine:

- O tempo total de queda
- A velocidade quando chega ao solo
- A velocidade após 1 segundo

**05. (Resolvido)** Um menino lança um foguete para cima com velocidade inicial de 40 m/s.

- Qual é o tempo de subida?
- O tempo total do movimento (subida + descida)
- A altura máxima alcançada pelo foguete
- A velocidade quando ele chega ao solo



### RESOLUÇÃO

- A posição final do objeto é 0 m (solo);  
A aceleração é  $-10 \text{ m/s}^2$  (pois está apontado para baixo);  
A velocidade inicial é 40 m/s (aponta para cima)  
A velocidade final é 0 m/s (ele para na altura máxima)

Usaremos a função horária da velocidade:

$$V = V_0 + a \cdot t$$

$$0 = (40) + (-10) \cdot t$$

$$10 \cdot t = 40$$

$$t = 4 \text{ segundos}$$

b) O tempo de descida é igual ao tempo de subida:

$$t(\text{total}) = t(\text{subida}) + t(\text{descida})$$

$$t(\text{total}) = 4 + 4 = \mathbf{8 \text{ segundos}}$$

c) Use a função horária da posição ou Torricelli (usarei Torricelli):

$$V^2 = V_0^2 + 2a \cdot \Delta S$$

$$(0)^2 = (40)^2 + 2 \cdot (-10) \cdot \Delta S$$

$$0 = 1600 - 20 \cdot \Delta S$$

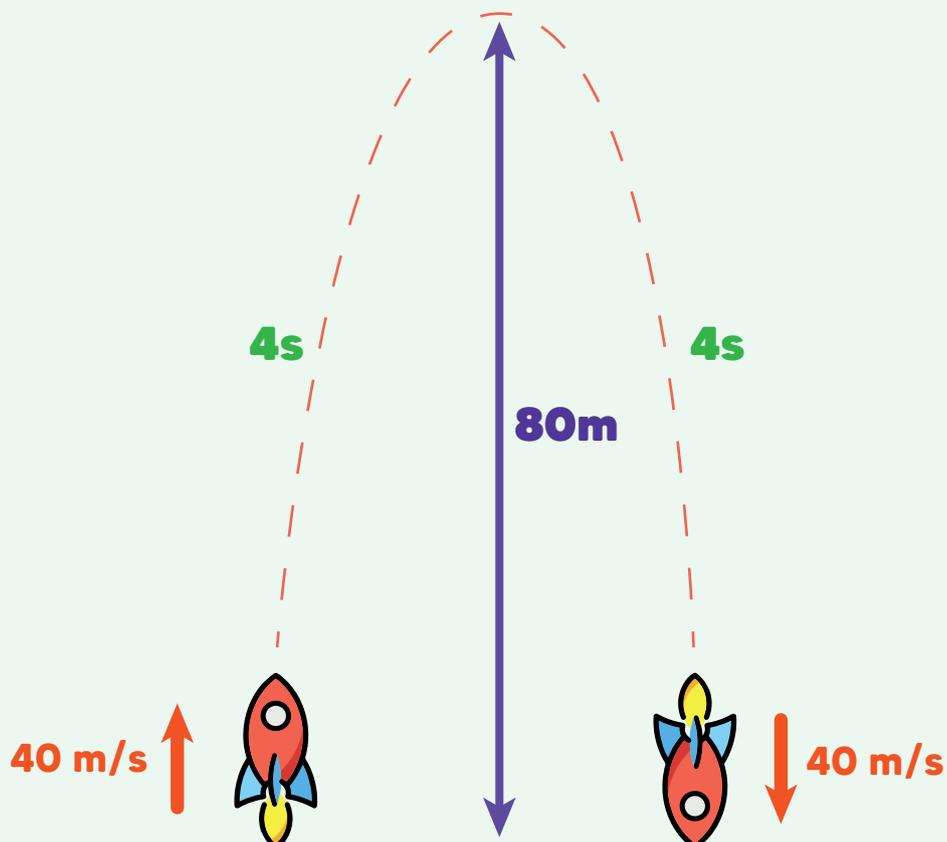
$$20 \cdot \Delta S = 1600$$

$$\Delta S = \mathbf{80 \text{ metros}}$$

d) A velocidade final é a mesma inicial:

$$V(\text{final}) = \mathbf{-40 \text{ m/s}}$$

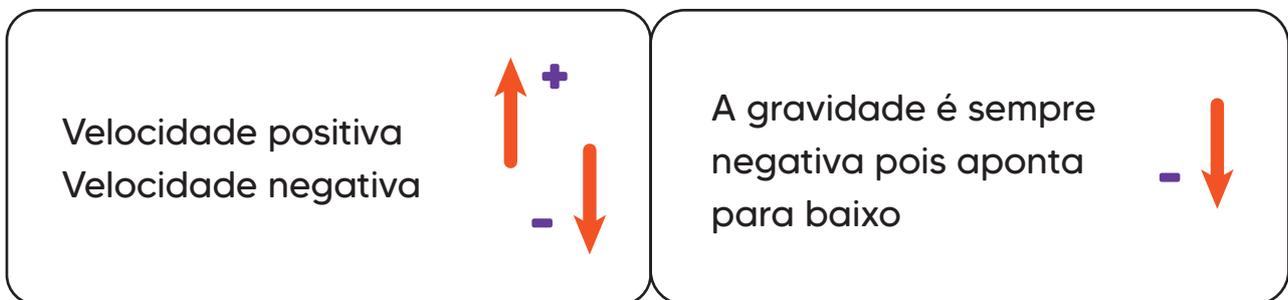
A velocidade final é negativa pois está apontada para baixo.



**06.** Um menino lança uma bola para cima com velocidade inicial de 5 m/s.

- a) Qual é o tempo de subida?
- b) O tempo total do movimento (subida + descida)
- c) A altura máxima alcançada pela bola
- d) A velocidade quando ele chega ao solo

Padrão utilizado:



## RESPOSTAS

**02.** a)  $V_0 = 0 \text{ m/s}$  ; b)  $t = 8 \text{ s}$  ; c)  $V_f = -80 \text{ m/s}$  ; d)  $V = -35 \text{ m/s}$

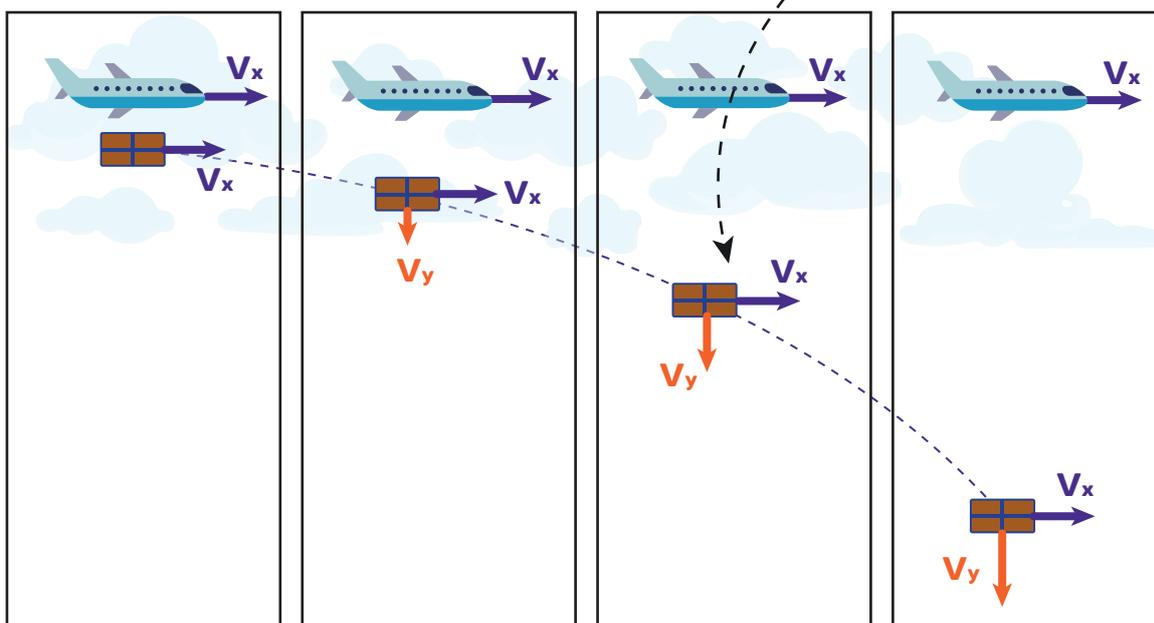
**04.** a)  $t = 5 \text{ s}$  ; b)  $V_f = -65 \text{ m/s}$  ; c)  $V = -25 \text{ m/s}$

**06.** a)  $t = 0,5 \text{ s}$  ; b)  $t = 1 \text{ s}$  ; c)  $h = 1,25 \text{ m}$  ; d)  $V = -5 \text{ m/s}$

# Lançamento Horizontal

1. Imagine um avião com velocidade constante quando solta um carga.

2. Mesmo sabendo que a carga já se desprende do avião, **ela continuará se movimentando para a direita com velocidade constante ( $V_x$ )** igual a do avião.



3. Mas outro movimento também vai acontecer simultaneamente: uma **queda livre** (mov. vert.)

4. Perceba que são dois movimentos diferentes que devem ser resolvidos separadamente. Usamos as **fórmulas do MU para o movimento horizontal** e as **fórmulas do MUV para o vertical**.

## MOV. HORIZONTAL (MU)

A velocidade de lançamento ( $V_x$ ) continua constante durante todo o movimento pois não existe aceleração agindo sobre ela.

