Principais notações

$[a , b] = \{x \in \Re: a \le x \le b\}$
$[a , b[= \{x \in \Re: a \le x < b\}$
$]a , b] = \{x \in \Re: a < x \le b\}$
$]a , b[= \{x \in \Re: a < x < b\}$
(a , b) - par ordenado
A^t - matriz transposta da matriz A

$]-\infty , b] = \{x \in \Re: x \le b\}$
$]-\infty , b[= \{x \in \Re: x < b\}$
$[a , +\infty[= \{x \in \Re: a \le x\}$
$]a , +\infty[= \{x \in \Re: a < x\}$
I - matriz identidade de ordem 2
A^{-1} - matriz inversa da matriz A

01.(ITA - 1998) Seja $f: \Re \to \Re$ a função definida por:

$f(x) = 2\text{sen } 2x - \cos 2x$

Então:

(A) f é impar e periódica de período π.
(B) f é par e periódica de período $\pi/2$.
(C) f não é par nem ímpar e é periódica de período π.
(D) f não é par e é periódica de período $\pi/4$.
(E) f não é ímpar e não é periódica.

02.(ITA - 1998) O valor de:
$\text{tg}^{10}x - 5\text{tg}^8x \sec^2x + 10\text{tg}^6x \sec^4x - 10\text{tg}^4x \sec^6x + 5\text{tg}^2x \sec^8x - \sec^{10}x$, para todo $x \in [0 , \pi/2[$, é:

(A) 1
(B) $\dfrac{-\sec^2 x}{1+\text{sen}^2 x}$
(C) $-\sec x + \text{tg } x$
(D) -1
(E) zero

03.(ITA - 1998) Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem 2 que satisfazem a seguinte propriedade: existe uma matriz M inversível tal que: $A = M^{-1}BM$.
Então:

(A) $\det (-A^t) = \det B$
(B) $\det A = -\det B$
(C) $\det (2A) = 2 \det B$
(D) Se $\det B \ne 0$ então $\det (-AB) < 0$
(E) $\det (A - I) = -\det (I - B)$

04.(ITA - 1998) Considere, no plano complexo, um polígono regular cujos vértices são as soluções da equação $z^6 = 1$. A área deste polígono, em unidades de área, é igual a:

(A) $\sqrt{3}$
(B) 5
(C) π
(D) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$
(E) 2π

05.(ITA - 1998) Sejam x e y números reais tais que:

$$\begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 1 \\ 3x^2y - y^3 = 1 \end{cases}$$

Então, o números complexo $z = x + iy$ é tal que z^3 e $|z|$, valem respectivamente:

(A) $1 - i$ e $\sqrt[6]{2}$
(B) $1 + i$ e $\sqrt[6]{2}$
(C) i e 1
(D) $-i$ e 1
(E) $1 + i$ e $\sqrt[3]{2}$

06.(ITA - 1998) Seja ABC um triângulo isósceles de base BC. Sobre o lado AC deste triângulo considere um ponto D tal que os segmentos AD, BD e BC são todos congruentes entre si. A medida do ângulo $B\hat{A}C$ é igual a:

(A) 23^o
(B) 32^o
(C) 36^o
(D) 40^o
(E) 45^o

07.(ITA - 1998) Seja $(a_1 , a_2 , a_3 ,...)$ uma progressão geométrica infinita de razão a_1, $0 < a_1 < 1$, e soma igual a $3a_1$. A soma dos três primeiros termos desta progressão geométrica é:

(A) $\dfrac{8}{27}$
(B) $\dfrac{20}{27}$
(C) $\dfrac{26}{27}$
(D) $\dfrac{30}{27}$
(E) $\dfrac{38}{27}$

08.(ITA - 1998) O valor de $y \in \Re$ que satisfaz a igualdade:

$\log_y 49 = \log_{y^2} 7 + \log_{2y} 7$, é:

(A) $\dfrac{1}{2}$
(B) $\dfrac{1}{3}$
(C) 3

(D) $\frac{1}{8}$
(E) 7

09.(ITA - 1998) O número de anagramas da palavra VESTIBULANDO, que não apresentam as cinco vogais juntas, é:
(A) 12!
(B) (8!)(5!)
(C) 12! - (8!)(5!)
(D) 12! - 8!
(E) 12! - (7!)(5!)

