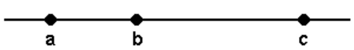
Exercícios de Matemática
Geometria Analítica
Pontos e Plano Cartesiano

1. (Fuvest) Sejam A=(1, 2) e B=(3, 2) dois pontos do plano cartesiano. Nesse plano, o segmento AC é obtido do segmento AB por uma rotação de 60°, no sentido anti-horário, em torno do ponto A.
As coordenadas do ponto C são:
a) $(2, 2+\sqrt{3})$.
b) $(1+\sqrt{3}, 5/2)$.
c) $(2, 1+\sqrt{3})$.
d) $(2, 2-\sqrt{3})$.
e) $(1+\sqrt{3}, 2+\sqrt{3})$.

2. (Ita) Três pontos de coordenadas, respectivamente, (0,0), (b,2b) e (5b,0), com b>0, são vértices de um retângulo. As coordenadas do quarto vértice são dadas por:
a) (- b, - b)
b) b) (2b, - b)
c) (4b, - 2b)
d) (3b, - 2b)
e) (2b, - 2b)

3. (Unesp) Dado um sistema de coordenadas cartesianas no plano, considere os pontos A(2, 2), B(4, -1) e C(m, 0). Para que AC+CB seja mínimo, o valor de m deve ser:
a) 7/3.
b) 8/3.
c) 10/3.
d) 3,5.
e) 11/3.

4. (Unicamp) Dados três pontos a, b e c em uma reta, como indica a figura seguinte determine o ponto x da reta, tal que a soma das distâncias de x até a, de x até b e de x até c seja a menor possível. Explique seu raciocínio.



5. (Cesgranrio) A área do triângulo, cujo vértices são (1,2), (3,4) e (4,-1), é igual a:
a) 6.
b) 8.
c) 9.
d) 10.
e) 12.

6. (Fuvest) Considere, no plano cartesiano, os pontos P=(0,-5) e Q=(0,5). Seja X=(x,y) um ponto qualquer com x>0.
a) Quais são os coeficientes angulares das retas PX e QX?
b) Calcule, em função de x e y, a tangente do ângulo PXQ.
c) Descreva o lugar geométrico dos pontos X=(x,y) tais que x>0 e PXQ=(π/4) radianos.

7. (Cesgranrio) O ponto Q é o simétrico do ponto P(x,y) em relação ao eixo dos y. O ponto R é o simétrico do ponto Q em relação à reta y=1. As coordenadas de R são:
a) (x, 1-y)
b) (0, 1)
c) (-x, 1-y)
d) (-x, 2-y)
e) (y, -x)

8. (Fei) O ponto A', simétrico do ponto A= (1,1) em relação à reta r: 2x + 2y - 1 = 0 é:
a) (1,1)
b) (1/2, -3/2)
c) (-1/2, -1/2)
d) (-1/2, -3/2)
e) (1/2, 3/2)

9. (Ufmg) A reta de equação y = 3x + a tem um único ponto em comum com a parábola de equação $y=x^2+x+2$. O valor de a é
a) - 2
b) - 1
c) 0
d) 1
e) 2

10. (Ufmg) Os pontos P e Q pertencem à reta de equação y=mx, têm abscissas a e a+1, respectivamente. A distância entre P e Q é √ 10. A ordenada do ponto dessa reta que tem abscissa 5 é negativa.
Nessas condições, o valor de m é
a) - 3
b) - √ 10
c) 3
d) (√ 10)/10
e) √ 10

11. (Unesp) A distância do vértice da parábola y = (x-2) (x-6) à reta y = (4/3)x + 5 é:
a) 72/25
b) 29/25
c) 43
d) 43/25
e) 43/5

12. (Unesp) A reta r é perpendicular à reta -3x + 4y - 5 = 0 e passa pelo ponto (1, 2). Determine os pontos de r que distam 5 unidades do ponto (1, 2).

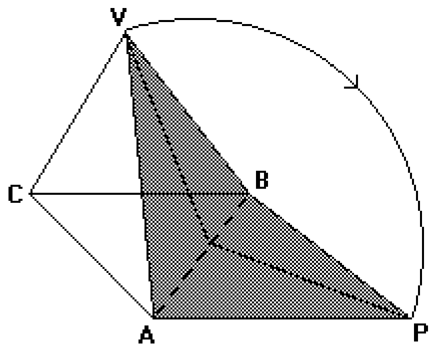
13. (Mackenzie) Um segmento de reta de comprimento 8 movimenta-se no plano mantendo suas extremidades P e Q apoiadas nos eixos 0x e 0y, respectivamente. Entre os pontos do lugar geométrico descrito pelo ponto médio de PQ, o de maior ordenada possui abscissa:
a) - 2.
b) - 1.
c) 0.
d) 1.
e) 2.

