

## Exercícios de Matemática Conjuntos Numéricos

### TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Ufpe 96) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses a letra (V) se a afirmativa for verdadeira ou (F) se for falsa.

1. A expressão  $\{4/[(\sqrt{3}) - 1]\} - \{4/[(\sqrt{3})+1]\}$  é um número

- ( ) real irracional.
- ( ) natural divisível por 4.
- ( ) natural par.
- ( ) inteiro divisível por 3.
- ( ) primo.

2. (Unirio 95) Analisando a expressão

$$E = [(\sqrt{5} - \sqrt{2})/(\sqrt{7} + \sqrt{3})] + [(\sqrt{7} - \sqrt{3})/(\sqrt{5} + \sqrt{2})],$$

podemos afirmar:

- a)  $E \in \mathbb{N}$
- b)  $E \in \mathbb{R}^+$
- c)  $E \in \mathbb{Q}$
- d)  $E \in \mathbb{R}^-$
- e)  $E \in \mathbb{Z}$

3. (Pucsp 97) Efetue as divisões indicadas até a segunda casa decimal, desprezando as demais, sem arredondamento:

$$31/3$$

$$2/7$$

A soma dos quocientes obtidos é

- a) 10,61
- b) 10,75
- c) 1,61
- d) 1,31
- e) 1,28

4. (Fuvest 2000) Um número inteiro positivo  $n$  de 4 algarismos decimais satisfaz às seguintes condições:

- I) a soma dos quadrados dos 1º e 4º algarismos é 58;
- II) a soma dos quadrados dos 2º e 3º algarismos é 52;
- III) se deste número  $n$  subtrairmos o número 3816, obteremos um número formado pelos mesmos algarismos do número  $n$ , mas na ordem contrária.

Qual é esse número?

5. (Fuvest 94) Os números  $x$  e  $y$  são tais que  $5 \leq x \leq 10$  e  $20 \leq y \leq 30$ . O maior valor possível de  $x/y$  é

- a)  $1/6$
- b)  $1/4$
- c)  $1/3$
- d)  $1/2$
- e) 1

6. (Fuvest 94) Sendo  $A = \{2, 3, 5, 6, 9, 13\}$  e  $B = \{a^b/a \in A, b \in A \text{ e } a \neq b\}$ . O número de elementos de  $B$  que são números pares é:

- a) 5
- b) 8
- c) 10
- d) 12
- e) 13

7. (Unesp 94) Sejam  $x$  e  $y$  dois números reais não nulos e distintos entre si. Das alternativas a seguir, a única necessariamente verdadeira é:

- a)  $-x < y$ .
- b)  $x < x + y$ .
- c)  $y < xy$ .
- d)  $x^2 \neq y^2$ .
- e)  $x^2 - 2xy + y^2 > 0$ .

8. (Unicamp 94) A divisão de um certo número inteiro positivo  $N$  por 1994 deixa resto 148. Calcule o resto da divisão de  $N+2000$  pelo mesmo número 1994.

9. (Unicamp 94) Os números  $a=2121$  e  $b=136$  estão escritos nos sistemas de numeração de bases 3 e 7, respectivamente.

- a) Como se procede para descobrir qual desses números é o maior?
- b) Determine, então, o maior deles.

10. (Fuvest 95) Dividir um número por 0,0125 equivale a multiplicá-lo por:

- a)  $1/125$ .
- b)  $1/8$ .
- c) 8.
- d) 12,5.
- e) 80.

11. (Fuvest 95) O produto de dois números inteiros positivos, que não são primos entre si, é igual a 825. Então o máximo divisor comum desses dois números é:

- a) 1.
- b) 3.
- c) 5.
- d) 11.
- e) 15.

12. (Unicamp 95) a) Calcule as seguintes potências:

$$a=3^3, b=(-2)^3, c=3^{-2} \text{ e } d=(-2)^{-3}.$$

b) Escreva os números a, b, c, d em ordem crescente.

13. (Unicamp 95) Um número inteiro positivo de três algarismos termina em 7. Se este último algarismo for colocado antes dos outros dois, o novo número assim formado excede de 21 o dobro do número original. Qual é o número inicial? Justifique sua resposta.

14. (Unesp 95) Um determinado CD (compact disc) contém apenas três músicas gravadas. Segundo a ficha desse CD, os tempos de duração das três gravações são, respectivamente, 16:42 (dezesseis minutos e quarenta e dois segundos), 13:34 e 21:50. O tempo total de gravação é:

- a) 51:06.
- b) 51:26.
- c) 51:56.
- d) 52:06.
- e) 53:06.

15. (Unesp 94) A soma de n números é igual a 2000. Se a cada um deles acrescentarmos 20 e somarmos os resultados assim obtidos, a nova soma será 5000. Determine o número n de parcelas.

16. (Fuvest 90) O número de divisores do número 40 é:

- a) 8.
- b) 6.
- c) 4.
- d) 2.
- e) 20.