## MOV. VERTICAL (MUV)

A velocidade vertical ( $V_y$ ) inicia nula e aumenta conforme o tempo passa, isso acontece devido a aceleração da gravidade.

5. A única coisa em **comum para os dois movimentos** será o **tempo!**

$$t_{\text{HORIZ}} = t_{\text{VERT}}$$

**01. (Resolvido)** Um objeto é lançado horizontalmente de uma altura igual a 45 m com velocidade inicial de 40 m/s, determine:

- O tempo total do movimento
- A componente horizontal da velocidade quando ele chega ao solo
- A componente vertical da velocidade quando ele chega ao solo
- A velocidade final resultante
- O alcance

### RESOLUÇÃO

a) O tempo de movimento é regulado pelo movimento vertical, quando chega ao solo (0m), o movimento acaba. Use as fórmulas do MUV.

Lembre-se que a velocidade inicial vertical ( $V_{oy}$ ) é nula (queda livre). Usaremos a função horária da posição para o MUV:

$$S = S_0 + V_{oy} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

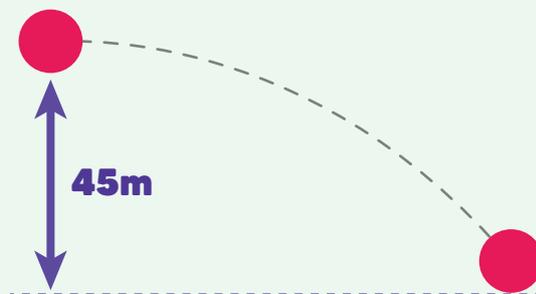
$$0 = 45 + (0) \cdot t + \frac{(-10) \cdot t^2}{2}$$

$$0 = 45 - 5 \cdot t^2$$

$$5 \cdot t^2 = 45$$

$$t^2 = 9$$

$$t = \mathbf{3 \text{ segundos}}$$



b) O movimento horizontal é um MU que possui velocidade " $V_x$ " constante igual a 40 m/s, logo, a final continuará sendo **40 m/s**.

c) O movimento vertical é um MUV que possui velocidade inicial nula, use a função horária da velocidade:

$$V_y = V_{oy} + a \cdot t$$

$$V_y = 0 + (-10) \cdot (3)$$

$$\mathbf{V_y = -30 \text{ m/s}}$$

A velocidade final é negativa pois está apontada para baixo.

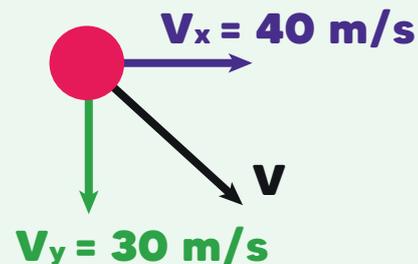
d) Para achar a velocidade final resultante ( $V$ ), usaremos as duas componentes achadas anteriormente ( $V_x$  e  $V_y$ ). a resultante de dois vetores ortogonais pode ser achar pelo **Teorema de Pitágoras**: a resultante é a hipotenusa enquanto as componente serão os catetos.

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

$$V^2 = 40^2 + 30^2$$

$$V^2 = 1600 + 900 = 2500$$

$$V = 50 \text{ m/s}$$

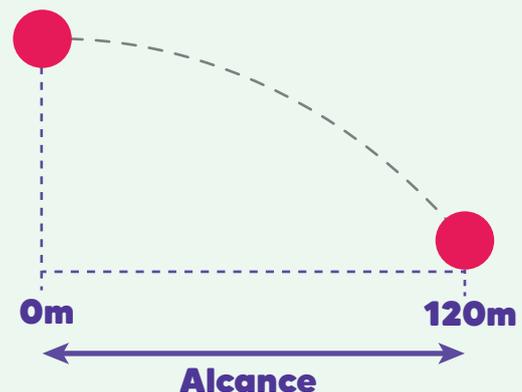


e) O alcance é o espaço horizontal percorrido durante queda, usaremos a fórmula do MU:

$$S = S_0 + V_x \cdot t$$

$$S = 0 + (40) \cdot (3)$$

$$S = 120 \text{ m}$$



**02** Um objeto é lançado horizontalmente de uma altura igual a 980 m com velocidade inicial de 10 m/s, determine:

- O tempo total do movimento
- A componente horizontal da velocidade quando ele chega ao solo
- A componente vertical da velocidade quando ele chega ao solo
- A velocidade final resultante
- O alcance

**03** Um avião está viajando a 216 km/h a uma altura de 2,88 km em relação ao solo quando uma peça cai de sua fuselagem. Despreze a resistência do ar e adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Determine:

- a) O tempo total do movimento dessa peça até o solo
- b) A componente horizontal da velocidade quando ele chega ao solo
- c) A componente vertical da velocidade quando ele chega ao solo
- d) A velocidade final resultante
- e) O alcance

**04** Um objeto é lançado horizontalmente e leva exatamente 4 segundos para alcançar o solo, determine:

- a) A altura que esse objeto foi lançado
- b) A componente horizontal da velocidade quando o seu alcance é de 100 m
- c) A componente vertical da velocidade quando ele chega ao solo
- d) A velocidade final resultante

## RESPOSTAS

**02.** a)  $t = 14 \text{ s}$  ; b)  $V_x = 10 \text{ m/s}$  ; c)  $V_y = - 140 \text{ m/s}$  ;  
d)  $V = 140,36 \text{ m/s}$  ; e)  $A = 140 \text{ m}$

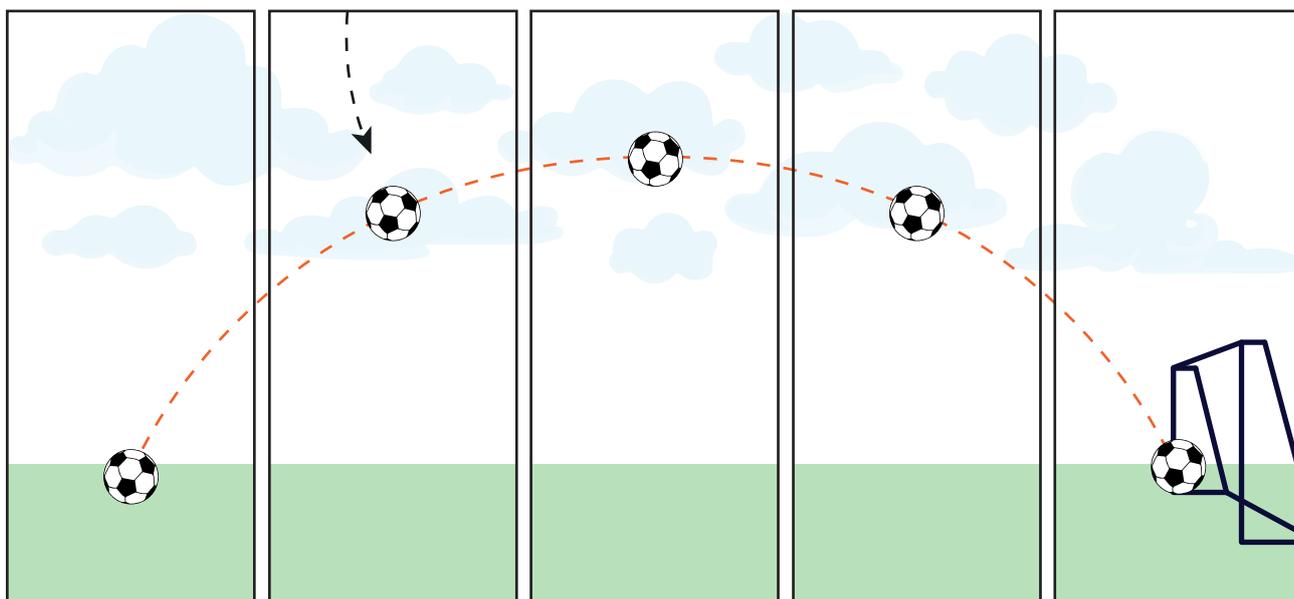
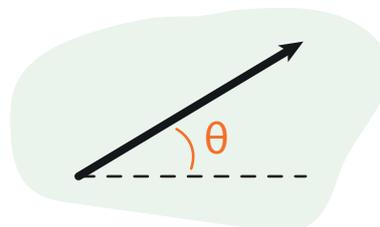
**03.** a)  $t = 24 \text{ s}$  ; b)  $V_x = 60 \text{ m/s}$  ; c)  $V_y = - 240 \text{ m/s}$  ;  
d)  $V = 247,39 \text{ m/s}$  ; e)  $A = 1440 \text{ m}$

Dica:  $216 \text{ km/h} = 60 \text{ m/s}$  ;  $2,88 \text{ km} = 2880 \text{ m}$

**04.** a)  $80 \text{ m}$  ; b)  $V_x = 25 \text{ m/s}$  ; c)  $V_y = - 40 \text{ m/s}$  ; d)  $V = 47,17 \text{ m/s}$

# Lançamento Oblíquo

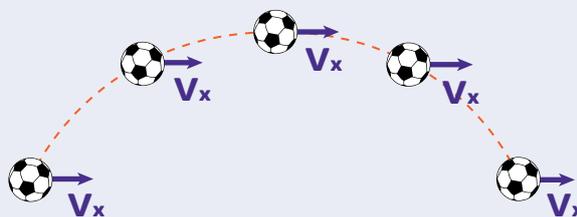
1. Acontece quando um objeto é lançado com um ângulo em relação a horizontal. (movimento parabólico)



2. Aqui também acontece 2 movimentos simultâneos:

## MOV. HORIZONTAL (MU)

A velocidade horizontal ( $V_x$ ) continua constante durante todo o movimento pois não existe aceleração agindo sobre ela.



