



SISTEMA FARIAS BRITO DE ENSINO

# PRÉ-UNIVERSITÁRIO TURBO 6.0

VOLUME  
**4**

- MATEMÁTICA
- CIÊNCIAS DA NATUREZA



 MODERNA

LIVRO  
II

# DADOS DO ALUNO

Nome:

Fone:

Celular:

E-mail:

## HORÁRIO ESCOLAR

Aula	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
1 <sup>a</sup>						
2 <sup>a</sup>						
3 <sup>a</sup>						
4 <sup>a</sup>						
5 <sup>a</sup>						
6 <sup>a</sup>						



SISTEMA FARIAS BRITO DE ENSINO

# PRÉ-UNIVERSITÁRIO

VOLUME

# 4

## TURBO 6.0 – LIVRO II

- MATEMÁTICA
- CIÊNCIAS DA NATUREZA



SISTEMA FARIAS BRITO DE ENSINO

#### SISTEMA FARIAS BRITO DE ENSINO

**Direção-geral:** Tales de Sá Cavalcante, Hilda Sá Cavalcante Prisco, Dayse de Sá Cavalcante Tavares

**Direção administrativa:** Patrícia Teixeira

**Direção técnica:** Fernanda Denardin

**Gerência executiva:** Danielle Cabral

**Direção de ensino:** Marcelo Pena

**Gerente editorial:** Rafael Craveiro

**Supervisão pedagógica:** Dawison Sampaio

**Iconografia:** Amanda Pinto, Kelly Lopes, Tatielly Farias

**Projeto visual:** Felipe Marques, Franklin Biovanni, Paulo Henrique dos Anjos, Raul Matos

**Projeto gráfico, revisão e editoração:** Gráfica FB

#### EDITORA MODERNA

**Diretoria-geral de educação:** José Henrique del Castillo Melo

**Diretoria de negócios:** Francisco Ribamar Monteiro

**Diretoria de operações editoriais:** Ricardo Seballos

**Gerência de design e produção gráfica:** Everson Laurindo de Paula

**Coordenação de conteúdo:** Jones Brandão

**Coordenação de produção:** Rafael Mazzari

**Design da capa:** Mariza de Souza Porto, Patricia Malízia

Foto: Vinicius Bacarin/Shutterstock

**Impressão:**

#### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação:

**Bibliotecárias responsáveis:** Raquel Hernandes Silva – CRB-3/950,

Lianna Cláudia Barbosa Costa – CRB-1/391, Lúcia Mara Nogueira Braga – CRB-3/880

#### Autores:

Alexandre Werneck Sousa Linhares, Antonino Fontenele Barros Junior, Douglas Pereira Gomes da Silva, Eduardo Alexandre Cavalcanti Filho, Francisco Paulo Alves Lemos, João Karlos Pinho Bandeira, João Mendes Barroso Filho, José Fabrício Maia Filho, José Ronaldo Bonfim Paiva, Ricardo Cesar Teixeira Bastos, Roberto Ricelly de Oliveira Moura Façanha, Sérgio Matos Fernandes, Tácito Vasconcelos Vieira.

Os textos aqui veiculados são de inteira responsabilidade de seus autores.

Fica proibida a sua reprodução total ou parcial, sob pena de detenção.

Lei nº 9.610/98 e art. 184 do Código Penal.

P397p  
CDD 373

Pena, Marcelo

Pré-universitário: turbo 6.0, volume 4: matemática e ciências da natureza, livro II / Marcelo Pena, organizador. – 4. ed. – Fortaleza: FB Editora, 2020.

4 v. (várias paginações) : il.; 29 cm. – (Pré-universitário turbo 6.0; v. 4. Matemática e Ciências da natureza; livro II)

Obra em 6 volumes

ISBN 978-85-8420-148-8

1. Educação (Ensino Médio). 2. Enem. 3. Matemática.  
4. Ciências da natureza. I. Título: Turbo 6.0, volume 4, matemática e ciências da natureza, livro II.

## Caro Estudante,

Este material didático, estruturado segundo as Matrizes de Referência do Enem, segue o seu principal eixo norteador, que é aproximar os conteúdos teóricos de sua aplicação em nosso cotidiano.

Aqui, você encontrará exercícios direcionados ao exame, além da interação com outros importantes recursos pedagógicos, como a resolução dos exercícios propostos e de fixação no Portal SFB. Tudo parte integrante de um Projeto maior de Pré-Vestibular pensado para garantir o seu ingresso na Universidade.

E, com a evolução dos processos seletivos, mais do que nunca, faz-se necessário ir muito além da aquisição de informações. É preciso apropriar-se delas, saber com clareza quando, como e para que finalidade elas servirão e reconhecê-las nas mais simples situações do nosso dia a dia, ou seja, transformá-las em conhecimento.

Por isso, as competências e habilidades referentes a essas Áreas do Conhecimento foram distribuídas de maneira a facilitar o seu estudo.

Da mesma forma, o quadro-síntese, apresentado abaixo, foi elaborado para que você entenda melhor, e de maneira bem objetiva, a estrutura do Enem.



## MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA O ENEM

### EIXOS COGNITIVOS (comuns a todas as áreas de conhecimento)

- I. **Dominar linguagens (DL):** dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.
- II. **Compreender fenômenos (CF):** construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.
- III. **Enfrentar situações-problema (SP):** selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
- IV. **Construir argumentação (CA):** relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.
- V. **Elaborar propostas (EP):** recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

MATRIZES DE REFERÊNCIA (ÁREAS DO CONHECIMENTO)	ENEM										
	EIXOS COGNITIVOS										
	I DL DOMINAR LINGUAGENS	II CF COMPREENDER FENÔMENOS	III SP ENFRENTAR SITUAÇÕES-PROBLEMA	IV CA CONSTRUIR ARGUMENTOS	V EP ELABORAR PROPOSTAS						
COMPETÊNCIAS DE ÁREA											
LINGUAGENS, CÓDIGOS E SUAS TECNOLOGIAS	HABILIDADES	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	
		H1 a H4	H5 a H8	H9 a H11	H12 a H14	H15 a H17	H18 a H20	H21 a H24	H25 a H27	H28 a H30	
MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7			
		H1 a H5	H6 a H9	H10 a H14	H15 a H18	H19 a H23	H24 a H26	H27 a H30			
CIÊNCIAS HUMANAS E SUAS TECNOLOGIAS		C1	C2	C3	C4	C5	C6				
		H1 a H5	H6 a H10	H11 a H15	H16 a H20	H21 a H25	H26 a H30				
CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8		
		H1 a H4	H5 a H7	H8 a H12	H13 a H16	H17 a H19	H20 a H23	H24 a H27	H28 a H30		

\* 5 EIXOS COGNITIVOS

\* 4 MATRIZES DE REFERÊNCIA

\* 6 A 9 COMPETÊNCIAS POR MATRIZ DE REFERÊNCIA (COMPETÊNCIAS DE ÁREA)

\* 30 HABILIDADES POR MATRIZ DE REFERÊNCIA = 120 HABILIDADES



# SUMÁRIO

## MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

### MATEMÁTICA I

AULA 16: SEQUÊNCIAS.....	2
AULA 17: PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) – PARTE I .....	8
AULA 18: PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) – PARTE II .....	13
AULA 19: PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) – PARTE III .....	17
AULA 20: PROGRESSÃO GEOMÉTRICA I .....	23

### MATEMÁTICA II

AULA 16: FUNÇÃO MODULAR (PARTE I) .....	34
AULA 17: FUNÇÃO MODULAR (PARTE II) – EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES MODULARES .....	37
AULA 18: FUNÇÃO EXPONENCIAL (PARTE I).....	38
AULA 19: FUNÇÃO EXPONENCIAL (PARTE II).....	40
AULA 20: FUNÇÃO EXPONENCIAL (PARTE III).....	43

### MATEMÁTICA III

AULA 16: ESTATÍSTICA III.....	48
AULA 17: ESTATÍSTICA IV.....	54
AULA 18: ESTATÍSTICA V.....	59
AULA 19: ESTATÍSTICA VI – REVISANDO E APROFUNDANDO.....	63
AULA 20: ESTATÍSTICA VII – REVISANDO E APROFUNDANDO.....	66

### MATEMÁTICA IV

AULA 16: GEOMETRIA DE POSIÇÃO.....	72
AULA 17: GEOMETRIA DOS POLIEDROS .....	77
AULA 18: PRISMAS .....	81
AULA 19: PIRÂMIDES .....	86
AULA 20: TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASES PARALELAS E DO TETRAEDRO REGULAR .....	90

### MATEMÁTICA V

AULA 16: ESTUDO ANALÍTICO DA RETA II .....	96
AULA 17: POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS RETAS NO PLANO .....	99
AULA 18: ÂNGULO ENTRE DUAS RETAS.....	103
AULA 19: PROPORCIONALIDADE DA RETA (ANALOGIA À FUNÇÃO AFIM, PROGRESSÃO ARITMÉTICA E JUROS SIMPLES) .....	107
AULA 20: CIRCUNFERÊNCIA I .....	111

# SUMÁRIO

## CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

<b>FÍSICA I</b>	
AULA 16: FORÇA DE ATRITO .....	2
AULAS 17 E 18: DINÂMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR .....	6
AULAS 19 E 20: REVISÃO PARA O ENEM.....	14
<b>FÍSICA II</b>	
AULA 16: INSTRUMENTOS ELÉTRICOS .....	20
AULA 17: GERADORES ELÉTRICOS.....	24
AULA 18: POTÊNCIA ELÉTRICA DO GERADOR .....	28
AULA 19: RECEPTOR ELÉTRICO.....	32
AULA 20: ASSOCIAÇÃO DE GERADORES E RECEPTORES .....	35
<b>FÍSICA III</b>	
AULAS 16 E 17: MÁQUINAS TÉRMICAS, FRIGORÍFICAS, ENTROPIA E A SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA.....	40
AULAS 18 E 19: MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES.....	52
AULA 20: REVISÃO .....	59
<b>FÍSICA IV</b>	
AULA 16: EXERCÍCIOS DE REVISÃO (LENTE ESFÉRICAS).....	64
AULA 17: EQUAÇÃO DOS FABRICANTES DE LENTES.....	66
AULA 18: INSTRUMENTOS ÓPTICOS .....	70
AULA 19: ÓPTICA DA VISÃO .....	76
AULA 20: ESTÁTICA DOS SÓLIDOS I (EQUILÍBRIO DE UM PONTO MATERIAL) .....	83
<b>QUÍMICA I</b>	
AULAS 16 E 17: ACIDEZ E BASICIDADE DOS COMPOSTOS ORGÂNICOS.....	92
AULAS 18 E 19: INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS REAÇÕES ORGÂNICAS E REAÇÕES DE ADIÇÃO.....	101
AULA 20: REAÇÕES DE ELIMINAÇÃO.....	112
<b>QUÍMICA II</b>	
AULA 16: PROPRIEDADES COLIGATIVAS .....	118
AULA 17: CINÉTICA QUÍMICA .....	122
AULA 18: TEORIA DAS COLISÕES E DO COMPLEXO ATIVADO.....	127
AULA 19: LEI DE VELOCIDADE .....	131
AULA 20: FATORES QUE INFLUENCIAM NA VELOCIDADE.....	135
<b>QUÍMICA III</b>	
AULAS 16 E 17: ESTUDO DAS BASES / CONCEITOS MODERNOS SOBRE ÁCIDOS E BASES.....	142
AULA 18: ESTUDO DOS SAIS .....	148
AULAS 19 E 20: ESTUDO DOS ÓXIDOS .....	153

# SUMÁRIO

## QUÍMICA IV

AULA 16: HIBRIDAÇÃO DE ORBITAIS.....	164
AULA 17: POLARIDADE DAS LIGAÇÕES E DAS MOLÉCULAS .....	167
AULAS 18 E 19: FORÇAS INTERMOLECULARES.....	171
AULA 20: COLOIDES.....	180

## BIOLOGIA I

AULA 16: REPRODUÇÃO GERAL.....	186
AULA 17: SISTEMA REPRODUTOR MASCULINO .....	193
AULA 18: SISTEMA REPRODUTOR FEMININO .....	201
AULA 19: MÉTODOS CONTRACEPTIVOS.....	210
AULA 20: SISTEMA RESPIRATÓRIO .....	218

## BIOLOGIA II

AULAS 16 E 17: NEMATÓDEOS E VERMINOSES .....	232
AULAS 18 E 19: MOLUSCOS .....	253
AULA 20: ANELÍDEOS .....	275

## BIOLOGIA III

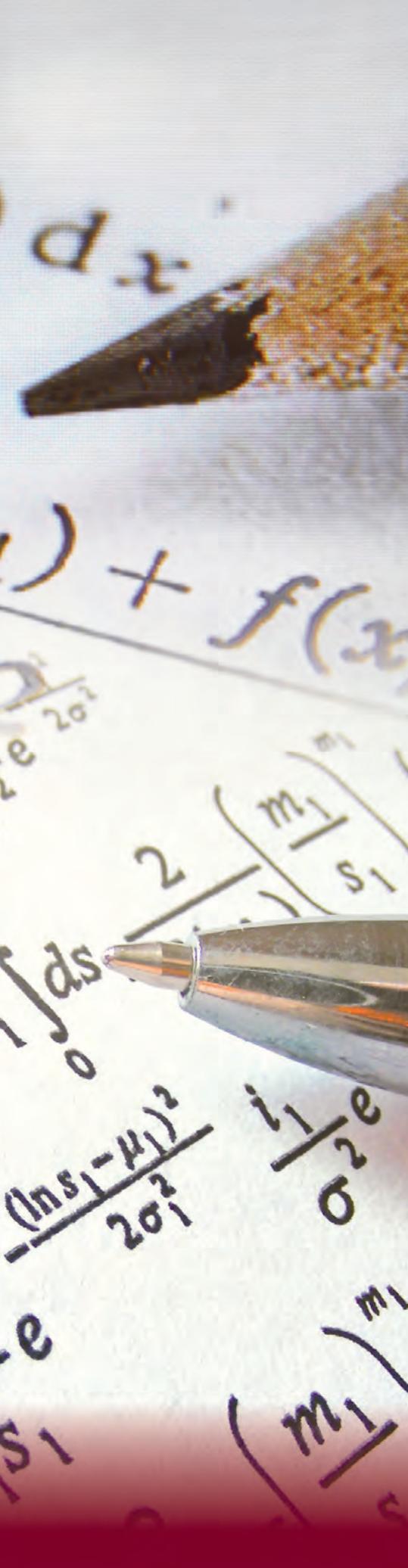
AULAS 16 E 17: INTRODUÇÃO À CITOLOGIA.....	296
AULAS 18 A 20: MEMBRANA PLASMÁTICA.....	307

## BIOLOGIA IV

AULA 16: HISTOLOGIA VEGETAL .....	328
AULAS 17 E 18: MORFOLOGIA VEGETAL .....	339
AULAS 19 E 20: FISILOGIA VEGETAL .....	361

GABARITOS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS .....	391
--	-----



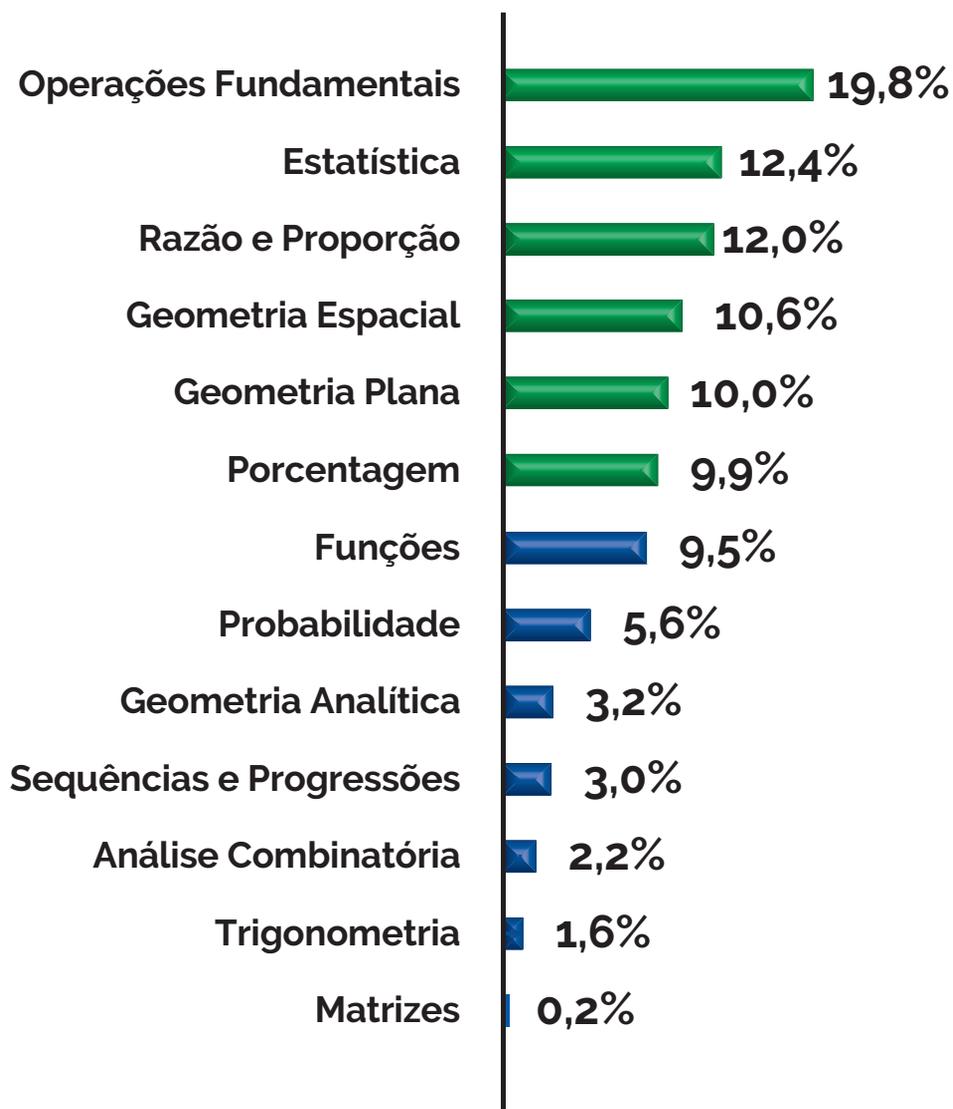


# MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

- MATEMÁTICA

# MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

## MATEMÁTICA



# COMPETÊNCIAS, HABILIDADES E CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 1** – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

- H<sub>1</sub> – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.
- H<sub>2</sub> – Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.
- H<sub>3</sub> – Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.
- H<sub>4</sub> – Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.
- H<sub>5</sub> – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 2** – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

- H<sub>6</sub> – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
- H<sub>7</sub> – Identificar características de figuras planas ou espaciais.
- H<sub>8</sub> – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
- H<sub>9</sub> – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 3** – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

- H<sub>10</sub> – Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.
- H<sub>11</sub> – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.
- H<sub>12</sub> – Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.
- H<sub>13</sub> – Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.
- H<sub>14</sub> – Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 4** – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

- H<sub>15</sub> – Identificar a relação de dependência entre grandezas.
- H<sub>16</sub> – Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.
- H<sub>17</sub> – Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.
- H<sub>18</sub> – Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 5** – Modelar e resolver problemas que envolvam variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

- H<sub>19</sub> – Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.
- H<sub>20</sub> – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.
- H<sub>21</sub> – Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.
- H<sub>22</sub> – Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.
- H<sub>23</sub> – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 6** – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

- H<sub>24</sub> – Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.
- H<sub>25</sub> – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.
- H<sub>26</sub> – Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 7** – Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

- H<sub>27</sub> – Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.
- H<sub>28</sub> – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.
- H<sub>29</sub> – Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.
- H<sub>30</sub> – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

## CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

- Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.
- Conhecimentos geométricos: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.
- Conhecimentos de estatística e probabilidade: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.
- Conhecimentos algébricos: gráficos e funções; funções algébricas do 1º e do 2º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.
- Conhecimentos algébricos/geométricos: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

# MATEMÁTICA I

## ÁLGEBRA

### Objetivo(s):

Esperamos que, ao final deste volume, você seja capaz de:

- Demonstrar conhecimento da linguagem matemática utilizada nos conceitos básicos de sequência.
- Aplicar recorrência na resolução de situações-problema.
- Determinar os termos de uma sequência a partir das fórmulas matemáticas para o cálculo de um somatório ou de um produto.
- Obter a Lei de Formação de uma sequência a partir de sua Lei de Recorrência, e vice-versa.

### Conteúdo:

#### **AULA 16: SEQUÊNCIAS**

Introdução .....	2
Noções iniciais .....	2
Definições .....	2
Representação de uma sequência .....	3
Exercícios .....	5

#### **AULA 17: PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) – PARTE I**

Definição .....	8
Fórmula do Termo Geral .....	9
Exercícios .....	11

#### **AULA 18: PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) – PARTE II**

Interpolação aritmética .....	13
Representações especiais .....	14
Termos equidistantes dos extremos .....	15
Exercícios .....	15

#### **AULA 19: PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) – PARTE III**

Soma dos termos equidistantes dos extremos .....	17
Soma dos $n$ primeiros termos de uma P.A. ....	17
Exercícios .....	20

#### **AULA 20: PROGRESSÃO GEOMÉTRICA I**

Definição .....	23
Fórmula do Termo Geral .....	25
Interpolação geométrica .....	27
Representações especiais .....	27
Exercícios .....	28

**Aula**  
**16**

**Sequências**



**Introdução**

Quem observa e identifica padrões, pode fazer inferências com maior precisão e agilidade. Por exemplo, meu filho Matheus, no dia 30 de junho de 2011, quinta-feira, completou 14 anos. Observando que de 7 em 7 dias temos o mesmo dia da semana, podemos inferir que ele nasceu no dia 30 de junho de 1997, em uma segunda-feira (3 dias antes de quinta-feira). Percebeu? Se não, veja: sendo  $14 \cdot (365 \text{ dias})$  uma quantidade de dias múltipla de 7, voltando no tempo essa quantidade, chegamos no mesmo dia da semana do dia 30 de junho de 2011 (quinta-feira). A partir daí, devemos voltar na semana apenas os 3 dias relativos a 29 de fevereiro de 2008, 2004 e 2000 (anos bissextos do período em questão).

Algumas sequências, dentre elas as progressões aritméticas e geométricas, apresentam padrões definidos, que estudaremos a seguir. Com certeza, o conhecimento de tais padrões serão de grande utilidade no enfrentamento de situações-problema que contemplem sucessões numéricas.

**Noções iniciais**

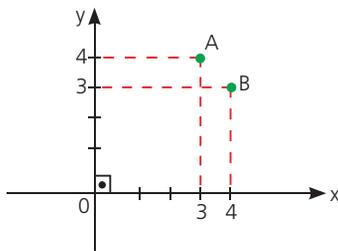
Na Teoria dos Conjuntos, dois conjuntos, A e B, são iguais quando todos os elementos de A são, também, elementos de B, e todos os elementos de B são, também, elementos de A, não importando a ordem nem se há elementos repetidos.

**Exemplos:**

$\{1, 2, 3, 4\} = \{4, 3, 2, 1\} = \{2, 4, 1, 3\}$

$\{0, 2, 0, 4, 4\} = \{0, 2, 4\} = \{4, 2, 2, 2, 0, 0, 0\}$

Já no conceito de par ordenado, a ordem dos elementos no par deve ser respeitada, isto é, se  $A = (3, 4)$  e  $B = (4, 3)$ , temos que  $A \neq B$ :



Nas sequências, temos uma lista ordenada de termos, ou seja, temos um conjunto cujos elementos estão dispostos em uma determinada ordem, por meio de uma lei ou aleatoriamente. Assim, nas sequências, diferentemente dos conjuntos, a ordem é um fator relevante.

**Exemplos:**

A) Sequência dos múltiplos positivos de 7:

- $M(7) = \{(1, 7); (2, 14); (3, 21); (4, 28); \dots\}$ , em que os primeiros elementos dos pares ordenados indicam as respectivas posições dos termos.

Ou simplesmente:

- $M(7) = (7, 14, 21, 28, \dots)$ , em que indicam-se apenas os múltiplos de 7.

B) Sequência das quantidades de alunos da classe na qual estuda Matheus, nascidos, respectivamente, em janeiro, fevereiro, ..., dezembro:

- $A = \{(1, 5); (2, 4); (3, 3); (4, 10); (5, 9); (6, 1); (7, 0); (8, 0); (9, 1); (10, 3); (11, 5); (12, 1)\}$ , em que os primeiros elementos dos pares indicam as respectivas posições (meses) dos termos (quantidades).

Ou simplesmente:

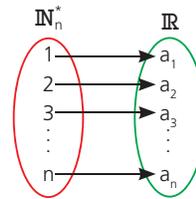
- $A = (5, 4, 3, 10, 9, 1, 0, 0, 1, 3, 5, 1)$ , em que indicam-se apenas as quantidades de nascimentos.

**Definições**

1) Uma sequência finita de **n** elementos é uma função **f** de  $\mathbb{N}_n^* = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  em  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} f : \mathbb{N}_n^* \rightarrow \mathbb{R} \\ f(n) = a_n \end{cases}$$

Assim, temos a sequência (função):



Note:  
 $f(1) = a_1$   
 $f(2) = a_2$   
 $f(3) = a_3$   
 $f(n) = a_n$

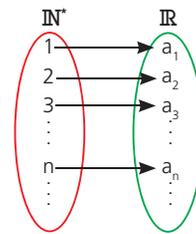
Podemos, também, representar essa sequência por pares ordenados:

$f = \{(1, a_1); (2, a_2); (3, a_3); \dots; (n, a_n)\}$  ou, simplesmente, por suas imagens  $f = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ .

2) Uma sequência infinita é uma função **f** de  $\mathbb{N}^*$  em  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R} \\ f(n) = a_n \end{cases}$$

Assim, temos a sequência (função):



cuja representação, usando pares ordenados, é:  
 $f = \{(1, a_1); (2, a_2); (3, a_3); \dots; (n, a_n); \dots\}$ .

Para tornar mais simples sua representação, usaremos, a partir de agora, apenas:  $f = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ , indicando somente as imagens.

Outros exemplos de sequências:

A)  $A = (-1, 4, \sqrt{8}, 25)$  é uma sequência finita, em que  $a_1 = -1$ ,  $a_2 = 4$ ,  $a_3 = \sqrt{8}$  e  $a_4 = 25$ .

B)  $B = (1, 4, 9, 16, 25, \dots, n^2, \dots)$  é uma sequência infinita, em que  $a_1 = 1$ ;  $a_2 = 4$ , ...,  $a_n = n^2$ , ...

## Representação de uma sequência

Podemos representar uma sequência de cinco maneiras diferentes.

### Descrição dos termos

Consiste em enumerar os elementos da sequência, colocando-os entre parênteses, geralmente por serem de natureza aleatória.

#### Exemplo:

Sequência das quantidades de bebês nascidos nos 7 primeiros dias do ano 2005, em um determinado hospital de Fortaleza.

Número de bebês: (0, 1, 1, 4, 5, 3, 2).

Note que fizemos a listagem **ordenada** dos termos da sequência que, aparentemente, não apresentam relações entre si, são de natureza aleatória.

### Lei de Recorrência

Consiste em uma lei que nos permite encontrar qualquer termo ( $a_n$ ) da sequência "recorrendo" a termo(s) anterior(es). Note que, na Lei de Recorrência, é necessário se conhecer o primeiro termo ( $a_1$ ), do contrário não podemos "recorrer" ao termo anterior para encontrar os demais termos.

#### Exemplos:

Observe como ficariam as seguintes sequências, representadas por meio da descrição dos termos, usando a Lei de Recorrência:

A)  $A = (3, 6, 9, 12, \dots)$ .

Note que, cada termo, a partir do segundo, é o imediatamente anterior mais 3:

$$\text{Lei de Recorrência: } \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} + 3, \text{ onde } n \geq 2 \end{cases}$$

Note que, atribuindo valores naturais a  $n$ ,  $n \geq 2$ , na Lei de Recorrência  $a_n = a_{n-1} + 3$ , obtemos a sequência:

$$\begin{aligned} n = 2 &\Rightarrow a_2 = a_1 + 3 = 3 + 3 \Rightarrow a_2 = 6 \\ n = 3 &\Rightarrow a_3 = a_2 + 3 = 6 + 3 \Rightarrow a_3 = 9 \\ n = 4 &\Rightarrow a_4 = a_3 + 3 = 9 + 3 \Rightarrow a_4 = 12 \end{aligned}$$

B)  $B = (1, -2, 6, -24, \dots)$ .

Note que cada termo ( $a_n$ ), a partir do segundo, é obtido multiplicando-se o termo anterior ( $a_{n-1}$ ) por  $(-n)$ , em que  $n$  indica a posição do termo. Veja:

$$(1, -2, 6, -24, 120, \dots)$$

$$\text{Lei de Recorrência: } \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = -n \cdot a_{n-1}, \text{ em que } n \geq 2 \end{cases}$$

Note que a Lei de Recorrência  $a_n = -n \cdot a_{n-1}$ ,  $n \geq 2$ , fornece-nos a sequência:

$$\begin{aligned} n = 2 &\Rightarrow a_2 = -2 \cdot a_1 = -2 \cdot 1 \Rightarrow a_2 = -2 \\ n = 3 &\Rightarrow a_3 = -3 \cdot a_2 = -3 \cdot (-2) \Rightarrow a_3 = 6 \\ n = 4 &\Rightarrow a_4 = -4 \cdot a_3 = -4 \cdot 6 \Rightarrow a_4 = -24 \end{aligned}$$

C)  $F = (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots)$ , sequência de Fibonacci<sup>1</sup>.

Note que cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos imediatamente anteriores:

$$\text{Lei de Recorrência: } \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-2} + a_{n-1}, \text{ em que } n \geq 3 \end{cases}$$

Perceba que a Lei de Recorrência  $a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$ , para  $n \geq 3$ , dá-nos a sequência:

$$\begin{aligned} n = 3 &\Rightarrow a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 1 \Rightarrow a_3 = 2 \\ n = 4 &\Rightarrow a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 2 \Rightarrow a_4 = 3 \\ n = 5 &\Rightarrow a_5 = a_3 + a_4 = 2 + 3 \Rightarrow a_5 = 5 \\ n = 6 &\Rightarrow a_6 = a_4 + a_5 = 3 + 5 \Rightarrow a_6 = 8 \\ n = 7 &\Rightarrow a_7 = a_5 + a_6 = 5 + 8 \Rightarrow a_7 = 13 \end{aligned}$$

### Lei de Formação ou Termo Geral

Consiste em uma lei que nos permite encontrar qualquer termo ( $a_n$ ) da sequência em função da sua posição  $n$ .

Na sequência (5, 8, 11, 14, ...), por exemplo, podemos obter o seu termo geral (Lei de Formação) dando valores sucessivos a  $n$

na sua Lei de Recorrência  $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = a_{n-1} + 3, \text{ em que } n \geq 2 \end{cases}$ .

Veja:

$$\left. \begin{aligned} a_2 - a_1 &= 3 \\ a_3 - a_2 &= 3 \\ a_4 - a_3 &= 3 \\ &\vdots \\ a_n - a_{n-1} &= 3 \end{aligned} \right\} (n-1) \text{ igualdades}$$

Somando membro a membro, essas  $(n - 1)$  igualdades e cancelando os termos opostos, obtemos:

$$a_n - a_1 = (n - 1) \cdot 3, \text{ em que } a_1 = 5.$$

$$\text{Daí, } a_n = 5 + (n - 1) \cdot 3.$$

Assim, a Lei de Formação (termo geral) da sequência é:

$$a_n = 3n + 2$$

Assim, por exemplo, o 100º termo será  $a_{100} = 302$ .

Já considerando a sequência  $B: \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = 2 \cdot a_{n-1}, \text{ para } n \geq 2 \end{cases}$  ou  $B = (3, 6, 12, 24, 48, 96, \dots)$ , podemos encontrar a sua Lei de Formação dando valores sucessivos a  $n$  na sua Lei de Recorrência.

Veja:

$$\begin{aligned} a_2 &= 2 \cdot a_1 \\ a_3 &= 2 \cdot a_2 \\ a_4 &= 2 \cdot a_3 \\ &\vdots \\ a_n &= 2 \cdot a_{n-1} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{(multiplicando)} \\ \downarrow \end{array}$$

Multiplicando membro a membro essas  $(n - 1)$  igualdades:

$$\cancel{(a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \dots a_{n-1})} \cdot a_n = 2^{n-1} \cdot a_1 \cdot \cancel{(a_2 \cdot a_3 \dots a_{n-1})}$$

<sup>1</sup> Leonardo Fibonacci (1175 - 1250) – Matemático italiano. Seu nome era Leonardo de Pisa, mas ficou conhecido como Leonardo Fibonacci (filho de Bonacci).

Então, a Lei de Formação (termo geral) da sequência é:

$$a_n = 3 \cdot 2^{(n-1)}$$

Assim, por exemplo, o 100º termo será:

$$a_{100} = 3 \cdot 2^{(100-1)} \Rightarrow a_{100} = 3 \cdot 2^{99}$$

Veja também como podemos encontrar a Lei de Formação (termo geral) da sequência:

$$C = (1, -2, 6, -24, \dots) \text{ ou } C: \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = -n \cdot a_{n-1}, \text{ onde } n \geq 2 \end{cases}$$

Dando valores a **n** na Lei de Recorrência, temos:

$$\begin{array}{l} a_2 = -2 \cdot a_1 \\ a_3 = -3 \cdot a_2 \\ a_4 = -4 \cdot a_3 \\ \vdots \\ a_n = -n \cdot a_{n-1} \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ \text{(multiplicando)} \end{array}$$

Multiplicando membro a membro essas (n - 1) igualdades:

$$(a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{n-1}) \cdot a_n = (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot \dots$$

$$\cdot (-n) \cdot a_1 \cdot (a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{n-1})$$

Então, o termo geral é:

$$a_n = a_1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot \dots \cdot (-n) \\ a_n = 1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot \dots \cdot (-n)$$

Ou seja:

$$\begin{cases} a_n = n!, \text{ se } n \text{ é ímpar} \\ \text{ou} \\ a_n = -n!, \text{ se } n \text{ é par} \end{cases}$$

ou melhor ainda:

$$a_n = (-1)^{n+1} \cdot n!$$

**Observações:**

- Usa-se o fator  $(-1)^n$  para associar os sinais (+) ou (-) a uma expressão, conforme **n** seja **par** ou **ímpar**, respectivamente;
- Usa-se o fator  $(-1)^{n+1}$  para associar os sinais (-) ou (+) a uma expressão, conforme **n** seja **par** ou **ímpar**, respectivamente.

Assim, por exemplo, o 100º termo da sequência (1, -2, 6, -24, ...) será:

$$a_{100} = (-1)^{100+1} \cdot 100! \Rightarrow a_{100} = -100!$$

**Somatório**

Dada uma sequência  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ , a soma dos seus **n** primeiros termos ( $S_n$ ) é tal que:

$$\begin{array}{l} S_1 = a_1 \\ S_2 = a_1 + a_2 \\ S_3 = a_1 + a_2 + a_3 \\ \dots \\ S_{n-1} = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} \\ S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n \end{array}$$

Assim,  $a_n = (a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n) - (a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1})$ ,

isto é:  $a_n = S_n - S_{n-1}$ , para  $n \geq 2$ .

Dáí, se conhecermos a soma dos **n** primeiros termos de uma sequência em função de **n**, podemos encontrar o termo geral dessa sequência ( $a_n$ ). Em outras palavras, podemos representar, de maneira mais sofisticada, uma sequência por meio de uma fórmula que nos forneça o **somatório** dos seus **n** primeiros elementos.

**Exemplo:**

Listar os elementos da sequência cujo somatório dos **n** primeiros termos é dado por  $S_n = 2n^2 + 3$ .  
Temos, por exemplo:

- $a_1 = S_1 \Rightarrow a_1 = 2 \cdot 1^2 + 3 \Rightarrow a_1 = 5$
- $a_2 = (a_1 + a_2) - a_1 \Rightarrow a_2 = S_2 - S_1 \Rightarrow a_2 = (2 \cdot 2^2 + 3) - (2 \cdot 1^2 + 3) \Rightarrow a_2 = 2(2^2 - 1^2) \Rightarrow a_2 = 6$

Em geral, para  $n \geq 2$ :

$$a_n = S_n - S_{n-1} \Rightarrow a_n = (2n^2 + 3) - [2(n-1)^2 + 3] \Rightarrow a_n = 2n^2 - 2(n^2 - 2n + 1) \Rightarrow a_n = 4n - 2, \text{ em que } n \geq 2$$

**Resposta:** (5, 6, 10, 14, 18, ...), isto é:  $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_2 = 6 \\ a_n = a_{n-1} + 4, \text{ para } n \geq 3 \end{cases}$

**Produtório**

Dada uma sequência  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ , o produto dos seus **n** primeiros termos ( $P_n$ ) é tal que:

$$\begin{array}{l} P_1 = a_1 \\ P_2 = a_1 \cdot a_2 \\ P_3 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \\ \dots \end{array}$$

Então,  $a_n = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{n-1} \cdot a_n}{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{n-1}}$ , isto é:  $a_n = \frac{P_n}{P_{n-1}}$ , para  $n \geq 2$ .

Assim como no somatório, aqui no produtório podemos encontrar qualquer termo da sequência, se conhecermos o produto dos **n** primeiros termos em função de **n**.

**Exemplo:**

Dada a sequência definida pelo produtório  $P_n = n^3$ ,  $n \geq 1$ , represente-a por meio de uma Lei de Formação.

Temos:

- I.  $a_1 = P_1 \Rightarrow a_1 = 1^3 \Rightarrow a_1 = 1$
- II.  $a_2 = \frac{a_1 \cdot a_2}{a_1} \Rightarrow a_2 = \frac{P_2}{P_1} = \frac{2^3}{1^3} \Rightarrow a_2 = 8$
- III.  $a_3 = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3}{a_1 \cdot a_2} \Rightarrow a_3 = \frac{P_3}{P_2} = \frac{3^3}{2^3} \Rightarrow a_3 = \frac{27}{8}$

Em geral, para  $n \geq 2$

$$a_n = \frac{P_n}{P_{n-1}} = \frac{n^3}{(n-1)^3} \Rightarrow a_n = \left(\frac{n}{n-1}\right)^3, \text{ em que } n \geq 2.$$

Então:

- Listando os elementos:

$$\left(1, \frac{8}{1}, \frac{27}{8}, \frac{64}{27}, \frac{125}{64}, \frac{216}{125}, \dots, \left(\frac{n}{n-1}\right)^3, \dots\right)$$

- Termo geral:  $a_n = \left(\frac{n}{n-1}\right)^3$ , para  $n \geq 2$  e  $a_1 = 1$



## Exercícios de Fixação

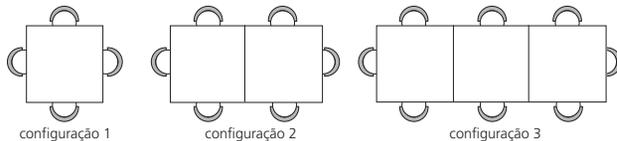
01. O matemático italiano Leonardo de Pisa (1175-1250), conhecido como Leonardo Fibonacci (Filho de Bonacci) descobriu uma famosa sequência que hoje leva o seu nome: Sequência de Fibonacci. Ele a encontrou ao estudar o crescimento idealizado de uma população de coelhos, que tinha início com um único par de coelhos recém-nascidos, sendo um deles um macho e o outro, uma fêmea, sobre a qual assumia-se o seguinte:
- Os coelhos atingiam a maturação sexual dentro de um período de um mês, quando se acasalavam e ao final do segundo mês a fêmea tinha como cria outro casal de coelhos;
  - Em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal de coelhos dava origem a um novo casal de coelhos;
  - Nenhum coelho morria.

Disponível em: <<http://m3.ime.unicamp.br>>. Adaptada.

A população estudada por Fibonacci, ao final de 1 ano, tinha quantos casais de coelhos?

- A) 89  
B) 144  
C) 188  
D) 233  
E) 377

02. (CMRJ - Adaptado) Observe, na figura abaixo, a quantidade de mesas e o número máximo de lugares disponíveis em cada configuração:



Considere que a sequência de configurações continue, segundo o padrão apresentado. Nesse caso, sendo  $a_n$  o número de lugares disponíveis na configuração de número  $n$ , temos a seguinte Lei de Recorrência:

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = a_{n-1} + 2, \text{ para } n \geq 2 \end{cases}$$

Então, a soma dos algarismos do número máximo de lugares disponíveis em uma configuração com 75 mesas é igual a

- A) 14  
B) 12  
C) 10  
D) 8  
E) 6

03. Preocupado com sua qualidade de vida, José procurou orientação profissional e iniciou uma dieta alimentar que prevê uma redução de 4% da massa dele, em relação à massa do mês anterior, até atingir a massa ideal para a sua idade e altura. Atualmente, José está com 120 kg e sua massa ideal é de 75 kg.

Seguindo a dieta e concretizando-se as previsões, a equação cuja raiz real positiva indica em quantos meses José atingirá a massa ideal é

- A)  $(1,04)^x = 1,6$   
B)  $(1,04)^x = 1,2$   
C)  $(0,96)^x = 0,625$   
D)  $(0,96)^x = 0,750$   
E)  $(0,6)^x = 0,120$

04. (Cesgranrio) Uma sequência de números  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$  é tal que a soma dos  $n$  primeiros termos é dada pela expressão  $S_n = 3n^2 + n$ . O valor do 51º termo é:
- A) 300  
B) 301  
C) 302  
D) 303  
E) 304

05. A sequência numérica  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$  é tal que  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n = 3^{n+2} \cdot n!$ , para  $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ .

Nessas condições, o primeiro e o centésimo termos dessa sequência são, respectivamente, iguais a:

- A) 3 e 297  
B) 3 e 300  
C) 9 e 297  
D) 27 e 297  
E) 27 e 300



## Exercícios Propostos

01. A sequência  $(F_1, F_2, \dots, F_n, \dots)$ , cuja Lei de Recorrência é
- $$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-2} + F_{n-1}, \text{ para } n \geq 3 \end{cases}$$
- , ficou conhecida como sequência

de Fibonacci e indica o número  $F_n$  de pares de coelhos no mês  $n$ , obtidos a partir de um único par de coelhos recém-nascidos, nas seguintes condições:

- Os coelhos atingiam a maturação sexual dentro de um período de um mês, quando se acasalavam e ao final do segundo mês a fêmea tinha como cria outro casal de coelhos;
- Em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal de coelhos dava origem a um novo casal de coelhos;
- Nenhum coelho morria.

Na sequência de Fibonacci, o oitavo termo ( $F_8$ , número de pares de coelhos no oitavo mês) é igual a:

- A) 13  
B) 21  
C) 34  
D) 55  
E) 89

02. Considere a sucessão de figuras apresentada a seguir, em que cada figura é formada por um conjunto de palitos de fósforo.

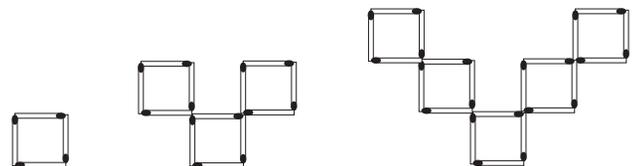


Figura 1

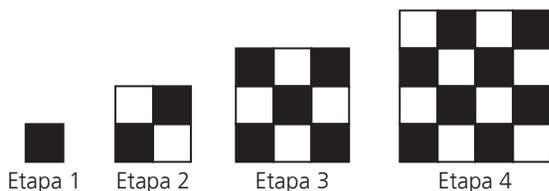
Figura 2

Figura 3

Suponha que essas figuras representam os três primeiros termos de uma sucessão de figuras que seguem a mesma lei de formação. Nesse caso, o número de fósforos da 50ª figura é igual a

- A) 388  
B) 392  
C) 396  
D) 400  
E) 404

03. Para revestir o piso de um salão quadrado de 9 m de lado, João usou ladrilhos quadrados de lado 20 cm, alternando ladrilhos pretos e brancos. Inicialmente (etapa 1), João assentou um ladrilho preto num dos cantos do piso do salão e foi expandindo o assentamento dos ladrilhos, até que cobriu todo o piso do salão, conforme a figura seguinte.



Nesse piso, ao todo, foram colocados

- A) 2401 ladrilhos.
- B) 924 ladrilhos brancos,
- C) 1105 ladrilhos pretos.
- D) ladrilhos pretos e brancos em igual quantidade.
- E) 1013 ladrilhos pretos.

04. (Unisc) Numa progressão, observa-se que a soma ( $S_n$ ) dos seus  $n$  termos iniciais ( $n$  indica a posição de cada termo na série) é fornecida pela expressão  $S_n = 7n - n^2$ . Assinale a alternativa que mostra o valor do termo que ocupa a 5ª posição da série.

- A) - 2
- B) 1
- C) 4
- D) 7
- E) 10

05. (UPE) Um químico está tentando produzir um detergente econômico, utilizando sabão concentrado líquido e água. Ele tem 12 litros de sabão concentrado líquido, e retira 4 litros desse volume e os substitui por água. Em seguida, retira 4 litros da mistura obtida e os substitui por água novamente. Efetuando essa operação por 6 vezes consecutivas, quantos litros de sabão concentrado líquido, aproximadamente, sobraram na mistura?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

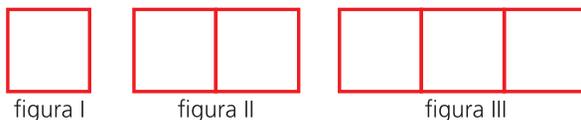
06. A sequência numérica ( $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ) representa os valores, em reais, que serão depositados por Fabíola daqui a 1, 2, 3, ...,  $n$  meses, respectivamente, em sua conta poupança. Ela decidiu que faria esses depósitos de modo que a soma dos  $n$  primeiros seja dada pela expressão  $S_n = 30 \cdot n^2 + 120$ , até a soma máxima de 39000 reais. Com essa soma máxima, Fabíola pretende comprar um carro; e com os juros ela pretende pagar as taxas devidas e comprar alguns acessórios.

Nessas condições, Fabíola pretende comprar o carro daqui a \_\_\_\_\_ meses e o último depósito será de \_\_\_\_\_ reais.

Os valores que completam corretamente a sentença anterior são, respectivamente, iguais a:

- A) 24 e 1410
- B) 30 e 1410
- C) 30 e 1770
- D) 36 e 1770
- E) 36 e 2130

07. (Enem) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos, utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, em que cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos ( $C$ ) de cada figura depende da quantidade de quadrados ( $Q$ ) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

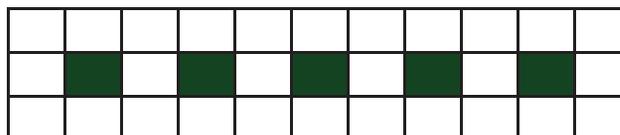
- A)  $C = 4Q$
- B)  $C = 3Q + 1$
- C)  $C = 4Q - 1$
- D)  $C = Q + 3$
- E)  $C = 4Q - 2$

08. O produto dos  $n$  primeiros termos da sequência ( $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ )

é dado por  $P_n = 3^{\frac{n^2+n}{2}}$ , para todo  $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ . O  $n$ -ésimo termo dessa sequência é:

- A)  $a_n = 3^{n-1}$
- B)  $a_n = 3^n$
- C)  $a_n = 3^{n+1}$
- D)  $a_n = 3^{2n-1}$
- E)  $a_n = 3^{2n+1}$

09. Observe a figura abaixo e verifique que a faixa é formada por três linhas de quadrinhos em que a primeira e a terceira linhas são formadas apenas por quadrinhos brancos. A segunda linha alterna quadrinhos brancos com quadrinhos verdes. O número de quadrinhos brancos necessários para formar uma faixa completa, de acordo com a figura, mas contendo 100 quadrinhos verdes é igual a:



- A) 500
- B) 501
- C) 502
- D) 503
- E) 504

10. (Unirio) Passando em uma sala de aula, um aluno verificou que, no quadro negro, o professor havia escrito os números naturais ímpares da seguinte maneira:

```

1
3 5
7 9 11
13 15 17 19
21 23 25 27 29
    
```

O aluno achou interessante e continuou a escrever, até a décima linha.

Somando os números dessa linha, ele encontrou:

- A) 800
- B) 900
- C) 1000
- D) 1100
- E) 1200



Fique de Olho

A NATUREZA EM FIBONACCI

A sequência (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...), chamada de **Sequência de Fibonacci**, é tal que seus dois primeiros termos são iguais a 1 e cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos seus dois termos imediatamente anteriores. Em outras palavras, **os números de Fibonacci** formam uma sequência definida recursivamente pela lei:

$$F_1 = 1$$

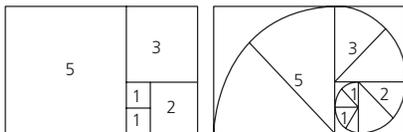
$$F_2 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ para } n \geq 3.$$

Os números de Fibonacci ligam-se facilmente à natureza. É possível encontrá-los no arranjo das folhas do ramo de uma planta, nas copas das árvores ou até mesmo no número de pétalas das flores, no corpo humano, nas formas de alguns animais. A seguir, temos situações nas quais é possível identificar a Sequência de Fibonacci.

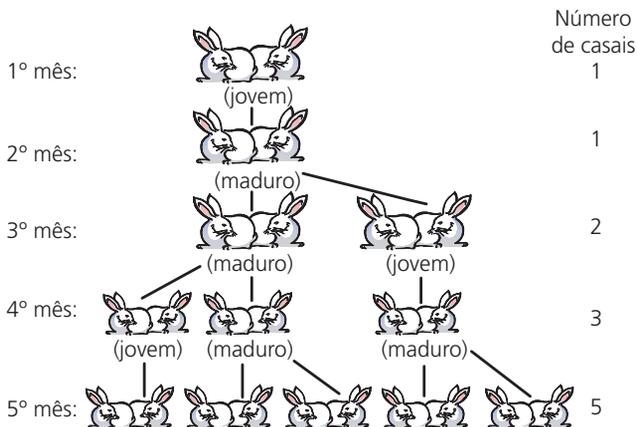


Percebeu a Sequência de Fibonacci na primeira figura? Se não, observe os números seguintes indicando as medidas dos lados dos respectivos quadrados. Esses mesmos números também indicam as medidas dos raios dos arcos de circunferências que formam a citada figura.



Esta belíssima sequência foi descoberta com a resolução do clássico problema dos coelhos, proposta pelo matemático italiano Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci (que quer dizer "filho de Bonacci"). O problema dos coelhos é o seguinte: "Quantos casais de coelhos teremos ao final de um ano, se partirmos de um único casal imaturo no 1º mês, que amadurece no 2º mês e gera um novo casal de filhotes no 3º mês e, a partir daí, continua parindo mensalmente, indefinidamente? Leve em conta que os novos casais gerados também passam pelo mesmo processo descrito anteriormente e considere que nenhum coelho vai morrer".

Acompanhe a ilustração abaixo que nos traz a evolução da quantidade de coelhos.



Note que, para  $n \geq 3$ , o número total de coelhos do mês  $n - 2$ ,  $F_{n-2}$ , é também o número de casais maduros do mês seguinte (mês  $n - 1$ ). Como cada casal maduro do mês  $n - 1$  gera um novo casal no mês  $n$  (mês seguinte),  $F_{n-2}$  também indica o número de casais imaturos (recém-nascidos) do mês  $n$ . Sendo assim, os casais do mês  $n$  são os casais do mês anterior (mês  $n - 1$ ) mais os recém-nascidos do mês  $n$ , ou seja:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ para } n \geq 3.$$

Agora, fica fácil ver que a sequência representativa das quantidades de casais, mês a mês, é a sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...), na qual o décimo segundo termo é 144. Após um ano (12 meses), são 144 casais.

OLHE TAMBÉM

João pegou a calculadora de seu pai e começou a brincar, repetindo uma mesma sequência de operações várias vezes para ver o que acontecia. Uma dessas experiências consistia em escolher um número  $x_1$ , qualquer, somar 5 e dividir o resultado por 2, obtendo um novo número  $x_2$ . A seguir, ele somava 5 a  $x_2$  e dividia o resultado por 2, obtendo um novo número  $x_3$ . Repetindo esse processo, ele obteve uma sequência de números  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_n$ . Note que, nessa sequência, temos a seguinte Lei de Recorrência  $x_{n+1} = \frac{x_n + 5}{2}$ , ou seja,  $2x_{n+1} - 5 = x_n$ , que equivale a  $2x_{n+1} - 10 = x_n - 5$ .

Para  $n$  muito grande, isto é, após João ter repetido o processo muitas vezes, não importando com qual valor tivesse iniciado a sequência de operações, ele reparou que o valor  $x_n$  se aproximava sempre do número:

- A) 5
- B) 2
- C)  $\frac{5}{2}$
- D) 1
- E)  $\frac{15}{2}$

Solução 1:

Da última igualdade, temos:

$$2(x_{n+1} - 5) = (x_n - 5) \rightarrow \frac{(x_{n+1} - 5)}{(x_n - 5)} = \frac{1}{2}$$

Daí, dando valores a  $n$ , obtemos:

$$\frac{(x_2 - 5)}{(x_1 - 5)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{(x_3 - 5)}{(x_2 - 5)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{(x_4 - 5)}{(x_3 - 5)} = \frac{1}{2}$$

.....

$$\frac{(x_n - 5)}{(x_{n-1} - 5)} = \frac{1}{2}$$

Multiplicando membro a membro essas  $n$  igualdades, ficamos com:

$$\frac{(x_2 - 5)}{(x_1 - 5)} \cdot \frac{(x_3 - 5)}{(x_2 - 5)} \cdot \frac{(x_4 - 5)}{(x_3 - 5)} \cdots \frac{(x_n - 5)}{(x_{n-1} - 5)} = \frac{\overbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdots 1}^{(n-1) \text{ vezes}}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2}$$

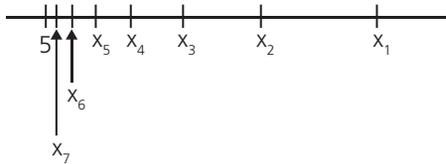
Cancelando os fatores iguais, temos:

$$\frac{(x_n - 5)}{(x_1 - 5)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow x_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot (x_1 - 5) + 5 \rightarrow x_n = \frac{(x_1 - 5)}{2^{n-1}} + 5$$

Daí, para  $n$  muito grande,  $2^{n-1}$  é muito grande e, conseqüentemente,  $\frac{(x_1 - 5)}{2^{n-1}}$  é muito próximo de zero, fazendo com que  $x_n = \frac{(x_1 - 5)}{2^{n-1}} + 5$  se aproxime de 5, qualquer que seja o número inicial  $x_1$ .