17. (Fuvest 91) No alto de uma torre de uma emissora de televisão duas luzes "pisçam" com frequências diferentes.

A primeira "pisca" 15 vezes por minuto e a segunda "pisca" 10 vezes por minuto. Se num certo instante as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a piscar simultaneamente?

- a) 12
- b) 10
- c) 20
- d) 15
- e) 30

18. (Unesp 91) Sejam a e b números naturais assim relacionados:  $a=1+b^2$ . Se b é ímpar, provar que a é par.

19. (Fuvest 92) Se  $-4 < x < -1$  e  $1 < y < 2$  então xy e  $2/x$  estão no intervalo:

- a) ] - 8, - 1 [
- b) ] - 2, - 1/2 [
- c) ] - 2, - 1 [
- d) ] - 8, - 1/2 [
- e) ] - 1, - 1/2 [

20. (Unicamp 92) Mostre que 3 divide  $n^3 - n$  qualquer que seja o número natural n.

21. (Fuvest 96) Qual, dos cinco números relacionados a seguir, não é um divisor de  $10^{15}$ ?

- a) 25
- b) 50
- c) 64
- d) 75
- e) 250

22. (Ufes 96) Assinale a afirmação correta:

- a)  $2^{100} + 2^{10} > 2^{101}$
- b) Não existe número real  $x$  tal que  $\sqrt[3]{x} = -2$
- c)  $\sqrt{(0,5)} > 1/2$
- d)  $\sqrt{2 - 0,41}$  é um número racional
- e) O produto de quaisquer dois números irracionais distintos é um número irracional.

23. (Unicamp 96) a) Quais são o quociente e o resto da divisão de 3785 por 17?

- b) Qual o menor número natural, maior que 3785, que é múltiplo de 17?

24. (Uel 94) São dadas as sentenças:

- I. O número 1 tem infinitos múltiplos.
- II. O número 0 tem infinitos divisores.
- III. O número 161 é primo.

É correto afirmar que SOMENTE

- a) I é verdadeira.
- b) II é verdadeira.
- c) III é verdadeira.
- d) I e II são verdadeiras.
- e) II e III são verdadeiras.

25. (Uel 96) Seja o número inteiro  $AB$ , onde  $A$  e  $B$  são algarismos das dezenas e das unidades, respectivamente. Invertendo-se a posição dos algarismos  $A$  e  $B$ , obtém-se um número que excede  $AB$  em 27 unidades. Se  $A + B$  é um quadrado perfeito, então  $B$  é igual a

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

26. (Uel 96) Existem, para doação a escolas, 2000 ingressos de um espetáculo e 1575 de outro. Cada escola deve receber ingressos para somente um dos espetáculos e todas as escolas devem receber a mesma quantidade de ingressos. Distribuindo-se todos os ingressos, o número mínimo de escolas que poderão ser contempladas nessa doação é

- a) 117
- b) 123
- c) 128
- d) 135
- e) 143

27. (Ufmg 94) O MENOR número inteiro positivo que, ao ser dividido por qualquer um dos números, dois, três, cinco ou sete, deixa RESTO UM, é

- a) 106
- b) 210
- c) 211
- d) 420
- e) 421

28. (Ufmg 94) Uma bicicleta de CR\$28.000,00 deveria ser comprada por um grupo de rapazes que contribuiriam com quantias iguais.

Como três deles desistiram da compra, a quota de cada um dos outros ficou aumentada em CR\$1.200,00. O número de rapazes que COMPRARAM a bicicleta é

- a) uma potência de 7.
- b) uma potência de 5
- c) uma potência de 2.
- d) um divisor de 9.
- e) uma potência de 11.

29. (Ufmg 94) Em relação aos números naturais, a única afirmativa falsa é

- a) Todo número divisível pelo produto de dois outros é divisível por qualquer um deles.
- b) Se um número divide o produto de dois outros, ele divide um deles.
- c) Um divisor comum de dois números divide a soma deles.
- d) Se um número divide dois outros, ele divide o máximo divisor comum deles.
- e) Se um número é múltiplo de dois outros, ele é múltiplo do mínimo múltiplo comum deles.

30. (Ufmg 94) Se  $a = \sqrt[4]{5}$ ,  $b = 33/25$ , e  $c = 1,323232\dots$ , a afirmativa verdadeira é

- a)  $a < c < b$
- b)  $a < b < c$
- c)  $c < a < b$
- d)  $b < a < c$
- e)  $b < c < a$

31. (Ufmg 94) De uma praça partem, às 6 horas da manhã, dois ônibus A e B. Sabe-se que o ônibus A volta ao ponto de partida a cada 50 minutos, e o ônibus B, a cada 45 minutos.