## MOV. VERTICAL (MUV)

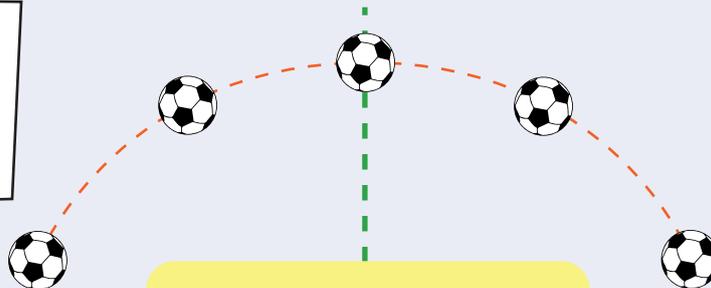
A velocidade vertical ( $V_{oy}$ ) inicia no seu valor máximo e se anula quando chega na altura máxima, acelerando novamente na descida.



3. Perceba que são dois movimentos diferentes que devem ser resolvidos separadamente. Usamos as **fórmulas do MU** para o movimento horizontal e as **fórmulas do MUV** para o vertical.

### 3 informações importantes!

1. O tempo de descida é igual ao tempo de subida (lançamento vertical para cima).



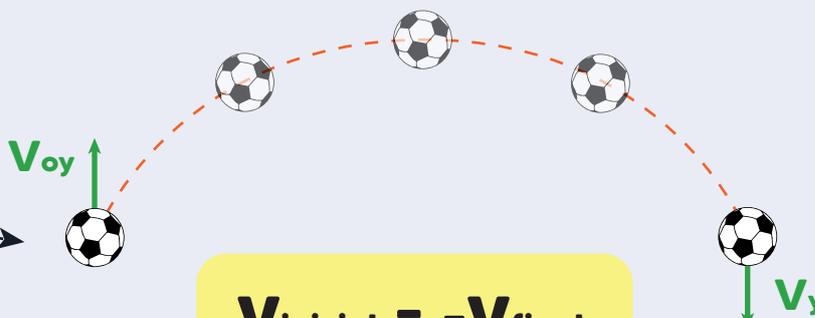
$$t_{\text{subida}} = t_{\text{descida}}$$

2. O tempo total do movimento horizontal é igual a soma dos tempos de subida e descida.

$$t_{\text{total}} = t_{\text{subida}} + t_{\text{descida}}$$



3. A velocidade do lançamento é igual a velocidade com que ele chega ao solo (simetria)



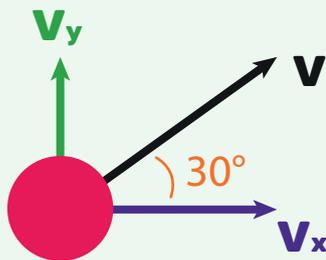
$$V_{\text{inicial}} = -V_{\text{final}}$$

**01 (Respondido)** Uma bola é lançada do solo a um ângulo de  $30^\circ$  com velocidade inicial de 20 m/s. determine:

- As componentes horizontal e vertical da velocidade inicial
- O tempo de subida
- O tempo de descida
- O tempo total do movimento
- A altura máxima
- O alcance

### RESOLUÇÃO

a) Usaremos o ângulo dado para decompor a velocidade inicial ( $V$ ) e achar as componentes  $V_x$  e  $V_y$ :



$$V_x = V \cdot \cos(30^\circ)$$

$$V_x = 20 \cdot 0,87$$

$$\mathbf{V_x = 17,4 \text{ m/s}}$$

$$V_y = V \cdot \sin(30^\circ)$$

$$V_y = 20 \cdot 0,5$$

$$\mathbf{V_y = 10 \text{ m/s}}$$

Explicando: A componente  $V_x$  (horizontal) está encostando no ângulo, logo, recebe o cosseno. A componente  $V_y$  (vertical) não encosta no ângulo e por isso recebe o seno.

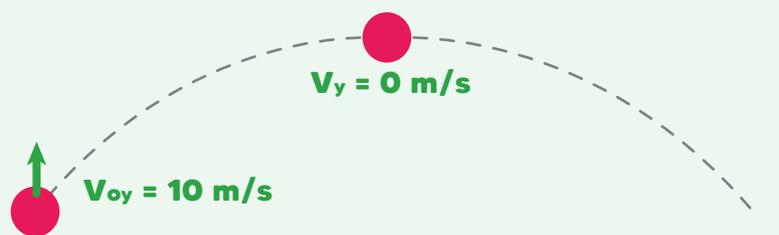
b) Usaremos a função horária da velocidade (MUV) para achar o tempo de subida. Esse objeto começa com a velocidade vertical de 10 m/s até chegar na altura máxima com 0m/s:

$$V_y = V_{oy} + a \cdot t$$

$$0 = 10 + (-10) \cdot t$$

$$10 \cdot t = 10$$

$$\mathbf{t = 1 \text{ segundo}}$$



c) Por simetria, o tempo de descida será igual ao de subida:  $t_{(\text{descida})} = 1 \text{ s}$

d) O tempo total do movimento é a soma dos tempos de subida e descida:

$$t_{(\text{total})} = t_{(\text{sub})} + t_{(\text{des})} = 1 + 1 = \mathbf{2 \text{ segundos}}$$

e) Podemos usar Torricelli para o movimento de subida:

$$V_y^2 = V_{oy}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$(0)^2 = (10)^2 + 2 \cdot (-10) \cdot \Delta S$$

$$0 = 100 - 20 \cdot \Delta S$$

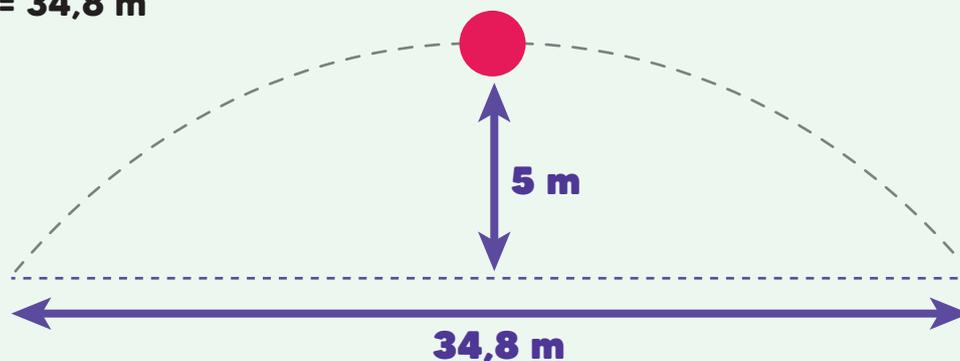
$$\Delta S = \mathbf{5 \text{ m}}$$

f) Para achar o alcance horizontal, usaremos a fórmula do MU, a velocidade de  $V_x$  é constante e igual a 17,4 m/s:

$$S = S_0 + V_x \cdot t$$

$$S = 0 + (17,4) \cdot (2)$$

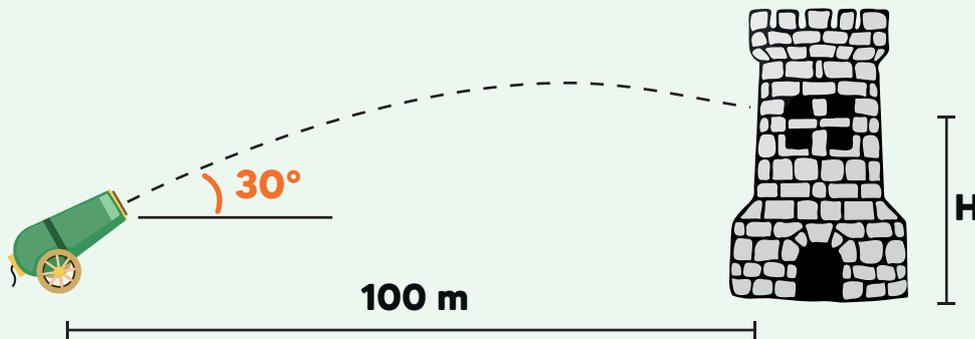
$$S = \mathbf{34,8 \text{ m}}$$



**02** Uma bola é lançada do solo a um ângulo de  $40^\circ$  com velocidade inicial de 30 m/s. determine: (Dados:  $\sin 40^\circ = 0,64$  e  $\cos 40^\circ = 0,76$ )

- As componentes horizontal e vertical da velocidade inicial
- O tempo de subida, descida e total do movimento
- A altura máxima
- O alcance

**03 (Respondido)** Um canhão lança uma bala com velocidade inicial de 60 m/s contra uma torre que está a 100 m de distância, veja a figura abaixo:



Determine a altura (H) que a bala atingirá a torre.