**Solução 2:**

- I.  $x_2$  é a média aritmética entre  $x_1$  e 5. Na reta,  $x_2$  fica no ponto médio entre  $x_1$  e 5;
- II.  $x_3$  é a média aritmética entre  $x_2$  e 5. Na reta,  $x_3$  fica no ponto médio entre  $x_2$  e 5.  
Assim,  $x_n$  fica cada vez mais próximo de 5, à medida que  $n$  aumenta.  
Veja:



Resposta: A

**Aula**  
**17**

**Progressão Aritmética (P.A.) –  
Parte I**

C-1 H-2, 3

**Definição**

Toda seqüência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo precedente (anterior) com uma constante  $r$  chama-se **Progressão Aritmética (P.A.)**, ou seja, P.A. é uma seqüência determinada por uma fórmula de recorrência do seguinte tipo:

$$\begin{cases} a_1 = a \text{ (dado)} \\ a_n = a_{n-1} + r, \forall n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2 \end{cases}$$

A constante  $r$  é chamada de **razão da progressão aritmética** e pode ser obtida por meio da diferença entre dois termos consecutivos quaisquer da P.A., isto é:

$$\text{Razão da P.A.} = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = r$$

(Note que a Lei de Recorrência  $a_n = a_{n-1} + r$  nos permite deduzir que  $a_n - a_{n-1} = r$ )

**Exemplos:**

- A)  $(2, 5, 8, 11, 14, \dots)$  é uma P. A. crescente ( $r > 0$ ) de razão  $r = 3$  e  $a_1 = 2$ , cuja Lei de Recorrência é:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2, \text{ que nos dá:} \end{cases}$$

Observando que  $a_n - a_{n-1} = 3$  e dando valores sucessivos a  $n$ , temos:

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 3 \\ a_3 - a_2 &= 3 \\ a_4 - a_3 &= 3 \\ a_n - a_{n-1} &= 3 \end{aligned}$$

Daí, somando membro a membro essas  $(n - 1)$  igualdades e fazendo os devidos cancelamentos, obtemos:

$$a_n - a_1 = (n - 1) \cdot 3 \rightarrow a_n - 2 = 3n - 3$$

Assim, o termo geral (Lei de Formação) da seqüência dada é  $a_n = 3n - 1$ , para  $n \geq 2$ .

Observando que  $a_1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$ , podemos dizer que  $a_n = 3n - 1$ , para  $n \geq 1$ .

- B) A Lei de Recorrência  $\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_n = a_{n-1} - 4 \end{cases}$ , para  $n \geq 2$ , representa uma progressão aritmética decrescente de razão  $r = -4$ .

**Nota:**

P.A. decrescente é aquela cuja razão é negativa.

Para encontrar a Lei de Formação dessa P.A., podemos dar valores sucessivos a  $n$  na lei  $a_n - a_{n-1} = -4$ .

Veja:

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= -4 \\ a_3 - a_2 &= -4 \\ a_4 - a_3 &= -4 \\ \dots & \\ a_n - a_{n-1} &= -4 \end{aligned}$$

Somando e fazendo os cancelamentos devidos, obtemos:

$$a_n - a_1 = (n - 1) \cdot (-4) \rightarrow a_n - 6 = -4n + 4$$

Assim, sua Lei de Formação (termo geral) é:

$$a_n = 10 - 4n$$

Essa Lei de Formação nos dá:

$$a_1 = 6, a_2 = 2, a_3 = -2, \dots, a_{100} = 10 - 400 = -390, \dots$$

Trata-se, portanto, da seqüência decrescente  $(6, 2, -2, -6, \dots)$ .

- C)  $(5, 5, 5, \dots)$  é uma P.A. estacionária ( $r = 0$ ).
- D) Se a seqüência  $\left(\frac{3x}{2}, x + 6, \frac{7x}{2}, \dots\right)$  é uma progressão aritmética, podemos determinar a razão, a Lei de Recorrência e a Lei de Formação. Veja:

$$\begin{aligned} \text{I. Razão} = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 &\Rightarrow 2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow 2(x + 6) = \frac{3x}{2} + \frac{7x}{2} \Rightarrow \\ 2x + 12 = 5x &\Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

II.  $a_1 = \frac{3x}{2} = \frac{3}{2} \cdot 4 \Rightarrow a_1 = 6$

III.  $a_2 = x + 6 = 4 + 6 \Rightarrow a_2 = 10$

IV. Razão =  $r = a_2 - a_1 \Rightarrow r = 4$

Então, a Lei de Recorrência é:  $\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_n = a_{n-1} + 4, \text{ para } n \geq 2 \end{cases}$

Para encontrar a Lei de Formação dessa P.A., basta dar valores sucessivos a **n** na lei  $a_n - a_{n-1} = 4$ , como mostra as igualdades seguintes.

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 4 \\ a_3 - a_2 &= 4 \\ a_4 - a_3 &= 4 \\ \dots\dots\dots \\ a_n - a_{n-1} &= 4 \end{aligned}$$

Somando e fazendo os cancelamentos devidos, obtemos:  
 $a_n - a_1 = (n - 1) \cdot 4 \rightarrow a_n - 6 = 4n - 4$

Assim, sua Lei de Formação (termo geral) é:

$$a_n = 4n + 2$$

Essa Lei de Formação nos dá:

$a_1 = 6, a_2 = 10, a_3 = 14, \dots, a_{100} = 400 + 2 = 402, \dots$

Trata-se, portanto, da sequência decrescente (6, 10, 14, 18, 22, ...).

E) Podemos mostrar que a sequência  $(a_1, a_2, \dots, a_n, \dots)$ , cuja soma dos **n** primeiros termos é dada pela expressão  $S_n = n^2 + 3n$ , é uma progressão aritmética. Para isso, temos que:

I.  $a_1 = S_1 \rightarrow a_1 = 1^2 + 3 \cdot 1 \rightarrow a_1 = 4$   
 II.  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$ , para  $n \geq 2$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{S_{n-1}}$$

Assim, temos que:

$a_n = S_n - S_{n-1}$

Isso nos dá:

$$\begin{aligned} a_n &= (n^2 + 3n) - [(n - 1)^2 + 3 \cdot (n - 1)] \\ a_n &= n^2 + 3n - [n^2 - 2n + 1 + 3n - 3] \\ a_n &= 2n + 2 \end{aligned}$$

Trata-se, portanto, da sequência (4, 6, 8, 10, ...), que é uma progressão aritmética de razão  $r = 2$ .

Podemos, com base no termo geral  $a_n = 2n + 2$ , calcular seu antecessor. Veja:

$a_{n-1} = 2(n - 1) + 2 \rightarrow a_{n-1} = 2n$

Isso nos mostra que a diferença  $a_n - a_{n-1} = 2$  é constante, para todo  $n \geq 2$ . Em outras palavras, a sequência definida pelo somatório  $S_n = n^2 + 3n$  tem a seguinte Lei de Recorrência:

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = a_{n-1} + 2, \text{ para } n \geq 2 \end{cases}$$

Portanto, realmente, trata-se de uma P.A. de razão  $r = 2$ .

## Fórmula do Termo Geral

Considere a P.A.  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_m, a_{m+1}, \dots, a_n, \dots)$  de razão **r**. Sendo  $a_m$  e  $a_n$  dois termos dessa progressão, podemos relacioná-los. Para isso, observe que:

$$\begin{aligned} a_{m+1} - a_m &= r \\ a_{m+2} - a_{m+1} &= r \\ a_{m+3} - a_{m+2} &= r \\ &\vdots \\ a_n - a_{n-1} &= r \end{aligned}$$

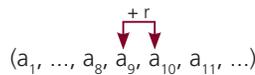
Contando os índices (números naturais) de  $m + 1$  até **n**, observamos  $n - (m + 1) + 1 = n - m$  igualdades acima. Somando, membro a membro, todas essas igualdades e fazendo os devidos cancelamentos, obtemos:

$$a_n - a_m = \underbrace{(r + r + r + \dots + r)}_{(n-m)\text{ vezes}}, \text{ ou seja:}$$

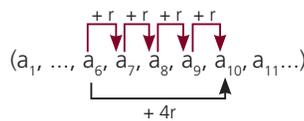
$$a_n = a_m + (n - m) \cdot r$$

Assim, por exemplo, em uma P. A. de razão **r**, temos:

I.  $a_{10} = a_9 + 1 \cdot r$ , ou seja, “ $a_{10}$  fica um termo à frente de  $a_9$ ”:



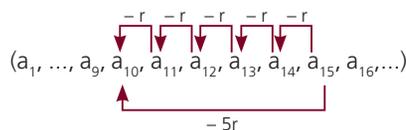
II.  $a_{10} = a_6 + 4 \cdot r$ , ou seja, “ $a_{10}$  fica quatro termos à frente de  $a_6$ ”:



III.  $a_{10} = a_{11} - 1 \cdot r$ , ou seja, “ $a_{10}$  fica um termo atrás de  $a_{11}$ ”:



IV.  $a_{10} = a_{15} - 5 \cdot r$ , ou seja, “ $a_{10}$  fica cinco termos atrás de  $a_{15}$ ”:



A relação  $a_n = a_m + (n - m) \cdot r$ , entre os termos quaisquer  $a_n$  e  $a_m$  de uma mesma progressão aritmética de razão igual a **r**, para  $m = 1$ , fica reduzida a:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \rightarrow \text{Fórmula do termo geral (Lei de Formação)}$$

### Exemplos:

- A sequência  $(-3, 6, \dots)$  é uma progressão aritmética. Determine a sua:
  - Razão;
  - Lei de Recorrência;
  - Lei de Formação.

### Solução:

- Temos:  $a_2 = a_1 + r \Rightarrow r = a_2 - a_1 = 6 - (-3) \Rightarrow r = 9$ , em que **r** é a razão.
- Temos:  $a_n = a_{n-1} + r \Rightarrow a_n = a_{n-1} + 9$ , para  $n \geq 2$  e  $a_1 = -3$ .
- Temos:  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \Rightarrow a_n = -3 + (n - 1) \cdot 9 \Rightarrow a_n = 9n - 12$ .

**Respostas:**

- A) 9  
 B)  $\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_n = a_{n-1} + 9, \text{ para } n \geq 2 \end{cases}$   
 C)  $a_n = 9n - 12$

2. Em uma progressão aritmética,  $a_{15} = 20$  e  $a_{20} = 15$ . Calcule, então, o sexto e o primeiro termos ( $a_6$  e  $a_1$ ).

**Solução:**

Temos:

- I.  $a_{20} = a_{15} + 5r \Rightarrow 15 = 20 + 5r \Rightarrow r = -1$ .  
 II.  $a_6 = a_{15} - 9r \Rightarrow a_6 = 20 - 9 \cdot (-1) \Rightarrow a_6 = 29$ .  
 III.  $a_1 = a_6 - 5r \Rightarrow a_1 = 29 - 5 \cdot (-1) \Rightarrow a_1 = 34$ .

**Observação:**

Poderíamos também usar  $a_1 = a_{15} - 14r$  ou  $a_1 = a_{20} - 19r$

**Respostas:**  $a_6 = 29$  e  $a_1 = 34$ .

3. Considere a seguinte situação-problema:  
 Em um trecho de serra de 13 km de uma rodovia, foi implantada a Operação Descida. Um dos procedimentos dessa operação consiste em bloquear a subida de veículos e permitir a descida da serra por mais faixas. Para isso, são colocados 261 cones sinalizadores ao longo do trecho, sendo que a distância entre dois cones consecutivos quaisquer é constante e que o primeiro e o último ficam exatamente no início e no fim do trecho, respectivamente.

Querendo descobrir qual deve ser a distância entre dois cones consecutivos, podemos utilizar a fórmula do termo geral de uma P.A. Veja:

Como  $13 \text{ km} = 13000 \text{ m}$ , o primeiro cone ficará na posição  $a_1 = 0 \text{ m}$  e o último, na posição  $a_{261} = 13000 \text{ m}$ . Sendo  $R$  a distância (constante), em metros, entre dois cones consecutivos, as posições dos cones formarão uma P.A. de razão  $R$ . Daí:  $a_{261} = a_1 + 260R \rightarrow 13000 = 260R \rightarrow R = 50 \text{ m}$ . Assim, a distância entre dois cones consecutivos quaisquer deve ser  $50 \text{ m}$ .

4. Quantos termos comuns apresentam as seguintes progressões aritméticas limitadas?

- 2, 7, 12, 17, 22, 27, ..., 777
- 5, 8, 11, 14, 17, 20, ..., 599

**Solução:**

Facilmente, percebe-se que:

- I. O primeiro termo comum é 17;  
 II. A primeira P.A. tem razão  $7 - 2 = 5$  e a segunda tem razão  $8 - 5 = 3$ .

Note que qualquer termo, após um termo comum 17, tem a forma:

Na 1ª sequência:  $17 + (5 + 5 + \dots + 5) = 17 + m \cdot 5$ , em que  $m$  é inteiro positivo;

Na 2ª sequência:  $17 + (3 + 3 + \dots + 3) = 17 + p \cdot 3$ , em que  $p$  é inteiro positivo.

Assim, teremos o próximo termo comum quando a igualdade seguinte for verificada, sendo  $m$  e  $p$  os menores inteiros positivos possíveis.

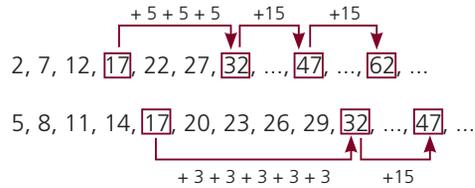
$$17 + m \cdot 5 = 17 + p \cdot 3$$

Ou seja:

$$5m = 3p = \text{m.m.c.}(5,3)$$

$$5m = 3p = 15 \rightarrow m = 3 \text{ e } p = 5$$

Veja:



Isso nos mostra que os termos comuns formam a P.A.  $(17, 32, 47, \dots, C_k)$ , em que  $C_k \leq 599$ .

**Observação:**

Na prática, para a obtenção da P.A. dos termos comuns, encontra-se o primeiro termo de modo direto, observando os primeiros termos das duas sequências dadas (caso seja necessário, acrescente mais alguns termos às sequências, até aparecer o primeiro termo comum). A razão da P.A. dos termos comuns é o m.m.c. das razões das progressões aritméticas dadas, no caso, razão = m.m.c.(5,3) = 15.

Assim,  $C_k = C_1 + (k - 1) \cdot r \leq 599$   
 $17 + (k - 1) \cdot 15 \leq 599$

$$k \leq \frac{597}{15}$$

$$k \leq 39,8 \text{ em que } k \text{ é inteiro positivo.}$$

Daí, os termos comuns são  $C_1 = 17, C_2 = 42, \dots, C_{39} = 17 + 38 \cdot 15 = 587$ , num total de 39 termos.

**Resposta: 39**

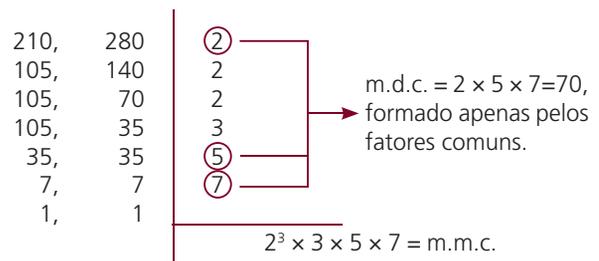
5. Se 40, 250 e 530 são termos de uma mesma progressão aritmética crescente de razão inteira, quais são os possíveis valores para essa razão?

**Solução:**

Considerando a P.A.  $(\dots, a_k = 40, \dots, a_p = 250, a_n = 530, \dots)$  de razão inteira positiva  $r$ , temos a seguir:

- I.  $a_p = a_k + (p - k) \cdot r \rightarrow 250 = 40 + (p - k) \cdot r \rightarrow (p - k) \cdot r = 210$   
 II.  $a_n = a_p + (n - p) \cdot r \rightarrow 530 = 250 + (n - p) \cdot r \rightarrow (n - p) \cdot r = 280$

Então,  $r$  é fator (divisor) positivo de 210 e 280, ou seja,  $r$  é um divisor positivo de 210 e 280:



Logo,  $r$  poderá ser qualquer divisor positivo de 70 (m.d.c. de 210 e 280):

	1
70	2, 2
35	5, 5, 10
7	7, 7, 14, 35, 70
1	

$r \in \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$

**Resposta:** 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 ou 70

6. Leia com atenção o seguinte texto e tente decifrar o segredo do jogo.

**QUEM DIZ "CEM" É O VENCEDOR**

Nesse jogo, jogam apenas duas pessoas. O primeiro competidor diz um número inteiro positivo qualquer, não superior a 10 (podendo ser o próprio 10). O segundo competidor adiciona, ao número anunciado, o seu número inteiro positivo que também não pode ser superior a 10 (pode ser 10 ou inferior a 10), e anuncia a soma. A essa soma, o primeiro competidor acrescenta um novo número que obedece às condições citadas. À nova soma anunciada, o outro competidor acrescenta, por sua vez, um número nas condições mencionadas e, assim, continuamente até um dos competidores anunciar uma soma igual a 100, ganhando o jogo.

Se a sequência de números (a, b, c, ..., d, 100) é a estratégia vencedora, isto é, quando um dos competidores anuncia, nessa ordem, esses números, e somente eles, **sempre vence o jogo**, calcule o valor de  $d + b - a$ .

**Solução:**

Vejam os jogo de trás para frente: se queremos que o nosso último número anunciado seja o 100, o nosso penúltimo número anunciado não pode ser 90, 91, ... ou 99, pois daríamos ao "adversário" a chance de ganhar o jogo. Assim, o nosso penúltimo "número seguro" deve ser  $d = 89$ .

Para garantirmos que o nosso penúltimo número seja o 89, o nosso antepenúltimo número não pode ser 79, 80, 81, ..., 88, pois daríamos ao adversário a chance de se apossar do nosso penúltimo número seguro (89). Logo, o nosso antepenúltimo número seguro é o 78. Agindo assim, nossa sequência de números que garantem a vitória, de trás para frente, é a P.A. de razão 11: (100, 89, 78, 67, 56, 45, 34, 23, 12, 1).

Assim, o primeiro jogador sempre poderá vencer o jogo anunciando, nessa ordem, (1, 12, 23, ..., 89, 100).

**Resposta:**  $d + b - a = 89 + 12 - 1 = 100$



**Exercícios de Fixação**

01. Davi é uma criança que adora brincar com sequências numéricas. Seu pai, professor de Matemática, propôs ao menino que escrevesse em seu caderno uma sequência numérica crescente, com os números naturais menores do que 100, no formato de uma tabela com 25 linhas e 4 colunas, mas sem mostrar para ele como ficou. Temos a seguir as primeiras linhas dessa tabela:

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
:			

Depois de pronta a tabela, o pai pediu ao filho que pensasse num número natural menor do que 100 e lhe informasse apenas a linha e a coluna que ele ocupava nessa tabela.

Se Davi disse a seu pai que o número estava representado na 15ª linha e 3ª coluna da tabela, então o menino pensou no número

- A) 62.
- B) 60.
- C) 58.
- D) 56.

02. (PUC) O tempo destinado à propaganda eleitoral gratuita é dividido entre três coligações partidárias em partes diretamente proporcionais aos termos da progressão aritmética:  $t, t + 6, t^2$ . Nessas condições, de cada hora de propaganda eleitoral gratuita, a coligação partidária a qual coubera maior parte do tempo  $t$ , medido em minutos, ficará com:

- A) 26 min
- B) 28 min
- C) 30 min
- D) 32 min

03. (Uece) O quadro numérico exposto abaixo foi construído seguindo uma lógica estrutural.

Linha 01	1	
Linha 02	1 2 1	
Linha 03	1 3 3 1	
Linha 04	1 4 6 4 1	
Linha 05	1 5 10 10 5 1	
Linha 06	1 6 15 20 15 6 1	
Linha 07	1 7 21 35 35 21 7 1	
Linha 08	1 8 28 56 70 56 28 8 1	
.....	.....	.....

Seguindo a lógica adotada na construção do quadro, é possível afirmar corretamente que o número que ocupa a posição central da linha 20 é

- A) 31
- B) 29
- C) 32
- D) 30

04. (Unesp) Duas pequenas fábricas de calçados, A e B, têm fabricado, respectivamente, 3000 e 1100 pares de sapatos por mês. Se, a partir de janeiro, a fábrica A aumentar sucessivamente a produção em 70 pares por mês e a fábrica B aumentar sucessivamente a produção em 290 pares por mês, a produção da fábrica B superará a produção de A a partir de

- A) março.
- B) maio.
- C) julho.
- D) setembro.
- E) novembro.

05. José decidiu nadar, regularmente, de quatro em quatro dias. Começou a fazê-lo em um sábado; nadou pela segunda vez na quarta-feira seguinte e assim por diante.

Nesse caso, na centésima vez em que José for nadar, será:

- A) terça-feira.
- B) quarta-feira.
- C) quinta-feira.
- D) sexta-feira.



**Exercícios Propostos**

01. As progressões aritméticas (5, 8, 11, ...) e (3, 7, 11, ...) têm 100 termos cada uma. O número de termos iguais nas duas progressões é:

- A) 28
- B) 27
- C) 26
- D) 25
- E) 24

02. Durante uma experiência em laboratório, um grupo de estudantes observou que uma bola de massa  $m = 1$  kg deslocou-se com uma velocidade  $v$ , medida em m/s. Um dos estudantes calculou, em joules, a energia cinética  $E$  da bola, aplicando a fórmula matemática  $E = \frac{m \cdot v^2}{2}$ . Após esse cálculo, pode-se constatar que a sequência  $(v, E, 1)$  era uma progressão aritmética e que a velocidade apresentava uma relação com o

famoso número de ouro  $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618$ . Com base nessas

informações, é correto dizer que a relação observada entre  $v$  e  $\phi$  foi:

- A)  $v = 3\phi$
- B)  $v = 2\phi$
- C)  $v = \phi$
- D)  $v = \frac{\phi}{3}$
- E)  $v = \frac{\phi}{2}$

03. (ESPM) De 1995 a 2004, a população de uma cidade vem aumentando anualmente em progressão aritmética. Em 2004, constatou-se que o número de habitantes era 8% maior que no ano anterior. Pode-se concluir que, de 1995 a 2004, a população dessa cidade aumentou em:

- A) 200%
- B) 180%
- C) 160%
- D) 100%
- E) 80%

04. (UERJ – Adaptada) Analisando a tabela seguinte, o gerente da fábrica Y resolveu investir mais no produto que apresentou, simultaneamente, um acréscimo na produção e uma redução no preço unitário de venda.

FÁBRICA Y – Ano 2000				
Produtos	Produção (em mil unidades)		Preços unitários de venda (em R\$)	
	maio	junho	maio	junho
A	100	50	15	18
B	80	100	13	12
C	90	70	14	10

Como parte do investimento, o acréscimo absoluto na produção de tal produto, de maio para junho, foi estendido aos meses subsequentes.

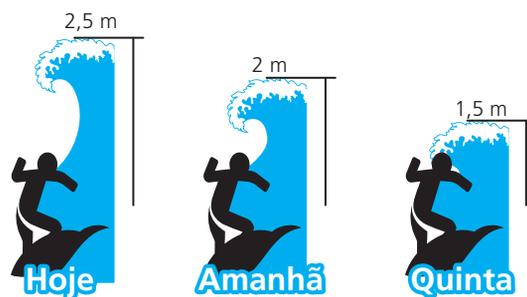
Então, em dezembro de 2000, a produção desse produto, em milhares de unidades, foi:

- A) 240
- B) 230
- C) 220
- D) 210
- E) 200

05. (UEG) No primeiro semestre de 2015, a empresa Aço Firme fabricou 28000 chapas metálicas em janeiro; em fevereiro sua produção começou a cair como uma progressão aritmética decrescente, de forma que em julho a sua produção foi de 8800 chapas. Nessas condições, a produção da empresa nos meses de maio e junho totalizou

- A) 33600 chapas.
- B) 32400 chapas.
- C) 27200 chapas.
- D) 24400 chapas.
- E) 22600 chapas.

06. (Unirio-RJ) A figura abaixo foi publicada em jornal de grande circulação, terça-feira, 25 de setembro. Trata da previsão da altura das ondas no Rio de Janeiro para os três próximos dias, que representa uma progressão aritmética decrescente.



Analisando esta figura, um surfista ficou imaginando a possibilidade de ocorrência de ondas gigantescas. Se isso fosse possível, considerando esta mesma progressão, qual teria sido a altura das ondas no dia 01 de setembro do mesmo ano?

- A) 14,5 m
- B) 15,0 m
- C) 15,5 m
- D) 16,0 m
- E) 16,5 m

07. (UFRJ – Adaptada) Mister MM, o Mágico da Matemática, apresentou-se diante de uma plateia com 50 pessoas que receberam, respectivamente, 50 fichas numeradas de 1 a 50. Mister MM pediu que cada espectador escrevesse um número no verso de sua ficha e a escondesse. A única exigência feita por Mister MM foi: “o número a ser escrito em cada ficha, excetuando-se a ficha primeira e a última, deve ser a média aritmética do número da anterior com o da posterior”. A seguir; Mister MM pediu para ver as fichas de dois voluntários e foi atendido pelos espectadores que portavam as fichas 16 e 31. Observando que as fichas que lhe foram mostradas apresentavam os números 103 e 58 escritos nos respectivos versos, para delírio da plateia, Mister MM “adivinhou” o número escrito no verso da última ficha. Mister MM poderia também “adivinhar” o número escrito no verso de qualquer outra ficha.

Nos versos da primeira e da última ficha estavam escritos, respectivamente, os números:

- A) 152 e 5
- B) 151 e 4
- C) 150 e 3
- D) 149 e 2
- E) 148 e 1

08. (UERJ – Adaptado) Duas empresas, A e B, farão doações mensais a uma creche. A tabela a seguir mostra os valores, em reais, dos depósitos iniciais, que foram realizados nos cinco primeiros meses de 2010.

Empresas	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
A	12.000,00	11.400,00	10.800,00	10.200,00	9.600,00
B	300,00	600,00	900,00	1.200,00	1.500,00

A diferença entre os valores depositados por uma mesma empresa entre dois meses subsequentes foi mantida constante ao longo de um determinado período.

O mês desse período em que o valor mensal do depósito da empresa A será igual ao da empresa B é

- A) dezembro de 2010.
- B) janeiro de 2011.
- C) fevereiro de 2011.
- D) março de 2011.
- E) abril de 2011.

09. (Ifal) As medidas dos lados de certo triângulo são expressas por  $(x + 2)$ ,  $(2x + 1)$  e  $(x^2 - 10)$  e, nessa ordem, formam uma progressão aritmética. O perímetro desse triângulo mede:  
 A) 15  
 B) 21  
 C) 28  
 D) 33  
 E) 40
10. (Enem) Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício. João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares 1, 3, 5, 7 e assim sucessivamente, de dois em dois andares. Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares 1, 4, 7, 10 e assim sucessivamente, de três em três andares. Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar. Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra, em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro.  
 Qual é o número de andares desse edifício?  
 A) 40  
 B) 60  
 C) 100  
 D) 115  
 E) 120

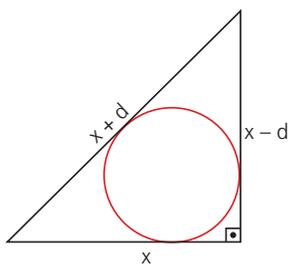


**Fique de Olho**

Os lados de um triângulo retângulo formam uma progressão aritmética crescente. Mostre que a razão da progressão é igual ao raio do círculo inscrito no triângulo.

**Demonstração:**

Seja  $x - d$ ;  $x$ ;  $x + d$  as medidas dos lados do triângulo, com  $d > 0$ , temos:

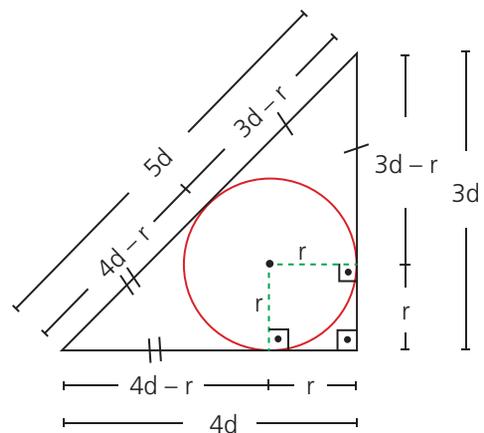


$$\begin{aligned} (x + d)^2 &= (x - d)^2 + x^2 \\ x^2 + 2dx + d^2 &= x^2 - 2dx + d^2 + x^2 \\ 4dx &= x^2 \\ \therefore x &= 4d \Rightarrow \begin{cases} x - d = 3d \\ x &= 4d \\ x + d &= 5d \end{cases} \end{aligned}$$

**Note:**

Os lados são proporcionais a 3, 4 e 5, em que a constante de proporcionalidade é a razão **d** de P. A.

Daí:

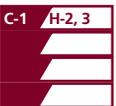


$$\begin{aligned} \text{Hipotenusa} &= (4d - r) + (3d - r) = 5d \\ 2d &= 2r \\ d &= r \end{aligned}$$

Assim, o raio **r** é igual à razão **d**.

**Aula 18**

**Progressão Aritmética (P.A.) – Parte II**



**Interpolação aritmética**

Ao interpolarmos **k** meios aritméticos ( $M_1, M_2, M_3, \dots, M_k$ ) entre os números **a** e **b**, ficamos com a seguinte progressão aritmética de  $(k + 2)$  termos:

P.A. de  $(k + 2)$  termos:  $(a, \overbrace{M_1, M_2, M_3, \dots, M_k}^{k \text{ termos}}, b)$ , na qual destacamos:

- O primeiro e o último termo, chamados de extremos:  
 Primeiro termo:  $A_1 = a$   
 Último termo:  $A_{k+2} = b$
- A razão R da P.A. formada, que poderá ser obtida por meio da relação entre os extremos:  
 $A_{k+2} = A_1 + (k + 2 - 1) \cdot R$ , ou seja:  
 $b = a + (k + 1) \cdot R$

**Exemplos:**

1. Interpole 6 meios aritméticos entre 100 e 184.

**Resolução:**

Devemos formar a P.A. (100, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, 184), em que:

$$\begin{cases} a_1 = 100 \\ a_8 = 184 \end{cases}$$

$$a_8 = a_1 + 7r \Rightarrow 184 = 100 + 7r \Rightarrow 7r = 84 \Rightarrow r = 12$$

Então, temos a P.A. (100, 112, 124, 136, 148, 160, 172, 184).

2. Quando inserimos 10 meios aritméticos entre 2 e 79, qual é a razão da P.A. obtida?

**Resolução:**

P.A. (2;  $\underbrace{\hspace{10em}}$ ; 79), em que:

10 termos

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{12} = 79 \end{cases}$$

Dáí:  
 $a_{12} = a_1 + 11r \Rightarrow 79 = 2 + 11r \Rightarrow 11r = 77 \Rightarrow r = 7$   
 Logo,  $r = 7$ .

### Representações especiais

Muitas vezes, usar a notação do tipo  $(x, x + r, x + 2r, \dots)$  para representar uma progressão aritmética poderá acarretar cálculos desagradáveis que poderiam ser evitados usando-se as chamadas notações especiais. Para uma melhor fixação dessas notações, tenha em mente que:

- Uma P.A. com um número ímpar de termos apresenta termo central. Chamando esse termo central, por exemplo, de  $x$  e a razão da P.A. de  $r$ , os outros termos poderão ser obtidos a partir de  $x$ , somando-se e retirando-se a mesma quantidade de razões. Veja a seguir:

P.A. de três termos:  $(x - r, x, x + r)$

P.A. de cinco termos:  $(x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r)$

P.A. de sete termos:  $(x - 3r, x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r, x + 3r)$

- Uma P.A. com um número par de termos não apresenta termo central; devemos trabalhar inicialmente com os dois termos centrais. Chamando esses dois termos centrais, por exemplo, de  $x - r$  e  $x + r$ , a razão de P.A. passa a ser  $2r$  e os outros termos poderão ser obtidos a partir deles, retirando-se e somando-se, respectivamente, a mesma quantidade de razões. Veja:  
 I. Os dois termos centrais:  $(\dots, x - r, x + r, \dots)$

Note que a razão passa a ser  $(x + r) - (x - r) = 2r$ ; e subtraindo-se a razão  $2r$  do termo  $(x - r)$  e somando-se a razão  $2r$  ao termo  $(x + r)$  obtemos uma P.A. de quatro termos.

II. P.A. de quatro termos:  $(x - 3r, x - r, x + r, x + 3r)$

III. P.A. de seis termos:  $(x - 5r, x - 3r, x - r, x + r, x + 3r, x + 5r)$

Nessas notações, conhecendo-se a soma dos termos da progressão e/ou o produto deles, os cálculos ficam simplificados. Perceba que tanto nas progressões com um número ímpar de termos como nas progressões com um número par, ao somarmos os termos, as razões serão todas canceladas; perceba também que o produto dos termos extremos e de termos equidistantes dos extremos são produtos notáveis. Vale a pena conhecer essas notações especiais para as progressões aritméticas.

**Exemplos:**

1. Determine três números em P.A. crescente, sabendo que a soma de seus quadrados é igual a 116 e o produto dos termos extremos é 32.

**Solução:**

Sejam  $x - r, x$  e  $x + r$  os números procurados, temos:

I.  $r > 0$  (P.A. crescente)

II.  $(x - r)^2 + x^2 + (x + r)^2 = 116 \Rightarrow 3x^2 + 2r^2 = 116$

III.  $(x - r) \cdot (x + r) = 32 \Rightarrow x^2 - r^2 = 32$ <sub>(2)</sub>

Então:

$$\begin{cases} 3x^2 + 2r^2 = 116 \\ 2x^2 - 2r^2 = 64 \end{cases} \Rightarrow 5x^2 = 180 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

$$\bullet \quad x^2 - r^2 = 32 \Rightarrow 36 - 32 = r^2 \Rightarrow r = \pm 2 \therefore r = 2 \text{ (pois a P.A. é crescente)}$$

Assim:

Para  $x = 6$  e  $r = 2 \Rightarrow$  P.A. (4, 6, 8)

Para  $x = -6$  e  $r = 2 \Rightarrow$  P.A. (-8, -6, -4)

**Resposta:** 4, 6 e 8 ou -8, -6 e -4.

2. Os números que representam, em graus, as medidas dos ângulos internos de um quadrilátero convexo são tais que estão em progressão aritmética e o produto dos dois centrais é igual a 8000. Determine as medidas desses ângulos, em graus.

**Solução:**

Sejam  $x - 3r, x - r, x + r$  e  $x + 3r$  as medidas, em graus, dos ângulos, temos:

I. soma dos ângulos internos do quadrilátero =  $360^\circ$ :

$$4x = 360 \Rightarrow x = 90$$

II.  $(x - r)(x + r) = 8000 \Rightarrow x^2 - r^2 = 8000 \Rightarrow 8100 - 8000 = r^2 \Rightarrow r^2 = 100 \Rightarrow r = \pm 10$

Então:

• Se  $x = 90$  e  $r = 10 \Rightarrow$  P.A. (60, 80, 100, 120)

• Se  $x = 90$  e  $r = -10 \Rightarrow$  P.A. (120, 100, 80, 60)

**Resposta:**  $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ$  e  $120^\circ$ .

### Relações de Girard

As relações entre os coeficientes de uma equação polinomial e as suas raízes são chamadas de Girard.

As mais utilizadas são:

I. Na equação  $Ax^2 + Bx + C = 0, A \neq 0$ , de raízes  $r_1$  e  $r_2$ :

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = -\frac{B}{A} \\ r_1 \cdot r_2 = \frac{C}{A} \end{cases}$$

II. Na equação  $Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0, A \neq 0$ , de raízes  $r_1, r_2$  e  $r_3$ :

$$\begin{cases} r_1 + r_2 + r_3 = -\frac{B}{A} \\ r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3 = \frac{C}{A} \\ r_1r_2r_3 = -\frac{D}{A} \end{cases}$$

**Exemplo:**

Estando as raízes da equação  $x^3 + 6x^2 - 4x + m = 0$  que estão em progressão aritmética, podemos encontrar facilmente o valor numérico de  $m$ . Veja:

As raízes são da forma  $\begin{cases} x_1 = a - r \\ x_2 = a \\ x_3 = a + r \end{cases}$ , cuja soma é:

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-6}{1} \rightarrow 3a = -6 \rightarrow x_2 = a = -2 \text{ é uma das raízes.}$$

Fazendo então  $x = -2$  (raiz) na equação, ficamos com:

$$(-2)^3 + 6 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + m = 0 \rightarrow m = -24$$

**Observação:**

Substituindo  $\begin{cases} x_1 = -2-r \\ x_2 = -2 \\ x_3 = -2+r \end{cases}$  e  $m = -24$  em  $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = \frac{-m}{1}$ ,

obtemos as raízes  $-2, 2$  e  $6$ .

**Termos equidistantes dos extremos**

Em uma sequência finita  $(a_1, a_2, \dots, a_p, \dots, a_q, \dots, a_n)$ , dois termos,  $a_p$  e  $a_q$ , são ditos **equidistantes dos extremos** ( $a_1$  e  $a_n$ ) se ficarem a igual distância de  $a_1$  e  $a_n$ , respectivamente.

Dada uma sequência qualquer, são importantes os seguintes fatos:

- Se  $a_p$  e  $a_q$  são termos **equidistantes dos extremos**  $a_1$  e  $a_n$  da sequência finita  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ , então  $p + q = n + 1$ .  
Veja:

$$\underbrace{(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)}_{k \text{ termos}}, \dots, \underbrace{a_{q+1}, a_{q+2}, \dots, a_n}_{k \text{ termos}} = a_{q+k}$$

Temos:

$$\begin{cases} p = k + 1 \\ q + k = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = p - 1 \\ k = n - q \end{cases} \Rightarrow p - 1 = n - q \Rightarrow p + q = n + 1$$

- Se  $n$  é ímpar, a sequência  $(a_1; a_2; \dots; a_c; \dots; a_{n-1}; a_n)$  apresenta **termo central**  $a_c$ , em que  $c = \frac{1+n}{2}$ .

Veja:

$$\underbrace{a_1, a_2, \dots, a_{c-1}}_{(c-1) \text{ termos}}, a_c, \underbrace{a_{c+1}, a_{c+2}, \dots, a_{c-1}}_{(c-1) \text{ termos}}$$

termo central

Temos:  $a_n = a_{2c-1} \Rightarrow n = 2c - 1 \therefore c = \frac{1+n}{2}$



**Exercícios de Fixação**

- (Enem) A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça; o segundo, a 100 metros; o terceiro, a 120 metros; e assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte metros entre os postes, até que o último poste seja colocado a uma distância de 1.380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R\$ 8.000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

- A) R\$ 512.000,00.
- B) R\$ 520.000,00.
- C) R\$ 528.000,00.
- D) R\$ 552.000,00.
- E) R\$ 584.000,00.

- (UFSM) No trecho de maior movimento de uma rodovia, ou seja, entre o km 35 e o km 41, foram colocados *outdoors* educativos de 300 em 300 metros. Como o 1º foi colocado exatamente a 50 metros após o km 35, a distância entre o 13º *outdoor* e o km 41 é, em metros,
  - A) 3.700
  - B) 3.650
  - C) 2.750
  - D) 2.350
  - E) 2.150

- (UFPI) Se em uma Progressão Aritmética de razão positiva o produto dos três primeiros termos é 384 e a soma é 24, então o quarto termo é:
  - A) 0
  - B) 4
  - C) 8
  - D) 12
  - E) 16

- As medidas dos lados, em km, de quatro terrenos quadrados formam uma progressão aritmética crescente. Se a soma dos perímetros desses terrenos é 88 km e a soma das áreas é 166 km², qual é a medida do lado do maior terreno, em km?
  - A) 12,0
  - B) 11,5
  - C) 11,0
  - D) 10,5
  - E) 10,0

- (UFF) Ao se fazer um exame histórico da presença africana no desenvolvimento do pensamento matemático, os indícios e os vestígios nos remetem à matemática egípcia, sendo o Papiro de Rhind um dos documentos que resgatam essa história.



Reprodução/UFF

Nesse papiro encontramos o seguinte problema:

“Divida 100 pães entre 5 homens de modo que as partes recebidas estejam em progressão aritmética e que um sétimo da soma das três partes maiores seja igual à soma das duas menores.”

Coube ao homem que recebeu a parte maior da divisão acima a quantidade de

- A)  $\frac{115}{3}$  pães.
- B)  $\frac{55}{6}$  pães.
- C) 20 pães.
- D)  $\frac{65}{6}$  pães.
- E) 35 pães.



**Exercícios Propostos**

01. Um trecho de 6 km de uma rodovia que liga certa cidade A ao povoado B será pavimentado e iluminado artificialmente, com a colocação de 201 postes igualmente espaçados. Sabe-se que o primeiro e o último poste ficam exatamente no início e no final do trecho, respectivamente.

A distância, em metros, entre dois postes consecutivos quaisquer é:

- A) 27,5
- B) 30,0
- C) 32,5
- D) 35,0
- E) 37,5

02. (Uece) As medidas, em metro, dos comprimentos dos lados de um triângulo formam uma progressão aritmética cuja razão é igual a 1. Se a medida de um dos ângulos internos deste triângulo é  $120^\circ$ , então, seu perímetro, em metros, é:

- A) 5,5
- B) 6,5
- C) 7,5
- D) 8,5

03. (UFRRJ) Dez minutos após acender uma lâmpada, ela começou a piscar a cada três minutos. Tem-se a previsão de que após 100 piscadas, seguidas, a lâmpada queima.

Supondo que esta previsão esteja correta e que a lâmpada não foi desligada após ser acesa, pode-se afirmar que a lâmpada queimou após

- A) 200 minutos do acendimento.
- B) 10 horas e 21 minutos do acendimento.
- C) 3 horas e 17 minutos do acendimento.
- D) 4 horas e 31 minutos do acendimento.
- E) 5 horas e 7 minutos do acendimento.

04. (UFPR) Os três lados de um triângulo retângulo estão em progressão aritmética de razão  $r > 0$ . A respeito desse triângulo, considere as seguintes afirmativas:

- I. A área desse triângulo é  $16r$ ;
- II. Esse triângulo é semelhante ao triângulo de lados 3, 4 e 5;
- III. O perímetro desse triângulo é  $12r$ .

Assinale a alternativa correta.

- A) Somente a afirmativa I é verdadeira.
- B) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- C) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- D) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- E) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.

05. (Ifal) Quatro inteiros positivos são termos de uma progressão aritmética. Se o produto do segundo desses termos pelo terceiro desses termos é igual a 77, então a soma desses quatro termos é igual a:

- A) 33
- B) 34
- C) 35
- D) 36
- E) 37

06. (Fac. Albert Einstein – Medicina) Suponha que, em certo país, observou-se que o número de exames por imagem, em milhões por ano, havia crescido segundo os termos de uma progressão aritmética de razão 6, chegando a 94 milhões/ano ao final de 10 anos. Nessas condições, o aumento percentual do número de tais exames, desde o ano da observação até ao final do período considerado, foi de:

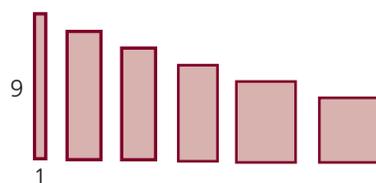
- A) 130%
- B) 135%
- C) 136%
- D) 138%

07. (UFPE) Nos quilômetros 31 e 229 de uma rodovia estão instalados telefones de emergência. Ao longo da mesma rodovia e entre estes quilômetros, pretende-se instalar 10 outros telefones de emergência. Os pontos adjacentes de instalação dos telefones estão situados a uma mesma distância.

A distância entre dois telefones consecutivos, em quilômetros, é:

- A) 17
- B) 18
- C) 19
- D) 20
- E) 21

08. (UFG – Adaptado) A prefeitura de certa cidade construiu um centro comercial com salas de variadas dimensões, que serão ocupadas de acordo com os artigos comercializados. As salas de maior área ficarão com os atuais vendedores ambulantes que comercializam vestimentas nos arredores da catedral; e as salas de menor área ficarão com os vendedores de bijuterias, que atualmente ocupam as calçadas do centro da cidade. A figura a seguir representa as cinco salas retangulares e a sala quadrada existentes em uma das alas do primeiro piso desse centro comercial. Todas as salas representadas têm o mesmo perímetro, sendo que a base e a altura da primeira sala da esquerda medem 1 m e 9 m, respectivamente.



Por uma questão de estética, da esquerda para a direita, as medidas das bases dos pisos dessas salas crescem, e as das alturas diminuem, formando progressões aritméticas. Nesse centro comercial, existem apenas esses seis tipos de sala.

Uma das salas quadradas tem área igual a:

- A)  $16,00 \text{ m}^2$
- B)  $20,25 \text{ m}^2$
- C)  $25,00 \text{ m}^2$
- D)  $30,25 \text{ m}^2$
- E)  $36,00 \text{ m}^2$

09. (Enem) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Disponível em: <<http://www.webrun.com.br>>. Acesso em: 28 abr. 2010.

**Aula**  
**19**

**Progressão Aritmética (P.A.) –  
Parte III**



Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou esta atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino. Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

- A) 12 dias.
- B) 13 dias.
- C) 14 dias.
- D) 15 dias.
- E) 16 dias.

10. (UEPG – Adaptado) Numa estrada, existem dois telefones instalados no acostamento: um no km 3 e outro no km 248. Entre eles serão colocados mais 6 telefones, mantendo-se entre dois telefones consecutivos sempre a mesma distância. Um motorista está parado no km 165 com seu carro enguiçado, sem comunicação.

A menor distância que o motorista terá que percorrer para encontrar um telefone será de:

- A) 13 km
- B) 16 km
- C) 19 km
- D) 22 km
- E) 25 km



**Fique de Olho**

- Podem os números  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  e  $\sqrt{5}$  serem termos de uma mesma progressão aritmética?

**Solução:**

Supondo  $a_n = \sqrt{2}$ ,  $a_p = \sqrt{3}$  e  $a_k = \sqrt{5}$  termos de uma mesma P.A. de razão R, devemos ter:

$$I. a_p = a_n + (p - n) \cdot R \Rightarrow \sqrt{3} = \sqrt{2} + (p - n) \cdot R \Rightarrow R = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{p - n}$$

$$II. a_k = a_p + (k - p) \cdot R \Rightarrow \sqrt{5} = \sqrt{3} + (k - p) \cdot R \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{k - p}$$

$$\text{Daí: } \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{k - p} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{p - n} \Rightarrow \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{k - p}{p - n}$$

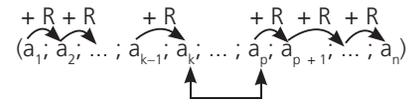
Como **k**, **p** e **n** são inteiros distintos,  $\frac{k - p}{p - n}$  é racional e  $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  é

irracional. Assim, a igualdade  $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{k - p}{p - n}$  é absurda. Portanto,

$\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  e  $\sqrt{5}$  não podem ser termos de uma mesma P.A.

**Soma dos termos equidistantes dos extremos**

Considere  $a_k$  e  $a_p$  dois termos que ficam, respectivamente, a igual distância dos extremos  $a_1$  e  $a_n$  de uma P.A. de razão R, isto é, considere a seguinte P.A.:



Se **m** o número de razões que devemos somar ao primeiro termo  $a_1$  para a obtenção de  $a_k$ , **m** também será o número de razões que devemos somar ao termo  $a_p$  para a obtenção do extremo  $a_n$ , uma vez que  $a_k$  e  $a_p$  são equidistantes dos extremos  $a_1$  e  $a_n$ . Daí:

- $a_k = a_1 + mR$ , em que  $m = k - 1$ ;
- $a_n = a_p + mR$ , em que  $m = n - p$ .

Isso deixa evidente dois fatos:

1. A soma dos índices de dois termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos índices dos extremos.

Veja:

$$m = k - 1 = n - p \rightarrow \boxed{k + p = 1 + n}$$

2. Em uma P.A., a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos extremos. Veja:

$$mR = a_k - a_1 = a_n - a_p \rightarrow \boxed{a_k + a_p = a_1 + a_n}$$

Na P.A.  $\left( \begin{matrix} 20; & 24; & 28; & 32; & 36; & 40; & 44 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \end{matrix} \right)$ , por exemplo, temos

que  $a_1 + a_7 = a_2 + a_6 = a_3 + a_5 = a_4 + a_4 = 64$ . Note a soma dos índices igual a 8 em cada adição.

**Soma dos n primeiros termos de uma P.A.**



Considere a P.A.  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$ , em que  $a_1$  e  $a_n$  são os extremos e  $a_2$  e  $a_{n-1}$ ;  $a_3$  e  $a_{n-2}$  etc. são equidistantes dos extremos. Temos que:

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$  e, como a ordem não altera a soma:  $S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$ .

Somando, agora, membro a membro essas duas igualdades, ficamos com:

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) + \dots + (a_n + a_1)$$

Observando que:

$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \dots = a_n + a_1$  (termos equidistantes dos extremos), temos:

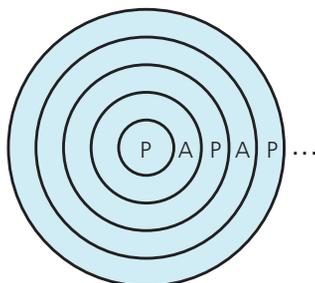
$$2S_n = \underbrace{(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)}_{n \text{ vezes}} \therefore S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}, \text{ em que:}$$

- $a_1$  é o primeiro termo somado;
- $a_n$  é o último termo somado;
- **n** é a quantidade de termos, em P.A., somados.

Assim, por exemplo, se os termos estão em P.A., temos:

- $a_1 + a_2 + \dots + a_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2}$ ;
- $a_4 + a_5 + \dots + a_{30} = \frac{(a_4 + a_{30}) \cdot 27}{2}$ . Note: temos  $30 - 4 + 1 = 27$  termos somados;
- $a_{21} + a_{22} + \dots + a_{100} = \frac{(a_{21} + a_{100}) \cdot 80}{2}$ , em que o número de termos somados é  $100 - 21 + 1 = 80$ .

O conhecimento dessa fórmula facilita a resolução de vários problemas relacionados à soma dos termos de uma progressão aritmética. Considere, por exemplo, a situação-problema seguinte.



Deseja-se pintar com tintas de cores preta e amarela, alternadamente, um disco no qual estão marcados círculos concêntricos, cujos raios estão em P.A. de razão 1 metro. Pinta-se, no primeiro dia, o círculo central do disco, de raio 1 metro, usando-se 0,5 L de tinta preta. Em cada dia seguinte, pinta-se a região delimitada pela circunferência seguinte ao círculo pintado no dia anterior. Se a tinta usada, não importando a cor, tem sempre o mesmo rendimento, podemos descobrir a quantidade total de tinta amarela gasta até o 21º dia, em litros, da seguinte forma:

- I. O raio do primeiro círculo (menor), em metro, é  $r_1 = 1$  e forma, com os demais raios, uma P.A. de razão 1. Assim, em metros, as medidas desses raios são  $r_2 = 2, r_3 = 3, \dots, a_{21} = 21$ ;
- II. As áreas pintadas de amarelo são aquelas pintadas em dias pares (segundo, quarto, ..., vigésimo dia), cujas áreas, em  $m^2$ , são, respectivamente:

$$\begin{aligned} A_1 &= \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1^2 \rightarrow A_1 = 3\pi \\ A_2 &= \pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 3^2 \rightarrow A_2 = 7\pi \\ A_3 &= \pi \cdot 6^2 - \pi \cdot 5^2 \rightarrow A_3 = 11\pi \\ A_4 &= \pi \cdot 8^2 - \pi \cdot 7^2 \rightarrow A_4 = 15\pi \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

(Uma P.A. de razão  $R = 4\pi$ , cujo décimo termo,  $A_{10}$ , é a área pintada no vigésimo dia.)

Assim,  $A_{10} = A_1 + 9 \cdot R$ , ou seja,  $A_{10} = 3\pi + 9 \cdot (4\pi) = 39\pi$ , e a soma das áreas pintadas de amarelo, em  $m^2$ , será:

$$S_{10} = \frac{(A_1 + A_{10}) \cdot 10}{2} \rightarrow S_{10} = \frac{(3\pi + 39\pi) \cdot 10}{2} = 210\pi$$

- III. No primeiro dia, foram usados 0,5 L de tinta preta para pintar  $\pi \cdot 1^2 = \pi m^2$  do disco. Como os rendimentos das tintas são iguais e  $210\pi m^2 = 210 \cdot (\pi m^2)$ , foram utilizados  $210 \cdot 0,5 L = 105 L$  de tinta amarela.