10.(ITA - 1998) Uma pirâmide regular tem por base um quadrado de lado 2 cm. Sabe-se que as faces formam com a base ângulos de 45^o . Então, a razão entre a área da base e a área lateral é igual a:
(A) $\sqrt{2}$
(B) $\frac{1}{3}$
(C) $\sqrt{6}$
(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Nota: resolva as questões numeradas de 11 a 25 no caderno de respostas. Na folha de leitura óptica assinale as alternativas das 25 questões. Ao terminar a prova, entregue ao fiscal o caderno de respostas e a folha de leitura óptica.

11.(ITA - 1998) Seja f: $\Re \to \Re$ a função definida por: $f(x) = -3a^x$, onde **a** é um número real, $0 < a < 1$. Sobre as afirmações:
(I) $f(x + y) = f(x).f(y)$, para todo x, y $\in \Re$.
(II) f é bijetora.
(III) f é crescente e f( ] 0 , +∞[ ) =]-3 , 0[.
Podemos concluir que:
(A) Todas as afirmações são falsas.
(B) Todas as afirmações são verdadeiras.
(C) Apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
(D) Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
(E) Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

12.(ITA - 1998) Sejam as funções f: $\Re \to \Re$ e g:A $\subset \Re \to \Re$, tais que

$$f(x) = x^2 - 9 \quad e \quad (fog)(x) = x - 6,$$

em seus respectivos domínios. Então, o domínio **A** da função **g** é:
(A) [-3, +∞[
(B) $\Re$
(C) [-5 , +∞[
(D)]-∞ , -1[∪[3 , +∞[
(E)]-∞ , $\sqrt{6}$ [

13.(ITA - 1998) Considere a, b $\in \Re$ e a equação:

$$2e^{3x} + ae^{2x} + 7e^x + b = 0.$$

Sabendo que as três raízes reais x_1 , x_2 , x_3 desta equação formam, nesta ordem, uma progressão aritmética cuja soma é igual a zero, então **a - b** vale:
(A) 5
(B) –7
(C) –9
(D) –5
(E)

14.(ITA - 1998) Seja **a** um número real tal que o polinômio

$$p(x) = x^6 + 2x^5 + ax^4 - ax^2 - 2x - 1$$

admite apenas raízes reais. Então:
(A) a ∈ [2 , ∞[
(B) a ∈ [-1 , 1]
(C) a ∈]-∞ , -7]
(D) a ∈ [-2, -1[
(E) a ∈]1 , 2[

15.(ITA - 1998) Seja p(x) um polinômio de grau 4 com coeficientes reais. Na divisão de p(x) por x - 2 obtém-se um quociente q(x) e resto igual a 26. Na divisão de p(x) por $x^2 + x - 1$ obtém-se um quociente h(x) e resto 8x - 5. Sabe-se que q(0) = 13 e q(1) = 26. Então, h(2) + h(3) é igual a:
(A) 16
(B) zero
(C) –47
(D) –28
(E) 1

16.(ITA - 1998) Sejam a, b $\in \Re$. Considere os sistemas lineares em x, y e z:

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - 3y + z = 1 \\ -2y + z = a \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 2x - by + 3z = 0 \end{cases}$$

Se ambos admitem infinitas soluções reais, então:
(A) $\frac{a}{b} = 11$
(B) $\frac{b}{a} = 22$
(C) ab = $\frac{1}{4}$
(D) ab = 22
(E) ab = 0

17.(ITA - 1998) Sejam as matrizes de ordem 2,

$$A = \begin{bmatrix} 2+a & a \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a & 2+a \end{bmatrix}$$

Então, a soma dos elementos da diagonal principal de $(AB)^{-1}$ é igual a:
(A) a + 1
(B) 4(a + 1)
(C) $\frac{1}{4}(5 + 2a + a^2)$
(D) $\frac{1}{4}(1 + 2a + a^2)$
(E) $\frac{1}{2}(5 + 2a + a^2)$

18.(ITA - 1998) A inequação: $4x \log_5(x+3) \geq (x^2+3)\log_{\frac{1}{5}}(x+3)$

é satisfeita para todo $x \in S$. Então:

(A) $S =]-3, -2] \cup [-1, +\infty[$
(B) $S =]-\infty, -3[\cup [-1, +\infty[$
(C) $S =]-3, -1]$
(D) $S =]-2, +\infty]$
(E) $S =]-\infty, -3[\cup]-3, +\infty[$