### RESOLUÇÃO

Começamos determinando as componentes da velocidade:

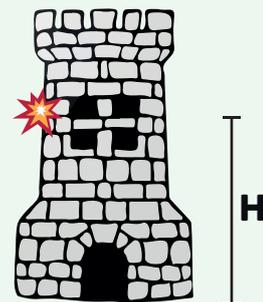
$$\begin{aligned} V_x &= V \cdot \cos(30^\circ) & V_y &= V \cdot \sin(30^\circ) \\ V_x &= 60 \cdot 0,87 & V_y &= 60 \cdot 0,5 \\ \mathbf{V_x} &= \mathbf{52,2 \text{ m/s}} & \mathbf{V_y} &= \mathbf{30 \text{ m/s}} \end{aligned}$$

Já sabemos o alcance, então use a função horária da posição (MU):

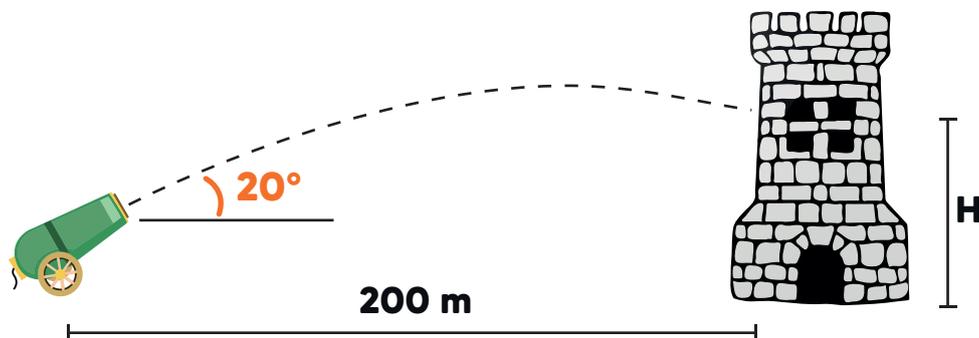
$$\begin{aligned} S &= S_0 + V_x \cdot t \\ 100 &= 0 + (52,5) \cdot t \\ t &= 100/52,2 \\ \mathbf{t} &= \mathbf{1,9 \text{ s}} \end{aligned}$$

Quer encontrar a altura (posição vertical)? Use esse tempo encontrado na função horária da posição (MUV):

$$\begin{aligned} S &= S_0 + V_{oy} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \\ S &= (0) + (30) \cdot (1,9) + \frac{(-10) \cdot (1,9)^2}{2} \\ S &= 57 - 18,05 \\ \mathbf{H} &= \mathbf{38,95 \text{ metros de altura}} \end{aligned}$$



**04** Um canhão lança um bala com velocidade inicial de 65 m/s contra uma torre que está a 200 m de distância, veja a figura abaixo:



Determine a altura ( $H$ ) que a bala atingirá a torre. ( $\sin 20^\circ = 0,34$  e  $\cos 20^\circ = 0,94$ ).

## RESPOSTAS

**02. a)**  $V_x = 22,8 \text{ m/s}$  e  $V_y = 19,2 \text{ m/s}$  ;

**b)**  $t \text{ (sub)} = t \text{ (des)} = 1,92\text{s}$  ;  $t \text{ (total)} = 3,84\text{s}$

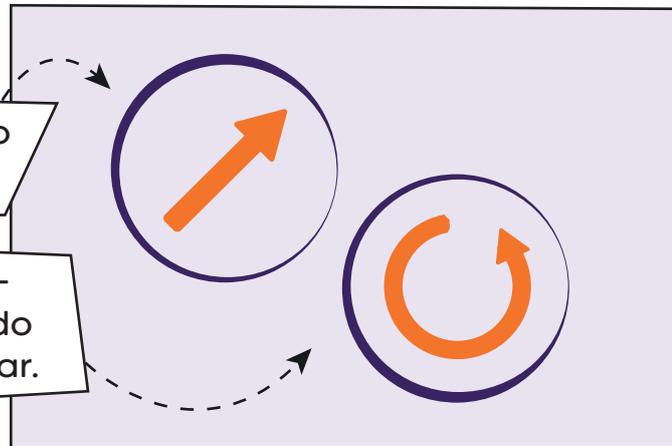
**c)**  $H = 18,43$     **d)**  $A = 87,55 \text{ m}$

**04.**  $H = 18,8 \text{ m}$     ( $V_x = 61,1 \text{ m/s}$  /  $V_y = 22,1 \text{ m/s}$  /  $t = 3,27 \text{ s}$ )

# Movimento Circular

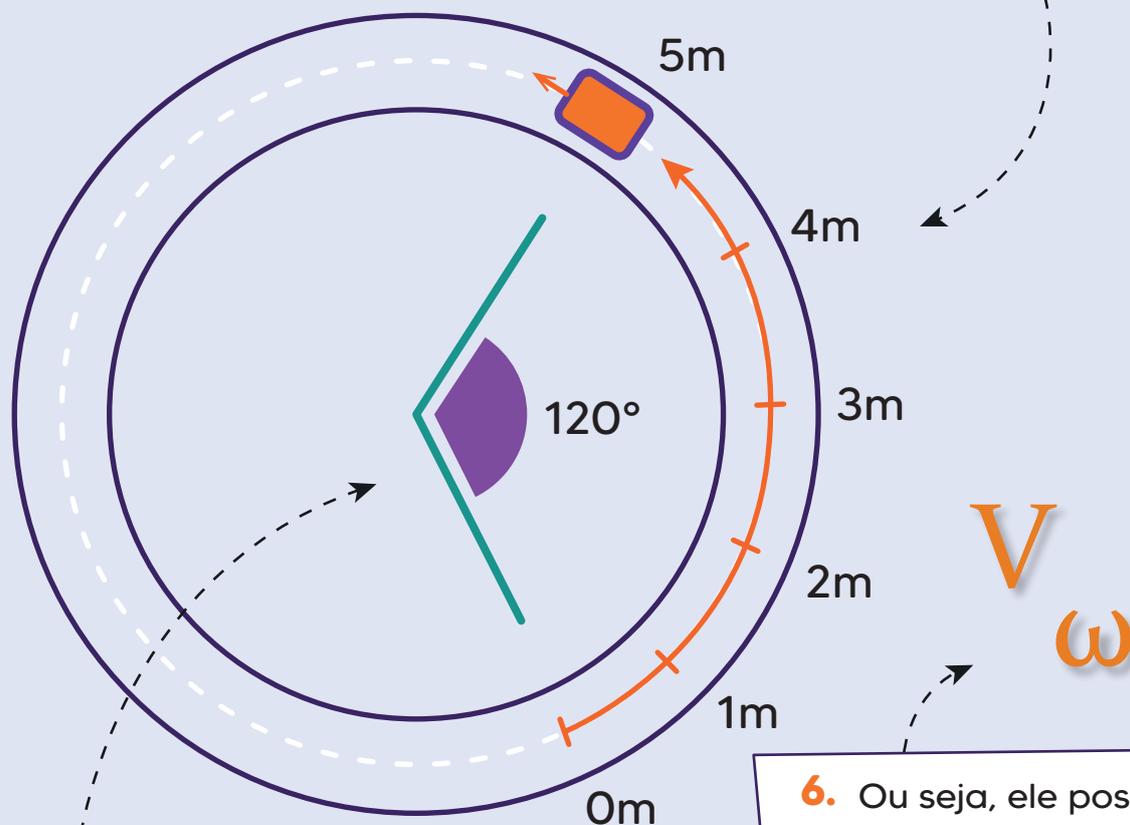
1. Já estudamos o movimento retilíneo (em linha reta).

2. E agora começaremos a falar do movimento circular.



3. Perceba que quando o corpo executa uma curva, são feitos **2 movimentos simultâneos**.

4. Ao mesmo tempo que ele percorre uma **distância** em metros...



5. ...um **ângulo** também é traçado.

6. Ou seja, ele possui 2 tipos de velocidades! Uma velocidade **linear** e outra **angular**.

7. Já estudamos sobre a **velocidade linear**, é ela que calcula a distância percorrida em um certo período

$\Delta S$ : Espaço percorrido [m]  
 $\Delta t$ : Variação do tempo [s]

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

[metros por segundo - m/s]

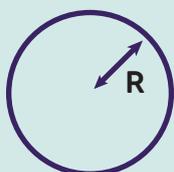


8. E a **velocidade angular** é aquela que calcula o ângulo percorrido (rotação) em um certo período.

$\Delta\theta$ : Rotação/Voltas/Ângulo [rad]  
 $\Delta t$ : Variação do tempo [s]

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

[radianos por segundo - rad/s]



$$V = \omega \cdot R$$

R: Raio da circunferência [m]

9. E temos uma última fórmula para relacionar as duas velocidades.

## O que é Radianos?

É uma unidade de medida para ângulos no **S.I.**, ou seja, a unidade graus ( $^\circ$ ) não poderá ser usada na fórmula da vel. angular.

Então atenção para a transformação:  $360^\circ$  (1 volta completa) será **equivalente** a  $2\pi$  (pi) radianos.

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

**01 (Respondido)** Um disco executa 10 voltas completas em 4 segundos.

- Qual é a velocidade angular desse movimento
- Qual seria a velocidade linear de um ponto marcado a 20 cm do centro?

### RESOLUÇÃO

a) Se uma volta completa é equivalente a  $2\pi$  radianos, então 10 voltas completas são  $20\pi$  rad, veja a regra de 3:

$$\frac{1 \text{ volta}}{10 \text{ voltas}} = \frac{2\pi}{x} \quad \rightarrow \quad x = 20\pi \text{ rad}$$

Use a fórmula da velocidade angular:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{20\pi}{4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

b) Use a fórmula da transformação; lembre-se que 20 cm é igual a 0,2 metros:

$$V = \omega R \quad \rightarrow \quad V = (5\pi) \cdot (0,2) \quad \rightarrow \quad V = \pi \text{ m/s}$$

**02.** Um disco executa um total de 7 voltas e meia em 3 segundos.

- Qual é a velocidade angular desse movimento
- Qual seria a velocidade linear de um ponto marcado a 5 cm do centro?

**03 (Respondido)** A roda de um carro com 40 cm de diâmetro gira com velocidade angular de 4 radianos por segundo (rad/s). Qual é a velocidade desse carro?

### RESOLUÇÃO

A velocidade angular é de 4 rad/s e o raio é de 20 cm (0,2 m), use a fórmula da transformação:

$$V = \omega R \quad \rightarrow \quad V = (4) \cdot (0,2) \quad \rightarrow \quad V = 0,8 \text{ m/s}$$

**04.** A roda de um carro com 42 cm de diâmetro gira com velocidade angular de 6 rad/s. Qual é a velocidade desse carro?

