MATEMÁTICA

1996 - 2017

ESPECEX 1996

1. Sendo: R_+, o conjunto dos números reais não negativos, Q, o conjunto dos números racionais, Z, o conjunto dos números inteiros e N, o conjunto dos números naturais.

   A interseção dos conjuntos R_+, $Q \cup (N \cap Z)$ e $(Z \cap Q) \cup N$ é igual a:

   a) $\varnothing$ b) R_+^* c) Q^* d) N e) Z_+

2. Sejam os conjuntos A com dois elementos, B com 3 elementos e C com 4 elementos. O número de elementos do conjunto $C - [(A \cap B) \cap C]$ pode variar entre:

   a) 2 e 4 b) 2 e 3 c) 0 e 4 d) 0 e 3 e) 0 e 2

3. Numa pesquisa feita junto a 200 universitários sobre o hábito de leitura de dois jornais (A e B), chegou-se às seguintes conclusões:

   (1) 80 universitários lêem apenas um jornal;
   (2) o número dos que não lêem nenhum dos jornais é o dobro do número dos que lêem ambos os jornais;
   (3) o número dos que lêem o jornal A é o mesmo dos que lêem apenas o jornal B.
   Com base nesses dados, podemos afirmar que o número de universitários que lêem o jornal B é:

   a) 160 b) 140 c) 120 d) 100 e) 80

4. Sejam o conjunto $A = \{x \in Z^* \ / \ |x| \leq 5\}$ e a função $f: A \to Z$, definida por $f(x) = x^2$. Se B é o conjunto imagem da função f(x), o número de elementos do conjunto $B \cup A$ é:

   a) 16 b) 15 c) 14 d) 13 e) 12

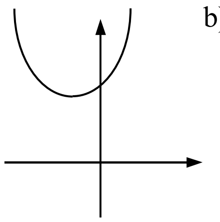
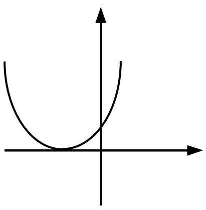
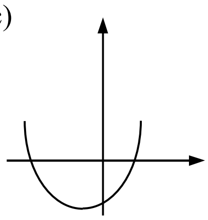
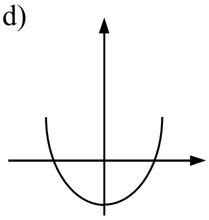
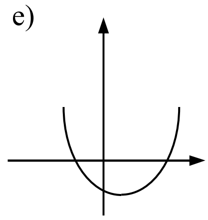
5. Na função $f(x) = 3x - 2$ sabemos que $f(a) = b - 2$ e $f(b) = 2b + a$. O valor de $f(f(a))$ é:

   a) 2 b) 1 c) 0 d) -1 e) -2

6. Sabendo que a função $y = ax + b$, pode-se afirmar que:

   a) O gráfico da função passa sempre pela origem.
   b) O gráfico da função corta sempre o eixo das ordenadas.
   c) O zero da função é $\frac{b}{a}$.
   d) A função é crescente para $a < 0$.
   e) O gráfico da função nunca passa pela origem.

7. Dada a função $f: R \to R$ definida por $f(x) = x^2 + ax - b$, onde $\{a, b\} \subset R_+^*$, pode-se concluir que o gráfico que mais se assemelha ao de f(x) é:

   a) 
   b) 
   c) 
   d) 
   e) 

8. Seja $f: R \to R$ uma função tal que $-2 \leq f(x) < 5$ e $g: R \to R$ dada por $g(x) = 1 - f(x)$. Então o conjunto imagem da função g(x) é:

   a)]-4, 3] b) [-4, 3] c)]-4, 3[d) [-3, 4[e)]-3, 4]

9. Um número real x é solução da inequação $-5 < x^2 - 3 < 1$ se, e somente se:

   a) $x < -5$ b) $x > 1$ c) $x \neq 2$ d) $0 < x < 1$ e) $-2 < x < 2$

10. Considere o trinômio do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$, cujos zeros são 2 e -3. Se $f(1) = -12$, então o valor de f(3) é:

    a) -36 b) -6 c) 12 d) 18 e) 20

11. O conjunto solução da inequação $|x^2 + x + 1| \leq |x^2 + 2x - 3|$ é:

    a) $\left\{x \in R / -\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \text{ ou } x \geq 4\right\}$
    b) $\left\{x \in R / -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ ou } x \geq 4\right\}$
    c) $\left\{x \in R / x < -\frac{1}{2} \text{ ou } 2 \leq x \leq 4\right\}$
    d) $\left\{x \in R / x \leq -2 \text{ ou } \frac{1}{2} \leq x \leq 4\right\}$
    e) $\left\{x \in R / -\frac{1}{2} \leq x \leq 4\right\}$

12. O domínio da função $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - x - 6}{3x - 6}}$ é:

a) $[-2, 2[\cup [3, +\infty[$ b) $[-2, 0] \cup]2, 3]$ c) $[0, 2[\cup [3, +\infty[$ d) $]-\infty, -2] \cup]2, 3]$ e) $]-\infty, 0] \cup]2, 3]$

13. Sendo d o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 10^{x\log 2} & 0 & 0 \\ 0 & \log 100 & 0 \\ 0 & 0 & 2^{3x} \end{bmatrix}$ então o $\log_2 d$ vale:

a) $4x + 1$ b) $4x^2 + 1$ c) $4x^2 - 1$ d) $4x - 1$ e) $4x^2$

14. Sabendo que $\log M + \log N = 0$, pode-se afirmar que:

a) M e N são nulos
b) M e N têm sinais contrários
c) M é o inverso de N
d) M e N são números inteiro e positivos
e) M e N não existem

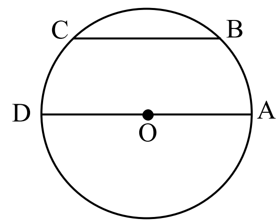
15. A soma das raízes da equação $3^x + 3^{1 - x} = 4$

a) 2 b) -2 c) 0 d) -1 e) 1

16. A soma e o produto das raízes da equação $\left(2^{x+6}\right)^{x^2-6x+5} = 1$ são, respectivamente:

a) -5 e 6 b) 11 e 30 c) 0 e -30 d) 0 e -6 e) -11 e 0

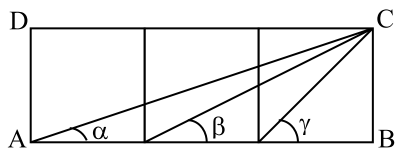
17. Na figura dada, o segmento BC, paralelo ao segmento AD, representa o lado do hexágono regular inscrito na circunferência de centro O. O comprimento do arco ABC é de $\dfrac{20}{3}\pi$cm. Nestas condições, a medida, em cm, do raio da circunferência é de:



a) $\dfrac{5\pi}{3}$ b) $\dfrac{10\pi}{3}$ c) 20 d) 15 e) 10

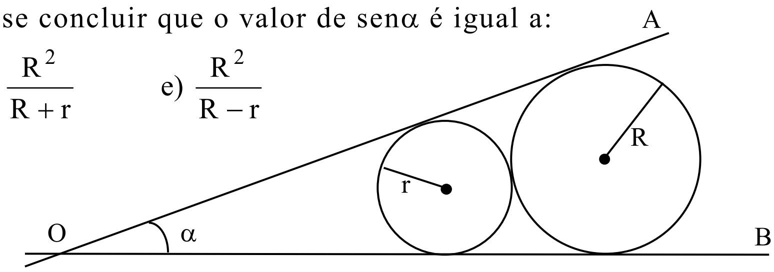
18. O retângulo ABCD, da figura dada, está dividido em três quadrados. Nestas condições, pode-se concluir que $\alpha + \beta$ vale:

a) $\dfrac{\pi}{2} - \gamma$ b) $\dfrac{\pi}{2} + \gamma$ c) $\dfrac{\gamma}{3}$ d) $\dfrac{\gamma}{2}$ e) $\pi - \gamma$



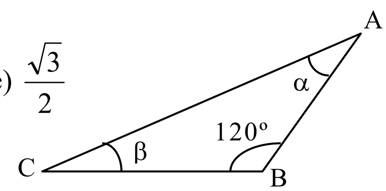
19. De posse dos dados da figura dada e sabendo que as circunferências são tangentes entre si e que ambas tangenciam os lados do ângulo AOB, pode-se concluir que o valor de $\operatorname{sen}\alpha$ é igual a:

a) $\dfrac{R + r}{R - r}$ b) $\dfrac{R - r}{R + r}$ c) $\dfrac{R}{R + r}$ d) $\dfrac{R^2}{R + r}$ e) $\dfrac{R^2}{R - r}$



20. Da figura dada, sabe-se que $\cos\beta = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Então, o $\cos\alpha$ vale:

a) $\dfrac{\sqrt{6}}{4} - \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ b) $\dfrac{\sqrt{6}}{4} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ c) $\dfrac{\sqrt{6}}{4} + \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ d) $\dfrac{\sqrt{6}}{4} + \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



21. Simplificando a expressão $E = (1 + \cot g^2 x)(1 - \cos^2 x)$ teremos:

a) $E = tgx$ b) $E = \operatorname{sen}x$ c) $E = \sqrt{2}$ d) $E = 1$ e) $E = -1$

22. O valor de $\operatorname{sen}\dfrac{53\pi}{6}$ é igual ao de:

a) cos225º b) cos150º c) cos60º d) sen210º e) sen120º

23. Sabendo que (x, y, z) é solução do sistema $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$, o valor de $x^2 + y^2 + z^2$ é:

a) 5 b) 6 c) 7 d) 9 e) 10

24. O valor de m para que o sistema $\begin{cases} -x-2y+3z=0 \\ 2x+y-4z=0 \\ 4x+my-10z=0 \end{cases}$ admita soluções além da solução trivial, é:

a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

25. A soma das raízes da equação $\begin{bmatrix} \cos x & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$, onde $0 < x < 2\pi$, é:

a) 0 b) $\frac{\pi}{2}$ c) π d) $\frac{3\pi}{2}$ e) 2π

26. Considere as seguintes proposições:

I- Toda reta paralela a um plano é paralela a qualquer reta desse plano.

II- Uma reta e um ponto determinam sempre um único plano.

III- Se uma reta é perpendicular a duas retas concorrentes de um plano, então ela é perpendicular a esse plano.

Pode-se afirmar que:

a) Só I é verdadeira.
b) Só III é verdadeira.
c) Só I e III são verdadeiras.
d) Só III é falsa.
e) Só I e III são falsas.

27. O volume, em cm^3, da esfera inscrita em um cone de revolução, cujo raio da base é 5cm e cuja altura é 12cm, é:

a) $\frac{1000\pi}{162}$ b) $\frac{2000\pi}{27}$ c) $\frac{3000\pi}{108}$ d) $\frac{4000\pi}{81}$ e) $\frac{5000\pi}{9}$

28. O coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(x + 2)^9$ é:

a) 64 b) 126 c) 524 d) 1024 e) 2016

29. A área da base de uma pirâmide quadrangular regular é $36m^2$. Se a altura da pirâmide mede 4m, sua área total, em m^2, é igual a:

a) 48 b) 54 c) 96 d) 120 e) 144

30. Um trapézio isósceles, cujas bases medem 2cm e 4cm e cuja altura é 1cm, sofre uma rotação de 180º em torno do eixo que passa pelos pontos médios das bases. O volume, em cm^3, do sólido gerado por essa rotação é:

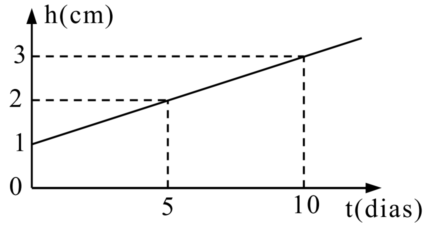
a) $\frac{4\pi}{3}$ b) $\frac{5\pi}{3}$ c) 2π d) $\frac{7\pi}{3}$ e) $\frac{8\pi}{3}$

ESPECEX 1997

1. Seja a função $f(x) = \begin{cases} 1, \text{ se } x \text{ é irracional} \\ -1, \text{ se } x \text{ é racional} \end{cases}$. O valor da expressão $\dfrac{f(\pi) - f(0) - f(1{,}333...)}{3f\left(\sqrt{2}\right)}$ é:

   a) $\frac{1}{3}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) -1 d) 1 e) $\frac{2}{3}$

2. O crescimento de um vegetal, sob certas condições e a partir de uma determinada altura, segue a função do gráfico dado.



Mantidas tais condições, pode-se afirmar que a função que representa o crescimento do vegetal e sua altura no 12º dia (em cm) são, respectivamente:

   a) $h(t) = \frac{1}{2}t - 5$ e $h = \frac{12}{15}$ c) $h(t) = \frac{1}{5}t + 1$ e $h = \frac{17}{5}$ e) $h(t) = \frac{t-5}{5}$ e $h = \frac{12}{15}$

   b) $h(t) = \frac{1}{3}t - \frac{5}{3}$ e $h = \frac{12}{5}$ d) $h(t) = \frac{1}{4}t + 1$ e $h = \frac{17}{5}$

3. O domínio da função real $y = \dfrac{1}{\sqrt{x+3}} - \dfrac{1}{\sqrt{5-x}}$ é:

   a)]-3; 5[b)]-3; +∞[c)]-5; 3[d)]-∞; -3[∪]5; +∞[e)]-∞; 5[

4. O número de elementos do conjunto $A = \left\{x \in N^* / x - 5 \le \dfrac{20}{x} - 4\right\}$, é:

   a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 e) 10

5. Dados os conjuntos $A = \left]1 - \sqrt{2}; \pi\right[$, $B = \left]\log_{\frac{1}{2}} 4; \sqrt{3}\right[$ e $C = \left]-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right[$. Pode-se afirmar que:

   a) existem seis números reais em $A \cup B \cup C$ d) $0 \in A \cap B \cap C$

   b) o menor valor de $B \cap C$ é $-\frac{\pi}{2}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2} \in A \cap B \cap C$

   c) não existem números inteiros em C - A

6. Se a função linear f, dada por f(x) = ax + b, satisfaz a condição f(5x + 2) = 5f(x) + 2, pode-se afirmar então que:

   a) a = 2b b) a = b + 2 c) a = 2(b + 2) d) a = 2(b + 1) e) a = 2b + 1

7. Sejam m e n dois números inteiros positivos tais que m e n são ímpares consecutivos, com m.n = 483. Nestas condições, o valor de m + n é igual a:

   a) 64 b) 52 c) 46 d) 44 e) 32

8. Para que a equação do 2º grau $mx^2 - (2m - 1)x + (m - 2) = 0$ admita raízes reais positivas, os valores reais de m devem ser:

   a) $-\frac{1}{4} < m < 0$ ou $m \ge 2$ c) $0 < m \le \frac{1}{4}$ ou $m > 2$ e) $-\frac{1}{4} \le m < 0$ ou $m \le -2$

   b) $-\frac{1}{4} \le m < 0$ ou $m > 2$ d) $-\frac{1}{4} \le m < 0$ ou $m > -2$

9. A equação $\text{sen}x = m^2 - m - 1$ admite solução se, e somente se:

   a) $m \le 0$ ou $m \ge 1$ b) $-1 \le m \le 2$ c) $0 \le m \le 2$ d) $m \ge 0$ ou $m \le 1$ e) $-1 \le m \le 0$ ou $1 \le m \le 2$

10. Um míssil, cuja trajetória plana segue o gráfico da equação $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{100}x^2 + 2\sqrt{3}x$, com medidas em km, foi lançado acidentalmente e deverá ser interceptado por outro, lançado do mesmo ponto e em trajetória retilínea. Tomados como referência o ponto de lançamento e o plano horizontal que o contém, para que o contato se faça na maior altura possível, a inclinação do segundo míssil e a altura, em km, de contato são respectivamente:

    a) 30º e $200\sqrt{3}$ b) 60º e $200\sqrt{3}$ c) 60º e $100\sqrt{3}$ d) 60º e $200\sqrt{3}$ e) 30º e $100\sqrt{3}$

11. Num sistema cartesiano de eixos, duas curvas A e B, se interceptam nos pontos (0, 5) e (0, -5). Dentre as afirmações abaixo, a alternativa correta é:

a) A e B são representações gráficas de funções do tipo y = f(x), com raízes (0, 5) e (0, -5)

b) somente A ou B poderá ser representação gráfica de uma função do tipo y = f(x)

c) A ou B é a representação gráfica da função dada por $y = 25 - x^2$

d) A ou B é a representação gráfica da função dada por x = 0

e) nem A nem B poderá ser a representação gráfica de uma função do tipo y = f(x)

12. O domínio e a imagem da função $f(x) = |2x^2 - 2x| + 4$ são, respectivamente:

a) R e [4,5; +∞[b) R e [4; +∞[c) R_+ e]-∞; 4] d) R e]-∞; 4,5] e) R_+ e [4; +∞[

13. O conjunto solução da inequação $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+3} \leq \left(\frac{25}{4}\right)^{2x+1} < \left(\frac{2}{5}\right)^{8x+1}$

a) tem módulo da diferença entre os extremos igual a 3,5

b) inclui o zero

c) inclui apenas um número inteiro negativo

d) é vazio

e) inclui três números inteiros

14. O valor da soma das raízes reais da equação $10^{\frac{3x-1}{x^2+1}} - 10 = 0$ é:

a) 3 b) 1 c) 0 d) 9 e) 2

15. O domínio da função real $f(x) = \log_{x+1}(2x^2 - 5x + 2)$ é o conjunto:

a) $D = \left\{x \in R / -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ ou } x > 2 \text{ e } x \neq 0\right\}$

b) $D = \left\{x \in R / -1 < x < \frac{1}{2} \text{ ou } x > 2 \text{ e } x \neq 0\right\}$

c) $D = \{x \in R / x \neq -1,\ x \neq 0 \text{ e } x > 2\}$

d) $D = \varnothing$

e) D = R

16. O conjunto solução da inequação $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3 x) > 0$ é:

a) {x ∈ R / 1 < x < 3}

b) {x ∈ R / x < 1}

c) {x ∈ R / x < 1 ou x > 3}

d) {x ∈ R / x > 3}

e) {x ∈ R / x < 2 ou x > 3}

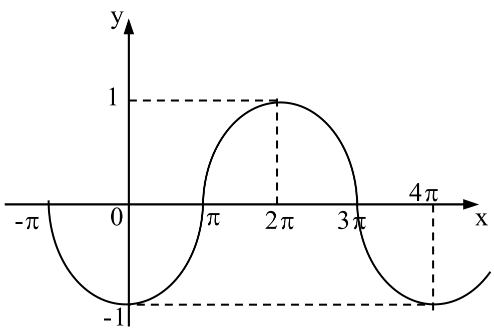
17. A expressão $\frac{\text{senx}^3 - \cos x^3}{\text{senx} - \cos x}$ é equivalente a:

a) 1 b) 2 c) senx + cosx d) 1 + senx.cosx e) $\frac{2}{\text{senx}}$

18. Para todo x real, pode-se afirmar que é sempre válida a relação:

a) 2senx.cosx = sen2x b) $\text{tgx} = \frac{\text{senc}}{\cos x}$ c) $\text{sen}^2x - \cos^2x = -1$ d) $\text{tgx} = 1 + \text{src}^2x$ e) $\text{secx} = \frac{1}{\cos x}$

19. A figura dada representa o gráfico da função definida por f(x) = acosbx. Os valores de a e b são, respectivamente:



a) 1 e 2 b) -1 e $\frac{1}{2}$ c) 1 e $\frac{1}{2}$ d) -1 e 1 e) -1 e 2

20. O ângulo $\alpha = \frac{32k\pi}{3}$ rad, onde k ∈ N*, é tal que:

a) senα.cosα > 0, se k = 1

b) senα.cosα < 0, se k = 2

c) cosα.senα > 0, se k = 3

d) senα não varia para k = 1 ou k = 2

e) cosα não varia para k = 1 ou k = 2

21. Sabendo que $\text{cossecx} = \frac{5}{4}$ e que x pertence ao primeiro quadrante, o valor da expressão $25\text{snn}^2x - 9\text{tg}^2x$ é:

a) 2 b) 3 c) 0 d) 4 e) 1

22. A soma das raízes da equação $\text{sen}^2 x - \frac{3}{4} = 0$, onde $0° < x < 360°$, é:

a) 60º b) 240º c) 180º d) 720º e) 300º

23. Considere as seguintes proposições:

I- A função $f(x) = \text{tg}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ é periódica, de período $\frac{\pi}{2}$.

II- A equação $\text{sen}x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ têm infinitas soluções.

III- Sendo $\text{tg}x = \frac{3}{4}$ e $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, temos $\text{sen}x = -\frac{3}{5}$ e $\text{cotg}x = \frac{4}{3}$

Sobre as proposições acima, pode-se afirmar que:

a) todas são verdadeiras c) apenas I e II são verdadeiras e) apenas II e III são verdadeiras
b) todas são falsas d) apenas I e III são verdadeiras

24. A soma dos valores de x, y e z que tornam o sistema $\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ 3x - 2y + z = -2 \\ x + y = 0 \end{cases}$ verdadeiro é:

a) 1 b) 3 c) 2 d) 5 e) 4

25. Dado o sistema linear $\begin{cases} a^2x + y = 1 \\ x + y = a \end{cases}$, onde a é uma constante real, pode-se afirmar que:

a) o sistema é possível e determinado para a = -1.
b) existe um único valor de a que torna o sistema possível e indeterminado.
c) o sistema é possível e determinado somente se $a \neq -1$.
d) o sistema é possível e determinado $\forall a \in R$.
e) o sistema é impossível $\forall a \in R$.

26. O termo independente de x no desenvolvimento de $\left(\frac{1}{x^2} - \sqrt[4]{x}\right)^{18}$ é:

a) 153 b) 261 c) 149 d) 457 e) 361

27. os valores de x e y que satisfazem a igualdade $\begin{bmatrix} \log_x 3 & 1 \\ \log_3 x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log_2 y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ são:

a) 3 e $\frac{1}{2}$ b) 3 e 2 c) 9 e $\frac{1}{2}$ d) 3 e $\sqrt{2}$ e) 9 e $\sqrt{2}$

28. Uma pirâmide quadrangular regular tem a por aresta da base e 2a por aresta lateral. A altura e o volume dessa pirâmide medem, respectivamente:

a) $\frac{a\sqrt{15}}{2}$ e $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ b) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ c) $\frac{a\sqrt{14}}{2}$ e $\frac{a^3\sqrt{14}}{6}$ d) $\frac{a\sqrt{12}}{2}$ e $\frac{a^3\sqrt{12}}{3}$ e) $\frac{a\sqrt{10}}{2}$ e $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$

29. Considere as proposições abaixo:

I- O volume V de um cilindro equilátero de raio r é $V = 4\pi r^3$.

II- O volume de um cubo de área total $600cm^2$ é $1000cm^3$.

III- Quando o raio de uma esfera aumenta 100%, o volume da esfera aumenta 700%.

IV- Uma reta r e um plano α são perpendiculares a uma outra reta t, em pontos distintos, então r e α são paralelos.

Dentre as proposições acima é/são falsa(s) a(s):

a) I b) II c) I e III d) I e IV e) III e IV

30. O volume de uma lata cilíndrica é $4\pi cm^3$. O custo de fabricação das bases é R\$0,04 por cm^2 e o custo de fabricação da superfície lateral é R\$0,02 por cm^2. O custo de fabricação da lata (em R\$) em função do raio R (em cm) das bases é:

a) $0{,}04\pi\left(R^2 + \frac{1}{R}\right)$ b) $0{,}06\pi\left(R^2 + \frac{1}{R}\right)$ c) $0{,}06\pi\left(R^2 + \frac{2}{R}\right)$ d) $0{,}08\pi\left(R^2 + \frac{2}{R}\right)$ e) $0{,}08\pi\left(R^2 + \frac{1}{R}\right)$

ESPECEX 1998

1. Sendo $A \cup B \cup C = \{n \in N \ / \ 1 \leq n \leq 10\}$; $A \cap B = \{2, 3, 8\}$; $A \cap C = \{2, 7\}$; $B \cap C = \{2, 5, 6\}$ e $A \cup B = \{n \in N \ / \ 1 \leq n \leq 8\}$. Pode-se afirmar que o conjunto C é:

   a) $\{9, 10\}$ b) $\{5, 6, 9, 10\}$ c) $\{2, 5, 6, 7, 9, 10\}$ d) $\{2, 5, 6, 7\}$ e) $A \cup B$

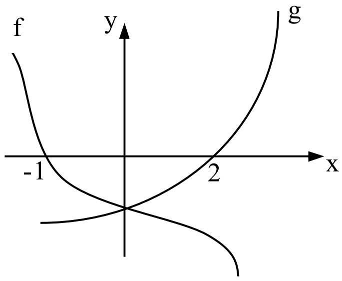
2. O conjunto solução da equação $|x - 3| = |x - 3|^2$, em R:

   a) Possui somente 4 elementos. c) Possui somente 2 elementos. e) É vazio.
   b) Possui somente 3 elementos. d) Possui somente 1 elemento.

3. Para todo $n \in Z$ e $k \in Z$, com $n < k$, é sempre verdadeira a sentença:

   a) $\frac{1}{n} < \frac{1}{k}$ b) $\frac{n + k}{n.k}$, é um número inteiro c) $\sqrt{n} < \sqrt{k}$ d) $1 - n < 1 - k$ e) $\frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^k}$

4. Os gráficos dados representam duas funções reais f e g, cujas únicas raízes são -1 e 2, respectivamente. O conjunto de todos os números reais tais que $f(x).g(x) < 0$ é dado por:



   a) $x > 0$ ou $x < -1$ c) $0 < x < 2$ e) $x < -1$ ou $x > 2$ b) $-1 < x < 0$ d) $-1 < x < 2$

5. Se $f(x) = 5^x$, com $x \in R$, o valor de $f(x + 2) - f(x + 1)$ é:

   a) $30.f(x)$ b) $24.f(x)$ c) $20.f(x)$ d) $9.f(x)$ e) $5.f(x)$

6. Considere a função real $f(x) = \sqrt{1 - x}$. Dentre as proposições abaixo:

   I- o maior valor de f(x) é 1.
   II- se f(p) existe, então o maior valor de p é 1.
   III- se f(x) é igual a $\frac{1}{3}$, então x é igual a $\frac{8}{9}$.
   IV- o gráfico de f(x) intercepta o eixo das ordenadas no ponto (0, 1).
   Pode-se afirmar que são verdadeiras apenas as proposições:

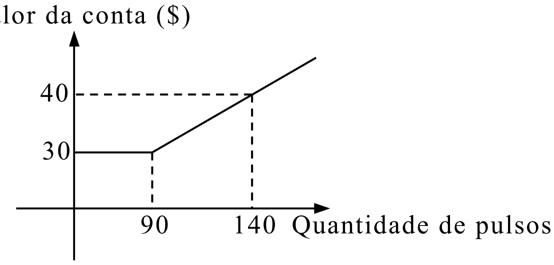
   a) I e II b) II e III c) I e III d) III e IV e) II, III e IV

7. Seja a função real $f(x) = (m^2 - 4)x^2 - (m + 2)x + 1$. Das afirmações abaixo:

   I- f é função afim para $m = 2$.
   II- f é função constante para $m = -2$.
   III- f é função quadrática para $m \neq 2$ e $m \neq -2$.
   IV- f tem uma raiz igual a -1 para $m = 3$.
   Estão corretas apenas as afirmações:

   a) I, II e IV b) I e III c) II, III e IV d) III e IV e) I, II e III

8. O gráfico dado fornece a relação entre o custo das ligações telefônicas locais de um assinante e o número de pulsos utilizados pelo mesmo.



   Considerando-se que:
   I- Em Maio/98 o assinante utilizou 100 pulsos.
   II- Em Junho/98 o valor de sua conta telefônica foi o dobro do valor de Maio/98.
   III- Só foram realizadas ligações locais à mesma tarifa.
   Pode-se afirmar que o número de pulsos utilizados por esse assinante em Junho/98 foi:

   a) 180 b) 260 c) 270 d) 280 e) 300

9. O projétil disparado por um canhão, posicionado num ponto de altitude igual a 200 metros, atinge um alvo localizado num ponto de altitude 1200 metros.

Considerando-se que:

I- A trajetória descrita pelo projétil é dada pela equação $y = \frac{8}{3}x - \frac{4}{3}x^2$, com x e y em quilômetros, e referenciada a um sistema cartesiano com origem no canhão.

II- O alvo é atingido quando o projétil encontra-se no ramo descendente de sua trajetória.