O primeiro horário, após as 6 horas, em que os ônibus partirão juntos é

- a) 7 horas e 35 minutos.
- b) 11 horas e 35 minutos.
- c) 11 horas e 50 minutos.
- d) 13 horas e 30 minutos.
- e) 13 horas e 50 minutos.

32. (Ufmg 95) O menor número inteiro positivo  $n$  pelo qual se deve multiplicar 1188 para se obter um número divisível por 504 é tal que

- a)  $1 \leq n < 6$
- b)  $7 \leq n < 10$
- c)  $10 \leq n < 20$
- d)  $20 \leq n < 30$
- e)  $n \geq 30$

33. (Ufmg 95) Numa república hipotética, o presidente deve permanecer 4 anos em seu cargo; os senadores, 6 anos e os deputados, 3 anos. Nessa república, houve eleição para os três cargos em 1989. A próxima eleição simultânea para esses três cargos ocorrerá, novamente, em

- a) 1995
- b) 1999
- c) 2001
- d) 2002
- e) 2005

34. (Unesp 89) Seja  $R$  o número real representado pela dízima  $0,999\dots$

Pode-se afirmar que:

- a)  $R$  é igual a 1.
- b)  $R$  é menor que 1.
- c)  $R$  se aproxima cada vez mais de 1 sem nunca chegar.
- d)  $R$  é o último número real menor que 1.
- e)  $R$  é um pouco maior que 1.

35. (Unesp 89) João e Tomás partiram um bolo retangular. João comeu a metade da terça parte e Tomás comeu a terça parte da metade. Quem comeu mais?

- a) João, porque a metade é maior que a terça parte.
- b) Tomás.
- c) Não se pode decidir porque não se conhece o tamanho do bolo.
- d) Os dois comeram a mesma quantidade de bolo.
- e) Não se pode decidir porque o bolo não é redondo.

36. (Ufpe 95) Qual o maior inteiro  $n$  para que  $3^n$  divida o produto

$20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ ?

- a) 2
- b) 7
- c) 8
- d) 9
- e) 20

37. (Ufpe 95) Assinale a alternativa falsa:

- a) se  $m$  e  $n$  são números ímpares, então  $m^2 + n^2$  é par;
- b) o número  $1,73$  é menor que  $\sqrt{3}$ ;
- c) o produto de dois números irracionais é um número irracional;
- d) se  $k$  é um número real e  $0 < k < 1$ , então  $k^{95} < k^{94}$ ;
- e) o produto de dois números racionais é um número racional.

38. (Ufsc 96) Assinale a ÚNICA proposição CORRETA.

Se  $n$  é um número natural e  $x=2^n$ , a soma dos divisores de  $x$ , é:

- 01.  $2(2^n - 1)$ .
- 02.  $2^{n+1} - 1$ .
- 04.  $2^n - 1$ .
- 08.  $2^n - 2$ .
- 16.  $2^{n-1}$ .

39. (Uece 96) Sejam  $n_1$  e  $n_2$  números inteiros positivos, sendo  $n_1 \cdot n_2 = 18$ . Se o quociente e o resto da divisão de  $n_1$  por  $n_2$  são, respectivamente, 5 e 2, então  $n_1 \cdot n_2$  é igual a:

- a) 82
- b) 84
- c) 86
- d) 88

40. (Fgv 95) Seja  $X$  o maior número inteiro de 4 algarismos que é divisível por 13 e  $Y$  o menor número inteiro positivo de 4 algarismos que é divisível por 17. A diferença  $X-Y$  é um número

- a) primo.
- b) múltiplo de 6.
- c) menor que 5000.
- d) quadrado perfeito.
- e) divisível por 5.

41. (Fgv 95) São dados os números  $x=0,00375 \cdot 10^{-6}$  e  $y=22,5 \cdot 10^{-8}$ . É correto afirmar que

- a)  $y = 6\%x$
- b)  $x = 2/3y$
- c)  $y = 2/3x$
- d)  $x = 60y$
- e)  $y = 60x$

42. (Uel 95) O menor número inteiro  $n$ , estritamente positivo, que torna a expressão  $3 \cdot 500 \cdot n$  um cubo perfeito é

- a) 35
- b) 49
- c) 56
- d) 98
- e) 105

43. (Fuvest 97) O menor número natural  $n$ , diferente de zero, que torna o produto de 3888 por  $n$  um cubo perfeito é

- a) 6
- b) 12
- c) 15
- d) 18
- e) 24

44. (Cesgranrio 93) O resto da divisão do inteiro  $n$  por 12 é igual a 7. O resto da divisão de  $n$  por 4 é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

45. (Cesgranrio 93) Há dois tipos de anos bissextos:

- a) os divisíveis por 4, mas não por 100.
- b) os divisíveis por 400. Sabendo-se que 1<sup>o</sup> de janeiro de 1993 será uma 6<sup>a</sup> feira, 1<sup>o</sup> de janeiro de 2001 será: a) 2<sup>a</sup> feirab) 4<sup>a</sup> feirac) 6<sup>a</sup> feirad) sábadoe) domingo

46. (Mackenzie 96) I) Não existe  $x$  natural,  $x > 1$ , tal que  $x^2 + x$  seja um número primo.