**05 (Respondido)** A velocidade de uma bicicleta é de 2,7 m/s. Qual seria a velocidade angular de uma das rodas dessa bicicleta que possui 18 cm de raio?

### RESOLUÇÃO

A velocidade linear é de 2,7 m/s e o raio é de 18 cm (0,18 m), use a fórmula da transformação:

$$V = \omega \cdot R \quad \rightarrow \quad 2,7 = \omega \cdot (0,18) \quad \rightarrow \quad \omega = 15 \text{ rad/s}$$

**06** Um carrinho de controle remoto possui as rodas traseiras com 50 mm de diâmetro e se move a uma velocidade de 0,8 m/s. Qual é a velocidade angular das rodas traseiras?

### RESPOSTAS

**02. a)  $5\pi$  rad/s ; b)  $0,25\pi$  m/s** (Dica: 7,5 voltas =  $15\pi$  rad | 5 cm = 0,05 m)

**04. 1,26 m/s** (Dica: 42 cm = 0,42 m | R = 0,21 m)

**06. 16 rad/s** (Dica: 50 mm = 0,05 m)

# Frequência

1. É a grandeza que controla a **quantidade de vezes que certo evento ocorre** em um dado **período**

2. Sua formula é simples, veja a seguir:

$$f = \frac{\text{N}^\circ \text{ de repetições}}{\text{Tempo}}$$

3. Sua unidade de medida é o hertz (Hz), e ele basicamente significa: "repetições por segundo"

[Hertz - Hz]

4. Dica: Não esqueça do S.I!  
Transforme o tempo para segundos (s)

## O que é RPM?

É outra unidade para frequências usada no dia a dia, ela significa:

**Rotações Por Minuto**

Olha a transformação:

$$1 \text{ Hz} = 60 \text{ RPM}$$

"Se um corpo realizar 1 volta em 1 segundo, terá feito 60 voltas no período de 1 minuto"

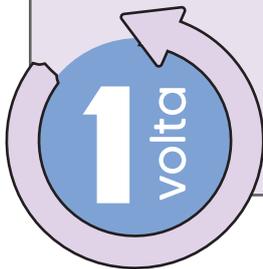
# Período

1. Mede o **tempo** total que é necessário para ocorrer **1 repetição (volta) completa**

2. Sua formula é:

$$T = \frac{\text{Tempo}}{\text{N}^\circ \text{ de repetições}}$$

[segundo - s]



# Igualdade

1. Percebeu que as fórmulas da **frequência** e do **período** são idênticas?

$$f = \frac{\text{N}^\circ \text{ rep.}}{\text{Tempo}}$$

$$T = \frac{\text{Tempo}}{\text{N}^\circ \text{ rep.}}$$

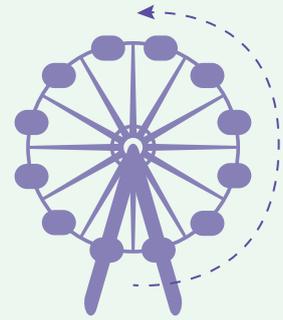
2. ...mas invertidas!

3. Isso significa que as duas são grandezas **inversamente proporcionais**.

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{f}$$

4. E podemos relacionar as duas assim:

**01 (Respondido)** Uma roda gigante possui 80 metros de diâmetro. Um pessoa que entra em uma das plataformas no solo chega ao topo em apenas 40 segundos. Determine:



- O período do movimento
- A frequência em Hz

### RESOLUÇÃO

a) Se a pessoa inicia seu movimento no solo e finaliza no topo, ela dá meia volta (0,5) no intervalo de 40 segundos. Usaremos a fórmula do período:

$$T = \frac{\Delta t}{\text{N}^\circ \text{ de voltas}} = \frac{40 \text{ s}}{0,5 \text{ voltas}} = 80 \text{ s}$$

b) Já sabemos o período do movimento, podemos transformar para frequência:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{80} = 0,0125 \text{ Hz (ou 0,75 RPM)}$$

**02.** Uma roda gigante possui 120 metros de diâmetro. Um pessoa que entra em uma das plataformas no solo chega ao topo em apenas 50 segundos. Determine:

- O período do movimento
- A frequência em Hz

**03 (Respondido)** Um disco faz um total de 90 voltas completas em 1 minuto. Determine:

- A frequência em Hz
- O período do movimento

### RESOLUÇÃO

a) Usaremos a fórmula da frequência: (1 min = 60 s)

$$f = \frac{\text{N}^\circ \text{ de voltas}}{\Delta t} = \frac{90 \text{ voltas}}{60 \text{ segundos}} = 1,5 \text{ Hz (90 RPM)}$$

b) Já sabemos a frequência do movimento, podemos transformar para período:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1,5} = 0,67 \text{ s}$$

**04.** Há uma goteira no teto e caem um total de 100 gotas a cada 3 minutos e 20 segundos. Determine:

- a) A frequência em Hz
- b) O período de cada gota

**05 (Respondido)** Faça as transformações a seguir:

- a) 0,4 Hz para RPM
- b) 45 RPM para Hertz

### RESOLUÇÃO

a) Multiplique por 60 para transformar de Hertz para RPM:

$$0,4 \text{ Hz (x 60)} = 24 \text{ RPM}$$

b) Divida por 60 para transformar de RPM para Hertz:

$$45 \text{ RPM (: 60)} = 0,75 \text{ Hz}$$

**06.** Faça as transformações a seguir:

- a) 0,7 Hz para RPM
- b) 3,1 Hz para RPM
- c) 0,05 Hz para RPM
- d) 120 RPM para Hertz
- e) 20 RPM para Hz
- f) 15 RPM para Hz

### RESPOSTAS

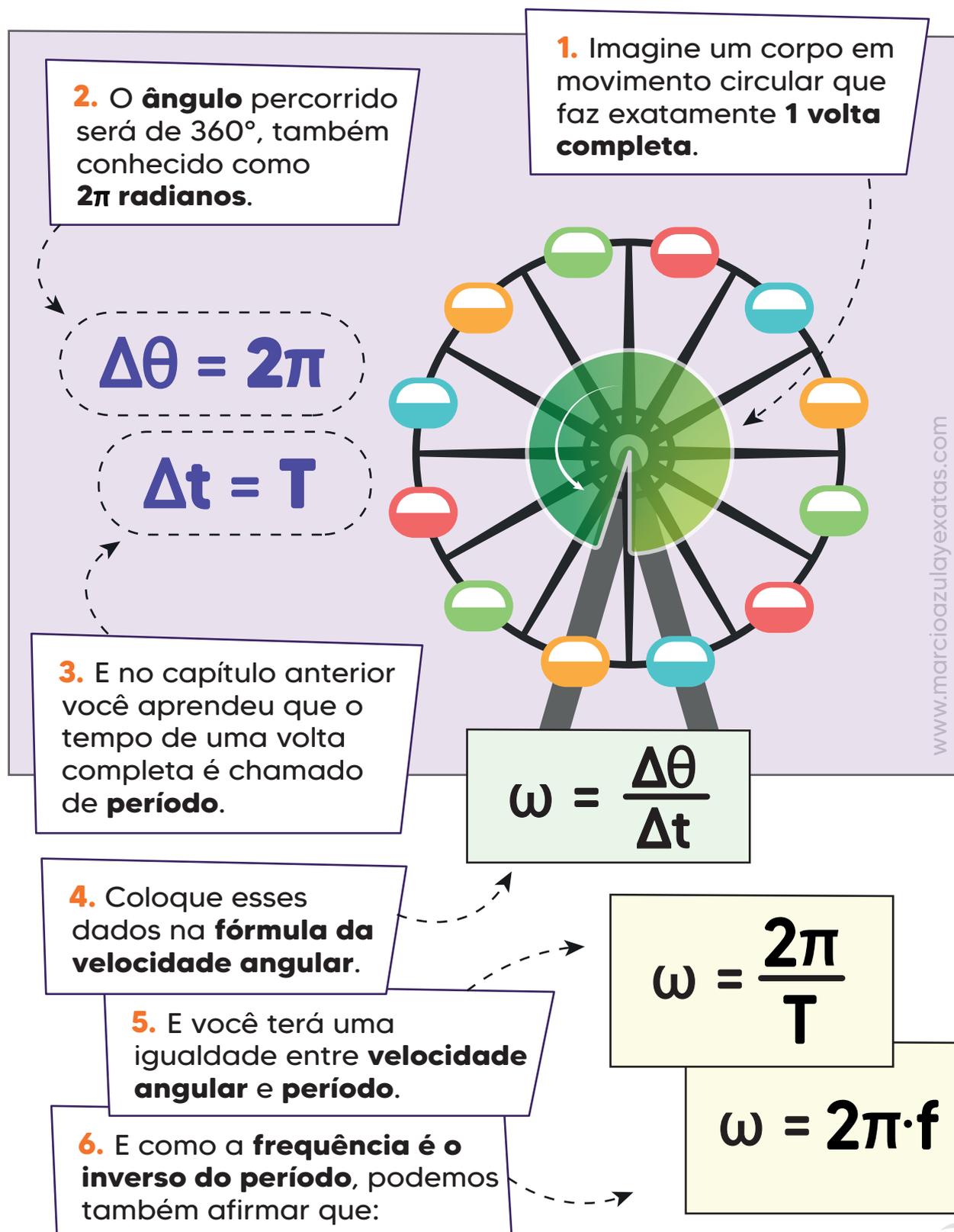
**02.** a)  $T = 100 \text{ s}$ ; b)  $f = 0,01 \text{ Hz}$

**04.** a)  $f = 0,5 \text{ Hz}$ ; b)  $T = 2 \text{ s}$

**06.** a) 42 RPM; b) 186 RPM; c) 3 RPM;  
d) 2 Hz; e) 0,33 Hz; f) 0,25 Hz

# 1 volta completa

O objetivo desse capítulo será de criar uma ponte para relacionar todas as grandezas vistas anteriormente: velocidade linear, angular, frequência e período.