Assim sendo, pode-se afirmar que a distância horizontal entre as posições do canhão e do alvo é:

a) 0,5km b) 1,0km c) 1,5km d) 2,0km e) 2,5km

10. Um curral retangular será construído aproveitando-se um muro pré-existente no terreno, por medida de economia. Para cercar os outros três lados, serão utilizados 600 metros de tela de arame. Para que a área do terreno seja a maior possível, a razão entre as suas menor e maior dimensões será:

a) 0,25 b) 0,50 c) 0,75 d) 1,00 e) 1,25

11. A temperatura T de aquecimento de um forno, em ºC, varia com o tempo t, em minutos, segundo a função $T(t) = \begin{cases} 20 + 28t, \text{ se } t \le 10 \\ t^2 + 5t + 150, \text{ se } t > 10 \end{cases}$. O tempo necessário para que a temperatura do forno passe de 160ºC para 564ºC é:

a) 5 minutos b) 12 minutos c) 13 minutos d) 18 minutos e) 23 minutos

12. O conjunto solução da inequação $\frac{2x^2 + 3x - 2}{2 - 3x} \le 0$ está contido em:

a) $\left]-\infty, \frac{2}{3}\right[$ b) $]-2,+\infty[$ c) $\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$ d) $]-3,+\infty[$ e) $]-\infty,-2]$

13. O domínio da função $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3^{-x-2} - \frac{1}{9}}}$ é:

a) R_-^* b) R_- c) R_+ d) R_+^* e) R

14. A soma e o produto das raízes da equação $9.\left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-x-9} = \frac{243}{125}$ são, respectivamente:

a) 1 e -12 b) 7 e 12 c) -2 e -8 d) -1 e 12 e) 7 e 10

15. Considerando $\log_m 10 = 1,4$ e $\log_m 50 = 2,4$, pode-se afirmar, com base nesses dados, que o valor do logaritmo decimal de 5 é:

a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{7}$ d) $\frac{7}{3}$ e) $\frac{7}{5}$

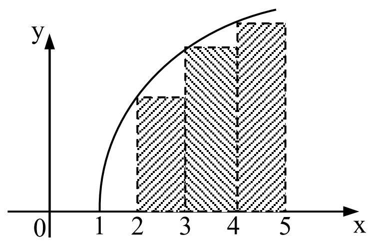
16. Considerando o gráfico dado, onde:

I- A curva é representação da função y = logx, para x ≥ 1.

II- Os retângulos sombreados têm um dos vértices sobre a curva.

Nas condições apresentadas acima, a área da região sombreada é:

a) log24 b) log18 c) log12 d) log9 e) log6



17. Se senx + cosx = $\frac{1}{5}$, com $0 \le x \le \pi$, então o valor de sen2x é:

a) $-\frac{12}{25}$ b) $-\frac{24}{25}$ c) $\frac{12}{25}$ d) $\frac{16}{25}$ e) $\frac{24}{25}$

18. Sendo $k \in Z$, o número de valores distintos assumidos por sen$\frac{k\pi}{9}$ é igual a:

a) 5 b) 8 c) 9 d) 10 e) 18

19. Se cosx.cosy ≠ 0, então a soma tgx + tgy é equivalente ao produto:

a) (senx + seny)(cosx.cosy)
b) (senx + seny)(secx.secy)
c) sen(x + y)(secx + secy)
d) secx.secy.sen(x + y)
e) senx.seny.cos(x + y)

20. A soma das soluções da equação $\dfrac{625^{\cos^2 x}}{25^{\cos x}} = 1$, para $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$ é:

a) $\dfrac{\pi}{6}$ b) $\dfrac{\pi}{3}$ c) $\dfrac{\pi}{2}$ d) $\dfrac{2\pi}{3}$ e) $\dfrac{5\pi}{6}$

21. Dada a função $f(x) = \dfrac{1 - \text{sen}^2 x}{1 + \text{sen} x}$ e o intervalo $I = [0, 2\pi]$, pode-se afirmar que:

a) f é definida para todo $x \in I$ e a imagem de f em I é [0, 2].

b) f é definida para todo $x \in I \,/\, x \neq \dfrac{3\pi}{2}$ e a imagem de f em I é [0, 2[.

c) f não é definida para x = -1 e a imagem de f em I é]-1, 1[.

d) f não é definida para $x = \dfrac{\pi}{2}$ e a imagem de f em I é [0, 2[.

e) f não é definida para $x = \dfrac{3\pi}{2}$ e a imagem de f em I é [0, 1[.

22. Para todo $k \in Z$, $n \in N^*$ e $x \in R$, a expressão $[(\text{sen}x + \cos x)^2 - \text{sen}2x]^n$ é equivalente a:

a) $[\text{sen}(2k\pi)]^n$ b) $[\cos(2k\pi + \pi)]^n$ c) $\cos(nk\pi)$ d) $\left[\text{sen}\left(2k\pi + \dfrac{\pi}{2}\right)\right]^n$ e) $\text{sen}(nk\pi)$

23. Considere a matriz quadrada $A = \begin{bmatrix} \text{sen}18^o & \cos 72^o \\ \text{sen}36^o & \cos 54^o \end{bmatrix}$. O valor do determinante de A é:

a) -2 b) -1 c) 0 d) 1 e) 2

24. O sistema $\begin{cases} 3x + ky + z = 0 \\ 5x + 4y + 5z = 0 \\ x + y + kz = 0 \end{cases}$ admite mais de uma solução se, e somente se:

a) $k = \dfrac{7}{6}$ b) $k = \dfrac{7}{5}$ ou k = 2 c) k = 7 ou k = -2 d) $k = \dfrac{2}{3}$ ou $k = \dfrac{1}{2}$ e) k = 0

25. Para todo x e y reais, com $x \neq \pm y$, o quociente entre os determinantes $\dfrac{\begin{vmatrix} x+y & x-y & 0 \\ 0 & 1 & y \\ 0 & x & x^2+y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x & y \\ y & x \end{vmatrix}}$ é equivalente a:

a) $\dfrac{x^2 - xy + y^2}{x - y}$ b) $\dfrac{x^2 + xy + y^2}{x + y}$ c) $\dfrac{x^2 - xy - y^2}{x - y}$ d) $\dfrac{x^2 + xy + y^2}{x - y}$ e) $\dfrac{x^2 - xy - y^2}{x + y}$

26. A soma das soluções do sistema $\begin{cases} x - y + z = 8 \\ 2x + y + z = 5 \\ x + 2y - z = -8 \end{cases}$ é:

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

27. O volume de um cilindro equilátero de 1 metro de raio é, aproximadamente, igual a:

a) $3{,}1m^3$ b) $6{,}3m^3$ c) $9{,}4m^3$ d) $12{,}6m^3$ e) $15{,}7m^3$

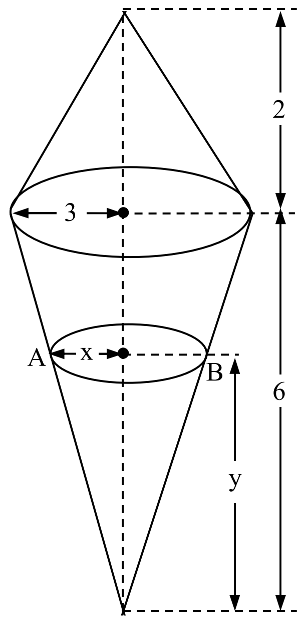
28. Uma piscina em forma de paralelepípedo retângulo tem largura de 6 metros, diagonal do fundo com 10 metros e diagonal da face que contém o comprimento igual a $4\sqrt{5}$ metros. Para enchê-la com água será utilizado um caminhão tanque com capacidade de 6000 litros. O número de cargas completas, desse mesmo caminhão, necessárias para que a piscina fique completamente cheia é:

a) 24 b) 28 c) 32 d) 54 e) 80

29. Uma pirâmide hexagonal regular tem área da base igual a $18\sqrt{3}\,m^2$. Sabendo-se que sua altura é igual ao triplo do apótema da base, então seu volume é:

a) $36m^3$ b) $27\sqrt{3}\,m^3$ c) $36\sqrt{3}\,m^3$ d) $54\sqrt{3}\,m^3$ e) $81\sqrt{6}\,m^3$

30. O sólido geométrico dado é formado por dois cones circulares retos de mesma base. Sabendo-se que a seção que contém os pontos A e B é paralela à base comum dos cones e divide todo o sólido em duas partes de igual volume, então o valor de $x^3 + y^3$ é:



a) 96 b) 128 c) 144 d) 162 e) 248

ESPECEX 1999

1. Em uma pesquisa realizada na EsPCEx com uma turma de 30 alunos, constatou-se que:

- 15 alunos conhecem a cidade do Rio de Janeiro;
- 12 alunos conhecem a cidade de São Paulo;
- 9 alunos conhecem ambas as cidades.

Escolhendo ao acaso um aluno dessa turma, a probabilidade de que ele conheça a cidade do Rio de Janeiro ou a cidade de São Paulo é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{3}{10}$ e) $\frac{9}{10}$

2. A função $f(x) = \dfrac{\left(1-\frac{1}{x}\right).\left(x-\frac{1}{x}\right)}{1-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}$, definida em R - {0, 1} tem, para o mesmo domínio, os mesmos valores numéricos que a função:

a) $f(x) = 1$ b) $f(x) = x + 1$ c) $f(x) = x^2$ d) $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$ e) $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$

3. No desenvolvimento do projeto de um automóvel, uma empresa realizou testes envolvendo misturas com o combustível A e o aditivo B e obteve o resultado apresentado na tabela abaixo:

	Porcentagens		
Mistura	A	B	Consumo
1	100%	0%	10km/ℓ
2	90%	10%	12km/ℓ
3	80%	20%	14km/ℓ

Considerando-se que o custo do combustível A é R$0,80 o litro e o do aditivo B é R$1,00 o litro, pode-se afirmar que:

a) a mistura 3 proporciona uma economia de 25% em relação à mistura 1.
b) a mistura 2 proporciona uma economia de 20% em relação à mistura 1.
c) a utilização de qualquer uma das misturas implica em um mesmo custo.
d) a mistura 2 proporciona um custo adicional de 15% em relação à mistura 1.
e) a mistura 3 proporciona um custo adicional de 25% em relação à mistura 1.

4. Considere um triângulo equilátero de perímetro p. A função que relaciona a área e o perímetro desse triângulo é dada por:

a) $A(p) = \dfrac{p^2\sqrt{3}}{6}$ b) $A(p) = \dfrac{p^2\sqrt{3}}{9}$ c) $A(p) = \dfrac{4p^2\sqrt{3}}{9}$ d) $A(p) = \dfrac{p^2\sqrt{3}}{36}$ e) $A(p) = \dfrac{9p^2\sqrt{3}}{4}$

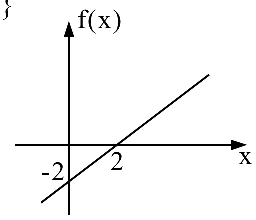
5. Sejam f e g funções reais tais que:

- $f(x) < 0$ somente para $x \in R$ / $-3 < x < 4$;
- $g(x) < 0$ somente para $x \in R$ / $x < 0$ ou $x > 6$;
- $f(x) \neq 0$ e $g(x) \neq 0$ para todo x real.

Nestas condições, pode-se afirmar que o conjunto-solução da inequação $\dfrac{f(x)}{g(x)} < 0$ é:

a) $\{x \in R \;/\; x < -3 \text{ ou } 0 < x < 4 \text{ ou } x > 6\}$
b) $\{x \in R \;/\; -3 < x < 0 \text{ ou } 4 < x < 6\}$
c) $\{x \in R \;/\; x < -3 \text{ ou } 0 < x < 4\}$
d) $\{x \in R \;/\; x < -3 \text{ ou } 0 < x < 6\}$
e) $\{x \in R \;/\; x \leq -3 \text{ ou } 0 < x \leq 4 \text{ ou } x \geq 6\}$

6. Determine os valores de k que fazem a função $f(x) = x + k - \dfrac{8}{k}$ corresponda ao gráfico dado.



a) 2 e -2 b) -1 e -2 c) 3 e 4 d) -2 e -1 e) 2 e -4

7. Sendo f uma função real tal que $f(x - 2) = ax + b$, $\forall x \in R$, $f(2) = 5$ e $f(3) = 8$, então o valor de a.b é:

a) -32 b) -23 c) -21 d) 12 e) 36

8. Na criação de um determinado animal para abate, o criador dispõe de estudos que lhe informam que o custo de criação evolui no tempo segundo a relação PC = $\frac{\sqrt{2}}{120}t^2 + 2\sqrt{2}\,t + 200\sqrt{2}$ e o preço obtido pelo criador ao vender o produto evolui no tempo segundo a relação PV = $-\frac{\sqrt{2}}{120}t^2 + 3\sqrt{2}\,t + 200\sqrt{2}$, onde PC e PV são respectivamente os preços de custo e de venda da arroba de carne, em reais, e t, o tempo de engorda, em dias. Nestas condições pode-se afirmar que o tempo de engorda que fornece maior lucro (PV - PC) é de:

a) 20 dias b) 30 dias c) 90 dias d) 60 dias e) 45 dias

9. A equação f(x) = -5 tem solução real se:

a) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ b) $f(x) = 10^x$ c) $f(x) = \cos x$ d) $f(x) = \mathrm{tg}\,x$ e) $f(x) = \log_3(|x| + 1)$

10. Numa progressão geométrica (PG) crescente de 5 termos, o primeiro e o último correspondem, respectivamente, às raízes da equação $x^2 - 51x + 144 = 0$. O valor da soma do segundo, terceiro e quarto termos dessa PG é:

a) 12 b) 24 c) 28 d) 36 e) 42

11. Numa modalidade de corrida, ganha a equipe que percorre uma determinada distância em menor tempo, revezando seus atletas a cada 800 metros. A equipe Verde utilizou a tática de organizar seus atletas na ordem crescente de suas velocidades. Sabe-se que o atleta menos veloz dessa equipe gastou 5 minutos no revezamento e que a diferença de tempo entre dois atletas consecutivos foi sempre de 30 segundos. Sabendo que a equipe Verde realizou a prova em 26 minutos, a distância total percorrida foi de:

a) 4000 metros b) 4160 metros c) 6400 metros d) 10400 metros e) 20800 metros

12. Observe os cinco cartões dados:

$\log_{0,2}\frac{1}{25}$	$\log_2 5$	$\log_3 18$	$\log_{\frac{1}{2}} 8$	$\log_5 10$

Escolhendo-se ao acaso um desses cartões, a probabilidade de que nele esteja escrito um logaritmo cujo valor é um número natural é de:

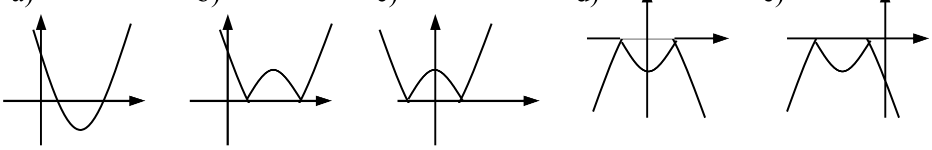
a) 0 b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{4}{5}$

13. Sendo $\log_2 \sqrt[3]{1024} = a$; $\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ \log 70 & \log 700 \end{vmatrix} = b$ e $\log_3(\log_5 125) = c$, a ordem crescente desses números é:

a) a, b, c b) b, c, a c) c, b, a d) a, c, b e) c, a, b

14. Dos gráficos dados, o que melhor representa a função $f(x) = |4x^2 - 16x + 7|$ é:

a) b) c) d) e)



15. Sendo $X = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12} + \ldots$ e $Y = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{5} + \frac{4\pi}{25} + \frac{16\pi}{125} + \ldots$, o valor de sen(X + Y) é:

a) $\frac{-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ c) $\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ e) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

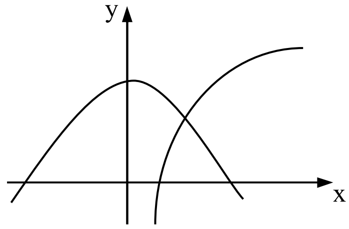
16. Se $\mathrm{cossec}\,\theta = \frac{1}{x-1}$ e $\sec\theta = \frac{\sqrt{3-x^2}}{3-x^2}$, então um valor de x que verifica essas igualdades é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{3}{2}$

17. Considere a expressão $V_n = \cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{2n\pi}{3}\right) + \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{3}+\frac{2n\pi}{3}\right)$ onde $n \in \mathbb{N}$. O valor de $V_0 + V_2$ é igual a:

a) $2 + \sqrt{3}$ b) $\sqrt{3}$ c) 1 d) $2 - \sqrt{3}$ e) 0

18. Na figura dada estão representados os gráficos das funções reais f(x) = cosx e g(x) = logx.

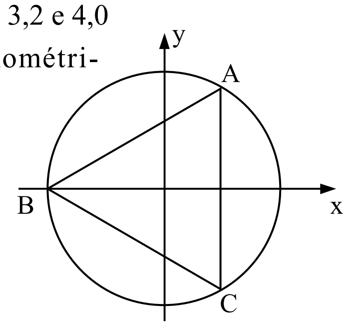


O valor de x que satisfaz a equação logx = cosx está entre:

a) 0 e 1 b) 1 e 1,6 c) 1,6 e 2,4 d) 2,4 e 3,2 e) 3,2 e 4,0

19. Um triângulo equilátero ABC é inscrito num círculo trigonométrico de raio unitário, conforme a figura dada.

Os vértices do triângulo estão nos pontos:



a) $A = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, B = (-1, 0) e $C = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

b) $A = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, B = (-1, 0) e $C = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $A = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, B = (-1, 0) e $C = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

d) $A = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, B = (-1, 0) e $C = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

e) $A = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, B = (-1, 0) e $C = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

20. A fórmula $N = 6.10^8.\,V^{\frac{-3}{2}}$ relaciona, numa dada sociedade, o número N de indivíduos que possuem renda anual superior ao valor V, em reais. Nessas condições, pode-se afirmar que, para pertencer ao grupo dos 600 indivíduos mais ricos dessa sociedade é preciso ter no mínimo uma renda anual de:

a) R\$10000,00 b) R\$100000,00 c) R\$1000000,00 d) R\$10000000,00 e) R\$100000000,00

21. Sendo {a, b} ∈ R, a ≠ b e o determinante $\begin{vmatrix} a^2 & -4b & b^2 \\ a & 2 & a \\ b^2 & 0 & a^2 \end{vmatrix} = 128a - 128b$, pode-se dizer que:

a) a + b = 4 b) a + b = 8 c) $a + b = 2\sqrt{2}$ d) $a + b = 4\sqrt{2}$ e) a + b = 2

22. Os valores de k para que o sistema linear $\begin{cases} kx + 2y + 2z = 5 \\ 2x + ky + z = 3 \\ 2x + 3y + z = 8 \end{cases}$ seja possível e tenha uma única solução são:

a) k = R - {-1, 2} b) k = R - {-2, 2} c) k = R - {1, 2} d) k = R - {3, 4} e) k = R - {1, -2}

23. Num curso de Matemática, cada bimestre teve três provas. As questões valiam um ponto cada uma, mas os pesos das provas eram diferentes. Alves, que acertou 6 questões na primeira prova, 5 na segunda e 6 na terceira, obteve, no final, um total de 57 pontos. Tadeu acertou 3, 6 e 6 questões, respectivamente na 1ª, 2ª e 3ª provas, totalizando 54 pontos. Por sua vez, João acertou 2, 7 e 3 questões, respectivamente na 1ª, 2ª e 3ª provas, atingindo a soma de 40 pontos no final. Sabendo que Xavier fez 5 questões certas na primeira prova, 8 na segunda e 3 na terceira, o total de pontos de Xavier foi:

a) 49 b) 50 c) 51 d) 52 e) 53

24. Para todo x real, podemos afirmar que:

a) $\cos x = -\cos(\pi + x)$

b) $\cos x = \cos(\pi - x)$

c) $\cos x = -\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

d) $-\cos x = \cos(2\pi - x)$

e) $\cos x = \operatorname{sen}(2\pi + x)$

25. Na resolução do sistema $\begin{bmatrix} \text{matriz} \\ \text{dos} \\ \text{coeficientes} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ sabe-se que a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ é a inversa da matriz dos coeficientes. Nessas condições, os valores de x, y e z são, respectivamente:

a) 1, 2, 3 b) 1, 3, 2 c) 2, 1, 3 d) 3, 2, 1 e) 2, 3, 1

26. Sobre um plano α tomam-se 8 pontos distintos dos quais não existem 3 na mesma reta, e fora de α toma-se um ponto A. O número de pirâmides de base quadrangular com vértice em A que pode-se obter a partir desses pontos é:

a) 64 b) 70 c) 72 d) 82 e) 96

27. O conjunto de todos os valores de x em $[0, 2\pi]$, em que a função $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{\text{tg}x - 1}}$ está definida, é:

a) $\left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[\cup \left]\pi, \dfrac{3\pi}{2}\right[$

b) $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right[\cup \left[\pi, \dfrac{3\pi}{2}\right[$

c) $\left[0, \dfrac{\pi}{4}\right[\cup \left[\pi, \dfrac{5\pi}{4}\right[$

d) $\left]\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right[\cup \left]\dfrac{5\pi}{4}, \dfrac{3\pi}{2}\right[$

e) $\left]0, \dfrac{\pi}{4}\right[\cup \left]\pi, \dfrac{5\pi}{4}\right[$

28. Aumentando-se em 10% as arestas da base e a altura de uma pirâmide regular, seu volume será aumentado de:

a) 10% b) 20% c) 21% d) 30% e) 33,1%

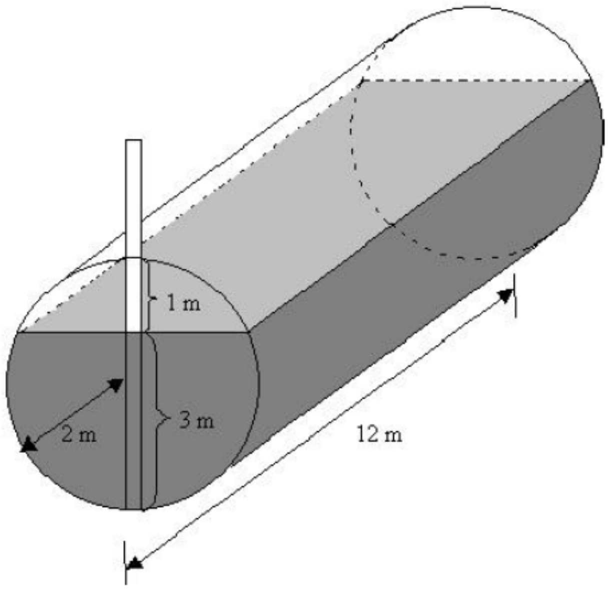
29. A razão entre a altura de um cilindro circular reto e a altura de um cone circular reto, de mesmo volume, é igual a $\dfrac{1}{3}$. Sendo R o raio do círculo e r o raio do cone, pode-se afirmar que:

a) $R = \dfrac{r}{9}$ b) $R = \dfrac{r}{3}$ c) R = 3r d) R = r e) R = 2r

30. Deseja-se estimar a quantidade de combustível existente em um tanque cilíndrico disposto horizontalmente, medindo-se aparte molhada de uma régua, conforme a figura dada. Sabendo que o tanque tem 2m de raio e 12m de comprimento, e que a parte molhada da régua tem 3m de comprimento, pode-se concluir que o volume de combustível, em litros, existente no tanque está compreendido entre:

Dados: utilizar $\pi = 3{,}1$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$

a) 145000 e 155000
b) 135000 e 145000
c) 125000 e 135000
d) 115000 e 125000
e) 105000 e 115000



ESPECEX 2000

1. É correto afirmar que:
   a) A soma e a diferença de dois números naturais é sempre um número natural.
   b) O produto e o quociente de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
   c) A soma de dois números racionais é sempre um número racional.
   d) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.
   e) O produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

2. Se A = [-5, 1[e B = $\left]-\frac{\sqrt{2}}{3},\sqrt{5}\right[$, então os conjuntos A - B e A $\cap$ B são, respectivamente,

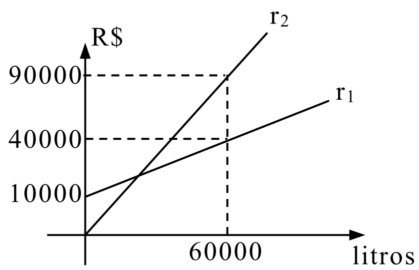
   a) $\left[-5,-\frac{\sqrt{2}}{3}\right]$ e $\left]-\frac{\sqrt{2}}{3},1\right[$
   b) $\left[-5,-\frac{\sqrt{2}}{3}\right]$ e $\left]-\frac{\sqrt{2}}{3},\sqrt{5}\right[$
   c) $\left[-\frac{\sqrt{2}}{3},1\right[$ e $\left]-\frac{\sqrt{2}}{3},\sqrt{5}\right[$
   d) $\left[1,\sqrt{5}\right]$ e $\left]-5,-\frac{\sqrt{2}}{3}\right[$
   e) $\left]-\frac{\sqrt{2}}{3},1\right[$ e $\left[-\frac{\sqrt{2}}{3},1\right]$

3. O valor da soma entre o menor e o maior valor assumido pela expressão $\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{2xy}{|xy|}$, quando x e y variam no conjunto dos números reais não nulos, é:
   a) -6 b) -2 c) 2 d) 4 e) 6

4. Dada a equação |2x - 3| + |x| - 5 = 0, a soma de todas as suas soluções é igual a:
   a) 3 b) $\frac{8}{3}$ c) 2 d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{2}{3}$

5. Se um retângulo tem base x e perímetro 100, então a área A do retângulo é dada em função de sua base por:
   a) $A(x) = x^2 - 50x;\ 0 < x < 50$
   b) $A(x) = -x^2 + 50x;\ 0 < x < 50$
   c) $A(x) = -x^2 + 100x;\ 0 < x < 100$
   d) $A(x) = 2x(x - 50);\ 0 < x < 50$
   e) $A(x) = x(x - 100);\ 0 < x < 100$

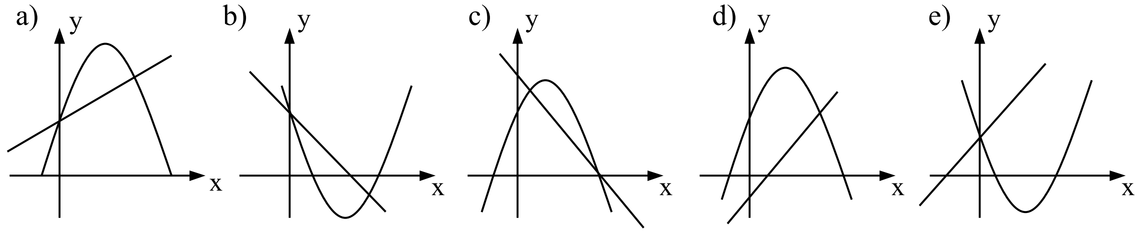
6. Uma fábrica produz óleo sob encomenda, de modo que toda produção é comercializada. O custo da produção é composto de duas parcelas. Uma parcela fixa, independente do volume produzido, correspondente a gastos com aluguel, manutenção de equipamentos, salários, etc; a outra parcela é variável, depende da quantidade de óleo fabricado. No gráfico dado, fora de escala, a reta r_1 representa o custo de produção e a reta r_2 descreve o faturamento da empresa, ambos em função do número de litros comercializados. O valor da parcela fixa do custo e o volume mínimo de óleo a ser produzido para que a empresa não tenha prejuízo são, respectivamente,
   a) R$10000,00 e 10000 litros
   b) R$15000,00 e 18000 litros
   c) R$15000,00 e 15000 litros
   d) R$20000,00 e 10000 litros
   e) R$10000,00 e 15000 litros



7. O domínio e a imagem da função $f(x)=\frac{1}{5-\operatorname{sen}x}$ são, respectivamente,
   a) R - {5} e [-1, 1]
   b) R e $\left]-\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right[$
   c) R e $\left[\frac{1}{6},\frac{1}{4}\right]$
   d) R* e $\left[\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right]$
   e) R - {5} e $\left[-1,\frac{1}{3}\right]$

8. Considere m, n e p números reais não nulos e as funções $f(x) = mx^2 + nx + p$ e $g(x) = mx + p$, de variável real. A alternativa que melhor representa os gráficos f e g é:

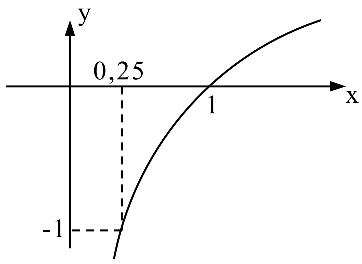
a) b) c) d) e)



9. Pode-se afirmar que o sistema $\begin{cases} 2x - 1 = 3\operatorname{sen}\theta \\ x - 2 = \cos\theta \end{cases}$, $x \in R$ e $0 \leq \theta < 2\pi$,

a) possui apenas um par ordenado (x, θ) como solução.
b) possui dois pares ordenados (x, θ) como solução.
c) possui três pares ordenados (x, θ) como solução.
d) possui infinitas soluções.
e) não possui solução.