II)  $y^3 - y$  é divisível por 6, qualquer que seja o natural  $y$ .

III) Não existem  $x$  e  $y$ , inteiros positivos, tais que  $4^y = 9^x$ .

Relativamente às afirmações anteriores, assinale:

- a) se I, II e III estiverem corretas.
- b) se somente I e II estiverem corretas.
- c) se somente I e III estiverem corretas.
- d) se somente I estiver correta.
- e) se somente III estiver correta.

47. (Mackenzie 96)  $m$  e  $k$  são os dois menores números naturais positivos pelos quais devemos dividir, respectivamente, 3.600 e 4.050, a fim de obter quocientes iguais. Então  $k \cdot m$  vale:

- a) 36
- b) 48
- c) 72
- d) 80
- e) 92

48. (Fei 96) A diferença entre dois valores inteiros é 6, os dois valores são maiores que 10 e menores que 100 e a soma dos dois é descrita pelos mesmos algarismos que compõem a notação do valor maior, mas em posições invertidas. Quanto vale essa soma?

- a) 24
- b) 81
- c) 18
- d) 42
- e) 48

49. (Unicamp 97) Sabe-se que um número natural escrito na base 10 como  $\dots a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$  é divisível por 11 se, e somente se,  $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + \dots$  for um número divisível por 11.

- a) Aplique o critério acima para mostrar que o número natural escrito na base 10 como 123456789 não é divisível por 11.
- b) Qual o menor número natural que devemos subtrair do número 123456789 para que a diferença seja um número divisível por 11?

50. (Cesgranrio 90) Se  $p/q$  é a fração irredutível equivalente à dízima periódica  $0,323232\dots$ , então  $q-p$  vale:

- a) 64.
- b) 67.
- c) 68.
- d) 69.
- e) 71.

51. (Mackenzie 97) Se um número natural  $k$  é o produto de  $n$  números primos distintos e positivos, então o número de divisores positivos de  $k$  é:

- a)  $2^{n-1}$
- b)  $2^n$
- c)  $2^n - 1$
- d)  $2^{n+1}$
- e)  $2^n + 1$

52. (Uel 97) Na divisão de um número inteiro  $A$  por 64, obtêm-se quociente  $Q$  e resto  $R$ . Se  $R$  é o múltiplo de 18 e  $Q$  é múltiplo de 30, então  $A$  é

- a) um número ímpar.
- b) sempre um quadrado perfeito.
- c) divisível por 6.
- d) menor de 500.
- e) sempre maior que 1920.

53. (Ufmg 99) Sabe-se que o número  $2^{13} - 1$  é primo. Seja  $n = 2^{17} - 16$ .

No conjunto dos números naturais, o número de divisores de  $n$  é

- a) 5
- b) 8
- c) 6
- d) 10

54. (Ufmg 99) Um número natural  $n$  tem três algarismos, todos não-nulos.

A soma dos três algarismos de  $n$  é igual a 12 e o quadrado de um desses algarismos é igual à soma dos outros dois.

Assinale a única afirmativa FALSA em relação a essa situação.

- a)  $n$  é sempre múltiplo de 3.
- b) O produto dos três algarismos de  $n$  é sempre menor que 56.
- c) 3 é sempre um dos algarismos de  $n$ .
- d) Existem 21 valores possíveis para  $n$ .

55. (Fuvest 99) Dados dois números reais  $a$  e  $b$  que satisfazem as desigualdades  $1 \leq a \leq 2$  e  $3 \leq b \leq 5$ , pode-se afirmar que

- a)  $a/b \leq 2/5$
- b)  $a/b \geq 2/3$
- c)  $1/5 \leq a/b \leq 2/3$
- d)  $1/5 \leq a/b \leq 1/2$
- e)  $3/2 \leq a/b \leq 5$

56. (Ufrj 98) Determine um número inteiro cujo produto por 9 seja um número natural composto apenas pelo algarismo 1.

57. (Ufrj 97) Determine os números naturais maiores do que zero que, ao serem divididos por 8, apresentam resto igual ao dobro do quociente.

58. (Unb 96) Dois números positivos,  $a$  e  $b$ , têm produto igual a 525. Sabendo que a divisão de  $a$  por  $x$  tem quociente 4 e resto 1 e que a divisão de  $b$  por  $x+1$  tem também quociente 4 e resto 1, calcule o valor de  $a + b$ .

59. (Unb 98) Considerando  $a$  e  $b$  quaisquer números reais que satisfazem à condição  $0 \leq a < b$ , julgue os itens que se seguem.

