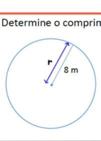
PROFESSOR FERRETTO

1. Determine o comprimento da seguinte circunferência:



Comprimento da circunferência:

$\boxed{C = 2.\pi.r}$ → r = raio

Como $r = 8$ → $C = 2.\pi.8$ $C = 16\pi\ m$

2. Determine o comprimento da seguinte circunferência:

Por pitágoras:

$a^2 = b^2 + c^2$

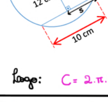
$r^2 = 12^2 + 5^2$ → $r^2 = 144 + 25$

$r = \sqrt{169}$ → $r = 13\ cm$

Logo: $C = 2.\pi.r$ → $C = 2.\pi.13$ → $\boxed{C = 26\pi\ cm}$

Determine o comprimento do arco menor $\widehat{AB}$, dado o raio de 90 cm e o ângulo central correspondente em cada caso:

3.



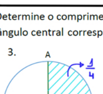
$\widehat{AB} = \frac{1}{4}.C$

$C = 2.\pi.r$ → $C = 2.\pi.90$

$C = 180\pi\ cm$

$\widehat{AB} = \frac{1}{4}.180\pi\ cm$ → $\boxed{\widehat{AB} = 45\pi\ cm}$

4.



A circunferência tem 360°, logo:

→ $\frac{60°}{360°} = \frac{1}{6}$

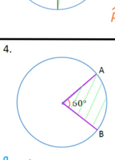
Então o arco $\widehat{AB} = \frac{1}{6}.C$

Lembrando que $r = 90cm$

$C = 2.\pi.r$ → $C = 2.\pi.90$ → $C = 180\pi\ cm$

$\widehat{AB} = \frac{1}{6}.180\pi\ cm$ → $\boxed{\widehat{AB} = 30\pi\ cm}$

5. Determine a área do círculo e o comprimento da circunferência:



Por pitágoras:

$a^2 = b^2 + c^2$

→ $r^2 = 4^2 + 6^2$ $r^2 = 16 + 36$

$r = \sqrt{52}$ $r = \sqrt{4.13}$ $r = 2\sqrt{13}\ m$

$C = 2.\pi.r$

$C = 2.\pi.2\sqrt{13}\ m$

$C = 4\sqrt{13}\pi\ m$

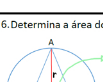
Área da circunferência:

$A = \pi.r^2$

$A = \pi.(2\sqrt{13}\ m)^2$

$A = 4\sqrt{13^2}\pi\ m^2$ → $A = 52\pi\ m^2$

6. Determina a área do círculo, sabendo que BC = 30 m e AM = 25 m:



Por pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$

$r^2 = (25-r)^2 + (15)^2$

produto notável

$a^2 - 2.a.b + b^2$

$25^2 - 2.25.r + r^2$

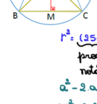
$r^2 = 625 - 50r + r^2 + 225$

$\cancel{r^2} - \cancel{r^2} + 50r = 625 + 225$

$50r = 850$ → $r = \frac{850}{50}$ → $r = 17$

Como $r = 17$ $A = \pi.r^2$ → $A = \pi.17^2$ → $\boxed{A = 289\pi\ m^2}$

7. Determine a área da coroa circular em cada caso:



$A_C = A_M - A_m$

→ A_M → $r = 4 + 6 = 10m$

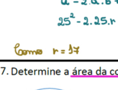
→ A_m → $r = 4m$

$A_M = \pi.10^2$ $A_m = \pi.4^2$

$A_M = 100\pi\ m^2$ $A_m = 16\pi\ m^2$

$A_C = 100\pi\ m^2 - 16\pi\ m^2$ $A_C = 84\pi\ m^2$

8. Determine a área da coroa circular:



$A_C = A_M - A_m$

Por pitágoras: $r_2^2 = r_1^2 + 5^2$

$r_2^2 - r_1^2 = 25$

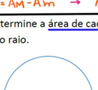
$A_M = \pi.(r_2)^2$ $A_m = \pi.(r_1)^2$

$A_M = \pi.(r_1^2 + 25)$ $A_m = \pi.r_1^2$

$A_M = r_1^2\pi + 25\pi$ $A_m = r_1^2\pi$

$A_C = A_M - A_m$ → $A_C = \cancel{r_1^2\pi} + 25\pi - \cancel{r_1^2\pi}$ → $\boxed{A_C = 25\pi\ m^2}$

9. Determine a área de cada setor circular sombreado nos casos abaixo, sendo 6 m o raio.



$A = \pi.r^2$

$A = \pi.(6)^2$

$A = 36\pi\ m^2$

Repare que temos um setor de 40° e a área encontrada é para 360°.