10. A figura dada fornece a representação gráfica da função $y = \log_b x$. Nestas condições, o valor de b é:



a) $\frac{1}{4}$ b) 2 c) 3 d) 4 e) 10

11. A função $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{x+2}\right)$ tem por domínio:

a)]-2, 1[b) R - {-2} c) R - {-2, 1} d) $]-\infty, -2[\cup [1, +\infty[$ e) R

12. Considere a soma $S = \log\left(\frac{3}{2}\right) + \log\left(\frac{4}{3}\right) + \log\left(\frac{5}{4}\right) + \ldots + \log\left(\frac{n}{n-1}\right)$, em que n é um número natural. O menor valor de n para o qual $S > 1$ é:

a) 20 b) 21 c) 22 d) 25 e) 29

13. Há números reais para os quais o quadrado de seu logaritmo decimal é igual ao logaritmo decimal de seu quadrado. A soma dos números que satisfazem essa igualdade é:

a) 90 b) 99 c) 100 d) 101 e) 201

14. Aumentando 48 unidades a um número, seu logaritmo na base 5 aumenta de 2 unidades. Esse número é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 6 e) 12

15. O valor da soma das raízes da equação $2^{2x-2} - 17.2^{x-3} + 1 = 0$ é:

a) -2 b) -1 c) 0 d) 1 e) 2

16. José e Maria, acompanhados de seu filho Pedro, queriam se pesar. Para tanto, utilizaram uma balança defeituosa que só indicava corretamente pesos superiores a 60kg. Dessa forma, eles se pesaram, dois a dois, e obtiveram os seguintes resultados:

- José e Pedro: 87kg
- José e Maria: 123kg
- Maria e Pedro: 66kg

Diante desses resultados, pode-se concluir que:

a) cada um deles pesa menos de 60kg.
b) dois deles pesam mais de 60kg.
c) José é mais pesado que Maria e Pedro juntos.
d) Maria é a mais pesada dos três.
e) o peso de Maria é a média aritmética dos pesos de José e Pedro.

17. O conjunto solução da inequação $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ k & 1 & 3 \\ 1 & k & 3 \end{vmatrix} \leq 0$ é:

a) $\{k \in R / -4 \leq k \leq 1\}$ b) $\{k \in R / -1 \leq k \leq 4\}$ c) $\{k \in R / k \leq -1 \text{ ou } k \geq 4\}$ d) $\{k \in R / k \leq -4 \text{ ou } k \geq 1\}$ e) $\varnothing$

18. Sendo a, b e c, nesta ordem, termos de uma progressão aritmética em que a.c = 24 e A, B e C, nesta ordem, termos de uma progressão geométrica em que A = a, B = c e C = 72, então o valor de b é:

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

19. pode-se afirmar que a função real $y = \frac{(2x^2 - x - 1).(x+3)}{x^2 + 2x - 3}$, após convenientemente simplificada, é equivalente a:

a) $y = 2x + 1$ para R - {-3, 1}
b) $y = x^2 + 1$ para R - {-3, 1}
c) $y = x - 2$ para R - {-3, 1}
d) $y = x + \frac{1}{2}$ para R - {-3, 1}
e) $y = 3x + 1$ para R - {-3, 1}

20. Num determinado jogo, é realizado um sorteio de 05 números num universo de 25 números. Pode-se participar do jogo comprando bilhetes contendo de 06 a 10 números e ganhará o prêmio aquele que acertar os 05 números sorteados. A probabilidade de um jogador ganhar o prêmio participando do sorteio com apenas um bilhete de 10 números é:

a) $\frac{5!}{25!}$ b) $\frac{10!}{25!}$ c) $\frac{1}{625}$ d) $\frac{5}{625}$ e) $\frac{6}{1265}$

21. O número de arcos existentes entre 0º e 1560ª cujo seno vale $\frac{2}{7}$ é:

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

22. O menor valor que a função real $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+6x-9}$ pode assumir, é:

a) 1 b) 2 c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{8}$

23. O valor de 3sen10ª.(tg5º + cotg5º) é igual a:

a) $\frac{3}{2}$ b) 2 c) 3 d) 5 e) 6

24. O número de soluções da equação $sen^4x + cos^4x = 1$, satisfazendo a condição $0 \le x\ 2\pi$, é:

a) infinito b) 4 c) 2 d) 1 e) 0

25. Se y é a medida de um ângulo 0º < y < 30º, o maior dentre os números seny, cosy, sen^2y, cos^2y e seny.cosy é:

a) seny b) cosy c) sen^2y d) cos^2y e) seny.cosy

26. Sendo $\left\{k \in Z \text{ e } x \neq \frac{k\pi}{4}\right\}$, então $2 - \frac{2tgx}{tg2x}$ é equivalente a:

a) cos^2x b) sen^2x c) sec^2x d) $cossec^2x$ e) 1

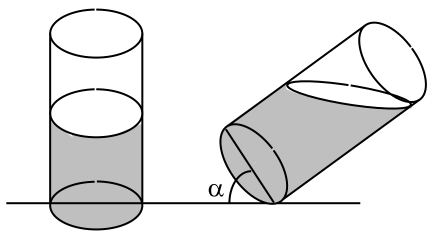
27. Sendo $sen\alpha = 3cos\alpha$ e $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, o valor de cossec$\alpha$ é:

a) $-\frac{\sqrt{10}}{3}$ b) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ c) $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ d) $\sqrt{10}$ e) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

28. Entre duas cidades A e B há dois postos de pedágio, sendo o primeiro com 5 cabines e o segundo com 4 cabines. Há também 10 pontos de abastecimento. Um viajante realizará o percurso entre essas duas cidades passando pelos dois pedágios e parando três vezes para abastecimento. Entendendo por "formas diferentes de realizar o percurso" cada uma das opções de passar pelas cabines de pedágio e parar nos postos de abastecimento, o número de formas diferentes como ele poderá realizar o percurso da cidade A para a cidade B é:

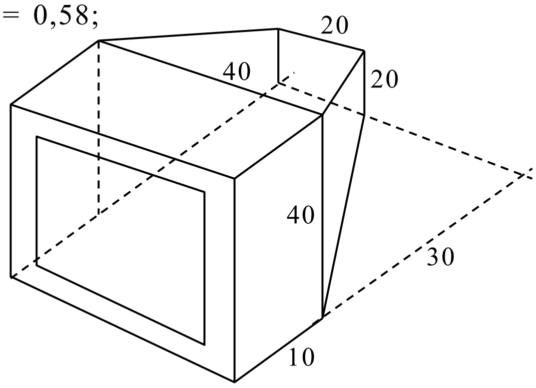
a) 60 b) 600 c) 1200 d) 2400 e) 14400

29. Num recipiente em forma de cilindro circular reto, com raio da base 2cm e altura $6\sqrt{3}$ cm (dimensões internas), há um volume de água de $16\sqrt{3}\,\pi cm^3$. O maior ângulo α que o plano da base do cilindro pode fazer com a horizontal para que a água não derrame ao se inclinar o cilindro é de, aproximadamente, (dados aproximados: tg30º = 0,58; tg40º = 0,84; tg50º = 1,19; tg60º = 1,73; tg70º = 2,75)



a) 30º b) 40º c) 50º d) 60º e) 70º

30. Uma fábrica produz monitores para computador que têm a forma de um bloco retangular associado a um tronco de pirâmide, conforme o desenho e dimensões (em cm) da figura dada. Os monitores são acondicionados para venda em caixas cúbicas, com aresta 40cm, medidos internamente. Os espaços vazios da caixa são preenchidos com isopor, para proteger o aparelho. Sabendo que a produção diária da fábrica é de 300 aparelhos, podemos dizer que o consumo diário de isopor em metros cúbicos é de:



Dados: volume da pirâmide → $V = \frac{1}{3}S_b.h$ (S_b = área da base e h = altura)

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

ESPECEX 2001

1. A equação $5^{2x+1} = 15$ pode ser resolvida dispondo-se de uma tabela de logaritmos decimais. O valor de x que a satisfaz é:

   a) $\frac{2\log 5}{\log 3}$ b) $\frac{\log 5}{2\log 3}$ c) $\frac{2\log 3}{\log 5}$ d) $\frac{\log 15}{\log 3}$ e) $\frac{\log 3}{2\log 5}$

2. Numa partida de basquetebol, uma equipe, entre cestas de 2 (dois) pontos e 3 (três) pontos, fez 40 cestas, totalizando 98 pontos. Pode-se dizer que o número de cestas de 3 (três) pontos dessa equipe foi de:

   a) 20 b) 18 c) 26 d) 24 e) 22

3. A função $f(x) = x - 256.10^{-16}$ tem como uma de suas raízes:

   a) 0,00016 b) 16.10^{-4} c) 0,00000016 d) 16.10^{-16} e) 160^{-4}

4. Para todo $x \in R - \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in Z\right\}$, simplificando a expressão $\frac{1}{1+\text{sen}^2 x} + \frac{1}{1+\text{cossec}^2 x} + \frac{1}{1+\cos^2 x} + \frac{1}{1+\sec^2 x}$, obtém-se o valor:

   a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$ d) 2 e) 0

5. Denomina-se rolamento a um dispositivo mecânico constituído por dois anéis em forma de casca cilíndrica e um conjunto de esferas.

Desejando obter o volume de uma das esferas de aço que compõe o rolamento dado na figura 1, sem desmontá-lo, e não dispondo de todos os instrumentos necessários para executar as medições, um estudante executou os seguintes procedimentos:

a. Com os instrumentos de que dispunha, mediu o anel interno, em forma de casca cilíndrica, obtendo 3,46cm para o diâmetro interno, 4cm para o diâmetro externo e 1cm para altura;

b. Repetiu as operações para o anel externo, anotou as medidas e calculou o volume, obtendo $3{,}8cm^3$;

c. Lembrando o princípio de Arquimedes, que afirma que o volume de um objeto imerso num recipiente com líquido corresponde à variação do volume do líquido, colocou água numa proveta graduada em cm^3, conforme a figura 2, mergulhou o rolamento na água e obteve a leitura indicada na figura 3.

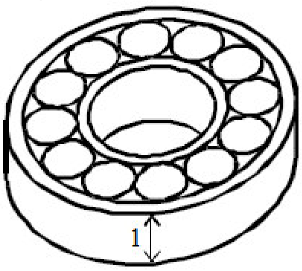


Figura 1

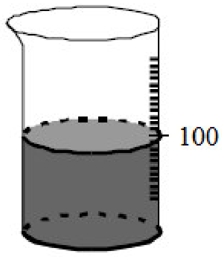


Figura 2

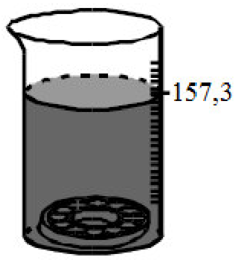


Figura 3

Nessas condições pode-se afirmar que o valor que mais se aproxima do volume de cada esfera, em cm^3, é: (Aproximações aceitas: $1{,}73^2 \cong 3$; $3{,}46^2 \cong 12$ e $\pi \cong 3{,}1$)

   a) 3,4 b) 4,6 c) 3,8 d) 4,2 e) 5,0

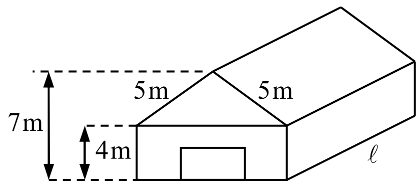
6. Atribuindo-se um valor a cada letra da sigla ESPCEX, de modo que as letras "E", "S", "P", "C" e "X" formem nessa ordem uma progressão geométrica e que E.P.C + E.S.X = 8, pode-se afirmar que o produto E.S.P.C.E.X vale:

   a) 10 b) 26 c) 20 d) 24 e) 16

7. O conjunto-solução do sistema $\begin{cases} |x| - |y| = 0 \\ 2xy + 4y + 2 = 0 \end{cases}$

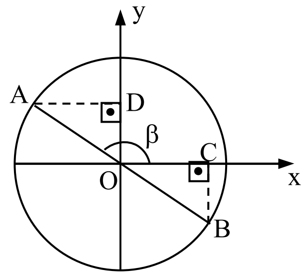
   a) possui exatamente dois elementos
   b) possui exatamente três elementos
   c) é vazio
   d) possui somente um elemento
   e) possui exatamente quatro elementos

8. Um galpão com as dimensões do desenho dado deverá ser construído para armazenar produtos que necessitam de controle de temperatura. Cada um dos condicionadores de ar disponíveis, que atendem às suas especificações, é capaz de climatizar um volume de até $200m^3$. Nessas condições, pode-se afirmar que o maior comprimento (ℓ) que o galpão pode ter, em metros, para ser equipado com 3 (três) aparelhos de ar condicionado é: (desprezar a espessura das paredes e considerar que o galpão é um prisma reto e não tem forro nem laje)



a) 13m b) 20m c) 5m d) 25m e) 15m

9. No círculo trigonométrico (raio = 1), representado na figura, a medida de β é 150° e $\overline{AB}$ representa um diâmetro. O valor do produto das medidas dos segmentos $\overline{OC}$ e $\overline{OD}$ é:

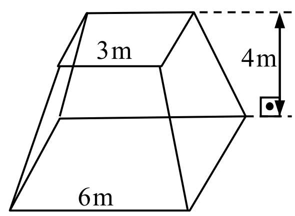


a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. Uma progressão aritmética tem razão r = -10, sabendo que seu 100º (centésimo) termo é zero, pode-se afirmar que seu 14º (décimo quarto) termo vale:

a. 120 b. 990 c. 860 d. 130 e. 870

11. Um reservatório com forma de tronco de pirâmide regular, representado pela figura dada, com bases quadradas e paralelas, está repleto de água. Deseja-se esvaziá-lo com o auxílio de uma bomba de sucção que retira água com uma vazão constante.



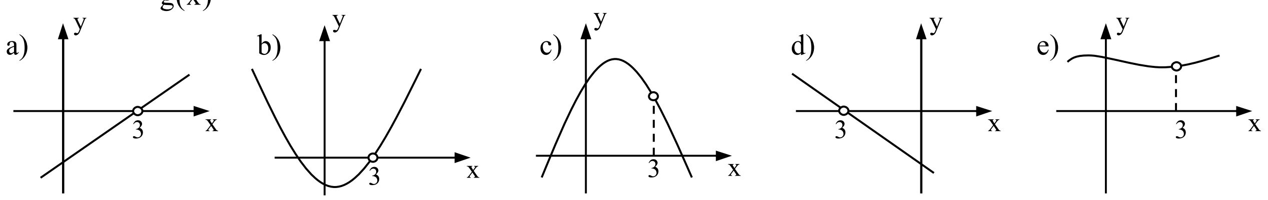
A vazão, em litros/segundo, que esta bomba deve ter para que o reservatório seja esvaziado exatamente em 1 hora e 40 minutos é:

a. $12\ell/s$ b. $18\ell/s$ c. $16\ell/s$ d. $14\ell/s$ e. $20\ell/s$

12. O valor do determinante da matriz $\begin{bmatrix} \operatorname{cossec}^2 x & 1 & \sec^2 x \\ \operatorname{cotg}^2 x & \cos^2 x & \operatorname{tg}^2 x \\ 1 & \operatorname{sen}^2 x & 1 \end{bmatrix}$ com $x \neq \frac{k\pi}{2}$ e $k \in Z$, é:

a) -2 b) -1 c) 1 d) 0 e) 2

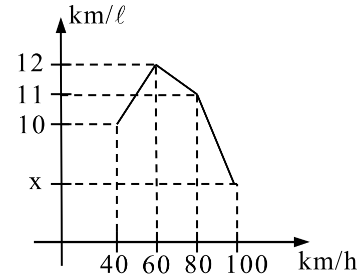
13. Dadas as funções $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ e $g(x) = x^2 - 6x + 9$. O gráfico que melhor representa a função $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ é:



14. Um restaurante cobra 10% do valor consumido como taxa de serviço. Um cliente pagou R\$50,60 e outro R\$132,00. A soma dos valores das despesas dos dois clientes, sem a taxa de serviço, foi de

a) R\$164,00 b) R\$164,34 c) R\$166,00 d) R\$168,00 e) r\$168,50.

15.Os dados obtidos nas pesquisas de desempenho de um determinado automóvel foram organizados segundo o gráfico a seguir, que relaciona o número de quilômetros rodados por litro de combustível, com a velocidade desenvolvida por esse automóvel.



Com base nas informações acima pode se concluir que

a) maior consumo de combustível por quilômetro rodado se dá aos 60km/h.
b) para velocidades entre 40km/h e 60km/h, o aumento da velocidade implica aumento do consumo de combustível.
c) para velocidades entre 60km/h e 100km/h, o aumento do consumo de combustível é diretamente proporcional ao aumento da velocidade.
d) na velocidade de 100km/h o automóvel consome menos combustível que a 40km/h.
e) para velocidades acima de 60km/h o consumo de combustível aumenta sempre que a velocidade aumenta.

16. O número real x que satisfaz a equação $\log_2(12 - 2^x) = 2x$ é:

a) $\log_3 2$ b) $\log_2 3$ c) $\log_3 4$ d) $\log_4 3$ e) $\log_4 2$

17. Uma função quadrática é tal que seu gráfico intercepta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada -35, suas raízes têm soma igual a 6 e o produto igual a 7. O valor máximo dessa função é:

a) 10 b) -5 c) 100 d) -35 e) 20

18. O logaritmo de um número natural n, n > 1, coincidirá com o próprio n se a base for:

a) n^n b) $\frac{1}{n}$ c) n^2 d) n e) $n^{\frac{1}{n}}$

19. Se o domínio da função $f(x) = (x^2 - 9).(x^2 - 4).x^2$ é $D(f) = \{-3, -2, 0, 2, 3\}$, pode-se dizer que seu conjunto imagem possui

a) exatamente 5 elementos. c) um único elemento. e) exatamente 3 elementos.

b) exatamente 4 elementos. d) exatamente 2 elementos.

20. Se $\text{sen}\alpha = \frac{5}{13}$ e $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, então o valor de $\text{tg}\alpha$ é igual a:

a) $-\frac{5}{12}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{12}{13}$ d) $\frac{12}{5}$ e) $-\frac{12}{13}$

21. Ao chegar a uma partida de basquete, um torcedor viu sua equipe perdendo por uma diferença de 30 pontos. A partir desse momento essa equipe começou a reagir à razão de 3 pontos para cada ponto da equipe adversária. Sabendo que a partida terminou empatada e o total de pontos marcados pelas duas equipes juntas foi de 120, pode-se dizer que o placar da partida no instante da chegada do torcedor era:

a) 18 x 48 b) 20 x 50 c) 17 x 47 d) 15 x 45 e) 16 x 46

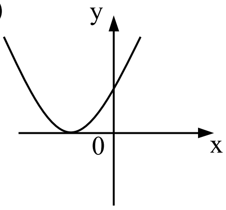
22. O conjunto-solução da inequação $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} \leq \frac{1}{4}$ é:

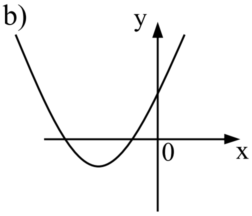
a) $[5, +\infty[$ b) $[4, +\infty[$ c) $]-\infty, 5]$ d) $\{x \in R / x \leq -5\}$ e) $\{x \in R / x \geq -5\}$

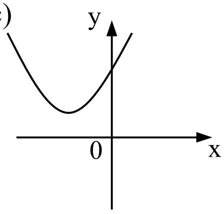
23. A sequência de números reais a, b, c, d forma, nessa ordem, uma progressão aritmética cuja soma dos termos é 110, a sequência de números reais a, b, e, f forma, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 2. A soma d + f é igual a:

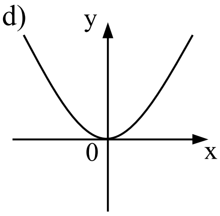
a) 142 b) 132 c) 120 d) 102 e) 96

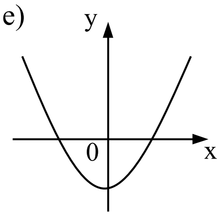
24. Na função $f(x) = ax^2 + bx + c$, de R em R, os números reais e positivos a, b e c são, nesta ordem, termos consecutivos de uma progressão geométrica. A melhor representação gráfica de f (x) é:

a)


b)


c)


d)


e)


25. São arcos côngruos:

a) -730º e $-\frac{\pi}{12}$ rad b) 1640º e $-\frac{7\pi}{6}$ rad c) 350º e $-\frac{\pi}{18}$ rad d) 1235º e $\frac{5\pi}{6}$ rad e) -2000º e $\frac{4\pi}{3}$ rad

26. Uma fábrica de doces produz bombons de nozes, coco e morango, que são vendidos acondicionados em caixas grandes ou pequenas. A tabela 1 dada fornece a quantidade de bombons de cada tipo que compõe as caixas grandes e pequenas, e a tabela 2 fornece a quantidade de caixas de cada tipo produzidas em cada mês do 1° trimestre de um determinado ano.

TABELA 1

	Pequena	Grande
Nozes	2	5
Coco	4	8
Morango	3	7

TABELA 2

	JAN	FEV	MAR
Pequena	150	220	130
Grande	120	150	180

Se associarmos as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 8 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 150 & 220 & 130 \\ 120 & 150 & 180 \end{bmatrix}$ às tabelas 1 e 2 respectivamente, o produto A.B fornecerá

a) a produção média de bombons por caixa fabricada.

b) a produção total de bombons por caixa fabricada.

c) número de caixas fabricadas no trimestre.

d) em cada coluna a produção trimestral de um tipo de bombom.

e) a produção mensal de cada tipo de bombom.

27. Uma pequena empresa expande suas vendas em 20% ao ano. Se num determinado ano ela vendeu 500 unidades, t anos após, terá vendido:

a) $500.(0,2)^t$ b) $500.(1,2)^t$ c) $500.(0,02)^t$ d) 500.2^t e) $500.(1,02)^t$

28. Dados os conjuntos:

R = {x / x é um número real} Q = {x / x é um número racional}

N = {x / x é um número natural} P = {x / x é um número primo}

e considerando as afirmações:

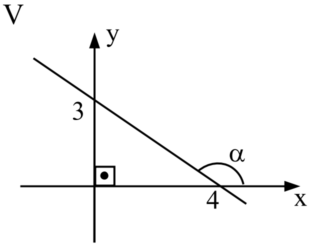
(I) $P \subset Q$ (II) $R \subset Q$ (III) $P \supset Q$ (IV) $6 \in (R \cap Q \cap N \cap P)$ (V) $5 \in (Q \cap P)$

estão corretas as afirmações:

a) I e III b) II e V c) III e IV d) IV e V e) I e V

29. A cossecante do ângulo α da figura dada é:

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $-\frac{3}{5}$ d) $\frac{5}{3}$ e) $-\frac{5}{4}$



30. Dispondo-se de duas urnas, com 4 fichas cada uma, numeradas de 1 a 4, realiza-se o experimento de retirar aleatoriamente uma ficha de cada urna e somar os números indicados nas duas fichas sorteadas. Nessas condições, a probabilidade de, em uma retirada, obter-se para a soma dos números das fichas um número primo é de:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{5}{16}$ c) $\frac{9}{16}$ d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{3}{4}$

ESPECEX 2002

1. Os números a, b e c determinam, nessa ordem, uma progressão aritmética (PA) de razão r ($r \neq 0$). Na ordem b, a, c determinam uma progressão geométrica (PG). Então a razão da PG é

a) -3 b) -2 c) -1 d) 1 e) 2

2. O valor numérico da expressão $\text{sen}\,\frac{13\pi}{12}.\cos\frac{11\pi}{12}$ é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{8}$

3. O valor de cosx + senx, sabendo que 3.senx + 4.cosx = 5, é:

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{5}$ c) 1 d) $\frac{6}{5}$ e) $\frac{7}{5}$

4. Se o cosseno de um ângulo de medida k é o dobro do cosseno de um outro ângulo de medida w, ambos pertencentes ao 1º quadrante, pode-se afirmar que todos os valores de w que satisfazem essa condição pertencem ao intervalo

a) [0º, 15º] b) [15º, 30º] c) [30º, 45º] d) [45º, 60º] e) [60º, 90º]

5. No Brasil, três turistas trocaram por reais, no mesmo dia e pelas mesmas cotações, as quantias que possuíam em dólares, libras e euros, da seguinte forma:

Turista A: 10 dólares, 20 libras e 15 euros por 122 reais;
Turista B: 15 dólares, 10 libras e 20 euros por 114 reais;
Turista C: 20 dólares, 10 libras e 10 euros por 108 reais.
O valor em reais recebido por uma libra foi:

a) 2,60 b) 2,80 c) 3,00 d) 3,20 e) 3,40

6. As matrizes A, B e C são do tipo r x s, t x u e 2 x w, respectivamente. Se a matriz (A - B).C é do tipo 3 x 4, então r + s + t + u + w é igual a:

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

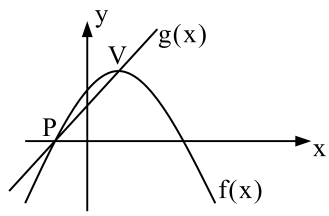
7. Na tabela dada, em que os números das linhas 1 e 2 encontram-se em progressão aritmética, seja n o número da coluna em que pela primeira vez o número b_n da linha 2 é maior que o a_n da linha 1.

	1	2	3	4	...	n
linha 1	1000	1004	1008	1012	...	a_n
linha 2	20	27	34	41	...	b_n

A soma dos algarismos de n é:

a) 13 b) 12 c) 11 d) 10 e) 9

8. A figura mostra uma função quadrática, definida por $f(x) = -x^2 + 6x + 7$, e uma função afim g(x). O ponto V é o vértice da parábola e P é uma raiz da função f(x). O gráfico de g(x) passa por esses dois pontos. O valor da ordenada onde o gráfico da função g(x) corta o eixo y é:



a) 2 b) $\frac{7}{2}$ c) 4 d) $\frac{9}{2}$ e) 6

9. Em uma empresa, o acesso a uma área restrita é feito digitando uma senha que é mudada diariamente. Para a obtenção da senha, utiliza-se uma operação matemática "#" definida por a # b = 4a(a + 2b).

A senha a ser digitada é o resultado da conversão de um código formado por três algarismos, xyz, através da expressão x # (y # z). Sabendo que a senha a ser digitada é 2660, e o código correspondente é 52z, então o algarismo z é:

a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

10. O número de raízes reais distintas da equação $x|x| - 3x + 2 = 0$ é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

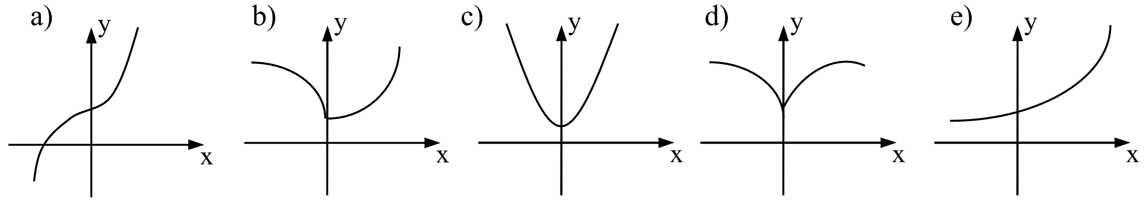
11. Duas grandezas são tais que: se x = 5, então y = 11. Dessa forma, pode-se concluir que

a) se $x \neq 5$, então $y \neq 11$ c) se $y \neq 11$, então $x \neq 5$ e) se y = 5, então x = 5
b) se y = 11, então x = 5 d) se $y \neq 11$, então x = 5

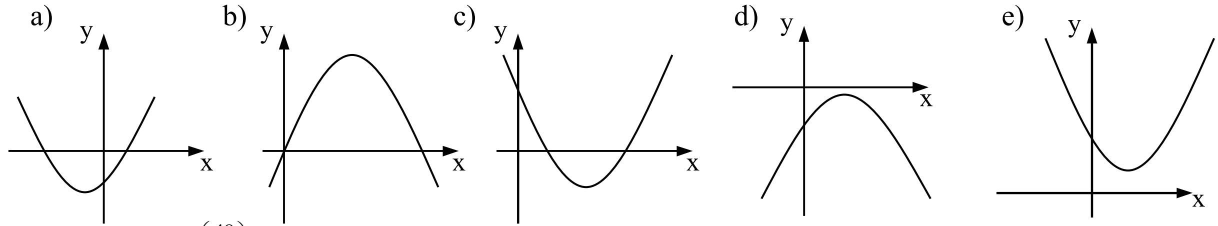
12. Se $z = \dfrac{2 - 3\operatorname{sen}x}{4}$, pode-se afirmar que todos os valores de z que satisfazem essa igualdade estão compreendidos em:

a) $-2 \le z \le -1$ b) $-1 \le z \le -\dfrac{1}{4}$ c) $-\dfrac{1}{4} \le z \le \dfrac{5}{4}$ d) $0 \le z \le \dfrac{3}{2}$ e) $\dfrac{1}{4} \le z \le 2$

13. O gráfico que melhor representa a função f: R → R, definida por $f(x) = 2^{|x|}$ é:



14. O gráfico que melhor representa a parábola da função $y = px^2 + px - p$, $p \in R^*$, é:



15. A solução de $2^{\left(\frac{48}{x}\right)} = 8$ é um

a) múltiplo de 16 b) múltiplo de 3 c) número primo d) divisor de 8 e) divisor de 9

16. O produto dos elementos do conjunto-solução da equação exponencial $2^{\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)} = \dfrac{1024}{2^{\left(x+\frac{1}{x}\right)}}$ é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

17. A intensidade (I) de um terremoto, em uma determinada escala, é definida por $I = \dfrac{2}{3}\log\dfrac{E}{E_0}$, em que E é a energia instantânea liberada pelo terremoto, em kWh, e $E_0 = 10^{-3}$kWh. Um determinado terremoto, cuja duração foi de 8 segundos, variou em função do tempo conforme a equação $I(t) = -\dfrac{t^2}{4} + 2t$, t em segundos e I em kWh. No instante em que a intensidade do terremoto era máxima, a energia liberada, em kWh, era de:

a) 5.10^2 b) 10^3 c) 2.10^3 d) $2{,}5.10^2$ e) 4.10^3

18. Sejam f e g funções de A em R, definidas por $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$ e $g(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$. Nessas condições, pode-se afirmar que f = g se:

a) $A = \{x \in R \,/\, x < -1 \text{ ou } x \ge 1\}$
b) $A = \{x \in R \,/\, x \ne -1\}$
c) A = R
d) $A = \{x \in R \,/\, x \ge 1\}$
e) $A = \{x \in R \,/\, x < -1\}$

19. Resolvendo um problema que conduzia a uma equação do segundo grau, um aluno errou ao copiar o valor do termo independente dessa equação e obteve as raízes 7 e 1. Outro aluno errou ao copiar o valor do coeficiente de x da mesma equação e obteve as raízes 3 e 4. Sabendo que esses foram os únicos erros cometidos pelos dois alunos, pode-se afirmar que as raízes corretas da equação são:

a) 3 e 6 b) 2 e 6 c) 2 e 4 d) 3 e 5 e) 4 e 5

20. O conjunto-solução da inequação $\dfrac{x}{x+6} \ge \dfrac{1}{x-4}$ é:

a) $\{x \in R \,/\, x < -6 \text{ ou } x > 4\}$
b) $\{x \in R \,/\, x < -6 \text{ ou } -1 \le x < 4 \text{ ou } x \ge 6\}$
c) $\{x \in R \,/\, -6 < x < 4\}$
d) $\{x \in R \,/\, -6 < x \le 1 \text{ ou } x \ge 6\}$
e) $\{x \in R \,/\, -1 \le x < 6\}$

21. Considere as afirmações abaixo:

I- Se um plano encontra outros dois planos paralelos, então as intersecções são retas paralelas.