- (1)  $1/(1 + a^2) \leq 1/(1 + b^2)$
- (2)  $a/(1 + a) \leq b/(1 + b)$
- (3)  $b/(a^2 + 3b^2) > a/(b^2 + 3a^2)$
- (4)  $|a - b| < |a^2 - b^2|$

60. (Puccamp 99) Na divisão do número 206 por um inteiro positivo  $n$ , obtêm-se quociente  $q$  e resto 60. Quantos pares de valores  $(n; q)$  satisfazem as condições dadas?

- a) Um.
- b) Dois.
- c) Três.
- d) Quatro.
- e) Mais do que 4.

61. (Puc-rio 99) O valor de  $\sqrt{1,777...} / \sqrt{0,111...}$  é

- a) 4,444...
- b) 4.
- c) 4,777...
- d) 3.
- e) 4/3.

62. (Pucsp 99) Considere o número inteiro  $P=100.101.102....200$ , produto de 101 números inteiros sucessivos. Ao escrever-se  $P$  como um produto de fatores primos, o número de vezes que o fator 7 aparece é

- a) 15
- b) 16
- c) 17
- d) 18
- e) 19

63. (Ufrjr 99) Em uma divisão cujo divisor é 29, temos o quociente igual a 15. Sabendo-se que o resto desta divisão é o maior possível, podemos afirmar que seu dividendo é igual a

- a) 797.
- b) 407.
- c) 391.
- d) 435.
- e) 463.

64. (Ufv 99) Considere as afirmações a seguir:

- (I) O número 2 é primo.
- (II) A soma de dois números ímpares é sempre par.
- (III) Todo número primo multiplicado por 2 é par.
- (IV) Todo número par é racional.
- (V) Um número racional pode ser inteiro.

Atribuindo V para as afirmações verdadeiras e F para as falsas, assinale a seqüência CORRETA:

- a) V, V, V, V, V
- b) V, F, V, V, V
- c) V, F, V, V, F
- d) F, F, V, V, V
- e) V, F, V, F, F

65. (Uel 99) Considere todos os números inteiros  $A$  que divididos por 29 deixam um resto igual ao quociente. Se  $0 < A < 120$ , quantos valores  $A$  pode assumir?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

66. (Ufes 99) Quantos fatores primos distintos tem o número  $N=1999^2-1997^2-1998^2$ ?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

67. (Uece 99) Se  $n$  é um número primo positivo e  $S_n$  a soma de todos os números primos positivos e menores ou iguais a  $n$  (por exemplo,  $S_5=2+3+5=10$ ), o valor de  $S_{23}$  é igual a:

- a) 98
- b) 99
- c) 100
- d) 101

68. (Ufsc 99) Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

01. Sejam  $x$  e  $y$  o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de 15 e 18, respectivamente. Então o produto  $xy=270$ .

02. Se  $A=\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$ , então,  $A$  é equivalente a  $\{x^2/x \in \mathbb{N} \text{ e } 1 < x < 7\}$ .

04. Numa divisão, cujo resto não é nulo, o menor número que se deve adicionar ao dividendo para que ela se torne exata é  $(d-r)$ , sendo  $d$  o divisor e  $r$  o resto.

08. O conjunto solução da inequação  $(x-3)/(x-2) \leq 1$ , para  $x \neq 2$ , é  $\{x \in \mathbb{R}/1 \leq x < 2\}$ .

16. Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos finitos disjuntos. Então  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ , onde  $n(X)$  representa o número de elementos de um conjunto  $X$ .

69. (Mackenzie 99) Na igualdade  $2^x + y^2 = 8$ , com  $x$  e  $y$  inteiros e positivos, se  $x$  assumir o menor valor possível, então  $y \sqrt{x}$  estará no intervalo:

- a)  $[1, 2[$
- b)  $[2, 3[$
- c)  $[3, 4[$
- d)  $[4, 5[$
- e)  $[5, 6[$

70. (Fuvest 2000) Se  $x$  e  $y$  são dois números inteiros, estritamente positivos e consecutivos, qual dos números abaixo é necessariamente um inteiro ímpar?

- a)  $2x + 3y$
- b)  $3x + 2y$
- c)  $xy + 1$
- d)  $2xy + 2$
- e)  $x + y + 1$

71. (Puccamp 2000) Considere os conjuntos:

$\mathbb{N}$ , dos números naturais,  
 $\mathbb{Q}$ , dos números racionais,  
 $\mathbb{Q}_+$ , dos números racionais não negativos,  
 $\mathbb{R}$ , dos números reais.

O número que expressa

- a) a quantidade de habitantes de uma cidade é um elemento de  $\mathbb{Q}_+$ , mas não de  $\mathbb{N}$ .
- b) a medida da altura de uma pessoa é um elemento de  $\mathbb{N}$ .
- c) a velocidade média de um veículo é um elemento de  $\mathbb{Q}$ , mas não de  $\mathbb{Q}_+$ .
- d) o valor pago, em reais, por um sorvete é um elemento de  $\mathbb{Q}_+$ .
- e) a medida do lado de um triângulo é um elemento de  $\mathbb{Q}$ .