Veja agora outros problemas resolvidos nos quais a fórmula para a soma de  $n$  termos em progressão aritmética é utilizada.



**Exercícios Resolvidos**

- 1. Em uma P.A. de 100 termos, a soma dos termos de ordem ímpar é 500 e a dos de ordem par, 900. O menor termo positivo que pertence a essa P.A. é:  
A) 1 B) 2  
C) 3 D) 5  
E) 7

**Solução:**

Sendo  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100})$  a P.A. de 100 termos, temos:

- I.  $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99} = 500$  (tem 50 termos)
- II.  $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{100} = 900$  (tem 50 termos)
- III. Subtraindo membro a membro e associando os termos consecutivos [(II) - (I)]:  
 $(a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + (a_6 - a_5) + \dots + (a_{100} - a_{99}) = 900 - 500 \Rightarrow$   
 $\underbrace{r + r + r + \dots + r}_{50 \text{ vezes}} = 400 \Rightarrow 50 \cdot r = 400 \therefore r = 8$ , em que  $r$  é

a razão da P.A.

- IV. Somando membro a membro as equações (I) e (II):

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{99} + a_{100} = 500 + 900 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(a_1 + a_{100}) \cdot 100}{2} = 1400 \Rightarrow a_1 + a_{100} = \frac{1400 \cdot 2}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1 + 99r = 28 \Rightarrow 2a_1 + 792 = 28 \Rightarrow a_1 = -382$$

- V.  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \Rightarrow a_n = -382 + (n - 1) \cdot 8$

Então:

$$a_n > 0 \Rightarrow -382 + (n - 1) \cdot 8 > 0 \Rightarrow 8n > 390 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n > \frac{390}{8} \Rightarrow n > 48 \frac{6}{8} \Rightarrow e \text{ n} \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n \in \{49, 50, 51, \dots\}$$

Assim, o menor termo positivo será:

$$a_{49} = -382 + 48 \cdot 8 \Rightarrow a_{49} = 2$$

**Resposta: B**

- 2. Calcule a soma de todas as frações irredutíveis da forma  $\frac{a}{1991}$ , com  $a$  inteiro e  $0 < \frac{a}{1991} < 1$ .

**Solução:**

Temos:

- I.  $1991 = 11 \cdot (181)$ , isto é, se  $a$  é múltiplo de 11 ou de 181,  $\frac{a}{1991}$  não é irredutível (poderá ser simplificada).

$$\begin{aligned} \text{II. } S_1 &= \frac{1}{1991} + \frac{2}{1991} + \dots + \frac{1990}{1991} \Rightarrow S_1 = \frac{1}{1991} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 1990) \Rightarrow S_1 = \frac{1}{1991} \cdot \frac{(1 + 1990) \cdot 1990}{2} \Rightarrow S_1 = 995 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III. } S_2 &= \frac{11 \cdot 1}{1991} + \frac{11 \cdot 2}{1991} + \dots + \frac{11 \cdot 180}{1991} \Rightarrow S_2 = \frac{11}{1991} \cdot (1 + 2 + \dots + 180) \Rightarrow S_2 = \frac{11}{11 \cdot 181} \cdot \frac{(1 + 180) \cdot 180}{2} \Rightarrow S_2 = 90 \end{aligned}$$

$$IV. S_3 = \frac{181 \cdot 1}{1991} + \frac{181 \cdot 2}{1991} + \dots + \frac{181 \cdot 10}{1991} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_3 = \frac{181}{1991} \cdot (1 + 2 + \dots + 10) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_3 = \frac{181}{1991} \cdot \frac{(1+10) \cdot 10}{2} \Rightarrow S_3 = 5$$

Queremos:  $S = S_1 - S_2 - S_3 = 995 - 90 - 5 \Rightarrow S = 900$

**Resposta: 900**

3. Em uma P.A. com  $(2n + 1)$  termos, a soma dos  $n$  primeiros é igual a 50 e a soma dos  $n$  últimos é 140. Sabendo-se que a razão desta progressão é um inteiro entre 2 e 13, então seu último termo será igual a:

- A) 34                                      B) 40  
 C) 42                                      D) 48  
 E) 56

**Solução:**

Sendo  $(a_1, a_2, \dots, a_n; a_{n+1}; a_{n+2}; \dots, a_{2n+1})$  a P.A. de  $(2n + 1)$  termos e de razão igual a  $r$ , temos:

I.  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 50$

II.  $a_{n+2} + a_{n+3} + \dots + a_{2n+1} = 140$

III. Subtraindo membro a membro e associando os termos das equações (II) e (I):

$$(a_{n+2} - a_1) + (a_{n+3} - a_2) + \dots + (a_{2n+1} - a_n) = 140 - 50 \Rightarrow$$

$$\underbrace{(n + 1) \cdot r + (n + 1) \cdot r + \dots + (n + 1) \cdot r}_{n \text{ vezes}} = 90 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(n + 1) \cdot r = 90 \Rightarrow n(n + 1) = \frac{90}{r} \in \mathbb{Z}_+^* \Rightarrow r \text{ é divisor de}$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ entre 2 e 13: } r \in \{3, 5, 6, 9, 10\}$$

Analisando:

- $r = 3 \Rightarrow n(n + 1) = \frac{90}{3} \Rightarrow n(n + 1) = 30 \Rightarrow n = 5$

(Como  $n$  é inteiro positivo, é melhor ir dando valores a  $n$  e, mentalmente, ir fazendo as verificações).

- $r = 5, 6, 9$  ou  $10 \Rightarrow n(n + 1) = 18, 15, 10$  ou  $9 \Rightarrow$  não existe  $n$  inteiro. Logo,  $r = 3$  e  $n = 5$ .

Daí:

$$IV. a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 50 \Rightarrow \frac{(a_1 + a_5) \cdot 5}{2} = 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1 + 4r = \frac{50 \cdot 2}{5} \Rightarrow 2a_1 + 12 = 20 \Rightarrow a_1 = 4$$

$$V. a_{2n+1} = a_1 + 2n \cdot r \Rightarrow a_{11} = 4 + 10 \cdot 3 \therefore \boxed{a_{11} = 34}$$

**Resposta: A**

4. A sequência  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$  é uma progressão aritmética tal que  $a_1 = 2$  e  $\sum_{i=1}^{40} a_{3i} = 9760$ . Então, o quinto termo da P.A. inicial é igual a:

- A) 16                                      B) 18  
 C) 20                                      D) 24  
 E) 30

**Solução:**

Sendo  $r$  a razão da P.A. inicial, temos:

I.  $\sum_{i=1}^{40} a_{3i} = 9760 \Rightarrow a_3 + a_6 + a_9 + \dots + a_{120} = 9760$  (soma de 40 termos, em P.A., de razão  $3r$ ), pois  $i$  varia de 1 a 40,  
 $\Rightarrow \frac{(a_3 + a_{120}) \cdot 40}{2} = 9760 \Rightarrow a_1 + 2r + a_1 + 119r = \frac{9760 \cdot 2}{40} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 4 + 121r = 488 \Rightarrow r = 4$

II.  $a_5 = a_1 + 4r \Rightarrow a_5 = 2 + 4 \cdot 4 \Rightarrow a_5 = 18$

**Resposta: B**

5. 500 moedas são distribuídas entre três pessoas A, B e C, sentadas em um círculo, da seguinte maneira: A recebe uma moeda; B recebe duas; C, três; A, quatro; B, cinco; C, seis; A, sete; e assim por diante, até não haver mais moedas suficientes para continuar o processo. A pessoa seguinte, então, receberá as moedas restantes.

- A) Quantas foram as moedas restantes e quem as recebeu?  
 B) Quantas moedas recebeu cada uma das três pessoas?

**Solução:**

Temos as seguintes seqüências (P.A.s) de moedas recebidas:

Pessoa A recebe:  $(1, 4, 7, \dots, a_n, \dots) \Rightarrow$  múltiplos de 3, mais 1;

Pessoa B recebe:  $(2, 5, 8, \dots, b_n, \dots) \Rightarrow$  múltiplos de 3, mais 2;

Pessoa C recebe:  $(3, 6, 9, \dots, c_n, \dots) \Rightarrow$  múltiplos de 3.

Assim, em cada rodada de distribuição, os três receberam, juntos,  $(6, 15, 24, \dots, S_n, \dots)$  que é uma P.A. de razão 9 e  $S_n = a_n + b_n + c_n$ , em que  $n$  é o número da rodada de distribuição. Queremos encontrar  $n$ , tal que:

$$6 + 15 + \dots + S_n \leq 500 \Rightarrow \frac{(6 + S_n) \cdot n}{2} \leq 500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [6 + 6 + (n - 1) \cdot 9] \cdot n \leq 1000 \Rightarrow [9n + 3] \cdot n \leq 1000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [3n + 1] \cdot n \leq \frac{1000}{3} \Rightarrow [3n + 1] \cdot n \leq 333\frac{1}{3}, \text{ em que } n \text{ é inteiro positivo.}$$

Note:

$$n = 10 \Rightarrow [3 \cdot 10 + 1] \cdot 10 \leq 333\frac{1}{3} \Rightarrow 310 \leq 333\frac{1}{3} \text{ (verdadeiro)}$$

$$n = 11 \Rightarrow [3 \cdot 11 + 1] \cdot 11 \leq 333\frac{1}{3} \Rightarrow 374 \leq 333\frac{1}{3} \text{ (falso)}$$

Logo, a última rodada foi a de número  $n = 10$ . Então, após a 10ª e última rodada completa, temos que:

- Já foram distribuídas:

$$6 + 15 + \dots + S_{10} = \frac{(6 + S_{10}) \cdot 10}{2} = (6 + 6 + 9 \cdot 9) \cdot 5 = 465$$

moedas.

- A última pessoa a receber (fechando a rodada) foi a pessoa  $C_{10}$ , recebendo:

$$C_{10} = 3 + 9 \cdot 3 = 30 \text{ moedas}$$

- Ainda restam  $500 - 465 = 35$  moedas, e o próximo a receber é a pessoa A, que receberá  $a_{11} = 1 + 10 \cdot 3 = 31$ , sobrando ainda 4 moedas que irão para a pessoa B.

Portanto:

$$A \text{ recebeu: } 1 + 4 + \dots + 31 = \frac{(1+31) \cdot 11}{2} = 176 \text{ moedas}$$

$$B \text{ recebeu: } [2 + 5 + \dots + (2+9 \cdot 3)] + 4 = \frac{(2+29) \cdot 10}{2} + 4 = 159 \text{ moedas}$$

$$C \text{ recebeu: } [3 + 6 + \dots + (3+9 \cdot 3)] = \frac{(3+30) \cdot 10}{2} = 165 \text{ moedas}$$

**Respostas:**

- A) Restaram 4 moedas, recebidas pela pessoa B.
- B) As pessoas A, B e C receberam, ao todo, 176, 159 e 165 moedas, respectivamente.

6. Moedas idênticas de 10 centavos de real foram arrumadas sobre uma mesa, obedecendo à disposição apresentada no desenho: uma moeda no centro e as demais formando camadas tangentes.



Considerando que a última camada é composta por 84 moedas, a quantia, em reais, do total de moedas usadas nessa arrumação é igual a:

- A) 49,60
- B) 54,10
- C) 58,60
- D) 63,10
- E) 67,60

Chamando a camada central de camada um e o seu número de moedas de  $a_1 = 1$ , os números de moedas das camadas que se sucedem formam uma progressão aritmética de razão 6. Veja: em cada camada, ligue os centros das moedas, formando um hexágono regular. Os hexágonos formados são tais que o da camada de número  $n$  tem  $n$  moedas em cada lado, sendo que as moedas dos vértices (6 moedas) pertencem a dois lados simultaneamente. Assim, sendo  $a_n$  o número de moedas da camada de número  $n$ , temos:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 6 \cdot 2 - 6 = 6 \\ a_3 &= 6 \cdot 3 - 6 = 12 \\ a_4 &= 6 \cdot 4 - 6 = 18 \\ \dots & \\ a_n &= 6 \cdot n - 6 = 84 \end{aligned}$$

Daí, devemos ter:

$$I. 6 \cdot n - 6 = 84 \rightarrow n = 15$$

$$II. \text{ Total de moedas utilizadas} = 1 + \frac{a_n}{a_1} = 3^{n-1} \rightarrow a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$\text{Assim, nº de moedas} = S_{\text{Total}} = 1 + \frac{(6+84) \cdot 14}{2} = 631$$

A quantia, em reais, será de  $631 \cdot (0,10) = 63,10$ .

**Resposta: D**



**Exercícios de Fixação**

01. (Uerj) Um fisioterapeuta elaborou o seguinte plano de treinos diários para o condicionamento de um maratonista que se recupera de uma contusão:

- primeiro dia – corrida de 6 km.
- dias subsequentes – acréscimo de 2 km à corrida de cada dia imediatamente anterior.

O último dia de treino será aquele em que o atleta correr 42 km. O total percorrido pelo atleta nesse treinamento, do primeiro ao último dia, em quilômetros, corresponde a:

- A) 414
- B) 438
- C) 456
- D) 484

02. (Ifal) Em um grupo de 10 crianças, certo número de bombons foi distribuído para cada uma, em uma progressão aritmética crescente, da criança de menor estatura para a de maior estatura. Se colocarmos as crianças nessa ordem, perceberemos que a terceira criança ganhou 7 bombons e a oitava ganhou 17.

Quantos bombons foram distribuídos?

- A) 100
- B) 110
- C) 120
- D) 130
- E) 140

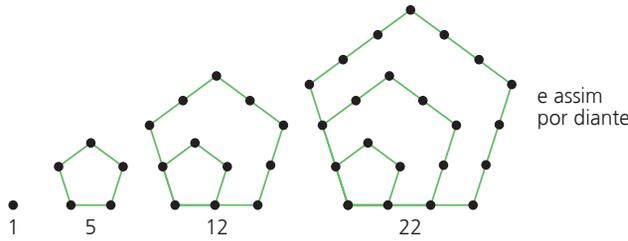
03. (UnB) No projeto urbanístico de uma cidade, o paisagista previu a urbanização do canteiro central de uma das avenidas, com o plantio de 63 mudas de Flamboyant, todas dispostas em linha reta e distantes 5 m uma da outra. No dia do plantio, o caminhão descarregou as mudas no início do canteiro central, no local onde seria plantada a primeira muda. Um jardineiro foi designado para executar o serviço. Para isso, partindo do lugar onde as mudas foram colocadas, ele pegou três mudas de cada vez, plantou-as nos locais designados, enfileirando-as uma após a outra. Calcule, em hectômetros, a distância total mínima percorrida pelo jardineiro após finalizar o trabalho. Despreze a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

04. Pensando em comprar um automóvel, Fabiana, mês a mês, foi cortando mais e mais despesas supérfluas, e as economias foram depositadas mensalmente. Ao todo, Fabiana fez 36 depósitos cujos valores, na ordem em que foram depositados, constituem uma progressão aritmética crescente, sendo que o décimo sétimo e o vigésimo somam 2 400 reais. Com os 36 valores depositados, Fabiana comprou seu primeiro automóvel zero quilômetro; e com os juros ela pagou as devidas taxas e comprou alguns acessórios.

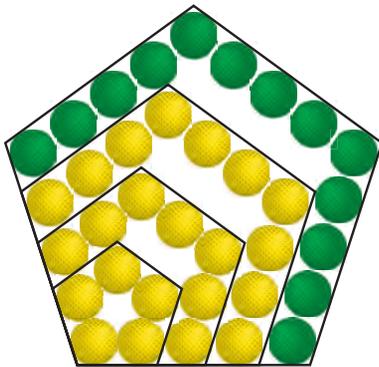
Fabiana pagou pelo automóvel

- A) R\$ 40 800,00
- B) R\$ 42 000,00
- C) R\$ 43 200,00
- D) R\$ 44 400,00
- E) R\$ 45 600,00

05. Devido à dificuldade de trabalhar com o sistema de numeração da época, os pitagóricos (Grécia, cerca de 500 a.C.) costumavam representar os números através de figuras e os classificavam conforme as figuras formadas. Os números abaixo foram classificados como números pentagonais.



O quinto número pentagonal é  $22 + 13 = 35$ , conforme mostra a figura seguinte.

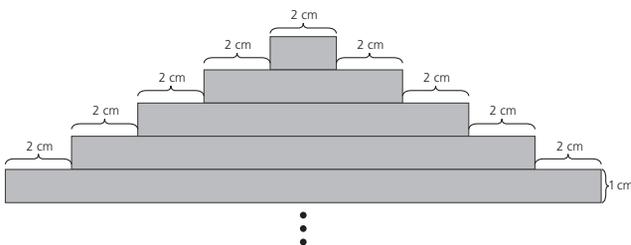


- Nessas condições, o trigésimo número pentagonal é:
- A) 1342
  - B) 1335
  - C) 1331
  - D) 1325
  - E) 1322



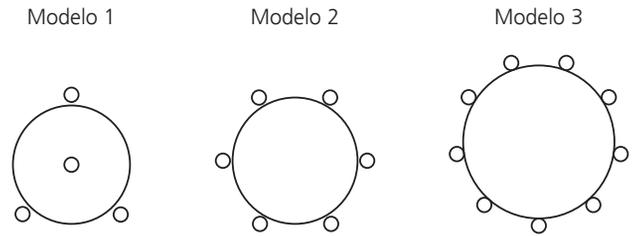
**Exercícios Propostos**

01. (UNESP) A figura mostra cinco retângulos justapostos de uma sequência. Todos os retângulos possuem mesma altura, igual a 1 cm.



- Sabendo que  $1 \text{ m}^2$  equivale a  $10.000 \text{ cm}^2$  e que a sequência é constituída por 100 retângulos, a figura formada tem área igual a
- A)  $25 \text{ m}^2$
  - B)  $4 \text{ m}^2$
  - C)  $5 \text{ m}^2$
  - D)  $2 \text{ m}^2$
  - E)  $4,5 \text{ m}^2$

02. (IFPE) Na fabricação de mesas de reunião, uma fábrica trabalha com vários modelos e tamanhos. As mesas redondas são todas acompanhadas com uma certa quantidade de poltronas a depender do tamanho da mesa, conforme a figura abaixo.



O primeiro modelo acompanha 3 poltronas, o segundo modelo acompanha 6 poltronas, o terceiro, 9 poltronas e assim sucessivamente, isto é, sempre um modelo de mesa acompanha 3 poltronas a mais em relação ao modelo anterior, Um cliente adquiriu uma unidade de cada um dos 10 primeiros modelos de mesa circular.

Como todo patrimônio da sua empresa é identificado a partir de uma etiqueta adesiva, quantos adesivos devem ser confeccionados para que cada uma das mesas e poltronas adquiridas seja devidamente etiquetada?

- A) 165
  - B) 175
  - C) 30
  - D) 40
  - E) 10
03. (UFG – Adaptada) Um tecido com 1 mm de espessura produzido continuamente por uma máquina é enrolado em um tubo cilíndrico com 10 cm de diâmetro. Nessas condições, o comprimento total de tecido, em centímetros, enrolado no tubo em função do número  $n$  de voltas dadas pelo tubo é:
- A)  $C(n) = 0,1 \pi n^2 + 9,9 \pi n$
  - B)  $C(n) = 0,1 \pi n^2 + 9 \pi n$
  - C)  $C(n) = 0,9 \pi n^2 + 1,1 \pi n$
  - D)  $C(n) = 0,9 \pi n^2 + 9,9 \pi n$
  - E)  $C(n) = 0,1 \pi n^2 + 1,1 \pi n$

04. (Uerj – Adaptada) A sequência  $(a_n)$  é definida do seguinte modo:

$$a_1 = 5$$

$$a_{n+1} = a_n + 3$$

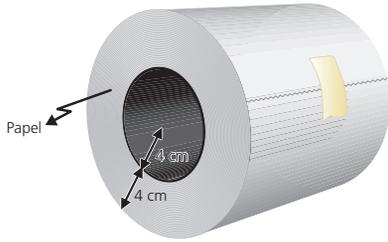
- Determine a média aritmética dos 51 primeiros termos dessa sequência.
- A) 50
  - B) 60
  - C) 70
  - D) 80
  - E) 90

05. (UFPB) Na organização de um determinado rali, quanto à quilometragem diária a ser percorrida pelas equipes participantes durante os 20 dias da competição, ficou estabelecida a seguinte regra.

No primeiro dia, as equipes deveriam percorrer 500 km e, nos dias subsequentes, deveriam percorrer 20 km a mais que no dia anterior.

- A partir dos dados apresentados, é correto afirmar que uma equipe, para completar a prova, deverá percorrer no mínimo:
- A) 14 000 km
  - B) 13 800 km
  - C) 13 600 km
  - D) 13 400 km
  - E) 13 200 km

06. (FGV) Uma bobina cilíndrica de papel possui raio interno igual a 4 cm e raio externo igual a 8 cm. A espessura do papel é 0,2 mm.



Adotando nos cálculos  $\pi = 3$ , o papel da bobina, quando completamente desenrolado, corresponde a um retângulo cuja largura é a largura da bobina e a maior dimensão, em metros, é mais próxima de:

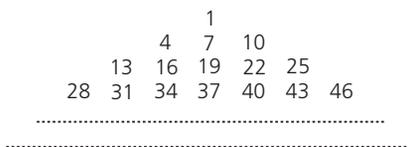
- A) 20  
 B) 30  
 C) 50  
 D) 70  
 E) 90
07. (Uema) As equipes A e B de uma gincana escolar devem recolher livros na vizinhança para montar uma biblioteca comunitária. O juiz da competição começou a fazer anotações das quantidades de livros trazidos, a cada rodada, pelas duas equipes e verificou um padrão de crescimento, conforme a tabela 1. A cada rodada, o juiz também avalia o total de livros colocados nas estantes de cada equipe, como mostrado na tabela 2, a seguir.

Tabela 1		
ARRECADAÇÃO		
Rodada	Equipe A	Equipe B
1	06	16
2	10	18
3	14	20
4		
⋮	⋮	⋮

Tabela 2	
TOTAL NA ESTANTE	
Equipe A	Equipe B
06	16
16	34
30	54
⋮	⋮

O número de rodadas necessárias para que as duas equipes disponham da mesma quantidade total de livros nas estantes é:

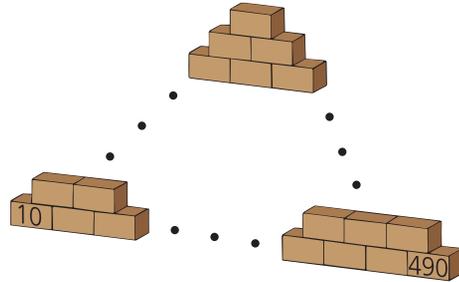
- A) 5  
 B) 6  
 C) 9  
 D) 10  
 E) 11
08. (PUC-RS) Observe a sequência representada no triângulo abaixo:



Na sequência, o primeiro elemento da décima linha será:

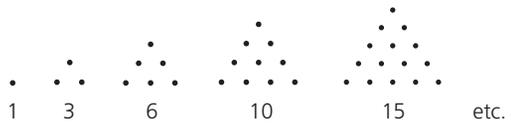
- A) 19  
 B) 28  
 C) 241  
 D) 244  
 E) 247

09. (UFRJ) Uma parede triangular de tijolos foi construída da seguinte forma: na base foram dispostos 100 tijolos; na camada seguinte, 99 tijolos; e assim sucessivamente até restar 1 tijolo na última camada, como mostra a figura a seguir. Os tijolos da base foram numerados de acordo com uma progressão aritmética, tendo o primeiro tijolo recebido o número 10 e o último, o número 490. Cada tijolo das camadas superiores recebeu um número igual à média aritmética dos números dos dois tijolos que o sustentam.



A soma dos números escritos em todos os tijolos é igual a:

- A) 1262000  
 B) 1262500  
 C) 1263000  
 D) 126350  
 E) 1264000
10. (Uflavras) Os números triangulares são definidos como o número de pontos na sequência de figuras.



Uma fórmula geral para estes números é

- A)  $T_n = \frac{n(n-1)}{3}, n \geq 3$   
 B)  $T_n = \frac{n(n+1)}{2}, n \geq 1$   
 C)  $T_n = 2n + 4, n \geq 1$   
 D)  $T_n = \frac{n}{3} + 2n + 1, n \geq 0$   
 E)  $T_n = (n+1)(n-1), n \geq 1$



**Fique de Olho**

- Calcule a soma seguinte:

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

**Solução:**

Observando que  $(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ , para todo  $x$  real, dando valores a  $x$ , temos:

$$x = 1 \Rightarrow 2^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 1$$

$$x = 2 \Rightarrow 3^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 1$$

$$x = 3 \Rightarrow 4^3 = 3^3 + 3 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 1$$

.....

$$x = n \Rightarrow (n + 1)^3 = n^3 + 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 1$$

Somando membro a membro, obtemos:

$$(n+1)^3 = 1^3 + 3 \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + 3 \cdot (1+2+\dots+n) + n \cdot 1$$

$$n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = 1 + 3S + 3 \cdot \frac{(1+n) \cdot n}{2} + n$$

$$2n^3 + 6n^2 + 6n = 6S + 3n^2 + 3n + 2n$$

$$S = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}$$

$$S = \frac{n[2n^2 + 3n + 1]}{6}$$

$$S = \frac{n[(2n^2 + 2n) + (n+1)]}{6}$$

$$S = \frac{n[2n(n+1) + (n+1)]}{6}$$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

**Aula**  
**20**

## Progressão Geométrica I

C-1 H-2, 3

### Definição

Toda sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo precedente (anterior) por uma constante **q**, chama-se **Progressão Geométrica (P.G.)**, ou seja, P.G. é uma sequência dada pela seguinte fórmula de recorrência:

$$\begin{cases} a_1 = a \text{ (dado)} \\ a_n = a_{n-1} \cdot q; \forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2 \end{cases}$$

A constante **q** é chamada de **razão da progressão geométrica** e pode ser obtida por meio do quociente entre dois termos consecutivos quaisquer da P.G., isto é:

$$\text{Razão da P.G.} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = q$$

(Note que a Lei de Recorrência  $a_n = a_{n-1} \cdot q$  nos permite deduzir que  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = q$ .)

Assim, se três termos (a, b, c) estão em progressão geométrica, o do meio ao quadrado é igual ao produto dos extremos, uma vez que temos:

$$\text{Razão da P.G.} = \frac{b}{a} = \frac{c}{b} \rightarrow b^2 = a \cdot c$$

A sequência (3, 6, 12, 24, 48, ...,  $a_n$ , ...), por exemplo, é uma progressão geométrica de razão  $q = 2$ , ou seja, nela, cada termo, a partir do segundo, é o seu termo anterior vezes 3. Podemos dizer também que, nessa sequência, o quadrado de cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo anterior com o posterior. Veja:

$$6^2 = 3 \cdot 12 = 36, 12^2 = 6 \cdot 24 = 144, 24^2 = 12 \cdot 48 = 576, \dots$$



## Exercícios Resolvidos

- A sequência  $(2x - 4, x + 3, 6x, \dots)$ , com  $x \in \mathbf{R}$ , é uma progressão geométrica de termos positivos. Determine a sua:
  - Lei de Recorrência;
  - Lei de Formação.

### Solução:

Temos que:

$$\text{razão} = q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} \Rightarrow \frac{x+3}{2x-4} = \frac{6x}{x+3} \Rightarrow (x+3)^2 =$$

$$= 6x(2x-4) \Rightarrow 11x^2 - 30x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \text{ou} \\ x = -\frac{3}{11} \text{ (não convém)} \end{cases}$$

Daí, temos a P.G.  $(2, 6, 18, \dots)$ , na qual o primeiro termo é  $a_1 = 2$  e razão  $q = \frac{6}{2} = 3$ , ou seja, sua Lei de Recorrência é:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} \cdot 3, \text{ para } n \geq 2. \end{cases}$$

Dando valores sucessivos a **n** na lei  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 3$ , para  $n \geq 2$ , obtemos:

$$n = 2 \rightarrow \frac{a_2}{a_1} = 3$$

$$n = 3 \rightarrow \frac{a_3}{a_2} = 3$$

$$n = 4 \rightarrow \frac{a_4}{a_3} = 3$$

.....

$$n = n \rightarrow \frac{a_n}{a_{n-1}} = 3$$

Observando os denominadores  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ , notam-se  $(n-1)$  igualdades. Multiplicando essas igualdades, membro a membro, obtemos:

$$\frac{\cancel{a_2}}{a_1} \cdot \frac{\cancel{a_3}}{\cancel{a_2}} \cdot \frac{\cancel{a_4}}{\cancel{a_3}} \cdot \dots \cdot \frac{a_n}{\cancel{a_{n-1}}} = \frac{(n-1) \text{ vezes}}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}$$

Efetuada os devidos cancelamentos, ficamos com:

$$\frac{a_n}{a_1} = 3^{n-1} \rightarrow a_n = 2 \cdot 3^{n-1} \text{ (Lei de Formação ou termo geral)}$$

- Se a sequência  $a_n$  é uma P.A. estritamente crescente de termos positivos, prova que  $b_n = 3^{a_n}$  é uma progressão geométrica, para todo **n** natural não nulo.

### Demonstração:

Se  $a_1 = a > 0$  e  $r > 0$  o primeiro termo e a razão da P.A., respectivamente, temos:

$$\text{I. } b_n = 3^{a_n} \Rightarrow b_n = 3^{a + (n-1) \cdot r} \Rightarrow b_n = 3^{a + nr - r}$$

$$\text{II. } b_1 = 3^{a+1 \cdot r - r} \Rightarrow b_1 = 3^a \text{ (constante, independe de } n)$$

$$\text{III. } b_{n-1} = 3^{a + (n-1) \cdot r - r} \Rightarrow b_{n-1} = 3^{a + nr}$$

$$\text{IV. } \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{3^{a + nr - r}}{3^{a + nr}} = 3^{(a + nr - r) - (a + nr)} = 3^{-r} = \left(\frac{1}{3}\right)^r = \text{Razão}$$

(constante, independe de **n**)

Como  $b_1 = 3^a > 0$  e razão  $q = \frac{b_n}{b_{n-1}} = \left(\frac{1}{3}\right)^r$ ,  $0 < q < 1$ ,

$b_n$  é uma **progressão geométrica decrescente** cuja Lei de

Recorrência é:  $\begin{cases} b_1 = 3^a \\ b_n = b_{n-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^r \end{cases}$ , em que **a** e **r** são constantes e  $n \geq 2$ .

3. Suponha que **x**, **y** e **z** estejam em P.G. de razão **r** e  $x \neq y$ . Se **x**, **2y** e **3z** estão em P.A., calcule **r**.

**Solução:**

Temos:

I. Razão da P.G. =  $r = \frac{y}{x} = \frac{z}{y} \Rightarrow \begin{cases} y = rx \\ z = ry \Rightarrow z = r^2x \end{cases}$

II. P.A. =  $(x, 2y, 3z) = (x, 2rx, 3r^2x)$

III. Razão da P.A. =  $2rx - x = 3r^2x - 2rx \Rightarrow 3r^2x - 4rx + x = 0$

Daí,

- se  $x = 0 \Rightarrow x = y = z = 0$  (não convém)
- para  $x \neq 0$ :

$$3r^2x - 4rx + x = 0 \xrightarrow{\div(x \neq 0)} 3r^2 - 4r + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 1 \Rightarrow x = y \\ \text{ou} \\ r = \frac{1}{3} \end{cases}$$

como  $x \neq y$ ,  $r = \frac{1}{3}$

4. Mostre que a sequência definida pelo produto  $P_n = 3^{n^2+n}$ ,  $n \geq 1$ , representa uma P.G.

**Demonstração:**

Temos:

I.  $a_1 = P_1 = 3^{1^2+1} \Rightarrow a_1 = 9$

II.  $\underbrace{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{n-1}}_{P_{n-1}} \cdot a_n = P_n \Rightarrow a_n = \frac{P_n}{P_{n-1}} = \frac{3^{n^2+n}}{3^{(n-1)^2+(n-1)}} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow a_n = \frac{3^{n^2+n}}{3^{n^2-n}} = 3^{(n^2+n)-(n^2-n)} \Rightarrow \boxed{a_n = 3^{2n}}$ , para  $n \geq 2$

III.  $a_n = 3^{2n} \Rightarrow a_{n-1} = 3^{2(n-1)} \Rightarrow a_{n-1} = 3^{2n-2}$

como  $q = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{3^{2n}}{3^{2n-2}}$ , ou seja,  $q = 3^2 = 9$  é constante, a sequência é uma P.G. cuja Lei de Recorrência é:  $\begin{cases} a_1 = 9 \\ a_n = a_{n-1} \cdot 9, \end{cases}$  para  $n \geq 2$ .

Veja também os exercícios comentados seguintes, nos quais cada progressão geométrica está classificada em crescente, decrescente, constante, oscilante ou quase nula.

A) (3, 6, 12, 24, ...) é uma P.G. crescente de  $a_1 = 3$  e razão  $q = 2$ ,

isto é, sua Lei de Recorrência é:  $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} \cdot 2, \end{cases}$  para  $n \geq 2$ .

**Note:**  $a_1 > 0$  e  $q > 1$ , assim, cada termo é maior que o anterior, a P.G. é crescente.

Querendo encontrar a Lei de Formação (termo geral) dessa progressão, é só dar valores sucessivos a **n** na lei  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 2$ , para  $n \geq 2$ .

veja:

$$n = 2 \rightarrow \frac{a_2}{a_1} = 2$$

$$n = 3 \rightarrow \frac{a_3}{a_2} = 2$$

$$n = 4 \rightarrow \frac{a_4}{a_3} = 2$$

.....

$$n = n \rightarrow \frac{a_n}{a_{n-1}} = 2$$

Observando os denominadores  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ , notam-se  $(n-1)$  igualdades.

Multiplicando essas igualdades, membro a membro, obtemos:

$$\frac{\cancel{a_2}}{a_1} \cdot \frac{\cancel{a_3}}{\cancel{a_2}} \cdot \frac{\cancel{a_4}}{\cancel{a_3}} \cdot \dots \cdot \frac{a_n}{\cancel{a_{n-1}}} = \overset{(n-1)\text{vezes}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}$$

Efetando os devidos cancelamentos, ficamos com:

$$\frac{a_n}{a_1} = 2^{n-1} \rightarrow \boxed{a_n = 3 \cdot 2^{n-1}}$$

B)  $\left(-8, -4, -2, -1, -\frac{1}{2}, \dots\right)$  é uma P.G. crescente de  $a_1 = -8$

e razão  $q = \frac{1}{2}$ , isto é, sua Lei de Recorrência é:

$$\begin{cases} a_1 = -8 \\ a_n = a_{n-1} \cdot \frac{1}{2}, \end{cases} \text{ para } n \geq 2$$

**Note:**  $a_1 < 0$  e  $0 < q < 1$ , assim, cada termo é maior que o anterior, a P.G. é crescente.

Dando valores sucessivos a **n** na lei  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{2}$ , para  $n \geq 2$ ,

podemos encontrar a sua Lei de Formação. Veja:

$$n = 2 \rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2}$$

$$n = 3 \rightarrow \frac{a_3}{a_2} = \frac{1}{2}$$

$$n = 4 \rightarrow \frac{a_4}{a_3} = \frac{1}{2}$$

.....

$$n = n \rightarrow \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{2}$$

Observando os denominadores  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ , notam-se  $(n-1)$  igualdades. Multiplicando essas igualdades, membro a membro, obtemos:

$$\frac{\cancel{a_2}}{a_1} \cdot \frac{\cancel{a_3}}{\cancel{a_2}} \cdot \frac{\cancel{a_4}}{\cancel{a_3}} \cdot \dots \cdot \frac{a_n}{\cancel{a_{n-1}}} = \overset{(n-1)\text{vezes}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{2}}$$

Efetando os devidos cancelamentos, ficamos com:

$$\frac{a_n}{a_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow a_n = -8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow a_n = -2^3 \cdot 2^{1-n}$$

Daí,  $a_n = -(2^3 \cdot 2^{1-n})$ , ou seja:  $a_n = -2^{4-n}$

C)  $\left(6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots\right)$  é uma P.G. decrescente de  $a_1 = 6$  e razão  $q = \frac{1}{2}$ , isto é, sua Lei de Recorrência é:  $\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_n = a_{n-1} \cdot \frac{1}{2}, \text{ para } n \geq 2 \end{cases}$

**Note:**  $a_1 > 0$  e  $0 < q < 1$ , assim, cada termo é menor que o anterior, a P.G. é **decrescente**.

Dando valores sucessivos a **n** na lei  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{2}$ , para  $n \geq 2$ , e procedendo como no item anterior, obtemos:

$$\frac{a_n}{a_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \text{ em que } a_1 = 6. \text{ Daí, } a_n = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

D)  $\left(-\frac{1}{2}, -1, -2, -4, \dots\right)$  é uma P.G. decrescente de  $a_1 = -\frac{1}{2}$  e  $q = 2$ .

- Note:**  $a_1 < 0$  e  $q > 1$ , assim, cada termo é menor que o anterior.  
 E)  $(-2, -2, -2, \dots)$  é uma P.G. constante ( $q = 1$ ).  
 F)  $(0, 0, 0, 0, \dots)$  é uma P.G. constante de razão indeterminada.  
 G)  $(-2, +6, -18, +54, \dots)$  é uma P.G. oscilante ( $a_1 \neq 0$  e  $q < 0$ ).  
 H)  $(-2, 0, 0, 0, \dots)$  é uma P.G. quase nula ( $a_1 \neq 0$  e  $q < 0$ ).

### Fórmula do Termo Geral

Considere a P.G.  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_m; a_{m+1}; \dots; a_n, \dots)$  de razão **q**. Sendo **a<sub>m</sub>** e **a<sub>n</sub>** dois termos dessa progressão, podemos relacioná-los. Para isso, observe que:

$$\begin{aligned} \frac{a_{m+1}}{a_m} &= q \\ \frac{a_{m+2}}{a_{m+1}} &= q \\ \frac{a_{m+3}}{a_{m+2}} &= q \\ &\dots \\ \frac{a_n}{a_{n-1}} &= q \end{aligned}$$

Contando os índices dos denominadores, de **m** até  $(n - 1)$ , concluímos que são  $(n - 1) - m + 1 = n - m$  igualdades. Multiplicando, membro a membro, todas essas igualdades, obtemos:

$$\frac{\cancel{a_{m+1}}}{a_m} \cdot \frac{\cancel{a_{m+2}}}{\cancel{a_{m+1}}} \cdot \frac{\cancel{a_{m+3}}}{\cancel{a_{m+2}}} \cdot \dots \cdot \frac{a_n}{\cancel{a_{n-1}}} = q \cdot q \cdot q \cdot \dots$$

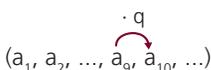
Fazendo agora os devidos cancelamentos, ficamos com:

$$\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m}, \text{ ou seja: } a_n = a_m \cdot q^{n-m}$$

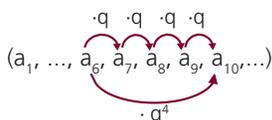
**Exemplo:**

Em uma P.G. de razão  $q \neq 0$ , temos:

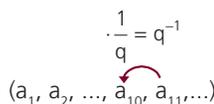
A)  $a_{10} = a_9 \cdot q^1$ , ou seja, "a<sub>10</sub> fica a uma razão à direita de a<sub>9</sub>":



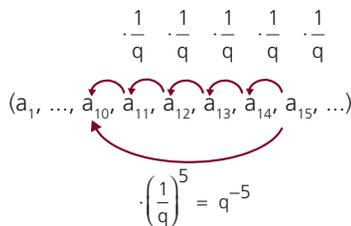
B)  $a_{10} = a_6 \cdot q^4$ , ou seja, "a<sub>10</sub> fica a quatro razões à direita de a<sub>6</sub>":



C)  $a_{10} = a_{11} \cdot q^{-1}$ , ou seja, "a<sub>10</sub> fica a uma razão à esquerda de a<sub>11</sub>":



D)  $a_{10} = a_{15} \cdot q^{-5}$ , ou seja, "a<sub>10</sub> fica a cinco razões à esquerda de a<sub>15</sub>":



Em particular, fazendo  $m = 1$  na relação  $a_n = a_m \cdot q^{n-m}$ , ficamos com:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}, \text{ para } n \geq 1. \text{ (termo geral da P.G.)}$$

## Exercícios Resolvidos

1. Dada a progressão geométrica  $\left(\dots; 1; \frac{\sqrt{3}-1}{2}; \frac{2-\sqrt{3}}{2}; \dots\right)$ , qual o termo que precede o 1?

**Solução:**

Seja  $a_{k+1} = 1$  e  $a_{k+2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ , temos:

I. razão da P.G. =  $q = \frac{a_{k+2}}{a_{k+1}} \Rightarrow q = \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}{1} \Rightarrow q = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

II.  $a_k = a_{k+1} \cdot q^{-1} \Rightarrow a_k = 1 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}-1} \Rightarrow a_k = \frac{2}{\sqrt{3}-1} \cdot \frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)}$   
 $\therefore a_k = \sqrt{3} + 1$

**Resposta:**  $\sqrt{3} + 1$

2. Calcule a razão da progressão geométrica cujos termos satisfazem às relações:  $\begin{cases} a_5 + a_{11} + a_{20} = 81 \\ a_8 + a_{14} + a_{23} = 192 \end{cases}$

**Solução:**

Temos:

$$a_8 + a_{14} + a_{23} = 192 \Rightarrow a_5 \cdot q^3 + a_{11} \cdot q^3 + a_{20} \cdot q^3 = 192 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^3 (a_5 + a_{11} + a_{20}) = 192 \Rightarrow q^3 \cdot 81 = 192 \Rightarrow q^3 = \frac{64}{27}$$

$$\therefore q = \frac{4}{3}$$

**Resposta:**  $\frac{4}{3}$

3. A sequência  $\left(4, x, \frac{2}{x}, \dots\right)$  é uma progressão geométrica. Qual o quinto termo dessa progressão?

**Solução:**

Temos:

I. Razão da P.G. =  $\frac{x}{4} = \frac{\frac{2}{x}}{x} \Rightarrow x^2 = \frac{8}{x} \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$

II. Razão da P.G. =  $q = \frac{x}{4} \Rightarrow q = \frac{2}{4} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$

III. Termo geral:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow a_5 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Rightarrow a_5 = \frac{1}{4}$$

**Resposta:**  $\frac{1}{4}$

4. Qual a posição do termo  $\frac{2}{625}$  na P.G.  $\left(10; 2; \frac{2}{5}; \frac{2}{25}; \dots\right)$ ?

**Solução:**

Temos:

I. Razão =  $q = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow q = \frac{2}{10} \Rightarrow q = \frac{1}{5}$

II. Termo geral:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow a_n = 10 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

III.  $a_n = \frac{2}{625} \Rightarrow 10 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{2}{625} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{2}{625 \cdot 10} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{5^4 \cdot 5} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^5 \Rightarrow n - 1 = 5 \Rightarrow n = 6$$

**Resposta:** Sexta posição:  $a_6 = \frac{2}{625}$

5. Verifique se existe uma progressão geométrica na qual três de seus termos são 17, 51 e 119 (não necessariamente consecutivos).

**Verificação:**

Supondo que exista a P.G.  $(\dots; 17; \dots; 51; \dots; 119; \dots)$  de razão  $q > 1$ , temos:

I.  $51 = 17 \cdot q^m \Rightarrow q^m = \frac{51}{17} \Rightarrow q^m = 3$ , em que **m** é inteiro positivo;

II.  $119 = 17 \cdot q^n \Rightarrow q^n = \frac{119}{17} \Rightarrow q^n = 7$ , em que **n** é inteiro positivo.

Então:

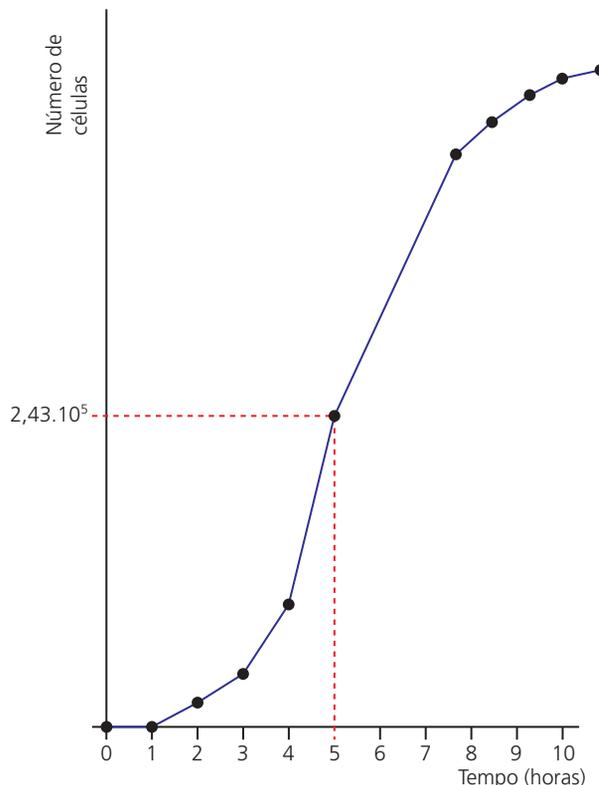
•  $q^m = 3 \Rightarrow (q^m)^n = 3^n \Rightarrow q^{mn} = 3^n$

•  $q^n = 7 \Rightarrow (q^n)^m = 7^m \Rightarrow q^{mn} = 7^m$

Assim,  $3^n = 7^m \Rightarrow \underbrace{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_n \text{ vezes} = \underbrace{7 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 7}_m \text{ vezes}$  (falso).

Como não existem **m** e **n** inteiros positivos tais que  $3^n = 7^m$ , a P.G. **não existe**. Na ordem inversa, o processo é análogo.

6. (UERJ) Para analisar o crescimento de uma bactéria, foram inoculadas 1000 células a um determinado volume de meio de cultura apropriado. Em seguida, durante 10 horas, em intervalos de 1 hora, era medido o número total de bactérias nessa cultura. Os resultados da pesquisa estão mostrados no gráfico ao lado. No gráfico, o tempo 0 corresponde ao momento do inóculo bacteriano.



Observe que a quantidade de bactérias presentes no meio, medida a cada hora, segue uma progressão geométrica até 5 horas, inclusive.

Qual o número de bactérias 3 horas após o inóculo?

**Solução:**

Observando que a quantidade de bactérias presentes no meio, medida a cada hora, segue uma progressão geométrica até 5 horas, inclusive, o número de bactérias encontrado no meio de cultura, 3 horas após o inóculo, pode ser obtido da seguinte forma:

I.  $a_0 = 1000$  (número de bactérias na hora zero) e  $a_5 = 243000$  (número de bactérias na 5ª hora) são termos de uma mesma progressão geométrica. Daí:

$$\begin{cases} a_0 = 1000 \\ a_5 = 243000 \end{cases} \rightarrow a_5 = a_0 \cdot q^{5-0} \rightarrow 243000 = 1000 \cdot q^5$$

Então:

$$q^5 = 243 = 3^5, \text{ isto é, } q = 3.$$

(Aqui, é conveniente considerar o primeiro termo  $a_0 = 1000$ , o índice indicando a hora, e não  $a_1 = 1000$ )

II. Queremos o número de bactérias na terceira hora ( $a_3$ ):

$$a_3 = a_0 \cdot q^3 \rightarrow a_3 = 1000 \cdot 3^3 \rightarrow \boxed{a_3 = 27000}$$

## Interpolação geométrica

Ao interpolarmos  $k$  meios geométricos ( $M_1, M_2, M_3, \dots, M_k$ ) entre os números  $a$  e  $b$ , ficamos com a seguinte progressão geométrica de  $(k + 2)$  termos:

P.G. de  $(k + 2)$  termos:  $(a, M_1, M_2, M_3, \dots, M_k, b)$ , na qual destacamos:

- O primeiro e o último termo, chamados de extremos:

Primeiro termo:  $A_1 = a$

Último termo:  $A_{k+2} = b$

- A razão  $q$  da P.G. formada, que poderá ser obtida por meio da relação entre os extremos:

$A_{k+2} = A_1 \cdot q^{(k+2)-1}$ , ou seja:

$$b = a \cdot q^{k+1}$$

### Exemplos:

1. Insira três meios geométricos entre 3 e 48.

#### Resolução:

Devemos formar a P.G. (3, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, 48) na qual:

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ n = 2 + 3 = 5 \\ a_5 = 48 \end{cases}$$

Daí:

$$a_5 = a_1 \cdot q^4 \Rightarrow 48 = 3q^4 \Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm\sqrt[4]{16} \Rightarrow q = \pm 2$$

Então, temos:

- a P.G. (3, 6, 12, 24, 48), para  $q = 2$ ;
- a P.G. (3, -6, 12, -24, 48), para  $q = -2$ .

2. Quando interpolamos quatro meios geométricos entre 1 e 243, qual é a razão  $q$  da P.G. assim obtida?

#### Resolução:

Devemos formar a P.G. (1, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, 243), na qual:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ n = 6 \\ a_6 = 243 \end{cases}$$

$$a_6 = a_1 \cdot q^5 \Rightarrow 243 = 1q^5 \Rightarrow q^5 = 243 \Rightarrow q = \sqrt[5]{243} \Rightarrow q = 3$$

Logo, a razão da P.G. é  $q = 3$ .

3. Se  $k$  é o número máximo de meios geométricos que devem ser interpolados entre 1458 e 2 para a razão de interpolação ficar menor que  $\frac{1}{3}$ , então  $k$  é um número

- A) primo.
- B) divisor de 42.
- C) quadrado perfeito.
- D) múltiplo de 3, mas não de 2.
- E) maior que 13.

#### Resolução:

Temos a P.G.: (1458;  $\underbrace{\hspace{2cm}}$ ; 2), em que se tem:

$$\begin{cases} a_1 = 1458 \\ a_{k+2} = 2 \end{cases} \Rightarrow a_{k+2} = a_1 \cdot q^{k+1} \Rightarrow 2 = 1458 \cdot q^{k+1} \Rightarrow \frac{1}{729} = q^{k+1} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^6 = q^{k+1}$$

Analisando:

$$\text{Se } q = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \left(\frac{1}{3}\right)^{k+1} \Rightarrow k+1 = 6 \Rightarrow k = 5$$

$$\text{Logo, se } q < \frac{1}{3} \Rightarrow k < 5 \Rightarrow k \in \{1, 2, 3, 4\}.$$

↑valor máximo

**Resposta: C**

## Representações especiais

É de grande utilidade conhecer as representações especiais de uma P.G. Facilita os cálculos:

- I. Se o número de termos em P.G. é ímpar, chame o termo central de  $x$  e a razão de  $q$ .

#### Exemplos:

- P.G. de três termos:

$$\left(\frac{x}{q}; x; xq\right) \Rightarrow \text{razão} = q$$

- P.G. de cinco termos:

$$\left(\frac{x}{q^2}; \frac{x}{q}; x; xq; xq^2\right) \Rightarrow \text{razão} = q$$

- II. Se o número de termos em P.G. é par, chame os dois termos centrais de  $\frac{x}{q}$  e  $xq$ , respectivamente e, portanto, a razão é igual a  $q^2$ .

#### Exemplos:

- P.G. de quatro termos:

$$\left(\frac{x}{q^3}; \frac{x}{q}; xq; xq^3\right) \Rightarrow \text{razão} = q^2$$

- P.G. de seis termos:

$$\left(\frac{x}{q^5}; \frac{x}{q^3}; \frac{x}{q}; xq; xq^3; xq^5\right) \Rightarrow \text{razão} = q^2$$

#### Exemplos:

1. A soma de três números em progressão geométrica é igual a 19 e a soma de seus quadrados, 133. Determine os três números.

#### Solução:

Seja  $\frac{x}{q}$ ,  $x$  e  $xq$  os números em P.G., temos:

$$\text{I. } \frac{x}{q} + x + xq = 19 \Rightarrow \left(\frac{x}{q} + xq\right)^2 = (19 - x)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{q^2} + 2x^2 + x^2q^2 = 361 - 38x + x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{q^2} + x^2q^2 = 361 - 38x - x^2$$

$$\text{II. } \frac{x^2}{q^2} + x^2 + x^2q^2 = 133 \Rightarrow \frac{x^2}{q^2} + x^2q^2 = 133 - x^2$$

$$\text{Então, } 133 - x^2 = 361 - 38x - x^2 \Rightarrow x = 6.$$

$$\text{Assim: } \frac{6}{q} + 6 + 6q = 19 \Rightarrow 6q^2 - 13q + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{3}{2} \\ \text{ou} \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Logo, os números procurados são:

- Para  $x = 6$  e  $q = \frac{3}{2}$ :

$$\begin{cases} \frac{x}{q} = x \cdot \frac{1}{q} = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4 \\ x = 6 \\ xq = 6 \cdot \frac{3}{2} = 9 \end{cases}$$

- Para  $x = 6$  e  $q = \frac{2}{3}$ :

$$\begin{cases} \frac{x}{q} = x \cdot \frac{1}{q} = 6 \cdot \frac{3}{2} = 9 \\ x = 6 \\ xq = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4 \end{cases}$$

**Resposta:** 4, 6, 9 ou na ordem inversa.

2. Dada a equação  $x^3 - 2x^2 + mx + 8 = 0$ , determinar **m** de modo que as raízes formem uma P.G.

**Solução:**

Sejam  $r_1 = \frac{x}{q}$ ,  $r_2 = x$  e  $r_3 = xq$  as raízes da equação dada. Utilizando as relações de Girard, temos:

I.  $r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 = -\frac{D}{A} \Rightarrow \frac{x}{q} \cdot x \cdot xq = \frac{-8}{1} \Rightarrow x^3 = -8 \therefore r_2 = x = -2$

II. Substituindo **x** por  $r_2 = -2$  (raiz):  
 $(-2)^3 - 2(-2)^2 + m(-2) + 8 = 0 \Rightarrow -8 - 2 = 0 \therefore m = -4$

**Resposta:** -4

3. Encontrar quatro números positivos, em P.G., sabendo-se que a soma dos dois primeiros é 28 e a dos dois últimos é 175.