II- Uma reta perpendicular a uma reta de um plano e ortogonal a outra reta desse plano é perpendicular ao plano.

III- Se a intersecção de uma reta r com um plano é o ponto P, reta essa não perpendicular ao plano, então existe uma única reta s contida nesse plano que é perpendicular à reta r passando por P.

Pode-se afirmar que

a) todas são verdadeiras. c) apenas I e III são verdadeiras. e) todas são falsas.
b) apenas I e II são verdadeiras. d) apenas II e III são verdadeiras.

22. No desenvolvimento do binômio $\left(x^2 + \frac{k}{x^4}\right)^9$, o termo independente de x é igual a 672. Então k é um número:

a) primo. c) múltiplo de 5. e) inteiro cubo perfeito.
b) divisível por 3. d) inteiro quadrado perfeito.

23. Seja f uma função real, de variável real, definida por $f(x) = \begin{cases} 1, \text{ se } x \text{ for racional} \\ 0, \text{ se } x \text{ for irracional} \end{cases}$.

Assim, pode-se afirmar que:

a) $f(\sqrt{2}) = f(2)$ c) $f(3{,}14) = 0$ e) $\sqrt{f(x)}\, f(x)$ é racional para todo x real
b) $f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2}) = f(1)$ d) $f(\pi)$ é irracional

24. Pedro construiu um aquário em forma cúbica. Enquanto o enchia, notou que, colocando 64 litros de água, o nível subia 10cm. O volume máximo, em litros, que comporta esse aquário é de:

a) 216 b) 343 c) 512 d) 729 e) 1024

25. Dois recipientes, um em forma de cilindro e o outro, de paralelepípedo, cujas bases estão num mesmo plano, são unidos por uma tubulação com uma válvula no meio. Inicialmente, a válvula está fechada, o paralelepípedo está vazio e o cilindro é ocupado, em parte, por um líquido cujo volume é de 2000π litros, atingindo uma altura de 2 metros. A válvula é aberta e, após certo tempo, verifica-se que os dois recipientes têm o mesmo nível do líquido. Considerando desprezível o volume da tubulação que une os dois reservatórios e sabendo que a área da base do paralelepípedo é de $1{,}5\pi m^2$, o volume final, em litros, de líquido no paralelepípedo é:

a) 600π b) 800π c) 1000π d) 1200π e) 1500π

26. O produto cotgx.cosx é positivo, portanto x pertence ao

a) 1º ou 2º quadrantes c) 2º ou 3º quadrantes e) 3º ou 4º quadrantes
b) 1º ou 4º quadrantes d) 2º ou 4º quadrantes

27. Sejam as funções reais $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x^2 - 6x + 4$. A função composta $h(x) = g(f(x))$ é:

a) $4x^2 - 6x - 1$ b) $2x^2 + 2x - 1$ c) $4x^2 - 1$ d) $4x^2 - 8x - 1$ e) $2x^2 - 12x - 1$

28. A soma das soluções reais de $x^{x^2+2x-8} = 1$ é:

a) -2 b) -1 c) 0 d) 1 e) 2

29. Numa classe de 30 alunos da EsPCEx, 10 são oriundos de Colégios Militares (CM) e 20, de Colégios Civis (CC). Pretende-se formar grupos com três alunos, de tal forma que um seja oriundo de CM e dois de CC. O número de grupos distintos que podem ser constituídos dessa forma é:

a) 200 b) 900 c) 1260 d) 1900 e) 4060

30. Sendo $y = 2^{\log_6 5 . \log_2 6}$, o valor de y é:

a) 2 b) 5 c) 6 d) 12 e) 30

ESPECEX 2003

1. Uma lata cilíndrica está completamente cheia de um líquido que deve ser distribuído totalmente em potes iguais entre si, também cilíndricos. A altura de cada pote é igual a $\frac{2}{5}$ da altura da lata e o diâmetro de sua base é $\frac{1}{3}$ do diâmetro da base da lata. Para tal distribuição, a quantidade mínima de potes a serem utilizados é:

   a) 22 b) 23 c) 24 d) 25 e) 26

2. Um conjunto contém 5 números inteiros positivos e 6 números inteiros negativos. Os valores absolutos destes 11 números são primos distintos. A quantidade de números positivos distintos que podem ser formados pelo produto de 3 destes números é:

   a) 25 b) 70 c) 85 d) 120 e) 210

3. Considere as expressões:

$$\text{(I)}\ \frac{\text{sen}30^\circ.\cos 150^\circ}{\text{tg}210^\circ} \qquad \text{(II)}\ \frac{\cot g50^\circ.\text{sen}93^\circ}{\text{tg}181^\circ} \qquad \text{(III)}\ \frac{\cos x.\cos\sec x}{\sec x.\cot gx},\ x \in \left]\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right[\qquad \text{(IV)}\ \frac{\text{senx.tgx}}{\cos\sec x},\ x \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$$

   Têm valor sempre negativo:

   a) I e II b) I e IV c) II e III d) I e III e) III e IV.

4. Se $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + ... + (-1)^{n-1}.n$, para todo n inteiro e positivo, então $\frac{S_{2003}}{3}$ é igual a:

   a) 668 b) 567 c) 334 d) 424 e) 223.

5. Quaisquer que sejam o número irracional a e o número racional b, pode-se afirmar que, sempre,

   a) a.a é irracional c) a.b é racional e) b + 2a é irracional

   b) $a^2 + b$ é racional d) $b - a + \sqrt{2}$ é irracional

6. Sejam as funções f: R→ R e g: R → R, definidas por $f(x) = a.x^2.\cos x$ e $g(x) = b.x^2.\text{sen}x$, em que a e b são constantes reais.

   Se f(6) = -2 e g(6) = -9, então o valor de f(6) + 2.f(-6) + 3.g(6) + 4.g(-6) é:

   a) -69 b) 3 c) 11 d) 57 e) 61

7. Roberto, dirigindo seu carro a uma velocidade média de 40km/h, de casa até o seu local de trabalho, chegou 1 minuto atrasado para o início do expediente. No dia seguinte, saindo no mesmo horário e percorrendo o mesmo trajeto, a uma velocidade média de 45km/h, chegou 1 minuto adiantado. A distância da casa de Roberto até o seu local de trabalho é:

   a) 10km b) 11km c) 12km d) 13km e) 14km

8. A soma dos quadrados de todas as raízes da equação $x^2 + 4x - 2.|x + 2| + 4 = 0$ é igual a:

   a) 16 b) 20 c) 24 d) 28 e) 36

9. A soma de dois números reais é igual a 7 e a soma de seus logaritmos na base 100 é $\frac{1}{2}$. O módulo da diferença entre esses dois números é igual a:

   a) 0,04 b) 0,02 c) 1 d) 3 e) 2

10. Se os números inteiros x e y satisfazem à equação $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, então x + y é igual a:

   a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

ESPECEX 2004

1. Supondo que $x \in R$, com $x > 0$ e $x \neq 1$, a inequação $x^{2x-1} < x^3$ tem como solução:'

   a) $0 < x < 1$ b) $x > 2$ c) $x > 1$ d) $1 < x < 2$ e) $2 < x < 3$

2. O conjunto solução da inequação $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 4x + 3) > -1$ é:

   a) $S = \{x \in R / x < 1 \text{ ou } x > 3\}$ c) $S = \{x \in R / 0 < x < 1 \text{ ou } 3 < x < 4\}$ e) $S = \{x \in R / 0 < x < 1 \text{ ou } 4 < x < 5\}$
   b) $S = \{x \in R / x < 0 \text{ ou } x > 4\}$ d) $S = \{x \in R / x < 1 \text{ ou } x > 4\}$

3. Um soldado, sua sombra e a trajetória do Sol estão em um mesmo plano perpendicular ao solo onde o soldado se encontra. O soldado está de sentinela em um quartel quando os raios solares formam ângulos de 60º e 30º com o solo, respectivamente no início e no final de sua missão. Nestas condições, pode-se afirmar que a medida da sombra do soldado no final de sua missão é:

   a) a metade da medida de sua sombra no início da missão.
   b) o dobro da medida de sua sombra no início da missão.
   c) o triplo da medida de sua sombra no início da missão.
   d) o quádruplo da medida de sua sombra no início da missão.
   e) um terço da medida de sua sombra no início da missão.

4. O sexto termo de uma progressão geométrica é igual a b, o sétimo termo é igual a c. Se o primeiro termo desta progressão é diferente de zero e a razão maior que um, então o primeiro termo é igual a:

   a) $\frac{c}{b}$ b) $\frac{b^3}{c^4}$ c) $\frac{b}{c}$ d) $\frac{b^6}{c^5}$ e) $\frac{b^4}{c^3}$

5. Dadas as funções reais $f(x) = \text{sen}(2x)$ e $g(x) = \frac{1}{2}$ tal que $x \in [0, 2\pi]$. Então, o número de interseções entre os gráficos de f e g é:

   a) 6 b) 2 c) 1 d) 4 e) 8

6. Seja a matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ se } i \neq j \\ i + j - \frac{4}{j}, \text{ se } i = j \end{cases}$. O determinante da inversa de A é:

   a) $-\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $-\frac{1}{2}$ e) $\frac{4}{3}$

7. No conjunto R, o sistema de equações $\begin{cases} ax + y = -1 \\ x + 2z = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$ é:

   a) possível e determinado para todo $a \neq -\frac{1}{2}$.
   b) possível e indeterminado para a real qualquer.
   c) impossível para $a = -\frac{1}{2}$.
   d) possível e indeterminado para todo $a = \frac{1}{2}$.
   e) impossível para $a = \frac{1}{2}$.

8. Se $\log_3 4 = a$ e $\log_4 5 = b$, então o valor de $\log_3 5$ em função de a e b é:

   a) $\frac{1}{a+b}$ b) $\frac{b}{a}$ c) $\frac{1}{ab}$ d) $\frac{a}{b}$ e) ab

9. A quantidade de valores inteiros que a pode assumir para que a equação $\cos x = (a - 1)^2$ tenha solução é:

   a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

10. Um prisma reto com 5cm de altura e base retangular com dimensões de 4cm e 6cm contém água até uma altura de 3cm. Um cubo maciço de aresta igual a 2cm é colocado dentro deste prisma, ficando totalmente submerso. A partir de então, a altura do nível da água, em cm, passa a ser de:

    a) $\frac{13}{4}$ b) $\frac{10}{3}$ c) $\frac{15}{4}$ d) $\frac{13}{3}$ e) $\frac{14}{4}$

11. Analise os itens abaixo para a função f: R → R:

I- Se $f(x) + f(-x) = 0$, então f é uma função par.

II- Se f(x) é uma função constante, então f é uma função par.

III- Se $|f(x)| = f(x)$, então $Im(f) \subset R_+$.

IV- Se $|f(x)| = f(x)$, então f(x) é uma função bijetora.

São corretas as afirmativas:

a) I e II b) II e IV c) II e III d) I e III e) III e IV

12. Uma caixa d'água cilíndrica tem capacidade para 500 litros. Quando ela está com 100 litros, um dispositivo eletrônico aciona a abertura de uma torneira que despeja em seu interior 25 litros de água por minuto, desligando-se automaticamente após a caixa estar totalmente cheia. Com base nesses dados e supondo que não há consumo de água durante o enchimento, pode-se concluir que:

a) A quantidade Q de água existente na caixa, em litros, está relacionada ao tempo t, em minutos, contado a partir da abertura da torneira, através da função matemática $Q(t) = 500 - 100t$.

b) A caixa estará com $\frac{3}{5}$ de sua capacidade após transcorridos 8 minutos desde a abertura da torneira.

c) A quantidade de água existente na caixa e o tempo não podem ser relacionados, pois um não depende do outro.

d) A caixa estará totalmente cheia após transcorridos 20 minutos desde a abertura da torneira.

e) Se a torneira despejasse 20 litros de água por minuto, a caixa estaria totalmente cheia após transcorridos 18 minutos desde a abertura da torneira.

13. O conjunto solução da equação $\frac{1}{2}\log_{10}(x + 2) + \log_{100}(x - 2) = 1$ é:

a) $\{2\sqrt{6}\}$ b) $\{-2\sqrt{26}\}$ c) $\{-2\sqrt{6}\}$ d) $\{2\sqrt{26}\}$ e) $\{2\sqrt{26}, -2\sqrt{6}\}$

14. Dados os números $a = \sqrt{3} - 1$, $b = \sqrt{3} + 1$ e $c = 0,1333...$, pode-se afirmar que:

a) a.b é um número irracional.
b) (a - b).c é um número irracional.
c) (a + b).c é um número racional.
d) b.c é um número racional.
e) a.b.c é um número racional.

15. Se o gráfico da função $f(x) = \log_b x$ passa pelo ponto $\left(\frac{1}{8}, -3\right)$, então o valor da expressão $\dfrac{1}{\frac{3}{b^2} - 1}$ é:

a) 3 b) 2 c) $\frac{1}{3}$ d) $-\frac{1}{2}$ e) -4

16. Dada a função $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$, definida para $x \neq -1$, pode-se afirmar que a única alternativa correta é:

a) $g(x) \leq 0$ para todo $x \in R - \{-1, 0\}$
b) $\not\exists\, x \in R$ tal que $g(x) = 0$
c) $g(x) \geq 0$ para todo $x \in]-1, +\infty[$
d) $g(x) < 0$ para todo $x \in]-1, 1[$
e) $\not\exists\, x \in R$ tal que $g(x) = 2$

17. Se a área lateral e a área total de um cilindro reto são $2\pi A$ e $2\pi S$ respectivamente, então, o volume deste sólido é igual a:

a) $\pi A\sqrt{S - A}$ b) $\pi S\sqrt{S - A}$ c) $\pi A\sqrt{S + A}$ d) $\pi S\sqrt{S + A}$ e) $\pi\sqrt{S + A}$

18. Se $f(x) = x + 2$ e $f(g(x)) = \frac{x}{2}$, são reais, pode-se afirmar que a função inversa de g(x) é:

a) $g^{-1}(x) = \frac{f(x)}{2}$ b) $g^{-1}(x) = \frac{x+4}{2}$ c) $g^{-1}(x) = f(x)$ d) $g^{-1}(x) = 2f(x)$ e) $g^{-1}(x) = \frac{x-4}{2}$

19. Sendo f: R → R, uma função definida por $f(x) = 2x - 3$, então a soma $f(1) + f(2) + f(3) + ... + f(100)$ é:

a) 9700 b) 9800 c) 9900 d) 9600 e) 10000

20. Um gerente de um hotel, após fazer alguns cálculos, chegou à conclusão de que, para atingir a meta de economia de energia elétrica, bastava apagar 2 lâmpadas de um corredor com 8 lâmpadas alinhadas. Para manter um mínimo de claridade ao longo do corredor, o gerente determinou que 2 lâmpadas adjacentes não poderiam ficar apagadas ao mesmo tempo e as duas lâmpadas das extremidades deveriam permanecer acesas. Sendo assim, o número de maneiras que este gerente pode apagar 2 lâmpadas é:

a) 24 b) 10 c) 15 d) 12 e) 6

ESPECEX 2005

1. Se n é um número inteiro positivo, então o valor de $(-2)^n + (-2)^{n+1}$ será sempre igual a:

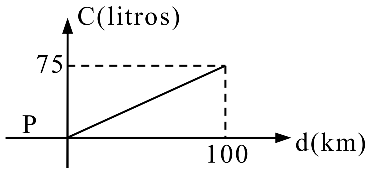
a) zero b) 2 c) 2^n, para todo n d) $(-2)^n$, se n for ímpar e) -2^n, se n for par

2. Um satélite será levado ao espaço por um foguete que tem seu consumo de combustível calculado pela função $C(t) = \log_2(t^2 + 7)^2 + 2\log_2 \frac{1}{7}$, em que C é o consumo em toneladas e t é o tempo em horas. Para colocar o satélite em órbita, o foguete deverá percorrer uma distância de 56000km a uma velocidade média de 8000km/h. Com base nessas informações, o físico responsável pelo cálculo chegou à conclusão de que o foguete, para cumprir a missão, terá um consumo de combustível igual a:

a) 1 tonelada b) 2 toneladas c) 6 toneladas d) 7 toneladas e) 8 toneladas

3. A quantidade de combustível gasto por um veículo blindado, por quilômetro rodado, está indicada pelo gráfico dado. Qual a função que representa o consumo C(d) em relação à distância d percorrida?

a) C(d) = 0,75d c) C(d) = 1,75d e) C(d) = 1,20d
b) C(d) = 0,25d d) C(d) = 1,25d



4. O valor de revenda de um carro é dado por $V(t) = V_0(0,8)^t$, em que V_0 é o valor inicial e V(t) é o valor após t anos de uso. A alternativa que mais se aproxima do percentual de desvalorização desse carro, em relação ao valor inicial, após 3 anos exatos de uso, é

a) 24% b) 47% c) 49% d) 50% e) 51%

5. Uma tropa realizou um exercício em que soldados, sargentos e oficiais executaram módulos padronizados de tiro, consumindo, individualmente, o número de munição estabelecido conforme o seu nível hierárquico. No primeiro dia atiraram 16 soldados, 8 sargentos e 4 oficiais, totalizando 96 munições; no segundo dia, 5 soldados, 4 sargentos e 3 oficiais, totalizando 38 munições; no terceiro dia, 16 soldados, 4 sargentos e 1 oficial, totalizando 78 munições. Quantas munições foram usadas no quarto dia, quando atiraram 14 soldados, 8 sargentos e 2 oficiais?

a) 78 b) 80 c) 82 d) 84 e) 86

6. Uma cooperativa compra a produção de pequenos artesãos e a revende para atacadistas com um lucro de 40%. Por sua vez, os atacadistas repassam esse produto para os lojistas com um lucro de 40%. Os lojistas vendem o mesmo produto para o consumidor e lucram, também, 40%.

Considerando que lucro é a diferença entre o preço de venda e o preço de compra, pode-se afirmar que os preços de compra do produto, efetuados pela cooperativa, pelos atacadistas, pelos lojistas e pelo consumidor, nessa ordem,

a) formam uma progressão aritmética de razão 0,4.
b) formam uma progressão geométrica de razão 1,4.
c) formam uma progressão aritmética de razão 40.
d) formam uma progressão geométrica de razão 0,4.
e) não formam progressão aritmética nem geométrica.

7. Uma prova de um concurso público engloba as disciplinas Matemática e Inglês, contendo dez questões de cada uma. Segundo o edital, para ser aprovado, o candidato precisa acertar, no mínimo, 70% das questões da prova, além de obter acerto maior do que ou igual a 60% em cada disciplina.

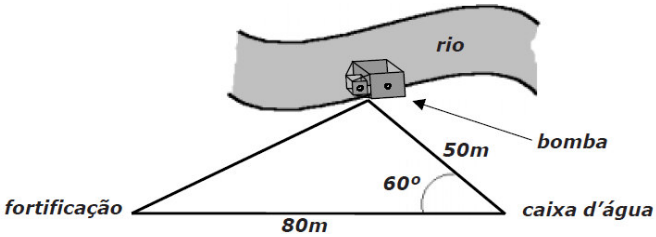
Em relação às questões da prova, quantas possibilidades diferentes terá um candidato de alcançar, exatamente, o índice mínimo de aprovação?

a) 18900 b) 33300 c) 38760 d) 77520 e) 125970

8. A análise do solo de certa região revelou a presença de 37,5ppm (partes por milhão) de uma substância química. Se a densidade do solo analisado é de 1,2 toneladas por metro cúbico, então a quantidade dessa substância, presente em 1ha do solo, considerando uma camada de 30cm de profundidade é: (dados: 1 tonelada = 1000kg, 1ha = 10000m^2 e densidade = $\frac{\text{massa}}{\text{volume}}$)

a) 125kg b) 135kg c) 1250kg d) 1350kg e) 3750kg

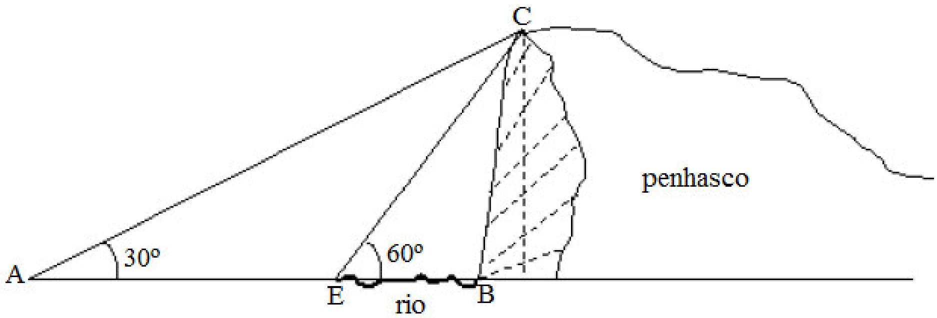
9. A água utilizada em uma fortificação é captada e bombeada do rio para uma caixa d'água localizada a 50m de distância da bomba. A fortificação está a 80m de distância da caixa d'água e o ângulo formado pelas direções bomba – caixa d'água e caixa d'água – fortificação é de 60º, conforme mostra a figura dada. Para bombear água do mesmo ponto de captação, diretamente para a fortificação, quantos metros de tubulação são necessários?



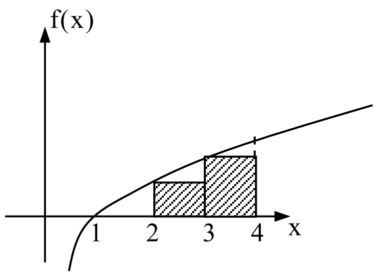
a) 54 metros.
b) 55 metros.
c) 65 metros.
d) 70 metros.
e) 75 metros.

10. Um topógrafo, querendo conhecer a altura de um penhasco, mediu a distância do ponto A até a beira do rio (ponto E), obtendo 20 metros. A largura do rio (EB) é desconhecida. A figura dada mostra os ângulos BÂC = 30º e BÊC = 60º. A altura do penhasco encontrada pelo topógrafo foi:

a) $15\sqrt{3}$ m
b) $12\sqrt{3}$ m
c) $10\sqrt{3}$ m
d) $20\sqrt{3}$ m
e) $40\sqrt{3}$ m



11. A curva da figura dada representa o gráfico da função $f(x) = \log_2 x$.
Dados $\log_{10}2 \cong 0{,}30$ e $\log_{10}12 \cong 1{,}08$.
Com base nesses dados, a soma das áreas dos dois retângulos hachurados é, aproximadamente,



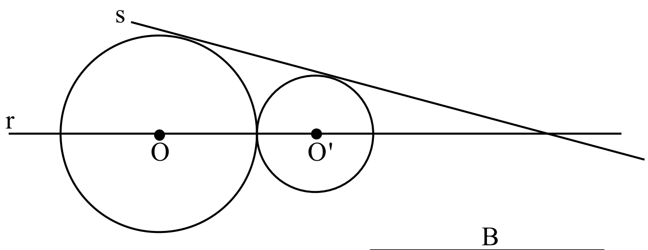
a) 1,60
b) 2,10
c) 2,08
d) 2,60
e) 3,60

12. A função $f(x) = \left[\operatorname{sen}2x.\left(\dfrac{1}{2\cos x} + \dfrac{1}{2\operatorname{sen}x}\right)\right]^2 - \operatorname{sen}2x$ é definida para todo x real e $x \neq \dfrac{k\pi}{2}$, com k inteiro.

Nessas condições, pode-se afirmar que:

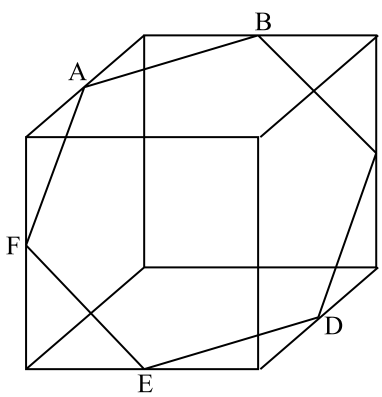
a) f(2006) = f(2004) + f(2005)
b) f(2005) = f(2006) – 2f(2003)
c) f(2006) = f(2005) + f(2004) + f(2003)
d) f(2005) = f(2006) – f(2004)
e) f(2006) = f(2003) + f(2004) – f(2005)

13. Na figura, as circunferências são tangentes entre si e seus raios estão na razão $\dfrac{1}{3}$. Se a reta r passa pelos centros O e O' das duas circunferências, e a reta s é tangente a ambas, então o menor ângulo formado por essas duas retas mede:



a) $\operatorname{arcsen}\dfrac{1}{3}$ b) $\operatorname{arctg}\dfrac{1}{2}$ c) 60º d) 45º e) 30º

14 O hexágono regular ABCDEF é uma secção plana de um cubo de aresta $2a\sqrt{3}$. Cada vértice do polígono divide ao meio a aresta na qual está apoiado. A área do hexágono é:



a) $9a^2\sqrt{3}$ b) $\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{2}$ c) $\dfrac{2a^2\sqrt{3}}{3}$ d) $4a^2\sqrt{3}$ e) $\dfrac{5a^2\sqrt{3}}{4}$

ESPECEX 2006

1. Um tabuleiro possui 16 casas dispostas em 4 linhas e 4 colunas. De quantas maneiras diferentes é possível colocar 4 peças iguais nesse tabuleiro de modo que, em cada linha e em cada coluna, seja colocada apenas uma peça?

   a) 4096 b) 576 c) 256 d) 64 e) 16

2. Em um grupo de três crianças de idades diferentes foi notado que a soma das duas idades menores menos a maior é igual a 2 anos e que a menor idade mais o dobro da maior é igual a 28 anos. As idades são números inteiros positivos. Dentre todas as possibilidades, existe uma em que a soma das idades das crianças é a maior possível, observando-se sempre o fato de as crianças terem idades diferentes. Essa soma, em anos, é:

   a) 20 b) 22 c) 24 d) 26 e) 28

3. Um comerciante aumenta o preço inicial (PI) de um produto em x% e, em seguida, resolve fazer uma promoção, dando um desconto, também de x%, sobre o novo preço. Nessas condições, a única afirmativa correta, dentre as apresentadas abaixo, em relação ao preço final (PF) do produto, é:

   a) o PF é impossível de ser relacionado com o preço inicial.
   b) o PF é igual a o preço inicial.
   c) $PF = PI.\frac{10^{-2}}{2}x^2$.
   d) $PF = PI.10^{-4}x^2$.
   e) $PF = PI(1 - 10^{-4}x^2)$.

4. Para incentivar o gosto pela corrida, a Seção de Treinamento Físico Militar da Escola Preparatória de Cadetes do Exército criou prêmios com base numa pontuação mensal que estabelece:

   - 3 pontos para cada 3000m corridos (até 45000m corridos);
   - após 45000m, cada 3000m corridos vale 5 pontos.

   Se num mês determinado aluno fez 100 pontos, então, nesse mês, ele correu:

   a) 96km b) 86km c) 80km d) 78km e) 76km

5. Em uma cabine de um estádio de futebol, um computador registra todos os lances de uma partida. Em um desses lances, Zaqueu cobrou uma falta, fazendo a bola descrever um arco de parábola contido num plano vertical, parábola esta simétrica ao seu eixo, o qual também era vertical. A bola caiu no chão exatamente a 30m de Zaqueu. Durante o trajeto, a bola passou raspando a cabeça do juiz. O juiz, que não interferiu na trajetória da bola, tinha 1,76m de altura e estava ereto, a 8m de distância de onde saiu o chuta. Desse modo, a altura máxima, em metros, atingida pela bola foi de:

   a) 2,25 b) 4,13 c) 6,37 d) 9,21 e) 15,92

6. Um triângulo tem o lado maior medindo 1m e dois de seus Ângulos são 27º e 63º. O valor aproximado para o perímetro desse triângulo, dados $\sqrt{2}$ = 1,4 e cos18º = 0,95, é de:

   a) 1,45m b) 2,33m c) 2,47m d) 3,35m e) 3,45m

7. A probabilidade de ocorrer um evento A é a razão entre o número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis: $P(A) = \frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{número de resultados possíveis}}$.