72. (Ufrj 2001) Prove que, se o quadrado de um número natural  $n$  é par, então o próprio número  $n$  tem que ser, obrigatoriamente, par (isto é,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n^2$  par  $\rightarrow n$  par).

73. (Ufsc 2001) Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

01. A operação de subtração definida no conjunto dos números inteiros possui a propriedade comutativa.

02. O número racional representado por  $1/3$  também pode ser representado na forma decimal finita.

04. O valor absoluto de um número real menor que zero é o oposto dele.

08. O número 437 é primo.

16. O argumento principal do número complexo  $z = -1 + \sqrt{3}i$  é  $2\pi/3$ .

32. A diferença entre os números reais  $\sqrt{75}$  e  $5\sqrt{3}$  é um número racional.

74. (Uff 2001) O número  $\pi - \sqrt{2}$  pertence ao intervalo:

- a)  $[1, 3/2]$
- b)  $(1/2, 1]$
- c)  $[3/2, 2]$
- d)  $(-1, 1)$
- e)  $[-3/2, 0]$



75. (Unifesp 2002) Um número inteiro  $n$ , quando dividido por 7, deixa resto 5. Qual será o resto na divisão de  $n^2 + n$  por 7?

- a) 5.
- b) 4.
- c) 3.
- d) 2.
- e) 1.

76. (Ita 2002) Considere as seguintes afirmações sobre números reais positivos:

- I. Se  $x > 4$  e  $y < 2$ , então  $x^2 - 2y > 12$ .
- II. Se  $x > 4$  ou  $y < 2$ , então  $x^2 - 2y > 12$ .
- III. Se  $x^2 < 1$  e  $y^2 > 2$ , então  $x^2 - 2y < 0$ .

Então, destas é (são) verdadeira(s)

- a) apenas I.
- b) apenas I e II.
- c) apenas II e III.
- d) apenas I e III.
- e) todas.

77. (Puc-rio 2002) Seja  $T$  um triângulo isósceles de base  $b$  e altura  $a$ , onde  $a$  e  $b$  são inteiros. Dado que os lados de  $T$  medem  $\sqrt{10}$ , calcule a área de  $T$ .

78. (Ufpe 2002) Sobre o natural  $2^{30} - 1$  é incorreto afirmar que ele é:

- a) divisível por  $2^{15} - 1$
- b) divisível por  $2^{20} + 2^{10} + 1$
- c) divisível por  $2^{15} + 1$
- d) divisível por  $2^{10} - 1$
- e) um número primo

79. (Pucpr 2001) Numa divisão o quociente é 3 e o resto 6. A soma do dividendo, do divisor, do quociente e do resto é 107.

Qual a diferença entre o dividendo e o divisor?

- a) 23
- b) 75
- c) 52
- d) 58
- e) 79

80. (Ufal 99) Sabe-se que o número  $A = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 31$  é o mínimo múltiplo comum dos números 2480 e 1500. Determine a soma  $x+y+b+t$ .

81. (Ufpi 2000) Se  $x = 1,333\dots$  e  $y = 0,1666\dots$  então  $x + y$  é igual a:

- a)  $7/5$
- b)  $68/45$
- c)  $13/9$
- d)  $4/3$
- e)  $3/2$

82. (Puc-rio 2000) O valor de  $\sqrt{(2,777\dots)}$  é:

- a) 1,2.
- b) 1,666... .
- c) 1,5.
- d) um número entre  $1/2$  e 1.
- e) 3, 49.

83. (Ufc 2000) Sejam  $x$  e  $y$  números reais tais que:

$$1/4 < x < 1/3; 2/3 < y < 3/4 \text{ e } A = 3x - 2y$$

Então é correto afirmar que:

- a)  $4/3 < A < 5/2$
- b)  $3/4 < A < 1$
- c)  $-4/3 < A < -3/4$
- d)  $-3/4 < A < -1/3$
- e)  $-1/3 < A < 0$

84. (Ufc 2000) Se  $1/[(1/3+1/4)] = p/q$ , onde  $p$  e  $q$  são números inteiros positivos relativamente primos, determine  $p+q$ .

85. (Ufpe 2000) Para um número natural  $n$  defina  $p(n) = n^2 - n + 41$ . Analise as afirmações.

- ( )  $p(5)$  é primo.
- ( ) Considerando que  $p(0), p(1), p(2), p(3), \dots, p(40)$  são primos temos que  $p(n)$  é primo para todo natural  $n$ .
- ( )  $p(41)$  não é primo
- ( ) Existem infinitos valores de  $n$  para os quais  $p(n)$  não é primo.
- ( ) Para todo primo  $p$  existe natural  $n$  tal que  $p(n)=p$ .