14. (Ufc) Considere o triângulo cujos vértices são os pontos A(2,0); B(0,4) e C(2√ 5, 4+√ 5). Determine o valor numérico da altura relativa ao lado AB, deste triângulo.

15. (Uel) Seja $\overline{AC}$ uma diagonal do quadrado ABCD. Se A = (-2, 3) e C = (0, 5), a área de ABCD, em unidades de área, é
a) 4
b) 4√ 2
c) 8
d) 8√ 2
e) 16

16. (Mackenzie) Supondo π =3, então os pontos (x,y) do plano tais que $x^2+y^2-16\leq0$, com $x+y\geq4$, definem uma região de área:
a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 10

17. (Unesp) O tetraedro VABC da figura a seguir é regular e sua base encontra-se sobre um plano cartesiano, em relação ao qual seus vértices têm coordenadas A(-1/2, 0), B(1/2, 0) e C(0, √ 3/2).



Dando-se à face ABV uma rotação em torno da aresta AB, no sentido indicado pela figura, até fazê-la coincidir com o plano ABC da base, quais as coordenadas do ponto P que o vértice V ocupará após a rotação?

18. (Cesgranrio) A distância entre os pontos M(4,-5) e N(-1,7) do plano x0y vale:
a) 14.   b) 13.
c) 12.   d) 9.
e) 8.

19. (Puccamp) Sabe-se que os pontos A = (0; 0), B = (1; 4) e C = (3; 6) são vértices consecutivos do paralelogramo ABCD. Nessas condições, o comprimento da $\overline{BD}$ é
a) √ 2
b) √ 3
c) 2√ 2
d) √ 5
e) 5

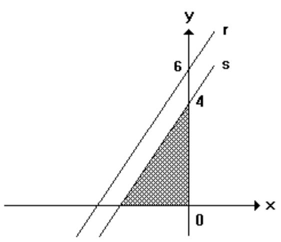
20. (Fgv) No plano cartesiano, os vértices de um triângulo são A (5,2), B (1,3) e C (8,-4).
a) Obtenha a medida da altura do triângulo, que passa por A.
b) Calcule a área do triângulo ABC.

21. (Ita) Seja m ∈ $\mathbb{R}_+^*$ tal que a reta x-3y-m=0 determina, na circunferência $(x-1)^2+(y+3)^2=25$, uma corda de comprimento 6. O valor de m é
a) $10 + 4\sqrt{10}$
b) $2 + \sqrt{3}$
c) $5 - \sqrt{2}$
d) $6 + \sqrt{10}$
e) 3

22. (Uece) Seja (r) a reta que passa pelos pontos P□ (-1, 0) e P_2 (0, 3). Considere M (n, q) um ponto de (r). Se a distância do ponto O (0, 0) ao ponto M é $3/\sqrt{10}$cm, então q - n é igual a:
a) 4/5
b) 1
c) 6/5
d) 7/5

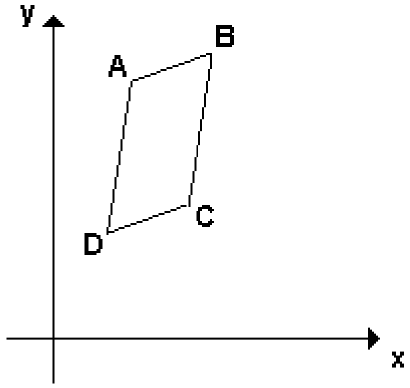
23. (Ita) Considere o paralelogramo ABCD onde A=(0,0), B=(-1,2) e C=(-3,-4). Os ângulos internos distintos e o vértice D deste paralelogramo são, respectivamente:
a) $\pi/4$, $3\pi/4$ e D = (-2,-5)
b) $\pi/3$, $2\pi/3$ e D = (-1,-5)
c) $\pi/3$, $2\pi/3$ e D = (-2,-6)
d) $\pi/4$, $3\pi/4$ e D = (-2,-6)
e) $\pi/3$, $2\pi/3$ e D = (-2,-5)

24. (Mackenzie) Na figura, a área do triângulo assinalado é 6. Então a distância entre as retas paralelas r e s é:



a) 2
b) 3/2
c) 6/5
d) 7/5
e) 8/5

25. (Ufmg) Observe a figura.