   De uma urna com bolas numeradas de 1 a 30 serão sorteadas 3 bolas, sem reposição. Um apostador marcou um bilhete com 5 números distintos (de 1 a 30). A probabilidade de ele acertar os 3 números é:

   a) $\frac{1}{4060}$ b) $\frac{1}{812}$ c) $\frac{1}{406}$ d) $\frac{1}{203}$ e) $\frac{1}{10}$

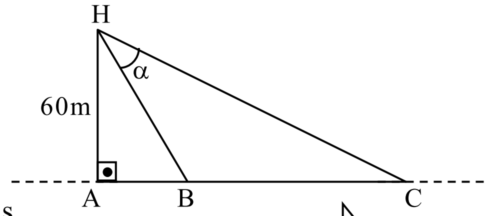
8. Este ano, duas empresas patrocinarão a premiação, em dinheiro, dos alunos de uma escola pelo destaque no critério "Melhor Rendimento Escolar". A empresa Alfa doará um montante de R$9600,00 e a empresa Bravo de R$7800,00. Cada aluno deve receber como prêmio um cheque de somente uma das empresas e todos os cheques devem ter o mesmo valor. Se todo esse montante for distribuído, o número mínimo de alunos que poderá ser contemplado nessa premiação é de:

   a) 25 b) 29 c) 30 d) 32 e) 40

9. Um tonel em forma de cilindro circular reto, tem 60cm de altura. Uma miniatura desse tonel tem 20cm de altura e raio diretamente proporcional à altura. Se a miniatura tem 100mℓ de volume, então o volume do tonel original é de:

   a) 30ℓ b) 27ℓ c) 2,7ℓ d) 3ℓ e) 300mℓ

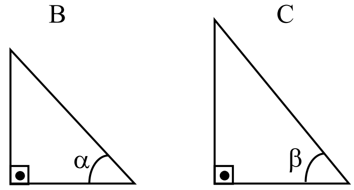
10. Conforme a figura, a 60 metros do chão o helicóptero H avista, sob um ângulo α, dois alvos, B e C, que serão logo abatidos.



Se AB = 40m e BC = 260m, então α mede:

a) 15º b) 30º c) 45º d) 60º e) 75º

11. Os ângulos agudos α e β pertencem aos triângulos retângulos dados.



Se seno de β é o dobro do seno de α, então o ângulo α pertence ao intervalo:

a)]0º, 45º[b) [45º, 60º] c)]30º, 45º[d)]0º, 60º[e)]0º, 30º[

12. No semestre passado houve, no curso de Matemática, três provas, cada uma com um peso diferente do peso das demais. A tabela dada indica as notas e as médias de alguns alunos do curso.

Aluno	Provas			Média
	Proa 1	Prova 2	Prova 3	
Apolônio	8,0	5,0	7,0	7,0
Bolzano	5,0	5,0	7,0	6,0
Copérnico	4,0	4,0	4,0	4,0
Demócrito	5,5	1,0	10,0	???

Se a soma dos pesos é igual a 6, a média do aluno Demócrito é:

a) 4,5 b) 5,0 c) 6,0 d) 6,5 e) 7,0

13. A equipe de professores de uma escola possui um banco de questões de matemática composto de 5 questões sobre parábolas, 4 sobre circunferências e 4 sobre retas. De quantas maneiras distintas a equipe pode montar uma prova com 8 questões, sendo 3 de parábolas, 2 de circunferências e 3 de retas?

a) 80 b) 96 c) 240 d) 640 e) 1280

14. Temos as funções $f(x) = x + 1$; $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ e $h(x) = g(f(x))$.

Considerando que as raízes de $h(x)$ são $\{-1, 0, 1\}$, determine $h(-2)$.

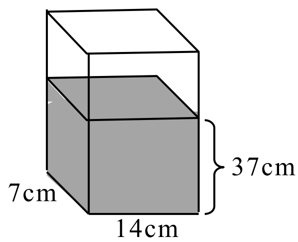
a) 0 b) -3 c) 4 d) 5 e) -6

15. O valor da expressão $\dfrac{\cos 15^\circ + \cos 75^\circ}{\text{sen}15^\circ} + \dfrac{\text{sen}15^\circ + \text{sen}75^\circ}{\cos 15^\circ}$ é igual a:

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

16. Dispondo de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo, com as dimensões da figura, preenchido com água até o nível indicado, um aluno fez o seguinte experimento:

- mergulhou na água um cubo maciço, com $1cm^3$ de volume;
- mergulhou, sucessivamente, novos cubos, cada vez maiores, cujos volumes formam, a partir do cubo de $1cm^3$ de volume, uma progressão aritmética de razão $2cm^3$.



Após mergulhar certo número de cubos, que ficaram completamente submersos, verificou que a altura do nível da água passou para 39cm.

Com base nessas informações, a área total do último cubo colocado é de:

a) $54cm^2$ b) $42cm^2$ c) $24cm^2$ d) $150cm^2$ e) $216cm^2$

ESPECEX 2007

1. Sejam x e y números reais não nulos. Das seguintes afirmações:

   I. Se $|x| = |y|$ então $x = y$

   II. $|x + y| \geq |x| + |y|$

   III. Se $0 < x < 1$ então $x^2 < x$

   IV. Se $x < 0$ então $x = \sqrt{x^2}$

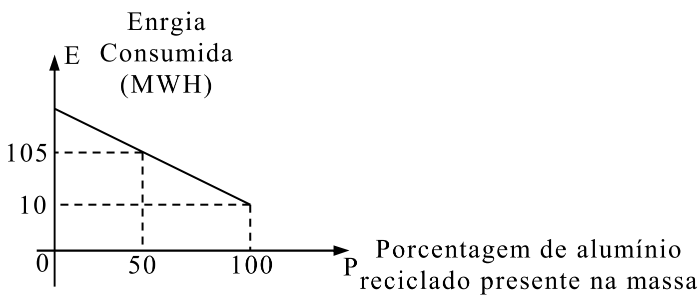
   Pode-se concluir que

   a) todas são verdadeiras
   b) somente a IV é falsa
   c) somente I e III são verdadeiras
   d) somente II e IV são falsas
   e) somente a III é verdadeira

2. A questão da reciclagem do alumínio ganha cada vez mais importância nos dias atuais, principalmente pelo fato de que a quantidade de energia necessária para se produzir 1kg de alumínio por meio de reciclagem corresponde a apenas 5% da energia necessária para obter-se esse mesmo kg de alumínio a partir do minério. O gráfico a seguir mostra a quantidade de energia necessária para obter-se certa massa de alumínio em função do percentual de alumínio reciclado existente nessa massa.

   Identificando a energia consumida por E e a porcentagem de alumínio reciclado por P, pode-se afirmar que a função que representa esse processo, seu domínio e sua imagem são, respectivamente

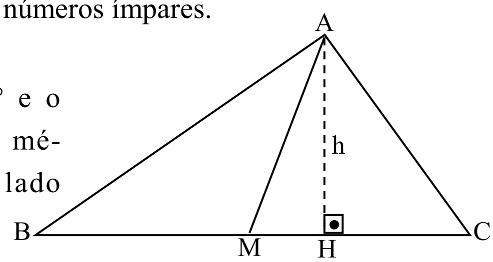
   a) $E = -\frac{19}{10}P + 200$; [0, 100] e [10, 200]
   b) $E = -\frac{21}{10}P + 200$; [0, 100] e [10, 200]
   c) $E = -\frac{19}{10}P + 200$; [0, 100] e [10, 210]
   d) $E = -\frac{21}{10}P + 200$; [0, 100] e [10, 210]
   e) $E = -\frac{21}{10}P + 200$; [10, 210] e [0, 100]



3. A quantidade de números inteiros ímpares que pertencem ao intervalo que satisfaz a inequação exponencial $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-8x+5} > 4$ é de:

   a) um número ímpar.
   b) dois números ímpares.
   c) três números ímpares.
   d) quatro números ímpares.
   e) cinco números ímpares.

4. No triângulo ABC, a base $\overline{BC}$ mede 8cm, o ângulo B mede 30° e o segmento $\overline{AM}$ é congruente ao segmento $\overline{MC}$, sendo M o ponto médio de $\overline{BC}$. A medida, em centímetros, da altura h, relativa ao lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC, é de:



   a) $\sqrt{2}$ cm b) $2\sqrt{2}$ cm c) $\sqrt{3}$ cm d) $2\sqrt{3}$ cm e) $3\sqrt{3}$ cm

5. Num determinado setor de um hospital, trabalham 4 médicos e 8 enfermeiras. O número de equipes distintas, constituídas cada uma de 1 médico e 3 enfermeiras, que podem ser formadas nesse setor é de:

   a) 60 b) 224 c) 495 d) 1344 e) 11880

6. As funções reais f e g são definidas pelos determinantes que se seguem: $f(x) = \begin{vmatrix} \operatorname{sen} x & \cos x \\ -\cos x & \operatorname{sen} x \end{vmatrix}$ e $g(x) = \begin{vmatrix} \operatorname{sen} x & 1 \\ 1 & \operatorname{sen} x \end{vmatrix}$. Sendo $h(x) = f(x) + g(x)$, então, o valor de $h\left(\frac{2\pi}{3}\right) + h\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ é:

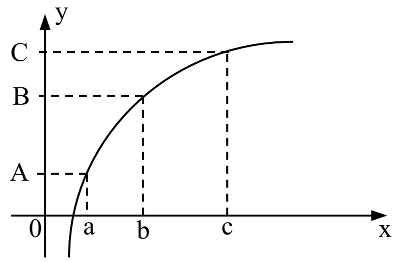
   a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$ e) $\frac{3}{4}$

7. Em uma bolsa existem peças em formatos de triângulos, quadrados e pentágonos, nas quantidades de x triângulos, y quadrados e z pentágonos. Sabendo-se que a soma das quantidades de peças é igual a 10; que, se somarmos as quantidades de vértices de todas as peças, obtemos 37; e que a quantidade de triângulos é igual à soma das quantidades de quadrados e pentágonos, o valor de $2x + 3y + z$ é igual a:

   a) 21 b) 19 c) 15 d) 10 e) 8

8. A figura dada representa o gráfico f: $\mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \log_a x$, onde $a > 1$.

Estão locados no gráfico os logaritmos de três abscissas: "a" (que é a própria base), "b" e "c".

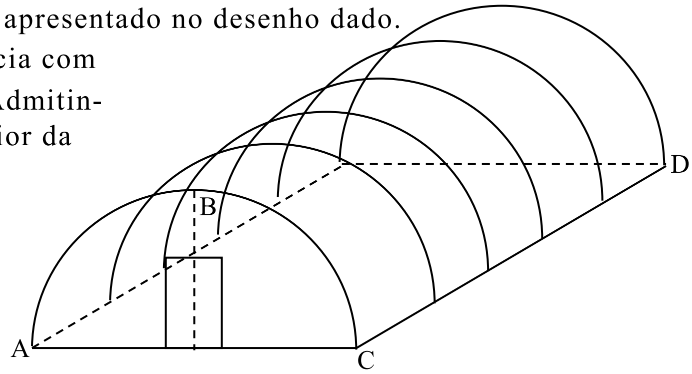


Sabendo que $\overline{OA} = \overline{BC}$, podemos afirmar que:

a) $\log_a b = c$
b) $a^c = b$
c) $a.b = c$
d) $a + b = c$
e) $10^a + 10^b = 10^c$

9. Uma barraca de campanha militar possui o formato apresentado no desenho dado.

A curva ABC é um arco de 90º de uma circunferência com 10 metros de raio. O segmento $\overline{CD}$ mede 20 metros. Admitindo $\pi = 3{,}14$, podemos concluir que o volume do interior da barraca é de aproximadamente:



a) $480m^3$
b) $570m^3$
c) $618m^3$
d) $1140m^3$
e) $2880m^3$

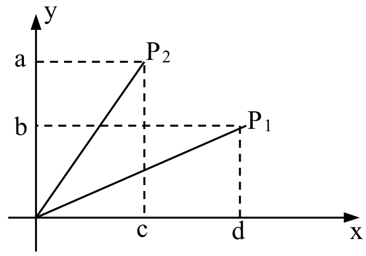
10. Dada a função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = x^2 - 7x + 10$, a única afirmação verdadeira a respeito de f(x) é:

a) $f(-2) = -28$.
b) a menor ordenada que f atinge é 2,25.
c) a função se anula para $x = -2$ ou para $x = -5$.
d) para $x > 5$, enquanto x cresce, f(x) também cresce.
e) dobrando x, f(x) também dobra.

11. Dada uma função do 1º grau f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax + b$; $a \neq 0$; $a,b \in \mathbb{R}$. A função f é decrescente e seu gráfico corta o eixo das ordenadas no ponto (0, 4). Sabendo-se que a região delimitada pelos eixos coordenados e a representação gráfica de f tem área igual a 20 unidades de área, a soma a + b é:

a) $-\frac{2}{5}$ b) 0 c) $\frac{12}{5}$ d) $\frac{16}{5}$ e) $\frac{18}{5}$

12. Na figura a seguir, são fornecidas as coordenadas cartesianas dos pontos P_1 e P_2. Denomina-se θ o ângulo $P_1\hat{O}P_2$.

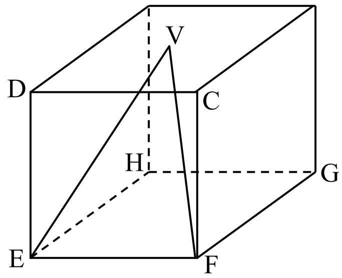


Com base nessas informações pode-se afirmar que o valor de $\cos\theta$ é:

Na figura: $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $b = \frac{3}{5}$; $c = \frac{1}{2}$ e $d = \frac{4}{5}$

a) $\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$ b) $\frac{13}{10}$ c) $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$ d) $\frac{3}{10}$ e) $\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$

13. Em um cubo de aresta medindo 4cm, forma-se um triângulo VEF, conforme figura dada, em que V é o centro do quadrado ABCD. A área, em cm^2, do triângulo VEF é igual a:



a) $4\sqrt{5}$ b) $4\sqrt{6}$ c) $5\sqrt{5}$ d) $5\sqrt{6}$ e) $6\sqrt{6}$

14. O valor de x que satisfaz a equação $x + \frac{2x}{3} + \frac{4x}{9} + \frac{8x}{27} + ... = 243$, em que o primeiro membro é uma P.G. infinita, é:

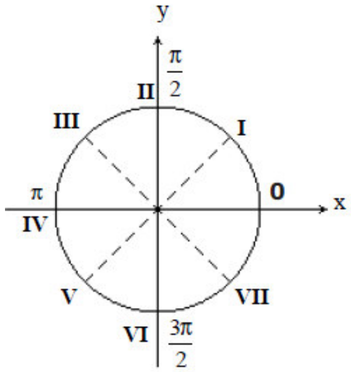
a) 27 b) 30 c) 60 d) 81 e) 90

15. Ao encontrarmos as raízes da equação exponencial $4^x - 12.2^x + 32 = 0$ e multiplicarmos essas raízes entre si, obteremos por produto o valor:

a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 15

16. Os termos da sequência de números em progressão aritmética $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, ...$ correspondem às medidas em radianos de arcos, que podem ser representados na circunferência trigonométrica dada.

Os pontos identificados por 0 a VII representam as medidas de arcos que dividem a circunferência trigonométrica em 8 partes iguais, medidas no sentido anti-horário, a partir de 0.

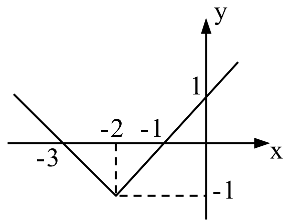


Nessas condições, o arco correspondente ao 13° termo da sequência, igualmente medido no sentido anti-horário e a partir de 0, terá sua extremidade situada entre os pontos:

a) I e II b) II e III c) IV e V d) V e VI e) VII e 0

ESPECEX 2008

1. Observando o gráfico dado, que representa a função real $f(x) = |x - k| - p$, pode-se concluir que os valores de k e p são, respectivamente,

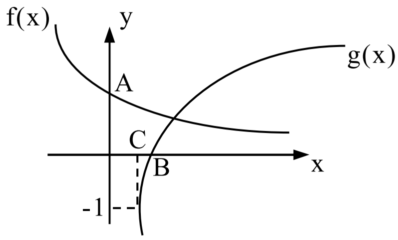


a) 2 e 3 b) -3 e -1 c) -1 e 1 d) 1 e -2 e) -2 e 1

2. gráficos das funções $f(x) = a^{x-2}$ e $g(x) = x^2 - 9x - 7$ se interceptam em um ponto cuja abscissa é igual a 5. Nesse caso, o valor de a é:

a) $-\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 3 d) -3 e) 27

3. Na figura dada, estão representados os gráficos das funções reais $f(x) = (0,1)^x$ e $g(x) = \log(x - 1)$. Nessas condições, os valores de A, B e C são, respectivamente,



a) 1, 2 e $\frac{11}{10}$ c) $\frac{1}{10}$, $\frac{11}{10}$ e 1 e) 1, $\frac{11}{10}$ e $\frac{9}{10}$

b) 1, 2 e $\frac{9}{10}$ d) 10, 11 e $\frac{9}{10}$

4. O valor de x para o qual as funções reais $f(x) = 2^x$ e $g(x) = 5^{1-x}$ possuem a mesma imagem é:

a) log2 + 1 b) log2 - 1 c) 1 - log2 d) 2log2 + 1 e) 1 - 2log2

5. Uma pesquisa sobre produção de biodiesel mostra que os lucros obtidos em função da área plantada, para a mamona e para a soja, são descritos pelas funções a seguir:

- para a mamona, $f(x) = 100x - 2000$
- para a soja, $g(x) = 120x - 3000$

Em ambos os casos, x corresponde ao número de hectares plantados e f(x) e g(x) aos respectivos lucros obtidos.

Com base nessas informações, é possível afirmar que

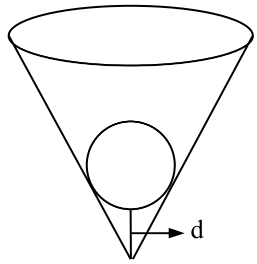
a) o plantio de soja torna-se lucrativo para todas as áreas maiores que 20ha.

b) para um agricultor que vá cultivar 40ha, a opção mais lucrativa é a soja.

c) o plantio de mamona é mais lucrativo que a soja em áreas maiores que 50ha.

d) para uma área de 50ha, as duas culturas apresentam a mesma lucratividade.

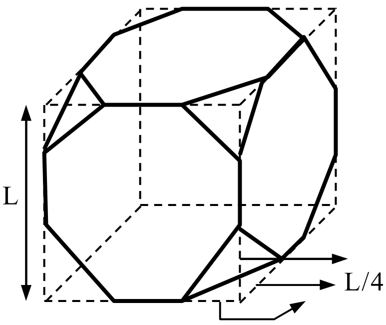
e) o plantio da mamona dá prejuízo para todas as áreas menores que 30ha.



6. Uma esfera de 2cm de raio é colocada no interior de um vaso cônico, conforme a figura dada. O vaso tem 12cm de altura e sua abertura é uma circunferência com 5cm de raio. Nessas condições, a menor distância (d) entre a esfera e o vértice do cone é:

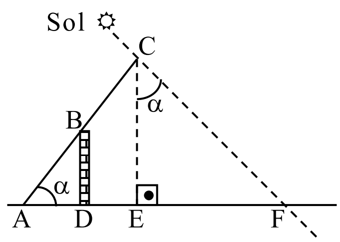
a) 3,0cm b) 3,2cm c) 3,4cm d) 3,6cm e) 3,8cm

7. Para obter o sólido geométrico representado na figura dada, partiu-se de um cubo de aresta L e retirou-se de cada um dos vértices desse cubo uma pirâmide de base triangular com as arestas laterais medindo $\frac{L}{4}$, conforme a figura. Sendo V o volume do cubo a partir do qual foi obtido o sólido, pode-se concluir que o volume desse sólido é:



a) $\frac{23}{24}V$ b) $\frac{47}{48}V$ c) $\frac{71}{72}V$ d) $\frac{95}{96}V$ e) $\frac{143}{144}V$

8. Na figura dada, está representado um muro (BD) de 6m de altura em que está apoiada uma escada representada por AC, que faz um ângulo α com a horizontal. Sabe-se que a parte da escada indicada pelo segmento AB corresponde a $\frac{2}{3}$ do seu comprimento. Num determinado momento do dia, os raios de sol fazem com a vertical um ângulo também de valor α, projetando no ponto F a sombra da extremidade C da escada.



Assim, considerando desprezível a espessura do muro, a medida do segmento DF, que corresponde à parte da sombra da escada que está além do muro, nesse instante, é igual a: ($\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5}$ e $\cos\alpha = \frac{4}{5}$)

a) 6,75m b) 10,75m c) 14,75m d) 18,75m e) 22,75m

9. Em uma determinada função quadrática, -2 e 3 são suas raízes. Dado que o ponto (-3, 12) pertence ao gráfico dessa função, pode-se concluir que:

a) o seu valor máximo é -12,50 c) o seu valor máximo é 6,25 e) o seu valor máximo é 0,50
b) o seu valor mínimo é 0,50 d) o seu valor mínimo é -12,50

10. Para se ter acesso a um arquivo de computador, é necessário que o usuário digite uma senha de 5 caracteres, na qual os três primeiros são algarismos distintos, escolhidos de 1 a 9, e os dois últimos caracteres são duas letras, distintas ou não, escolhidas dentre as 26 do alfabeto.

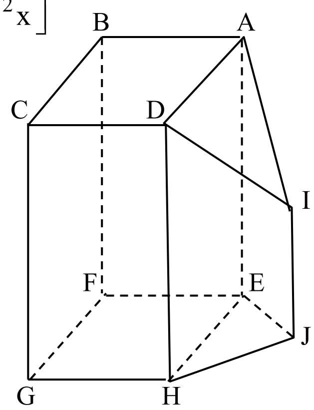
Assim, o número de senhas diferentes, possíveis de serem obtidas por esse processo, é:

a) 327650 b) 340704 c) 473805 d) 492804 e) 501870

11. Considere as matrizes $M_1 = \begin{bmatrix} 1 & \text{tg}x \\ -\cos^2 x & \cot gx \end{bmatrix}$ e $M_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \text{tg}x \end{bmatrix}$ para $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in Z$. A matriz resultante do produto matricial $M_1.M_2$ é:

a) $\begin{bmatrix} \sec^2 x \\ \cos^2 x \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} \text{tg}^2 x \\ -\cos^2 x \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} \sec^2 x \\ \text{sen}^2 x \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} \cos\sec^2 x \\ -\text{sen}^2 x \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} \cos^2 x \\ \text{sen}^2 x \end{bmatrix}$

12. A ilustração a seguir representa um paralelepípedo retângulo ABCDEFGH e um prisma reto triangular de base EHJ seccionado por um plano, gerando o triângulo isósceles ADI, cuja medida AI é igual à medida DI. Diante das informações acima, podemos afirmar que:



a) a reta JH é ortogonal à reta DC.
b) as retas EJ e FG são reversas.
c) a reta IJ é ortogonal à reta EF.
d) a reta AI é concorrente à reta BC.
e) a reta AI é paralela à reta EJ.

13. Na figura, está representado um círculo trigonométrico em que os pontos P_1 a P_5 indicam extremidades de arcos. Esses pontos, unidos, correspondem aos vértices de um pentágono regular inscrito no círculo. Se o ponto P_1 corresponde a um arco de $\frac{\pi}{6}$ radianos, então o ponto P_4 corresponderá à extremidade de um arco cuja medida, em radianos, é igual a:

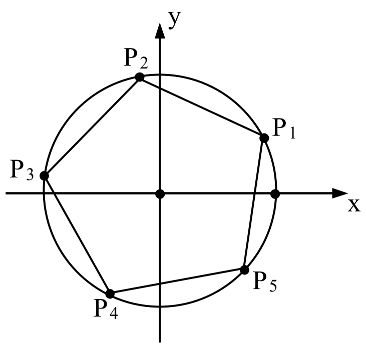
a) $\frac{13\pi}{30}$

b) $\frac{17\pi}{30}$

c) $\frac{29\pi}{30}$

d) $\frac{41\pi}{30}$

e) $\frac{53\pi}{30}$



14. A soma das idades dos amigos Pedro, José e Ivo é igual a 60. Sabe-se que a soma da idade de José com a diferença entre as idades de Pedro e Ivo (nesta ordem) é igual a 30 e que o dobro da idade de Pedro mais a idade de José, menos a idade de Ivo é igual a 55.

Assim, a idade de José é:

a) 10 b) 15 c) 20 d) 25 e) 30

ESPECEX 2009

1. Sabendo-se que $\log x + \log x^3 + \log x^5 + \ldots + \log x^{199} = 10000$, podemos afirmar que x pertence ao intervalo:

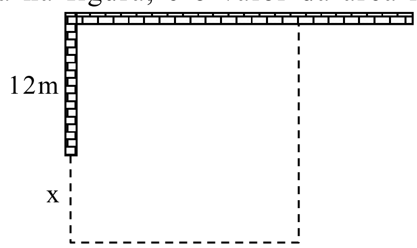
a) [1, 3] b) [3, 5] c) [5, 7] d) [7, 9] e) [9, 11]

2. Considere a função real g(x) definida por: $g(x) = \begin{cases} 5^x, \text{ se } x \le 1 \\ \dfrac{-3x^2}{4} + \dfrac{3x}{2} + \dfrac{17}{4}, \text{ se } 1 < x \le 3 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2}, \text{ se } x > 3 \end{cases}$. O valor de g(g(g(1))) é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

3. Um agricultor, que dispõe de 60 metros de tela, deseja cercar uma área retangular, aproveitando-se de dois trechos de muro, sendo um deles com 12 metros de comprimento e o outro com comprimento suficiente, conforme a figura dada.

Sabendo que ele pretende usar exatamente os 60 metros de tela, pode-se afirmar que a expressão que representa a área cercada y, em função da dimensão x indicada na figura, e o valor da área máxima que se pode obter nessas condições são, respectivamente, iguais a:



a) $y = -2x^2 + 24x + 576$ e $648m^2$
b) $y = -2x^2 - 24x + 476$ e $548m^2$
c) $y = -x^2 + 36x + 576$ e $900m^2$
d) $y = -2x^2 + 12x + 436$ e $454m^2$
e) $y = -x^2 + 12x + 288$ e $288m^2$

4. Dada a função real modular $f(x) = 8 + (|4k - 3| - 7)x$, em que k é real. Todos os valores de k para que a função dada seja decrescente pertencem ao conjunto:

a) $k > 2,5$ b) $k < -1$ c) $-2,5 < k < -1$ d) $-1 < k < 2,5$ e) $k < -1$ ou $k > 2,5$

5. Um dos modelos matemáticos de crescimento populacional é conhecido como "Modelo Malthusiano" (Thomas Malthus, 1766-1834). Neste modelo, a evolução de uma população é dada pela função definida por $P(t) = P_0.k^t$ em que P_0 é a população inicial, k indica a taxa de crescimento (considerada constante e não negativa neste modelo) e t é o tempo decorrido.

Um biólogo que estudava uma cultura de bactérias observou que, oito horas após o início do experimento, a população era de 8000 indivíduos e que, duas horas depois dessa observação, a população era de 16000 indivíduos. Podemos afirmar que a população inicial era de:

a) 250 b) 500 c) 512 d) 1000 e)1024

6. O valor de x na equação exponencial $7^{2x-1} - 7^x - 7^{x-1} = 0$ é:

a) $\dfrac{2\log 2}{\log 7}$ b) $\dfrac{3\log 3}{\log 7}$ c) $\dfrac{2\log 3}{\log 7}$ d) $\dfrac{3\log 2}{\log 7}$ e) $\dfrac{3\log 8}{\log 7}$

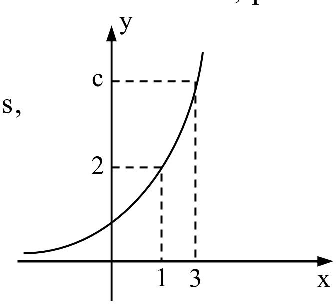
7. Dentre as várias formas de se medir temperatura, destacam-se a escala Celsius, adotada no Brasil, e a escala Fahrenheit, adotada em outros países. Para a conversão correta de valores de temperaturas entre essas escalas, deve-se lembrar que 0 grau, na escala Celsius, corresponde a 32 graus na escala Fahrenheit e que 100 graus, na escala Celsius, correspondem a 212 graus na escala Fahrenheit.

Para se obter um valor aproximado da temperatura, na escala Celsius, correspondente a uma temperatura conhecida na escala Fahrenheit, existe ainda uma regra prática definida por: "divida o valor da temperatura em Fahrenheit por 2 e subtraia 15 do resultado."