**Solução:**

Sejam  $a$ ;  $aq$ ;  $aq^2$  e  $aq^3$  os 4 números positivos em P.G., temos (note que, aqui, a notação especial não convém, pois nas equações a serem montadas nenhum termo ou fator seria cancelado).

I.  $a + aq = 28 \Rightarrow a(1 + q) = 28$

II.  $aq^2 + aq^3 = 175 \Rightarrow aq^2(1 + q) = 175$

Então, dividindo membro a membro:

$$\frac{1}{q^2} = \frac{28}{175} \Rightarrow q^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow q = \pm \frac{5}{2} \therefore q = 2,5$$

Substituindo  $q = 2,5$  em  $a(1 + q) = 28$ :

$$a(1 + 2,5) = 28 \Rightarrow a = \frac{28}{3,5} = \frac{280}{35} \Rightarrow a = 8$$

Assim, para  $a = 8$  e  $q = 2,5$ , obtemos: 8; 20; 50 e 125.

**Resposta:** 8; 20; 50 e 125.

4. O produto de 4 termos em P.G. é 4 e o quarto termo é 4. Determinar esses números.

**Solução:**

Sejam  $a$ ,  $aq$ ,  $aq^2$  e  $aq^3$  os números procurados. Temos:

I.  $a \cdot aq \cdot aq^2 \cdot aq^3 = 4 \Rightarrow a^4 \cdot q^6 = 4$

II.  $aq^3 = 4 \Rightarrow (aq^3)^2 = 4^2 \Rightarrow a^2q^6 = 16$

Dividindo membro a membro:

$$\frac{a^4q^6}{a^2q^6} = \frac{4}{16} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

Substituindo  $a = \pm \frac{1}{2}$  em  $aq^3 = 4$ :

- $a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot q^3 = 4 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$ ;

- $a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot q^3 = 4 \Rightarrow q^3 = -8 \Rightarrow q = -2$ .

Então:

Para  $a = \frac{1}{2}$  e  $q = 2$ , obtemos:  $\frac{1}{2}$ , 1, 2 e 4.

Para  $a = -\frac{1}{2}$  e  $q = -2$ , obtemos:  $-\frac{1}{2}$ , 1, -2 e 4.

**Resposta:**  $\frac{1}{2}$ , 1, 2 e 4 ou  $-\frac{1}{2}$ , 1, -2 e 4

5. A soma de três números reais em P.G. é igual a 3. Qual é o máximo e o mínimo do seu produto?

**Solução:**

I. P.G.:  $\left(\frac{x}{q}; x, xq\right)$ , em que  $x, q \in \mathbb{R}^+$ ;

II. Produto =  $\frac{x}{q} \cdot x \cdot xq \Rightarrow$  Produto =  $x^3$ , logo o produto será máximo quando **x** for máximo (expoente ímpar) e mínimo, quando **x** for mínimo.

III.  $\frac{x}{q} + x + xq = 3 \Rightarrow \frac{x}{q} + (x-3)q + \frac{x}{q} = 0$

IV.  $q \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta = B^2 - 4AC \geq 0 \Rightarrow (x-3)^2 - 4x^2 \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -3x^2 - 6x + 9 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 \leq 0$$



Logo,  $-3 \leq x \leq 1$ .

Dá:

- Produto<sub>mínimo</sub> =  $(-3)^3 = -27$ ;

- Produto<sub>máximo</sub> =  $1^3 = 1$ .



### Exercícios de Fixação

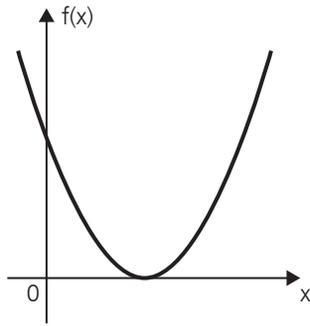
01. (PUC-MG) O número de assinantes de uma revista de circulação na grande BH aumentou, nos quatro primeiros meses de 2005, em progressão geométrica, conforme assinalado na tabela a seguir:

Mês	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril
Número de assinantes	5000	5500	6050	-

Com base nessas informações, pode-se afirmar que, de fevereiro para abril, o número de assinantes dessa revista teve um aumento igual a:

- A) 1050
- B) 1155
- C) 1510
- D) 1600

02. (Mackenzie) Se a figura mostra o esboço do gráfico de  $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ , então os números **a**, **b** e **c** sempre são:



- A) nessa ordem, termos de uma progressão aritmética.
  - B) nessa ordem, termos de uma progressão geométrica.
  - C) números inteiros.
  - D) tais que  $a < b < c$ .
  - E) tais que  $a > b > c$ .
03. (Fepar – Adaptado) No atual contexto de migrações para a Europa, a Bulgária realocou 2 mil cotas até setembro de 2015, e a Alemanha 40 mil cotas. Sabe-se que os números de cotas de Bulgária, Suécia e Espanha, nessa ordem, estão em progressão geométrica; os de Espanha, França e Alemanha, nessa ordem, estão em progressão aritmética crescente, totalizando 87 mil (cotas) para esses três últimos países.

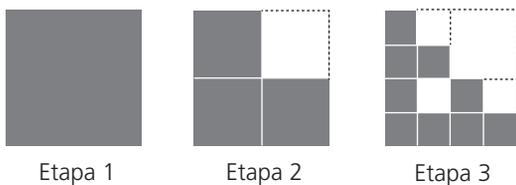
**NÚMERO DE MIGRANTES QUE OS PAÍSES DA UE PODEM RECEBER, SEGUNDO AS COTAS (EM MIL)**

Alemanha		
França	?	40
Espanha	?	
Suécia	?	
Bulgária	2	

Comissão Europeia, Reuters.

Nesse caso, os cinco 5 países, juntos, realocaram quantas mil cotas?

- A) 85
  - B) 90
  - C) 95
  - D) 100
  - E) 105
04. (UFRGS) Considere o padrão de construção representado pelos desenhos a seguir.



Na Etapa 1, há um único quadrado com lado 10. Na Etapa 2, esse quadrado foi dividido em quatro quadrados congruentes, sendo um deles retirado, como indica a figura. Na etapa 3 e nas seguintes, o mesmo processo é repetido em cada um dos quadrados da etapa anterior.

Nessas condições, a área restante na Etapa 6 será de

- A)  $100 \left(\frac{1}{4}\right)^5$
- B)  $100 \left(\frac{1}{3}\right)^6$
- C)  $100 \left(\frac{1}{3}\right)^5$
- D)  $100 \left(\frac{3}{4}\right)^6$
- E)  $100 \left(\frac{3}{4}\right)^5$

05. (Fuvest) Um país contraiu, em 1852, um empréstimo de 1 milhão de dólares, para pagar em cem anos, à taxa de juros de 9% ao ano. Por problemas de balança comercial, nada foi pago até hoje, e a dívida foi sendo "rolada", com capitalização anual dos juros.

Utilizando  $(1,09)^8 \approx 2$ , qual dos valores a seguir está mais próximo do valor da dívida em 2012?

- A) 14 milhões de dólares.
- B) 500 milhões de dólares.
- C) 1 bilhão de dólares.
- D) 80 bilhões de dólares.
- E) 1 trilhão de dólares.



**Exercícios Propostos**

01. (UEL) Em uma população totalmente suscetível a uma doença infecciosa, o número de novas infecções  $C(n)$ , no instante de tempo **n**, cresce em progressão geométrica de razão  $q > 0$ . Isto é,  $C(n) = C_0 q^n$ , onde **n** é expresso em uma certa unidade de medida (**n** é número de unidades de medida) e  $C_0$  é a quantidade de infectados no instante inicial  $n = 0$ . A seguir, é apresentada uma tabela com exemplos.

Doença	q	Unidade de medida
Sarampo	15	4 dias
Difteria	6	4 dias
SARS	5	10 dias
Influenza (cepa pandêmica de 1918)	3	7 dias
Ebola (surto de 2014)	2	2 semanas

Disponível em: <<https://en.wikipedia.org>>. Acesso em: 25 maio 2017. Adaptado.

Suponha que uma cidade totalmente suscetível, na Europa medieval, tenha sido tomada pela Peste Negra, que se iniciou com  $C_0 = 15$  infectados. Considere que, em 8 dias, a soma de infectados desde o início da infestação totalizou 195 pessoas e que a unidade de medida seja de 4 dias. Nessas condições, a razão **q** é igual a

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 6
- E) 10

02. (UFF) A população de marlim-azul foi reduzida a 20% da existente há cinquenta anos (em 1953).

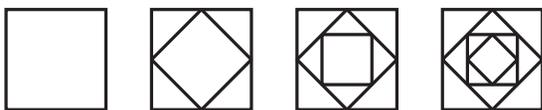
Adaptado da Revista Veja, 09 de julho de 2003.  
Jeffrey L. Rotman-Corbis.



Considerando que foi constante a razão anual (razão entre a população de um ano e a do ano anterior) com que essa população decresceu durante esse período, conclui-se que a população de marlim-azul, ao final dos primeiros vinte e cinco anos (em 1978), ficou reduzida a aproximadamente:

- A) 10% da população existente em 1953.  
B) 20% da população existente em 1953.  
C) 30% da população existente em 1953.  
D) 45% da população existente em 1953.  
E) 65% da população existente em 1953.
03. (Efofm) Um garrafão contém 3 litros de vinho. Retira-se um litro de vinho do garrafão e acrescenta-se um litro de água, obtendo-se uma mistura homogênea. Retira-se, a seguir, um litro da mistura e acrescenta-se um litro de água, e assim por diante. A quantidade de vinho, em litros, que resta no garrafão, após 5 dessas operações, é aproximadamente igual a:  
A) 0,396                      B) 0,521  
C) 0,676                      D) 0,693  
E) 0,724
04. (Famerp) Em 1996, 25% da energia produzida por um país era obtida de usinas hidrelétricas. Em 2016, essa produção passou a ser de 40%. Admitindo-se que de 25% em 1996, para 40% em 2016, o crescimento anual da porcentagem foi geométrico, é correto afirmar que o fator constante de crescimento anual foi igual a  
A)  $\sqrt[20]{6,25}$                       B)  $\log_{1,6} 20$   
C)  $\log_{20} 6,25$                       D)  $\log_{20} 1,6$   
E)  $\sqrt[20]{1,6}$

05. Na sequência de quadrados representada nas figuras a seguir, cada novo quadrado tem seus vértices nos pontos médios do quadrado que o antecede.



O perímetro do primeiro quadrado é P e essa sequência continua indefinidamente.

Nessas condições, o perímetro do n-ésimo quadrado é:

- A)  $P \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$                       B)  $P \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$   
C)  $\frac{P}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$                       D)  $\frac{P}{2} \cdot (\sqrt{2})^n$   
E)  $\frac{P}{2} \cdot (\sqrt{2})^{n-1}$

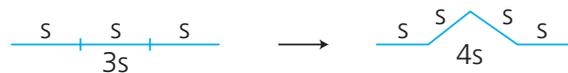
06. (UERJ – Adaptado) Uma bola de boliche de massa  $m = 2 \text{ kg}$  foi arremessada em uma pista plana. A tabela abaixo registra a velocidade (V) e a energia cinética (E) da bola ao passar por três pontos dessa pista: A, B e C. Para o cálculo da energia cinética, usou-se a fórmula matemática  $E = \frac{m \cdot V^2}{2}$ .

Pontos	Velocidade (m/s)	Energia cinética (J)
A	$V_1$	$E_1$
B	$V_2$	$E_2$
C	$V_3$	$E_3$

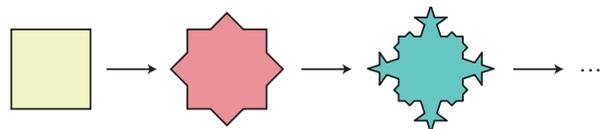
Após os cálculos, percebeu-se que  $(E_1, E_2, E_3)$  é uma progressão geométrica de razão  $\frac{1}{2}$ .

Nessas condições, qual é a razão da progressão geométrica  $(V_1, V_2, V_3)$ ?

- A) 1                                      B)  $\sqrt{2}$   
C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                                       D)  $\frac{1}{2}$
07. (Uepa – Adaptada) Um carro, cujo preço à vista é R\$ 24.000,00, pode ser adquirido, sem juros, dando-se uma entrada e o restante em 5 parcelas que se encontram em progressão geométrica. Um cliente que optou por esse plano, ao pagar a entrada, foi informado que a segunda parcela seria de R\$ 4.000,00 e a quarta parcela de R\$ 1.000,00. Quanto esse cliente pagou de entrada na aquisição desse carro?  
A) R\$ 7.900,00                      B) R\$ 8.200,00  
C) R\$ 8.500,00                      D) R\$ 8.800,00  
E) R\$ 9.100,00
08. (UFF) Certas imagens captadas por satélites espaciais, quando digitalizadas, são representadas por normas geométricas de aspecto irregular ou fragmentado, conhecidas por fractais. Podem-se obter tais fractais pela alteração da forma original de uma curva por meio de um processo em que os resultados de uma etapa são utilizados como ponto de partida para a etapa seguinte. Considere o processo tal que, em todas as etapas, cada segmento de reta é transformado em uma poligonal cujo comprimento é quatro vezes a terça parte do segmento original, como ilustrado na figura a seguir:



Por esse processo, a partir de um quadrado com 1 metro de lado, obtém-se a sequência de figuras:



O perímetro, em metro, do quinto polígono dessa sequência é:

- A)  $\frac{4^4}{3^3}$                                       B)  $\frac{4^4}{3^5}$   
C)  $\frac{4^5}{3^4}$                                       D)  $\frac{3^5}{4^5}$   
E)  $\frac{3^4}{4^4}$

09. (UEL – Adaptado) Leia o texto a seguir.

Van Gogh (1853-1890) vendeu um único quadro em vida a seu irmão, por 400 francos. Nas palavras do artista: “Não posso evitar os fatos de que meus quadros não sejam vendáveis. Mas virá o tempo em que as pessoas verão que eles valem mais que o preço das tintas”.

Disponível em: <http://www.naturale.med.br>. Acesso em: 2 out. 2013. Adaptado.

A mercantilização da cultura impulsionou o mercado de artes nos grandes centros urbanos. Em 2013, o quadro Jardim das Flores, de Van Gogh, foi avaliado em aproximadamente 84 milhões de dólares. Supondo que há 60 anos (antes de 2013) essa obra custasse 84 dólares e que sua valorização até 2013 ocorra segundo uma P.G., assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor dessa obra em 2033, considerando que sua valorização continue conforme a mesma PG.

- A)  $1,68 \times 10^9$  dólares
- B)  $8,40 \times 10^9$  dólares
- C)  $84,00 \times 10^7$  dólares
- D)  $168,00 \times 10^6$  dólares
- E)  $420,00 \times 10^7$  dólares

10. (UERJ – Adaptado) João recorta um círculo de papel com 10 cm de raio. Em seguida, dobra esse recorte ao meio várias vezes, conforme ilustrado na figura 1.

Depois de fazer diversas dobras, abre o papel e coloca o número 1 nas duas extremidades da primeira dobra. Sucessivamente, no meio de cada um dos arcos formados pelas dobras anteriores, João escreve a soma dos números que estão nas extremidades de cada arco.

A figura 2 a seguir ilustra as quatro etapas iniciais desse processo.

Figura 1

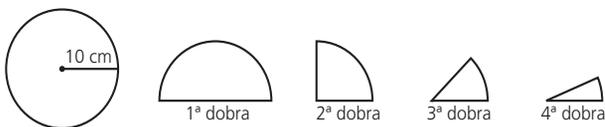
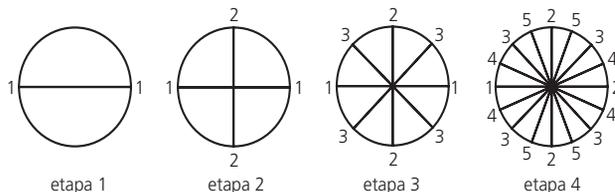


Figura 2



João continuou o processo de dobradura escrevendo os números, conforme a descrição anterior, até concluir dez etapas.

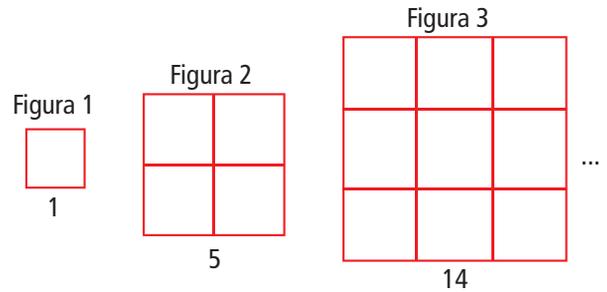
A soma de todos os números que estarão escritos na etapa 10 é equivalente a

- A) 39366
- B) 39466
- C) 39566
- D) 39666
- E) 39766



Fique de Olho

Observe as seguintes figuras com seus respectivos números de quadrados:



A figura 2 tem um quadrado de lado 2 e quatro “quadrinhos” de lado 1, num total de 5 quadrados. A figura 6 desta sequência tem quantos quadrados?

Solução:

A figura 3 tem ① quadrado de lado 3, ④ quadrados de lado 2 e ⑨ quadrados de lado 1.

Assim, temos:

Na figura 1:  $1^2 = 1$  quadrado.

Na figura 2:  $1^2 + 2^2 = 5$  quadrados.

Na figura 3:  $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$  quadrados.

Mantendo-se a sequência, teremos na figura 6:  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = 91$  quadrados.

Bibliografia

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática contexto & aplicação*. vol. 1. 4. ed. São Paulo: Ática, 2007.  
 IEZZI, Gelson – *Fundamentos de matemática elementar*. vol. 4. 7. ed. São Paulo: Atual, 2007.  
 LIMA, Elon Lages. *A Matemática do Ensino Médio*. vol. 2. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro, 1998.  
 MORGADO, Augusto Cesar. *Progressões e matemática financeira*. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: Gráfica Wagner Ltda, 1993.  
 NETO, Aref Antar. *Noções de matemática*. vol. 2. 1. ed. São Paulo: Moderna, 1979.  
 SERRÃO, Alberto. *Exercícios e problemas de álgebra*. vol. 1. Parte A. 4. ed. Rio de Janeiro: Livro Técnico, 1970.



Anotações



Anotações

# MATEMÁTICA II

## FUNÇÕES

### Objetivo(s):

- Definir função modular.
- Resolver equações e inequações modulares.
- Conhecer as propriedades das potências.
- Resolver equações exponenciais.
- Definir função exponencial.
- Resolver inequações exponenciais.

### Conteúdo:

<b>AULA 16: FUNÇÃO MODULAR (PARTE I)</b>	
Definição.....	34
Exercícios .....	34
<b>AULA 17: FUNÇÃO MODULAR (PARTE II) – EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES MODULARES</b>	
Propriedades .....	37
Exercícios .....	37
<b>AULA 18: FUNÇÃO EXPONENCIAL (PARTE I)</b>	
Potência.....	38
Propriedades.....	38
Consequências imediatas das propriedades.....	38
Equações exponenciais .....	38
Exercícios .....	39
<b>AULA 19: FUNÇÃO EXPONENCIAL (PARTE II)</b>	
Definição.....	40
Gráficos.....	41
Exercícios .....	41
<b>AULA 20: FUNÇÃO EXPONENCIAL (PARTE III)</b>	
Exercícios .....	43

**Aula**  
**16**

**Função Modular (Parte I)**

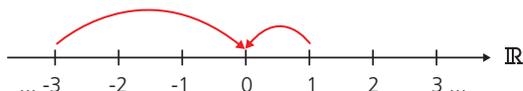
C-5 H-20, 21



**Exercícios de Fixação**

**Definição**

No universo real, módulo de um número pode ser entendido como sendo a distância desse número até a origem. Assim, representando essa ideia no eixo (reta) real, temos:



**Note que:**

- a distância do número 1 à origem é igual a uma unidade, então  $|1| = 1$ ;
- a distância do número - 3 à origem é igual a três unidades, então  $|-3| = 3$ .

Assim, o módulo de  $x$  é a distância do número  $x$  até a origem. Definimos:

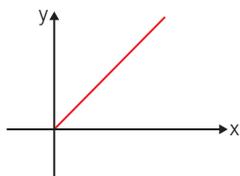
$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

**Função modular**

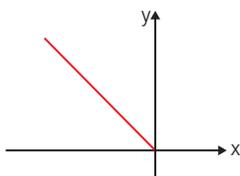
Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , onde  $f(x) = |x|$ . O gráfico de  $f(x)$  é, portanto:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \text{ (parte I)} \\ -x, & x \leq 0 \text{ (parte II)} \end{cases}$$

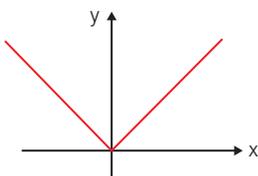
- (Parte I)  $f(x) = x$ : é uma semirreta passando pela origem, de coeficiente angular igual a 1, ou seja, o gráfico de  $f(x) = x$  é bissetriz do primeiro quadrante.



- (Parte II)  $f(x) = -x$ : é uma semirreta passando pela origem, de coeficiente angular igual a - 1, ou seja, bissetriz do segundo quadrante, pois  $x \leq 0$ .



Portanto, para  $x \in \mathbb{R}$ , temos:



- Para as questões de **01** a **05**, considere  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = |x|$ .

**01.** Construir o gráfico de  $f(x) - 3$ .

**02.** Esboçar o gráfico de  $f(x - 4)$ .

**03.** Construa o gráfico de  $-f(x)$ .

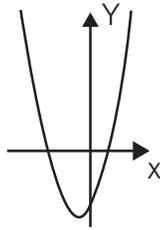
**04.** Esboce o gráfico de  $f(-x)$ .

**05.** Construir o gráfico de  $f(x + 3) + 1$ .



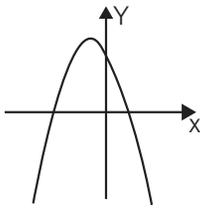
Exercícios Propostos

01. Se

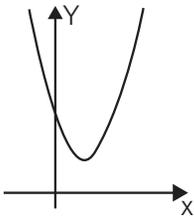


é o gráfico da função  $f$ , definida por  $y = f(x)$ , então, das alternativas abaixo, a que pode representar o gráfico da função  $z$ , definida por  $z = |f(x)|$ , é

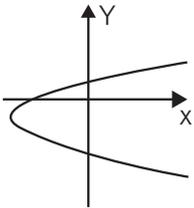
A)



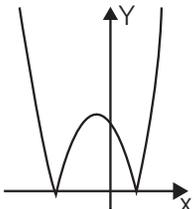
B)



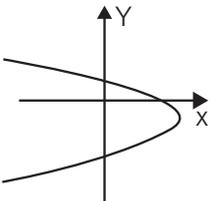
C)



D)



E)



02. A respeito da função  $f(x) = |x|$ , é verdadeira a sentença:

- A)  $f(x) = x$ , se  $x < 0$ .
- B)  $f(x) = -x$ , se  $x > 0$ .
- C)  $f(x) = 1$ , se  $x \in \mathbb{R}$ .
- D) O gráfico de  $f$  tem imagem exclusivamente positiva.
- E) O gráfico de  $f$  não possui imagem negativa.

03. Uma pesquisa realizada nos supermercados de uma cidade revelou que a variação de preço da caixa de canetas hidrográficas da marca A é de até 3 reais de um estabelecimento para outro. Supondo que essa conclusão seja verdadeira, se, em um supermercado, o preço dessa caixa de canetas é  $x$  reais e, em outro, é  $y$  reais, pode-se afirmar que:

- A)  $x - y = 3$
- B)  $0 \leq x - y \leq 3$
- C)  $|x - y| = 3$
- D)  $|x - y| < 3$
- E)  $|x - y| \leq 3$

04. Uma grande empresa de Fast Food utiliza como logomarca a figura 1 mostrada a seguir. Esse desenho pode ser obtido a partir de uma função cujo gráfico aproximado é representado na figura 2.



Figura 1

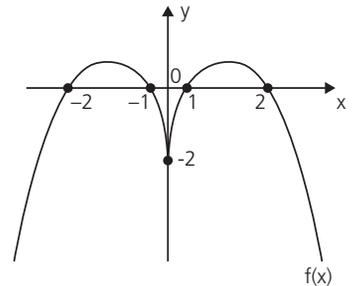


Figura 2

A função à qual o texto se refere é:

- A)  $f(x) = x^2 - 3|x| - 2$
- B)  $f(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2) \cdot (-x^2 + 3x - 2)}{2}$
- C)  $f(x) = -|x^2 + 3|x| + 2|$
- D)  $f(x) = -x^2 + 3|x| - 2$
- E)  $f(x) = \frac{-(x^2 - 3x + 2)^2}{2}$

05. Um fabricante de portas automáticas verificou que, num certo shopping da cidade, o número de vezes que uma das portas abre, por dia, é dado pela lei:  $a(x) = 50|x - 10| + 200$ , em que  $x$  representa o dia do mês.

Em que dia do mês essa porta se abre 800 vezes?

- A) 22
- B) 10
- C) 20
- D) 12
- E) 13

06. O gráfico da função  $f(x) = 4 - |2x - 6|$  forma com o eixo das abscissas, um triângulo.

Parte do gráfico da função  $f(x) = 4 - |2x - 6|$  forma com o eixo das abscissas um triângulo:

- A) isósceles de área 6 ua.
- B) equilátero de área 8 ua.
- C) isósceles de área 8 ua.
- D) equilátero de área 9 ua.
- E) isósceles de área 9 ua.

07. Nas sentenças abaixo, marque (V) quando a afirmativa for verdadeira ou (F) quando for falsa.

Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = |2x + 5|$ .

- ( )  $f$  é injetora.
- ( ) O valor mínimo assumido por  $f$  é zero.
- ( ) O gráfico de  $f$  intercepta o eixo  $y$  no ponto de coordenadas  $(0, 5)$ .
- ( ) O gráfico de  $f$  é uma reta.
- ( )  $f$  é uma função par.

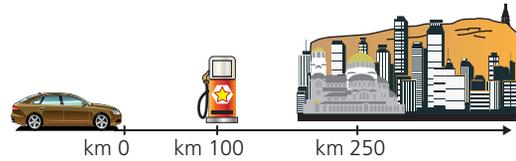
08. Dos gráficos a seguir, o que mais se assemelha ao gráfico da função  $f(x) = ||x + 2| - 2|$  no intervalo  $-5 > x > 5$  é

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 

09. Seja  $f(x)$  uma função real. O gráfico gerado pelo módulo dessa função,  $|f(x)|$ ,

- A) nunca passará pela origem.
- B) nunca passará pelo 3º ou 4º quadrante.
- C) intercepta o eixo  $x$  somente se  $f(x)$  for do primeiro grau.
- D) intercepta o eixo  $y$  somente se  $f(x)$  for do segundo grau.

10. Um posto de gasolina encontra-se localizado no km 100 de uma estrada retilínea. Um automóvel parte do km 0, no sentido indicado na figura adiante, dirigindo-se a uma cidade a 250 km do ponto de partida. Em um dado instante,  $x$  denota a distância (em quilômetros) do automóvel ao km 0.



Nesse instante, a distância (em quilômetros) do veículo ao posto de gasolina é:

- A)  $|100 + x|$
- B)  $x - 100$
- C)  $100 - x$
- D)  $|x - 100|$



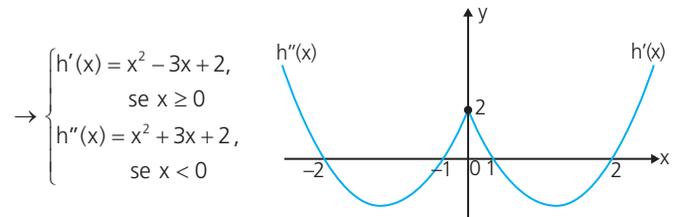
Fique de Olho

QUESTÃO RESOLVIDA

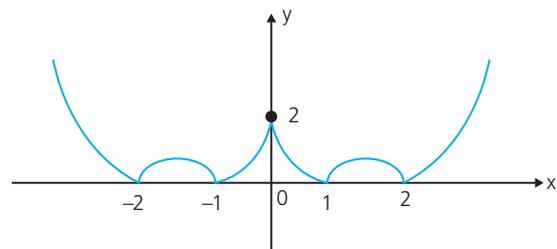
• Qual o gráfico de  $f(x) = -|x^2 - 3|x| + 2|$ ?

Resolução:

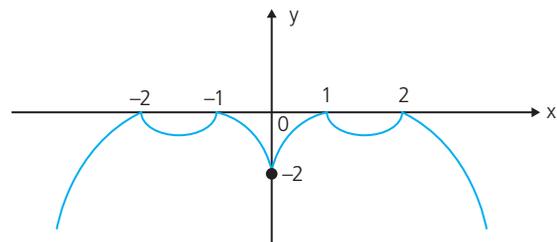
1º) Gráfico de  $h(x) = x^2 - 3|x| + 2$ :



2º) Gráfico de  $|h(x)|$ :



3º) Gráfico de  $f(x) = -|h(x)|$ :



**Aula**  
**17**

**Função Modular (Parte II) –  
Equações e Inequações Modulares**

C-5 H-20, 21

**Propriedades**

Para  $x \in \mathbb{R}$ , temos que:

- I.  $|x| \geq 0$  e  $-|x| \leq 0$
- II.  $|x| = |-x|$
- III.  $|x^2| = x^2 = |x|^2$
- IV.  $\sqrt{x^2} = |x|$
- V.  $|x + y| \leq |x| + |y|$  (desigualdade triangular)
- VI. Para  $a > 0$ , temos:  $|x| = a \Leftrightarrow x = a$  ou  $x = -a$
- VII. Para  $a > 0$ , temos:  $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
- VIII. Para  $a > 0$ , temos:  $|x| > a \Leftrightarrow x < -a$  ou  $x > a$



**Exercícios de Fixação**

- 01.** Marque a única opção correta.
- A)  $|x| = 5 \Leftrightarrow x = -5$  e  $x = 5$
  - B)  $|x| > 7 \Leftrightarrow -7 < x < 7$
  - C)  $|x| \leq 10 \Leftrightarrow x \leq -10$  ou  $x \geq 10$
  - D)  $|x| = -x, \forall x < 0$
  - E)  $\sqrt{x^2} = x, \forall x$
- 02.** Qual é o valor de  $y = \sqrt{2} - 1 - |1 - \sqrt{2}|$ ?
- A) 0
  - B) 1
  - C) 2
  - D) 3
  - E) 4
- 03.** (EPCAR – Modificada) Considere as funções reais de variáveis reais **f** e **g**, tal que  $f(x) = x^2 + 1$  e composta de **g** com **f** dada por  $(g \circ f)(x) = \sqrt{(x^2 + 1)^2}$ . Sobre a função **g**, é INCORRETO afirmar que ela
- A) é par.
  - B) é sobrejetora.
  - C) possui imagem  $g(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .
  - D) é crescente se  $x \in [1, +\infty[$ .
- 04.** (ITA) O produto das raízes reais da equação
- $$|x^2 - 3x + 2| = |2x - 3|$$
- é igual a
- A) -5.
  - B) -1.
  - C) 1.
  - D) 2.
  - E) 5.

- 05.** Um atleta de salto em distância realizou dois saltos. No primeiro, atingiu a marca de 5,8 metros; no segundo, atingiu a marca **y**. Dentre as opções a seguir, marque aquela que representa a distância **d** entre os dois pontos alcançados nos saltos do atleta.
- A)  $d = y - 5,8$
  - B)  $d = 5,8 - y$
  - C)  $d = |y - 5,8|$
  - D)  $d = \pm (y + 5,8)$
  - E)  $d = y + 5,8$

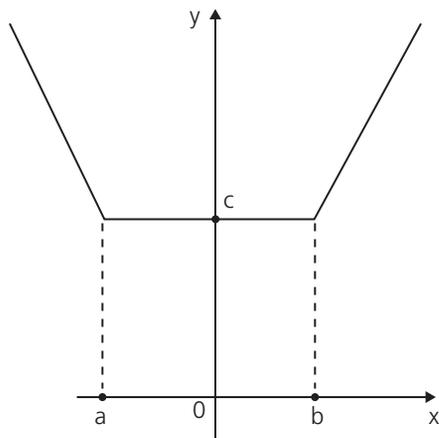


**Exercícios Propostos**

- 01.** Quantos números inteiros não negativos satisfazem a inequação  $|x - 2| < 5$ ?
- A) Infinitos.
  - B) 4
  - C) 5
  - D) 6
  - E) 7
- 02.** Seja  $f(x) = |x - 3|$  uma função. A soma dos valores de **x** para os quais a função assume o valor 2 é
- A) 3
  - B) 4
  - C) 6
  - D) 7
- 03.** (Unicamp-Modificada) No plano cartesiano, a equação  $|x - y| = |x + y|$  representa:
- A) um ponto.
  - B) uma reta.
  - C) um par de retas paralelas.
  - D) um polígono.
  - E) um par de retas concorrentes.
- 04.** Seja **g** uma função real de variável real definida por  $g(x) = \sqrt{||x + 1| - 3|} - 2$ . O mais amplo domínio de **g** corresponde a:
- A)  $D_g = \{x \in \mathbb{R} | -6 \leq x \leq -2 \text{ ou } 0 \leq x \leq 4\}$
  - B)  $D_g = \{x \in \mathbb{R} | -6 \leq x \leq 0 \text{ ou } x \geq 4\}$
  - C)  $D_g = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -6 \text{ ou } -2 \leq x \leq 0 \text{ ou } x \geq 4\}$
  - D)  $D_g = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -6 \text{ ou } -2 \leq x \leq 4\}$
  - E)  $D_g = \{x \in \mathbb{R} | -6 \leq x \leq -2 \text{ ou } x \geq 0\}$
- 05.** Se **a** e **b** são dois números reais e a razão de **a** para **b** é 0,7, pode-se afirmar sempre que:
- A)  $|a| > b$
  - B)  $|a| > |b|$
  - C)  $|a| < b$
  - D)  $|a| < |b|$
- 06.** (ITA) Sobre a equação na variável real **x**,
- $$||x - 1| - 3| - 2| = 0,$$
- podemos afirmar que
- A) ela não admite solução real.
  - B) a soma de todas as suas soluções é 6.
  - C) ela admite apenas soluções positivas.
  - D) a soma de todas as soluções é 4.
  - E) ela admite apenas duas soluções reais.
- 07.** O conjunto imagem de  $g(x) = \sqrt{5x^2 - 5x} + \frac{5}{2}$  é:
- A)  $[5, +\infty[$
  - B)  $[2,5, +\infty[$
  - C)  $[2, +\infty[$
  - D)  $[0, +\infty[$

08. (Faap-SP) A produção diária  $x$  estimada por uma refinaria é dada por  $|x - 200000| \leq 125000$ , em que  $x$  é medida em barris de petróleo. Os níveis de produção  $x$  são tais que:
- A)  $175000 \leq x \leq 225000$
  - B)  $75000 \leq x \leq 125000$
  - C)  $75000 \leq x \leq 325000$
  - D)  $125000 \leq x \leq 200000$
  - E)  $x \leq 125000$  ou  $x \geq 200000$

09. (EsPCEX) Sabendo que o gráfico a seguir representa a função real  $f(x) = |x - 2| + |x + 3|$ , então o valor de  $a + b + c$  é igual a



Desenho ilustrativo fora de escala

- A) -7
  - B) -6
  - C) 4
  - D) 6
  - E) 10
10. O número de soluções da equação  $\frac{1}{2} \cdot |x| \cdot |x - 3| = 2 \cdot \left|x - \frac{3}{2}\right|$ , no

- conjunto  $\mathbb{R}$ , é
- A) 1
  - B) 2
  - C) 3
  - D) 4
  - E) 5

**Seção Videoaula**



**Equações e Inequações Modulares**

**Aula 18**

**Função Exponencial (Parte I)**

C-5 / H-19, 21

**Potência**

Definição:  $a^x = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{x \text{ fatores}}$  ( $x \in \mathbb{N}$ )

**Observação:**

Definem-se também duas outras igualdades:

$a^1 = a$  e  $a^0 = 1$  (para  $a \neq 0$ )

**Propriedades**

- 1)  $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$   
( $a \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $b \in \mathbb{R}$  e  $c \in \mathbb{R}$ )
- 2)  $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$   
( $a \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $b \in \mathbb{R}$  e  $c \in \mathbb{R}$ )
- 3)  $(a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c$  ( $a \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $b \in \mathbb{R}_+^*$  e  $c \in \mathbb{R}$ )
- 4)  $\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$  ( $a \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $b \in \mathbb{R}_+^*$  e  $c \in \mathbb{R}$ )
- 5)  $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$  ( $a \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $b \in \mathbb{R}$  e  $c \in \mathbb{R}$ )

**Obs.:**  $a^{b \cdot c} \neq a^{b^c}$

6)  $a^{-c} = \frac{1}{a^c} = \left(\frac{1}{a}\right)^c$  ( $a \in \mathbb{R}_+^*$  e  $c \in \mathbb{R}$ )

**Consequências imediatas das propriedades**

- 1)  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-c} = \left(\frac{b}{a}\right)^c$  ( $a \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $b \in \mathbb{R}_+^*$  e  $c \in \mathbb{R}$ )
- 2)  $\sqrt[c]{a^b} = a^{b/c}$  ( $a \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $b \in \mathbb{Z}$  e  $c \in \mathbb{N}^*$ )
- 3)  $a^b = a^c \Leftrightarrow b = c$  ( $0 < a \neq 1$ )

**Equações exponenciais**

Definição: são equações com incógnita no expoente.

**Exemplos:**

- 1)  $3^{x+2} = 81$
- 2)  $25^x - 5^x = 4$



**Exercícios de Fixação**

01. (Mack) Se  $3^m = a$  e  $3^n = b$ ,  $a > 0$  e  $b > 0$ , então o valor de  $3^{\frac{m-2n}{2}}$  é igual a
- A)  $\sqrt{a} - b$
  - B)  $\frac{a}{2} + b$
  - C)  $\frac{a}{2} - b$
  - D)  $\frac{\sqrt{a}}{b}$
  - E)  $\frac{a-b}{2}$

02. Uma emissora de TV vende seu horário comercial da seguinte maneira: o cliente escolhe quantas pessoas, no mínimo, devem ver seu produto e a emissora calcula quantos dias a propaganda deve ser veiculada. Para isso, ela usa a relação entre o número "P" de pessoas que conheceram o produto após "n" dias consecutivos de propaganda expressa por  $P = 6 + 6 \cdot (36)^n$ .

O valor de **n**, para que 7.782 pessoas conheçam esse produto, deve ser igual a

- A) 1
  - B) 2
  - C) 3
  - D) 4
  - E) 5
03. (UNESP) Admita que o número de visitas diárias a um site seja expresso pela potência  $4^n$ , com **n** sendo o índice de visitas ao site. Se o site **s** possui o dobro do número de visitas diárias do que um site que tem índice de visitas igual a 6, o índice de visitas ao site **s** é igual a
- A) 12
  - B) 9
  - C) 8,5
  - D) 8
  - E) 6,5
04. O nanômetro, cujo símbolo é a sigla (nm), é uma unidade de comprimento do Sistema Internacional de Unidades comumente utilizada para a medição de ligações químicas. A título de comparação, o Rio Amazonas que nasce na Cordilheira do Andes e corta o Brasil de oeste à leste para, enfim, desaguar no Oceano Atlântico, possui cerca de 7 milhões de metros de extensão. Assim, uma pequena gota de água que tenha 7 milímetros de comprimento está para o Rio Amazonas tal como 1 nanômetro está para 1 metro.

Adaptado de: <http://www.fundacentro.gov.br/conteudo.asp?D=Nano&C=1558&menuAberto=1556>

Um nanômetro equivale a:

- A)  $10^{-6}$  m.
- B)  $10^{-9}$  m.
- C)  $10^{-13}$  m.
- D)  $10^{-14}$  m.
- E)  $10^{-15}$  m.

05. (UFRGS) Observe a tabela abaixo, usada em informática.

1 byte = 8 bits
1 kilobyte = 1024 bytes
1 megabyte = 1024 kilobytes
1 gigabyte = 1024 megabytes
1 terabyte = 1024 gigabytes

A medida, em gigabytes, de um arquivo de 2000 bytes é:

- A)  $2^{-3}$
- B)  $5^3 \cdot 2^{-30}$
- C)  $10^3 \cdot 2^{-30}$
- D)  $5^3 \cdot 2^{-26}$
- E)  $10^3 \cdot 2^{-26}$



**Exercícios Propostos**

01. (ESA-Adaptada) Encontre o valor numérico da expressão:  $E = 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7$ .
- A)  $22^7$
  - B)  $121^7$
  - C)  $11^{77}$
  - D)  $11^{14}$
  - E)  $11^8$

02. (EFOMM) O valor da expressão  $(16^{\frac{3}{4}} - \sqrt[4]{81^2}) \cdot 27^{-\frac{4}{3}}$  é
- A)  $(-1)^1 \cdot 2^{-3}$
  - B)  $(-1)^2 \cdot 2^3$
  - C)  $(-1)^3 \cdot 3^{-4}$
  - D)  $(-1)^4 \cdot 2^{-4}$
  - E)  $(-1)^5 \cdot 3^2$

03. (IFSC) Segundo dados do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), o rendimento médio mensal das famílias catarinenses é R\$ 1.368,00.

Considerando-se que uma família pegou um empréstimo no valor de 30% de sua renda média mensal e vai pagar este empréstimo a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, quanto essa família pegou emprestado e qual o valor que a família irá pagar (montante final) se saldar essa dívida em 2 meses?

- A) Pegou emprestado R\$ 407,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 423,86.
- B) Pegou emprestado R\$ 410,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 425,94.
- C) Pegou emprestado R\$ 409,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 424,90.
- D) Pegou emprestado R\$ 409,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 425,94.
- E) Pegou emprestado R\$ 410,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 426,98.

04. Fernando está procurando uma calculadora para determinar o produto  $P = 5^{18} \cdot 16^6$  com precisão absoluta. Para que ele possa visualizar todos os algarismos do número P, obtido após efetuar todas as operações indicadas, a calculadora procurada deve ter um visor com capacidade mínima de dígitos igual a:
- A) 16.
  - B) 18.
  - C) 20.
  - D) 22.
  - E) 24.

05. A expressão  $\frac{7^{n-2} + 7^{n-1}}{7^{n-2} - 7^{n-3}}$  equivale a um valor numérico compreendido no intervalo:
- A) ]3, 5]  
 B) ]5, 7]  
 C) ]7, 9]  
 D) ]9, 11]  
 E) ]11, 13]

06. (EEAr) Se  $x$  e  $y$  são números reais que tornam simultaneamente verdadeiras as sentenças  $2^{x+y} - 2 = 30$  e  $2^{x-y} - 2 = 0$ , então  $x^y$  é igual a
- A) 9  
 B) 8  
 C)  $\frac{1}{8}$   
 D)  $\frac{1}{9}$

07. (EsPCEX) O conjunto solução do sistema  $\begin{cases} 3^x \cdot 27^y = 9 \\ y^3 + \frac{2}{3}xy^2 = 0 \end{cases}$  é formado por dois pontos, cuja localização no plano cartesiano é
- A) ambos no primeiro quadrante.  
 B) um no quarto quadrante e outro no eixo X.  
 C) um no segundo quadrante e o outro no terceiro quadrante.  
 D) um no terceiro quadrante e o outro no eixo Y.  
 E) um no segundo quadrante e o outro no eixo X.

08. Para realizar uma pesagem utilizando uma balança de dois pratos, coloca-se, em um dos pratos, o objeto que se deseja pesar e, no outro, uma ou mais peças, chamadas pesos, de modo que os pratos atinjam o equilíbrio (fiquem no mesmo plano horizontal). Assim, a massa do objeto será igual à soma das massas dos pesos, conhecendo-se a massa de cada um.



Giannara/123RF/Esajpx

Podemos também colocar o objeto e um peso em um dos pratos e pesos no outro prato, até obter o equilíbrio. Assim, a massa do objeto será a diferença entre a soma das massas dos pesos colocados no outro prato e a massa do peso colocado junto com o objeto. Demonstra-se que, para pesar um objeto cuja massa, em certa unidade  $u$ , é um valor inteiro  $n$ , são necessários e suficientes pesos de massas  $3^0, 3^1, 3^2, \dots, 3^k$ , na unidade  $u$ , tal que  $3^k$  é a maior potência inteira de 3 menor que  $n$ .

Usando pesos cujas massas, em gramas, sejam valores inteiros, a menor quantidade possível desses pesos que permite realizar todas as pesagens de resultados inteiros em gramas, desde 1 g a 1000 g, é:

A) 8  
 B) 7  
 C) 6  
 D) 5  
 E) 4

09. (Enem) As exportações de soja do Brasil totalizaram 4,129 milhões de toneladas no mês de julho de 2012, e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012.
- Disponível em: <www.noticiasagricolas.com.br>  
 Acesso em: 2 ago. 20102.

A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de:

A)  $4,129 \times 10^3$   
 B)  $4,129 \times 10^6$   
 C)  $4,129 \times 10^9$   
 D)  $4,129 \times 10^{12}$   
 E)  $4,129 \times 10^{15}$

10. (UFJF) A diferença entre o maior e o menor valor de  $x$ , na equação exponencial  $25^{\left(\frac{x^2}{2} - 4x - 15\right)} = \frac{1}{125^{(-3x+6)}}$  é igual a:
- A) 1  
 B) 7  
 C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{7}{2}$   
 E)  $-\frac{3}{2}$

**Aula**  
19

**Função Exponencial (Parte II)**

C-5 H-19, 20  
H-21, 22

### Definição

Chama-se **função exponencial de base a**,  $a > 0$  e  $a \neq 1$ , a correspondência:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow a^x$$

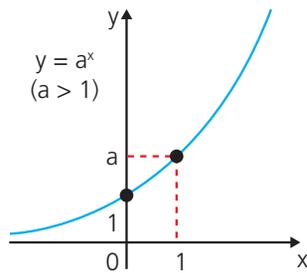
Quando nos referimos à **função exponencial** sem especificar a base, subentende-se que a base é **e** (número de Neper) e a função é dada por  $f(x) = e^x$ .

**Observações:**

- A condição  $a > 0$  e  $a \neq 1$ , citada acima, se faz necessária, pois:
- se  $a = 1$ , teremos  $f(x) = 1^x = 1$ , o que passa a ser uma função constante;
  - se  $a = 0$ , teremos  $f(x) = 0^x = 0$  (desde que  $x > 0$ ), o que também representa uma função constante;
  - se  $a < 0$ , a função  $f(x) = a^x$  não estará definida para um domínio real.

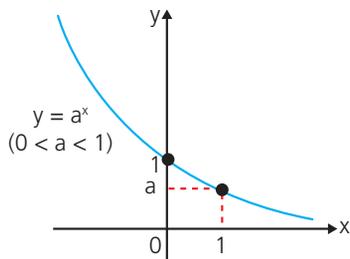
Gráficos

Função exponencial de base a com a > 1



- Domínio  $\mathbb{R}$ ; contradomínio  $\mathbb{R}^+$ .
- Contínua em todo o domínio.
- A função é estritamente crescente em  $\mathbb{R}$  e, portanto, injetiva.
- Não tem zeros. O gráfico intercepta o eixo das ordenadas no ponto  $(0, 1)$ .
- Admite a assíntota horizontal  $y = 0$  quando  $x \rightarrow -\infty$ .
- Não tem assíntotas verticais nem oblíquas.

Função exponencial de base a com 0 < a < 1



- Domínio  $\mathbb{R}$ ; contradomínio  $\mathbb{R}^+$ .
- Contínua em todo o domínio.
- A função é estritamente decrescente em  $\mathbb{R}$  e, portanto, injetiva.
- Não tem zeros. O gráfico intercepta o eixo das ordenadas no ponto  $(0, 1)$ .
- Admite a assíntota horizontal  $y = 0$  quando  $x \rightarrow +\infty$ .
- Não tem assíntotas verticais nem oblíquas.



Exercícios de Fixação

01. (Insper-Modificada) Uma empresa de transporte de carga estima em 20% ao ano a taxa de depreciação de cada caminhão de sua frota. Ou seja, a cada ano, o valor de seus veículos se reduz em 20% em relação ao ano anterior.

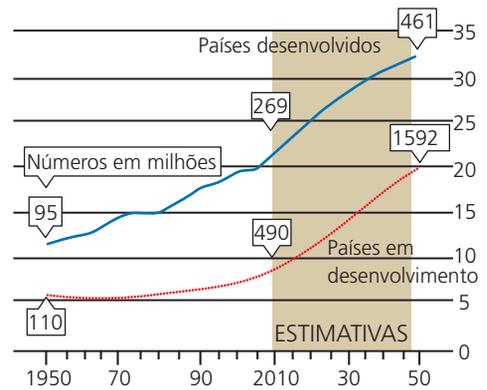
Pela política da empresa, quando o valor de um caminhão atinge 25% do valor pelo qual foi comprado, ele deve ser vendido, pois o custo de manutenção passa a ficar muito alto. Considerando a aproximação  $2^{10} \approx 10^3$ , os caminhões dessa empresa são vendidos, aproximadamente:

- A) 3 anos após sua compra.
- B) 4 anos após sua compra.
- C) 6 anos após sua compra.
- D) 8 anos após sua compra.
- E) 10 anos após sua compra.

02. Hoje, uma colônia X de bactérias possui 20000 micro-organismos que duplicam-se a cada 15 minutos, já uma outra colônia Y de bactérias possui 10000 microrganismos que quadruplicam-se a cada 20 minutos. Qual o tempo necessário para que a colônia Y esteja com a mesma quantidade de indivíduos que a colônia X?

- A) 45 min.
- B) 40 min.
- C) 35 min.
- D) 30 min.
- E) 25 min.

03. (Enem) A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950, havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Perspectivas da População Mundial, ONU, 2009.

Suponha que o modelo exponencial  $y = 363e^{0,03x}$ , em que  $x = 0$  corresponde ao ano 2000,  $x = 1$  corresponde ao ano 2001 e, assim, sucessivamente, e que  $y$  é a população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento, entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando  $e^{0,3} = 1,35$ , estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre:

- A) 490 e 510 milhões.
- B) 550 e 620 milhões.
- C) 780 e 800 milhões.
- D) 810 e 860 milhões.
- E) 870 e 910 milhões.

04. (ESA) Assinale a alternativa que represente o tempo necessário para que uma pessoa que aplicou R\$ 2000,00, à taxa de 10% ao ano, em regime de juros compostos, receba R\$ 662,00 de juros.

- A) 36 meses
- B) 1 ano e meio
- C) 3 meses
- D) 2 anos
- E) 6 anos

05. (UESF – modificada) Considerando-se que, sob certas condições, o número de colônias de bactérias,  $t$  horas após ser preparada a cultura, pode ser dado pela função  $N(t) = 9^t - 2 \cdot 3^t + 3$ ,  $t \geq 0$ , pode-se estimar que o tempo mínimo necessário para esse número não seja inferior a 678 colônias é de

- A) 2 horas.
- B) 3 horas.
- C) 4 horas.
- D) 5 horas.
- E) 6 horas.