Nessa figura, ABCD é um paralelogramo, as coordenadas do ponto C são (6,10) e os lados AB e AD estão contidos, respectivamente, nas retas de equações y=(x/2)+14 e y=4x-2.
Nesse caso, as coordenadas do ponto B são
a) (7, 35/2)
b) (9, 37/2)
c) (8,18)
d) (10,19)

26. (Ufrj) Sejam A (1, 0) e B (5, $4\sqrt{3}$) dois vértices de um triângulo equilátero ABC. O vértice C está no 2Ž quadrante.
Determine suas coordenadas.

27. (Ufrj) As coordenadas dos vértices do triângulo isósceles T□ são dadas por A=(-1,1), B=(9,1) e C=(4,6).

As coordenadas dos vértices do triângulo isósceles T_2 são dadas por D=(4,2), E=(2,8) e F=(6,8).

Determine a área do quadrilátero $T_1 \cap T_2$.

28. (Ufrj) Sejam M_1 = (1, 2), M_2 = (3, 4) e M_3 = (1,-1) os pontos médios dos lados de um triângulo.
Determine as coordenadas dos vértices desse triângulo.

29. (Unirio) Considere um triângulo cujos vértices são A (0,0) B (3, 4) e C (6, 0) e responda às perguntas a seguir.
a) Qual a soma das medidas dos lados com a medida da altura relativa ao vértice B?
b) Qual a classificação deste triângulo quanto às medidas de seus ângulos internos?

30. (Ufrs) Em um sistema de coordenadas polares, $P=(3,\pi/6)$ e $Q=(12,0)$ são dois vértices adjacentes de um quadrado. O valor numérico da área deste quadrado é
a) 81
b) 135
c) 153
d) $153 - 36\sqrt{2}$
e) $153 - 36\sqrt{3}$

31. (Unicamp) Uma reta intersecciona nos pontos A (3, 4) e B(-4, 3) uma circunferência centrada na origem.
a) Qual é o raio dessa circunferência?
b) Calcule a área do quadrilátero cujos vértices são os pontos A e B e seus simétricos em relação à origem.

32. (Fatec) As retas r e s interceptam o eixo das abcissas nos pontos A e B e são concorrentes no ponto P.
Se suas equações são $y=3x+1$ e $y=-2x+4$, então a área do triângulo ABP é
a) 7/10
b) 7/3
c) 27/10
d) 49/15
e) 28/5

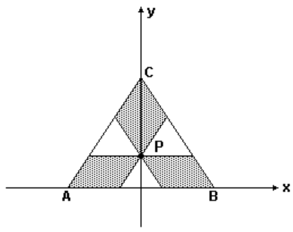
33. (Puc-rio) O valor de x para que os pontos (1,3), (-2,4), e (x,0) do plano sejam colineares é:
a) 8.
b) 9.
c) 11.
d) 10.
e) 5.

34. (Uff) Determine o(s) valor(es) que r deve assumir para que o ponto (r, 2) diste cinco unidades do ponto (0, -2).

35. (Ufsm) Sejam r: $x + qy - 1 = 0$ e s: $px + 5y + 2 = 0$ duas retas perpendiculares entre si. Então, é correto afirmar que
a) $p/q = -5$
b) $p/q = 5$
c) $p/q = 1$
d) $p . q = -1$
e) $p . q = 5$

36. (Fuvest) Se $(m + 2n, m - 4)$ e $(2 - m, 2n)$ representam o mesmo ponto do plano cartesiano, então m^n é igual a:
a) -2
b) 0
c) $\sqrt{2}$
d) 1
e) 1/2

37. (Fuvest) Considere os pontos A=(-2,0), B=(2,0), C=(0,3) e P=(0,α), com $0<\alpha<3$. Pelo ponto P, traçamos as três retas paralelas aos lados do triângulo ABC.



a) Determine, em função de α, a área da região sombreada na figura.

b) Para que valor de α essa área é máxima?