A partir dessas informações, pode-se concluir que o valor da temperatura, na escala Celsius, para o qual a regra prática fornece o valor correto na conversão é:

a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

8. O gráfico dado representa a função $y = a^x$. A partir dos dados fornecidos, pode-se concluir que o valor de $\log_a c + \log_c a$ é igual a:

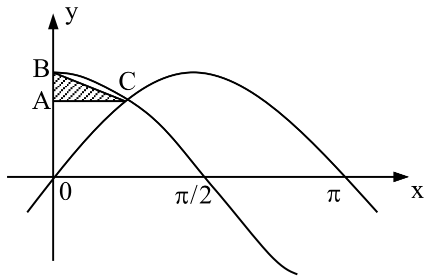


a) $\dfrac{4}{3}$ b) $\dfrac{10}{3}$ c) $\dfrac{17}{4}$ d) zero e) 2

9. O número de arcos no intervalo $\left[0, \frac{19\pi}{6}\right]$ cujo valor do cosseno é igual a $\frac{1}{2}$ é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

10. As funções y = senx e y = cosx estão representadas no gráfico dado. Então, a medida da área do triângulo retângulo definido pelos segmentos retilíneos AB, BC e AC é:



a) $\frac{\pi}{8}\left(2-\sqrt{2}\right)$ c) $\frac{\pi}{16}\left(2-\sqrt{2}\right)$ e) $\frac{\pi}{16}\left(1-\sqrt{2}\right)$

b) $\frac{\pi}{8}$ d) $\frac{\pi\sqrt{2}}{16}$

11. Considere duas retas r e s no espaço e quatro pontos distintos, A, B, C e D, de modo que os pontos A e B pertencem à reta r e os pontos C e D pertencem à reta s.

Dentre as afirmações abaixo:

I – Se as retas AC e BD são concorrentes, então r e s são necessariamente concorrentes.

II – Os triângulos ABC e ABD serão sempre coplanares.

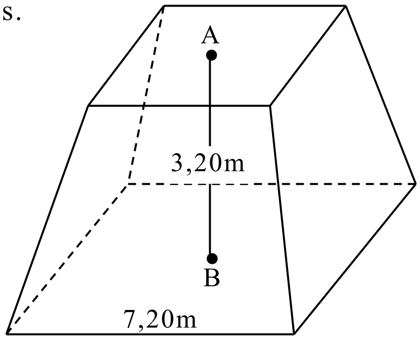
III – Se AC e BD forem concorrentes, então as retas r e s são coplanares.

Pode-se concluir que:

a) somente a I é verdadeira. d) as afirmações II e III são verdadeiras.

b) somente a II é verdadeira. e) as afirmações I e III são verdadeiras.

c) somente a III é verdadeira.



12. Um reservatório em forma de tronco de pirâmide regular de base quadrada e dimensões indicadas na figura deverá ter suas paredes laterais externas cobertas por uma tinta impermeável, cujo rendimento é de $11m^2$ por galão. (Obs: Os pontos A e B representam os centros das bases do tronco de pirâmide)

O número mínimo de galões que devem ser adquiridos para tal operação é:

a) 6 b) 7 c) 9 d) 10 e) 11

13. Um investidor possui ações das companhias A, B e C. A tabela dada fornece, em 3 dias consecutivos, as variações, em Reais, dos valores das ações e o lucro obtido em cada dia, também em Reais. Os valores negativos correspondem a desvalorizações, e os valores positivos a valorizações.

	Variações (R$)			Lucro total (R$)
	A	B	C	
Dia 1	4	5	-2	800
Dia 2	1	2	-1	200
Dia 3	2	3	3	1700

Sabendo que o investidor não comprou nem vendeu ações nesses dias, pode-se afirmar que a soma das quantidades de ações das companhias A, B e C que ele possui é:

a) 700 b) 600 c) 550 d) 400 e) 350

14 . Sete livros didáticos, cada um de uma disciplina diferente, devem ser posicionados lado a lado em uma estante, de forma que os livros de Física, de Química e de Matemática estejam sempre juntos, em qualquer ordem. O número de maneiras diferentes em que esses livros podem ser posicionados é

a) 720 b) 1440 c) 2160 d) 2880 e) 5040

ESPECEX 2010

1. A represa de uma usina hidroelétrica está situada em uma região em que a duração do período chuvoso é 100 dias. A partir dos dados hidrológicos dessa região, os projetistas concluíram que a altura do nível da represa varia, dentro do período chuvoso, segundo a função real:

$$N(t) = \begin{cases} \frac{t}{5} + 8, \text{ para } 0 \le t < 20 \\ -\frac{t^2}{100} + \frac{4t}{5}, \text{ para } 20 \le t < 50 \\ -\frac{3t}{25} + 21, \text{ para } 50 \le t \le 100 \end{cases}$$

Em que N(t) é a altura do nível da represa, medido em metros, t é o número de dias, contados a partir do início do período chuvoso.

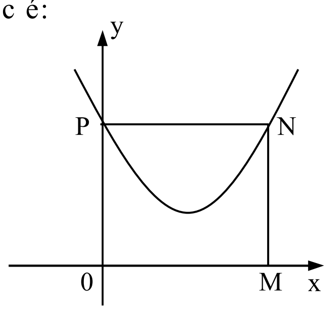
Segundo esse modelo matemático, o número de dias, dentro do período chuvoso, em que a altura do nível da represa é maior ou igual a 12 metros é:

a) 40 b) 41 c) 53 d) 56 e) 60

2. Na figura dada, estão representados um sistema de eixos coordenados com origem O, o gráfico de uma função real do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ e o quadrado OMNP, com 16 unidades de área.

Sabe-se que o gráfico de f(x) passa pelos pontos P e N, vértices do quadrado, e pelo ponto de encontro das diagonais desse quadrado. Assim, o valor de a + b + c é:

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{3}{2}$
c) $\frac{5}{2}$
d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
e) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$



3. Dada a expressão $\left(\frac{1}{3}\right)^{4x-x^2}$, em que x é um número real qualquer, podemos afirmar que

a) o maior valor que a expressão pode assumir é 3
b) o menor valor que a expressão pode assumir é 3
c) o menor valor que a expressão pode assumir é $\frac{1}{81}$
d) o maior valor que a expressão pode assumir é $\frac{1}{27}$
e) o menor valor que a expressão pode assumir é $\frac{1}{9}$

4. Sendo $x = \sqrt[6]{\frac{a^2}{b}}$, com $\log_2 a = 4$ e $\log_2 b = 5$, em que a e b são números reais não nulos e diferentes de 1, então $\log_x 2$ é igual a:

a) 16 b) 8 c) 6 d) 4 e) 2

5. O conjunto-solução da inequação $x^{\log_x (x+1)^2} \le 4$, no conjunto dos números reais, é:

a) $0 < x < 1$ b) $0 \le x \le 1$ c) $0 < x \le 1$ d) $-3 \le x \le 1$ e) $-3 \le x < 1$

6. Considerando a função real $f(x) = (x - 1).|x - 2|$, o intervalo real para o qual é $f(x) \ge 2$ é:

a) $x \ge 3$ b) $x \le 0$ ou $x \ge 3$ c) $1 \le x \le 2$ d) $x \ge 2$ e) $x \le 1$

7. Considere a progressão aritmética representada pela sequência $\left(\frac{\pi}{12}, \frac{47\pi}{60}, \frac{59\pi}{60}, \ldots\right)$.

Se todos os termos dessa PA forem representados num círculo trigonométrico, eles determinarão nesse círculo os vértices de um

a) pentágono (5 lados)
b) hexágono (6 lados)
c) octógono (8 lados)
d) decágono (10 lados)
e) dodecágono (12 lados)

8. Os alunos de uma escola realizam experiências no laboratório de Química utilizando 8 substâncias diferentes. O experimento consiste em misturar quantidades iguais de duas dessas substâncias e observar o produto obtido.

O professor recomenda, entretanto, que as substâncias S_1, S_2 e S_3 não devem ser misturadas entre si, pois produzem como resultado o gás metano, de odor muito ruim. Assim, o número possível de misturas diferentes que se pode obter, sem produzir o gás metano é:

a) 16 b) 24 c) 25 d) 28 e) 56

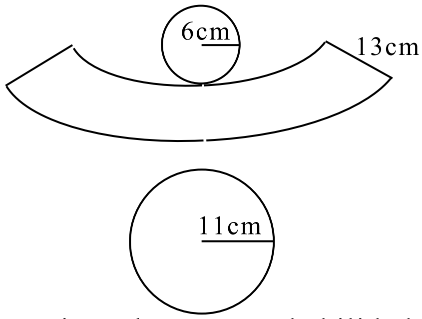
9. Um menino, de posse de uma porção de grãos de arroz, brincando com um tabuleiro de xadrez, colocou um grão na primeira casa, dois grãos na segunda casa, quatro grãos na terceira casa, oito grãos na quarta casa e continuou procedendo desta forma até que os grãos acabaram, em algum momento, enquanto ele preenchia a décima casa. A partir dessas informações, podemos afirmar que a quantidade mínima de grãos de arroz que o menino utilizou na brincadeira é:

a) 480 b) 511 c) 512 d) 1023 e) 1024

10. Para que o sistema linear $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ ax + 2y = b \end{cases}$ seja possível e indeterminado, o valor de a + b é:

a) -1 b) 4 c) 9 d) 14 e) 19

11. A figura dada representa a planificação de um tronco de cone reto com a indicação das medidas dos raios das circunferências das bases e da geratriz.



A medida da altura desse tronco de cone é (em cm):

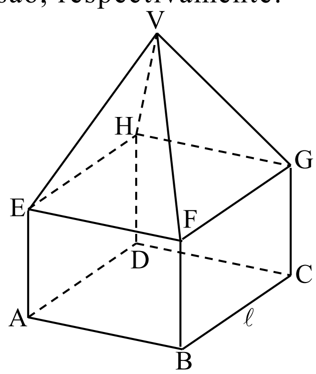
a) 13 c) 11 e) 9

b) 12 d) 10

12. Se forem tomadas ao acaso duas arestas de um prisma reto de bases triangulares, a probabilidade de que elas estejam em retas-suporte reversas é:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{2}$

13. Na figura dada, está representado um sólido geométrico de 9 faces, obtido a partir de um cubo e uma pirâmide. Sabendo que todas as arestas desse sólido têm medida ℓ, então as medidas da altura (distância do ponto V à face ABCD) e da superfície total desse sólido são, respectivamente:



a) $\ell\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right)$ e $\ell^2\left(\sqrt{3}+4\right)$

b) $\ell\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right)$ e $\ell^2\left(\sqrt{3}+5\right)$

c) $\ell\left(\frac{\sqrt{3}+2}{2}\right)$ e $\ell^2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+5\right)$

d) $\ell\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ e $\ell^2\left(\sqrt{3}+5\right)$

e) $\ell\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ e $\ell^2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+4\right)$

14. Os números das contas bancárias ou dos registros de identidade costumam ser seguidos por um ou dois dígitos, denominados dígitos verificadores, que servem para conferir sua validade e prevenir erros de digitação.

Em um grande banco, os números de todas as contas são formados por algarismos de 0 a 9, com a forma abcdef-xy, em que a sequência (abcdef) representa, nessa ordem, os algarismos do número da conta e x e y, nessa ordem, representam os dígitos verificadores.

Para obter os dígitos x e y, o sistema de processamento de dados do banco constrói as seguintes matrizes: $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} (a-b) \\ (c-d) \\ (e-f) \end{bmatrix}$.

Os valores de x e y são obtidos pelo resultado da operação matricial A.B = C, desprezando-se o valor de z. Assim, os dígitos verificadores correspondentes à conta corrente de número 356281 são:

a) 34 b) 41 c) 49 d) 51 e) 54

ESPECEX 2011

1. Considere as funções reais f(x) = 3x, de domínio [4, 8] e g(y) = 4y, de domínio [6, 9]. Os valores máximo e mínimo que o quociente $\frac{f(x)}{g(y)}$ pode assumir são, respectivamente:

a) $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ e 1 c) $\frac{4}{3}$ e $\frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{3}$ e) 1 e $\frac{1}{3}$

2. Seja o número complexo $z = \frac{x+yi}{3+4i}$, com x e y reais e $i^2 = -1$.

Se $x^2 + y^2 = 20$, então o módulo de z é igual a:

a) 0 b) $\sqrt{5}$ c) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ d) 4 e) 10

3. O domínio da função real $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{x^2 - 8x + 12}$ é:

a)]2, ∞[b)]2, 6[c)]-∞, 6] d)]-2, 2] e)]-∞, 2[

4. Na Física, as leis de Kepler descrevem o movimento dos planetas ao redor do Sol. Define-se como período de um planeta o intervalo de tempo necessário para que este realize uma volta completa ao redor do Sol. Segundo a terceira lei de Kepler, "Os quadrados dos períodos de revolução (T) são proporcionais aos cubos das distâncias médias (R) do Sol aos planetas", ou seja, $T^2 = kR^3$, em que k é a constante de proporcionalidade.

Sabe-se que a distância do Sol a Júpiter é 5 vezes a distância Terra-Sol; assim, se denominarmos T ao tempo necessário para que a Terra realize uma volta em torno do Sol, ou seja, ao ano terrestre, a duração do "ano" de Júpiter será:

a) $3\sqrt{5}$ T b) $5\sqrt{3}$ T c) $3\sqrt{15}$ T d) $5\sqrt{5}$ T e) $3\sqrt{3}$ T

5. Considerando log2 = 0,30 e log3 = 0,48, o número real x, solução da equação $5^{x-1} = 150$, pertence ao intervalo:

a)]-∞, 0] b) [4, 5[c)]1, 3[d) [0, 2[e) [5, +∞[

6. O conjunto solução do sistema $\begin{cases} 3^x . 27^y = 9 \\ y^3 + \frac{2}{3}xy^2 = 0 \end{cases}$ é formado por dois pontos, cuja localização no plano cartesiano é:

a) ambos no primeiro quadrante.

b) um no quarto quadrante e o outro no eixo x.

c) um no segundo quadrante e o outro no terceiro quadrante.

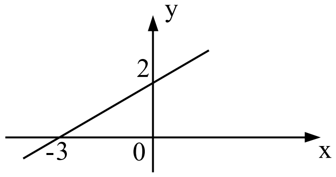
d) um no terceiro quadrante e o outro no eixo y.

e) um no segundo quadrante e o outro no eixo x.

7. Na pesquisa e desenvolvimento de uma nova linha de defensivos agrícolas, constatou-se que a ação do produto sobre a população de insetos em uma lavoura pode ser descrita pela expressão $N(t) = N_0.2^{kt}$, sendo N_0 a população no início do tratamento, N(t), a população após t dias de tratamento e k uma constante, que descreve a eficácia do produto. Dados de campo mostraram que, após dez dias de aplicação, a população havia sido reduzida à quarta parte da população inicial. Com estes dados, podemos afirmar que o valor da constante de eficácia deste produto é igual a:

a) 5^{-1} b) -5^{-1} c) 10 d) 10^{-1} e) -10^{-1}

8. Considere a função real f(x), cujo gráfico está representado na figura, e a função real g(x), definida por g(x) = f(x - 1) + 1. O valor de $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ é:



a) -3 b) -2 c) 0 d) 2 e) 3

9. A inequação $10^x + 10^{x+1} + 10^{x+2} + 10^{x+3} + 10^{x+4} < 11111$, em que x é um número real,

a) não tem solução

b) tem apenas uma solução

c) tem apenas soluções positivas

d) tem apenas soluções negativas

e) tem soluções positivas e negativas

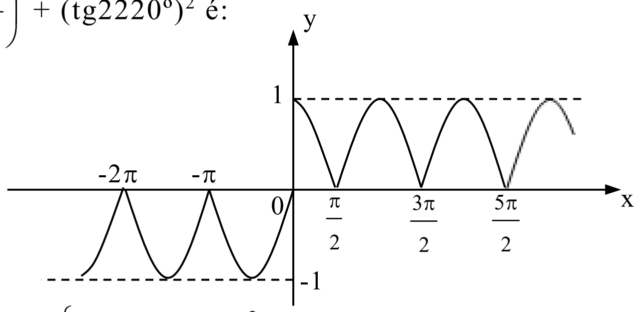
10. O cosseno do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 14 horas e 30 minutos vale:

a) $-\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ b) $-\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ c) $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$ d) $-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ e) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$

11. O valor numérico da expressão $\dfrac{\sec 1320^\circ}{2} - 2\cos\left(\dfrac{53\pi}{3}\right) + (\text{tg}2220^\circ)^2$ é:

a) -1 b) 0 c) $\dfrac{1}{2}$ d) 1 e) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

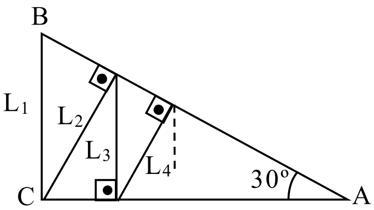
12 A função real f(x) está representada no gráfico dado. A expressão algébrica de f(x) é:



a) $\begin{cases} -|\text{sen}x|, \text{ se } x < 0 \\ |\cos x|, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -|\cos x|, \text{ se } x < 0 \\ |\text{sen}x|, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} -\text{sen}x, \text{ se } x < 0 \\ \cos x, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

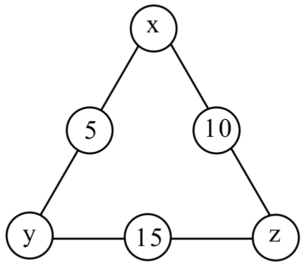
b) $\begin{cases} |\cos x|, \text{ se } x < 0 \\ |\text{sen}x|, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} |\text{sen}x|, \text{ se } x < 0 \\ |\cos x|, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

13. Considere o triângulo ABC dado, retângulo em C, em que BÂC = 30º. Nesse triângulo está representada uma sequência de segmentos cujas medidas estão indicadas por L_1, L_2, L_3, ..., L_n, em que cada segmento é perpendicular a um dos lados do ângulo de vértice A. O valor $\dfrac{L_9}{L_1}$ é:



a) $\dfrac{27\sqrt{3}}{128}$ b) $\dfrac{1}{128}$ c) $\dfrac{81}{256}$ d) $\dfrac{27}{64}$ e) $\dfrac{1}{256}$

14 A figura dada é formada por um dispositivo de forma triangular em que, nos vértices e nos 32pontos médios dos lados, estão representados alguns valores, nem todos conhecidos. Sabe-se que a soma dos valores correspondentes a cada lado do triângulo é sempre 24. Assim sendo, o valor numérico da expressão x - y·z é:



a) -2 b) -1 c) 2 d) 5 e) 10

15. Se todos os anagramas da palavra ESPCEX forem colocados em ordem alfabética, a palavra ESPCEX ocupará, nessa ordenação, a posição

a) 144 b) 145 c) 206 d) 214 e) 215

16. Se x é um número real positivo, então a sequência ($\log_3 x$, $\log_3 3x$, $\log_3 9x$) é

a) Uma Progressão Aritmética de razão 1
b) Uma Progressão Aritmética de razão 3
c) Uma Progressão Geométrica de razão 3
d) Uma Progressão Aritmética de razão $\log_3 x$
e) Uma Progressão Geométrica de razão $\log_3 x$

17. Pesquisas revelaram que, numa certa região, 4% dos homens e 10% das mulheres são diabéticos. Considere um grupo formado por 300 homens e 700 mulheres dessa região. Tomando-se ao acaso uma pessoa desse grupo, a probabilidade de que essa pessoa seja diabética é:

a) 4% b) 5% c) 5,4% d) 7,2% e) 8,2%

18. Considere as seguintes afirmações:

I- Se dois planos α e β são paralelos distintos, então as retas $r_1 \subset \alpha$ e $r_2 \subset \beta$ são sempre paralelas.

II- Se α e β são planos não paralelos distintos, existem as retas $r_1 \subset \alpha$ e $r_2 \subset \beta$ tal que r_1 e r_2 são paralelas.

III- Se uma reta r é perpendicular a um plano α no ponto P, então qualquer reta de α que passa por P é perpendicular a r.

Dentre as afirmações acima, é (são) verdadeira(s)

a) Somente II b) I e II c) I e III d) II e III e) I, II e III

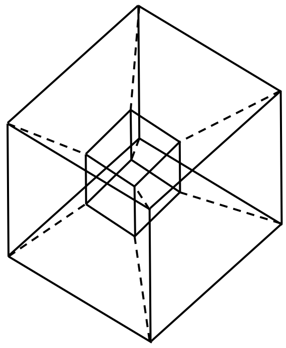
19. Considere um plano α e os pontos A, B, C e D tais que:

- O segmento AB tem 6cm de comprimento e está contido em α.
- O segmento BC tem 24cm de comprimento, está contido em α e é perpendicular a AB.
- O segmento AD tem 8cm de comprimento e é perpendicular a α.

Nessas condições, a medida do segmento CD é (em cm):

a) 26 b) 28 c) 30 d) 32 e) 34

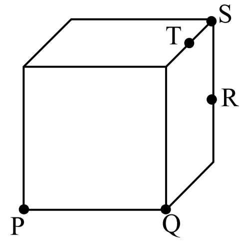
20. A figura espacial representada na figura dada, construída com hastes de plástico, é formada por dois cubos em que, cada vértice do cubo maior é unido a um vértice correspondente do cubo menor por uma aresta e todas as arestas desse tipo têm a mesma medida.



Se as arestas dos cubos maior e menor medem, respectivamente, 8cm e 4cm, a medida de cada uma das arestas que ligam os dois cubos é, em cm:

a) $6\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{3}$ e) $6\sqrt{3}$

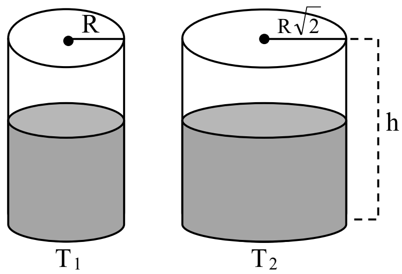
21. Na figura dada, está representado um cubo em que os pontos T e R são pontos médios de duas de suas arestas. Sabe-se que a aresta desse cubo mede 2cm. Assim, o volume do sólido geométrico definido pelos pontos PQRST, em cm^3, é:



a) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{5}{3}$ e) $\frac{32}{3}$

b) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{16}{3}$

22. A figura dada representa dois tanques cilíndricos, T_1 e T_2, ambos com altura h, e cujos raios das bases medem R e $R\sqrt{2}$, respectivamente. Esses tanques são usados para armazenar combustível e a quantidade de combustível existente em cada um deles é tal que seu nível corresponde a $\frac{2}{3}$ da altura.



O tanque T_1 contém gasolina pura e o tanque T_2 contém uma mistura etanol-gasolina, com 25% de etanol.

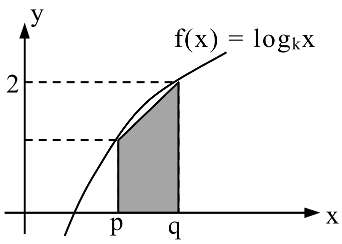
Deseja-se transferir gasolina pura do tanque T_1 para T_2 até que o teor de etanol na mistura em T_2 caia para 20%.

Nessas condições, ao final da operação, a diferença entre a altura dos níveis de T_1 e T_2 será:

a) $\frac{1}{2}h$ b) $\frac{1}{3}h$ c) $\frac{1}{4}h$ d) $\frac{1}{5}h$ e) $\frac{1}{6}h$

23. Na figura dada, dois vértices do trapézio sombreado estão no eixo x e os outros dois vértices estão sobre o gráfico da função real $f(x) = \log_k x$, com $k > 0$ e $k \neq 1$. Sabe-se que o trapézio sombreado tem 30 unidades de área; assim, o valor de $k + p - q$ é:

a) -20
b) -15
c) 10
d) 15
e) 20



24. O ponto da circunferência $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ que tem ordenada máxima é:

a) (0, -6) b) (-1, -3) c) (-1, 0) d) (2, 3) e) (2, -3)

25. Os polinômios A(x) e B(x) são tais que $A(x) = B(x) + 3x^3 + 2x^3 + x + 1$. Sabendo-se que -1 é raiz de A(x) e 3 é raiz de B(x), então A(3) - B(-1) é igual a:

a) 98 b) 100 c) 102 d) 103 e) 105

26. O ponto $P\left(a, \frac{1}{3}\right)$ pertence à parábola $x = \frac{y^2 + 3}{3}$. A equação da reta perpendicular à bissetriz dos quadrantes ímpares que passa por P é:

a) $27x + 27y - 37 = 0$ c) $27x + 37y - 27 = 0$ e) $27x + 37y - 9 = 0$

b) $37x + 27y - 27 = 0$ d) $27x + 27y - 9 = 0$

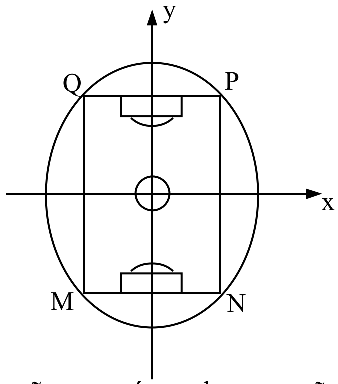
27. A representação no sistema cartesiano ortogonal da equação $9x^2 - y^2 = 36x + 8y - 11$ é dada por:

a) duas retas concorrentes c) uma elipse e) uma hipérbole

b) uma circunferência d) uma parábola

28. Num estádio de futebol em forma de elipse, o gramado é o retângulo MNPQ, inscrito na cônica, conforme mostra a figura. Escolhendo o sistema de coordenadas cartesianas indicado e tomando o metro como unidade, a elipse é descrita pela equação $\frac{x^2}{36^2} + \frac{y^2}{60^2} = 1$. Sabe-se também que os focos da elipse estão situados em lados do retângulo MNPQ.

Assim, a distância entre as retas MN e PQ é (em metros):



a) 48
b) 68
c) 84
d) 92
e) 96

29. As medidas em centímetros das arestas de um bloco retangular são as raízes da equação polinomial dada por $x^3 - 14x^2 + 64x - 96 = 0$. Denominando-se r, s e t essas medidas, se for construído um novo bloco retangular, com arestas medindo (r - 1), (s - 1) e (t - 1), ou seja, cada aresta medindo 1cm a menos que a do bloco anterior, a medida do volume desse novo bloco será:

a) $36cm^3$ b) $45cm^3$ c) $54cm^3$ d) $60cm^3$ e) $80cm^3$

30. Seja a função complexa $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 14x - 5$. Sabendo-se que 2 + i é raiz de P, o intervalo I de números reais que faz $P(x) < 0$, para todo $x \in I$ é:

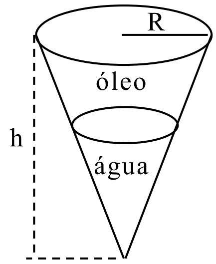
a) $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$ b) $]0, 1[$ c) $\left]\frac{1}{4}, 2\right[$ d) $]0, +\infty[$ e) $\left]-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right[$

ESPECEX 2012

1. Considere a circunferência (λ) $x^2 + y^2 - 4x = 0$ e o ponto $P(1, \sqrt{3})$. Se a reta t é tangente a λ no ponto P, então a abscissa do ponto de intersecção de t com o eixo horizontal do sistema de coordenadas cartesianas é:

a) -2 b) $2 + \sqrt{3}$ c) 3 d) $3 + \sqrt{3}$ e) $3 + 3\sqrt{3}$

2. Um recipiente em forma de cone circular reto, com raio da base R e altura h, está completamente cheio com água e óleo. Sabe-se que a superfície de contato entre os líquidos está inicialmente na metade da altura do cone. O recipiente dispõe de uma torneira que permite escoar os líquidos de seu interior, conforme indicado na figura. Se essa torneira for aberta, exatamente até o instante em que toda água e nenhum óleo escoar, a altura do nível do óleo, medida a partir do vértice será:



a) $\frac{\sqrt[3]{7}}{2}h$ b) $\frac{\sqrt[3]{7}}{3}h$ c) $\frac{\sqrt[3]{12}}{2}h$ d) $\frac{\sqrt[3]{23}}{2}h$ e) $\frac{\sqrt[3]{23}}{3}h$

3. A probabilidade de se obter um número divisível por 2 na escolha ao acaso de uma das permutações dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5 é:

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{2}$

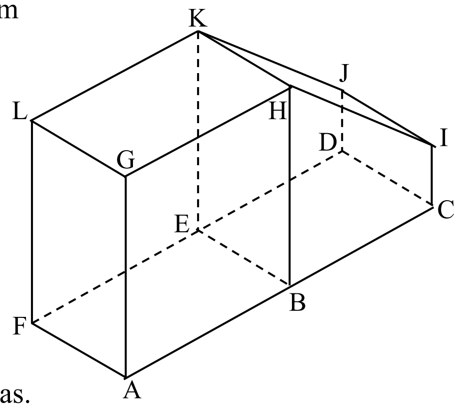
4. A figura geométrica formada pelos afixos das raízes complexas da equação $x^3 - 8 = 0$ tem área igual a:

a) $7\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{3}$ c) $5\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{3}$ e) $3\sqrt{3}$

5. Se $\frac{6 - \log_a m}{1 + \log_{a^2} m} = 2$, com $a > 0$, $a \neq 1$ e $m > 0$, então o valor de $\frac{\sqrt{m}}{a + \sqrt{m}}$ é:

a) 4 b) $\frac{1}{4}$ c) 1 d) 2 e) $\frac{1}{2}$

6. O sólido geométrico dado é formado pela justaposição de um bloco retangular e um prisma reto, com uma face em comum. Na figura estão indicados os vértices, tanto do bloco quanto do prisma.



