MATERIAL DE AULA — EXTENSIVO ENEM ONLINE – MATEMÁTICA – FRENTE 4

Semana 01 – Trigonometria no triângulo retângulo

Prof. Erickson

(Apostila Hexa – Aula 2 – Frente 3)

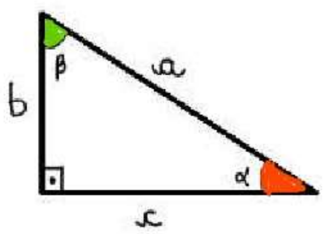
1) RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Dado um triângulo retângulo, define-se:

$$seno = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} \qquad cosseno = \frac{cateto\ \text{"}adjacente\text{"}}{hipotenusa} \qquad tangente = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$$

VIZINHO

Assim, temos:



$$sen(\alpha) = \frac{b}{a} \qquad cos(\alpha) = \frac{c}{a} \qquad tg(\alpha) = \frac{b}{c}$$

$$sen(\beta) = \frac{c}{a} \qquad cos(\beta) = \frac{b}{a} \qquad tg(\beta) = \frac{c}{b}$$

$$tg\alpha \cdot tg\beta = \frac{\cancel{b}}{\cancel{c}} \cdot \frac{\cancel{c}}{\cancel{b}} = 1$$

⇒ OBS 1:

Se $\alpha + \beta = 90°$, então α e β são chamados de <u>ângulos complementares</u> e, nesse caso, temos:

$$sen\,\alpha = cos\beta$$
$$sen\beta = cos\alpha$$
$$tg\alpha \cdot tg\beta = 1$$

⇒ OBS 2:

É válida a relação: $\boxed{tg(x) = \frac{sen(x)}{cos(x)}}$

$$tg\beta = \frac{sen\beta}{cos\beta} = \frac{c/a}{b/a} = \frac{c}{\cancel{a}} \cdot \frac{\cancel{a}}{b} = \frac{c}{b}$$

Exemplo 1: Considere dois ângulos cujas medidas a e b, em graus, são tais que $a + b = 90°$ e $4\text{sen}a - 10\text{sen}b = 0$

Nessas condições, é correto concluir que

a) $\text{tg}a = 1$ e $\text{tg}b = 1$ b) $\text{tg}a = 4$ e $\text{tg}b = \frac{1}{4}$ c) $\text{tg}a = \frac{1}{4}$ e $\text{tg}b = 4$ d) $\text{tg}a = \frac{2}{5}$ e $\text{tg}b = \frac{5}{2}$ ~~e)~~ $\text{tg}a = \frac{5}{2}$ e $\text{tg}b = \frac{2}{5}$

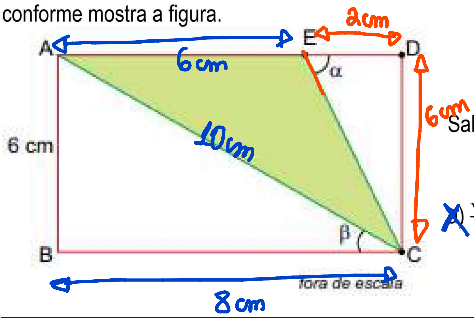
$$4\,sena - 10\,senb = 0$$
$$4\,sena = 10 \cdot \underbrace{senb}$$
$$4\,sena = 10 \cdot cosa$$
$$\frac{sena}{cosa} = \frac{10^{:2}}{4_{:2}} \Rightarrow \boxed{tga = \frac{5}{2}}$$

$$tga \cdot tgb = 1$$
$$\frac{5}{2} \cdot tgb = 1$$
$$\boxed{tgb = \frac{2}{5}}$$

(E)

Exemplo 2: **(Vunesp 2021)** Considere o retângulo ABCD de diagonal AC, e o triângulo ACE, de área igual a 18 m², sendo E um ponto sobre o lado AD, conforme mostra a figura.

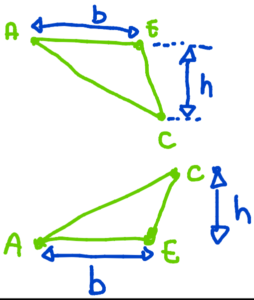
18 cm²



Sabendo que $m(B\hat{C}A) = \beta,\ m(D\hat{E}C) = \alpha$ e que sen $\beta = 0{,}6$, o valor do cos α é:

a) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ b) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ c) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ d) $\frac{1}{3}$ e) $\sqrt{10}$

$A = \frac{b.h}{2}$ (TRIÂNGULO)



ΔACE:

$18 = \frac{b.6}{2}$

$b = 6cm$

$AE = 6\ cm$

ΔABC

$\text{sen}\beta = \frac{6}{AC}$

$0{,}6 = \frac{6}{AC}$

$AC = \frac{6}{0{,}6}$

$AC = 10\ cm$

ΔABC

$10^2 = 6^2 + BC^2$

$100 = 36 + BC^2$

$BC = 8cm$

$AD = 8cm$

$AD = AE + ED$

$8 = 6 + ED$

$ED = 2cm$

ΔEDC:

$EC^2 = 2^2 + 6^2$

$EC = \sqrt{40} = \sqrt{4}.\sqrt{10}$

$EC = 2\sqrt{10}$

ΔEDC:

$\cos\alpha = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{10}}$

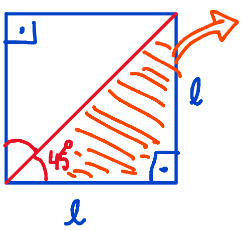
$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}$

$\boxed{\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}}$

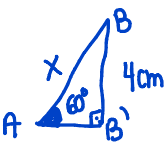
2) ÂNGULOS NOTÁVEIS

São os ângulos fundamentais para a geometria plana e para a trigonometria. Devido a importância deles, é necessário que se decore os seus resultados de seno, cosseno e tangente.

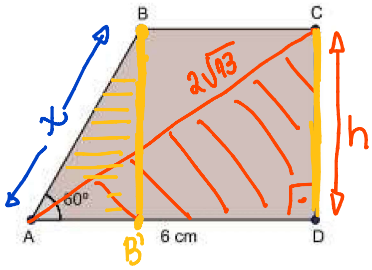
	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



$tg45° = \frac{l}{l} = 1$



Exemplo 3: **(Vunesp 2021)** Em um trapézio retângulo ABCD, o lado AD mede 6 cm e o ângulo BÂD mede 60º, conforme a figura.



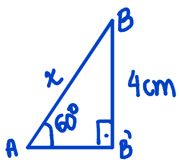
Sabendo-se que a diagonal AC mede $2\sqrt{13}$ cm, a medida do lado AB desse trapézio é:

*ΔACD:

$(2\sqrt{13})^2 = h^2 + 6^2$

$4.13 = h^2 + 36 \Rightarrow 52 = h^2 + 36 \Rightarrow h = 4cm$

*$BB' = CD = 4cm$



$\text{sen}\,60° = \frac{4}{x}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{x}$

$\sqrt{3}.x = 8$

$x = \frac{8}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{8\sqrt{3}}{3}cm}$