1. A é uma matriz 3 por 2 definida pela lei $a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ se } i = j \\ i^2 \text{ se } i \neq j \end{cases}$. Escreva a matriz A.

A_{3x2}

3 linhas e 2 colunas

$$A_{3x2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

$i = j$ $\quad$ $i \neq j$

$$A_{3x2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

$i = j \Rightarrow 1$

$i \neq j \Rightarrow i^2$

$$A_{3x2} = \begin{bmatrix} 1 & 1^2 \\ 2^2 & 1 \\ 3^2 & 3^2 \end{bmatrix} \qquad A_{3x2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix} //$$

2. Determine x e y de modo que se tenha $\begin{bmatrix} 2x & 3y \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & 2y \\ 3 & y+4 \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} 2x & 3y \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & 2y \\ 3 & y+4 \end{bmatrix}$$

Podemos definir que:

$2x = x + 1$ $\quad$ $3y = 2y$ $\quad$ $3 = 3$ $\quad$ $4 = y + 4$

$2x - x = 1$ $\quad$ $3 \cdot 0 = 2 \cdot 0$ $\quad$ $y = 4 - 4$

$x = 1 //$ $\quad$ $0 = 0$ $\quad$ $y = 0 //$

3. Forme a matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$ definida por: $a_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i = j \\ ij, & \text{se } i \neq j \end{cases}$

A_{3x3}

3 linhas e 3 colunas

$$A_{3x3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$i = j$ $\quad$ $i \neq j$

$$A_{3x3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_{3x3} = \begin{bmatrix} 1+1 & 1 \cdot 2 & 1 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 & 2+2 & 2 \cdot 3 \\ 3 \cdot 1 & 3 \cdot 2 & 3+3 \end{bmatrix} \qquad A_{3x3} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} //$$

4. Calcule a soma dos elementos da 3ª coluna da matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$, em que $a_{ij} = 2^i - 2^j$.

a_{13}, a_{23}, a_{33}

A_{3x3}

3 linhas e 3 colunas

$a_{ij} = 2^i - 2^j$

$a_{13} = 2^1 - 2^3 = 2 - 8 = -6$

$a_{23} = 2^2 - 2^3 = 4 - 8 = -4$

$a_{33} = 2^3 - 2^3 = 8 - 8 = 0$

Assim: $a_{13} + a_{23} + a_{33}$

$(-6) + (-4) + 0 = -10 //$

5. Verifique se existem valores de x e y que tornam verdadeira a igualdade:

$$\begin{pmatrix} x+y & x-y \\ xy & \frac{x}{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x+y & x-y \\ xy & \frac{x}{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Podemos definir que:

$x + y = 10$ $\quad$ $x - y = 0$ $\quad$ $xy = 5$ $\quad$ $\frac{x}{y} = 1$

$x = 10 - y$ $\quad$ $10 - y - y = 0$ $\quad$ $5 \cdot 5 = 5$ $\quad$ $\frac{5}{5} = 1$

$x = 10 - 5$ $\quad$ $2y = 10$ $\quad$ $25 \neq 5$

$x = 5$ $\quad$ $y = 5$ $\quad$ $1 = 1$

Não existem valores de x e y que tornem a equação verdadeira pois uma equação não foi satisfeita.

6. Obtenha a matriz transposta de $A = (a_{ij})_{3x2}$, com $a_{ij} = i^2 - j^2$.

Se $A = (a_{ij})_{3x2} \Rightarrow A^t = (a_{ij})_{2x3}$

3 linhas e 2 colunas $\quad$ 2 linhas e 3 colunas

$$A_{3x2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \qquad A_{2x3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{bmatrix}$$

$a_{ij} = i^2 - j^2$

$a_{11}: 1^2 - 1^2 = 0$

$a_{21}: 2^2 - 1^2 = 3$

$a_{31}: 3^2 - 1^2 = 8$

$a_{12}: 1^2 - 2^2 = -3$

$a_{22}: 2^2 - 2^2 = 0$

$a_{32}: 3^2 - 2^2 = 5$

$$A_{2x3} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 8 \\ -3 & 0 & 5 \end{bmatrix} //$$