38. (Ita) A área de um triângulo é de 4 unidades de superfície, sendo dois de seus vértices os pontos A:(2, 1) e B:(3, -2). Sabendo que o terceiro vértice encontra-se sobre o eixo das abcissas, pode-se afirmar que suas coordenadas são
a) (-1/2, 0) ou (5, 0).
b) (-1/2, 0) ou (4, 0).
c) (-1/3, 0) ou (5, 0).
d) (-1/3, 0) ou (4, 0).
e) (-1/5, 0) ou (3, 0).

39. (Unirio) Considere a função real definida por $f(x)=1+\sqrt{(18-2x^2)}$ e um ponto A (2,1). Sabe-se que a distância de um ponto P do gráfico de f ao ponto A é $\sqrt{10}$. O ponto P encontra-se no:

a) 1° quadrante.
b) 2° quadrante.
c) 3° quadrante.
d) 4° quadrante.
e) ponto de origem do sistema x0y.

40. (Unesp) Sejam A = (2, 0) e B = (5, 0) pontos do plano e r a reta de equação y = x/2.

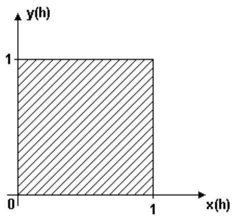
a) Represente geometricamente os pontos A e B e esboce o gráfico da reta r.

b) Se C = (x, x/2), com x > 0, é um ponto da reta r, tal que o triângulo ABC tem área 6, determine o ponto C.

41. (Unifesp) Um ponto do plano cartesiano é representado pelas coordenadas (x + 3y, - x - y) e também por (4 + y, 2x + y), em relação a um mesmo sistema de coordenadas. Nestas condições, x^y é igual a

a) -8.
b) -6.
c) 1.
d) 8.
e) 9.

42. (Uerj) Duas pessoas A e B decidem se encontrar em um determinado local, no período de tempo entre 0h e 1h.
Para cada par ordenado (x_0, y_0), pertencente à região hachurada do gráfico a seguir, x_0 e y_0 representam, respectivamente, o instante de chegada de A e B ao local de encontro.

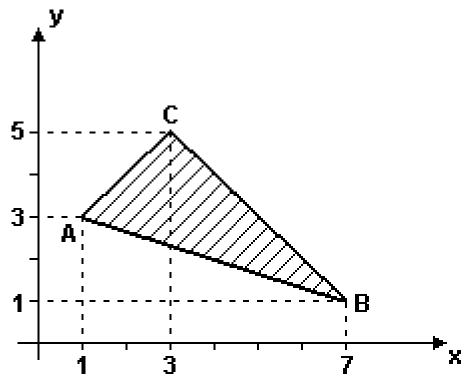


Determine as coordenadas dos pontos da região hachurada, os quais indicam:

a) a chegada de ambas as pessoas ao local de encontro exatamente aos 40 minutos;

b) que a pessoa B tenha chegado ao local de encontro aos 20 minutos e esperado por A durante 10 minutos.

43. (Uerj) No sistema de coordenadas cartesianas a seguir, está representado o triângulo ABC.



Em relação a esse triângulo,

a) demonstre que ele é retângulo;

b) calcule a sua área.

44. (Fatec) A circunferência que passa pelos pontos O=(0,0), A=(2,0) e B=(0,3) tem raio igual a:

a) $(\sqrt{11})/4$
b) $(\sqrt{11})/2$
c) $(\sqrt{13})/4$
d) $(\sqrt{13})/2$
e) $(\sqrt{17})/4$

45. (Fgv) No plano cartesiano, o triângulo de vértices A(1,-2), B(m,4) e C(0,6) é retângulo em A. O valor de m é igual a:

a) 47
b) 48
c) 49
d) 50
e) 51

46. (Pucsp) Sejam A, B, C, D vértices consecutivos de um quadrado tais que A=(1; 3) e B e D pertencem à reta de equação x-y-4=0. A área desse quadrado, em unidades de superfície, é igual a

a) $36\sqrt{2}$
b) 36
c) $32\sqrt{2}$
d) 32
e) $24\sqrt{2}$

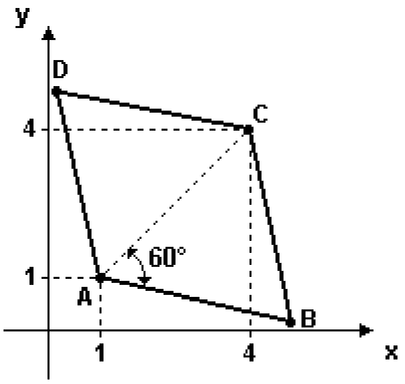
47. (Ufpi) A medida do ângulo agudo formado pelas retas 3x+y-10=0 e -2x+y-15=0 é:

a) 15°
b) 30°
c) 45°
d) 60°
e) 75°

48. (Puc-rio) Os pontos (0,8), (3,1) e (1,y) do plano são colineares. O valor de y é igual a:

a) 5
b) 6
c) 17/3
d) 11/2
e) 5,3

49. (Ufal) Na figura abaixo tem-se o losango ABCD, com A(1;1) e C(4;4), e cuja diagonal $\overline{AC}$ forma ângulo de medida 60° com o lado $\overline{AB}$.