# Mapa de Fórmulas

Muitas fórmulas foram apresentadas nesse capítulo, para facilitar o processo veja a seguir um resumo de todas as fórmulas vistas no conteúdo de movimento circular: **velocidade linear**, **velocidade angular**, **frequência** e **período**.

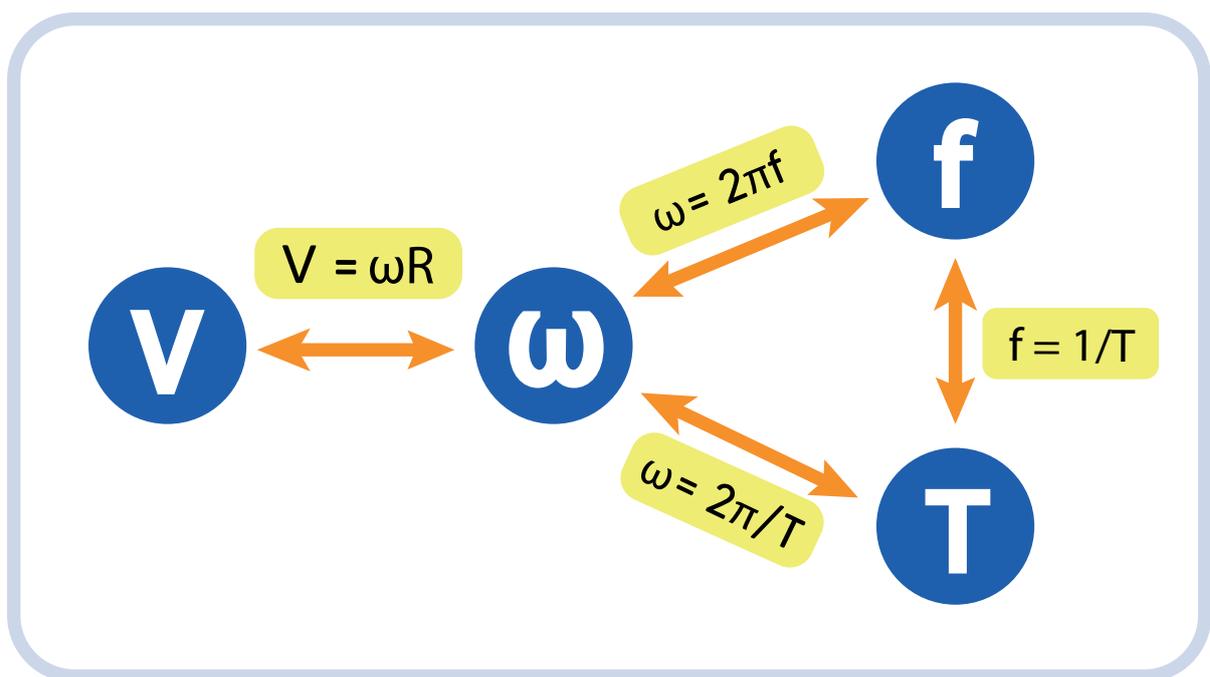
$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

$$f = \frac{N^{\circ} \text{ rep.}}{\text{Tempo}}$$

$$T = \frac{\text{Tempo}}{N^{\circ} \text{ rep.}}$$

E use o mapa abaixo para fazer **transformações** entre elas:



**01 (Respondido)** Um corpo em movimento circular possui velocidade angular igual a 15 rad/s. Determine:

- a) A velocidade linear quando o raio da trajetória é de 30 cm
- b) O tempo de uma volta completa (Período)
- c) A frequência

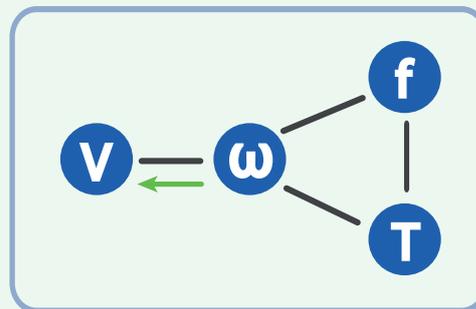
**RESOLUÇÃO**

a) Use o mapa de fórmulas para transformar de velocidade angular para linear:

$$V = \omega \cdot R$$

$$V = (15) \cdot (0,30)$$

$$V = 4,5 \text{ m/s}$$

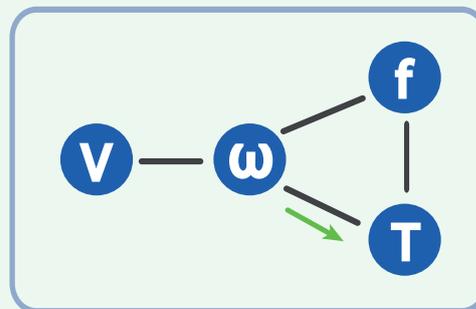


b) Use o mapa de fórmulas para transformar de velocidade angular para período:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$15 = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{15} \text{ s}$$

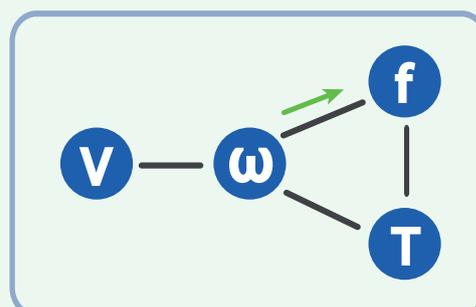


c) Use o mapa de fórmulas para transformar de velocidade angular para frequência:

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$15 = 2\pi \cdot f$$

$$f = \frac{15}{2\pi} \text{ Hz}$$



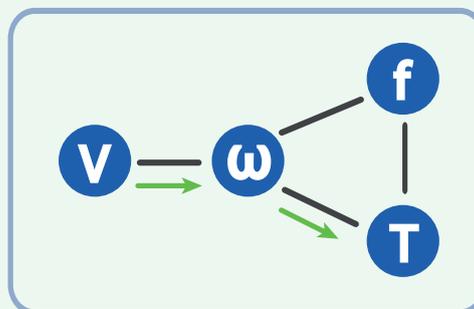
**02** Um corpo em movimento circular possui velocidade angular igual a 8 rad/s. Determine:

- a) A velocidade linear quando o raio da trajetória é de 25 cm
- b) O tempo de uma volta completa (Período)
- c) A frequência

**03 (Respondido)** A extremidade de uma roda com 80 cm de diâmetro possui velocidade constante de 20 m/s. Qual é o tempo para uma volta completa dessa roda?

**RESOLUÇÃO**

Use o mapa de fórmulas para transformar de velocidade linear para período, veja que o problema possui 2 partes:



Primeiro transforme de velocidade linear para angular  
( Raio = 40 cm = 0,40 m )

$$V = \omega \cdot R$$

$$20 = \omega \cdot (0,40)$$

$$\omega = 50 \text{ rad/s}$$



E finalmente transformamos de velocidade angular período:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad 50 = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad T = \frac{\pi}{25} \text{ s}$$

**04.** A roda de um carro com 42 cm de diâmetro gira com velocidade linear de 21 m/s. Determine a frequência do movimento.

**05.** A roda de um carro com 38 cm de diâmetro gira com velocidade linear de 19 m/s. Determine o período do movimento.

**06.** A frequência de giro de um disco comum é de 2 Hz, determine a velocidade linear de um ponto localizado a 20 cm do seu centro.

**07.** Uma roda gigante realiza um volta completa em apenas 90 segundos. Determine:

a) A velocidade angular dessa roda gigante (Adote  $\pi = 3$ )