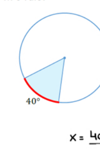
Logo: 360° ------ $36\pi\ m^2$

40° ------ x

$x = \frac{40°.36\pi\ m^2}{360°}$ $x = \frac{40°.1\pi\ m^2}{10°}$ $x = 4\pi\ m^2$

A área do setor circular é $4\pi\ m^2$

10. Determine a área de cada setor circular sombreado, sendo 6 m o raio.



$A = \pi.(6)^2$

$A = 36\pi\ m^2$

Temos uma parte do comprimento da circunferência.

$C = 2\pi.r$ $C = 2\pi 6m$ $C = 12\pi\ m$ → C total

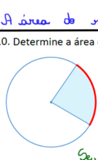
Se, $12\pi\ m$ ----- $36\pi\ m^2$

$10m$ ----- x

$x = \frac{36\pi m^2.10m}{12\pi m}$ $x = 3m^2.10$ $x = 30m^2$

Portanto, a área do setor circular é $\boxed{30m^2}$

11. Determine a área da região sombreada: Quadrado de lado 8 m.



$A_S = \frac{A_C - A_Q}{4}$

$A_Q = L^2$

$A_Q = 8^2$ → $A_Q = 64\ m^2$

$d^2 = 8^2 + 8^2$ $d = \sqrt{128}$

$d^2 = 64 + 64$ $d = \sqrt{64.2}$

$d = 8\sqrt{2}\ m$

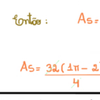
→ $A_C = \frac{\pi.d^2}{4}$ (diâmetro) → $A_C = \frac{\pi.(8\sqrt{2}m)^2}{4}$ → $A_C = \frac{\pi.64\sqrt{2^2}\ m^2}{4}$

→ $A_C = \frac{128\pi\ m^2}{4}$ → $A_C = 32\pi\ m^2$

Então: $A_S = \frac{A_C - A_Q}{4}$ → $A_S = \frac{32\pi\ m^2 - 64m^2}{4}$

$A_S = \frac{32(1\pi - 2)m^2}{4}$ → $\boxed{A_S = 8(\pi - 2)\ m^2}$

12. Hexágono regular de lado 6 m.



Neste caso, área sombreada é:

$A_S = \frac{A_C - A_H}{6}$

$A_C = \pi.r^2$

$A_C = \pi.6^2$

$A_C = 36\pi\ m^2$

$A_H = \frac{3.L^2.\sqrt{3}}{2}$

$A_H = \frac{3.6^2.\sqrt{3}}{2}$

$A_H = \frac{3.36\sqrt{3}}{2}$

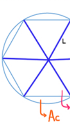
$A_H = \frac{108\sqrt{3}}{2}$ → $A_H = 54\sqrt{3}\ m^2$

Logo:

$A_S = \frac{36\pi\ m^2 - 54\sqrt{3}\ m^2}{6}$ → $A_S = \frac{6(6\pi - 9\sqrt{3})m^2}{6}$

$A_S = (6\pi - 9\sqrt{3})\ m^2$ → $A_S = 3(2\pi - 3\sqrt{3})m^2$

13. Quadrado de lado 8 m. → L



$A_S = \frac{A_Q - A_C}{4}$

$A_Q = L^2$ → $A_Q = 8^2$ → $A_Q = 64m^2$

$A_C = \pi.r^2$ → $A_C = \pi.4^2$ → $A_C = 16\pi\ m^2$

$A_S = \frac{64m^2 - 16\pi\ m^2}{4}$ ⇒ $A_S = \frac{16(4-\pi)m^2}{4}$

$A_S = 4(4-\pi)m^2$

14. Triângulo equilátero de 6 m de lado.

$A_S = \frac{A_T - A_C}{3}$

$r = \frac{1}{3}.h$

Pitágoras: → $a^2 = b^2 + c^2$

$6^2 = h^2 + 3^2$ → $36 = h^2 + 9$

$h^2 = 36 - 9$ → $h = \sqrt{27}$

$h = \sqrt{3^2.3}$ → $h = 3\sqrt{3}\ m$

Com h, podemos descobrir A_T

$A_T = \frac{h.b}{2}$ (base)