O perímetro desse losango é

a) $3\sqrt{2}$
b) 6
c) $12\sqrt{2}$
d) $24\sqrt{2}$
e) 48

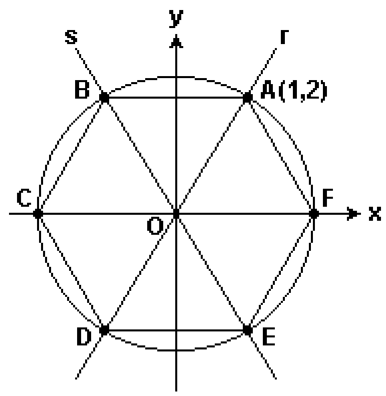
50. (Ufrs) No sistema de coordenadas polares, considere os pontos O=(0,0), A=(1, 0), P=(ρ, θ) e Q=(1/ρ, θ), onde $0 < \theta < \pi/2$ e $\rho > 0$.
Se a área do triângulo OAP vale o dobro da área do triângulo OAQ, então ρ vale

a) 1/2.
b) $\sqrt{2}/2$.
c) $\sqrt{2}$.
d) 2.
e) $2\sqrt{2}$.

51. (Ufsm) Num plano, são dados 4 pontos através de coordenadas: (1,1), (2,4), (6,5) e (5,2). Ligando-se os 4 pontos pela ordem dada e fechando o polígono através da ligação de (1, 1) e (5, 2), por meio de segmentos de reta, obtém-se um

a) quadrado de perímetro $4\sqrt{17}$
b) paralelogramo de perímetro $2\sqrt{17} + 2\sqrt{10}$
c) losango de perímetro $4\sqrt{17}$
d) retângulo de perímetro $2\sqrt{17} + 2\sqrt{10}$
e) trapézio isósceles de perímetro $[(\sqrt{17} + \sqrt{10}).5]/2$

52. (Unifesp) A figura representa, em um sistema ortogonal de coordenadas, duas retas, r e s, simétricas em relação ao eixo Oy, uma circunferência com centro na origem do sistema, e os pontos A=(1,2), B, C, D, E e F, correspondentes às interseções das retas e do eixo Ox com a circunferência.

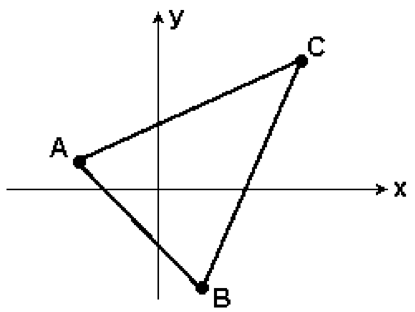


Nestas condições, determine

a) as coordenadas dos vértices B, C, D, E e F e a área do hexágono ABCDEF.
b) o valor do cosseno do ângulo AÔB.

53. (Unesp) O triângulo PQR, no plano cartesiano, de vértices P=(0,0), Q=(6,0) e R=(3,5), é
a) equilátero.
b) isósceles, mas não equilátero.
c) escaleno.
d) retângulo.
e) obtusângulo.

54. (Unesp) Dados dois pontos, A e B, com coordenadas cartesianas (-2, 1) e (1, -2), respectivamente, conforme a figura,

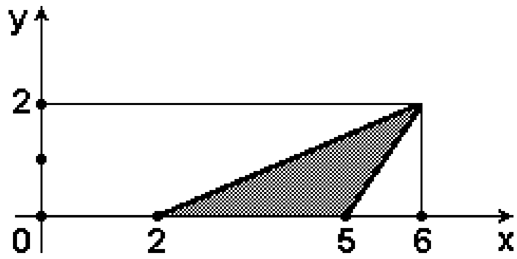


a) calcule a distância entre A e B.
b) Sabendo-se que as coordenadas cartesianas do baricentro do triângulo ABC são (xG, yG) = (2/3, 1), calcule as coordenadas (x_C, y_C) do vértice C do triângulo.