b) A velocidade linear das plataformas que estão a 7,5 metros do centro

## RESPOSTAS

**02.** a) 2 m/s ; b)  $\pi/4$  s ; c)  $4/\pi$  Hz

**04.**  $50/\pi$  Hz

**05.**  $\pi/50$  s

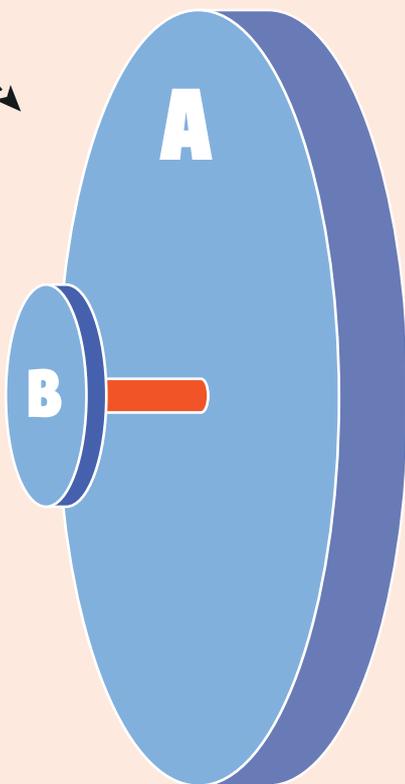
**06.**  $0,8\pi$  m/s

**07.** a)  $1/15$  rad/s ; b) 0,5 m/s

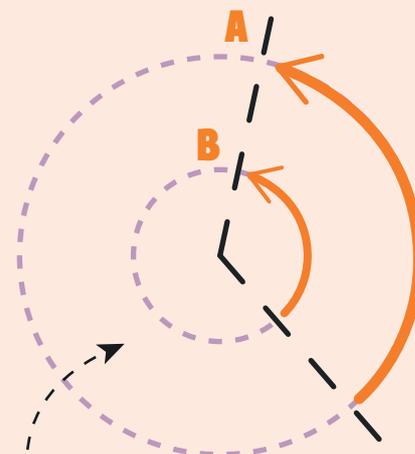
# Transmissão de Movimentos

## CENTRO COMUM

1. O primeiro tipo de associação entre engrenagens é o do tipo "Centro Comum".



2. Quando a menor gira, leva junto a maior que está presa ao seu centro.



3. Veja que as duas percorrem sempre o mesmo ângulo.

4. Isso significa que as **velocidades angulares** das duas engrenagens são as mesmas.

$$\omega_A = \omega_B$$

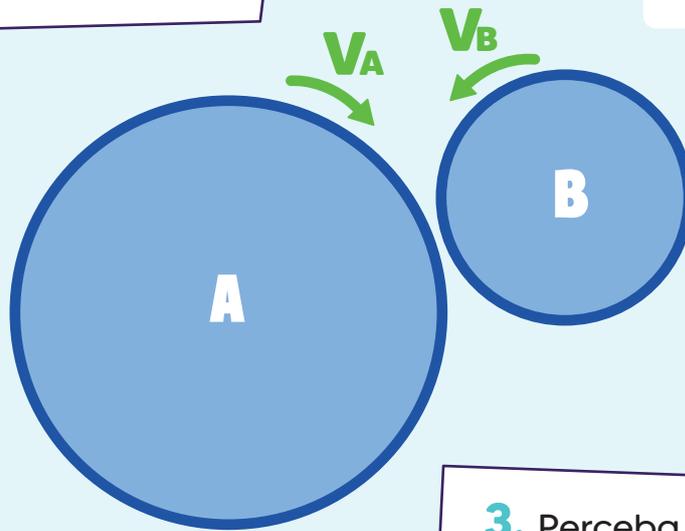
5. E a **velocidade linear** é diferente pois "A" percorre a maior distância.

$$V_A > V_B$$

1. Nesse caso temos um contato direto das engrenagens

$$V_A = V_B$$

CONTATO DIRETO

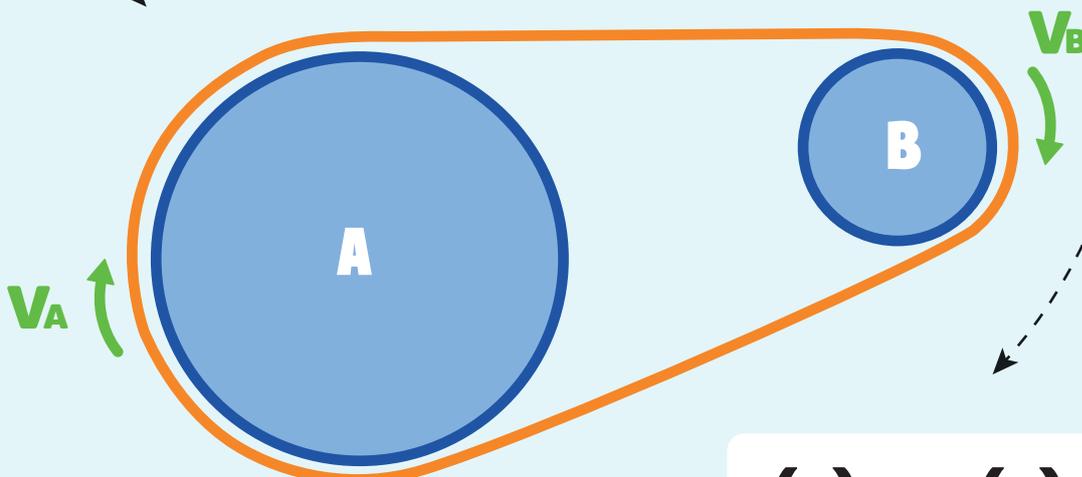


2. Nesse outro, as engrenagens são ligadas por uma corrente ou correia.

LIGADOS POR CORRENTES

3. Perceba que nesses **dois exemplos**, a igualdade será para as **velocidade lineares** das extremidades

4. E a menor engrenagem sempre gira mais vezes, isso indica que as velocidades angulares são diferentes.

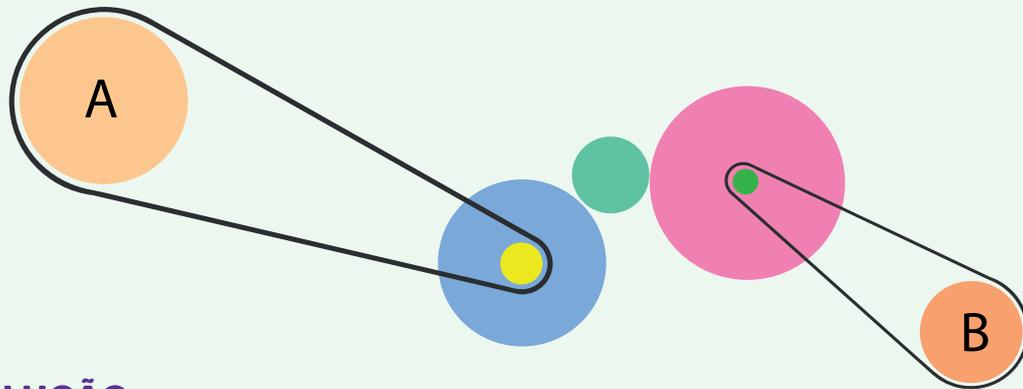


$$\omega_A < \omega_B$$

5. **Detalhe importante!**

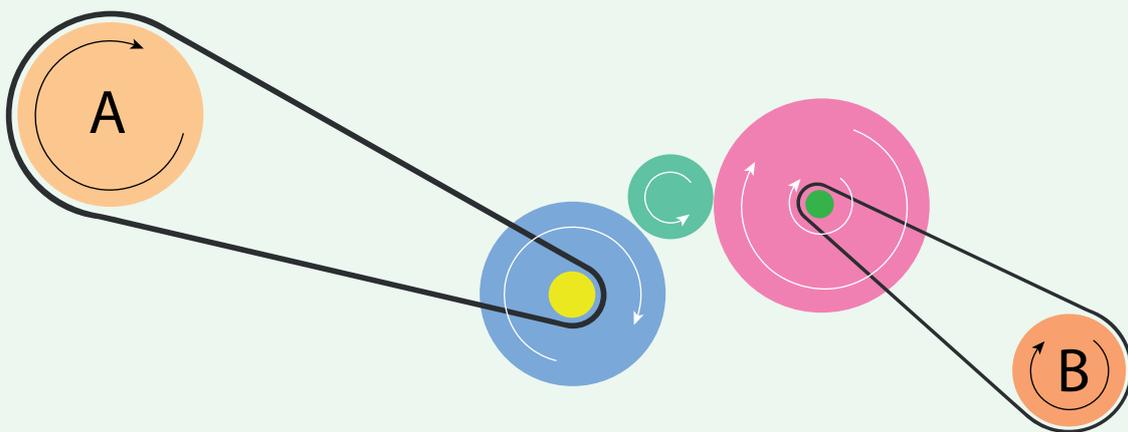
O primeiro muda o sentido do giro, o segundo tipo mantém ele! (veja as setas verdes)

**01. (Resolvido)** A engrenagem A é girada no sentido horário, qual é o sentido da última engrenagem B da sequência?



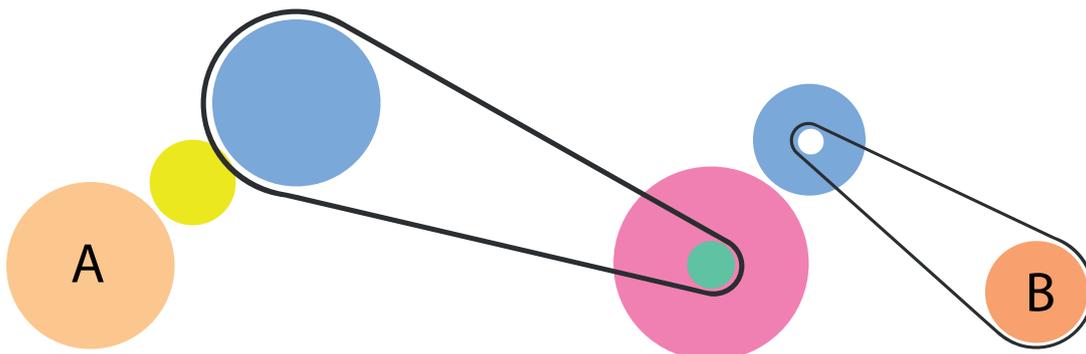
**RESOLUÇÃO**

Veja os sentidos de todas as engrenagens a seguir:

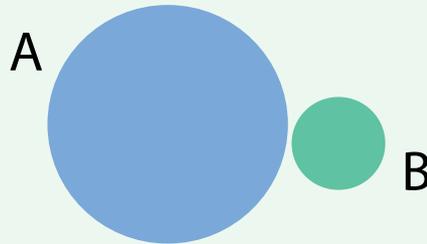


**Sentido Horário**

**02.** A engrenagem A é girada no sentido horário, qual é o sentido da última engrenagem B da sequência?



**03. (Resolvido)** A frequência de giro da engrenagem A é de 3 Hz, determine a velocidade angular do ponto B. (Raios: A = 3 cm; B = 1 cm)