**Exercícios Propostos**

- 01.** (UFRGS) Considere a função real de variável real  $f(x) = 2^{x-1}$ . Com relação à  $f(x)$ , é correto afirmar que
- A) se  $x < 1$ , então  $f(x) < 0$ .  
 B) se  $x \geq 1$ , então  $f(x) \leq 1$ .  
 C) a função  $f(x)$  é decrescente para  $x < 0$  e crescente para  $x \geq 0$ .  
 D) os valores das imagens de  $f(x): A \rightarrow \mathbb{R}$ , em que  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 0\}$ , formam uma progressão aritmética.  
 E) os valores das imagens de  $f(x): A \rightarrow \mathbb{R}$ , em que  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 0\}$ , formam uma progressão geométrica.
- 02.** (Uece) Se  $f: \left] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[ \rightarrow \mathbb{R}$  é a função real de variável real definida por  $f(x) = e^{tgx}$ , pode-se afirmar corretamente que a imagem ou conjunto de valores de  $f$  é o conjunto de todos os números:
- A) reais  
 B) reais maiores do que zero e menores do que um.  
 C) reais menores do que um.  
 D) reais positivos.
- 03.** Um dos perigos da alimentação humana são os microrganismos, que podem causar diversas doenças e até levar a óbito. Entre eles, podemos destacar a *Salmonella*. Atitudes simples como lavar as mãos e armazenar os alimentos em locais apropriados ajudam a prevenir a contaminação pelos microrganismos. Sabendo que certo microrganismo prolifera-se rapidamente, dobrando sua população a cada 20 minutos, pode-se concluir que o tempo em que a população de 100 microrganismos passará a ser composta de 3200 indivíduos é:
- A) 1 h e 35 min                      B) 1 h e 40 min  
 C) 1 h e 50 min                      D) 1 h e 55 min  
 E) 2 h e 00 min
- 04.** Os biólogos observaram que, em condições ideais, o número de bactérias  $Q(t)$  em uma cultura cresce exponencialmente com o tempo  $t$  em minutos, de acordo com a lei  $Q(t) = Q_0 \cdot e^{kt}$ , sendo  $k > 0$  uma constante que depende da natureza das bactérias; o número irracional  $e$  vale aproximadamente 2,718 e  $Q_0$  é a quantidade inicial de bactérias.
- Se uma cultura tem inicialmente 6000 bactérias e, 20 minutos depois, aumentou para 12000, quantas bactérias estarão presentes logo após ter passado 1 hora?
- A)  $1,8 \times 10^4$   
 B)  $2,4 \times 10^4$   
 C)  $3,0 \times 10^4$   
 D)  $3,6 \times 10^4$   
 E)  $4,8 \times 10^4$
- 05.** Uma cultura de bactérias cresce segundo a lei  $N(t) = \alpha \cdot 10^{kt}$ , onde  $N(t)$  é o número de bactérias em  $t$  horas,  $t \geq 0$  e  $\alpha$  e  $k$  são constantes positivas. Se, após 2 horas, o número inicial de bactérias,  $N(0)$ , é duplicado, após 6 horas, o número de bactérias será:
- A)  $4\alpha$   
 B)  $2\alpha\sqrt{2}$   
 C)  $6\alpha$   
 D)  $8\alpha$   
 E)  $8\alpha\sqrt{2}$

- 06.** (ESA) Um agricultor colheu dez mil sacas de soja durante uma safra. Naquele momento, a soja era vendida a R\$ 40,00 a saca. Como a expectativa do mercado era do aumento de preços, ele decidiu guardar a produção e tomar um empréstimo no mesmo valor que obteria se vendesse toda a sua produção, a juros compostos de 10% ao ano. Dois anos depois, ele vendeu a soja a R\$ 50,00 a saca e quitou a dívida. Com essa operação, ele obteve
- A) prejuízo de R\$ 20.000,00.  
 B) lucro de R\$ 20.000,00.  
 C) prejuízo de R\$ 16.000,00.  
 D) lucro de R\$ 16.000,00.  
 E) lucro de R\$ 60.000,00.
- 07.** (Uece) Dados estatísticos indicam que, em uma fábrica de rádios, um operário consegue montar, em  $t$  dias,  $Q(t)$  rádios, onde  $Q(t) = 700 - 399,546 \cdot e^{-0,5t}$ , com  $e = 2,718$ . Nessas condições, o número de rádios que um operário montará em 2 dias será:
- A) 553  
 B) 603  
 C) 583  
 D) 513
- 08.** Uma cultura **A** de bactérias com população inicial de 20 mil, triplica a cada hora. Uma outra colônia **B**, cuja população inicial é de 5 mil bactérias, sextuplica sua população a cada hora. Sabendo-se que a colônia **B** leva  $t$  minutos para alcançar mesma população de **A**, marque a opção que corresponde a  $t$ :
- A) 80  
 B) 90  
 C) 100  
 D) 110  
 E) 120
- 09.** Um modelo matemático para determinar o número de bactérias em determinado objeto é a função definida por  $N(t) = 500 \cdot 2^t$ , em que  $t$  é o tempo, em horas, a partir da observação inicial. Segundo esse modelo, o tempo, em horas, para que a quantidade de bactérias no objeto atinja 7.000, é dado por um número pertencente ao intervalo.
- A) [99, 100]  
 B) [13, 14]  
 C) [6, 7]  
 D) [3, 4]  
 E) [1, 2]
- 10.** Em uma região litorânea estão sendo construídos edifícios residenciais. Um biólogo prevê que a quantidade de pássaros de certa espécie irá diminuir segundo a lei:

$$N(t) = n(0) \cdot 4^{-\frac{t}{3}}$$

Em que o  $n(0)$  é a quantidade estimada de pássaros antes do início das construções e  $n(t)$  é a quantidade existente  $t$  anos depois. O tempo necessário para que a população dessa espécie se reduza à metade da população no início das construções é de:

A) 1,5 ano  
 B) 2 anos  
 C) 2,5 anos  
 D) 3 anos  
 E) 3,5 anos

**Aula**  
**20**

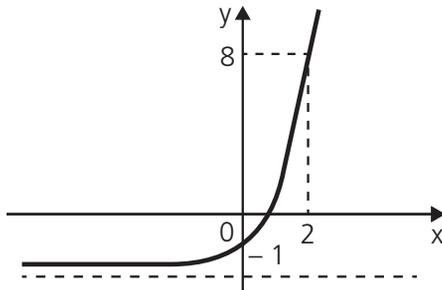
**Função Exponencial (Parte III)**

C-5 H-19, 20  
H-21, 22



**Exercícios de Fixação**

01. (AFA) A função real **f** definida por  $f(x) = a \cdot 3^x + b$ , sendo **a** e **b** constantes reais, está graficamente representada abaixo.



Pode-se afirmar que o produto  $(a \cdot b)$  pertence ao intervalo real

- A)  $[-4, -1[$                       B)  $[-1, 2[$   
C)  $[2, 5[$                           D)  $[5, 8]$

02. (EEAr) O conjunto solução da inequação  $2^{2x+1} < \frac{5}{4} \cdot 2^{x+2} - 2$  é

- A)  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < 2\}$   
B)  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1\}$   
C)  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$   
D)  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

03. A espessura da camada de creme formada sobre um café expresso na xícara, servido na cafeteira A, no decorrer do tempo, é descrita pela função  $E(t) = a2^{bt}$ , onde  $t \geq 0$  é o tempo (em segundos) e **a** e **b** são números reais. Sabendo que inicialmente a espessura do creme é de 6 milímetros e que, depois de 5 segundos, se reduziu em 50%, marque a opção que corresponde à espessura (em mm) depois de 10 segundos.

- A) 0,5  
B) 1,0  
C) 1,5  
D) 2,0  
E) 2,5

04. A água é essencial para a vida e está presente na constituição de todos os alimentos. Em regiões com escassez de água, é comum a utilização de cisternas para a captação e armazenamento da água da chuva.

Ao esvaziar um tanque contendo água da chuva, a expressão  $V(t) = \frac{-1}{43200}t^2 + 3$ , representa o volume (em  $m^3$ ) de água

presente no tanque no instante **t** (em minutos).

Qual é o tempo, em minutos, necessário para que o tanque seja esvaziado?

- A) 440                                      B) 420  
B) 400                                      D) 380  
E) 360

05. (UFPI) O gráfico da função  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por

$$f(t) = \frac{B}{1 - Ae^{-Bkt}}$$

na qual A, B e k são constantes positivas, é

uma curva denominada curva logística. Essas curvas ilustram modelos de crescimento populacional, diante da influência de fatores ambientais no tamanho possível de uma população, também descrevem expansão de epidemias e, até, boatos numa comunidade! Sendo assim, considere a seguinte situação: admita que, **t** semanas após a constatação de uma forma rara de gripe, aproximadamente,  $f(t) = \frac{36}{1 + 17e^{-1,5t}}$  milhares de

- peças tenham adquirido a doença. Nessas condições, quantas pessoas haviam adquirido a doença, quando foi constatada a existência dessa gripe?  
A) 1.000 pessoas                      B) 2.000 pessoas  
C) 2.500 pessoas                      D) 3.600 pessoas  
E) 4.100 pessoas



**Exercícios Propostos**

01. (Uece) O produto  $2^{10} \cdot 5^{14}$  é formado por quantos dígitos?

- A) 13  
B) 15  
C) 14  
D) 12

02. (EFOMM) O valor da expressão  $\frac{\left(\frac{27}{64} \cdot 10^{-6}\right)^{\frac{1}{3}}}{8^{\frac{-4}{3}}}$  é

- A)  $\frac{25}{3}$                                       B)  $\frac{3}{5}$   
C)  $\frac{6}{25}$                                       D)  $\frac{6}{5}$   
E)  $\frac{3}{25}$

03. O processo de decomposição do corpo começa alguns minutos depois da morte. Quando o coração para, ocorre o *algor mortis*, ou o frio da morte, quando a temperatura do corpo diminui até atingir a temperatura ambiente.

Adaptado de: <<http://diariodebiologia.com/2015/09/o-que-acontece-como-corpo-logo-apos-a-morte/>>. Acesso em: 29 maio 2017.

Suponha que um cadáver é analisado por um investigador de polícia às 5 horas da manhã do dia 28, que detalha as seguintes informações em seu bloco de anotações:



Imediatamente após escrever, o investigador utiliza a Lei de Resfriamento  $T = (T_n - T_s)(\sqrt[6]{2})^{-t} + T_s$  para revelar a todos os presentes que faz  $t$  horas que a morte ocorreu. Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a hora e o dia da morte, segundo o investigador.

- A) 11 horas da noite do dia 27
- B) 8 horas da noite do dia 27
- C) 2 horas da manhã do dia 28
- D) 4 horas da manhã do dia 28
- E) 10 horas da manhã do dia 27

04. Um capital de R\$ 5.000,00 cresce em uma aplicação financeira de modo que seu montante daqui a  $t$  anos será  $M = 5\,000 e^{0,2t}$ .

Ao término do primeiro ano, o capital inicial terá crescido:

Use a tabela abaixo:

$x$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$e^x$	1	1,1052	1,2214	1,3499	1,4918	1,6487

- A) 22,14%
- B) 34,99%
- C) 49,18%
- D) 64,87%

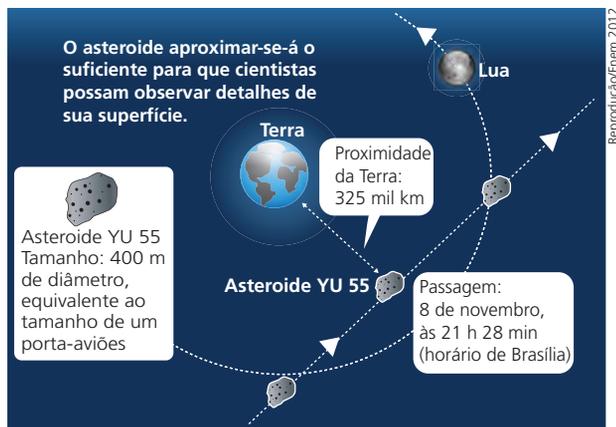
05. Um barco parte de um ponto A com  $2^x$  passageiros e passa pelos pontos B e C, deixando, em cada um, metade dos passageiros presentes no momento de chegada e recebendo, em cada um,  $2^{\frac{x}{2}}$  novos passageiros. Se o barco parte do ponto C com 28 passageiros e se N representa o número de passageiros que partiram de A, é correto afirmar que:

- A) N é múltiplo de 7.
- B) N é múltiplo de 13.
- C) N é divisor de 50.
- D) N é divisor de 128.
- E) N é primo.

06. A soma das raízes inteiras da equação  $2^{3x} - 7 \cdot 2^x + 6 = 0$  é igual a:

- A) 3
- B) 1
- C) 0
- D) -1
- E) 3

07. (Enem) A Agência Espacial Norte-Americana (Nasa) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.



Disponível em: <http://noticias.terra.com.br> Adaptado.

Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a

- A)  $3,25 \times 10^2$  km
- B)  $3,25 \times 10^3$  km
- C)  $3,25 \times 10^4$  km
- D)  $3,25 \times 10^5$  km
- E)  $3,25 \times 10^6$  km

08. (Uece) Sejam  $N^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ ,  $f: N^* \rightarrow N^*$  e  $g: N^* \rightarrow N^*$  funções definidas por  $f(x) = 3x$  e  $g(x) = 3^x$ . Se I e J são, respectivamente, os conjuntos imagens de  $f$  e de  $g$ , podemos afirmar corretamente

- A)  $I \cap J = \{ \}$
- B)  $I \cup J = N^*$
- C)  $I \subset J$
- D)  $J \subset I$

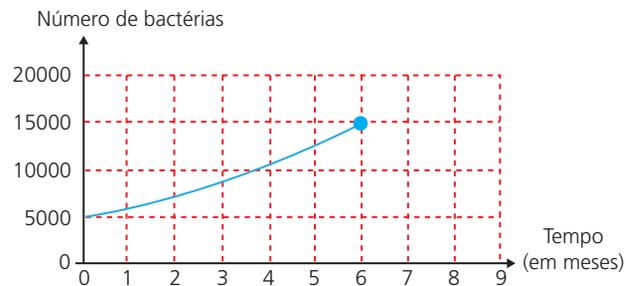
09. Seja a função  $g: ]a, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  em seu mais amplo domínio, tal

que  $g(x) = \frac{\sqrt{27^x - 729}}{\sqrt[3]{x^2 - 4}}$ .

O valor de  $a$  é:

- A) 5
- B) 4
- C) 3
- D) 2
- E) 1

10. A partir de uma pesquisa, obteve-se o gráfico a seguir, que indica o crescimento de uma cultura de bactérias ao longo de seis meses.



Admitindo que a lei de formação do estudo anterior siga um modelo exponencial, a lei que melhor relaciona a quantidade Q de bactérias em função do tempo t, em meses, é:

- A)  $Q(t) = \frac{5000}{5 + 2^{-10t+20}}$
- B)  $Q(t) = 5000 \cdot 2^t$
- C)  $Q(t) = 5000 \cdot 3^{\frac{t}{6}}$
- D)  $Q(t) = 15000 - 5000 \cdot 3^t$
- E)  $Q(t) = \frac{5000}{5 - 3^{-t+20}}$



Fique de Olho

QUESTÃO RESOLVIDA DA URCA/2005.1

- As afirmações a seguir são referentes à função exponencial  $f(x) = a^x$ , em que  $a > 0$ .
  - I. Se  $a > 1$  e  $x_1 < x_2 < 0$ , então  $f(|x_1|) < f(|x_2|)$ ;
  - II. Se  $0 < a < 1$  e  $0 < x_1 < x_2$ , então  $f(x_2) < f(x_1)$ ;
  - III. A imagem de  $f$  é o conjunto de todos os números reais positivos;

- IV. Se  $x_1 < x_2 < 0$  e  $0 < a < 1$ , então  $f(|x_2|) < f(|x_1|)$ .  
 Se (V) e (F) significam, respectivamente, verdadeiro e falso, marque a alternativa correta referente às afirmativas I, II, III e IV, nessa ordem.  
 A) F – V – V – F  
 B) V – F – V – V  
 C) V – V – V – F  
 D) F – F – V – V  
 E) F – V – V – V

**Resolução:**

**I. Falso.**

Se adotarmos  $x_1 = -3$  e  $x_2 = -2$  ( $x_1 < x_2 < 0$ ), com  $a = 2$  ( $a > 1$ ), então:

- 1)  $f(|x_1|) = a^{|x_1|} \Rightarrow f(|-3|) = 2^{|-3|} \Rightarrow f(3) = 2^3 \Rightarrow f(3) = 8$ ;
- 2)  $f(|x_2|) = a^{|x_2|} \Rightarrow f(|-2|) = 2^{|-2|} \Rightarrow f(2) = 2^2 \Rightarrow f(2) = 4$ .

Como  $f(3) > f(2)$ , então  $f(|x_1|) > f(|x_2|)$ , o que contraria o item.

**II. Verdadeiro.**

Sabemos que, se  $0 < a < 1$  e  $0 < x_1 < x_2$ , então  $a^{x_1} > a^{x_2}$ .  
 Como  $f(x) = a^x$ , temos:  
 $f(x_1) > f(x_2)$  ou  $f(x_2) < f(x_1)$

**III. Verdadeiro.**

Sabemos que um número positivo elevado a qualquer expoente terá como resultado um número positivo como  $a > 0$ , então  $a^x > 0$ . Como  $f(x) = a^x$ , logo:  
 $f(x) > 0$  ou  $y > 0$

Como a imagem é composta pelos valores que  $f(x)$  assume, então:  $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / y > 0\}$

**IV. Falso.**

Se adotarmos  $x_1 = -3$  e  $x_2 = -2$  ( $x_1 < x_2 < 0$ ), com  $a = \frac{1}{2}$  ( $0 < a < 1$ ), então:

- 1)  $f(|x_1|) = a^{|x_1|} \Rightarrow f(|-3|) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|-3|} \Rightarrow f(3) = \frac{1}{8} \Rightarrow f(3) = 0,125$ ;
- 2)  $f(|x_2|) = a^{|x_2|} \Rightarrow f(|-2|) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|-2|} \Rightarrow f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow f(2) = \frac{1}{4} \Rightarrow f(2) = 0,250$ .

Como  $f(2) > f(3)$ , então  $f(|x_2|) > f(|x_1|)$ , o que contraria o item.

**Resposta: A**

 **Seção Videoaula**



**Introdução ao Estudo da Função Exponencial**



**Potência de Expoente Real**



**Função Exponencial**



**Equação e Inequação Exponencial**

**Bibliografia**

ANTAR, Arefe e outros. *Coleção Noções de Matemática*. v. 1 e 2. Coletânea de questões de diversos vestibulares de todo o Brasil, incluindo o Enem.

DANTE, Luiz Roberto. *Coleção Matemática – Contexto & Aplicações*. v. 1, 2 e 3. Ática.

DOLCE, Osvaldo; IEZZI, Gelson; DEGENSZAJN, David e outros. *Coleção Fundamentos da Matemática Elementar*. v. 1, 2, 3 e 11. Atual.

MACHADO, Antônio dos Santos. *Coleção Matemática – Temas e Metas*. v. 1 e 2. Atual.

MORGADO, César Augusto & LIMA, Elon Lages e outros. *Coleção A Matemática do Ensino Médio*. v. 1.



**Anotações**



Anotações

# MATEMÁTICA III

## ESTATÍSTICA

### Objetivo(s):

- Identificar e interpretar as medidas de posição.
- Identificar e interpretar as medidas de dispersão.

### Conteúdo:

#### **AULA 16: ESTATÍSTICA III**

Medidas de tendência central.....	48
Média aritmética ponderada.....	49
Propriedades da mediana.....	50
Exercícios.....	51

#### **AULA 17: ESTATÍSTICA IV**

Medidas de posição para dados agrupados sem intervalo de classe.....	54
Exercícios.....	55

#### **AULA 18: ESTATÍSTICA V**

Medidas de dispersão.....	59
Exercícios.....	60

#### **AULA 19: ESTATÍSTICA VI – REVISANDO E APROFUNDANDO**

Exercícios.....	63
-----------------	----

#### **AULA 20: ESTATÍSTICA VII – REVISANDO E APROFUNDANDO**

Exercícios.....	66
-----------------	----

**Aula**  
**16**

**Estatística III**

C-6 H-24, 25  
C-7 H-27, 28

**Medidas de tendência central**

Buscando controlar melhor as suas vendas, o proprietário de uma panificadora fez os seguintes registros das quantidades de tortas de chocolate vendidas diariamente durante duas semanas (14 dias): 8, 6, 4, 10, 11, 6, 8, 8, 7, 9, 10, 14, 13, 5.

A partir dessas quantidades, o proprietário poderá estabelecer uma única quantidade que caracterize todo o grupo, que lhe dê uma ideia aproximada de como foram as vendas de tortas de chocolate. Esse número estabelecido é a medida de tendência central dos vários números usados. Dentre as medidas de tendência central, a mais conhecida e utilizada é a **média aritmética**. Estudaremos também a **mediana** e a **moda**.

**Média aritmética**

Considerando os números reais  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , a média aritmética dessa lista de  $n$  números é o valor a que pode substituir todos os seus  $n$  elementos e não alterar a sua soma. Assim, temos que:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = \underbrace{\bar{x} + \bar{x} + \bar{x} + \dots + \bar{x}}_{n \text{ vezes}}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = n \cdot \bar{x}$$

Daí,  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$

**Observação**

No cálculo da média aritmética, podemos utilizar a notação de somatório. Veja:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Assim, para as quantidades de tortas vendidas, temos:

$$\bar{x} = \frac{8 + 6 + 4 + 10 + 11 + 6 + 8 + 8 + 7 + 9 + 10 + 14 + 13 + 5}{14}$$

$$\bar{x} = \frac{119}{14} = 8,5$$

Esse valor nos diz que, nesses 14 dias, em média, foram vendidas diariamente 8,5 tortas de chocolate.

**Propriedades da média aritmética**

Dado o conjunto numérico  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , cuja média aritmética é  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$ , valem as seguintes propriedades:

- Se um valor do conjunto se modifica, a média aritmética do conjunto também se modifica;
- Se a todos os elementos de conjunto numérico finito somarmos ou subtrairmos uma constante, a média aritmética do conjunto ficará acrescida ou subtraída dessa constante.

Veja:

$$\bar{x} = \frac{(x_1 + k) + (x_2 + k) + \dots + (x_n + k)}{n} =$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} + \frac{nk}{n} = \bar{x} + k$$

(Para a subtração, faça  $k = -m$ )

- Se todos os elementos de conjunto numérico finito forem multiplicados ou divididos por uma constante não nula, a média aritmética do conjunto ficará multiplicada ou dividida por essa constante.

Veja:

$$\frac{(x_1 \cdot k) + (x_2 \cdot k) + \dots + (x_n \cdot k)}{n} =$$

$$= \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \cdot k}{n} = \bar{x} \cdot k$$

(Para a divisão, faça  $k = \frac{1}{m}$ )



**Exercícios Resolvidos**

1. Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.ª nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10.ª, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007

Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)		
Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1458
2006	539	744
2007	280	1214

Disponível em: <www.cartacapital.com.br>. Acesso em: 7 jul. 2009.

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor

- A) inferior a 300 milhões de dólares.
- B) superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
- C) superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
- D) superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
- E) superior a 600 milhões de dólares.

**SOLUÇÃO:**

- Valores médios (em milhões de reais):
  - França no Brasil:
 
$$\frac{825 + 485 + 1458 + 744 + 1214}{5} = 945,2;$$
  - Brasil na França:
 
$$\frac{367 + 357 + 354 + 539 + 280}{5} = 379,4.$$

Assim, a França superou o Brasil em  $945,2 - 379,4 = 565,8$  milhões de reais.

**Resposta: D**

- Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará (ão) reprovado(s)  
 A) apenas o aluno Y.  
 B) apenas o aluno Z.  
 C) apenas os alunos X e Y.  
 D) apenas os alunos X e Z.  
 E) os alunos X, Y e Z.

**SOLUÇÃO:**

- Temos as seguintes médias aritméticas:
 

Aluno X:  $\bar{x}_x = \frac{5+5+5+10+6}{5} = \frac{31}{5} = 6,2$  (aprovado)

Aluno Y:  $\bar{x}_y = \frac{4+9+3+9+5}{5} = \frac{30}{5} = 6,0$  (aprovado)

Aluno Z:  $\bar{x}_z = \frac{5+5+8+5+6}{5} = \frac{29}{5} = 5,8$  (reprovado)

Logo, apenas o aluno Z ficará reprovado.

**Resposta: B**

**Média aritmética ponderada**

Em uma lista na qual os números reais  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  aparecem, respectivamente,  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  vezes, a soma de todos os  $(f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n)$  números é igual a  $f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + f_3 \cdot x_3 + \dots + f_n \cdot x_n$ . A média aritmética desses números (razão entre a soma e a quantidade) recebe o nome de média aritmética ponderada ( $\bar{x}$ ) e os números  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  são chamados de pesos.

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + f_3 \cdot x_3 + \dots + f_n \cdot x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

**Exemplo:**

- A avaliação de rendimento de alunos de um curso universitário baseia-se na média ponderada das notas obtidas nas disciplinas pelos respectivos números de créditos, como mostra o quadro:

Avaliação	Média de notas (M)
Excelente	$9 < M \leq 10$
Bom	$7 \leq M \leq 9$
Regular	$5 \leq M < 7$
Ruim	$3 \leq M < 5$
Péssimo	$M < 3$

Quanto melhor a avaliação de um aluno em determinado período letivo, maior sua prioridade na escolha de disciplinas para o período seguinte.

Determinado aluno sabe que se obtiver na avaliação "Bom" ou "Excelente" conseguirá matrícula nas disciplinas que deseje. Ele já realizou as provas de 4 das 5 disciplinas em que está matriculado, mas ainda não realizou a prova da disciplina I, conforme o quadro.

Disciplina	Notas	Número de créditos
I		12
II	8,00	4
III	6,00	8
IV	5,00	8
V	7,50	10

Para que atinja seu objetivo, a nota mínima que ele deve conseguir na disciplina I é  
 A) 7,00  
 B) 7,38  
 C) 7,50  
 D) 8,25  
 E) 9,00

**SOLUÇÃO:**

- Para atingir o seu objetivo, que é ter uma avaliação boa ou excelente, sua média tem de ser:

$$7 \leq \bar{x} \leq 10$$

Considerando  $x$  a nota da disciplina I, teremos:

$$7 \leq \frac{x \cdot 12 + 8 \cdot 4 + 6 \cdot 8 + 5 \cdot 8 + 7,50 \cdot 10}{12 + 4 + 8 + 8 + 10} \leq 10$$

$$7 \leq \frac{12x + 32 + 48 + 40 + 75}{42} \leq 10$$

$$\frac{294}{42} \leq \frac{12x + 195}{42} \leq \frac{420}{42}$$

$$294 \leq 12x + 195 \leq 420$$

$$294 - 195 \leq 12x + 195 - 195 \leq 420 - 195$$

$$99 \leq 12x \leq 225$$

$$\frac{99}{12} \leq \frac{12x}{12} \leq \frac{225}{12}$$

$$8,25 \leq x \leq 18,75$$

A nota mínima que ele deveria conseguir para atingir seu objetivo era de 8,25.

**Resposta: D**

Quando no conjunto há valores muito baixos (ou muito altos) em relação à média aritmética, tal média não consegue representar adequadamente o conjunto. Para a devida representação e compreensão efetiva de um conjunto de valores, a moda (Mo) e a mediana (Me) devem ser usadas.

### Moda (Mo)

Em estatística, moda é a medida de tendência central definida como o valor mais frequente de um grupo de valores observados.

No exemplo das quantidades de tortas de chocolate vendidas (8, 6, 4, 10, 11, 6, 8, 8, 7, 9, 10, 14, 13, 5), a moda é Mo = 8 tortas (aparece 3 vezes).

Caso na distribuição de dados apareçam dois números com maior frequência, dizemos que a distribuição é bimodal. Podemos também ter uma distribuição trimodal.

Já quando não há repetição de números na distribuição, não temos moda; a distribuição é amodal.

Em resumo, quanto ao número de modas, um conjunto poderá ser:

- Amodal: conjunto sem moda;
- Unimodal: conjunto com uma única moda;
- Bimodal: conjunto com duas modas;
- Multimodal: conjunto com três ou mais modas.

#### Observação

A moda é a única medida de tendência central que pode representar variáveis qualitativas.

### Mediana (Me)

Considerando um rol de **n** dados (**n** números em ordem crescente ou decrescente), a mediana será:

- o número que ocupa a posição central, caso **n** seja ímpar.

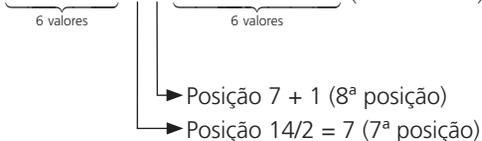
#### Observação

A posição central é dada por  $\frac{1+n}{2}$ , onde **n** é ímpar.

- a média aritmética dos dois números centrais, caso **n** seja par.

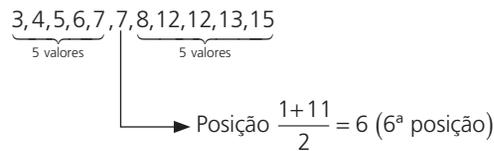
As duas posições centrais são dadas por  $\frac{n}{2}$  e  $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ .

No exemplo das quantidades de tortas de chocolate vendidas (8, 6, 4, 10, 11, 6, 8, 8, 7, 9, 10, 14, 13, 5), temos um número par de valores. Ordenando esses valores, temos: 4, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 13, 14 (14 números)



Daí, a mediana será  $Me = \frac{8+8}{2} = 8$

Já considerando as idades, em anos, dos 11 sobrinhos de João (13, 12, 12, 3, 4, 6, 8, 7, 5, 7, 15), ordenando essas idades, temos:



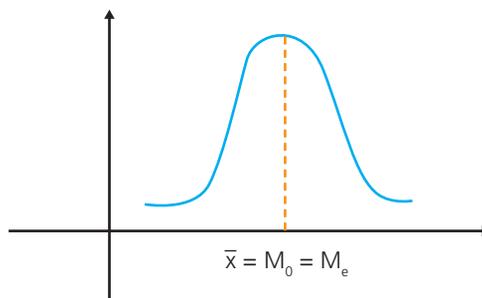
Daí, a mediana será Me = 7

### Propriedades da mediana

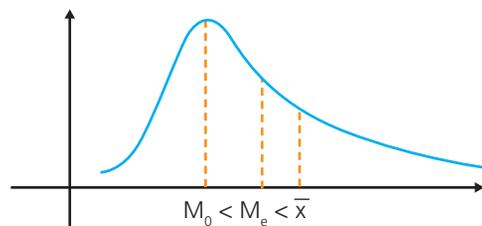
- A mediana não é influenciada por valores extremos.
- Os elementos do conjunto devem estar **ordenados**.
- A mediana de um conjunto numérico ordenado tem como característica ser o elemento que possui, à sua esquerda e à sua direita, o mesmo número de elementos.

### Posição relativa da média, da mediana e da moda

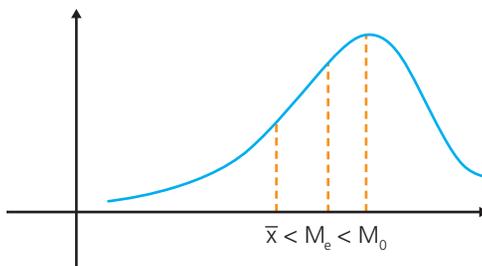
- **Simétrica:**



- **Assimétrica positiva:**



- **Assimétrica negativa:**





**Exercícios de Fixação**

01. A crise mundial tem contribuído para o aumento da entrada de estrangeiros no Brasil. A maior parte vem de países vizinhos, a exemplo do Paraguai. A tabela a seguir apresenta, de acordo com dados do Ministério da Justiça, a quantidade de paraguaios que vieram para o Brasil nos anos de 2009, 2011 e 2012.

Ano	Paraguaios
2009	11 000
2010	?
2011	19 000
2012	27 300

Disponível em: <<http://reporterbrasil.org.br>>  
Acesso em: 9 nov. 2018 (adaptado)

Se a média anual de imigrantes paraguaios para o Brasil, no período de 2009 a 2012, foi de 17 600: então quantos paraguaios imigraram para o Brasil em 2010?

- A) 13 100  
B) 14 325  
C) 15 000  
D) 15 840  
E) 17 600
02. Beto já fez quatro das cinco provas que terá de fazer este ano. Sua média final será calculada por meio de uma média aritmética ponderada das cinco notas. A Tabela a seguir mostra os respectivos pesos de cada prova e as quatro notas já obtidas até o momento.

	Nota	Peso
<b>PROVA 1</b>	2,0	1
<b>PROVA 2</b>	4,5	2
<b>PROVA 3</b>	6,0	3
<b>PROVA 4</b>	4,0	4
<b>PROVA 5</b>		5

Para ser aprovado, Beto terá de obter média final maior que ou igual a 6,0.

Nessas condições, para ser aprovado, a menor nota que Beto poderá obter na quinta prova é

- A) 5,0  
B) 6,0  
C) 7,0  
D) 8,0  
E) 9,0
03. Um posto de saúde registrou a quantidade de vacinas aplicadas contra febre amarela nos últimos cinco meses:

- 1º mês: 21;
- 2º mês: 22;
- 3º mês: 25;
- 4º mês: 31;
- 5º mês: 21.

No início do primeiro mês, esse posto de saúde tinha 228 vacinas contra febre amarela em estoque. A política de reposição do estoque prevê a aquisição de novas vacinas, no início do sexto mês, de tal forma que a quantidade inicial em estoque para os próximos meses seja igual a 12 vezes a média das quantidades mensais dessas vacinas aplicadas nos últimos cinco meses.

Para atender essas condições, a quantidade de vacinas contra febre amarela que o posto de saúde deve adquirir no início do sexto mês é

- A) 156  
B) 180  
C) 192  
D) 264  
E) 288

04. Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação em uma olimpíada, os atletas, em suas respectivas raiais, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Lucro (segundo)</b>	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é

- A) 20,70  
B) 20,77  
C) 20,80  
D) 20,85  
E) 20,90

05. Ao final de uma competição de ciências em uma escola, restaram apenas três candidatos. De acordo com as regras, o vencedor será o candidato que obtiver a maior média ponderada entre as notas das provas finais nas disciplinas Química e Física, considerando, respectivamente, os pesos 4 e 6 para elas. As notas são sempre números inteiros. Por questões médicas, o candidato II ainda não fez a prova final de Química. No dia em que sua avaliação for aplicada, as notas dos outros dois candidatos, em ambas as disciplinas, já terão sido divulgadas.

O quadro apresenta as notas obtidas pelos finalistas nas provas finais.

Candidato	Química	Física
I	20	23
II	X	25
III	21	18

A menor nota que o candidato II deverá obter na prova final de Química para vencer a competição é

- A) 18  
B) 19  
C) 22  
D) 25  
E) 26



**Exercícios Propostos**

01. Um ciclista percorre na primeira semana de treino a quilometragem descrita na tabela a seguir.

Dia da semana	Quilômetros percorridos (km)
Domingo	22
Segunda-feira	33
Terça-feira	0
Quarta-feira	28
Quinta-feira	35
Sexta-feira	30
Sábado	20

Sendo assim, a média da distância percorrida por este ciclista, em km, nesta primeira semana de treino foi igual a

- A) 24  
 B) 32  
 C) 26  
 D) 30  
 E) 28
02. O Brasil é conhecido mundialmente como um país com características excelentes para a produção de alimentos, sendo um dos maiores exportadores do mundo, destacando-se na produção de frutas tropicais para conserva *in natura*, frutas secas, doces e geleias. No Ceará, parte da safra de cana é destinada à fabricação de rapadura. Uma doceira prepara rapaduras em pequenos tabletes e os embala em caixas com 100 unidades cada. Para isso, conta com a ajuda de uma funcionária um pouco distraída ao colocar os tabletes nas caixas. Certo dia, essa doceira resolveu conferir as quantidades de tabletes em um lote de 10 caixas e registrou, em cada uma delas, a respectiva quantidade: 98, 99, 101, 100, 98, 97, 100, 97, 98 e 101. Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda dessa distribuição, então
- A)  $Z < Y < X$   
 B)  $Z < Y = X$   
 C)  $Y < Z < X$   
 D)  $X < Z < Y$   
 E)  $X = Y = Z$
03. (Enem-PPL) Os salários, em reais, dos funcionários de uma empresa são distribuídos conforme o quadro:

Valor do salário (R\$)	622,00	1.244,00	3.110,00	6.220,00
Número de funcionários	24	1	20	3

A mediana dos valores dos salários dessa empresa é, em reais,

- A) 622,00  
 B) 933,00  
 C) 1.244,00  
 D) 2.021,50  
 E) 2.799,00

04. (Enem-PPL) Para as pessoas que não gostam de correr grandes riscos no mercado financeiro, a aplicação em caderneta de poupança é indicada, pois, conforme a tabela (período 2005 até 2011), a rentabilidade apresentou pequena variação.

Ano	Rentabilidade (%)
2005	7,0
2006	4,9
2007	6,4
2008	6,2
2009	7,2
2010	6,8
2011	7,0

Com base nos dados da tabela, a mediana dos percentuais de rentabilidade, no período observado, é igual a

- A) 6,2  
 B) 6,5  
 C) 6,6  
 D) 6,8  
 E) 7,0

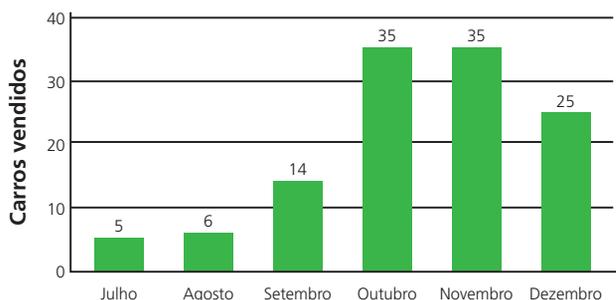
05. A distribuição de frequência a seguir refere-se à exportação de soja realizada por uma Cooperativa no mês de abril.

$x_i$	Toneladas exportadas	$f_i$
1	10  — 20	3
2	20  — 30	2
3	30  — 40	8
4	40  — 50	10
5	50  — 60	7
		$\sum f_i = 30$

Dados fictícios

Com base nos dados apresentados, a mediana da distribuição pertence à

- A) 1ª classe.  
 B) 2ª classe.  
 C) 3ª classe.  
 D) 4ª classe.  
 E) 5ª classe.
06. (Enem-PPL) Após encerrar o período de vendas de 2012, uma concessionária fez um levantamento das vendas de carros novos no último semestre desse ano. Os dados estão expressos no gráfico:



Ao fazer a apresentação dos dados aos funcionários, o gerente estipulou como meta para o mês de janeiro de 2013 um volume de vendas 20% superior à média mensal de vendas do semestre anterior. Para atingir essa meta, a quantidade mínima de carros que deveriam ser vendidos em janeiro de 2013 seria

- A) 17
- B) 20
- C) 21
- D) 24
- E) 30

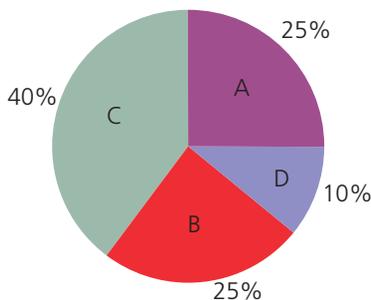
07. (UPE-SSA) Preocupada com o hábito de leitura na escola onde trabalha, uma bibliotecária aplicou uma pesquisa, em um grupo de 200 estudantes escolhidos de forma aleatória, sobre a quantidade de livros que cada aluno havia solicitado por empréstimo no primeiro semestre de 2015. Os dados coletados na pesquisa estão apresentados na tabela a seguir:

Livros emprestados por aluno	
Número de livros	Número de alunos
3	90
2	55
1	30
0	25
<b>Total</b>	<b>200</b>

Para esses dados, a média, a moda e a mediana são, respectivamente,

- A) 1,50; 2,00; 3,00
- B) 1,50; 3,50; 2,00
- C) 1,50; 3,00; 3,00
- D) 2,05; 3,00; 2,00
- E) 2,05; 3,00; 3,00

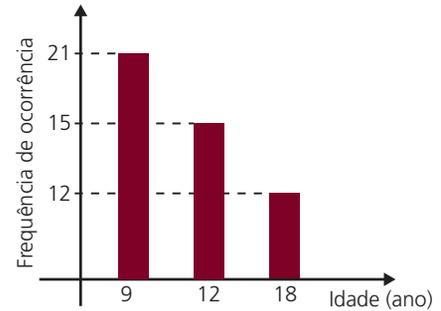
08. (Enem) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R\$ 200,00; B = R\$ 300,00; C = R\$ 400,00 e D = R\$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

- A) 300,00.
- B) 345,00.
- C) 350,00.
- D) 375,00.
- E) 400,00.

09. (Enem-PPL/2015) Uma pessoa, ao fazer uma pesquisa com alguns alunos de um curso, coletou as idades dos entrevistados e organizou esses dados em um gráfico.



Qual a moda das idades, em anos, dos entrevistados?

- A) 9
- B) 12
- C) 13
- D) 15
- E) 21

10. (Enem) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.

As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

- A) 17 °C, 17 °C e 13,5 °C
- B) 17 °C, 18 °C e 13,5 °C
- C) 17 °C, 13,5 °C e 18 °C
- D) 17 °C, 18 °C e 21,5 °C
- E) 17 °C, 13,5 °C e 21,5 °C



**Fique de Olho**

- O censo demográfico é um levantamento estatístico que permite a coleta de várias informações. A tabela apresenta os dados obtidos pelo censo demográfico brasileiro nos anos de 1940 e 2000, referentes à concentração da população total, na capital e no interior, nas cinco grandes regiões.

**População residente, na capital e interior segundo as Grandes Regiões 1940/2000**

Grandes regiões	População residente					
	Total		Capital		Interior	
	1940	2000	1940	2000	1940	2000
Norte	1632917	12900704	368528	3895400	1264389	9005304
Nordeste	14434080	47741711	1270729	10162346	13163351	37579365
Sudeste	18278837	72412411	3346991	18822986	14931846	53589425
Sul	5735305	25107616	459659	3290220	5275646	21817396
Centro-Oeste	1088182	11636728	152189	4291120	935993	7345608

Fonte: IBGE, Censo Demográfico 1940/2000.

O valor mais próximo do percentual que descreve o aumento da população nas capitais da região Nordeste é

- A) 125%
- B) 231%
- C) 331%
- D) 700%
- E) 800%

**RESOLUÇÃO:**

Analisando no quadro apenas o aumento da população nas capitais da região Nordeste, temos:

$$K = \frac{10162346}{1270729} \Rightarrow K = 7,99, \text{ ou seja, aproximadamente 8 vezes maior, representando um aumento percentual aproximado de 700\%.$$

**Resposta: D**



**Estatística IV**



**Medidas de posição para dados agrupados sem intervalo de classe**

- Média aritmética:** É o quociente da divisão entre a soma do produto de cada valor da distribuição pela sua respectiva frequência e a soma das frequências.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$$

- Moda:** É o valor correspondente à maior frequência.
- Mediana:** É o valor da variável pertencente à frequência acumulada crescente imediatamente superior à metade da soma das frequências absolutas.



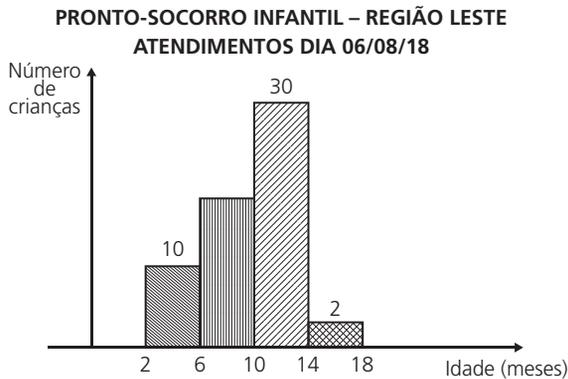
**Exercícios de Fixação**

01. Uma companhia tem 4 filiais distribuídas nos estados de Goiás, São Paulo, Bahia e Rio de Janeiro. O quadro a seguir apresenta a porcentagem de produção de cada filial em relação ao total da companhia e o lucro da filial por peça produzida.

Filial	% da produção total	Lucro por peça
GO	30%	R\$ 20,00
SP	40%	R\$ 15,00
BA	10%	R\$ 25,00
RJ	20%	R\$ 20,00

Baseando-se nessas informações, o lucro médio dessa companhia é

- A) R\$ 41,00  
 B) R\$ 25,00  
 C) R\$ 20,00  
 D) R\$ 18,50  
 E) R\$ 16,50
02. Na montagem do histograma apresentado a seguir, deixou-se de apontar o número de crianças atendidas para o segundo intervalo de classe.



Se a média aritmética da idade das crianças atendidas é de 9,6 meses, é correto afirmar que a frequência não indicada no histograma é

- A) 17  
 B) 18  
 C) 19  
 D) 20  
 E) 21
03. Um empresário pretende fazer a propaganda de seus produtos em um canal de televisão. Para isso, decidiu consultar o quadro com a pontuação de audiência, nos últimos três meses, de cinco emissoras de televisão em determinado horário e calcular a média aritmética para escolher aquela com a maior média de audiência nesse período.

Emissora	Mês I	Mês II	Mês III
I	11	19	13
II	12	16	17
III	14	14	18
IV	15	11	15
V	14	14	14

De acordo com o critério do empresário, que emissora deve ser escolhida?

- A) I  
 B) II  
 C) III  
 D) IV  
 E) V

04. A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

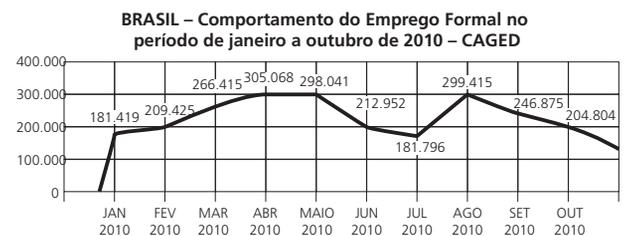
ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são

- A) Balas W e Pizzaria Y.  
 B) Chocolates X e Tecelagem Z.  
 C) Pizzaria Y e Alfinetes V.  
 D) Pizzaria Y e Chocolates X.  
 E) Tecelagem Z e Alfinetes V.

05. O gráfico a seguir apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.



Disponível em: <www.mte.gov.br>. Acesso em: 28 fev. 2012. Adaptado.

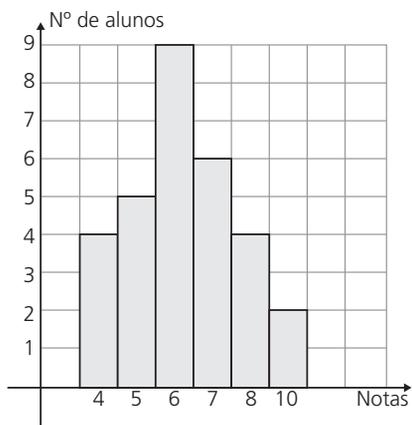
Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- A) 212952  
 B) 229913  
 C) 240621  
 D) 255496  
 E) 298041



**Exercícios Propostos**

01. Os dados na sequência (1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6) correspondem às respostas obtidas quando dez pessoas foram indagadas sobre o número de livros que haviam lido no último semestre de 2015. Sendo  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, a média aritmética, a mediana e a moda desses dados, pode-se afirmar que
- A)  $x \leq y \leq z$                       B)  $y \leq x \leq z$   
 C)  $y \leq z \leq x$                       D)  $z \leq x \leq y$   
 E)  $z \leq y \leq x$
02. O gráfico a seguir mostra o número de alunos de uma classe conforme as notas obtidas numa prova de matemática.



Podemos concluir que a média aritmética das notas dessa classe é igual a:

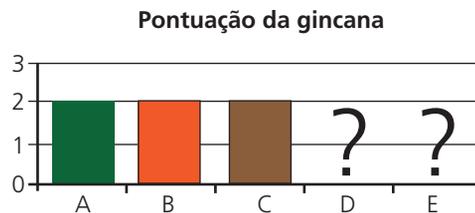
- A) 6,7                                      B) 6,6  
 C) 6,9                                      D) 6,3  
 E) 6,5
03. (Enem) Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante. A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45. Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas.

- A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor:
- A) branca e os de número 38  
 B) branca e os de número 37.  
 C) branca e os de número 36.  
 D) preta e os de número 38.  
 E) preta e os de número 37.

04. São conhecidos os percentuais de aprovação, por parte da população, de 10 projetos viáveis para desenvolvimento sustentável em dez cidades de certa região como 15%, 12%, 15%, 8%, 86%, 13%, 13%, 83%, 11% e 13%. Quanto aos valores percentuais da mediana ( $m_e$ ) e da moda ( $m_o$ ), é correto afirmar que
- A)  $m_e = m_o$   
 B)  $m_e > m_o$   
 C)  $m_e < m_o$   
 D)  $m_e = 49,5\%$   
 E)  $m_o = 15\%$
05. (Enem-Cancelado) Cinco equipes A, B, C, D e E disputaram uma prova de ginástica na qual as pontuações recebidas podiam ser 0, 1, 2 ou 3. A média das cinco equipes foi de 2 pontos. As notas das equipes foram colocadas no gráfico a seguir, entretanto, esqueceram de representar as notas da equipe D e da equipe E.



Mesmo sem aparecer as notas das equipes D e E, pode-se concluir que os valores da moda e da mediana são, respectivamente:

- A) 1,5 e 2,0  
 B) 2,0 e 1,5  
 C) 2,0 e 2,0  
 D) 2,0 e 3,0  
 E) 3,0 e 2,0
06. (Enem) Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R\$ 83,00	2007
Novembro	R\$ 73,10	2007
Dezembro	R\$ 81,60	2007
Janeiro	R\$ 82,00	2008
Fevereiro	R\$ 85,30	2008
Março	R\$ 84,00	2008
Abril	R\$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a:

- A) R\$ 73,00  
 B) R\$ 81,50  
 C) R\$ 82,00  
 D) R\$ 83,00  
 E) R\$ 85,30

07. (Enem) Uma pessoa está disputando um processo de seleção para uma vaga de emprego em um escritório. Em uma das etapas desse processo, ela tem de digitar oito textos. A quantidade de erros dessa pessoa, em cada um dos textos digitados, é dada na tabela.

Texto	Número de erros
I	2
II	0
III	2
IV	2
V	6
VI	3
VII	4
VIII	5

Nessa etapa do processo de seleção, os candidatos serão avaliados pelo valor da mediana do número de erros. A mediana dos números de erros cometidos por essa pessoa é igual a

- A) 2,0                                      B) 2,5  
 C) 3,0                                      D) 3,5  
 E) 4,0
08. (Enem) Em uma cidade, o número de casos de dengue confirmados aumentou consideravelmente nos últimos dias. A prefeitura resolveu desenvolver uma ação contratando funcionários para ajudar no combate à doença, os quais orientarão os moradores a eliminarem criadouros do mosquito *Aedes aegypti*, transmissor da dengue. A tabela apresenta o número atual de casos confirmados, por região da cidade

Região	Casos confirmados
Oeste	237
Centro	262
Norte	158
Sul	159
Noroeste	160
Leste	278
Centro-Oeste	300
Centro-Sul	278

A prefeitura optou pela seguinte distribuição dos funcionários a serem contratados

- I. 10 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja maior que a média dos casos confirmados;  
 II. 7 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja menor ou igual à média dos casos confirmados.

Quantos funcionários a prefeitura deverá contratar para efetivar a ação?

- A) 59                                      B) 65  
 C) 68                                      D) 71  
 E) 80
09. Um radar fotográfico, instalado em uma rodovia na qual o limite de velocidade é 100 km/h, registrou, em uma determinada semana, multas por excesso de velocidade, assim distribuídas:

Velocidade em km/h	Número de ocorrências
101 — 109	24
109 — 117	41
117 — 125	35

A média aproximada e a moda são, respectivamente:

- A) 116,1 km/h e 105 km/h                                      B) 111,5 km/h e 113 km/h  
 C) 113,9 km/h e 113 km/h                                      D) 111,5 km/h e 125 km/h  
 E) 113,9 km/h e 125 km/h

10. (Enem) Ao iniciar suas atividades, um ascensorista registra tanto o número de pessoas que entram quanto o número de pessoas que saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha. O quadro apresenta os registros do ascensorista durante a primeira subida do térreo, de onde partem ele e mais três pessoas, ao quinto andar do edifício.

Número de pessoas	Térreo	1º andar	2º andar	3º andar	4º andar	5º andar
que entram no elevador	4	4	1	2	2	2
que saem do elevador	0	3	1	2	0	0

Com base no quadro, qual é a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar?

- A) 2  
B) 3  
C) 4  
D) 5  
E) 6



### Fique de Olho

- A tabela apresenta parte do resultado de um espermograma (exame que analisa as condições físicas e composição do sêmen humano).

Espermograma						
Características	Padrão	30/11/2009	23/03/2010	09/08/2011	23/08/2011	06/03/2012
Volume (mL)	2,0 a 5,0	2,5	2,5	2,0	4,0	2,0
Tempo de liquefação (min)	Até 60	35	50	60	59	70
pH	7,2 a 7,8	7,5	7,5	8,0	7,6	8,0
Espermatozoide (unidade/mL)	> 20 000 000	9 400 000	27 000 000	12 800 00	24 200 00	10 200 00
Leucócito (unidade/mL)	Até 1000	2800	1000	1000	900	1400
Hemácia (unidade/mL)	Até 1000	800	1200	200	800	800

Para analisar o exame, deve-se comparar os resultados obtidos em diferentes datas com o valor padrão de cada característica avaliada.

O paciente obteve um resultado, dentro dos padrões no exame realizado no dia

- A) 30/11/2009  
B) 23/03/2010  
C) 09/08/2011  
D) 23/08/2011  
E) 06/03/2012

#### Resolução:

Observa-se que no dia:

- I. 30/11/2009, espermatozoide e leucócito estão fora do padrão;
- II. 23/03/2010, hemácia está fora do padrão;
- III. 09/08/2011, pH está fora do padrão;
- IV. 23/08/2011, todas as características estão no padrão;
- V. 06/01/2012, tempo de liquefação, pH, espermatozoide e leucócito estão fora do padrão.

Logo, apenas a alternativa D é correta

**Resposta: D**



Estatística V



Medidas de dispersão

Em um mesmo grupo de pessoas, podem variar a altura, a idade, a massa, o salário e o número de irmãos. Calculando, por exemplo, a média das massas, estamos apontando para o valor central da distribuição das massas, mas não temos ideia de quão distante está a massa de cada pessoa da média, pois nem sempre a média nos dá uma ideia exata da série. Ela pode distanciar-se bastante dos valores que representa, influenciada pela preponderância de valores muito baixos, ou muito altos.

Para qualificar os valores de uma variável, mostrando a maior ou menor concentração ou dispersão em torno da média, recorre-se às medidas de dispersão ou variabilidade.

Utilizaremos o termo dispersão para indicar o grau de afastamento de um conjunto de números da sua média.

Para uma melhor compreensão, considere a seguinte situação.

O serviço de atendimento ao consumidor de uma concessionária de veículos recebe as reclamações dos clientes via telefone. Tendo em vista a melhoria nesse serviço, foram anotados os números de chamadas durante um período de sete dias consecutivos. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Dia	Número de chamadas
domingo	3
segunda	4
terça	6
quarta	9
quinta	5
sexta	7
sábado	8

A média do número de chamadas por dia é  $\bar{x} = \frac{(3+4+6+9+5+7+8)}{7} = 6$ , mas não temos ideia do grau de

dispersão dos números observados. Uma forma de medir a dispersão consiste simplesmente em calcular a diferença entre o maior e o menor valor. Essa grandeza é chamada de amplitude total. No entanto, a amplitude total não é uma boa medida de dispersão, pois não nos dá nenhuma informação relativa a qualquer dos elementos do conjunto, exceto seus valores máximo e mínimo. No caso, a amplitude dos valores observados é  $9 - 3 = 6$ .