55. (Ufscar) Dados os pontos A(2,0), B(2,3) e C(1,3), vértices de um triângulo, o raio da circunferência circunscrita a esse triângulo é
a) (√ 10)/3
b) 10/3
c) (√ 2)/2
d) (√ 10)/2
e) √ 10

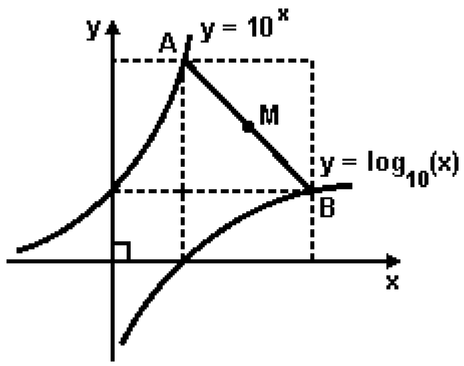
56. (Puc-rio) Sejam A e B os pontos (1, 1) e (5, 7) no plano. O ponto médio do segmento AB é:
a) (3, 4)
b) (4, 6)
c) (-4, -6)
d) (1, 7)
e) (2, 3)

57. (Unifesp) Considere, no plano complexo, conforme a figura, o triângulo de vértices $z_1 = 2$, $z_2 = 5$ e $z_3 = 6 + 2i$.



A área do triângulo de vértices $w_1 = iz_1$, $w_2 = iz_2$ e $w_3 = 2iz_3$ é:
a) 8.
b) 6.
c) 4.
d) 3.
e) 2.

58. (Unifesp) Considere os gráficos das funções definidas por
$f(x) = \log_{10}(x)$ e $g(x) = 10^x$, conforme figura (fora de escala).

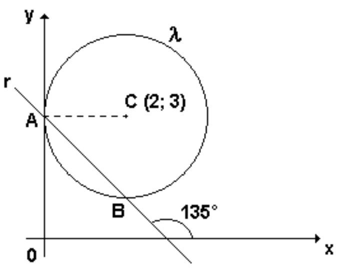


a) Dê as coordenadas de M, ponto médio do segmento AB.
b) Mostre que (fog)(x) = x e (gof)(x) = x, para todo x > 0.

59. (Ufg) Para medir a área de uma fazenda de forma triangular, um agrimensor, utilizando um sistema de localização por satélite, encontrou como vértices desse triângulo os pontos A(2,1), B(3,5) e C(7,4) do plano cartesiano, com as medidas em km. A área dessa fazenda, em km^2, é de

a) 17/2
b) 17
c) 2√ 17
d) 4√ 17
e) (√ 17)/2

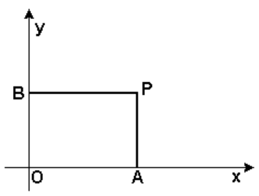
60. (Uel)



A distância do centro C da circunferência λ à reta r é

a) (√ 2)/2
b) √ 2
c) 2√ 2
d) 3√ 2
e) 4√ 2

61. (Ufv) Considere o retângulo da figura abaixo, onde as diagonais são OP e AB, sendo P=(a,b). Considere as afirmações:

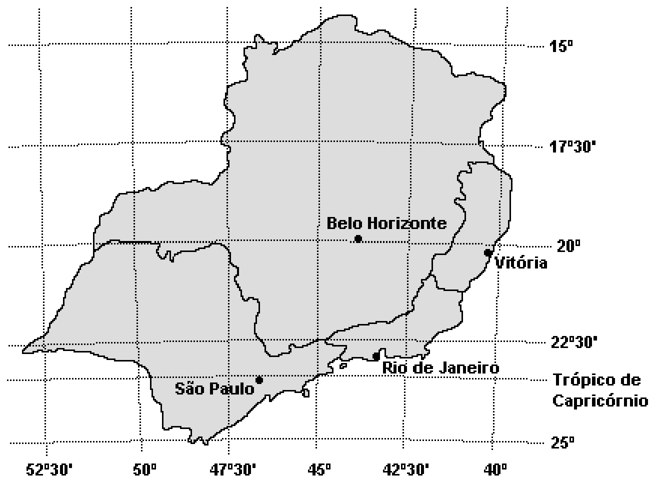


I - O ponto médio da diagonal OP é (a/2, b/2).
II - As diagonais se cortam ao meio.
III - O coeficiente angular da diagonal AB é b/a.
IV - Se as diagonais são perpendiculares, o retângulo é um quadrado.