### RESOLUÇÃO

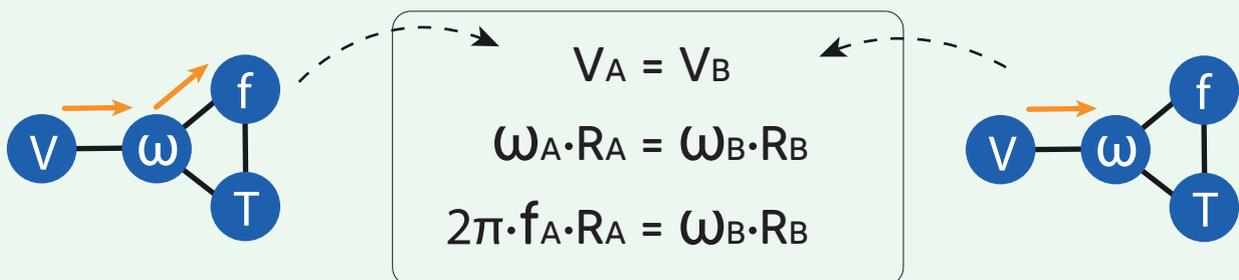
Esse tipo de associação é o "contato direto", as velocidades lineares são iguais:

$$V_A = V_B$$

O movimento que foi dado:  $f_A = 3 \text{ Hz}$

O movimento que foi pedido:  $\omega_B = ?$

Logo, o lado esquerdo será transformado para frequência e o lado direito para velocidade angular:



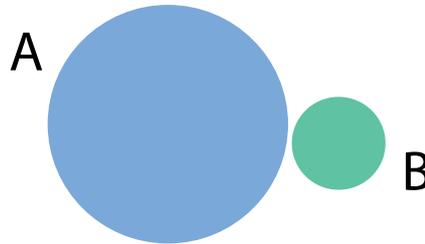
Substitua os valores:

$$2\pi \cdot f_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

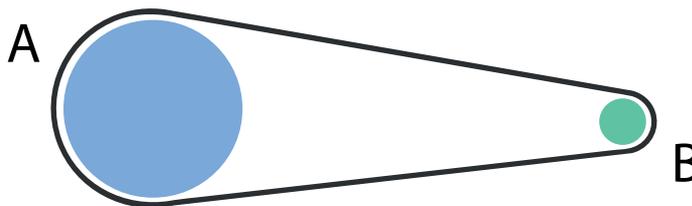
$$2\pi \cdot (3) \cdot (0,03) = \omega_B \cdot (0,01)$$

$$\omega_B = 18\pi \text{ [rad/s]}$$

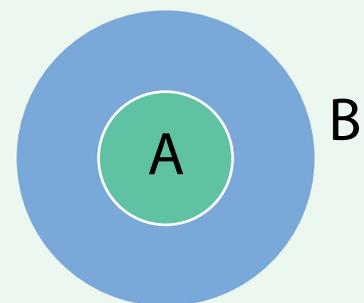
**04.** A frequência de giro da engrenagem A é de 6 Hz, determine a velocidade angular da engrenagem B. (Raios: A = 4,5 cm; B = 2 cm)



**05.** A velocidade angular da engrenagem A é de  $12\pi$  rad/s, determine o período de giro da engrenagem B. (Raios: A = 8 cm; B = 3 cm)



**06. (Resolvido)** A velocidade linear de um ponto na extremidade da engrenagem A é de 15 m/s, determine o período do giro da engrenagem B. (Raios: A = 6 cm; B = 15 cm)



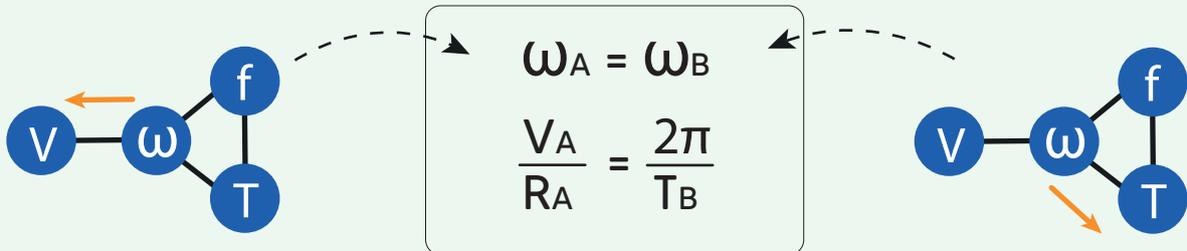
**RESOLUÇÃO**

Esse tipo de associação é o de “centro comum”, as vel. angulares são iguais:

$$\omega_A = \omega_B$$

O movimento que foi dado:  $V_A = 15$  m/s  
 O movimento que foi pedido:  $T_B = ?$

Logo, o lado esquerdo será transformado para velocidade linear e o lado direito para período:



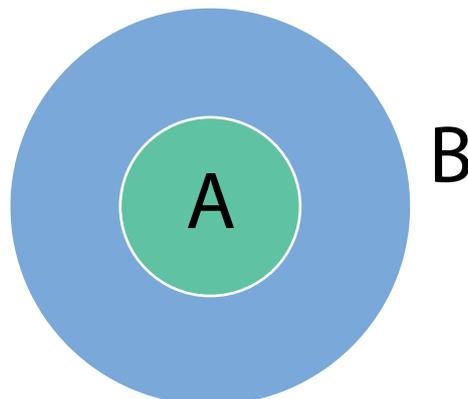
Substitua os valores:

$$\frac{V_A}{R_A} = \frac{2\pi}{T_B}$$

$$\frac{15}{0,06} = \frac{2\pi}{T_B}$$

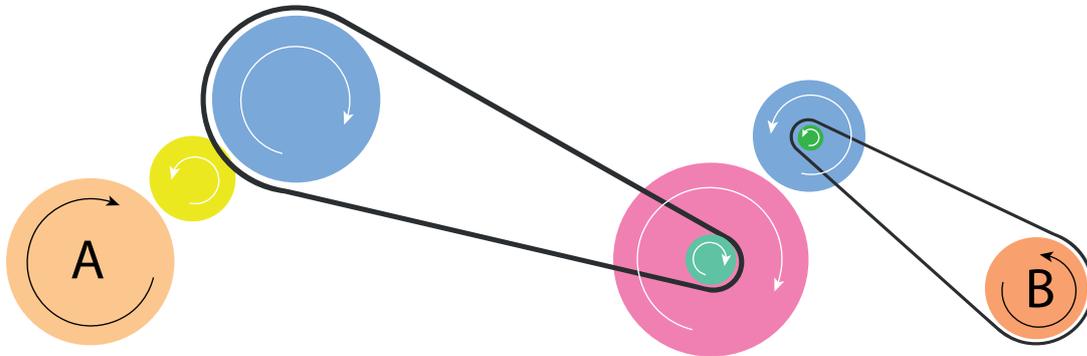
$$T_B = 0,008\pi \text{ s}$$

**07.** A engrenagem A dá uma volta completa em apenas 3 segundos, determine a velocidade linear da extremidade da engrenagem B.  
(Raios: A = 4 cm; B = 9 cm)

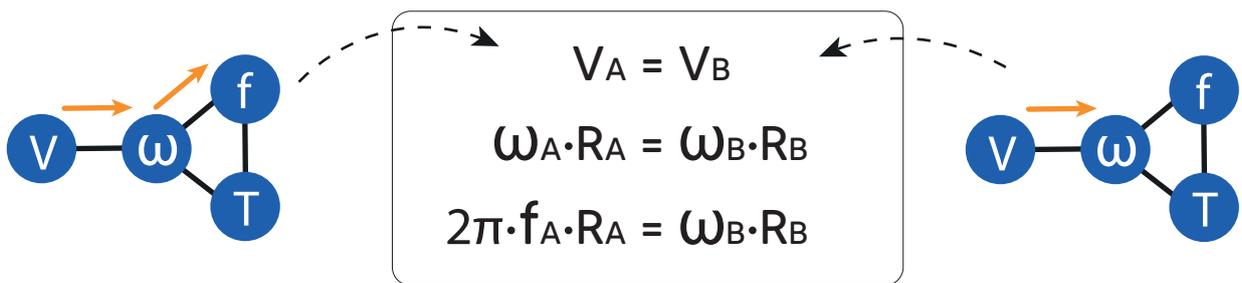


RESPOSTAS

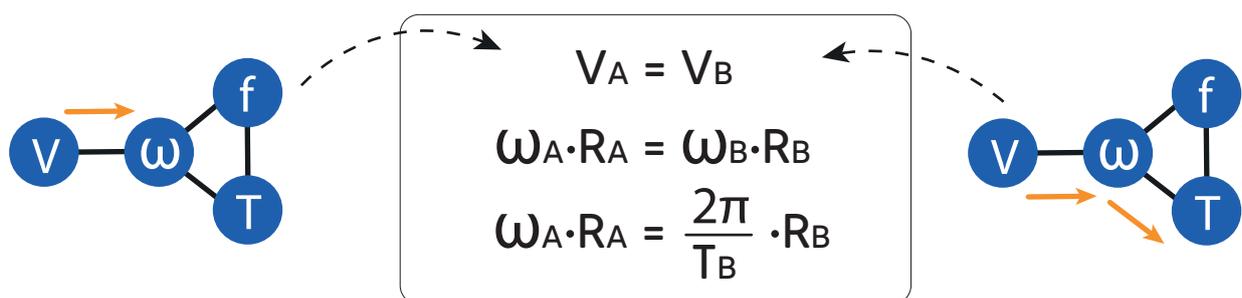
02. Sentido Anti-Horário



04.  $\omega_B = 27\pi \text{ rad/s}$



05.  $T_B = 1/16 \text{ s (0,0625 s)}$



07.  $V_B = 0,06\pi \text{ m/s}$