Um problema com a amplitude é que ela é fortemente afetada pela presença de valores muito grandes ou muito pequenos. Numa série com um grande número de valores observados, uma forma de contornar esse problema é substituir a amplitude pelo chamado intervalo interquartil.

Para calculá-lo:

- I. Coloque os dados em ordem crescente;
- II. Calcule o valor tal que 3/4 dos valores da relação estejam abaixo dele. (Esse valor é chamado de terceiro quartil);
- III. Calcule o valor tal que 1/4 dos valores da relação esteja abaixo dele. (Esse valor é chamado de primeiro quartil);
- IV. Calcule a diferença entre esses dois valores. (Essa diferença é que chamamos de intervalo interquartil.)

A amplitude mostra pouco como os dados se desviam da média. Para calcular esse desvio, precisamos observar as discrepâncias (diferenças positivas) entre cada dado e a média. Para isso, usaremos a fórmula  $d_i = |x_i - \bar{x}|$ . No nosso exemplo, temos as seguintes discrepâncias:

$$\begin{aligned} d_1 &= |3 - 6| = 3 & d_2 &= |4 - 6| = 2 \\ d_3 &= |6 - 6| = 0 & d_4 &= |9 - 6| = 3 \\ d_5 &= |5 - 6| = 1 & d_6 &= |7 - 6| = 1 \\ d_7 &= |8 - 6| = 2 \end{aligned}$$

(Note que se não usássemos o módulo, a soma dos desvios seria sempre zero)

De posse das discrepâncias, podemos calcular o desvio médio absoluto (DM), que indica a distância média entre um dado e a média aritmética. Esse desvio é calculado através da média aritmética das discrepâncias. No caso:

$$DM = \frac{3+2+0+3+1+1+2}{7} = \frac{12}{7} \cong 1,71$$

O  $DM = 1,71$  nos diz que, em média, os dados diferem 1,71 da média aritmética deles, ou seja, a distância média de cada número em relação à média é de 1,71.

Muito embora o desvio médio absoluto seja uma boa medida de dispersão, para muitos propósitos, é mais conveniente elevar ao quadrado cada desvio e tomar a média aritmética de todos esses quadrados. Essa grandeza é chamada de **variância**, que a representaremos por  $S^2$ .

No caso:

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{(3-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (9-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2}{7} \\ S^2 &= \frac{9+4+0+9+7+1+4}{7} \\ S^2 &= \frac{28}{7} = 4 \end{aligned}$$

A desvantagem da variância ( $S^2$ ) é a difícil interpretação do seu valor numérico. Uma variância igual a 4 significa uma grande dispersão ou uma pequena dispersão? Boa parte do problema se deve à questão da unidade: A variância é medida em uma unidade que é o quadrado da unidade de medida  $x$ . No nosso caso,  $x$  é o número de chamadas telefônicas e  $S^2 = 4$  (chamadas telefônicas)<sup>2</sup> (o que quer que isso signifique).

Em geral, é melhor calcular a raiz quadrada da variância, chamada de desvio-padrão, cuja representação será  $S$ : Variância:  $S^2 = 4$

Desvio-padrão:  $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{4} = 2$  chamadas telefônicas. (a unidade do desvio-padrão é a mesma dos dados  $x$ ).

Se quisermos saber se a dispersão é muito grande em relação à média, podemos calcular uma estatística conhecida como coeficiente de variação (CV):

$$CV = \frac{\text{desvio-padrão}}{\text{média}}$$

No nosso caso,  $CV = \frac{2}{6} \cong 0,333 = 33,3\%$

Em geral, para os valores  $x_1, x_2, \dots, x_n$  da variável, temos:

Média aritmética:  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Discrepância:  $d_i = |x_i - \bar{x}|$  (distância do número  $x$  à média)

Desvio médio absoluto:

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Variância:

$$S^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Desvio-padrão:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

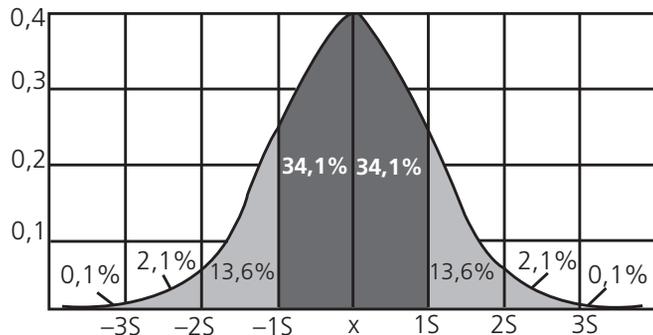
Coefficiente de variação  $CV = \frac{S}{\bar{x}}$

**Observações:**

- Se o CV for superior a 50%, indica alto grau de dispersão. Logo, uma pequena representatividade da média.
- Para qualquer lista, ao menos 75% dos números da mesma estarão a dois desvios padrão da média (acima ou abaixo). No exemplo trabalhado, temos que dois desvios abaixo da média correspondem a  $6 - 2 \cdot 2 = 2$  e dois desvios acima da média correspondem a  $6 + 2 \cdot 2 = 10$ . Então, ao menos 75% dos números de chamadas diárias se encontram entre 2 e 10. (Acontece que 100% dos valores estão efetivamente dentro desse intervalo).
- Quanto menor o desvio-padrão, maior é a concentração dos dados em torno da média, menos dispersa é a série.
- Dadas duas ou mais séries de espécies diferentes (alturas, salários, número de irmãos etc.), para saber qual delas apresenta maior grau de dispersão em torno da média, deve-se ver qual delas tem maior coeficiente de variação.
- Quanto mais próximas são a média, a moda e a mediana, melhor é a representatividade da média, menor é o desvio-padrão.

**Curva normal**

Em seis degraus, a curva normal mostra quanto um dado é atípico.



Por definição, uma curva normal está dividida em seis desvios-padrão. Na distância de um desvio-padrão para a esquerda ou para a direita da média, nessa curva normal, estão 68,2% dos dados, ou mais de dois terços dos casos observados. A uma distância de dois desvios-padrão, para um lado e para o outro, estarão 97,4% dos casos.

**Lembre-se:**

- Quando multiplicamos ou dividimos todos os valores de uma variável (X) por uma constante (K):
  - A Média fica multiplicada ou dividida pela constante;
  - A Variância fica multiplicada ou dividida pelo quadrado da constante;
  - O Desvio-padrão fica multiplicado ou dividido pela constante.
- Quando somamos ou subtraímos uma constante (K) a todos os valores de uma variável (X):
  - A Média fica acrescida ou diminuída da constante;
  - A Variância não se altera;
  - O Desvio-padrão não se altera.

**Observação:**

Para as outras medidas de Posição, Moda e Mediana, ocorre a mesma situação da Média, ou seja, multiplicando ou dividindo todos os valores de uma variável (X) por uma constante (K), a Moda e a Mediana ficarão multiplicadas ou divididas pela constante. Também, ao somarmos ou subtrairmos uma constante (K) a todos os valores de uma variável (X), a Moda e a Mediana ficarão acrescidas ou diminuídas dessa constante.



**Exercícios de Fixação**

- Uma lista de quatro números inteiros tem média 7 e diferença entre o maior e o menor dos números igual a 24. A moda e a mediana da lista são, ambas, iguais a 8. Assim, o desvio-padrão da lista é igual a
 

A) $\sqrt{69}$	B) $\sqrt{70}$
C) $\sqrt{71}$	D) $\sqrt{72}$
E) $\sqrt{73}$	
- O quadro a seguir apresenta todas as medalhas ganhas por países da América do Sul durante os jogos olímpicos de Atenas realizados no ano 2004.

País	Número de medalhas			
	Ouro	Prata	Bronze	Total
Brasil	5	2	3	<b>10</b>
Argentina	2	0	4	<b>6</b>
Chile	2	0	1	<b>3</b>
Paraguai	0	1	0	<b>1</b>
Venezuela	0	0	2	<b>2</b>
Colômbia	0	0	2	<b>2</b>
<b>Total</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>12</b>	<b>24</b>

O desvio-padrão do número de medalhas de bronze conquistadas pelos seis países do quadro é igual a

- $\frac{\sqrt{15}}{7}$
- $\frac{\sqrt{15}}{6}$
- $\frac{\sqrt{15}}{5}$
- $\frac{\sqrt{15}}{4}$
- $\frac{\sqrt{15}}{3}$

03. Considere as seguintes medidas descritivas das notas finais dos alunos de três turmas:

Turma	Número de Alunos	Médias	Desvio-padrão
A	15	6,0	1,31
B	15	6,0	3,51
C	14	6,0	2,61

Com base nesses dados, considere as seguintes afirmativas:

- Apesar de as médias serem iguais nas três turmas, as notas dos alunos da turma B foram as que se apresentaram mais heterogêneas.
- As três turmas tiveram a mesma média, mas com variação diferente.
- As notas da turma A se apresentaram mais dispersas em torno da média.

Assinale a alternativa correta.

- Somente a afirmativa III é verdadeira.
  - Somente a afirmativa II é verdadeira.
  - Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
  - Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
  - Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
04. Em um concurso, as notas finais dos candidatos foram as seguintes:

Número de Candidatos	Nota Final
8	5,0
8	6,0
4	8,0

Com base na tabela anterior, é correto afirmar que a variância das notas finais dos candidatos foi de

- 0,6
  - 0,8
  - 0,9
  - 1,1
  - 1,2
05. Um professor aplicou um exercício em sua turma de 60 alunos e as notas possíveis eram zero, 0,5 ponto ou 1 ponto. Sabendo que 35% dos alunos não obtiveram pontuação, 40% conseguiram 0,5 ponto e o restante atingiu a pontuação máxima, o desvio-padrão correspondente aos pontos obtidos pelos alunos é, aproximadamente, igual a:
- $\sqrt{0,12}$
  - $\sqrt{0,15}$
  - $\sqrt{0,24}$
  - $\sqrt{0,32}$
  - $\sqrt{0,45}$



Exercícios Propostos

01. Um grupo de 60 pacientes é tratado por uma equipe de especialistas em psicologia da saúde. Semanalmente essa equipe registra as mudanças comportamentais apresentadas por esses pacientes. Para cada paciente, a mudança comportamental é registrada como +1 caso ele apresente mudança positiva, como -1, se a mudança for negativa, ou como 0, caso o paciente não apresente mudanças em seu comportamento. Se, em determinada semana, a média e a variância populacional dos registros pertinentes a esse grupo forem, respectivamente, iguais a 0,5 e 0,45, então a quantidade de pacientes que apresentará mudanças positivas nessa semana será igual a
- 20
  - 30
  - 36
  - 42
  - 45

02. A tabela a seguir apresenta os números de gols das quatro primeiras rodadas do campeonato brasileiro de 2014.

Rodada	Gols
1	16
2	22
3	25
4	26

Disponível em: <<http://futdados.com/media-de-gols-rodada-brasileirao-2014>>  
Acesso em: 19 out. 2014.

De acordo com os dados apresentados, a variância dos números de gols feitos nessas quatro rodadas é aproximadamente igual a:

- 2,85
- 3,25
- 3,90
- 15,19
- 22,25

03. (Enem-2ª Aplicação) Em uma corrida de regularidade, a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa. Um campeonato foi organizado em 5 etapas, e o tempo médio de prova indicado pelos organizadores foi de 45 minutos por prova. No quadro, estão representados os dados estatísticos das cinco melhores equipes classificadas.

DADOS ESTATÍSTICOS DAS MELHORES EQUIPES CLASSIFICADAS (EM MINUTOS)

Equipes	Média	Moda	Desvio-padrão
Equipe I	45	40	5
Equipe II	45	41	4
Equipe III	45	44	1
Equipe IV	45	44	3
Equipe V	45	47	2

Utilizando os dados estatísticos do quadro, a campeã foi a equipe:

- I
- II
- III
- IV
- V

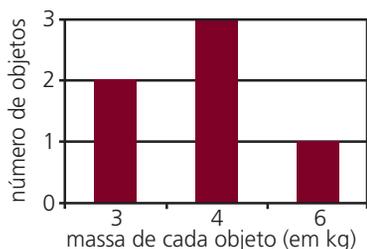
04. A tabela seguinte informa a distribuição do número de cartões amarelos recebidos por um time durante os 35 jogos de um torneio.

Número de cartões	Número de jogos
0	5
1	19
2	10
3	7
4	4

De acordo com a tabela, o desvio-padrão referente ao número de cartões recebidos é aproximadamente igual a

- A)  $\sqrt{1,28}$
- B)  $\sqrt{1,41}$
- C)  $\sqrt{1,65}$
- D)  $\sqrt{1,77}$
- E)  $\sqrt{1,83}$

05. (FGV) O gráfico a seguir indica a massa de um grupo de objetos.



Acrescentando-se ao grupo  $n$  objetos de massa 4 kg cada, sabe-se que a média não se altera, mas o desvio-padrão se reduz à metade do que era. Assim, é correto afirmar que  $n$  é igual a:

- A) 18
- B) 15
- C) 12
- D) 9
- E) 8

06. (Enem) Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio-padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de 30000 m<sup>2</sup> e o valor obtido para o desvio-padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10000 m<sup>2</sup>).

A variância das produções dos talhões expressa em (sacas/hectare)<sup>2</sup> é:

- A) 20,25
- B) 4,50
- C) 0,71
- D) 0,50
- E) 0,25

07. (Enem/2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso, o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio-padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso:

	MAT.	PORT.	CONH. GERAIS	MÉDIA	MEDIANA	DESVIO-PADRÃO
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto, mais bem classificado no concurso, é:

- A) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- B) Marco, pois obteve menor desvio-padrão.
- C) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
- D) Paulo, pois obteve maior mediana.
- E) Paulo, pois obteve maior desvio-padrão.

08. A tabela a seguir apresenta o número médio e o desvio-padrão de unidades vendidas de um produto durante os doze meses de 2008, nas cinco regiões brasileiras.

Região	Vendas médias	Desvio-padrão
Centro-Oeste	10000	2500
Sul	13000	3000
Sudeste	18000	4100
Nordeste	19000	3700
Norte	20000	7100

É correto afirmar que a região que manteve as vendas mais homogêneas durante o ano foi:

- A) Centro-Oeste.
- B) Sul.
- C) Sudeste.
- D) Nordeste.
- E) Norte.

09. (Enem) O procedimento de perda rápida de "peso" é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas de categoria até 66 kg, peso-pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três "pesagens" antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos "pesos". As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem (kg)	2ª pesagem (kg)	3ª pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio-padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três “pesagens”, os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta.

A primeira luta foi entre os atletas

- A) I e III
- B) I e IV
- C) II e III
- D) II e IV
- E) III e IV

10. (Enem-PPL) Em uma escola, cinco atletas disputam a medalha de ouro em uma competição de salto em distância. Segundo o regulamento dessa competição, a medalha de ouro será dada ao atleta mais regular em uma série de três saltos. Os resultados e as informações dos saltos desses cinco atletas estão no quadro.

Atleta	1º salto	2º salto	3º salto	Média	Mediana	Desvio-padrão
I	2,9	3,4	3,1	3,1	3,1	0,25
II	3,3	2,8	3,6	3,2	3,3	0,40
III	3,6	3,3	3,3	3,4	3,3	0,17
IV	2,3	3,3	3,4	3,0	3,3	0,60
V	3,7	3,5	2,2	3,1	3,5	0,81

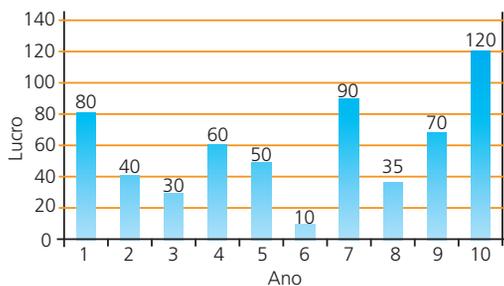
A medalha de ouro foi conquistada pelo atleta número:

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV
- E) V



### Fique de Olho

- O gráfico seguinte apresenta os lucros (em milhares de reais) de uma empresa ao longo de 10 anos (ano 1, ano 2, até ano 10).



O ano em que o lucro ficou mais próximo da média aritmética dos 10 lucros anuais foi:

- A) ano 3
- B) ano 2
- C) ano 9
- D) ano 5
- E) ano 4

#### Resolução:

A média aritmética dos 10 lucros anuais é:

$$\frac{(80 + 40 + 30 + 60 + 50 + 10 + 90 + 35 + 70 + 120)}{10} = 58,5$$

O ano em que o lucro ficou mais próximo da média aritmética dos lucros anuais foi o **ano 4**.

## Aula 19

## Estatística VI – Revisando e Aprofundando



### Exercícios de Fixação

01. Na Pizzaria “Massa Dez”, verificou-se que o valor financeiro que os amigos Kiko, Bené e Zazá tinham, em reais, dependia de resolver o seguinte problema.

- a média aritmética dos valores financeiros dos amigos citados era R\$ 30,00;
- a média aritmética dos valores financeiros de Bené e Zazá era R\$ 20,00;
- Kiko tinha R\$ 30,00 a mais que Bené.

A partir dessas informações, podemos afirmar que

- A) Kiko tem R\$ 40,00 a mais que Zazá.
- B) Bené tem R\$10,00 a mais que Zazá.
- C) Zazá tem o mesmo valor financeiro que Kiko.
- D) O valor financeiro de Kiko corresponde à soma dos valores financeiros de Bené e Zazá.
- E) Zazá tem o mesmo valor financeiro que Bené.

02. A lista a seguir identifica as idades, em ordem crescente, dos 11 professores de Matemática de uma determinada escola: 22, 23, 25, 27, 29, 33, 35, 35, 41, 43, 45.

A mediana das idades desse grupo de professores é

- A) 35 anos.
- B) 33 anos.
- C) 29 anos.
- D) 27 anos.
- E) 25 anos.

03. Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com pesos de 20%, 10%, 30%, e 40%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46, 60 e 50, respectivamente.

O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

- A) 29,8
- B) 71,0
- C) 74,5
- D) 75,5
- E) 84,0

04. Na teoria das eleições, o Método de Borda sugere que, em vez de escolher um candidato, cada juiz deve criar um *ranking* de sua preferência para os concorrentes (isto é, criar uma lista com a ordem de classificação dos concorrentes). A este *ranking* é associada uma pontuação: um ponto para o último colocado no *ranking*, dois pontos para o penúltimo, três para o antepenúltimo, e assim sucessivamente. Ao final, soma-se a pontuação atribuída a cada concorrente por cada um dos juizes.

Em uma escola, houve um concurso de poesia no qual cinco alunos concorreram a um prêmio, sendo julgados por 25 juízes. Para a escolha da poesia vencedora foi utilizado o Método de Borda. Nos quadros, estão apresentados os *rankings* dos juízes e a frequência de cada *ranking*.

Colocação	Ranking			
	I	II	III	IV
1°	Ana	Dani	Bia	Edu
2°	Bia	Caio	Ana	Ana
3°	Caio	Edu	Caio	Dani
4°	Dani	Ana	Edu	Bia
5°	Edu	Bia	Dani	Caio

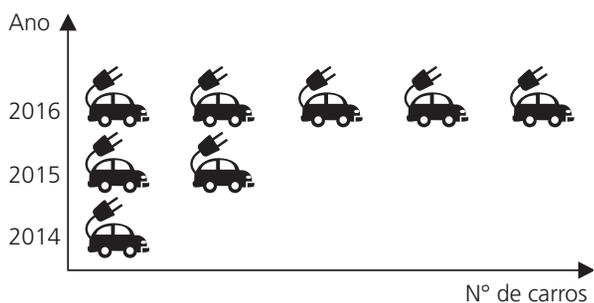
Ranking	Frequência
I	4
II	9
III	7
IV	5

A poesia vencedora foi a de

- A) Edu.
- B) Dani.
- C) Caio.
- D) Bia.
- E) Ana.

05. De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de Energia (AIE), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011.

No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico a seguir.



Disponível em: <www.tecmundo.com.br>. Acesso em: 5 dez. 2017.

A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

- A) 192.
- B) 240.
- C) 252.
- D) 320.
- E) 420.



### Exercícios Propostos

01. Um artesão fabrica certo tipo de peças a um custo de R\$ 10,00 cada e as vende no mercado de artesanato com preço variável que depende da negociação com o freguês. Num certo dia, ele vendeu 2 peças por R\$ 25,00 cada, 4 peças por R\$ 22,50 cada e mais 4 peças por R\$ 20,00 cada. O lucro médio do artesão nesse dia foi de

- A) R\$ 22,50
- B) R\$ 22,00
- C) R\$ 19,20
- D) R\$ 12,50
- E) R\$ 12,00

02. Uma lanchonete vende três tipos diferentes de sanduíche: A, B e C. A tabela mostra o valor unitário de cada sanduíche e a quantidade vendida de cada um deles em determinado dia.

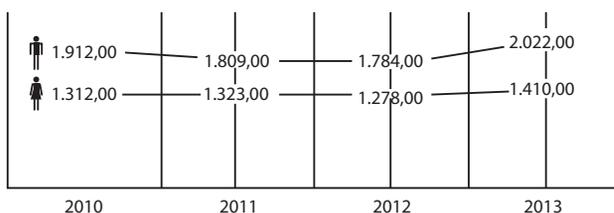
Tipos de sanduíches	Quantidade vendida	Valor unitário
A	6	R\$ 6,00
B	?	R\$ 4,50
C	10	R\$ 5,00

Sabendo que o valor arrecadado com a venda de todos os sanduíches, nesse dia, foi RS 140,00, é correto concluir que a média, a moda e a mediana dos valores unitários de todos os sanduíches vendidos são iguais, respectivamente, a

- A) R\$ 4,50; R\$ 4,50; R\$ 5,00.
- B) R\$ 4,50; R\$ 5,00; R\$ 6,00.
- C) R\$ 5,00; R\$ 4,50; R\$ 4,50.
- D) R\$ 5,00; R\$ 5,50; R\$ 5,00.
- E) R\$ 5,00; R\$ 4,50; R\$ 5,00.

03. O gráfico a seguir representa o rendimento médio mensal na Região Metropolitana de Belo Horizonte (BH), no período de 2010 a 2013.

#### RENDIMENTO MÉDIO MENSAL, EM REAIS, POR SEXO



Disponível em: <http://tinyurl.com/h3qt2mo>. Acesso em: 01 09 2016.

Sobre os dados do gráfico, podemos afirmar corretamente que a média do rendimento médio mensal das mulheres, no período de 2010 a 2013 foi, em reais, de

- A) 1.378,05
- B) 1.366,15
- C) 1.354,25
- D) 1.342,55
- E) 1.330,75

04. Um conjunto de dados numéricos tem variância igual a zero. Podemos concluir que:
- A) a média também vale zero.
  - B) a mediana também vale zero.
  - C) a moda também vale zero.
  - D) o desvio-padrão também vale zero.
  - E) todos os valores desse conjunto são iguais a zero.
05. (Enem) Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.
- O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa:

- A) F
  - B) G
  - C) H
  - D) M
  - E) P
06. (Enem) O índice de eficiência utilizado por um produtor de leite para qualificar suas vacas é dado pelo produto do tempo de lactação (em dias) pela produção média diária de leite (em kg), dividido pelo intervalo entre partos (em meses). Para esse produtor, a vaca é qualificada como eficiente quando esse índice é, no mínimo, 281 quilogramas por mês, mantendo sempre as mesmas condições de manejo (alimentação, vacinação e outros). Na comparação de duas ou mais vacas, a mais eficiente é a que tem maior índice.
- A tabela apresenta os dados coletados de cinco vacas:

DADOS RELATIVOS À PRODUÇÃO DE VACAS

Vaca	Tempo de lactação (em dias)	Produção média diária de leite (em kg)	Intervalo entre partos (em meses)
Malhada	360	12,0	15
Mamona	310	11,0	12
Maravilha	260	14,0	12
Mateira	310	13,0	13
Mimosa	270	12,0	11

- Após a análise dos dados, o produtor avaliou que a vaca mais eficiente é a:
- A) Malhada.
  - B) Mamona.
  - C) Maravilha.
  - D) Mateira.
  - E) Mimosa.

07. Em certa Instituição de Ensino são conhecidos os parâmetros referentes às idades, renda familiar e carga horária cursada dos alunos, conforme expresso abaixo:

	Média	Desvio- Padrão
Idade (anos)	26	13
Renda familiar	4000	800
Carga horária cursada (horas)	3200	400

Com base nesses dados, podemos afirmar que:

- A) a idade é a variável mais confiável.
  - B) a distribuição das rendas familiares apresenta maior variabilidade.
  - C) a distribuição das idades é a mais homogênea.
  - D) a renda familiar tem o dobro da variabilidade da carga horária cursada.
  - E) a distribuição das cargas horárias é a mais homogênea.
08. Seja  $x$  a variável "batimentos cardíacos por minuto". A seguinte distribuição de frequências mostra os resultados obtidos de uma amostra de 50 estudantes.

$x$ (bat./min.)	Frequência
60 — 64	3
64 — 68	7
68 — 72	10
72 — 76	14
76 — 80	9
80 — 84	5
84 — 88	2

Com base nos dados acima, podemos afirmar que:

- A) a média é igual a 73,36 batimentos por minuto.
- B) a frequência absoluta da quinta classe é igual a 14.
- C) o ponto médio da terceira classe é igual a 69 batimentos por minuto.
- D) o tamanho da amostra é igual a 88.
- E) o número de estudantes com batimentos cardíacos por minuto inferior a 76 é igual a 14.

09. Uma famosa rede de lojas de calçados brasileiros deseja saber o perfil dos frequentadores, para arquitetar futuras campanhas promocionais e lançar novos produtos no mercado. Dessa forma, durante um determinado mês, identificou o perfil dos frequentadores que realizaram compras em sua rede de filiais na cidade de São Paulo, distribuindo os perfis coletados em cinco faixas etárias.

i	Idade	Frequentadores de rede de lojas
1	15  — 25	2500
2	25  — 35	1820
3	35  — 45	1240
4	45  — 55	860
5	55  — 65	480

Levando em conta os dados amostrais coletados, a idade média, aproximada, dos frequentadores dessa rede de lojas é:

- A) 18 anos.
- B) 22 anos.
- C) 26 anos.
- D) 32 anos.
- E) 40 anos.

10. Durante um campeonato de futebol de salão, o jogador A disputou **p** partidas e marcou, no total, **g** gols. No mesmo campeonato, o jogador B disputou **g** partidas, conseguindo marcar um total de  $p^3$  gols. Mesmo assim, a média de gols marcados por partida disputada foi a mesma para os dois jogadores. Sendo **p** e **g** números maiores do que 1, é correto concluir que

- A)  $p = \sqrt{g}$
- B)  $p = \sqrt[3]{g}$
- C)  $p = 2g$
- D)  $p = g^2$
- E)  $p = g^3$



**Fique de Olho**

- Uma pequena fábrica de cintos paga a seus funcionários o salário, conforme tabela abaixo.

Cargo	Salários (em reais)	Nº de Funcionários
Costureiro(a)	1000	10
Secretário(a)	1500	4
Consultor	2000	3
Gerente	x	1

Certo mês, houve um aumento de 10% sobre os salários da tabela acima para todos os cargos.

Sabendo-se que a nova média salarial passou a ser de 1650 reais, o novo salário do gerente é, em reais, igual a:

- A) 3000
- B) 3300
- C) 5000
- D) 5500

**Resolução:**

Sendo 1650 a média salarial após todos os salários terem aumentado 10%, temos:

$$\frac{(1000 \cdot 10 + 1500 \cdot 4 + 2000 \cdot 3 + X \cdot 1) \cdot 1,10}{10 + 4 + 3 + 1} = 1650$$

$$22000 + X = 27000 \therefore X = 5000 \text{ reais}$$

Assim, o novo salário do gerente é igual a  $5000 \cdot 1,10 = 5500$  reais.

**Resposta: D**

**Aula**  
**20**

**Estatística VII – Revisando e Aprofundando**

C-6 H-25  
C-7 H-27, 28

Exercícios de Fixação

01. Um açougueiro atendeu, nos quatro primeiros dias de uma semana respectivamente 20, 17, 16 e 19 pessoas. Considerando-se os atendimentos realizados na sexta-feira e no sábado, a média do número de pessoas atendidas ao longo de todos esses dias da semana foi de 21 pessoas.

Se a moda referente às quantidades de pessoas atendidas diariamente é maior do que 20, então a maior quantidade de pessoas atendidas em um único dia é igual a

- A) 22
- B) 33
- C) 27
- D) 34
- E) 36

02. Numa turma de Matemática ocorreu o seguinte número de reprovações na disciplina de Cálculo, em relação aos alunos, apresentadas na tabela a seguir.

Número de Reprovações	Meninos	Meninas
0	7	10
1	4	6
2	3	5
3	2	4

Com base nos dados apresentados, tem-se que

- A) a moda do número de reprovações foi maior no grupo dos meninos do que no grupo das meninas.
- B) a média do número de reprovações foi maior no grupo dos meninos do que no grupo das meninas.
- C) a mediana do número de reprovações foi maior no grupo dos meninos do que no grupo das meninas.
- D) a moda do número de reprovações foi menor no grupo dos meninos do que no grupo das meninas.
- E) a média do número de reprovações foi menor no grupo dos meninos do que no grupo das meninas.

03. As idades dos atletas que participam da Seleção Brasileira Masculina de Basquete, convocados para a preparação dos Jogos Olímpicos 2016, variam de 24 a 36 anos, como se pode observar na tabela a seguir:

Idade (anos)	24	26	28	30	32	33	35	36
Número de atletas	3	1	1	1	1	4	1	2

De acordo com a tabela, a média, a mediana e a moda dessas idades são, respectivamente,

- A) 30,5; 32,5 e 33                      B) 31; 32 e 33  
 C) 31,5; 31 e 33                         D) 30,5; 31 e 24  
 E) 31; 24 e 33
04. Conhecidos os percentuais de aprovação, por parte da população, de 10 projetos viáveis para desenvolvimento sustentável em dez cidades de certa região, como 15%, 12%, 15%, 8%, 86%, 13%, 13%, 83%, 11% e 13%, quanto aos valores percentuais da mediana ( $M_e$ ) e da moda ( $M_o$ ), é correto afirmar que
- A)  $M_e < M_o$                                 B)  $M_e \leq M_o$   
 C) elas são equivalentes.                D)  $M_e > M_o$   
 E)  $M_e \geq M_o$
05. Cinco regiões de um país estão buscando recursos no Governo Federal para diminuir a taxa de desemprego de sua população. Para decidir qual região receberia o recurso, foram colhidas as taxas de desemprego, em porcentagem, dos últimos três anos. Os dados estão apresentados na tabela.

Taxa de desemprego (%)					
	Região A	Região B	Região C	Região D	Região E
Ano I	12,1	12,5	11,9	11,6	8,2
Ano II	11,7	10,5	12,7	9,5	12,6
Ano III	12,0	11,6	10,9	12,8	12,7

Ficou decidido que a região contemplada com a maior parte do recurso seria aquela com a maior mediana das taxas de desemprego dos últimos três anos.

A região que deve receber a maior parte do recurso é a

- A) A.    B) B.  
 C) C.    D) D.  
 E) E.



### Exercícios Propostos

01. A balança comercial e financeira vem sofrendo, com frequência, alterações cambiais nesses últimos meses, quando o valor das moedas comerciais tem oscilado bastante.

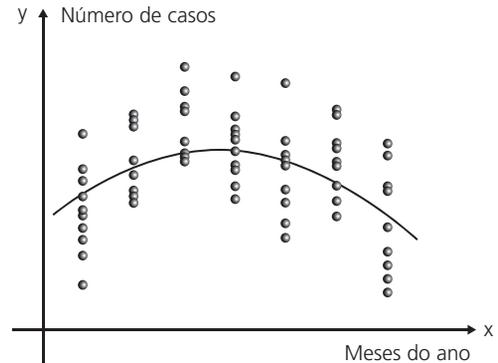
Admitindo-se que o euro, por exemplo, variou de valores, conforme a seguinte listagem

3,78; 3,74; 3,67; 3,72; 3,65; 3,70; 3,69; 3,75,

pode-se concluir que a mediana do valor do euro, nesse período, foi igual a

- A) 3,66    B) 3,68  
 C) 3,70    D) 3,71  
 E) 3,73

02. Num estudo estatístico referente à evolução de certa virose, ao longo dos meses de 10 anos, foi obtido o resultado gráfico a seguir apresentado.



Objetivando fazer a análise dos dados a partir de ajuste a uma curva, qual a lei mais adequada ao caso?

- A)  $x^2 + y^2 = c^2$   
 B)  $y = ax^2 + bx + c$   
 C)  $y^2 / a^2 + x^2 / b^2 = 1$   
 D)  $y^2 / a^2 - x^2 / b^2 = 1$   
 E)  $x \cdot y = k$
03. (UPE) Numa competição esportiva, cinco atletas estão disputando as três primeiras colocações da prova de salto em distância. A classificação será pela ordem decrescente da média aritmética de pontos obtidos por eles, após três saltos consecutivos na prova. Em caso de empate, o critério adotado será a ordem crescente do valor da variância. A pontuação de cada atleta está apresentada na tabela a seguir:

Atleta	Pontuação 1º salto	Pontuação 2º salto	Pontuação 3º salto
A	6	6	6
B	7	3	8
C	5	7	6
D	4	6	8
E	5	8	5

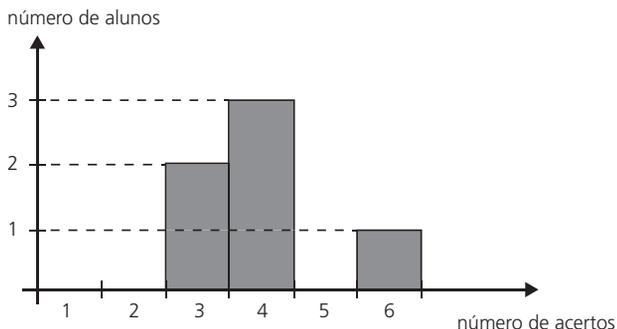
Com base nas informações apresentadas, o primeiro, o segundo e o terceiro lugar dessa prova foram ocupados, respectivamente, pelos atletas:

- A) A; C; E  
 B) B; D; E  
 C) E; D; B  
 D) B; D; C  
 E) A; B; D
04. (Enem) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

- A) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
- B) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
- C) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
- D) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
- E) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

05. (EPCar) Um cursinho de inglês avaliou uma turma completa sendo que parte dos alunos fez a avaliação A cujo resultado está indicado no gráfico abaixo.



Os demais alunos fizeram a avaliação B e todos tiveram 4 acertos. Assim, o desvio-padrão obtido a partir do gráfico anterior ficou reduzido à metade ao ser apurado o resultado da turma inteira. Essa turma do cursinho de inglês tem

- A) mais de 23 alunos.
- B) menos de 20 alunos.
- C) 21 alunos.
- D) 22 alunos.

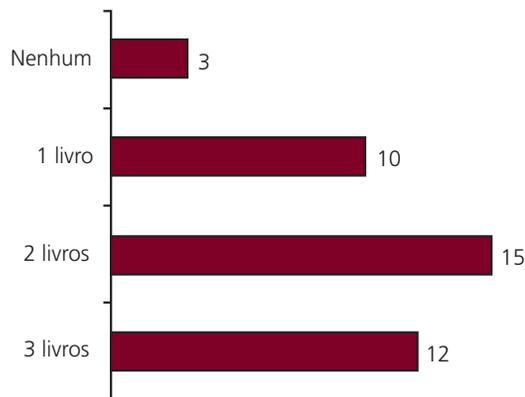
06. A tabela a seguir representa a distribuição de frequências dos salários de um grupo de 50 empregados de uma empresa, em um certo mês.

Número de classe	Salário do mês em reais	Número de empregados
1	1000 – 2000	20
2	2000 – 3000	18
3	3000 – 4000	9
4	4000 – 5000	3

O salário médio desses empregados, nesse mês, foi de:

- A) R\$ 2.637,00
- B) R\$ 2.520,00
- C) R\$ 2.500,00
- D) R\$ 2.420,00
- E) R\$ 2.400,00

07. (IFSP) O gráfico abaixo apresenta informações sobre os números de livros lidos no mês passado pelos alunos de uma determinada turma. Sabendo-se que a informação de todos os alunos consta nesse gráfico, e que não há aluno que leu mais de 3 livros, utilize-o para responder à(s) questão(ões). (Modificação no gráfico, para melhor representar a ideia envolvida)



A média do número de livros lidos no mês passado por essa turma é exatamente:

- A) 2,6
- B) 1,5
- C) 1,9
- D) 2,05
- E) 1,73

08. Ao calcular a média aritmética das notas dos Testes Físicos (TF) de suas três turmas, um professor de Educação Física anotou os seguintes valores:

Turma	Nº de alunos	Média do TF
A	20	9
B	40	7,5
C	30	8

A média aritmética das notas do TF dos 90 alunos das turmas A, B e C é

- A) 8,0
- B) 8,1
- C) 8,2
- D) 8,3
- E) 8,4

09. Cada uma das cinco listas dadas é a relação de notas obtidas por seis alunos de uma turma em uma certa prova. Assinale a única lista na qual a média das notas é maior do que a mediana.

- A) 5, 5, 7, 8, 9, 10
- B) 4, 5, 6, 7, 8, 8
- C) 4, 5, 6, 7, 8, 9
- D) 5, 5, 5, 7, 7, 9
- E) 5, 5, 10, 10, 10, 10

10. (Enem) A taxa de fecundidade é um indicador que expressa a condição, reprodutiva média das mulheres de uma região, e é importante para uma análise da dinâmica demográfica dessa região. A tabela apresenta os dados obtidos pelos Censos de 2000 e 2010, feitos pelo IBGE, com relação à taxa de fecundidade no Brasil.

Ano	Taxa de fecundidade no Brasil
2000	2,38
2010	1,90

Disponível em: <www.saladeimprensa.ibge.gov.br>  
Acesso em: 31 jul. 2013.

Suponha que a variação percentual relativa na taxa de fecundidade no período de 2000 e 2010 se repita no período de 2010 a 2020.

Nesse caso, em 2020 a taxa de fecundidade no Brasil estará mais próxima de

- A) 1,14
- B) 1,42
- C) 1,52
- D) 1,70
- E) 1,80



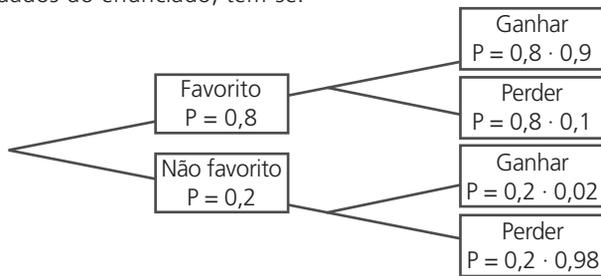
**Fique de Olho**

(IME) O time de futebol "X" irá participar de um campeonato no qual não são permitidos empates. Em 80% dos jogos, "X" é o favorito. A probabilidade de "X" ser o vencedor do jogo quando ele é o favorito é 0,9. Quando "X" não é o favorito, a probabilidade de ele ser o vencedor é 0,02. Em um determinado jogo de "X" contra "Y", o time "X" foi o vencedor. Qual a probabilidade de "X" ter sido o favorito nesse jogo?

- A) 0,80
- B) 0,98
- C) 180/181
- D) 179/181
- E) 170/181

**Solução:**

Construindo a árvore de probabilidades de acordo com os dados do enunciado, tem-se:



Logo, a probabilidade do time X ter sido o favorito na certeza que ele venceu a partida é dada por:

$$\begin{aligned}
 P(x) &= \frac{P(\text{ganhar e ser favorito})}{P(\text{ganhar})} = \frac{0,8 \cdot 0,9}{0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,02} = \\
 &= \frac{0,72}{0,724} = \frac{720}{724} = \frac{180}{181}
 \end{aligned}$$

**Resposta: C**

**Bibliografia**

COSTA, Sérgio Francisco. Introdução ilustrada à estatística. 3. ed. Harbra. CRESPO, Antônio Arnot. Estatística fácil. 19. ed. (atual). São Paulo: Saraiva, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática Contexto & Aplicações. v. 3. São Paulo: Ática, 2007.

IEZZI, Gelson et al. Ciências e Aplicações. 34. ed. São Paulo: Atual, 2006.

IEZZI, Gelson. Fundamentos de Matemática Elementar. v. 6. 7. ed. São Paulo: Atual, 2004.

LIMA, Elton Lages et al. A Matemática do Ensino Médio. v. 3. Rio de Janeiro: SBM, 1998 (Coleção do Professor de Matemática).

MARTINS, Gilberto de Andrade. Estatística geral e aplicada – 3. ed. São Paulo: Atlas, 2008

NETO, Aref Antar et al. Noções de Matemática; v. 7. 1. Ed. São Paulo: Moderna, 1979.

PAIVA, Manuel Rodrigues. Matemática. v. 3. 1. Ed. São Paulo: Moderna, 1999.

SERRÃO, Alberto N. Exercícios e Problemas de Álgebra, v. III – Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1962.



**Anotações**



## Anotações

# MATEMÁTICA IV

## GEOMETRIA NO ESPAÇO

### Objetivo(s):

- Consolidar, aprofundar e legitimizar conhecimentos básicos de geometria no espaço, ressaltando a axiomática e a demonstração de alguns teoremas.
- Identificar, construir, classificar algumas figuras geométricas do espaço, dominar propriedades e as ferramentas de aferição.
- Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais e calcular medidas lineares e superficiais a partir da planificação.
- Resolver problemas que envolvam cálculo de volume ou capacidade de prismas, pirâmides e troncos, expressos em unidades de medida de volume ou em unidades de medida de capacidade.

### Conteúdo:

#### **AULA 16: GEOMETRIA DE POSIÇÃO**

Determinação de retas.....	72
Determinação de planos.....	72
Posições relativas de duas retas no espaço.....	72
Posições relativas entre plano e reta.....	73
Posições relativas entre plano e plano.....	73
Exercícios.....	73

#### **AULA 17: GEOMETRIA DOS POLIEDROS**

Introdução.....	77
Características relevantes dos poliedros regulares.....	78
Exercícios.....	78

#### **AULA 18: PRISMAS**

Introdução.....	81
Teorema de Cavalieri.....	81
Paralelepípedo retângulo (ortoedro).....	82
Cubo (hexaedro regular).....	82
Exercícios.....	82

#### **AULA 19: PIRÂMIDES**

Introdução.....	86
Exercícios.....	87

#### **AULA 20: TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASES PARALELAS E DO TETRAEDRO REGULAR**

Introdução.....	90
Exercícios.....	91

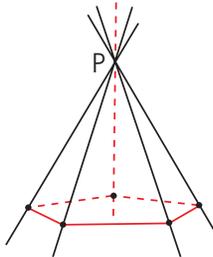
**Aula**  
**16**

**Geometria de Posição**

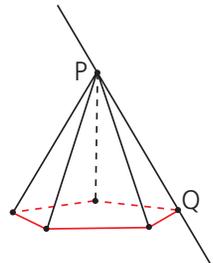
C-02	H-06, 07
	H-08

**Determinação de retas**

- Por um ponto **P** passam infinitas retas.

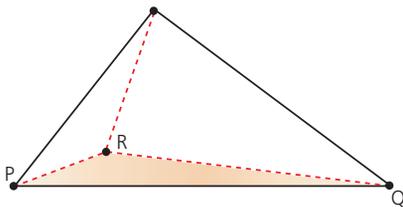


- Por dois pontos **P** e **Q** distintos passa uma única reta  $\overline{PQ}$ .

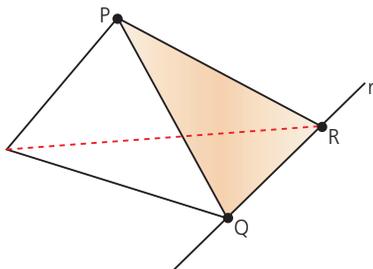


**Determinação de planos**

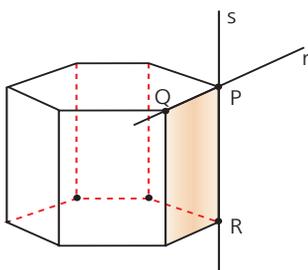
- Três pontos não alinhados **P**, **Q** e **R** determinam um único plano  $\text{PI}(PQR)$ .



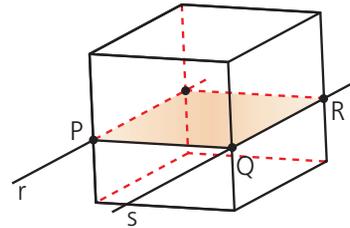
- Uma reta **r** e um ponto **P**  $\notin r$  determinam um único plano  $\text{PI}(PQR)$ .



- Duas retas **r** e **s** concorrentes determinam um único plano  $\text{PI}(PQR)$ .

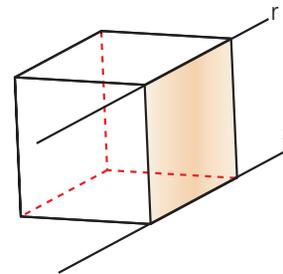


- Duas retas **r** e **s** paralelas distintas determinam um único plano  $\text{PI}(PQR)$ .

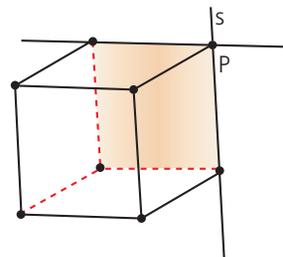


**Posições relativas de duas retas no espaço**

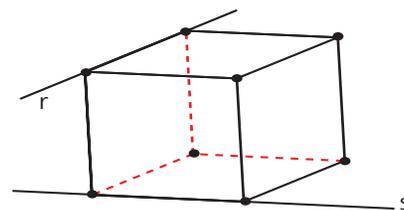
- Duas retas são paralelas distintas se elas estão no mesmo plano e não têm um ponto comum.



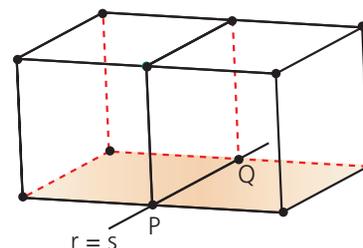
- Se duas retas estão no mesmo plano e têm um único ponto comum (**P**), são chamadas de concorrentes.



- Se duas retas não estão contidas em um mesmo plano, as retas são chamadas de reversas.

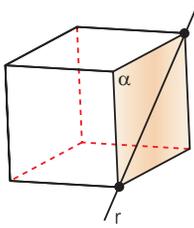


- Se duas retas são coplanares e têm mais de um ponto comum, as retas são chamadas de coincidentes.

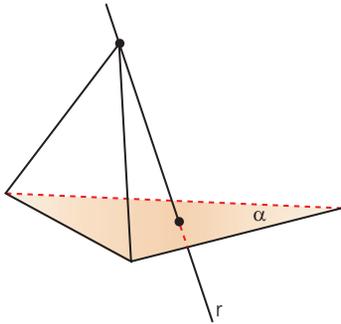


### Posições relativas entre plano e reta

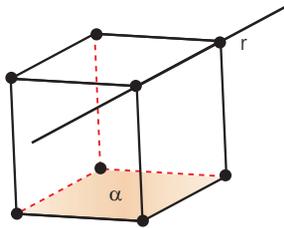
- Uma reta  $r$  pode está contida no plano  $\alpha$ .



- Uma reta  $r$  pode ser secante ao plano  $\alpha$ .

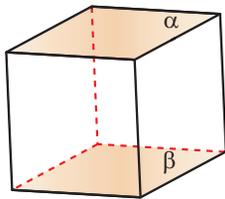


- Uma reta  $r$  pode ser paralela ao plano  $\alpha$ .

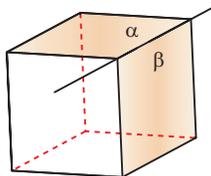


### Posições relativas entre plano e plano

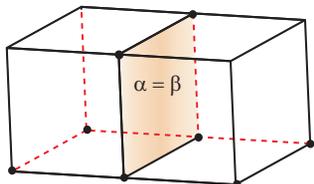
- Os planos  $\alpha$  e  $\beta$  podem ser paralelos distintos.



- Os planos  $\alpha$  e  $\beta$  podem ser secantes.



- Os planos  $\alpha$  e  $\beta$  podem ser coincidentes.



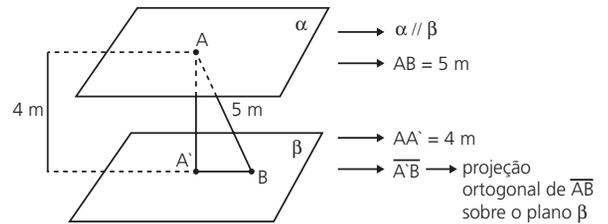
### Exercícios Resolvidos

- Sejam  $\alpha$  e  $\beta$  dois planos paralelos, cuja distância entre eles é 4 m, e  $r$  uma reta que os intersecta nos pontos A e B, com  $A \in \alpha$  e  $B \in \beta$ , determinando um segmento AB, cuja medida é 5 m. Nestas condições, a medida, em metros, da projeção ortogonal do segmento AB sobre o plano  $\beta$  é:

- A) 4,5
- B) 4,0
- C) 3,5
- D) 3,0
- E) 2,5

**SOLUÇÃO:**

Do enunciado, temos a figura:



Pelo teorema de Pitágoras, temos:

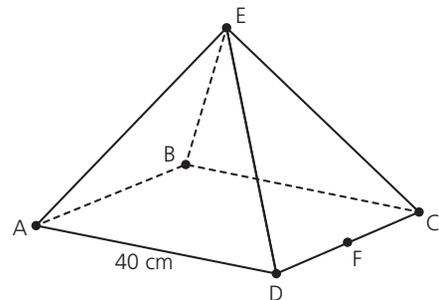
$$AB^2 = AA'^2 + A'B'^2 \Leftrightarrow 25 = 16 + A'B'^2 \Leftrightarrow A'B' = \sqrt{9} = 3 \text{ m}$$

**Resposta: D**



### Exercícios de Fixação

- 01. Um designer de jogos virtuais está simulando alguns deslocamentos associados com uma pirâmide quadrangular regular, em que o lado do quadrado da base mede 40 cm.



(Figura ilustrativa e sem escalas)

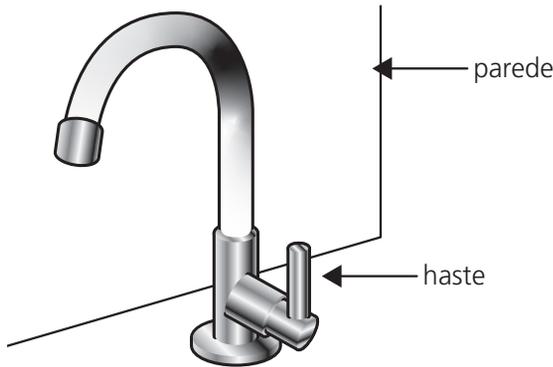
Ele simula a trajetória de um lagarto pelas faces da pirâmide. Inicialmente, o lagarto desloca-se de A até E e, posteriormente, de E até F, em que F é o ponto médio de CD. Cada um desses dois trechos da trajetória ocorre em linha reta.

A projeção perpendicular dessa trajetória em ABCD, presente no plano da base da pirâmide, descreve uma curva R, a qual é a união de dois segmentos.

Nessas condições, o comprimento de R, em cm, é igual a

- A)  $20\sqrt{2}$
- B)  $40\sqrt{2}$
- C)  $20(1+\sqrt{2})$
- D)  $40(1+\sqrt{2})$
- E)  $50(1+\sqrt{2})$

02. Uma torneira do tipo  $\frac{1}{4}$  de volta é mais econômica, já que seu registro abre e fecha bem mais rapidamente do que o de uma torneira comum. A figura de uma torneira do tipo  $\frac{1}{4}$  de volta tem um ponto preto marcado na extremidade da haste de seu registro, que se encontra na posição fechado, e para abri-lo completamente, é necessário girar a haste  $\frac{1}{4}$  de volta no sentido anti-horário. Considere que a haste esteja paralela ao plano da parede.



Disponível em: <www.furkin.com.br>. Acesso em: 13 nov. 2014.

Qual das imagens representa a projeção ortogonal, na parede, da trajetória traçada pelo ponto preto quando o registro é aberto completamente?

- A) B) C) D) E)

03. Considere três planos que sejam dois a dois perpendiculares entre si e esferas com 37 cm de raio. Quantas dessas esferas poderão tangenciar simultaneamente os três planos?
- A) Uma.  
B) Duas.  
C) Quatro.  
D) Oito.  
E) Infinitas.

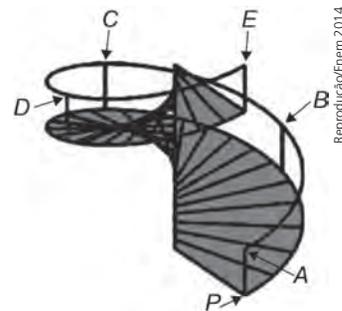
04. (Enem) Os alunos de uma escola utilizaram cadeiras iguais às da figura para uma aula ao ar livre. A professora, ao final da aula, solicitou que os alunos fechassem as cadeiras para guardá-las. Depois de guardados, os alunos fizeram um esboço da vista lateral da cadeira fechada.



Qual é o esboço obtido pelos alunos?

- A) B) C) D) E)

05. (Enem) O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cinco pontos A, B, C, D, E sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos P, A e E estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto A até o ponto D.