Atribuindo V para as afirmações verdadeiras e F para as falsas, assinale a seqüência CORRETA:

a) V V V V
b) V V V F
c) V V F V
d) V V F F
e) V F V V

62. (Uerj) Observe o mapa da região Sudeste.



(Adaptado de BOCHICCHIO, V. R. Atlas atual: geografia. São Paulo: Atual, 1999.)

Considere o Trópico de Capricórnio como o eixo das abscissas e o meridiano de 45° como o eixo das ordenadas. Neste sistema cartesiano, as coordenadas das cidades de São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte e Vitória são, respectivamente, (-3/2,0), (2,1/2), (3/2,4) e (5,7/2), todas medidas em centímetros.

a) Calcule, em quilômetros quadrados, a área do quadrilátero cujos vértices estão representados por estas quatro cidades, supondo que a escala do mapa é de 1:10.000.000.

b) Determine as coordenadas de uma cidade que fique eqüidistante das cidades de São Paulo, Rio de Janeiro e Belo Horizonte.

GABARITO

1. [A]

2. [C]

3. [C]

4. O ponto x coincide com o ponto b.

5. [A]

6. a) O coeficiente angular da reta PX é igual a (y+5)/x e o c.a. da reta QX é igual a (y-5)/x.

b) Consideremos tg do ângulo PXQ = σ
1) se $\sigma = \pi/2$; não existe Tg σ
2) Tg $\sigma = 10x/(x^2+y^2-25)$

c) Graficamente é o arco da circunferência de centro (5, 0) e raio $5\sqrt{2}$ contido no semiplano x>0.

7. [D]

8. [C]

9. [D]

10. [A]

11. [E]

12. (-2,6) e (4,-2)

13. [C]

14. 5

15. [A]

16. [B]

17. P (0 ; $-\sqrt{3}/2$)

18. [B]

19. [D]

20. a) $(3\sqrt{2})/2$

b) 21/2

21. [A]

22. [C]

23. [D]

24. [C]

25. [C]

26. C = $(-3, 4\sqrt{3})$

27. 4

28. $(x_1, y_1) = (-1, -3)$
$(x_2, y_2) = (3, 7)$
$(x_3, y_3) = (3, 1)$

29. a) 20
b) triângulo acutângulo

30. [E]

31. a) r = 5
b) S = 50

32. [D]

33. [D]

34. r = 3 ou r = -3

35. [A]

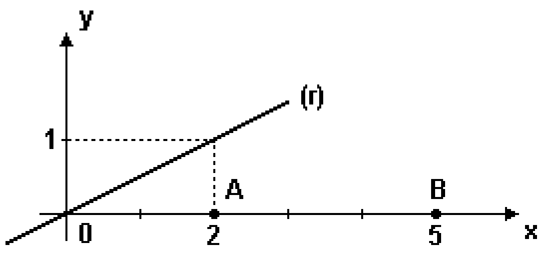
36. [E]

37. a) $-\alpha^2 + 2\alpha + 3$
b) A área é máxima para $\alpha = 1$.

38. [C]

39. [A]

40. a) Observe o gráfico a seguir:



b) C = (8,4).

41. [A]

42. a) (2/3, 2/3)

b) (1/2, 1/3)

43. a) Observe a demonstração a seguir:

$\overrightarrow{AB} = (6, -2)$
$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{40}$
$\overrightarrow{AC} = (2, 2)$
$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{8}$
$\overrightarrow{BC} = (-4, 4)$
$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{32}$
Logo: $|\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2$

b) 8 u.a.

44. [D]

45. [C]

46. [B]

47. [C]

48. [C]

49. [C]

50. [C]

51. [B]

52. a) B(-1; 2), C($-\sqrt{5}$; 0), D(-1; -2), E(1; -2) e F($\sqrt{5}$; 0)
S = 4[($\sqrt{5}$) + 1] u.a.
b) cos (AÔB) = 0,6

53. [B]

54. a) AB = $3\sqrt{2}$
b) C (3; 4)

55. [D]

56. [A]

57. [B]

58. a) (11/2, 11/2)

59. [A]

60. [B]

61. [C]

62. a) 122.500 km^2
b) (0; 2)