$A_T = \frac{3\sqrt{3}.6}{2}$

$A_T = 9\sqrt{3}\ m^2$

Como $r = \frac{1}{3}.h$ $r = \frac{1}{3}.3\sqrt{3}$ $r = \sqrt{3}\ m$

$A_C = \pi.r^2$

$A_C = \pi.(\sqrt{3})^2$

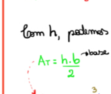
$A_C = 3\pi\ m^2$

Aplicamos em:

$A_S = \frac{A_T - A_C}{3}$

$A_S = \frac{9\sqrt{3}m^2 - 3\pi m^2}{3}$ → $A_S = \frac{3(3\sqrt{3} - \pi)m^2}{3}$ → $\boxed{A_S = (3\sqrt{3} - \pi)m^2}$

15. O apótema do triângulo equilátero ABC inscrito no círculo mede $\sqrt{3}\ cm$. Calcule a área sombreada.



O apótema de um triângulo equilátero é $a = \frac{1}{3}.h$

Então, $h = 3.a$ → $h = 3\sqrt{3}cm$

$L^2 = (3\sqrt{3})^2 + (L/2)^2$

$L^2 - \frac{L^2}{4} = 9.3$ $\frac{4L^2 - L^2}{4} = 27$

$3L^2 = 27.4$ $L^2 = \frac{27.4}{3}$

$L = \sqrt{36}$ $L = 6cm$

O apótema de um triângulo equilátero é $a = \frac{r}{2}$

$r = a.2$ → $r = 2\sqrt{3}cm$

$A_C = \pi.r^2$

$A_C = \pi.(2\sqrt{3})^2$

$A_C = \pi.4\sqrt{3^2}$

$A_C = 12\pi\ cm^2$

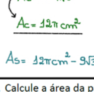
$A_T = \frac{b.h}{2}$ → $A_T = \frac{6.3\sqrt{3}}{2}$

$A_T = 3.3\sqrt{3}$ → $A_T = 9\sqrt{3}\ cm^2$

A área sombreada é $A_S = A_C - A_T$

$A_S = 12\pi cm^2 - 9\sqrt{3}cm^2$ → $\boxed{A_S = 3(4\pi - 3\sqrt{3})\ cm^2}$

16. Calcule a área da parte sombreada, sabendo que o quadrilátero dado é um quadrado. → A_Q



a = raio da circunf. = lado do quadrado

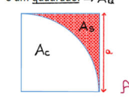
Temos $\frac{1}{4}$ da área da circunferência inscrita no quadrado.

A área sombreada é $A_S = A_Q - \frac{1}{4}.A_C$

$A_S = \underbrace{(a.a)}_{A_Q} - \frac{1}{4}.\underbrace{\pi.a^2}_{A_C}$ → $A_S = a^2 - \frac{\pi a^2}{4}$ → $A_S = \frac{4a^2 - \pi a^2}{4}$ termo comum

Logo, → $A_S = \frac{a^2(4-\pi)}{4}$

17. Determine a área da região sombreada.



→ A_S

A_C = área da circunferência

A_T = área do triângulo

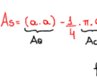
Pitágoras: $10^2 = h^2 + 5^2$

$h^2 = 100 - 25$ → $h = \sqrt{75}$

$h = \sqrt{25.3}$ → $h = 5\sqrt{3}$

$A_T = \frac{b.h}{2}$ $A_T = \frac{10.5\sqrt{3}}{2}$ $A_T = 25\sqrt{3}$

Como é um triângulo equilátero os ângulos são iguais e a soma deles é = 180°



Juntando as 3 partes das circunferências (60°+60°+60°), temos $\frac{1}{2}$ (meia) circunferência (180°).

Portanto, a área da circunferência (A_C) é $= A_C.\frac{1}{2}$

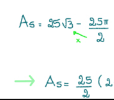
$A_C = \pi.r^2.\frac{1}{2}$ → $A_C = \frac{\pi.5^2}{2}$ → $A_C = \frac{25\pi}{2}$

A área sombreada A_S é $= A_T - A_C$

$A_S = 25\sqrt{3} - \frac{25\pi}{2}$ → $A_S = \frac{50\sqrt{3} - 25\pi}{2}$ → Temos $\frac{25}{2}$ como termo comum.