86. (Pucrs 2001) A determinação por compreensão do conjunto  $A=[a; b]$  é

- a)  $\{x \in \mathbb{N} \mid a \leq x \leq b\}$
- b)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid a \leq x \leq b\}$
- c)  $\{x \in \mathbb{Q} \mid a \leq x \leq b\}$
- d)  $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$
- e)  $\{x \in \mathbb{C} \mid a \leq x \leq b\}$

87. (Ufmg 2002) A soma de dois números inteiros positivos, com dois algarismos cada um, é 58.

Os quatro algarismos são distintos entre si.

A soma desses quatro algarismos é um número

- a) menor que 9.
- b) múltiplo de 3.
- c) primo.
- d) maior que 30.

88. (Ufrj 2003) Um número natural deixa resto 3, quando dividido por 7, e resto 5, quando dividido por 6. Qual o resto da divisão desse número por 42? Justifique.

89. (Ufmg 2003) Considere  $x$ ,  $y$  e  $z$  números naturais. Na divisão de  $x$  por  $y$  obtém-se quociente  $z$  e resto 8.

Sabe-se que a representação decimal de  $x/y$  é a dízima periódica  $7,363636\dots$

Então, o valor de  $x + y + z$  é

- a) 190.
- b) 193.
- c) 191.
- d) 192.

90. (Ufpe 2003) Seja  $A/B$ , com  $A$  e  $B$  inteiros primos entre si, a fração geratriz da dízima periódica  $4,373737\dots$ . Indique a soma dos algarismos de  $A$ .

91. (Ufsm 2003) Assinale verdadeira (V) ou falsa (F) em cada uma das afirmações a seguir.

( ) A letra grega  $\pi$  representa o número racional que vale 3,14159265.

( ) O conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais são subconjuntos dos números reais e possuem apenas um ponto em comum.

( ) Toda dízima periódica provém da divisão de dois números inteiros, portanto é um número racional.

A seqüência correta é

- a) F - V - V.
- b) V - V - F.
- c) V - F - V.
- d) F - F - V.
- e) F - V - F.

92. (Uel 2003) Observe os seguintes números.

I. 2,212121...

II. 3,212223...

III.  $\pi/5$

IV. 3,1416

V.  $\sqrt{-4}$

Assinale a alternativa que identifica os números irracionais.

- a) I e II
- b) I e IV
- c) II e III
- d) II e V
- e) III e V

93. (Ufmg 2004) Seja  $N$  o menor número inteiro pelo qual se deve multiplicar 2.520 para que o resultado seja o quadrado de um número natural.

Então, a soma dos algarismos de  $N$  é

- a) 9.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 10.

94. (Ufsc 2004) Assinale a soma dos números associados à(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) A representação dos pontos do plano através de pares ordenados de números reais  $(x, y)$  deve estar sempre referenciada a um sistema de eixos ortogonais.

(02) Um subconjunto  $A$  dos números reais será denominado intervalo quando a implicação " $(a, b \in A \text{ e } a < x < b) \rightarrow (x \in A)$ " for verdadeira.

(04) É possível obter uma bijeção entre o conjunto  $N$  dos números naturais e o conjunto  $Z$  dos números inteiros.

(08) É possível obter uma bijeção entre o conjunto  $N$  dos números naturais e o conjunto  $Q_+$  dos números racionais positivos.

(16) Se  $a < b$  são dois números racionais existem sempre  $x$  racional e  $y$  irracional com  $a < x < b$  e  $a < y < b$ .

95. (Puc-rio 2004) A soma  $1,3333... + 0,16666... é$  igual a:

- a)  $1/2$
- b)  $5/2$
- c)  $4/3$
- d)  $5/3$
- e)  $3/2$

96. (Ita 2004) Seja o conjunto  $S = \{r \in Q: r \geq 0 \text{ e } r^2 \leq 2\}$ , sobre o qual são feitas as seguintes afirmações:

- I.  $5/4 \in S$  e  $7/5 \in S$ .
- II.  $\{x \in IR: 0 \leq x \leq \sqrt{2}\} \cap S = \emptyset$ .
- III.  $\sqrt{2} \in S$ .

Pode-se dizer, então, que é (são) verdadeira(s) apenas

- a) I e II
- b) I e III
- c) II e III
- d) I
- e) II

97. (Ufg 2004) Sejam os conjuntos:

$$A = \{2n : n \in Z\} \text{ e } B = \{2n - 1 : n \in Z\}$$

Sobre esses conjuntos, pode-se afirmar:

- I.  $A \cap B = \emptyset$ .
  - II.  $A$  é o conjunto dos números pares.
  - III.  $B \cup A = Z$ .
- Está correto o que se afirma em:
- a) I e II, apenas.
  - b) II, apenas.
  - c) II e III, apenas.
  - d) III, apenas.
  - e) I, II e III.