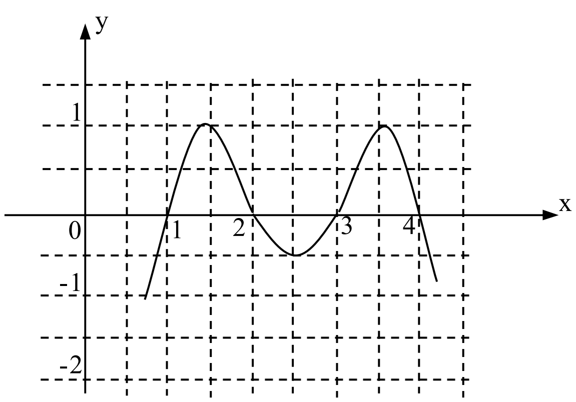
Considere os seguintes pares de retas definidas por pontos dessa figura: as retas LB e GE, as retas AG e HI e as retas AD e GK. As posições relativas desses pares de retas são, respectivamente,

a) concorrentes; reversas; reversas.
b) reversas; reversas; paralelas.
c) concorrentes, reversas; paralelas.
d) reversas; concorrentes; reversas.
e) concorrentes; concorrentes; reversas.

7. A figura a seguir apresenta o gráfico de um polinômio P(x) do 4º grau no intervalo]0, 5[.

O número de raízes reais da equação $P(x) + 1 = 0$ no intervalo]0, 5[é:

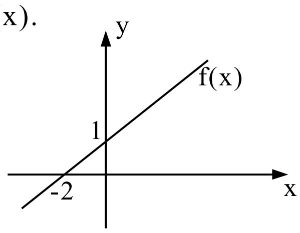
a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4



8. Em uma progressão aritmética, a soma S_n de seus n primeiros termos é $S_n = 5n^2 - 12n$, com $n \in \mathbb{N}^*$. A razão dessa progressão é:

a) -2 b) 4 c) 8 d) 10 e) 12

9. Na figura dada está representado o gráfico de uma função real do 1º grau f(x).
A expressão algébrica que define a função inversa de f(x) é:



a) $y = \frac{x}{2} + 1$ c) $y = 2x - 2$ e) $y = 2x + 2$

b) $y = x + \frac{1}{2}$ d) $y = -2x + 2$

10. Sendo $\overline{Z}$ o conjugado do número complexo Z e i a unidade imaginária, o número complexo Z que satisfaz à condição $Z + 2\overline{Z} = 2 - Zi$ é:

a) $z = 0 + 1i$ b) $z = 0 + 0i$ c) $z = 1 + 0i$ d) $z = 1 + i$ e) $z = 1 - i$

11. Um polinômio q(x), do 2º grau, é definido por $q(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e c reais, $a \neq 0$. Dentre os polinômios a seguir, aquele que verifica a igualdade $q(x) = q(1 - x)$, para todo x real, é:

a) $q(x) = a(x^2 + x) + c$ c) $q(x) = a^2(x^2 - x) + c$ e) $q(x) = a^2x + c$
b) $q(x) = a(x^2 - x) + c$ d) $q(x) = a^2(x^2 + x) + c$

12. Considere as seguintes afirmações:

I- Se uma reta r é perpendicular a um plano α , então todas as retas de α são perpendiculares ou ortogonais a r;

II- Se a medida da projeção ortogonal de um segmento AB sobre um plano α é a metade da medida do segmento AB, então a reta AB faz com α um ângulo de 60º;

III- Dados dois planos paralelos α e β, se um terceiro plano γ intercepta α e β, as interseções entre esses planos serão retas reversas;

IV- Se α e β são dois planos secantes, todas as retas de α também interceptam β.

Estão corretas as afirmações

a) apenas I e II b) apenas II e III c) I, II e III d) I, II e IV e) II, III e IV

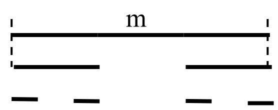
13. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & x \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} x & y+4 \\ y & 3 \end{bmatrix}$. Se x e y são valores para os quais B é a transposta da inversa da matriz A, então o valor de x + y é:

a) -1 b) -2 c) -3 d) -4 e) -5

14. Seja a função $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, \text{ se } x \text{ for racional} \\ 2x^4, \text{ se } x \text{ for irracional} \\ x^2 + 8, \text{ se } x \text{ não for real} \end{cases}$. Assim, o valor de $f\left(\frac{1}{2}\right) + f(i^{64} + 5i^{110}) + f\left(f\left(\sqrt{-2}\right)\right)$, em que $i^2 = -1$ é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

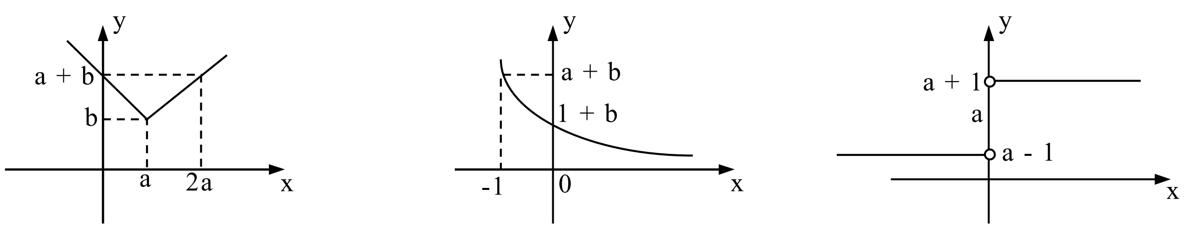
15. Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhantes ao objeto original. Em muitos casos, um fractal é gerado pela repetição indefinida de um padrão. A figura dada segue esse princípio. Para construí-la, inicia-se com uma faixa de comprimento m na primeira linha. Para obter a segunda linha, uma faixa de comprimento m é dividida em três partes congruentes, suprimindo-se a parte do meio. Procede-se de maneira análoga para a obtenção das demais linhas, conforme indicado na figura.



Se, partindo de uma faixa de comprimento m, esse procedimento for efetuado infinitas vezes, a soma das medidas dos comprimentos de todas as faixas é:

a) 3m b) 4m c) 5m d) 6m e) 7m

16. Nas figuras dadas estão representados os gráficos de três funções reais, sendo a > 1 e b > 0.



As expressões algébricas que podem representar cada uma dessas funções são, respectivamente,

a) $y = |x - a| - b$; $y = \left(\dfrac{1}{a+b}\right)^x + a$ e $y = \dfrac{|x+a|}{x-a}$

b) $y = |x - a| + b$; $y = (1 + a)^x + b$ e $y = \dfrac{|x|}{x} + a$

c) $y = |x + a| - b$; $y = \left(\dfrac{1}{a}\right)^x + b$ e $y = \dfrac{|x+a|}{x+a}$

d) $y = |x - a| + b$; $y = \left(\dfrac{1}{a}\right)^x + b$ e $y = \dfrac{|x|}{x} + a$

e) $y = |x + a| + b$; $y = \left(\dfrac{1}{1+b}\right)^x + a$ e $y = \dfrac{|x+a|}{x-a}$

17. Um jogo pedagógico foi desenvolvido com as seguintes regras:

– Os alunos iniciam a primeira rodada com 256 pontos;

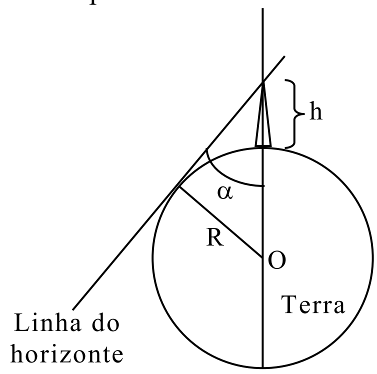
– Faz-se uma pergunta a um aluno. Se acertar, ele ganha a metade dos pontos que tem. Se errar, perde metade dos pontos que tem;

– Ao final de 8 rodadas, cada aluno subtrai dos pontos que tem os 256 iniciais, para ver se "lucrou" ou "ficou devendo".

O desempenho de um aluno que, ao final dessas oito rodadas, ficou devendo 13 pontos foi de:

a) 6 acertos e 2 erros
b) 5 acertos e 3 erros
c) 4 acertos e 4 erros
d) 3 acertos e 5 erros
e) 2 acertos e 6 erros

18. Em uma das primeiras tentativas de determinar a medida do raio da Terra, os matemáticos da antiguidade observavam, do alto de uma torre ou montanha de altura conhecida, o ângulo sob o qual se avistava o horizonte, tangente à Terra, considerada esférica, conforme mostra a figura. Segundo esse raciocínio, o raio terrestre em função do ângulo α é dado por:



a) $R = \dfrac{\text{sen}(\alpha h)}{1 - \text{sen}\alpha}$

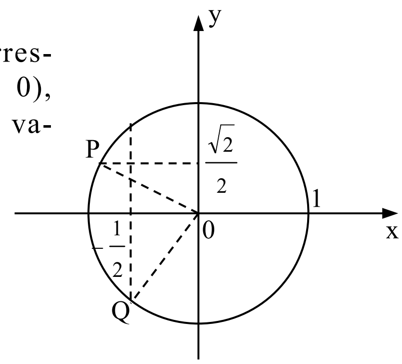
b) $R = \dfrac{h\,\text{sen}(\alpha)}{1 - \text{sen}\alpha}$

c) $R = \dfrac{h\,\text{sen}(\alpha)}{\text{sen}\alpha - 1}$

d) $R = \dfrac{1 - \text{sen}\alpha}{h\,\text{sen}\alpha}$

e) $R = \dfrac{1 + \text{sen}\alpha}{h\,\text{sen}\alpha}$

19. Os pontos P e Q representados no círculo trigonométrico dado correspondem às extremidades de dois arcos, ambos com origem em (1, 0), denominados respectivamente α e β, medidos no sentido positivo. O valor de $tg(\alpha + \beta)$ é:



a) $\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}$

b) $\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$

c) $2 + \sqrt{3}$

d) $2 - \sqrt{3}$

e) $-1 + \sqrt{3}$

20. Sejam as funções reais $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x}$ e $g(x) = x - 1$. O domínio da função $f(g(x))$ é:

a) $D = \{x \in R \,/\, x \leq -3 \text{ ou } x \geq 1\}$

b) $D = \{x \in R \,/\, -3 \leq x \leq 1\}$

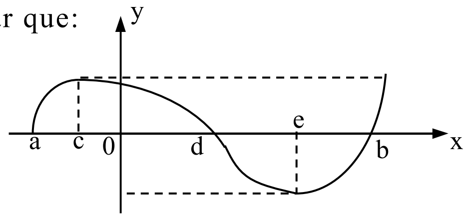
c) $D = \{x \in R \,/\, x \leq 1\}$

d) $D = \{x \in R \,/\, 0 \leq x \leq 4\}$

e) $D = \{x \in R \,/\, x \leq 0 \text{ ou } x \geq 4\}$

ESPECEX 2013

1. Na figura dada está representado o gráfico da função polinomial f, definida no intervalo real [a,b]. Com base nas informações fornecidas pela figura, podemos afirmar que:



a) f é crescente no intervalo [a, 0].
b) $f(x) \leq f(e)$ para todo x no intervalo [d, b].
c) $f(x) \leq 0$ para todo x no intervalo [c, 0].
d) a função f é decrescente no intervalo [c, e].
e) se $x_1 \in [a, c]$ e $x_2 \in [d, e]$ então $f(x_1) < f(x_2)$.

2. Um tenente do Exército está fazendo um levantamento topográfico da região onde será realizado um exercício de campo. Ele quer determinar a largura do rio que corta a região e por isso adotou os seguintes procedimentos: marcou dois pontos, A (uma árvore que ele observou na outra margem) e B (uma estaca que ele fincou no chão na margem onde ele se encontra); marcou um ponto C distante 9 metros de B, fixou um aparelho de medir ângulo (teodolito) de tal modo que o ângulo no ponto B seja reto e obteve uma medida de $\frac{\pi}{3}$ rad para o ângulo ACB. Qual foi a largura do rio que ele encontrou?

a) $9\sqrt{3}$ metros b) $3\sqrt{3}$ metros c) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ metros d) $\sqrt{3}$ metros e) 4,5 metros

3. Em um treinamento da arma de Artilharia, existem 3 canhões A, B e C. Cada canhão, de acordo com o seu modelo, tem um raio de alcance diferente e os três têm capacidade de giro horizontal de 360°. Sabendo que as distâncias entre A e B é de 9km, entre B e C é de 8km e entre A e C é de 6km, determine, em km^2, a área total que está protegida por esses 3 canhões, admitindo que os círculos são tangentes entre si.

a) $\frac{23}{2}\pi$ b) $\frac{23}{4}\pi$ c) $\frac{385}{8}\pi$ d) $\frac{195}{4}\pi$ e) $\frac{529}{4}\pi$

4. Se escolhermos, ao acaso, um elemento do conjunto dos divisores inteiros positivos do número 360, a probabilidade de esse elemento ser um número múltiplo de 12 é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{8}$

5. Uma indústria produz mensalmente x lotes de um produto. O valor mensal resultante da venda deste produto é $V(x) = 3x^2 - 12x$ e o custo mensal da produção é dado por $C(x) = 5x^2 - 40x - 40$. Sabendo que o lucro é obtido pela diferença entre o valor resultante das vendas e o custo da produção, então o número de lotes mensais que essa indústria deve vender para obter lucro máximo é igual a:

a) 4 lotes b) 5 lotes c) 6 lotes d) 7 lotes e) 8 lotes

6. Uma determinada empresa de biscoitos realizou uma pesquisa sobre a preferência de seus consumidores em relação a seus três produtos: biscoitos cream cracker, wafer e recheados. Os resultados indicaram:

- 65 pessoas compram cream crackers.
- 85 pessoas compram wafers.
- 170 pessoas compram biscoitos recheados.
- 20 pessoas compram wafers, cream crackers e recheados.
- 50 pessoas compram cream crackers e recheados.
- 30 pessoas compram cream crackers e wafers.
- 60 pessoas compram wafers e recheados.
- 50 pessoas não compram biscoitos dessa empresa.

Determine quantas pessoas responderam essa pesquisa.

a) 200 b) 250 c) 320 d) 370 e) 530

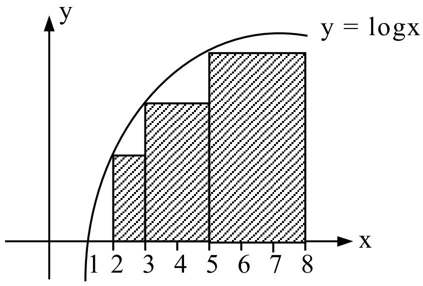
7 Sobre a curva $9x^2 + 25y^2 - 36x + 50y - 164 = 0$, assinale a alternativa correta.

a) Seu centro é (-2, 1)
b) A medida do seu eixo maior é 25
c) A medida do seu eixo menor é 9
d) A distância focal é 4
e) Sua excentricidade é 0,8

8. Considere que uma laranja tem a forma de uma esfera de raio 4cm, composta de 12 gomos exatamente iguais. A superfície total de cada gomo mede:

a) $\frac{4^3}{3}\pi cm^2$ b) $\frac{4^3}{9}\pi cm^2$ c) $\frac{4^2}{3}\pi cm^2$ d) $\frac{4^2}{9}\pi cm^2$ e) $4^3\pi cm^2$

9. Na figura dada, está representado o gráfico da função y = log x. Nesta representação estão destacados três retângulos cuja soma das áreas é igual a:



a) log2 + log3 + log5
b) log30
c) 1+ log30
d) 1 + 2log15
e) 1 + 2log 30

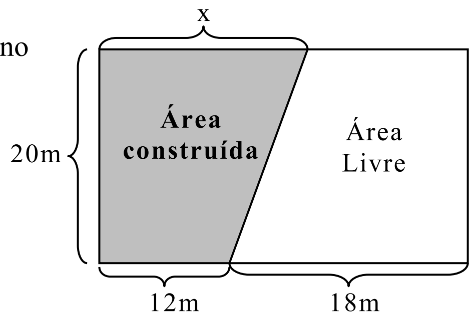
10. Sabendo que 2 é uma raiz do polinômio $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 2$, então o conjunto de todos os números reais x para os quais a expressão $\sqrt{P(x)}$ está definida é:

a) $1 \le x \le 2$ b) $x \le -\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{2} \le x \le 1$ d) $x \ne 2$ e) $x \ne 2$ e $x \ne 1$

11. Uma epidemia ocorre, quando uma doença se desenvolve num local, de forma rápida, fazendo várias vítimas, num curto intervalo de tempo. Segundo uma pesquisa, após t meses da constatação da existência de uma epidemia, o número de pessoas por ela atingida é $N(t) = \frac{20000}{2 + 15.4^{-2t}}$. Considerando que o mês tenha 30 dias, log2 ≅ 0,30 e log3 ≅ 0,48 , 2000 pessoas serão atingidas por essa epidemia, aproximadamente, em:

a) 7 dias b) 19 dias c) 3 meses d) 7 meses e) 1 ano

12. As regras que normatizam as construções em um condomínio definem que a área construída não deve ser inferior a 40% da área do lote e nem superior a 60% desta. O proprietário de um lote retangular pretende construir um imóvel de formato trapezoidal, conforme indicado na figura. Para respeitar as normas acima definidas, assinale o intervalo que contém todos os possíveis valores de x.



a) [6, 10] b) [8, 14] c) [10, 18] d) [16, 24] e) [12, 24]

13. O elemento da segunda linha e terceira coluna da matriz inversa da matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ é:

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{2}$ c) 0 d) -2 e) $-\frac{1}{3}$

14. Sendo z o número complexo obtido na rotação de 90º, em relação à origem, do número complexo 1 + i, determine z^3:

a) 1 - i b) -1 + i c) -2i d) -1 - 2i e) 2 + 2i

15. Considere um prisma regular reto de base hexagonal tal que a razão entre a aresta da base e a aresta lateral é $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Aumentando-se a aresta da base em 2cm e mantendo-se a aresta lateral, o volume do prisma ficará aumentado de $108cm^3$. O volume do prisma original é:

a) $18cm^3$ b) $36cm^3$ c) $18\sqrt{3}\ cm^3$ d) $36\sqrt{3}\ cm^3$ e) $40cm^3$

16. Se Y = {y ∈ R tal que |6y - 1| ≥ 5y - 10}, então:

a) $Y = \left]-\infty, \frac{1}{6}\right]$ b) Y = {-1} c) Y = R d) Y = ∅ e) $Y = \left]\frac{1}{6}, +\infty\right[$

17. Sejam dados a circunferência λ: $x^2 + y^2 + 4x + 10y + 25 = 0$ e o ponto P, que é simétrico de (-1, 1) em relação ao eixo das abscissas. Determine a equação da circunferência concêntrica à λ e que passa pelo ponto P.

a) $x^2 + y^2 + 4x + 10y + 16 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 4x + 10y + 12 = 0$
c) $x^2 - y^2 + 4x - 5y + 16 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 12 = 0$
e) $x^2 - y^2 - 4x - 10y - 17 = 0$

18. De todos os números complexos z que satisfazem a condição $|z - (2 - 2i)| = 1$, existe um número complexo z_1 que fica mais próximo da origem. A parte real desse número complexo z_1 é igual a:

a) $\frac{4-\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{4-\sqrt{2}}{4}$ d) $\frac{4+\sqrt{2}}{4}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

19. Os números naturais ímpares são dispostos como mostra o quadro:

1ª linha	1					
2ª linha	3	5				
3ª linha	7	9	11			
4ª linha	13	15	17	19		
5ª linha	21	23	25	27	29	
...	...	...	...	...	...	...

O primeiro elemento da 43ª linha, na horizontal, é:

a) 807 b) 1007 c) 1307 d) 1507 e) 1807

20. Dado o polinômio q(x) que satisfaz a equação $x^3 + ax^2 - x + b = (x - 1)\cdot q(x)$ e sabendo que 1 e 2 são raízes da equação $x^3 + ax^2 - x + b = 0$, determine o intervalo no qual $q(x) \leq 0$:

a) [-5, -4] b) [-3, -2] c) [-1, 2] d) [3, 5] e) [6, 7]

ESPECEX 2014

1. De uma caixa contendo 50 bolas numeradas de 1 a 50 retiram-se duas bolas, sem reposição. A probabilidade do número da primeira bola ser divisível por 4 e o número da segunda bola ser divisível por 5 é:

a) $\frac{12}{245}$ b) $\frac{14}{245}$ c) $\frac{59}{2450}$ d) $\frac{59}{1225}$ e) $\frac{11}{545}$

2. O número de soluções da equação $\frac{1}{2}|x|.|x - 3| = 2.\left|x - \frac{3}{2}\right|$, no conjunto R, é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

3. A população de peixes em uma lagoa varia conforme o regime de chuvas da região. Ela cresce no período chuvoso e decresce no período de estiagem. Esta população é descrita pela expressão $P(t) = 10^3\left(\cos\left(\left(\frac{t-2}{6}\right)\pi\right) + 5\right)$ em que o tempo t é medido em meses. É correto afirmar que:

a) o período chuvoso corresponde a dois trimestres do ano.
b) a população atinge seu máximo em t = 6.
c) o período de seca corresponde a 4 meses do ano.
d) a população média anual é de 6000 animais.
e) a população atinge seu mínimo em t = 4 com 6000 animais.

4. Um fabricante de poltronas pode produzir cada peça ao custo de R$300,00. Se cada uma for vendida por x reais, este fabricante venderá por mês (600 - x) unidades, em que $0 \leq x \leq 600$.

Assinale a alternativa que representa o número de unidades vendidas mensalmente que corresponde ao lucro máximo.

a) 150 b) 250 c) 350 d) 450 e) 550

5. O termo independente de x no desenvolvimento de $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{10}$ é igual a:

a) 110 b) 210 c) 310 d) 410 e) 510

6. Um cone de revolução tem altura 4cm e está circunscrito a uma esfera de raio 1cm. O volume desse cone (em cm^3) é igual a:

a) $\frac{1}{3}\pi$ b) $\frac{2}{3}\pi$ c) $\frac{4}{3}\pi$ d) $\frac{8}{3}\pi$ e) 3π

7. Permutam-se de todas as formas possíveis os algarismos 1, 3, 5, 7, 9 e, escrevem-se os números assim formados em ordem crescente. A soma de todos os números assim formados é igual a:

a) 1000000 b) 1111100 c) 6000000 d) 6666000 e) 6666600

8. Seja $\beta = \frac{1}{2}.\frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 3 - \log_{10} 7}$. O conjunto solução da desigualdade $3^{\cos(x)} \leq \left(\frac{3}{7}\right)^{\beta}$ no intervalo $[0, 2\pi)$, é igual a:

a) $\left[0, \frac{\pi}{3}\right)$ b) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$ c) $\left[\frac{\pi}{3}, 2\pi\right]$ d) $\left[\frac{\pi}{3}, 2\pi\right)$ e) $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

9 O polinômio $f(x) = x^5 - x^3 + x^2 + 1$, quando dividido por $q(x) = x^3 - 3x + 2$ deixa resto r(x).

Sabendo disso, o valor numérico de r(-1) é:

a) -10 b) -4 c) 0 d) 4 e) 10

10. Assinale a alternativa que representa o conjunto de todos os números reais para os quais está definida a função $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}{\sqrt[3]{x^2 - 4}}$.

a) R - {-2, 2}
b) $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$
c) $(-\infty, -2) \cup (-2, 1] \cup [5, +\infty)$
d) $(-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$
e) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

11. Sabendo que "c" e "d" são números reais, o maior valor de "d" tal que a função f: R $\rightarrow$ R definida por $f(x) = \begin{cases} -x + c, \text{ para } x \geq d \\ x^2 - 4x + 3, \text{ para } x < d \end{cases}$ seja injetora é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

12. A função f: R $\rightarrow$ R definida por $f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$ tem como algumas de suas raízes os números -1 e 1. Assinale a alternativa que representa o conjunto de todos os números reais para os quais a função f(x) é positiva.

a) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
b) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
c) $(-\infty, -1) \cup \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \cup [2, +\infty)$
d) $(-\infty, -3) \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right) \cup \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$
e) $(-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$

13. Considere a função bijetora f: $[1, +\infty) \rightarrow (-\infty, 3]$, definida por $f(x) = -x^2 + 2x + 2$ e seja (a, b) o ponto de intersecção de f com sua inversa. O valor numérico da expressão a + b é:

a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

14. Seja x um número real, I a matriz identidade de ordem 2 e A a matriz quadrada de ordem 2, cujos elementos são definidos por $a_{ij} = i - j$.

Sobre a equação em x definida por $\det(A - xI) = x + \det A$ é correto afirmar que:

a) as raízes são 0 e $\frac{1}{2}$
b) todo x real satisfaz a equação
c) apresenta apenas raízes inteiras
d) uma raiz é nula e a outra negativa
e) apresenta apenas raízes negativas

15. O ponto simétrico do ponto (1,5) em relação à reta de equação $2x + 3y - 4 = 0$ é o ponto:

a) (-3, -1) b) (-1, -2) c) (-4, 4) d) (3, 8) e) (3, 2)

16. A representação geométrica, no Plano de Argand-Gauss, do conjunto de pontos que satisfazem a condição $|z + 2 - 3i| = |z - 1 + 4i|$, com $z = x + yi$, sendo x e y números reais, é a reta de equação:

a) $2x - 3y + 7 = 0$ b) $3x - 7y - 2 = 0$ c) $2x - 3y + 3 = 0$ d) $4x - 3y + 3 = 0$ e) $2x - y = 0$

17 O valor de (cos165º + sen155º + cos145º - sen25º + cos35º + cos15º) é:

a) $\sqrt{2}$ b) -1 c) 0 d) 1 e) $\frac{1}{2}$

18. A soma de todas as soluções da equação $2\cos^3(x) - \cos^2(x) - 2\cos(x) + 1 = 0$, que estão contidas no intervalo $[0, 2\pi]$, é igual a:

a) 2π b) 3π c) 4π d) 5π e) 6π

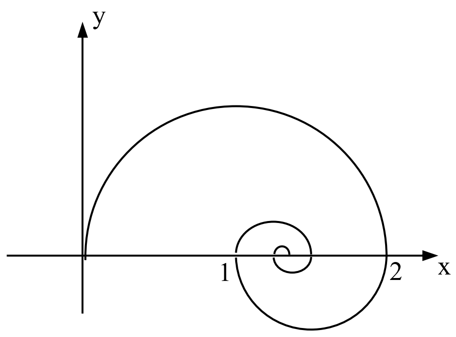
19. Uma reta t passa pelo ponto A(-3, 0) e é tangente à parábola de equação $x = 3y^2$ no ponto P.

Assinale a alternativa que apresenta uma solução correta de acordo com essas informações.

a) t: $x - 10y + 3 = 0$ e P(27, 3)
b) t: $2x - 15y + 6 = 0$ e P(12, 2)
c) t: $2x + 15y + 6 = 0$ e P(12, -2)
d) t: $y = 0$ e P(0, 0)
e) t: $x + 6y + 3 = 0$ e P(3, -1)

20. Na figura dada temos uma espiral formada pela união de infinitos semicírculos cujos centros pertencem ao eixo das abscissas. Se o raio do primeiro semicírculo (o maior) é igual a 1 e o raio de cada semicírculo é igual à metade do semicírculo anterior, o comprimento da espiral é igual a:

a) π b) 2π c) 3π d) 4π e) 5π



ESPECEX 2015

1. Fazendo x = ln5 temos que $y = e^x - e^{-x} = \frac{a}{b}$, $a \in Z$ e $b \in Z^*$, a e b primos entre si. Logo a + b é:

   a) 28 b) 29 c) 40 d) 51 e) 52

2. Considere as equações de nove retas distintas do plano cartesiano:

r_1: y = 3x - 2 r_2: 3x + y + 1 = 0 r_3: -x - 3y + 1 = 0 r_4: $y = -\frac{x}{3} + \frac{1}{3}$

r_5: 3x + 9y + 2 = 0 r_6: y = -3x + 7 r_7: 6x + 2y + 4 = 0 r_8: -3x - y - 9 = 0

r_9: $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

Sorteando aleatoriamente e sem reposição duas retas dessa lista, a probabilidade de obter duas retas cuja interseção é um conjunto não vazio é:

   a) 0,15 b) 0,25 c) 0,50 d) 0,75 e) 0,85

3. Para que o sistema linear $\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ 2x + 5y - 3z = b \end{cases}$, em que a e b são reais, seja possível e indeterminado, o valor de a+b é igual a:

   a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

4. Considere os polinômios $p(x) = x^{80} + 3x^{79} - x^2 - x - 1$ e $b(x) = x^2 + 2x - 3$. Sendo r(x) o resto da divisão de p(x) por b(x), o valor de $r\left(\frac{1}{2}\right)$ é igual a:

   a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) $\frac{5}{2}$

5. Considere as funções reais f e g, tais que $f(x) = \sqrt{x} + 4$ e $f(g(x)) = x^2 - 5$, onde g(x) é não negativa para todo x real. Assinale a alternativa cujo conjunto contém todos os possíveis valores de x, que satisfazem os dados do enunciado.

   a) R -]-3, 3[b) R - $\left]-\sqrt{5}, \sqrt{5}\right[$ c) $\left]-\sqrt{5}, \sqrt{5}\right[$ d)]-3, 3[e) R -]-∞, 3[

6. Se $(1 + i)\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\,\text{sen}\frac{\pi}{12}\right) = x + iy$, em que i é a unidade imaginária e x e y são números reais, o valor de $\sqrt{3}.x + y$ é:

   a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $3\sqrt{6}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. Considere o polinômio $p(x) = x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 4x^3 + x^2 - 2x$. Sobre as raízes de p(x) = 0, podemos afirmar que:

   a) quatro raízes são reais distintas
   b) quatro raízes são reais, sendo duas iguais
   c) apenas uma raiz é real
   d) apenas duas raízes são reais e iguais
   e) apenas duas raízes são reais distintas

8. Considere as afirmações:

I- Uma elipse tem como focos os pontos $F_1(-3, 0)$, $F_2(3, 0)$ e a medida do eixo maior é 8. Sua equação é $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$.