19.(ITA - 1998) A soma das raízes da equação

$$\sqrt{3}\,\text{tg}x - \sqrt{3}\,\text{sen}\,2x + \cos 2x = 0$$

que pertencem ao intervalo $[0, 2\pi]$, é:

(A) $\frac{17\pi}{4}$
(B) $\frac{16\pi}{3}$
(C) $\frac{15\pi}{4}$
(D) $\frac{14\pi}{3}$
(E) $\frac{13\pi}{4}$

20.(ITA - 1998) Considere as afirmações sobre polígonos convexos:
(I) Existe apenas um polígono cujo número de diagonais coincide com o número de lados.
(II) Não existe polígono cujo número de diagonais seja o quádruplo do número de lados.
(III) Se a razão entre o número de diagonais e o de lados de um polígono é um número natural, então o número de lados do polígono é ímpar.
Então:
(A) Todas as afirmações são verdadeiras.
(B) Apenas (I) e (III) são verdadeiras.
(C) Apenas (I) é verdadeira.
(D) Apenas (III) é verdadeira.
(E) Apenas (II) e (III) são verdadeiras.

21.(ITA - 1998) As retas $y = 0$ e $4x + 3y + 7 = 0$ são retas suportes das diagonais de um paralelogramo. Sabendo que estas diagonais medem 4 cm e 6 cm, então, a área deste paralelogramo, em cm^2, vale:

(A) $\frac{36}{5}$
(B) $\frac{27}{4}$
(C) $\frac{44}{3}$
(D) $\frac{48}{3}$
(E) $\frac{48}{5}$

22.(ITA - 1998) Um poliedro convexo de 16 arestas é formado por faces triangulares e quadrangulares. Seccionando-o por um plano convenientemente escolhido, dele se destaca um novo poliedro convexo, que possui apenas faces quadrangulares. Este novo poliedro possui um vértice a menos que o original e uma face a mais que o número de faces quadrangulares do original. Sendo **m** e **n**, respectivamente, o número de faces e o número de vértices do poliedro original, então:
(A) m = 9, n = 7
(B) m = n = 9
(C) m = 8, n = 10
(D) m = 10 , n = 8
(E) m = 7 , n = 9

23.(ITA - 1998) Considere um cone circular reto cuja geratriz mede $\sqrt{5}$ cm e o diâmetro da base mede 2 cm. Traçam-se **n** planos paralelos à base do cone, que o seccionam determinando **n + 1** cones, incluindo o original, de modo que a razão entre os volumes do cone maior e do cone menor é 2. Os volumes destes cones formam uma progressão aritmética crescente cuja soma é igual a 2π. então, o volume, em cm^3, do tronco de cone determinado por dois planos consecutivos é igual a:

(A) $\frac{\pi}{33}$
(B) $\frac{2\pi}{33}$
(C) $\frac{\pi}{9}$
(D) $\frac{2\pi}{15}$
(E) π

24.(ITA - 1998) Considere a hipérbole **H** e a parábola **T**, cujas equações são, respectivamente,

$$5(x+3)^2 - 4(y-2)^2 = -20 \quad \text{e} \quad (y-3)^2 = 4(x-1).$$

Então, o lugar geométrico dos pontos **P**, cuja soma dos quadrados das distâncias de **P** a cada um dos focos da hipérbole **H** é igual ao triplo do quadrado da distância de **P** ao vértice da parábola **T**, é:

(A) a elipse de equação $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{3} = 1$.
(B) a hipérbole de equação $\frac{(y+1)^2}{5} + \frac{(x-3)^2}{4} = 1$.
(C) O par de retas dadas por $y = \pm(3x - 1)$.
(D) A parábola de equação $y^2 = 4x + 4$.
(E) A circunferência centrada em (9 , 5) e raio $\sqrt{120}$.

25.(ITA - 1998) Considere o paralelogramo ABCD onde A = (0 , 0), B = (-1 , 2) e C = (-3 , -4). Os ângulos internos distintos e o vértice D deste paralelogramo são, respectivamente:

(A) $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ e D = (-2 , -5)
(B) $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ e D = (-1 , -5)
(C) $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ e D = (-2 , -6)
(D) $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ e D = (-2 , -6)

(E) $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ e D = (-2 , -5)