→ $A_S = \frac{25}{2}(2\sqrt{3} - \pi)$

18. Dê o raio de uma circunferência cujo comprimento é igual ao de uma semicircunferência de 5 cm de raio.



semicircunferência

→ $C = \frac{2\pi.r}{2}$ → $C = \pi.r$

$C = \pi.5cm$ → $C = 5\pi\ cm$

→ Possui comprimento $= 5\pi cm$

Então: $5\pi cm = 2\pi.r$ → $r = \frac{5\pi cm}{2\pi}$

$r = 5/2\ cm$

19. O comprimento de uma circunferência é de 12,56 cm aproximadamente. Calcule o raio. Adote π com duas casas decimais.

$\pi = 3,14$ A fórmula para o comprimento é

$C = 2\pi.r$ substituindo os valores:

$12,56cm = 2.(3,14).r$ → $r = \frac{12,56cm}{2.(3,14)}$

$r = \frac{12,56cm}{6,28}$ → $\boxed{r = 2cm}$

20. Se o raio de uma circunferência aumenta 1 m, quanto aumenta o comprimento?

Lembrando: $C = 2\pi.r$

Se o raio aumenta 1m, temos → $(r+1)$

Então: → $C = 2\pi.(r+1)$ → $C = \underbrace{2\pi r}_{\text{esta é a fórmula de comprimento}} \boxed{+ 2\pi}$ → este aumenta

Portanto, aumenta em 2π

21. Duplicando o raio de uma circunferência, o que ocorre com seu comprimento?

Como $C = 2\pi.r$, se duplicarmos r, ficará:

$C = 2\pi.2r$ → $C = 4\pi.r$

2.2

Ou seja, ficará: $C = 2.\underbrace{2\pi.r}_{\text{fórmula}}$, seu comprimento duplica.

22. Em quanto aumenta o comprimento de uma circunferência cujo raio sofreu um aumento de 50%?

$\frac{50\%}{100\%} = 0,5$ → temos um aumento de $0,5.r$

Na fórmula: $C = 2\pi.r$ → $C = 2\pi.(r + 0,5.r)$

$C = 2\pi.1,5.r$ → $C = 2.1,5\pi.r$ → $C = 3\pi.r$

Para sabermos o aumento → $2\pi r$ → 100%

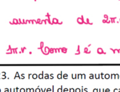
$3\pi r$ → x

$x.2\pi r = 100\%.3\pi.r$ → $x = \frac{100\%.3\pi.r}{2\pi.r}$ → $x = 150\%$

Fazendo o aumento de 150% ($3\pi.r$) menos o que temos real 100% ($2\pi.r$), temos um aumento de 50%.

O que também pode ser observado é que, se ela aumenta de $2\pi.r$ para $3\pi.r$, teve um aumento de $1\pi.r$. Como 1 é a metade de 2, ela aumentou 50%.

23. As rodas de um automóvel têm 32 cm de raio. Que distância percorreu o automóvel depois que cada roda deu 8 000 voltas?



O comprimento total da roda é

$C = 2\pi.r$ → $C = 2\pi.32cm$

$C = 64.\pi\ cm$

Como cada roda deu 8000 voltas:

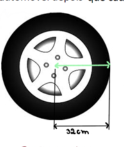
$D = 8000.64\pi$ → $D = 8000.0,64.\pi$

$64 \div 100 = 0,64m$

$\boxed{D \cong 16.085\ m}$

A distância percorrida foi de 16085m.

24. Um carpinteiro vai construir uma mesa redonda para acomodar 6 pessoas sentadas ao seu redor. Determine o diâmetro dessa mesa para que cada pessoa possa dispor de um arco de 50 cm na mesa.



Temos 6 arcos de 50cm. Então o comprimento total da mesa é de $C = 6 \times 50cm$ → $C = 300cm$

Como queremos descobrir o diâmetro, usamos a fórmula do comprimento, lembrando que $2r = d$.

Então, $C = \pi.d$ → $d = \frac{C}{\pi}$ → $d = \frac{300}{\pi}$

25. Determine a área de um círculo, sabendo que o comprimento de sua circunferência é igual a 8π cm.

Com o comprimento podemos descobrir o raio.

$C = 2\pi.r$ → $8\pi\ cm = 2\pi.r$ → $r = \frac{8\pi cm}{2\pi}$

Então, $r = 4\ cm$

Fórmula da área de uma circunferência:

$A = \pi.r^2$

$A = \pi.(4cm)^2$ → $A = \pi.16cm^2$ → $A = 16\pi\ cm^2$