A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:

- A) B) C) D) E)



**Exercícios Propostos**

01. É correto afirmar que, dos lugares geométricos apresentados a seguir, o único que não pode ser obtido pela intersecção de uma pirâmide quadrangular regular por um plano qualquer é
- A) um ponto.                      B) um trapézio.  
 C) um triângulo.                D) um quadrado.  
 E) uma circunferência.
02. O ângulo  $\theta$  é formado por dois planos  $\alpha$  e  $\beta$  é tal que  $\text{tg}\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .  
 O ponto P pertence a  $\alpha$  e a distância de P a  $\beta$  vale 1. Então, a distância de P à reta intersecção de  $\alpha$  e  $\beta$  é igual a
- A)  $\sqrt{3}$                               B)  $\sqrt{5}$   
 C)  $\sqrt{6}$                               D)  $\sqrt{7}$   
 E)  $\sqrt{8}$
03. Quantos planos ficam determinados por dez pontos dos quais não há quatro coplanares?
- A) 30                                 B) 80  
 C) 90                                 D) 120  
 E) 720
04. Um grupo de países criou uma instituição responsável por organizar o Programa Internacional de Nivelamento de Estudos (PINE) com o objetivo de melhorar os índices mundiais de educação. Em sua sede, foi construída uma escultura suspensa, com a logomarca oficial do programa, em três dimensões, que é formada por suas iniciais, conforme mostrada na figura.

**PINE**

Essa escultura está suspensa por cabos de aço, de maneira que o espaçamento entre letras adjacentes é o mesmo, todas têm igual espessura e ficam dispostos em posição ortogonal ao solo, como ilustrado a seguir.



Ao meio-dia, com o sol a pino, as letras que formam essa escultura projetam ortogonalmente suas sombras sobre o solo. A sombra projetada no solo é

- A)
- B)

- C)
- D)
- E)

05. Em relação ao plano  $\alpha$ , os pontos A e B estão no mesmo semiespaço e os pontos A e C estão em semiespaços opostos. Em relação ao plano  $\beta$ , os pontos A e B estão em semiespaços opostos, bem como os pontos A e C. Pode-se concluir que o segmento BC
- A) é paralelo a  $\alpha \cap \beta$ .                      B) encontra  $\alpha$  e  $\beta$ .  
 C) encontra  $\alpha$ , mas não  $\beta$ .                D) encontra  $\beta$ , mas não  $\alpha$ .  
 E) não encontra  $\alpha$  nem  $\beta$ .
06. A figura representa o globo terrestre e nela estão marcados os pontos A, B e C. Os pontos A e B estão localizados sobre um mesmo paralelo, e os pontos B e C, sobre um mesmo meridiano. É traçado um caminho do ponto A até C, pela superfície do globo, passando por B, de forma que o trecho de A até B se dê sobre o paralelo que passa por A e B e, o trecho de B até C se dê sobre o meridiano que passa por B e C.

Considere que o plano  $\alpha$  é paralelo à Linha do Equador na figura.



A projeção ortogonal, no plano  $\alpha$ , do caminho traçado no globo pode ser representada por

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

07. Um grupo de escoteiros mirins, numa atividade no parque da cidade onde moram, montou uma barraca conforme a foto da Figura 1. A Figura 2 mostra o esquema da estrutura dessa barraca, em forma de um prisma reto, em que foram usadas hastes metálicas.



Figura 1

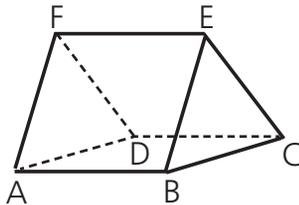


Figura 2

Após a armação das hastes, um dos escoteiros observou um inseto deslocar-se sobre elas, partindo do vértice A em direção ao vértice B, deste em direção ao vértice E e, finalmente, fez o trajeto do vértice E ao C. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os pontos.

A projeção do deslocamento do inseto no plano que contém a base ABCD é dada por

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

- 08. Entre todas as retas suportes das arestas de um certo cubo, considere duas,  $r$  e  $s$ , reversas. Seja  $t$  a perpendicular comum a  $r$  e a  $s$ . Então:
  - A)  $t$  é a reta suporte de uma das diagonais de uma das faces do cubo.
  - B)  $t$  é a reta suporte de uma das diagonais do cubo.
  - C)  $t$  é a reta suporte de uma das arestas do cubo.
  - D)  $t$  é a reta que passa pelos pontos médios das arestas contidas em  $r$  e  $s$ .
  - E)  $t$  é a reta perpendicular a duas faces do cubo, por seus pontos médios.
- 09. Um conjunto X é formado por todos os vértices de um cubo que satisfazem a seguinte condição: se dois destes vértices estão em uma mesma face, então não estão na mesma aresta. O número de planos determinados pelos pontos de X é:
  - A) 4
  - B) 6
  - C) 8
  - D) 10
  - E) 12
- 10. Dada uma circunferência de diâmetro  $\overline{AB}$ , levanta-se por A um segmento  $\overline{AD}$  perpendicular ao plano da circunferência e une-se D a um ponto C qualquer da circunferência, C distinto de B. Sabendo que  $AB = AD = 8$  cm e que C é o ponto médio do arco  $\widehat{AB}$ , determine a medida do ângulo  $\widehat{CDB}$ .
  - A)  $90^\circ$
  - B)  $75^\circ$
  - C)  $60^\circ$
  - D)  $45^\circ$
  - E)  $30^\circ$

Seção Videoaula



Geometria de Posição – Parte I



Geometria de Posição – Parte II



Geometria de Posição – Parte III



Geometria de Posição – Parte IV

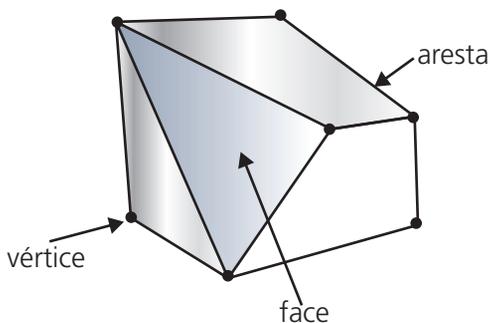
**Aula**  
**17**

**Geometria dos Poliedros**

C-02	H-06
	H-07
	H-08
	H-09

**Introdução**

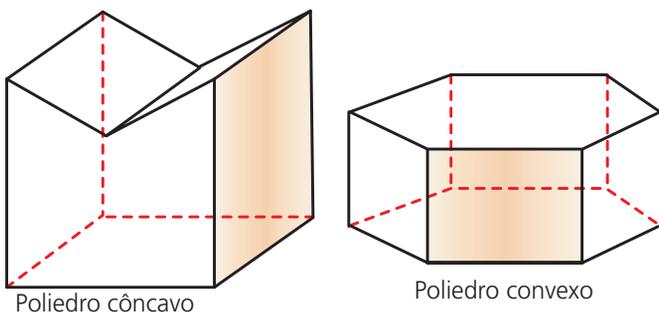
Denomina-se **poliedro** o sólido ou corpo geométrico limitado pelo conjunto finito de polígonos planos, tais que cada um dos seus lados pertença a dois dos referidos polígonos e dois polígonos quaisquer que tenham um lado comum e não estejam situados no mesmo plano.



Os polígonos são denominados faces do poliedro. Os lados e os vértices dos polígonos denominam-se, respectivamente, arestas e vértices do poliedro.

**Poliedros convexos e não convexos**

Um poliedro é dito convexo quando o segmento da reta que une dois quaisquer de seus pontos está contido no poliedro. Em caso contrário, é não convexo.



De acordo com o número de faces, temos os seguintes poliedros:

- tetraedro ⇒ poliedro convexo com quatro faces;
- pentaedro ⇒ poliedro convexo com cinco faces;
- hexaedro ⇒ poliedro convexo com seis faces;
- heptaedro ⇒ poliedro convexo com sete faces;
- octaedro ⇒ poliedro convexo com oito faces;
- icosaedro ⇒ poliedro convexo com vinte faces.

**Relação de Euler**

Em todo poliedro convexo, vale a relação:

$$V + F = A + 2$$

$$\begin{cases} V = \text{número de vértices} \\ A = \text{número de arestas} \\ F = \text{número de faces} \end{cases}$$

**Propriedades**

Num poliedro convexo, a soma dos ângulos de todas as faces é dada por:

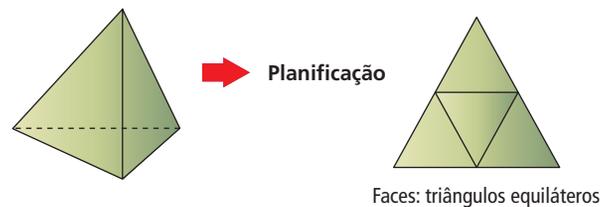
$$S = (V - 2) \cdot 360^\circ$$

**Poliedros regulares**

Um poliedro convexo é dito regular quando as suas faces são polígonos regulares e congruentes, e todos os ângulos poliédricos são congruentes.

Há somente cinco tipos de poliedros regulares, que são:

**Tetraedro regular**



**Hexaedro regular (cubo)**



**Octaedro regular**



**Dodecaedro regular**



**Icosaedro regular**



## Características relevantes dos poliedros regulares

- **Tetraedro**
  - Faces triangulares
  - Vértices triédricos
- **Hexaedro**
  - Faces quadrangulares
  - Vértices triédricos
- **Octaedro**
  - Faces triangulares
  - Vértices tetraédricos
- **Dodecaedro**
  - Faces pentagonais
  - Vértices triédricos
- **Icosaedro**
  - Faces triangulares
  - Vértices pentaédricos



### Exercícios de Fixação

01. (Enem/2017) Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.



Figura 1

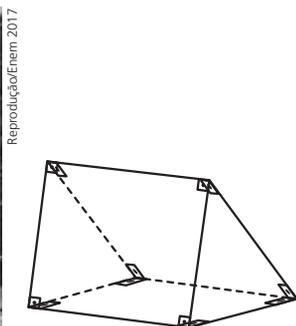


Figura 2

ROMERO, L. Tendências. *Superinteressante*, nº 315, fev. 2013. Adaptado.

A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2:

- A) Tetraedro.
  - B) Pirâmide retangular.
  - C) Tronco de pirâmide retangular.
  - D) Prisma quadrangular reto.
  - E) Prisma triangular reto.
02. Um objeto tem a forma de um poliedro convexo, com 13 vértices, uma face hexagonal e 18 faces formadas por polígonos do tipo P. Com base nessas informações, pode-se concluir que o polígono P é um
- A) dodecágono.
  - B) octógono.
  - C) pentágono.
  - D) quadrilátero.
  - E) triângulo.

03. Dado um tetraedro regular de aresta 6 cm, assinale os pontos que dividem cada aresta em três partes iguais. Corte o tetraedro pelos planos que passam pelos três pontos de divisão mais próximos de cada vértice e remova os pequenos tetraedros regulares que ficaram formados.

A soma dos comprimentos de todas as arestas do sólido resultante, em centímetro, é

- A) 56.
- B) 48.
- C) 36.
- D) 32.
- E) 30.

04. (Enem) Os sólidos de Platão são poliedros convexos cujas faces são todas congruentes a um único polígono regular, todos os vértices têm o mesmo número de arestas incidentes e cada aresta é compartilhada por apenas duas faces. Eles são importantes, por exemplo, na classificação das formas dos cristais minerais e no desenvolvimento de diversos objetos.

Como todo poliedro convexo, os sólidos de Platão respeitam a relação de Euler  $V - A + F = 2$ , em que V, A e F são os números de vértices, arestas e faces do poliedro, respectivamente.

Em um cristal, cuja forma é a de um poliedro de Platão de faces triangulares, qual é a relação entre o número de vértices e o número de faces?

- A)  $2V - 4F = 4$
- B)  $2V - 2F = 4$
- C)  $2V - F = 4$
- D)  $2V + F = 4$
- E)  $2V + 5F = 4$

05. Uma peça tem a forma de um poliedro convexo com quatro faces triangulares, 2 faces quadrangulares e uma face hexagonal. O número de diagonais dessa peça é igual a

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 6
- E) 8



### Exercícios Propostos

01. Um poliedro convexo, com 32 arestas e 14 vértices, possui apenas faces triangulares e quadrangulares. Sendo q o número de faces quadrangulares e t, o número de faces triangulares, então os valores de q e t são, respectivamente:

- A)  $q = 6$  e  $t = 14$
- B)  $q = 16$  e  $t = 4$
- C)  $q = 4$  e  $t = 14$
- D)  $q = 14$  e  $t = 4$
- E)  $q = 4$  e  $t = 16$

02. (UEL) Leia o texto a seguir.

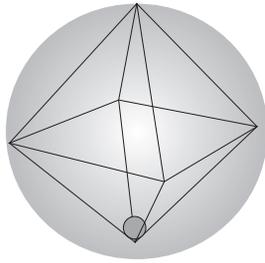
Originalmente os dados eram feitos de osso, marfim ou argila. Há evidências da existência deles no Paquistão, Afeganistão e noroeste da Índia, datando de 3500 a.C. Os dados cúbicos de argila continham de 1 a 6 pontos, dispostos de tal maneira que a soma dos pontos de cada par de faces opostas é sete.

Museu Arqueológico do Red Fort. Delhi, Índia. Adaptado.

Atualmente, além dos dados em forma de cubo (hexaedro), encontram-se dados em vários formatos, inclusive esféricos, como mostram as figuras a seguir.



Apesar do formato esférico, ao ser lançado, o dado mostra pontos de um a seis, como se fosse um dado cúbico. Isso acontece porque no interior da esfera existe uma cavidade em forma de octaedro, na qual existe um peso (um chumbinho) que se aloja em um dos vértices do octaedro.



Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a propriedade dos poliedros regulares que justifica o fato de a cavidade no interior da esfera ser octaédrica.

- A) O número de vértices do octaedro é igual ao número de faces do hexaedro.
- B) O número de vértices do octaedro é diferente do número de faces do hexaedro.
- C) O número de arestas do octaedro é igual ao número de arestas do hexaedro.
- D) O número de faces do octaedro é igual ao número de vértices do hexaedro.
- E) O número de faces do octaedro é diferente do número de vértices do hexaedro.

03. A bola de futebol evoluiu ao longo do tempo e, atualmente, é um icosaedro truncado, formado por 32 peças, denominadas de gomos e, geometricamente, de faces. Nessa bola, 12 faces são pentágonos regulares, e as outras, hexágonos, também regulares. Os lados dos pentágonos e dos hexágonos são iguais e costurados. Ao unirem-se os dois lados costurados das faces, formam-se as arestas. O encontro das arestas formam os vértices. Quando cheio, o poliedro é similar a uma esfera. O número de arestas e o número de vértices existentes nessa bola de futebol são, respectivamente,
- A) 80 e 60
  - B) 80 e 50
  - C) 70 e 40
  - D) 90 e 60
  - E) 90 e 50



04. Dois dados, com doze faces pentagonais cada um, têm a forma de dodecaedros regulares. Se os dodecaedros estão justapostos por uma de suas faces, que coincidem perfeitamente, formam um poliedro côncavo, conforme ilustra a figura.



Considere o número de vértices  $V$ , de faces  $F$  e de arestas  $A$  desse poliedro côncavo. A soma  $V + F + A$  é igual a

- A) 102
- B) 106
- C) 110
- D) 112
- E) 116

05. Considere o icosaedro a seguir (Fig.1), construído em plástico inflável, cujos vértices e pontos médios de todas as arestas estão marcados. A partir dos pontos médios, quatro triângulos equiláteros congruentes foram formados em cada face do icosaedro. Admita que o icosaedro é inflado até que todos os pontos marcados fiquem sobre a superfície de uma esfera, e os lados dos triângulos tornem-se arcos de circunferências, como ilustrado na Figura 2. Observe agora que, substituindo-se esses arcos por segmentos de reta, obtém-se uma nova estrutura poliédrica de faces triangulares, denominada geodésica (Fig. 3).

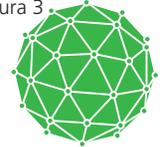
Figura 1



Figura 2



Figura 3



O número de arestas dessa estrutura é igual a

- A) 90
- B) 120
- C) 150
- D) 180
- E) 190

06. O poliedro representado na figura abaixo (octaedro truncado) é construído a partir de um octaedro regular, cortando-se para tal, em cada vértice, uma pirâmide regular de base quadrangular.



A soma dos ângulos internos de todas as faces do octaedro truncado é:

- A) 2160°
- B) 5760°
- C) 7920°
- D) 10080°
- E) 13680°

07. Um icosaedro regular tem 20 faces e 12 vértices, a partir dos quais retiram-se 12 pirâmides congruentes. As medidas das arestas dessas pirâmides são iguais a  $\frac{1}{3}$  da aresta do icosaedro, restando um tipo de poliedro usado na fabricação de bolas. Observe as figuras.



Para confeccionar uma bola de futebol, um artesão usa esse poliedro, no qual cada gomo é uma face. Ao costurar dois gomos para unir duas faces do poliedro, ele gasta 7 cm de linha. Depois de pronta a bola, o artesão gastou, no mínimo, um comprimento de linha igual a

- A) 7,0 m
- B) 6,3 m
- C) 4,9 m
- D) 2,1 m
- E) 3,5 m

08. Um lapidador recebeu de um joalheiro a encomenda para trabalhar em uma pedra preciosa cujo formato é o de uma pirâmide, conforme ilustra a Figura 1. Para tanto, o lapidador fará quatro cortes de formatos iguais nos cantos da base. Os cantos retirados correspondem a pequenas pirâmides, nos vértices P, Q, R e S, ao longo dos segmentos tracejados, ilustrados na Figura 2.

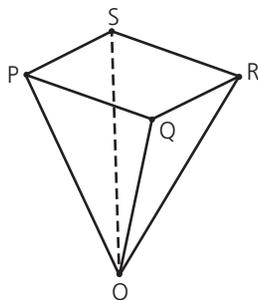


Figura 1

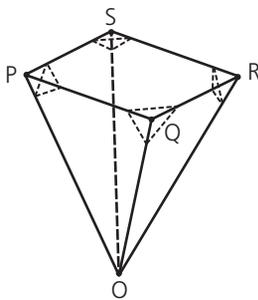
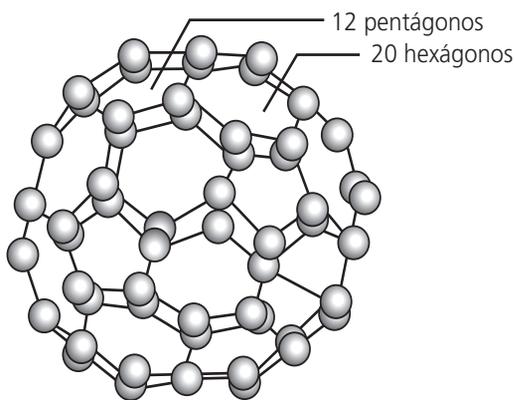


Figura 2

Depois de efetuados os cortes, o lapidador obteve, a partir da pedra maior, uma joia poliédrica cujos números de faces, arestas e vértices são, respectivamente, iguais a

- A) 9, 20 e 13.  
 B) 3, 24 e 13.  
 C) 7, 15 e 12.  
 D) 10, 16 e 5.  
 E) 11, 16 e 5.
09. Um geólogo encontrou, em uma de suas explorações, um cristal de rocha no formato de um poliedro, que satisfaz a relação de Euler, de 60 faces triangulares. O número de vértices deste cristal é igual a
- A) 35  
 B) 34  
 C) 33  
 D) 32  
 E) 31
10. Em uma molécula tridimensional de carbono, os átomos ocupam os vértices de um poliedro convexo com 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais regulares, como em uma bola de futebol.



Qual é o número de ligações entre esses átomos?

- A) 30  
 B) 40  
 C) 60  
 D) 80  
 E) 90



Fique de Olho

POLIEDROS DE PLATÃO

Definição

Um poliedro é chamado poliedro de Platão se, e somente se, satisfaz as três seguintes condições:

- todas as faces têm o mesmo número (**n**) de arestas;
- todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número (**m**) de arestas;
- vale a relação de Euler ( $V - A + F = 2$ ).

Propriedade

Existem cinco, e somente cinco, classes de poliedros de Platão.

Demonstração

Usando as condições que devem ser verificadas por um poliedro de Platão, temos:

- cada uma das **F** faces tem **n** arestas ( $n \geq 3$ ), e como cada aresta está em duas faces:

$$n \cdot F = 2A \Rightarrow F = \frac{2A}{n} \quad (1)$$

- cada um dos **V** ângulos poliédricos tem **m** arestas ( $m \geq 3$ ), e como cada aresta contém dois vértices:

$$m \cdot V = 2A \Rightarrow V = \frac{2A}{m} \quad (2)$$

- $V - A + F = 2$  (3)

Substituindo (1) e (2) em (3) e depois dividindo por 2A, obtemos:

$$\frac{2A}{m} - A + \frac{2A}{n} = 2 \Rightarrow \frac{1}{m} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} = \frac{1}{A} \quad (4)$$

Sabemos que  $n \geq 3$  e  $m \geq 3$ . Notemos, porém, que se **m** e **n** fossem simultaneamente maiores que 3, teríamos:

$$\left. \begin{aligned} m > 3 \Rightarrow m \geq 4 \Rightarrow \frac{1}{m} \leq \frac{1}{4} \\ n > 3 \Rightarrow n \geq 4 \Rightarrow \frac{1}{n} \leq \frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{m} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} \leq 0$$

o que contraria a igualdade (4), pois **A** é um número positivo.

Concluimos, então, que, nos poliedros de Platão,  $m = 3$  ou  $n = 3$  (isto significa que um poliedro de Platão possui, obrigatoriamente, triângulo ou quadrado).

1º) Para  $m = 3$  (supondo que tem triedro). Em (4) vem:

m	n
3	3
3	4
3	5

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{6} = \frac{1}{A} \Rightarrow \frac{1}{n} > \frac{1}{6} \Rightarrow n < 6$$

Então,  $n = 3$  ou  $n = 4$  ou  $n = 5$   
(respectivamente, faces triangulares ou quadrangulares ou pentagonais).

2º) Para  $n = 3$  (supondo que tem triângulo). Em (4):

m	n
3	3
4	3
5	3

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{6} = \frac{1}{A} \Rightarrow \frac{1}{m} > \frac{1}{6} \Rightarrow m < 6$$

Então,  $m = 3$  ou  $m = 4$  ou  $m = 5$   
(respectivamente, ângulos triédricos ou tetraédricos ou pentaédricos).

Resumindo os resultados encontrados no 1º e no 2º, concluímos que os poliedros de Platão são determinados pelos pares  $(m, n)$  da tabela ao lado, sendo, portanto, cinco, e somente cinco, as classes de poliedros de Platão.

m	n
3	3
3	4
3	5
4	3
5	3

Obs.: Consulte o volume 10, coleção *Fundamentos de Matemática Elementar* (p. 130 a 133).

**Seção Videoaula**



Poliedros



Poliedros Regulares

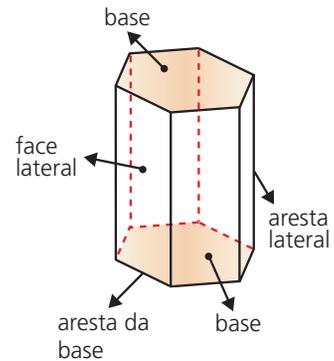
**Aula 18**

**Prismas**

C-02	H-06
	H-07
	H-08
	H-09

**Introdução**

Um prisma é um sólido geométrico limitado por duas bases (polígonos congruentes) situadas em planos paralelos distintos e várias faces laterais (paralelogramos).



**Comentários**

- Em um prisma, o número de faces laterais corresponde ao número de arestas da base.
- A nomenclatura está associada ao polígono da base:
  - prisma triangular → a base é um triângulo;
  - prisma quadrangular → a base é um quadrilátero;
  - prisma pentagonal → a base é um pentágono;
  - prisma hexagonal → a base é um hexágono;
  - prisma heptagonal → a base é um heptágono.

**Teorema de Cavalieri**

Se dois sólidos estão situados entre dois planos paralelos (têm a mesma altura) e qualquer outro plano, paralelo a eles, corta os dois sólidos determinando secções de mesma área, então os sólidos são equivalentes, isto é, têm o mesmo volume.

Para compreender melhor as ideias de Cavalieri (matemático italiano que viveu na Itália no século XVII), acompanhe o exemplo abaixo.



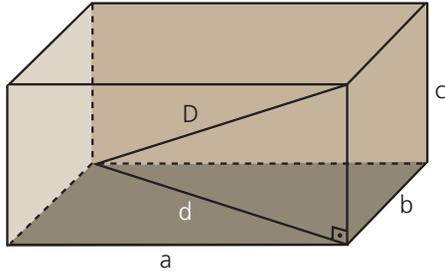
Imagine uma pilha formada com 20 moedas iguais de 25 centavos. Observe que podemos formar pilhas de várias formas, com a mesma base e a mesma altura. Escolhendo qualquer uma das

pilhas, iremos concluir naturalmente que o volume de uma pilha é a soma dos volumes das moedas e, como as moedas são as mesmas, as pilhas têm o mesmo volume, apesar de terem formas diferentes.

Portanto, se dois sólidos forem constituídos por camadas iguais, de mesma área e de mesma espessura, então seus volumes são iguais.

### Paralelepípedo retângulo (ortóedro)

É um prisma reto cujas faces são todas retangulares.

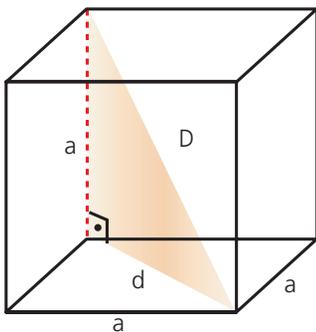


#### Medidas no ortóedro

- Área total do ortóedro =  $2 \cdot (ab + ac + bc)$
- Diagonal do ortóedro =  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = D$
- Volume do ortóedro = (área da base)  $\times$  (altura) =  $a \cdot b \cdot c$

### Cubo (hexaedro regular)

Um cubo é um prisma regular formado por seis faces quadradas.



#### Medidas no hexaedro regular

- Área da superfície total do cubo =  $2 \cdot (a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a) = 6a^2$
- Diagonal do cubo =  $D = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$
- Volume do cubo = (área da base)  $\cdot$  (altura) =  $a \cdot a \cdot a = a^3$

#### Observações:

- Pelo princípio de Cavalieri, podemos garantir que dois prismas que têm a mesma área da base e mesma altura, têm volumes iguais.
- **Prisma reto:** é um prisma cujas arestas laterais são perpendiculares às bases.
- **Prisma regular:** é um prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

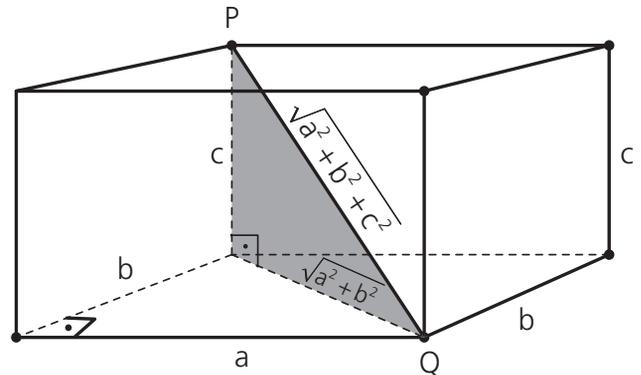


### Exercícios Resolvidos

- As medidas das arestas de um paralelepípedo reto, em metro, são as raízes da equação  $x^3 - 5x^2 + 8x - t = 0$ , onde  $t$  é um número real negativo. A medida da diagonal deste paralelepípedo é:  
 A) 7 m  
 B) 6 m  
 C) 5 m  
 D) 4 m  
 E) 3 m

#### Solução:

Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  as arestas do paralelepípedo retângulo a seguir.



Como  $a$ ,  $b$  e  $c$  são raízes de  $x^3 - 5x^2 + 8x + t = 0$ , encontramos as relações a seguir.

$$\text{Girard} \begin{cases} a + b + c = 5 \\ ab + ac + bc = 8 \\ abc = -t, \text{ em que } t \text{ é negativo} \end{cases}$$

Veja que:  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$

Então:

$$\begin{aligned} (5)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot 8 \\ 25 - 16 &= a^2 + b^2 + c^2 \\ 9 &= a^2 + b^2 + c^2 \end{aligned}$$

Logo:  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 3$  (diagonal)

Resposta: E

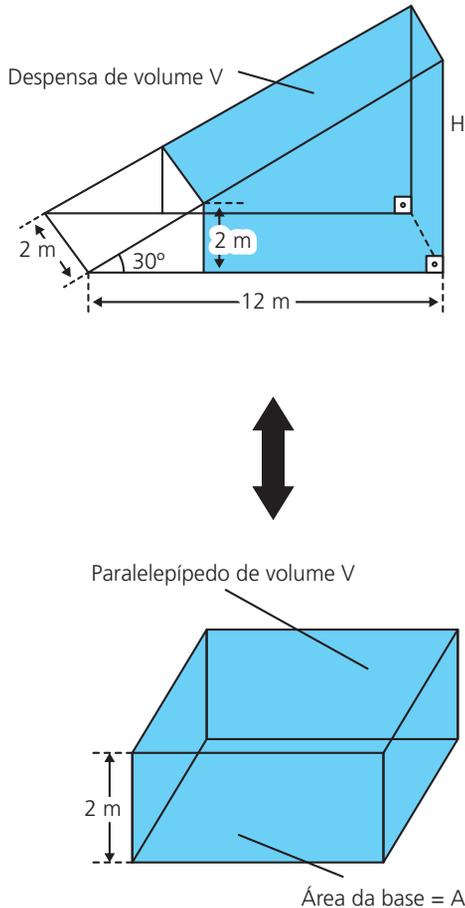


### Exercícios de Fixação

01. Em um restaurante, deseja-se aproveitar o espaço existente embaixo de uma escada para abrigar uma despensa que será climatizada com a instalação de um ar-condicionado. O trecho mais próximo da base da escada não será utilizado para que o novo cômodo tenha altura mínima de 2 metros. Sabe-se que a escada tem 2 metros de largura e faz um ângulo de  $30^\circ$  com o chão, e que a distância da base da escada à parede, sobre a qual está apoiada, é de 12 metros.

Para calcular a potência mínima que deve ter um ar-condicionado, pode-se multiplicar o valor fixo de 600 BTUs (Unidade Térmica Britânica) pela área da base do cômodo a ser climatizado. Essa regra é válida apenas para cômodos com 3 m de altura e que possuem formato de paralelepípedo reto. Entretanto, também pode ser utilizada para espaços com outros formatos, desde que se obtenha a área da base (A) do paralelepípedo reto de 3 metros de altura e de mesmo volume (V) do cômodo.

A figura a seguir ilustra a situação:

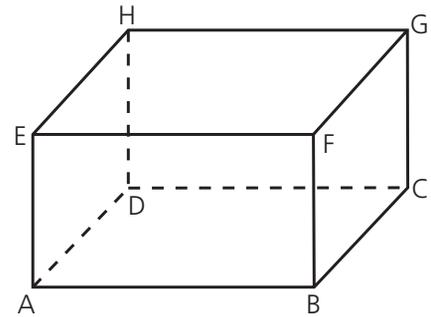


Desse modo, entre as potências de ar-condicionados seguintes, a que apresenta o menor valor e supera a potência requerida para a despesa é o modelo com

- A) 9 000 BTUs.
- B) 7 000 BTUs.
- C) 18 000 BTUs.
- D) 12 000 BTUs.
- E) 24 000 BTUs.

02. José reuniu alguns cubinhos brancos unitários (a medida da aresta de cada um deles é igual a 1 cm), formando um cubo maior, e, em seguida, pintou esse cubo de vermelho. Ao “desmontar” o cubo maior, verificou que tinha 80 cubinhos com mais de uma face pintada de vermelho. Nestas condições, pode-se afirmar corretamente que a medida, em centímetro, da aresta do cubo maior é
- A) 7
  - B) 8
  - C) 6
  - D) 9
  - E) 10

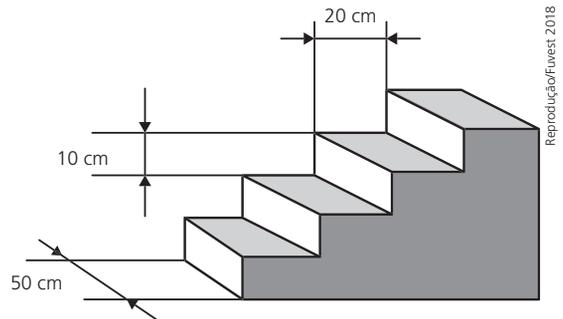
03. Um ambiente tem a forma de um paralelepípedo retorretângulo ABCDEFGH, conforme a figura a seguir.



Se  $AB = 2\sqrt{11}$  m,  $BC = \sqrt{5}$  m e  $BF = \sqrt{20}$  m, então a tangente do ângulo  $H\hat{A}F$  é igual a

- A)  $\sqrt{2} - 1$
- B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C) 1
- D)  $\sqrt{2}$
- E)  $\sqrt{3}$

04. (Fuvest/2018) A figura mostra uma escada maciça de quatro degraus, todos eles com formato de um paralelepípedo retorretângulo. A base de cada degrau é um retângulo de dimensões 20 cm por 50 cm, e a diferença de altura entre o piso e o primeiro degrau e entre os degraus consecutivos é de 10 cm.

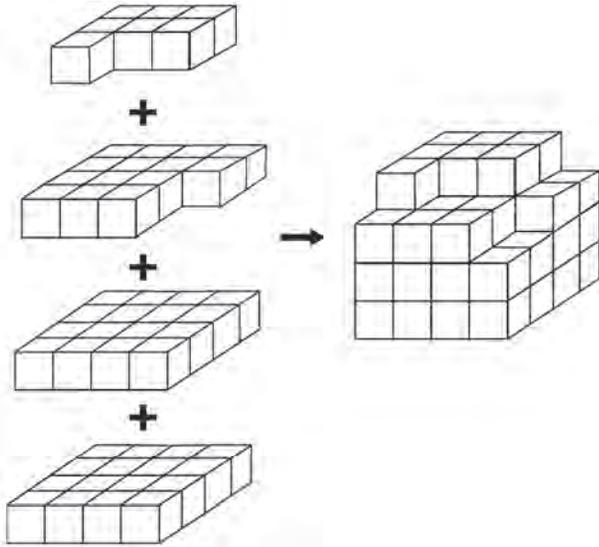


Se essa escada for prolongada para ter 20 degraus, mantendo o mesmo padrão, seu volume será igual a

- A) 2,1 m<sup>3</sup>
- B) 2,3 m<sup>3</sup>
- C) 3,0 m<sup>3</sup>
- D) 4,2 m<sup>3</sup>
- E) 6,0 m<sup>3</sup>

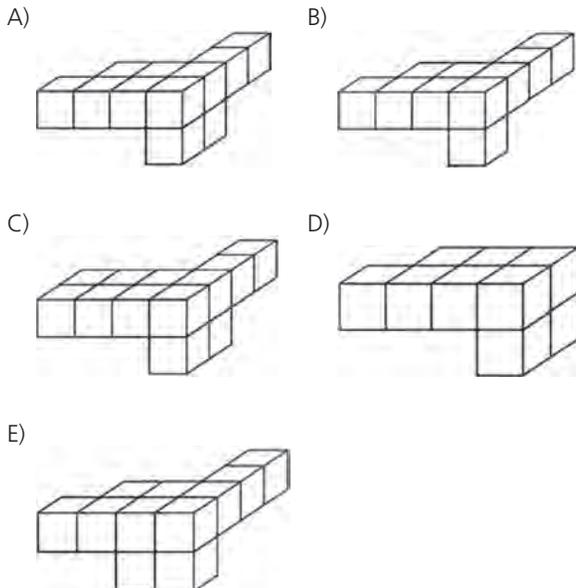
05. (Enem) *Minecraft* é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos.

Um jogador deseja construir um cubo com dimensões  $4 \times 4 \times 4$ . Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.



Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa.

O formato da peça capaz de completar o cubo  $4 \times 4 \times 4$  é



**Exercícios Propostos**

01. Diana pretende distribuir 6 litros de geleia em 25 potes iguais. Cada pote possui internamente o formato de um paralelepípedo de base quadrada com 5 cm de lado. Dividindo igualmente a geleia em todos os potes, qual é a altura interna que a geleia atingirá em cada recipiente?
- A) 6,0 cm  
 B) 7,5 cm  
 C) 9,6 cm  
 D) 15,0 cm  
 E) 24,0 cm

02. Considere um recipiente que tem a forma de um paralelepípedo retângulo, de arestas medindo 25 cm, 25 cm e 90 cm, ilustrado na Figura I. Ele está apoiado em uma de suas faces quadradas, sobre uma mesa horizontal, e encontra-se totalmente vazio.

Um segundo recipiente tem a forma de um cubo de aresta 30 cm e encontra-se totalmente cheio de água (Figura II). O conteúdo do cubo é despejado no paralelepípedo enchendo-o até uma altura  $x$ .

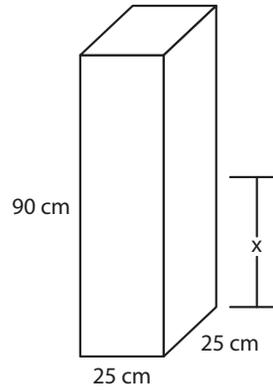


Figura I

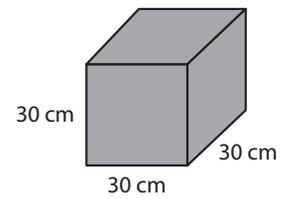
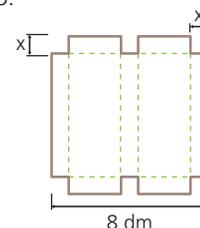


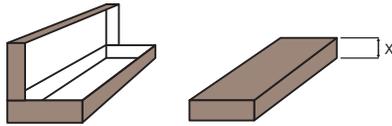
Figura II

Nessas circunstâncias, desprezando a espessura dos recipientes, o valor de  $x$ , em centímetro, é

- A) 25,2  
 B) 27  
 C) 30  
 D) 43,2  
 E) 45
03. Para decorar uma caixa com a forma de paralelepípedo reto retângulo, uma pessoa colou algumas fitas sobre suas faces, como mostra a figura.
- 
- Cada fita foi colada sem folga, ligando dois vértices opostos de uma mesma face, e havia fitas com comprimentos iguais a 10 cm,  $3\sqrt{29}$  cm e 17 cm. Portanto, o volume da caixa, em  $\text{cm}^3$ , é:
- A) 720  
 B) 680  
 C) 780  
 D) 810  
 E) 560
04. Para fazer uma caixa, foi utilizado um quadrado de papelão de espessura desprezível e 8 dm de lado, do qual foram recortados e retirados seis quadrados menores de lado  $x$ . Observe a ilustração.



Em seguida, o papelão foi dobrado nas linhas pontilhadas, assumindo a forma de um paralelepípedo retângulo, de altura  $x$ , como mostram os esquemas.



Então, é correto afirmar que o valor inteiro de  $x$  para que a caixa tenha volume igual a  $8 \text{ dm}^3$  é:

- A) 5
- B) 4
- C) 3
- D) 2
- E) 1

05. Uma piscina dever ser construída, como representada na Figura 1, em um terreno retangular de dimensões 18,0 m por 15,0 m.

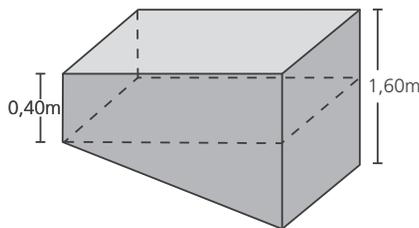


Figura 1

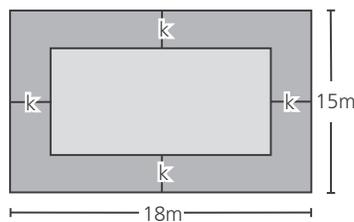


Figura 2

Sabendo que a piscina foi projetada tendo cada um dos lados paralelo aos lados do terreno, como indicado na Figura 2, calcule o valor de  $k$  – distância do lado do terreno à borda da piscina – para que a capacidade máxima da piscina seja igual a  $18 \text{ m}^3$ .

- A) 6
- B) 5
- C) 4
- D) 3
- E) 2

06. Um engenheiro vai projetar uma piscina, em forma de paralelepípedo retorrentângulo, cujas medidas internas são, em m, expressas por  $x$ ,  $20 - x$ , e 2. O maior volume que essa piscina poderá ter, em  $\text{m}^3$ , é igual a:

- A) 240
- B) 220
- C) 200
- D) 150
- E) 100

07. Uma caixa de embalagens dos Correios, em formato de paralelepípedo retorrentângulo, foi utilizada pelo partido A para envio de materiais de campanha (cartazes, santinhos, ...) nas últimas eleições.



scantall/123RF/EasyPix

As dimensões de uma caixa de embalagens utilizadas pelos Correios, em formato de paralelepípedo retorrentângulo, são dadas pelas raízes de polinômio  $p(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ . Portanto, a medida da diagonal da caixa é:

- A)  $\sqrt{7}$  u.c
- B)  $\sqrt{11}$  u.c
- C)  $\sqrt{13}$  u.c
- D)  $\sqrt{14}$  u.c
- E)  $\sqrt{21}$  u.c

08. Qual é o volume de uma caixa-d'água que tem o formato de um prisma reto no qual a base é um octógono regular de

- 1 metro de lado e a superfície lateral mede  $36(\sqrt{2} - 1)\text{m}^2$ ?
- A)  $6 \text{ m}^3$
- B)  $7 \text{ m}^3$
- C)  $8 \text{ m}^3$
- D)  $9 \text{ m}^3$
- E)  $10 \text{ m}^3$

09. O líquido AZ não se mistura com a água. A menos que sofra alguma obstrução, espalha-se de forma homogênea sobre a superfície da água formando uma fina película circular com 0,2 cm de espessura. Uma caixa em forma de paralelepípedo retangular, com dimensões de 7 cm, 10 cm e 6 cm, está completamente cheia do líquido AZ. Seu conteúdo é, então, delicadamente derramado em um grande recipiente com água. O raio da película circular que o líquido AZ forma na superfície da água, em centímetro, é

- A)  $\frac{1}{10} \sqrt{\frac{21}{\pi}}$
- B)  $\sqrt{\frac{210}{\pi}}$
- C)  $10 \sqrt{\frac{21}{\pi}}$
- D)  $\sqrt{\frac{21}{10\pi}}$
- E)  $\frac{\sqrt{21}}{10\pi}$

10. Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura. Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a

- A) 5 cm
- B) 6 cm
- C) 12 cm
- D) 24 cm
- E) 25 cm

**Aula**  
**19**

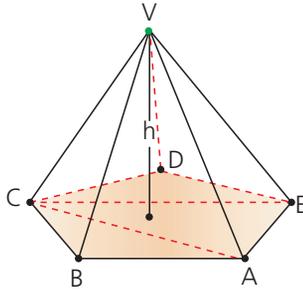
**Pirâmides**

C-02	H-06
	H-07
	H-08
	H-09



**Exercícios Resolvidos**

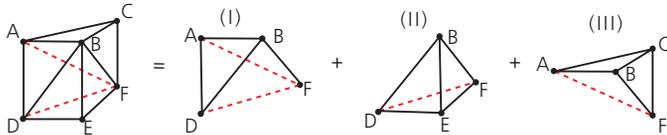
**Introdução**



Chama-se pirâmide o conjunto de pontos do espaço limitados por um ângulo poliédrico e por um plano que, não passando pelo vértice, corte todas as arestas do ângulo poliédrico. A secção plana do ângulo poliédrico chama-se base da pirâmide (ABCDE) e as porções das faces do ângulo poliédrico limitadas por essa base chamam-se faces da pirâmide. O vértice do ângulo poliédrico chama-se vértice da pirâmide (**V**).

**Uma rápida justificativa para o volume da pirâmide**

A seguir, temos a decomposição de um prisma triangular em três pirâmides triangulares.



Veja que:

- As pirâmides I e II têm volumes iguais, pois os triângulos ABD e BDE têm a mesma área e a distância de **F** ao plano ABED é única, isto é, as duas pirâmides têm a mesma altura.
  - As pirâmides II e III têm volumes iguais, pois os triângulos BEF e BCF têm a mesma área e a distância da aresta  $\overline{AD}$  ao plano BCFE é única, pois  $\overline{AD} \parallel \text{PI}(\text{BCFE})$ , então as duas pirâmides têm a mesma altura.
- Portanto, o volume de cada uma dessas pirâmides é igual a um terço do volume do prisma.

**Observações:**

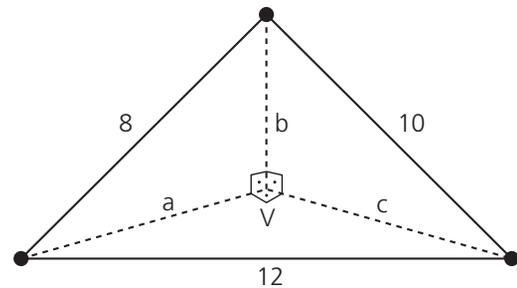
- Pelo princípio de Cavalieri, podemos garantir que duas pirâmides que têm mesma área da base e mesma altura, têm volumes iguais.
- **Pirâmide reta:** é a pirâmide cujo pé de sua altura coincide com o centro de sua base.
- **Pirâmide regular:** é a pirâmide reta de base regular.

- Se, em um tetraedro, três das faces que possuem um vértice comum **V**, são limitadas por triângulos retângulos e as medidas das arestas da face oposta ao vértice **V** são respectivamente 8 cm, 10 cm e 12 cm, então as medidas, em cm, das outras três arestas são:

- A)  $3\sqrt{6}, \sqrt{10}, 3\sqrt{10}$
- B)  $\sqrt{6}, 5\sqrt{3}, 9$
- C)  $2\sqrt{5}, 3\sqrt{6}, 8$
- D)  $2\sqrt{2}, \sqrt{10}, 2\sqrt{3}$
- E)  $\sqrt{3}, \sqrt{5}, 3\sqrt{2}$

**Solução:**

De acordo com o enunciado, temos a ilustração a seguir.



- Arestas solicitadas  $\rightarrow a, b$  e  $c$
- Pitágoras  $\rightarrow \begin{cases} b^2 + c^2 = 100 \\ a^2 + c^2 = 144 \\ a^2 + b^2 = 64 \end{cases}$

Então:

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 308$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 154$$

Portanto:

$$a^2 = 54 \rightarrow a = \sqrt{54} = 3\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$b^2 = 10 \rightarrow b = \sqrt{10} \text{ cm}$$

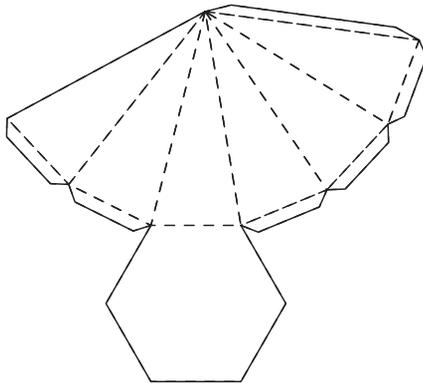
$$c^2 = 90 \rightarrow c = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ cm}$$

**Resposta: A**



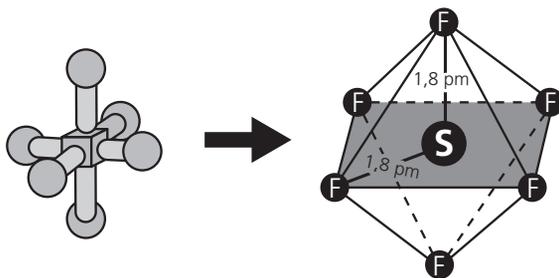
Exercícios de Fixação

01. A figura a seguir, apresenta um molde para construção de uma pirâmide hexagonal regular. Para montar essa pirâmide, basta recortar o molde seguido as linhas contínuas, dobrar corretamente nas linhas tracejadas e montar a pirâmide usando as abas trapezoidais para fixar sua estrutura com um pouco de cola.



Sabendo que cada um dos triângulos tracejados nesse molde é isósceles, com lados medindo 5 cm e 13 cm, qual das alternativas a seguintes mais se aproxima do volume dessa pirâmide?

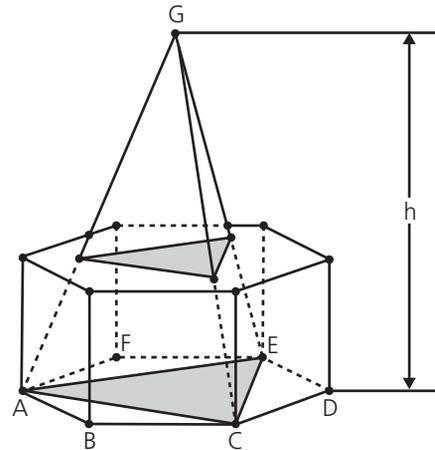
- A) 260 cm<sup>3</sup>
  - B) 276 cm<sup>3</sup>
  - C) 281 cm<sup>3</sup>
  - D) 390 cm<sup>3</sup>
  - E) 780 cm<sup>3</sup>
02. O hexafluoreto de enxofre é uma substância formada por um átomo de enxofre rodeado por seis átomos de flúor (SF<sub>6</sub>). No espaço, a molécula da origem a um octaedro regular, com os centros dos átomos de flúor correspondendo aos vértices do octaedro e o centro do átomo de enxofre corresponde ao centro desse sólido, como ilustra a figura a seguir.



Sabendo que a distância entre o centro do átomo de enxofre e o centro de qualquer átomo de flúor é de aproximadamente, 1,5 pm (1 pm = 10<sup>-12</sup> m), o volume do octaedro regular gerado pela molécula de SF<sub>6</sub> é de

- A) 2,25 pm<sup>3</sup>
- B) 1,5 pm<sup>3</sup>
- C) 3,0 pm<sup>3</sup>
- D) 3,5 pm<sup>3</sup>
- E) 4,5 pm<sup>3</sup>

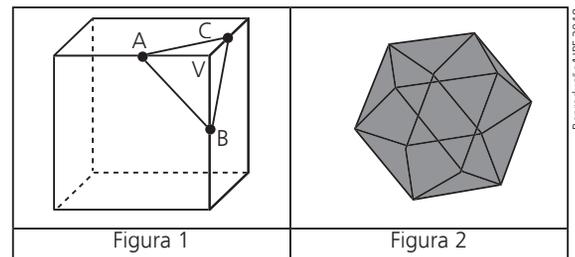
03. O esquema a seguir representa um prisma hexagonal regular de base ABCDEF, com todas as arestas congruentes, e uma pirâmide triangular regular de base ACE e vértice G.



Sabe-se que os dois sólidos têm o mesmo volume e que a altura **h** da pirâmide mede 12 cm.

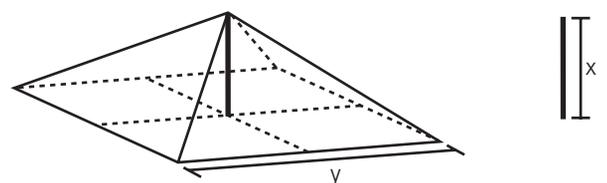
A medida da aresta do prisma, em centímetro, é igual a

- A) 1,5
  - B)  $\sqrt{3}$
  - C) 2
  - D)  $2\sqrt{3}$
  - E) 4
04. (UPF/2018) A medida de cada aresta do cubo da Figura 1 é 2 cm, e os pontos A, B e C são pontos médios de três arestas. Seccionando o cubo por um plano que passe por ABC, podemos retirar o sólido que se forma em seu vértice. Se repetirmos esse procedimento em todos os vértices do cubo, obtemos um cubo truncado, como mostra a Figura 2.



O volume do cubo truncado, em cm<sup>3</sup>, é

- A)  $\frac{10}{9}$
  - B)  $\frac{16}{3}$
  - C)  $\frac{1}{6}$
  - D)  $\frac{47}{6}$
  - E)  $\frac{20}{3}$
05. (Enem) A cobertura de uma tenda de lona tem formato de uma pirâmide de base quadrada e é formada usando quatro triângulos isósceles de base **y**. A sustentação da cobertura é feita por uma haste de medida **x**. Para saber quanto de lona deve ser comprado, deve-se calcular a área da superfície da cobertura da tenda.



A área da superfície da cobertura da tenda, em função de  $y$  e  $x$ , é dada pela expressão

- A)  $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$
- B)  $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$
- C)  $4y\sqrt{x^2 + y^2}$
- D)  $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$
- E)  $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$



**Exercícios Propostos**

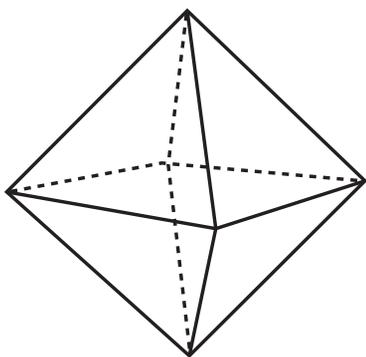
01. Para a feira cultural da escola, um grupo de alunos irá construir uma pirâmide reta de base quadrada. A pirâmide terá 3 m de altura e cada aresta da base medirá 2 m. A lateral da pirâmide será coberta com folhas quadradas de papel, que poderão ser cortadas para um melhor acabamento.

Se a medida do lado de cada folha é igual a 20 cm, o número mínimo dessas folhas necessárias à execução do trabalho será

Dado:  $\sqrt{10} \cong 3,2$

- A) 285
- B) 301
- C) 320
- D) 333
- E) 384

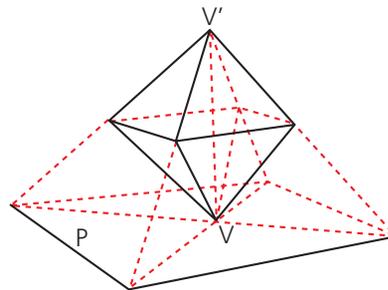
02. Walter é aluno do curso de Design Gráfico. Ele está interessado em objetos decorativos para ambientes internos. Para o seu trabalho de conclusão de curso, ele projetou uma divisória usando octaedros regulares, como o da figura a seguir. Nessa divisória, cada um deles é suspenso por meio de um fio vertical que é preso a um dos seus vértices.