98. (Fuvest 2005) O menor número inteiro positivo que devemos adicionar a 987 para que a soma seja o quadrado de um número inteiro positivo é

- a) 37
- b) 36
- c) 35
- d) 34
- e) 33

99. (Uff 2005) Sophie Germain introduziu em seus cálculos matemáticos um tipo especial de número primo descrito abaixo.

Se  $p$  é um número primo e se  $2p + 1$  também é um número primo, então o número primo  $p$  é denominado primo de Germain.

Pode-se afirmar que é primo de Germain o número:

- a) 7
- b) 17
- c) 18
- d) 19
- e) 41

100. (Ufsc 2005) Qualquer que seja o número real  $x$ , ele obedece à relação  $n \leq x < n + 1$ , sendo  $n$  um número inteiro. Diz-se que  $n$  é a parte inteira de  $x$  e é denotada por  $E(x) = n$ .

A partir dessa definição de  $E$ , calcular  $Y$  na expressão:

$$Y = [4 \times E(\sqrt{299}) + 2 \times E(\log_5 127) - E(\text{sen} 233^\circ)] / [E(7/8) + E(\sqrt{2})]$$

101. (Ufmg 2006) Considere o conjunto de números racionais  $M = \{5/9, 3/7, 5/11, 4/7\}$ .

Sejam  $x$  o menor elemento de  $M$  e  $y$  o maior elemento de  $M$ .

Então, é CORRETO afirmar que

a)  $x = 5/11$  e  $y = 4/7$ .

b)  $x = 3/7$  e  $y = 5/9$ .

c)  $x = 3/7$  e  $y = 4/7$ .

d)  $x = 5/11$  e  $y = 5/9$ .

102. (Pucrj 2006) Para  $a = 2,01$ ,  $b = \sqrt{4,2}$  e  $c = 7/3$  temos:

a)  $a < b < c$

b)  $b < c < a$

c)  $c < b < a$

d)  $c < a < b$

e)  $b < a < c$

103. (Ufmg 94) No conjunto dos números reais para os quais as expressões a seguir estão definidas, a ÚNICA alternativa VERDADEIRA é

a)  $(xy + 1)/x = y + 1$

b)  $1/[\sqrt{x} - 1] = [\sqrt{x} - 1]/(x - 1)$

c)  $a^{2x}/a^x = a^2/a = a$

d)  $(x/7) = (28/5) \rightarrow (x/1) = (4/5) \rightarrow x = 4/5$

e)  $1/(1 + x^{-a}) = x^a/(x^a + 1)$

## GABARITO

1. F V V F F

2. [B]

3. [A]

4. 7463

5. [D]

6. [C]

7. [E]

8. O resto é igual a 154.

9. a) Para descobrir qual é o maior número, basta escrevê-los no mesmo sistema de numeração e depois compará-los.

b) O maior número é o  $b = 76$ .

10. [E]

11. [C]

12. a)  $a = 27$ ,  $b = -8$ ,  $c = 1/9$  e  $d = -1/8$

b) Como  $-8 < -1/8 < 1/9 < 27$ , temos  $b < d < c < a$ .

13. O número é 357.

14. [D]

15.  $n = 150$

16. [A]

17. [A]

18.  $a = 1 + b^2$

$b = 2k + 1$

$a = 1 + (2k + 1)^2 =$

$1 + 4k^2 + 4k + 1 =$

$2(2k^2 + 2k + 1)$

Se  $2k^2 + 2k + 1 = k'$ , então  $a = 2k'$  portanto,  $a$  é par

19. [D]

20.  $n^3 - n = (n + 1) n(n - 1)$ , onde  $n$  é natural.

Logo,  $n^3 - n$  pode ser decomposto em um produto de três números consecutivos dos quais pelo menos um e necessariamente divisível por 3.

21. [D]

22. [C]

23. a) 222 e 11, respectivamente

b) 3791

24. [D]

25. [D]

26. [E]

27. [C]

28. [A]

29. [B]

30. [E]

31. [D]

32. [C]

33. [C]

34. [A]

35. [D]

36. [C]

37. [C]

38. 02

39. [D]

40. [B]

41. [E]



83. [D]

84.  $p + q = 19$

85. V F V V F

86. [D]

87. [C]

88. Se  $n$  deixa resto 3 quando dividido por 7, então  $n = 7k + 3$  para algum  $k \in \mathbb{Z}$ . Analogamente,  $n = 6l + 5$  para algum  $l \in \mathbb{Z}$ . Portanto,  $\{6n = 42k + 18, 7n = 42l + 35\}$ .

Subtraindo a primeira da segunda, obtemos  $n = 42(l - k) + 17$ . Portanto,  $n$  deixa resto 17 quando dividido por 42.

89. [C]

90. 10

91. [D]

92. [C]

93. [B]

94. proposições corretas: 02, 04, 08 e 16  
proposições incorretas: 01

95. [E]

96. [D]

97. [E]

98. [A]

99. [E]

100.  $Y = 75$

101. [C]

102. [A]

103. [E]