II- Os focos de uma hipérbole são dados por $F_1(-10, 0)$, $F_2(10, 0)$ e sua excentricidade é $\frac{5}{3}$. Sua equação é $16x^2 - 9y^2 = 576$.

III- A parábola $8x = -y^2 + 6y - 9$ tem como vértice o ponto V(3, 0).

Com base nessas afirmações, assinale a alternativa correta.

   a) todas as afirmações são falsas.
   b) apenas as afirmações (I) e (III) são falsas.
   c) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
   d) todas as afirmações são verdadeiras.
   e) apenas a afirmação (III) é verdadeira.

9. As medidas das arestas de um paralelepípedo retângulo são diretamente proporcionais a 3, 4 e 5 e a soma dessas medidas é igual a 48cm. Então a medida da sua área total, em cm^2, é:

a) 752 b) 820 c) 1024 d) 1302 e) 1504

10. A solução da equação $\dfrac{3!(x-1)!}{4(x-3)!} = \dfrac{182(x-2)!-x!}{2(x-2)!}$ é um número natural

a) maior que nove. b) ímpar. c) cubo perfeito. d) divisível por cinco. e) múltiplo de três.

11. Considere a circunferência que passa pelos pontos (0, 0), (0, 6) e (4, 0) em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais. Sabendo que os pontos (0,6) e (4,0) pertencem a uma reta que passa pelo centro dessa circunferência, uma das retas tangentes a essa circunferência, que passa pelo ponto (3, -2), tem por equação

a) $3x - 2y - 13 = 0$ b) $2x - 3y - 12 = 0$ c) $2x - y - 8 = 0$ d) $x - 5y - 13 = 0$ e) $8x + 3y - 18 = 0$

12. João e Maria iniciam juntos uma corrida, partindo de um mesmo ponto. João corre uniformemente 8km por hora e Maria corre 6km na primeira hora e acelera o passo de modo a correr mais $\dfrac{1}{2}$km cada hora que se segue. Assinale a alternativa correspondente ao número de horas corridas para que Maria alcance João.

a) 3 b) 5 c) 9 d) 10 e) 11

13. Da análise combinatória, pode-se afirmar que:

a) o número de múltiplos inteiros e positivos de 11, formados por três algarismos, é igual a 80.

b) a quantidade de números ímpares de quatro algarismos distintos que podemos formar com os dígitos 2, 3, 4, 5 e 6 é igual a 24.

c) o número de anagramas da palavra ESPCEX que têm as vogais juntas é igual a 60.

d) no cinema, um casal vai sentar-se em uma fileira com dez cadeiras, todas vazias. O número de maneiras que poderão sentar-se em duas cadeiras vizinhas é igual a 90.

e) a quantidade de funções injetoras definidas em $A = \{1, 3, 5\}$ com valores em $B = \{2, 4, 6, 8\}$ é igual a 24.

14. Um recipiente cilíndrico, cujo raio da base tem medida R, contém água até uma certa altura. Uma esfera de aço é mergulhada nesse recipiente ficando totalmente submersa, sem haver transbordamento de água. Se a altura da água subiu $\dfrac{9}{16}$R, então o raio da esfera mede:

a) $\dfrac{2}{3}R$ b) $\dfrac{3}{4}R$ c) $\dfrac{4}{9}R$ d) $\dfrac{1}{3}R$ e) $\dfrac{9}{16}R$

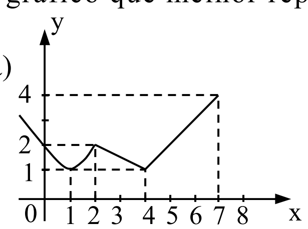
15. Considerando a função real definida por $\begin{cases} 2-|x-3|, \text{ se } x>2 \\ -x^2+2x+1, \text{ se } x \le 2 \end{cases}$, o valor de f(0) + f(4) é:

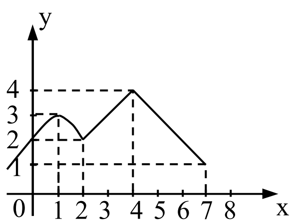
a) -8 b) 0 c) 1 d) 2 e) 4

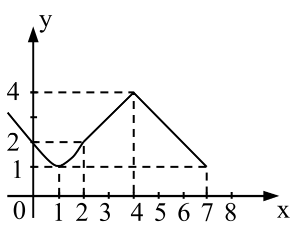
16. Sendo R a maior das raízes da equação $\dfrac{11x+6}{x-4} = x^2$, então o valor de 2R - 2 é:

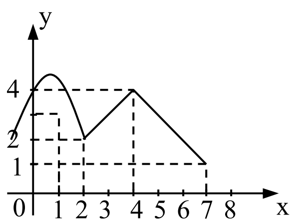
a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

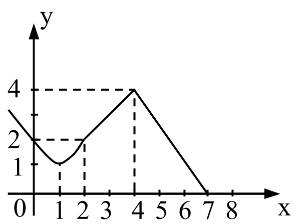
17 O gráfico que melhor representa a função real definida por $\begin{cases} 4-|x-4|, \text{ se } 2<x\le 7 \\ x^2-2x+2, \text{ se } x \le 2 \end{cases}$ é:

a)


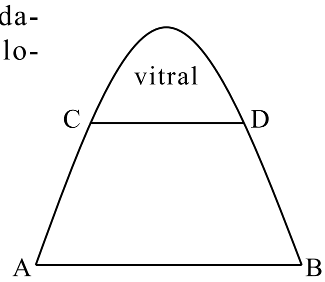
b)


c)


d)


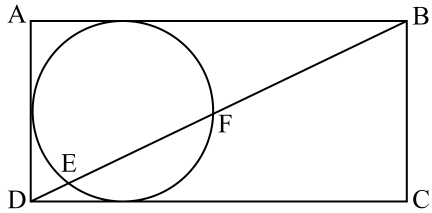
e)


18. Um portal de igreja tem a forma de um arco de parábola, conforme figura dada. A medida da sua base AB é 4m e da sua altura é 5m. Um vitral foi colocado 3,2m acima da base. Qual a medida CD da base, em metros?



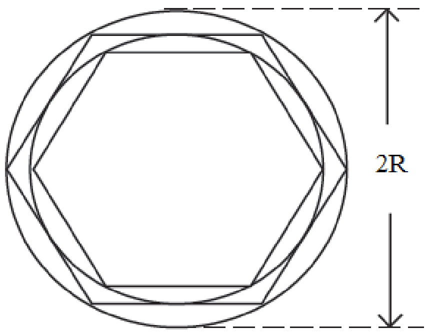
a) 1,44
b) 1,80
c) 2,40
d) 3,00
e) 3,10

19. Na figura dada, a circunferência de raio 3cm tangencia três lados do retângulo ABCD. Sabendo que a área deste retângulo é igual a 72cm^2, a medida do segmento EF, em cm, é igual a:



a) $3\sqrt{5}$ b) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ c) $6\sqrt{5}$ d) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ e) $12\sqrt{5}$

20. Considere o seguinte procedimento: em uma circunferência de diâmetro 2R, inscreve-se um hexágono regular para, em seguida, inscrever neste polígono uma segunda circunferência. Tomando esta nova circunferência, o processo é repetido gerando uma terceira circunferência. Caso este procedimento seja repetido infinitas vezes, a soma dos raios de todas as circunferências envolvidas nesse processo é igual a:



a) $2R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ b) $4R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ c) $4R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ d) $R\left(2+\sqrt{3}\right)$ e) $2R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

ESPECEX 2016

1. Seja C a circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 2 = 0$. Considere em C a corda MN cujo ponto médio é P(-1, -1). O comprimento de MN (em unidade de comprimento) é igual a:

   a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $2\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{3}$ e) 2

2. A sequência $(a_1, a_2, \ldots, a_{10})$ onde $a_1 = \frac{3}{2}$, $a_2 = \frac{5}{2}$, $a_3 = \frac{9}{2}$, ..., $a_{10} = \frac{1025}{2}$ é de tal forma que para cada $n \in \{1, 2, \ldots, 10\}$ temos que $a_n = b_n + c_n$, onde $(b_1, b_2, \ldots, b_{10})$ é uma PG com $b_1 \neq 0$ e de razão $q \neq \pm 1$ e $(c_1, c_2, \ldots, c_{10})$ é uma PA constante.

   Podemos afirmar que $a_1 + a_2 + \ldots + a_{10}$ é igual a:

   a) 98 b) 172 c) 260 d) 516 e) 1028

3. O valor da expressão $E = (999)^5 + 5.(999)^4 + 10.(999)^3 + 10.(999)^2 + 5.(999) + 1$ é igual a:

   a) 9.10^3 b) 9.10^{15} c) 10^{15} d) 999999 e) 999.10^{15}

4. Determine o algarismo das unidades da seguinte soma $S = \sum_{n=1}^{2016} n!$, em que n! é o fatorial do número natural n.

   a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

5. A soma das soluções da equação $\cos(2x) - \cos(x) = 0$, com $x \in [0, 2\pi)$, é igual a:

   a) $\frac{5\pi}{3}$ b) 2π c) $\frac{7\pi}{3}$ d) π e) $\frac{8\pi}{3}$

6. O número N de bactérias de uma cultura é dado em função do tempo t (em minutos), pela fórmula $N(t) = (2{,}5)^{1{,}2t}$. Considere $\log_{10}2 = 0{,}3$, o tempo (em minutos) necessário para que a cultura tenha 10^{84} bactérias é:

   a) 120 b) 150 c) 175 d) 185 e) 205

7. A probabilidade de um casal ter um filho de olhos azuis é igual a $\frac{1}{3}$. Se o casal pretende ter 4 filhos, a probabilidade de que no máximo dois tenham olhos azuis é:

   a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{8}{9}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{2}$

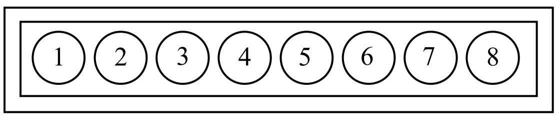
8. Considere a matriz $M = \begin{bmatrix} a & a^3 - b^3 & b \\ a & a^3 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$. Se a e b são números reais não nulos e det(M) = 0, então o valor de $14a^2 - 21b^2$ é igual a:

   a) 15 b) 28 c) 35 d) 49 e) 70

9. Os gráficos de $f(x) = 2$ e $g(x) = x^2 - |x|$ têm dois pontos em comum. O valor da soma das abscissas dos pontos em comum é igual a:

   a) 0 b) 4 c) 8 d) 10 e) 15

10. Um grupo é formado por oito homens e cinco mulheres. Deseja-se dispor essas oito pessoas em uma fila, conforme a figura dada, de modo que as cinco mulheres ocupem sempre as posições 1, 2, 3, 4 e 5 e os homens as posições 6, 7 e 8.



   Quantas formas possíveis de fila podem ser formadas obedecendo essas restrições?

   a) 56 b) 456 c) 40320 d) 72072 e) 8648640

11. Considere o sistema linear homogêneo $\begin{cases} x - 3y + kz = 0 \\ 3x + ky + z = 0 \\ kx + y = 0 \end{cases}$, onde k é um número real.

   O único valor que torna o sistema, acima, possível e indeterminado, pertence ao intervalo:

   a) (-4, -2] b) (-2, 1] c) (1, 2] d) (2, 4] e) (4, 6]

12. Considere a reta t mediatriz do segmento cujos extremos são os pontos em que a reta s: 2x - 3y +12 = 0 intercepta os eixos coordenados. Então, a distância do ponto M(1, 1) à reta t é:

a) $\frac{13\sqrt{3}}{11}$ b) $\frac{10\sqrt{13}}{13}$ c) $\frac{13\sqrt{11}}{13}$ d) $\frac{3\sqrt{11}}{13}$ e) $\frac{3\sqrt{3}}{11}$

13. Sejam z e v dois números complexos onde |z| = 1 e v tem suas coordenadas no plano de Argand-Gauss $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Sobre o número complexo z.v (resultante da multiplicação dos complexos z e v), podemos afirmar que:

a) sempre é um número real.

b) sempre tem módulo igual a 2.

c) sempre é um número imaginário puro.

d) pertence à circunferência $x^2 + y^2 = 1$

e) sempre tem argumento igual a $\frac{\pi}{4}$.

14. Os valores reais de n para os quais a reta t: y = x + n seja tangente à elipse de equação cuja equação é dada por $2x^2 + 3y^2 = 6$ são iguais a:

a) $-\sqrt{5}$ e $\sqrt{5}$ b) $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$ c) -3 e 3 d) -2 e 2 e) -5 e 5

15 O número real $\sqrt[3]{\frac{25}{8}+\frac{11\sqrt{2}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{25}{8}-\frac{11\sqrt{2}}{4}}$ pertence ao conjunto:

a) [-5, -3) b) [-3, -1) c) [-1, 1) d) [1, 3) e) [3, 5)

16. Determine o volume (em cm^3) de uma pirâmide retangular de altura "a" e lados da base "b" e "c" (a, b e c em centímetros), sabendo que a + b + c = 36 e "a", "b" e "c" são, respectivamente, números diretamente proporcionais a 6, 4 e 2.

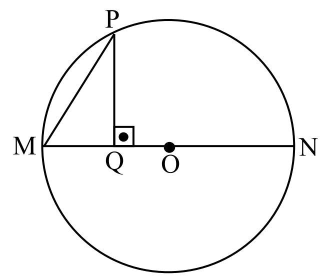
a) 16 b) 36 c) 108 d) 432 e) 648

17. As três raízes da equação $x^3 - 6x^2 + 21x - 26 = 0$ são m, n e p. Sabendo que m e n são complexas e que p é uma raiz racional, o valor de $m^2 + n^2$ é igual a:

a) -18 b) -10 c) 0 d) 4 e) 8

18. Se o perímetro de um triângulo equilátero inscrito em um círculo é 3cm, a área do círculo (em cm^2) é igual a:

a) $\frac{\pi}{3}$ b) 3π c) π d) $3\sqrt{3}\,\pi$ e) 81π

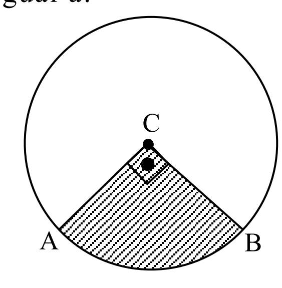


19. Na figura, o raio da circunferência de centro O é $\frac{25}{2}$cm e a corda MP mede 10cm. A medida, em centímetros, do segmento PQ é:

a) $\frac{25}{2}$ b) 10 c) $5\sqrt{21}$ d) $\sqrt{21}$ e) $2\sqrt{21}$

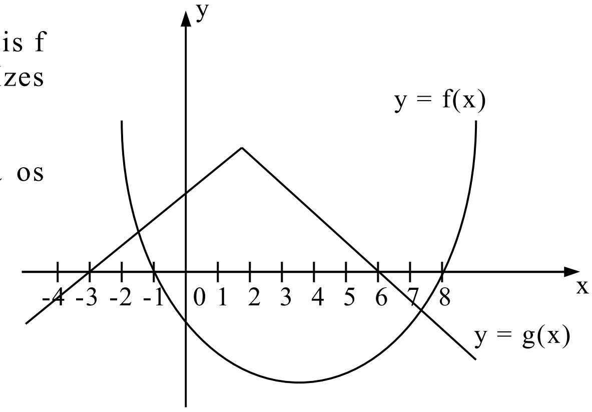
20. Corta-se de uma circunferência de raio 4cm, um setor circular de ângulo $\frac{\pi}{2}$rad (ver desenho ilustrativo), onde o ponto C é o centro da circunferência. Um cone circular reto é construído a partir desse setor circular ao se juntar os raios CA e CB. O volume desse cone, em cm^3, é igual a:

a) $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ b) $\frac{\sqrt{3}}{5}\pi$ c) $\frac{\sqrt{15}}{3}\pi$ d) $\frac{\sqrt{15}}{5}\pi$ e) $\frac{\sqrt{5}}{5}\pi$



ESPECEX 2017

1. Na figura estão representados os gráficos das funções reais f (quadrática) e g (modular) definidas em R. Todas as raízes das funções f e g também estão representadas na figura.



Sendo $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$, assinale a alternativa que apresenta os intervalos onde h assume valores negativos.

a) $]-3, -1] \cup]6, 8]$
b) $]-\infty, -3[\cup]-1, 6[\cup]8, +\infty[$
c)) $]-\infty, 2[\cup [4, +\infty[$
d) $]-\infty, -3[\cup [-1, 2[\cup [7, +\infty[$
e) $]-3, 1] \cup [2, 4[\cup]6, 8]$

2. Em uma população de homens e mulheres, 60% são mulheres, sendo 10% delas vegetarianas. Sabe-se, ainda, que 5% dos homens dessa população também são vegetarianos. Dessa forma, selecionando-se uma pessoa dessa população ao acaso e verificando-se que ela é vegetariana, qual é a probabilidade de que seja mulher?

a) 50% b) 70% c) 75% d) 80% e) 85%

3. Seja a igualdade $\dfrac{a}{3} - \dfrac{b}{5}i = \left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\text{sen}\dfrac{\pi}{6}\right)^4$, onde i é a unidade imaginária. Se a e b são números reais, então o quociente $\dfrac{a}{b}$ é igual a:

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ b) $\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$ c) $-\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$ d) $-\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ e) $\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$

4. Considere o triângulo com ângulos internos x, 45º e 120º. O valor de $tg^2(x)$ é igual a:

a) $\sqrt{3} - 2$ b) $4\sqrt{3} - 7$ c) $7 - 4\sqrt{3}$ d) $2 - \sqrt{3}$ e) $2 - 4\sqrt{3}$

5. Duas instituições financeiras fornecem senhas para seus clientes, construídas segundo os seguintes métodos:

- 1ª instituição: 5 caracteres distintos formados por elementos do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
- 2ª instituição: 6 caracteres distintos formados por duas letras, dentre as vogais, na primeira e segunda posições da senha, seguidas por 4 algarismos dentre os elementos do conjunto {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

Para comparar a eficiência entre os métodos de construção das senhas, medindo sua maior ou menor vulnerabilidade, foi definida a grandeza "força da senha", de forma que, quanto mais senhas puderem ser criadas pelo método, mais "forte" será a senha.

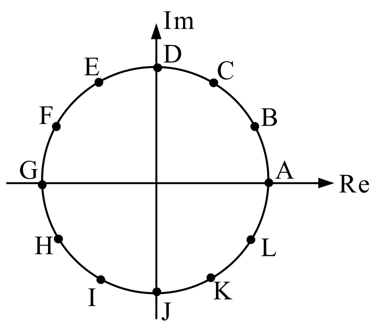
Com base nessas informações, pode-se dizer que, em relação à 2ª instituição, a senha da 1ª instituição é:

a) 10% mais fraca c) De mesma força e) 20% mais forte
b) 10% mais forte d) 20% mais fraca

6. A angioplastia é um procedimento médico caracterizado pela inserção de um cateter em uma veia ou artéria com o enchimento de um pequeno balão esférico localizado na ponta desse cateter. Considerando que, num procedimento de angioplastia, o raio inicial do balão seja desprezível e aumente a uma taxa constante de 0,5mm/s até que o volume seja igual a $500mm^3$, então o tempo, em segundos, que o balão leva para atingir esse volume é:

a) 10 b) $10\sqrt[3]{\dfrac{5}{\pi}}$ c) $10\sqrt[3]{\dfrac{2}{\pi}}$ d) $10\sqrt[3]{\pi}$ e) $10\sqrt[3]{\dfrac{3}{\pi}}$

7. Na figura dada, está representado o plano de Argand-Gauss com os afixos de 12 números complexos, identificados de A a L. Sabe-se que esses afixos dividem a circunferência em 12 partes iguais e que A=(1,0).



O polígono regular cujos vértices são os afixos de E é:

a) BEHK b) CFIL c) ADGJ d) BDHJ e) CEIK

8. O valor da altura de um cilindro reto de raio R, cujo volume é a soma dos volumes dos sólidos 1 e 2 é:

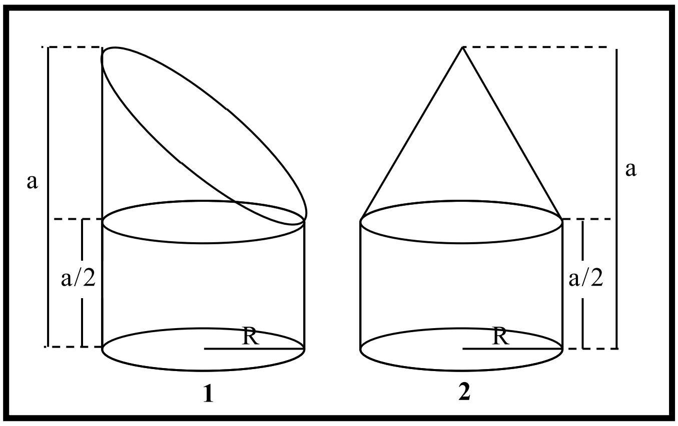
a) $\frac{13}{2}a$

b) $\frac{7}{6}a$

c) $\frac{5}{4}a$

d) $\frac{4}{3}a$

e) $\frac{17}{12}a$



9. Uma elipse tem centro na origem e vértices em (2a, 0) e (0, a), com a > 0. A área do quadrado inscrito nessa elipse é:

a) $\frac{16}{5}a^2$ b) $\frac{4}{5}a^2$ c) $\frac{12}{5}a^2$ d) $\frac{8}{5}a^2$ e) $\frac{20}{5}a^2$

10. Considere dois planos α e β perpendiculares e três retas distintas r, s e t tais que $r \subset \alpha$, $s \subset \beta$ e $t = \alpha \cap \beta$.

Sobre essas retas e os planos é correto afirmar que:

a) as retas r e s somente definirão um plano se forem concorrentes com t em um único ponto.

b) as retas r e s podem definir um plano paralelo à reta t.

c) as retas r e s são necessariamente concorrentes.

d) se r e s forem paralelas, então elas definem um plano perpendicular a α e β.

e) o plano definido por r e t é necessariamente paralelo a s.

11. Resolvendo a equação $\log_3(x^2 - 2x - 3) + \log_{\frac{1}{3}}(x - 1) = \log_3(x + 1)$, obtém-se:

a) S = {-1} b) S = {4, 5} c) S = {6} d) S = $\varnothing$ e) S = {4}

12. O conjunto solução da inequação $2sen^2x - \cos x - 1 \geq 0$, no intervalo $]0, 2\pi]$ é:

a) $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$ b) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$ c) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$ d) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$ e) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{6}, \frac{10\pi}{6}\right]$

13. Uma circunferência tem centro no eixo das abscissas, passa pelo ponto (4, 4) e não intercepta o eixo das ordenadas. Se a área do círculo definido por essa circunferência é 17π, a abscissa de seu centro é:

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

14. O conjunto solução da inequação $\left||x - 4| + 1\right| \leq 2$ é um intervalo do tipo [a, b]. O valor de a + b é:

a) -8 b) -2 c) 0 d) 2 e) 8

15. Uma matriz quadrada A, de ordem 3, é definida por $a_{ij} = \begin{cases} i - j, \text{ se } i > j \\ (-1)^{i+j}, \text{ se } i \leq j \end{cases}$. Então $\det(A^{-1})$ é igual a:

a) 4 b) 1 c) 0 d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{2}$

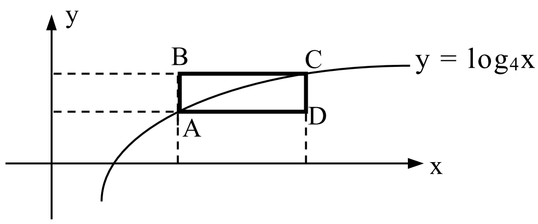
16. As raízes inteiras da equação $2^{3x} - 7.2^x + 6 = 0$ são:

a) 0 e 1 b) -3 e 1 c) -3, 1 e 2 d) -3, 0 e 1 e) 0, 1 e 2

17. A curva do gráfico dado representa a função $y = \log_4 x$. A área do retângulo ABCD é:

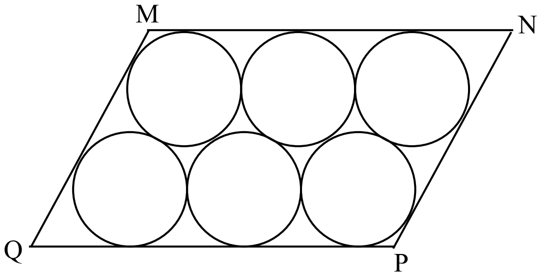
a) 12 c) 3 e) $\log_4 6$

b) 6 d) $6\log_4\frac{3}{2}$



18. Seis círculos de raio 1cm são inseridos no paralelogramo MNPQ, de área $X cm^2$, de acordo com a figura dada.

Sabendo-se que os seis círculos são tangentes entre si e com os lados do paralelogramo, a área X, em cm^2, é:



a) $11 + 6\sqrt{3}$ b) $\dfrac{30+14\sqrt{3}}{3}$ c) $10 + 5\sqrt{3}$ d) $11 - 6\sqrt{3}$ e) $\dfrac{36+20\sqrt{3}}{3}$

19. Determine o valor numérico do polinômio $p(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 2017$ para $x = 89$.

a) 53213009 b) 57138236 c) 61342008 d) 65612016 e) 67302100

20. Sendo $M = \text{arctg}(x)$, $N = \text{arctg}\left(\dfrac{1}{x}\right)$ e $P = \text{tg}(M - N)$, o valor de 30P para X = 15 é:

a) $\dfrac{224}{30}$ b) $\dfrac{45}{6}$ c) 45 d) 224 e) 225

Gabarito - Especex - 1996 a 2017

	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	
01	d/e	d	c	c	c	e	b	b	d	e	b	e	e	e	d	e	a	d	d	b	c	b	01
02	a	c	b	b	a	b	c	c	c	c	d	a	d	c	c	c	a	a	d		e	c	02
03	d	a	e	a	c	c	e	b	c	a	e	b	a	a	c	e	b	d	a	b	c	a	03
04	d	b	e	d	c	d	e	c	d	c		d	c	d	e	d	e	c	d	a	d	c	04
05	b		c		b	d	d	e	d	d	a	b	d	b	a	b	e	d	b	e	b	a	05
06	b	e	e	e	a	e	e	b	a	b	b	a	b	d	a	e	e	b	d	a	c	e	06
07	c	d	e	c	c	b	a	c	e	b	c	a	b	a	d	b	c	e	e	e	c	a	07
08	a	b	b	b	e	e	c	b	e	b	b	c	b	b	c	d	d	a	b	c	c	e	08
09	e	e	c	d	b	c	b	d	c	d	c	b	d	c	c	d	c	d	a	e	a	a	09
10	d	c	b	e	d	c	d	d	b	c	c	d	b	c	d	d	d	c	c	c	c	b	10
11	b	e	c	c	a	d	c		c	d	e	e	c	c	b	d		a	c	a	b	d	11
12	a	b	d	b	b	d	c		b	e	e	e	c	b	a	a	a	e	e	c	b	c	12
13	a	c	a	c	d	a	c		d	e	c	a	d	b	b	c	c	a	b	e	d	c	13
14	c	a	a	b	b	c	a		e	a	e	d	c	a	e	a	c	e	c	b	a	e	14
15	e	b	c	b	e	e	a		e		d	a				b	a	b	a	d	d	d	15
16	c	a	a	e	c	b	a		d		a	d				a	d	c	b	e	d	a	16
17	e	d	b	c	d	a	b		a							e	b	b	c	c	b	b	17
18	a	a	c	b	d	e	d		d							d	b	b	d	c	a	e	18
19	b	b	d	e	a	c	b		b							a	d	e	e	d	e	d	19
20	c	e	e	a	e	a	b		b							c	a	c	b	b	c	d	20
21	d	c	b	a	d	d	c									b							21
22	c	d	d	d	a	a	a									a							22
23	a	a	c	a	e	b	e									b							23
24	c	c	b	a	b	c	c									c							24
25	e	b	a	e	b	c	d									c							25
26	b	a	a	b	c	e	a									a							26
27	d	e	b	d	a	b	d									e							27
28	e	c	c	e	d	e	b									e							28
29	c	a	d	d	d	d	d									b							29
30	d	d	d	d	e	c	b									a							30
	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	