Se cada octaedro tem 15 cm de aresta, qual o volume de cada um desses sólidos, em  $\text{cm}^3$ ?

- A)  $1512\sqrt{2}$
- B)  $1251\sqrt{2}$
- C)  $1215\sqrt{2}$
- D)  $1152\sqrt{2}$
- E)  $1125\sqrt{2}$

03. Considere um octaedro regular, cuja aresta mede 6 cm e um de seus vértices  $V$  repousa sobre um plano  $P$  perpendicular ao eixo que contém  $V$  (ver figura). Prolongando-se as quatro arestas que partem do outro vértice  $V'$ , que está na perpendicular a  $P$  em  $V$ , até interceptar o plano  $P$ , forma-se uma pirâmide regular de base quadrangular.



Assinale, então, dentre as alternativas seguintes, a única que corresponde à área total dessa pirâmide assim construída.

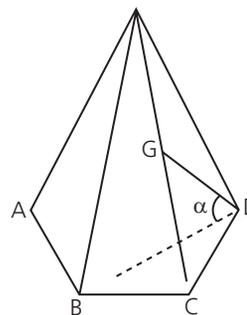
- A)  $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- B)  $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- C)  $144(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$
- D)  $144\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- E)  $108\sqrt{3} \text{ cm}^2$

04. É comum os artistas plásticos se apropriarem de entes matemáticos para produzirem, por exemplo, formas e imagens por meio de manipulações. Um artista plástico, em uma de suas obras, pretende retratar os diversos polígonos obtidos pelas intersecções de um plano com uma pirâmide regular de base quadrada.

Segundo a classificação dos polígonos, quais deles são possíveis de serem obtidos pelo artista plástico?

- A) Quadrados, apenas.
- B) Triângulos e quadrados, apenas.
- C) Triângulos, quadrados e trapézios, apenas.
- D) Triângulos, quadrados, trapézios e quadriláteros irregulares, apenas.
- E) Triângulos, quadrados, trapézios, quadriláteros irregulares e pentágonos, apenas.

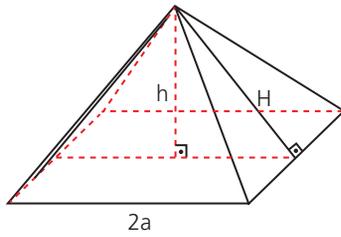
05. Considere uma pirâmide hexagonal regular de altura  $h$  e lado da base  $\ell$ , como mostrada na figura. Traça-se o segmento  $\overline{GD}$ , ligando o vértice  $D$  ao ponto  $G$  que divide a aresta  $\overline{VC}$  ao meio.



Se  $\alpha$  é o ângulo formado por  $\overline{GD}$  e sua projeção na base da pirâmide, então  $\text{tg } \alpha$  é

- A)  $\frac{h\sqrt{3}}{3\ell}$
- B)  $\frac{h}{2\ell}$
- C)  $\frac{h\sqrt{2}}{\ell}$
- D)  $\frac{h\sqrt{3}}{2\ell}$
- E)  $\frac{h\sqrt{3}}{\ell}$

06. A seguir, temos uma ilustração da grande pirâmide do Egito.



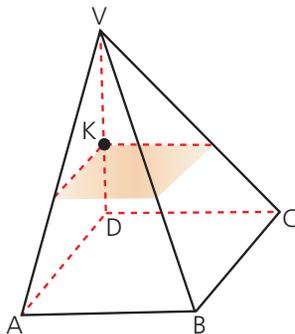
Chrupka/123RF/Getty Images

A pirâmide é regular e o quadrado da sua altura é igual ao produto da metade do lado da base pela altura dos triângulos das faces, ou seja, se  $2a$  é o lado da base da pirâmide,  $h$  a sua altura e  $H$  a altura dos triângulos das faces laterais, temos  $h^2 = \frac{H(2a)}{2} = Ha$ .

A razão  $\frac{H}{a}$  é igual a

- A)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
- B)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- C)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
- D)  $\frac{\sqrt{5}+2}{2}$
- E)  $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$

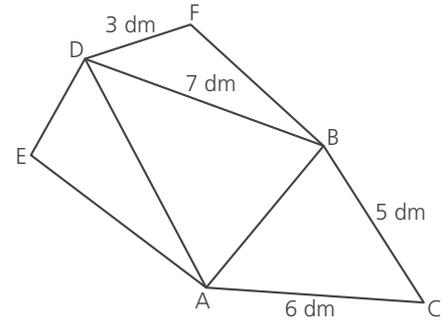
07. Uma peça tem a forma de uma pirâmide de base quadrada conforme ilustra a figura a seguir.



Um artesão resolveu construir duas peças de mesmo volume, cortando esta pirâmide de base quadrada com um plano paralelo à base ABCD. Se  $VD$  é perpendicular ao plano ABCD,  $VD = AD$  e  $K$  é o ponto onde esse plano intercepta a aresta  $VD$ , então a peça na forma de tronco de pirâmide obtida com esse corte tem altura igual a

- A)  $\frac{(2 - \sqrt[3]{4}) \cdot VD}{2}$
- B)  $\frac{VD}{2}$
- C)  $\frac{VD}{3}$
- D)  $(1 + \sqrt[3]{2}) \cdot VD$

08. Considere a planificação de um tetraedro, conforme a figura a seguir.



Os triângulos ABC e ABD são isósceles respectivamente em B e D. As medidas dos segmentos  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{BD}$  e  $\overline{DF}$  estão indicadas na figura.

A soma das medidas de todas as arestas do tetraedro, em dm, é

- A) 33
- B) 34
- C) 43
- D) 47
- E) 48

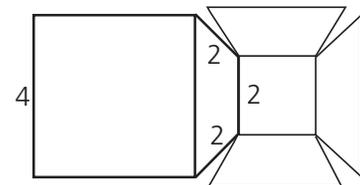
09. As pirâmides comunicam, ainda hoje, os valores culturais de uma das civilizações mais intrigantes da humanidade. Foram construídas para a preservação do corpo do faraó. De acordo com a lenda de Heródoto, as grandes pirâmides foram construídas de tal modo que a área da face era igual ao quadrado da altura da pirâmide.

MARTINS. Paulo Roberto. *A Matemática na arte e na vida* – 2ª ed. rev. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011. Adaptado.

Considere a pirâmide de base quadrada, cujo lado mede  $2a$ , a altura  $H$  e altura da face  $h$ , construída segundo a lenda de Heródoto. Se  $S$  expressa a área da face da pirâmide, então é correto afirmar que:

- A)  $S = (a + h)(a - h)$
- B)  $S = (h + a)(h - a)$
- C)  $S = (a + h)^2$
- D)  $S = (h - a)^2$
- E)  $S = a^2 \cdot h^2$

10. Considere a planificação do sólido formado por duas faces quadradas e por quatro trapézios congruentes, conforme medidas indicadas, em centímetro, na figura representada a seguir.



O volume desse sólido, em  $\text{cm}^3$ , é:

- A)  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$
- B)  $\frac{28\sqrt{2}}{3}$
- C)  $8\sqrt{2}$
- D)  $16\sqrt{2}$
- E)  $20\sqrt{2}$

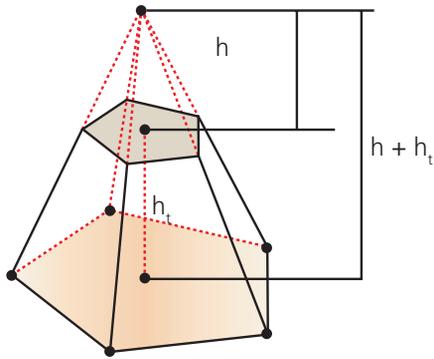
**Aula**  
**20**

**Tronco de Pirâmide de Bases Paralelas e do Tetraedro Regular**

C-02	H-06
	H-07
	H-08
	H-09

**Introdução**

Consideremos uma pirâmide cuja base tem área  $B$  e cuja secção, paralela à base, à distância  $h_t$  da base, tem área  $b$ . Chamando de  $h$  a distância da secção ao vértice da pirâmide, o volume do tronco,  $V_t$ , é dado por:  $V_t = \frac{h_t}{3} \cdot (B + b + \sqrt{Bb})$ . Veja:



- B: área da base maior
- b: área da base menor
- $h_t$ : altura do tronco
- h: altura da pirâmide menor
- $h + h_t$ : altura da pirâmide maior

• Sendo a pirâmide de altura  $h + h_t$  semelhante à pirâmide de altura  $h$ , temos:

I. As áreas dessas bases estão entre si, assim como os quadrados das alturas das pirâmides.

Então:

$$\frac{B}{b} = \left(\frac{h+h_t}{h}\right)^2 \rightarrow \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{b}} = \frac{h+h_t}{h} \rightarrow \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{b}} = 1 + \frac{h_t}{h} \rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{B} - \sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{h_t}{h} \rightarrow h \cdot (\sqrt{B} - \sqrt{b}) = h_t \cdot \sqrt{b}$$

II. Volume (tronco) = Volume (pirâmide maior) – Volume (pirâmide menor)

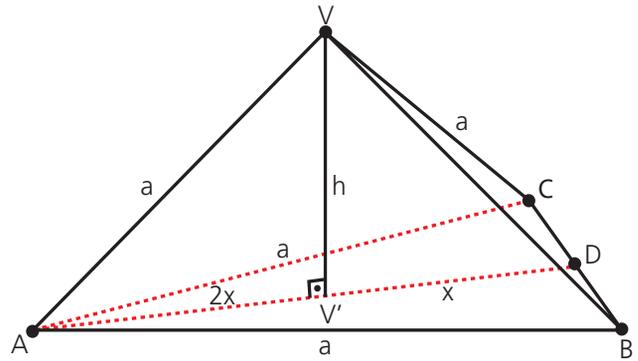
Então:

$$V_{\text{tronco}} = \frac{B \cdot (h+h_t)}{3} - \frac{b \cdot h}{3} = \frac{B \cdot h + Bh_t - b \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{h \cdot (\sqrt{B} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{B} + \sqrt{b}) + Bh_t}{3}$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{h_t \cdot \sqrt{b} \cdot (\sqrt{B} + \sqrt{b}) + Bh_t}{3} = \frac{h_t}{3} \cdot (B + b + \sqrt{Bb})$$

• Tetraedro regular: pirâmide triangular regular que tem todas as arestas congruentes



**Comentários**

- $V'$  é a projeção ortogonal do vértice  $V$ .
- Como a pirâmide é regular  $\rightarrow V'$  é o baricentro do  $\Delta ABC \rightarrow AV' = 2 \cdot (V'D)$

•  $3x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  (altura do  $\Delta$  equilátero de lado  $a$ )  $\rightarrow 2x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

• Pitágoras ( $\Delta VV'A$ ):

$$a^2 = (2x)^2 + h^2 \rightarrow a^2 = \frac{3a^2}{9} + h^2 \rightarrow h^2 = \frac{6a^2}{9} \rightarrow h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

• Área da base ( $\Delta ABC$ ) =  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

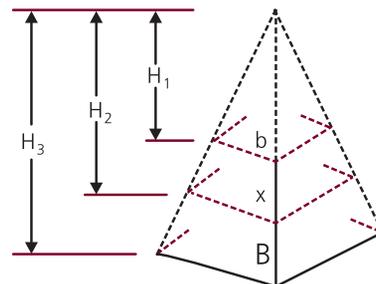
• Área lateral da pirâmide ( $V - ABC$ ) =  $3 \cdot \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)$ .

• Área total da pirâmide ( $V - ABC$ ) =  $4 \cdot \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) = a^2\sqrt{3}$ .

• Volume da pirâmide ( $V - ABC$ ) =  $\frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

**Exercícios Resolvidos**

- Corta-se um tronco de pirâmide de bases paralelas por um plano paralelo às bases, cuja relação das distâncias a essas bases é  $\frac{m}{n}$ . Ache a área da secção conhecendo as áreas  $B$  e  $b$  do tronco.



**Solução:**

$$\frac{H_2 - H_1}{H_3 - H_2} = \frac{m}{n} \quad (1)$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}} \Rightarrow H_1 = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}} H_2 \Rightarrow \frac{H_3}{H_2} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}} \Rightarrow H_3 = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}} H_2$$

Substituindo  $H_1$  e  $H_3$  em (1):

$$\frac{H_2 - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}} H_2}{\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}} H_2 - H_2} = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{\sqrt{x} - \sqrt{b}}{\sqrt{b} - \sqrt{x}} = \frac{m}{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n\sqrt{x} - n\sqrt{b} = m\sqrt{b} - m\sqrt{x} \Rightarrow (m+n)\sqrt{x} = m\sqrt{b} + n\sqrt{b} \Rightarrow$$

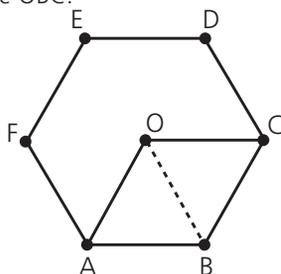
$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{m\sqrt{b} + n\sqrt{b}}{m+n} \Rightarrow x = \left( \frac{m\sqrt{b} + n\sqrt{b}}{m+n} \right)^2$$

**Resposta:**  $\left( \frac{m\sqrt{b} + n\sqrt{b}}{m+n} \right)^2$



**Exercícios de Fixação**

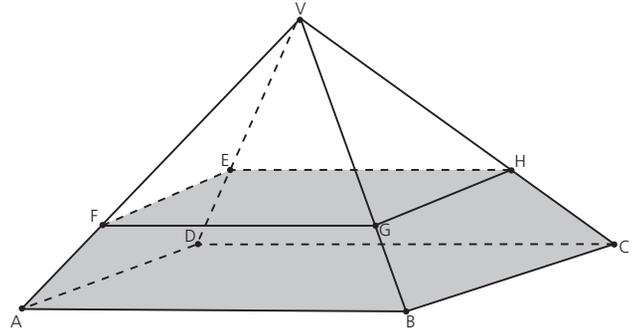
- Um engenheiro está projetando uma caixa-d'água de concreto em forma de tronco de pirâmide regular e reta, com as seguintes medidas internas: base menor de lado 6 m, base maior de 16 m de lado e com altura da face lateral de 13 m. A capacidade de armazenamento da caixa-d'água é de
  - 1.432.000 litros
  - 1.552 litros
  - 1.552.000 litros
  - 1.661,33 litros
  - 1.681.333 litros
- Uma lesma mora na superfície de um sólido com o formato de um tetraedro regular ABCD, cujas arestas têm, cada uma, comprimento L. A lesma se encontra no ponto médio da aresta AB e deseja viajar até o ponto médio da aresta CD. A menor distância que ela pode percorrer nessa viagem é
  - L
  - $L\sqrt{2}$
  - $\frac{L\sqrt{3}}{2}$
  - $L\sqrt{3}$
  - $\frac{3L}{2}$
- Em uma folha de papel, desenha-se um hexágono regular ABCDEF de lado 3 cm e inscrito em uma circunferência de centro O. O hexágono é recortado, e, em seguida, faz-se um recorte no raio  $\overline{OB}$ . A partir do recorte no raio, o pedaço de papel será usado para formar uma pirâmide de base quadrangular e centro O. Tal pirâmide será feita com a sobreposição e a colagem dos triângulos OAB e OCD, e dos triângulos OAF e OBC.



O volume da pirâmide formada após as sobreposições e colagens, em  $\text{cm}^3$ , é igual a

- $3\sqrt{2}$
- $3\sqrt{3}$
- $4\sqrt{2}$
- $\frac{9\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

- As rapaduras, fabricadas no Engenho JB, têm a forma de um tronco de pirâmide regular ABCDEFGH, conforme ilustra a figura a seguir.



Sabendo-se que os segmentos AB e EF medem, respectivamente, 15 cm e 12 cm, e que a altura da pirâmide VABCD mede 20 cm, o volume de cada rapadura, em  $\text{cm}^3$ , é igual a

- 2304
- 1500
- 768
- 732
- 500

- (Enem/2016) A figura mostra a pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade. Possui aproximadamente 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando em média 2,5 toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base seja um quadrado com lados medindo 214 m, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes e suas arestas laterais meçam 204 m.



Disponível em: <www.mauroweigel.blogspot.com>. Acesso em: 23 nov. 2011.

O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é

- 97,0
- 136,8
- 173,7
- 189,3
- 240,0



**Exercícios Propostos**

01. Se um tetraedro regular e um cubo têm áreas de superfície iguais, a razão entre o comprimento das arestas do tetraedro e o comprimento das arestas do cubo é igual a

- A)  $\sqrt{2}\sqrt{3}$
- B)  $\sqrt[4]{2}\sqrt{3}$
- C)  $\sqrt{2}\sqrt[4]{3}$
- D)  $\sqrt[4]{2}\sqrt[4]{3}$
- E)  $\sqrt[8]{6}$

02. Admita-se uma representação concreta do carbono, em forma de tetraedro regular, que se deseja forrar externamente com placas metálicas do tipo  $T_1$ , na base, do tipo  $T_2$ , nas faces laterais.

Sabendo-se que sua aresta mede 20 cm e que os preços das placas são R\$ 5,00 e R\$ 30,00, respectivamente, por  $\text{cm}^2$ , pode-se estimar que o custo total desse revestimento será de, aproximadamente,

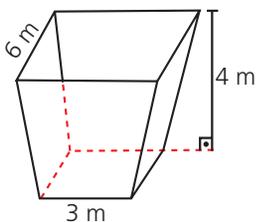
- A) R\$ 16.000,00
- B) R\$ 18.000,00
- C) R\$ 20.000,00
- D) R\$ 22.000,00
- E) R\$ 24.000,00

03. A distância do centro de um tetraedro regular de aresta  $a$  a cada um dos vértices é:

**Obs.:** o centro do tetraedro é o ponto equidistante dos vértices.

- A)  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$
- B)  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$
- C)  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$
- D)  $\frac{a\sqrt{6}}{9}$
- E)  $\frac{2a\sqrt{6}}{9}$

04. Um reservatório com a forma de tronco de pirâmide regular, representado pela figura ao lado, com bases quadradas e paralelas, está repleto de água. Deseja-se esvaziá-la com o auxílio de uma bomba de sucção que retira água com uma vazão constante.



A vazão, em litros/segundo, que essa bomba deve ter para que o reservatório seja esvaziado exatamente em 1 hora e 40 minutos é:

- A) 12 L/s
- B) 18 L/s
- C) 16 L/s
- D) 14 L/s
- E) 20 L/s

05. Um recipiente tem a forma de um tronco de pirâmide regular de 12 vértices. A soma dos perímetros das bases é 36 cm, a soma das áreas das bases é  $30\sqrt{3} \text{ cm}^2$  e sua altura mede 3 cm. Calcule o volume do tronco de pirâmide.

- A)  $50 \text{ cm}^3$
- B)  $42\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$
- C)  $43\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^3$
- D)  $43\sqrt{2} \text{ cm}^3$
- E)  $42\sqrt{3} \text{ cm}^3$

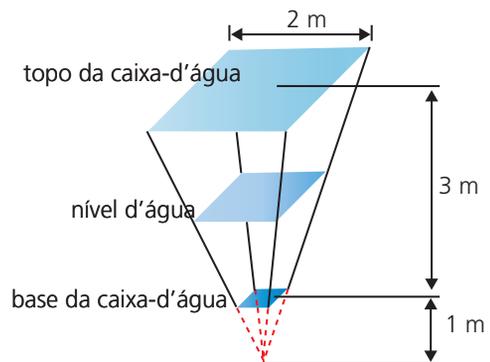
06. A figura a seguir representa o brinquedo Piramix. Ele tem a forma de um tetraedro regular, com cada face dividida em 9 triângulos equiláteros congruentes. Se, a partir de cada vértice, for retirada uma pirâmide regular cuja aresta é  $\frac{1}{3}$  da aresta do brinquedo, restará um novo sólido.



A razão entre as superfícies totais desse sólido e do Piramix equivale a

- A)  $\frac{4}{9}$
- B)  $\frac{5}{9}$
- C)  $\frac{7}{9}$
- D)  $\frac{8}{9}$
- E)  $\frac{7}{8}$

07. Uma caixa-d'água tem o formato de um tronco de pirâmide de bases quadradas e paralelas, como mostra a figura seguinte, na qual são apresentadas as medidas referentes ao interior da caixa.

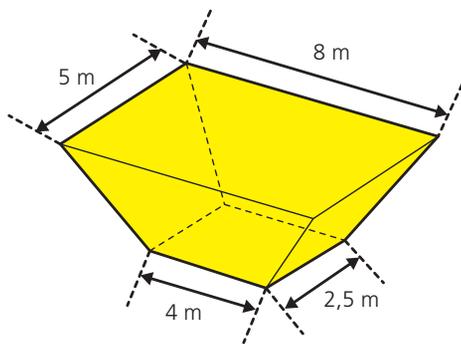


Se a caixa contém  $\left(\frac{13}{6}\right) \text{ m}^3$  de água, a que altura de sua base está o nível d'água?

- A) 0,5 m
- B) 1,0 m
- C) 1,5 m
- D) 2,0 m
- E) 2,5 m

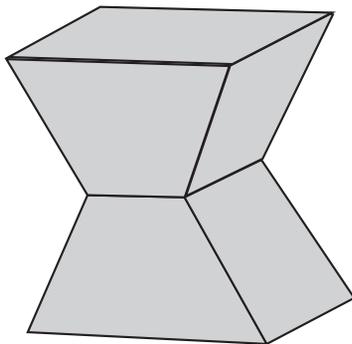
08. Considere dois troncos de pirâmides retas exatamente iguais. A base maior é um quadrado de lado igual a 2 metros, a base menor um quadrado de lado igual a 1 metro, e a distância entre as bases igual a 1 metro. Um monumento foi construído justapondo-se esses dois troncos nas bases menores, apoiando-se em um piso plano por meio de uma das bases maiores, formando um sólido. Dessa maneira, a medida da área da superfície exposta do monumento é, em  $m^2$ , igual a
- A)  $12\sqrt{2} + 4$
  - B)  $4 + 6\sqrt{5}$
  - C)  $12\sqrt{2} - 8$
  - D) 8
  - E)  $\frac{16}{3}$

09. O reservatório a seguir, tem a forma de um tronco de pirâmide de bases retangulares com 6 metros de profundidade.



Qual é o volume máximo de água, em litros, que esse reservatório pode conter? (Use  $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ )

- A) 100000 L
  - B) 110000 L
  - C) 120000 L
  - D) 130000 L
  - E) 140000 L
10. Uma peça maciça de vidro é feita juntando dois troncos de pirâmides congruentes de bases quadradas, conforme mostra a figura a seguir. As bases têm 20 cm e 8 cm de arestas e a altura da peça é de 30 cm.



Calcule o volume de vidro usado para fazer essa peça.

- A)  $6240 \text{ cm}^3$
- B)  $5240 \text{ cm}^3$
- C)  $4240 \text{ cm}^3$
- D)  $4120 \text{ cm}^3$
- E)  $3120 \text{ cm}^3$

**Seção Videoaula**



Pirâmides



Volume e Semelhança de Pirâmides

**Bibliografia**

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática – Contexto e Aplicações*. Ensino Médio. Ática.

DEGENSZAJN, David; outros. *Matemática – Volume único*. 4. ed. Atual.

IEZZI, Gelson. *Fundamentos de Matemática Elementar – Geometria Espacial*. Vol. 10. Atual.

MACHADO, Antônio dos Santos. *Matemática Temas e Metas – Áreas e Volumes*. Vol. 4. 2º Grau. Atual.

NETO, Aref Antar. *Noções de Matemática*. São Paulo: Moderna, 1. ed. 1979.

GIOVANNI, J. R., BONJORNO, J. R. *Matemática*. São Paulo: FTD, 2002. v. único.

Questões de diversos vestibulares do país.



**Anotações**



## Anotações

# MATEMÁTICA V

## GEOMETRIA ANALÍTICA

### Objetivo(s):

- Enaltecer a equação da reta em sua forma reduzida ( $y = m \cdot x + n$ ), no intuito de identificar o comportamento da reta por meio de seu coeficiente angular ( $m$ ).
- Reconhecer a condição de paralelismo ( $m_r = m_s$ ) e de perpendicularismo ( $m_r = -\frac{1}{m_s}$ ) por meio dos coeficientes angulares das retas.
- Identificar o paralelismo e o perpendicularismo quando uma das retas for vertical.
- Conhecer e aplicar a fórmula do ângulo formado por duas retas em um caso qualquer.
- Realizar a integração do estudo analítico da reta com a função afim, progressão aritmética e juros simples.
- Utilizar o coeficiente da reta como ferramenta para resolução das situações-problema de ciências da natureza (proporcionalidade, escalas termométricas, cinemática, resistores ôhmicos e gráficos).
- Reconhecer a circunferência como lugar geométrico.
- Identificar a equação da circunferência com centro na origem do plano cartesiano.
- Identificar a equação reduzida da circunferência com centro fora da origem, reconhecendo as coordenadas de seu centro e a medida de seu raio.
- Desenvolver e reconhecer a equação da circunferência em seu formato geral.

### Conteúdo:

#### AULA 16: ESTUDO ANALÍTICO DA RETA II

Exercícios .....96

#### AULA 17: POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS RETAS NO PLANO

Retas paralelas.....99

Retas concorrentes.....99

Retas perpendiculares.....99

Distância entre ponto e reta.....99

Exercícios .....100

#### AULA 18: ÂNGULO ENTRE DUAS RETAS

Ângulos entre retas.....103

Exercícios .....105

#### AULA 19: PROPORCIONALIDADE DA RETA (ANALOGIA À FUNÇÃO AFIM, PROGRESSÃO ARITMÉTICA E JUROS SIMPLES)

Introdução .....107

Exercícios .....109

#### AULA 20: CIRCUNFERÊNCIA I

Introdução .....111

Reconhecendo uma circunferência.....112

Exercícios .....112

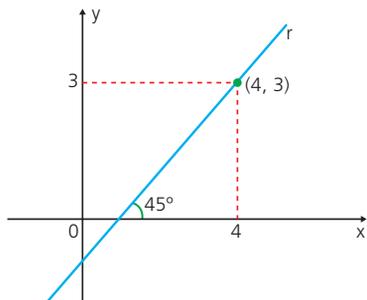
**Aula**  
**16**

**Estudo Analítico da Reta II**

C-2	H-6, 7
	8, 9
C-5	H-19, 20
	21, 22, 23

Vimos na aula anterior que, a partir de dois pontos distintos A e B, podemos obter as diversas representações algébricas associadas à reta  $r = \overline{AB}$ . Porém, conhecendo um ponto da reta  $r$  e o seu coeficiente angular, também é possível encontrar todas as formas analíticas da reta  $r$ .

Exemplificação:



Veja que:

$$\text{coeficiente angular} = \text{tg } 45^\circ = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - 3}{x - 4} = 1 \rightarrow y - 3 = x - 4$$

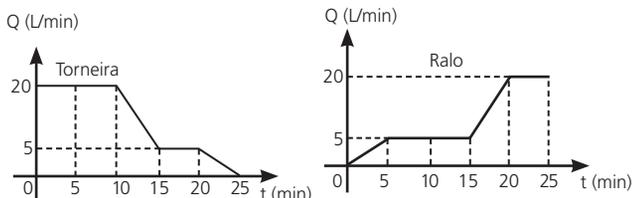
Daí:

- Equação geral da reta  $r$ :  $x - y - 1 = 0$
- Equação reduzida da reta  $r$ :  $y = x - 1$
- Equação segmentária da reta  $r$ :  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-1} = 1$
- Fazendo  $x = 2012t + 2$ , teremos  $y = 2012t + 1$ , que são equações paramétricas associadas à reta  $r$ .
- Equação fundamental da reta:  $y - 3 = 1 \cdot (x - 4)$



**Exercícios de Fixação**

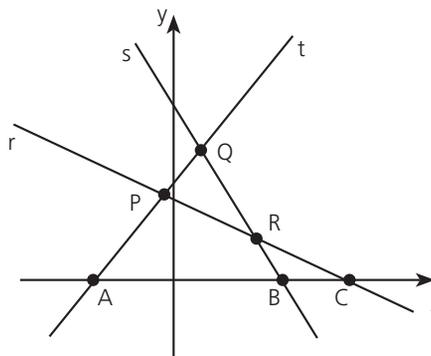
01. (Enem – Modificada) Um reservatório é abastecido com água por uma torneira e um ralo faz a drenagem da água desse reservatório. Os gráficos representam as vazões  $Q$ , em litro por minuto, do volume de água que entra no reservatório pela torneira e do volume que sai pelo ralo, em função do tempo  $t$ , em minuto.



Em qual intervalo de tempo, em minuto, o reservatório tem uma vazão constante de enchimento e de quanto é essa tal vazão?

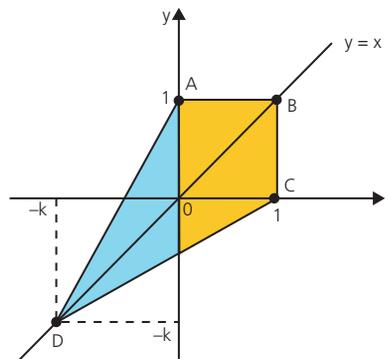
- A) Intervalo de 0 a 10 min com vazão de 15 L/min.
- B) Intervalo de 5 a 10 min com vazão de 10 L/min.
- C) Intervalo de 5 a 15 min com vazão de 10 L/min.
- D) Intervalo de 0 a 10 min com vazão de 10 L/min.
- E) Intervalo de 5 a 10 min com vazão de 15 L/min.

02. (Enem) Na figura estão representadas três retas no plano cartesiano, sendo P, Q e R os pontos de intersecções entre as retas, e A, B e C os pontos de intersecções dessas retas com o eixo  $x$ .



Essa figura é a representação gráfica de um sistema linear de três equações e duas incógnitas que

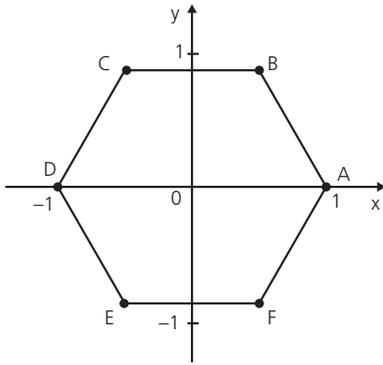
- A) possui três soluções reais e distintas, representadas pelos pontos P, Q e R, pois eles indicam onde as retas se intersectam.
  - B) possui três soluções reais e distintas, representadas pelos pontos A, B e C, pois eles indicam onde as retas intersectam o eixo das abscissas.
  - C) possui infinitas soluções reais, pois as retas se intersectam em mais de um ponto.
  - D) não possui solução real, pois não há ponto que pertença simultaneamente às três retas.
  - E) possui uma única solução real, pois as retas possuem pontos em que se intersectam.
03. (FGV/2017) Os pontos A(0, 1), B(1, 1), C(1, 0) e D(-k, -k), com  $k > 0$ , formam o quadrilátero convexo ABCD, com eixo de simetria sobre a bissetriz dos quadrantes ímpares.



O valor de  $k$  para que o quadrilátero ABCD seja dividido em dois polígonos de mesma área pelo eixo  $y$  é igual a

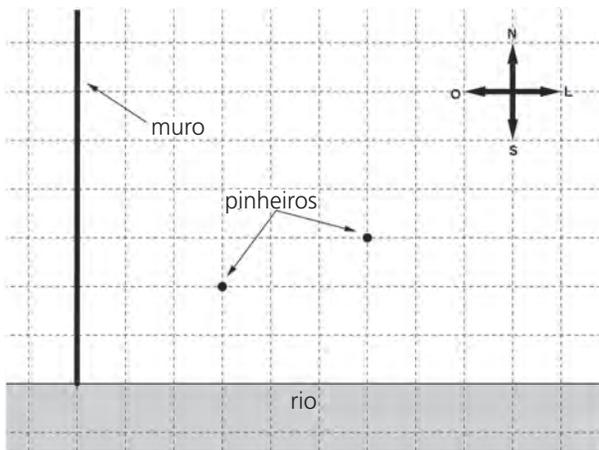
- A)  $\frac{2 + \sqrt{5}}{4}$
- B)  $\frac{3 + \sqrt{2}}{4}$
- C)  $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$
- D)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$
- E)  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

04. Os pontos A, B, C, D, E e F determinam um hexágono regular ABCDEF de lado 1, tal que o ponto A tem coordenadas (1, 0) e o ponto D tem coordenadas (-1, 0), como na figura a seguir.



A equação da reta que passa pelos pontos B e D é

- A)  $y = \sqrt{3}x$   
 B)  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$   
 C)  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 D)  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$   
 E)  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}$
05. (UFJF-MG/2010) Na malha quadriculada abaixo, cujos quadrados têm lados medindo 10 metros, encontra-se o mapa de um tesouro.



Sobre o tesouro, sabe-se que:

- encontra-se na direção determinada pelos dois pinheiros;
- está a 110 metros a leste do muro.

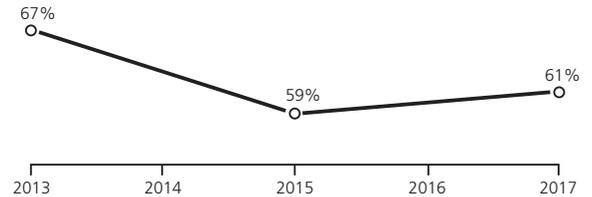
O valor que melhor aproxima a distância do tesouro à margem do rio, em metros, é:

- A) 44,3  
 B) 45,3  
 C) 45,7  
 D) 46,7  
 E) 47,3



Exercícios Propostos

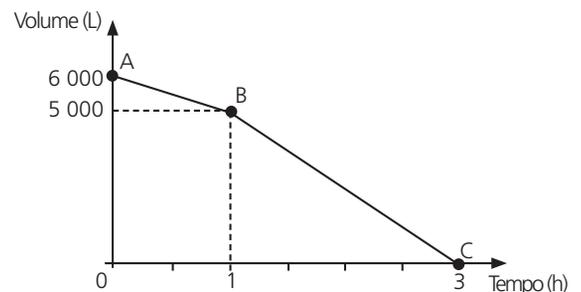
01. (Enem) A raiva é uma doença viral e infecciosa transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana. O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013, 2015 e 2017, no município de Belo Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los. Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013 a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear.



Disponível em: <http://pni.datasus.gov.br>. Acesso em: 5 nov. 2017.

Qual teria sido a cobertura dessa campanha no ano de 2014?

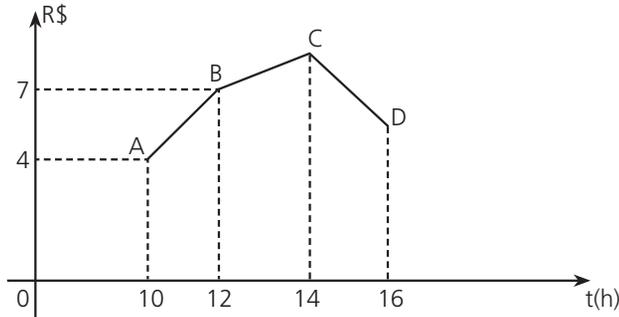
- A) 62,3%                      B) 63,0%  
 C) 63,5%                      D) 64,0%  
 E) 65,5%
02. (Uece/2019.1-2ª Fase) No plano, com o sistema de coordenadas cartesianas usual, escolhida uma unidade de comprimento (u.c.), a medida em (u.c.)<sup>2</sup> da área da região do plano limitada pelas retas  $x - 3y = 0$ ,  $3x - y = 0$  e  $x + y - 4 = 0$  é
- A) 8  
 B) 9  
 C) 4  
 D) 6
03. (Enem) Uma cisterna de 6 000 L foi esvaziada em um período de 3 h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.



Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

- A) 1 000  
 B) 1 250  
 C) 1 500  
 D) 2 000  
 E) 2 500

04. (ESPM) Um analista financeiro estuda o gráfico que representa a variação do preço, em reais, de uma determinada ação na Bolsa de Valores de SP, em função do tempo  $t$ , em minutos. Essa ação vale, inicialmente, A reais (R\$ 4,00) às 10 h, início do horário das negociações (pregão). Ao meio-dia ela está valendo B reais (R\$ 7,00). Às 14 h passa a custar C reais e, finalmente, às 16 h passa a valer D reais. Considere o gráfico uma linha poligonal formada pelos segmentos de retas  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CD}$ .

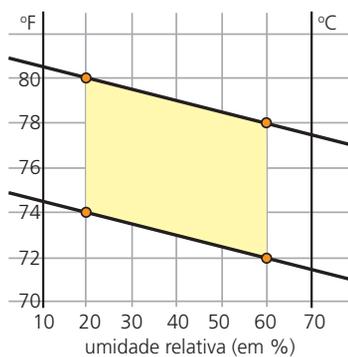


Sabe-se que:

- o coeficiente angular do segmento  $\overline{BC}$  vale metade do coeficiente angular do segmento  $\overline{AB}$ ;
- a ordenada do ponto D é  $\frac{2}{3}$  da ordenada do ponto C;
- o coeficiente angular do segmento  $\overline{CD}$  é igual a  $-1$ .

Podemos concluir que o valor da ação no ponto D é, em reais:

- A)  $\frac{17}{3}$                       B)  $\frac{18}{3}$   
 C)  $\frac{19}{3}$                       D)  $\frac{23}{4}$   
 E)  $\frac{24}{4}$
05. A região destacada do gráfico representa a zona térmica de conforto, levando-se em consideração a temperatura (em °C e °F) e a umidade relativa do ar. Sabe-se que 0 °C corresponde a 32 °F e que 100 °C correspondem a 212 °F.

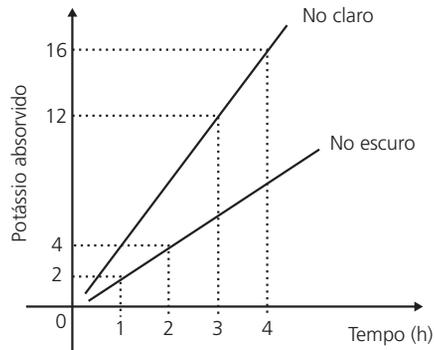


Considerando que  $T_f$  são as temperaturas em Fahrenheit e  $u$  a umidade relativa, a equação da reta que representa todas as temperaturas máximas de conforto, em graus Fahrenheit, é:

- A)  $T_f = -\frac{1}{10}u + 81$                       B)  $T_f = -\frac{1}{20}u + 80$   
 C)  $T_f = -\frac{1}{20}u + 61$                       D)  $T_f = -\frac{1}{10}u + 80$   
 E)  $T_f = -\frac{1}{20}u + 81$

- Texto para as questões 06 e 07.

O gráfico a seguir mostra o resultado de uma experiência relativa à absorção de potássio pelo tecido de um certo vegetal em função do tempo e em condições diferentes de luminosidade.



Nos dois casos, a função linear  $y = mx$  ajustou-se razoavelmente bem aos dados, daí a referência a  $m$  como a taxa de absorção (geralmente medida em  $\mu$  mols em unidade de peso por hora). Com base no gráfico, se  $m_1$  é a taxa de absorção no claro e  $m_2$  é a taxa de absorção no escuro, responda:

06. A equação da reta que representa a taxa de absorção no claro é dada por  
 A)  $2x - y = 0$   
 B)  $2x - 4y = 0$   
 C)  $4x + y = 0$   
 D)  $4x - y = 0$   
 E)  $2x + 4y = 0$
07. A relação entre as taxas de absorção  $m_1$  e  $m_2$  é dada por  
 A)  $m_1 = m_2$   
 B)  $2m_1 = m_2$   
 C)  $m_1 = 2m_2$   
 D)  $m_1 = 4m_2$   
 E)  $4m_1 = m_2$
08. (ITA) A área do quadrilátero definido pelos eixos coordenados e as retas  $r: x - 3y + 3 = 0$  e  $s: 3x + y - 21 = 0$ , em unidades de área, é igual a  
 A)  $\frac{19}{2}$                                       B) 10  
 C)  $\frac{25}{2}$                                       D)  $\frac{27}{2}$   
 E)  $\frac{29}{2}$
09. São dados os pontos  $A = (-2, 1)$ ,  $B = (0, -3)$  e  $C = (2, 5)$ . A equação da reta suporte da mediana do triângulo ABC, traçada pelo vértice A, é:  
 A)  $y = 1$                                       B)  $x = 1$   
 C)  $x = y$                                       D)  $x - y = 1$   
 E)  $x + y = 1$
10. Seja  $r$  a reta que forma, com os eixos coordenados  $x$  e  $y$  positivos, um triângulo com área igual a 12 unidades quadradas. Se o coeficiente angular da reta  $r$  é  $-\frac{2}{3}$ , sua equação é  
 A)  $3y + 2x = 12$                               B)  $3y - 2x = 12$   
 C)  $-3y + 2x = -12$                               D)  $y + 2x = 12$   
 E)  $-3y - 2x = 12$

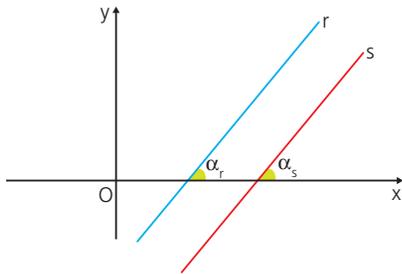
**Aula**  
**17**

**Posições Relativas de Duas Retas no Plano**

C-2 H-6, 7  
H-8, 9

**Retas paralelas**

Sejam  $r: y = m_r x + n_r$  e  $s: y = m_s x + n_s$ , retas no plano:



I. Se  $r \parallel s$  (distintas)  $\rightarrow \alpha_r = \alpha_s$  (ângulos correspondentes)  $\rightarrow \text{tg } \alpha_r = \text{tg } \alpha_s$ .

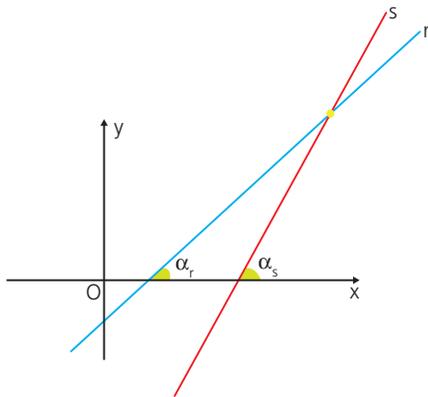
Logo:

$m_r = m_s$  (coeficientes angulares iguais).  
 $n_r \neq n_s$  (coeficientes lineares diferentes).

II. Se  $r \equiv s$  (coincidentes)  $\rightarrow m_r = m_s$  (coeficientes angulares iguais) e  $n_r = n_s$  (coeficientes lineares iguais).

**Retas concorrentes**

Sejam  $r: y = m_r x + n_r$  e  $s: y = m_s x + n_s$ , retas no plano:



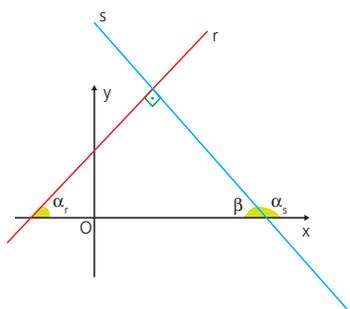
Se  $r \times s$  (concorrentes)  $\rightarrow \alpha_r \neq \alpha_s \rightarrow \text{tg } \alpha_r \neq \text{tg } \alpha_s$ .

Logo:

$m_r \neq m_s$  (coeficientes angulares são diferentes).

**Retas perpendiculares**

Sejam  $r: y = m_r x + n_r$  e  $s: y = m_s x + n_s$ , retas no plano:



$$\text{Se } r \perp s \rightarrow \begin{cases} \alpha_r + \beta = 90^\circ \rightarrow \text{tg } \beta = \frac{1}{\text{tg } \alpha_r} \\ \alpha_s + \beta = 180^\circ \rightarrow \text{tg } \alpha_s = -\text{Tg } \beta \rightarrow \text{tg } \alpha_s = -\frac{1}{\text{tg } \alpha_r} \end{cases}$$

Assim,  $\text{tg } \alpha_r \cdot \text{tg } \alpha_s = -1$

Logo:

$$m_r \cdot m_s = -1.$$

**Seguem algumas dicas:**

Sejam (r)  $A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$  e (s)  $A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$

Assim:

$r \parallel s$ (paralelas)	$r \equiv s$ (coincidentes)	$r \times s$ (concorrentes)
$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$	$\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$
Ex.: (r) $x + 2y - 3 = 0$ (s) $2x + 4y + 5 = 0$	Ex.: (r) $5x + 15y + 20 = 0$ (s) $x + 3y + 4 = 0$	Ex.: (r) $x + 2y - 7 = 0$ (s) $3x + y + 5 = 0$

**Observação:**

Para  $r \perp s$ , teremos  $m_r \cdot m_s = -1$ .

Note que, para duas retas perpendiculares entre si, têm-se:

**Ex 1:**

(r)  $(3x + 2)y + 7 = 0 \rightarrow m_r = -\frac{3}{2}$  (mesmo sinal)  
(s)  $(-2x + 3)y - 5 = 0 \rightarrow m_s = \frac{2}{3}$  (sinal contrário)

Conferindo:  $-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = -1$

**Ex 2:**

(t)  $(x + 7)y + 9 = 0 \rightarrow m_t = \frac{1}{7}$  (sinal contrário)  
(v)  $(7x + y) - 7 = 0 \rightarrow m_v = -7$  (mesmo sinal)

Conferindo:  $m_t \cdot m_v = \frac{1}{7} \cdot (-7) = -1$

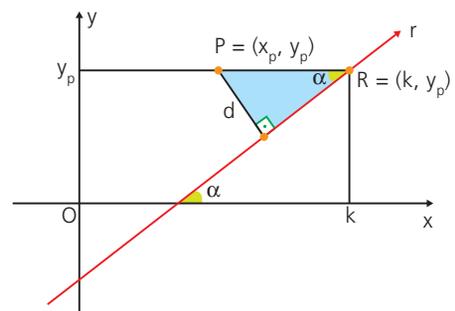
**Distância entre ponto e reta**

Uma justificativa rápida para a fórmula da distância de um ponto P a uma reta r pode ser alcançada a partir da particularização a seguir:

I. Equação geral da reta r:  $ax + by + c = 0$ , com  $a \neq 0$ .

II.  $P = (x_p, y_p) \in 1^\circ$  quadrante.

Representação geométrica no plano.



- Se  $(k, y_p) \in r \rightarrow ak + by_p + c = 0 \rightarrow by_p + c = -ak$ .
- Se  $r: ax + by + c = 0 \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = -\frac{a}{b}$  (coeficiente angular)  $\rightarrow$   
 $\rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  (I).
- Na figura anterior, temos:  
 $\operatorname{sen} \alpha = \frac{d}{k - x_p}$  (II).
- Comparando (I) e (II), encontramos:  
 $\frac{d}{k - x_p} = -\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow d = \frac{-ak + ax_p}{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow d = \frac{by_p + c + ax_p}{\sqrt{a^2 + b^2}}$   
 $\rightarrow d = \frac{ax_p + by_p + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

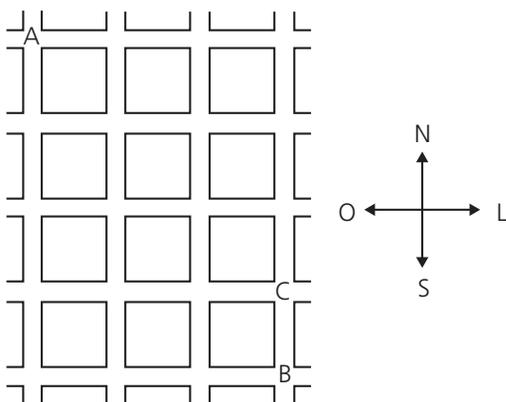
De um modo geral, concluímos:

$$d(P, r) = \frac{|ax_p + by_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



### Exercícios de Fixação

01. A figura indica uma parte do mapa das ruas de uma cidade. Nesse mapa, todas as ruas são paralelas ou perpendiculares, e os quarteirões são quadrados.



Adote:

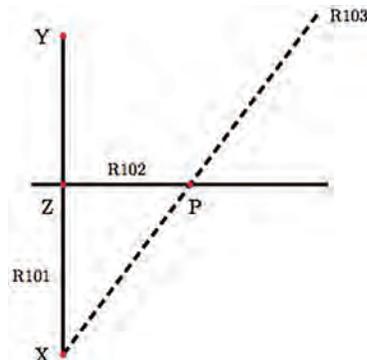
- cada rua do mapa como sendo uma reta;
- a origem dos eixos cartesianos ortogonais posicionada no ponto A, com Ox e Oy sobre as retas perpendiculares que passam por A;
- a unidade linear de medida de cada quarteirão como sendo 1.

Dois linhas subterrâneas de esgoto devem ser construídas, uma delas ligando os pontos A e B, e a outra ligando C com a linha que liga A até B.

Não havendo restrições do subsolo para a construção das linhas, a equação da reta que representa a linha de esgoto que passa pelo ponto C é:

- A)  $3x + 4y + 20 = 0$
- B)  $3x - 4y - 21 = 0$
- C)  $3x - 4y - 20 = 0$
- D)  $3x - 4y + 21 = 0$
- E)  $-3x - 4y + 21 = 0$

02. Duas cidades X e Y são interligadas pela rodovia R101, que é retilínea e apresenta 300 km de extensão. A 160 km de X, à beira da R101, fica a cidade Z, por onde passa a rodovia R102, também retilínea e perpendicular à R101. Está sendo construída uma nova rodovia retilínea, a R103, que ligará X à capital do estado. A nova rodovia interceptará a R102 no ponto P, distante 120 km da cidade Z.

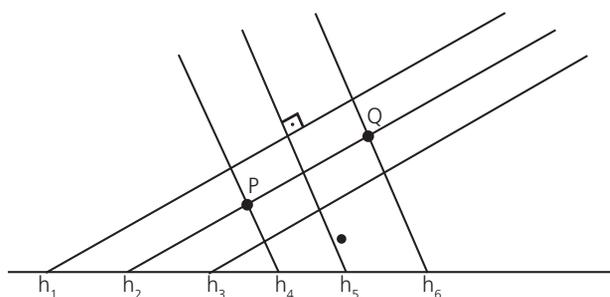


O governo está planejando, após a conclusão da obra, construir uma estrada ligando a cidade Y até a R103. A menor extensão, em quilômetros, que esta ligação poderá ter é

- A) 250
- B) 240
- C) 225
- D) 200
- E) 180

- Texto para as questões 03 e 04.

19 de Abril é a data em que se comemora, em todo território nacional, o Dia do Exército Brasileiro. Esse ano, na Capital Federal, em alusão à data, holofotes  $h_1, h_2$  e  $h_3$  emitiram um feixe  $\alpha$  de raios de luzes paralelas, no qual o fecho oriundo de  $h_2$  passou pelos pontos  $P(3,5)$  e  $Q(9,8)$ . Em seguida, um feixe  $\beta$ , também composto de raios de luzes paralelas, foi aceso pelos holofotes  $h_4, h_5$  e  $h_6$ . O sistema de eixos coordenados adotam o hectômetro como unidade.



03. A equação que representa o feixe  $\alpha$ , com  $a \in \mathbb{R}$  é:

- A)  $x - 2y + a = 0$
- B)  $2x + y + a = 0$
- C)  $x - y + a = 0$
- D)  $2x - y + a = 0$
- E)  $x + y + a = 0$

04. A equação que representa o feixe  $\beta$ , com  $b \in \mathbb{R}$  é:

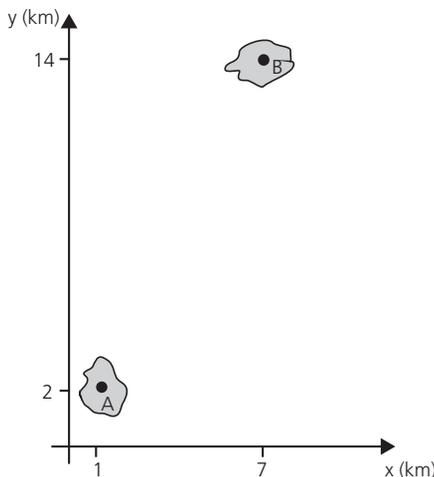
- A)  $x + 2y + b = 0$
- B)  $-x + 2y + b = 0$
- C)  $x + y + b = 0$
- D)  $2x + y + b = 0$
- E)  $-x + y + b = 0$

05. Um pequeno vilarejo é delimitado por uma região triangular ABC. O Google maps representou cartograficamente os seguintes dados: o ponto  $A = \left(4, \frac{25}{6}\right)$ , a reta  $r: 3x + 4y - 12 = 0$ , o triângulo de vértices ABC, cuja base  $\overline{BC}$ , está contida em  $r$  ( $B \in \overline{Ox}$  e  $C \in \overline{Oy}$ ); e sabe-se que as medidas dos lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  são iguais a  $\frac{25}{6}$ . Então, a área e o perímetro desse pequeno vilarejo são, respectivamente, iguais a

- A)  $\frac{22}{3}$  e  $\frac{40}{3}$                       B)  $\frac{23}{3}$  e  $\frac{40}{3}$   
 C)  $\frac{25}{3}$  e  $\frac{41}{3}$                       D)  $\frac{25}{3}$  e  $\frac{31}{3}$   
 E)  $\frac{25}{3}$  e  $\frac{40}{3}$

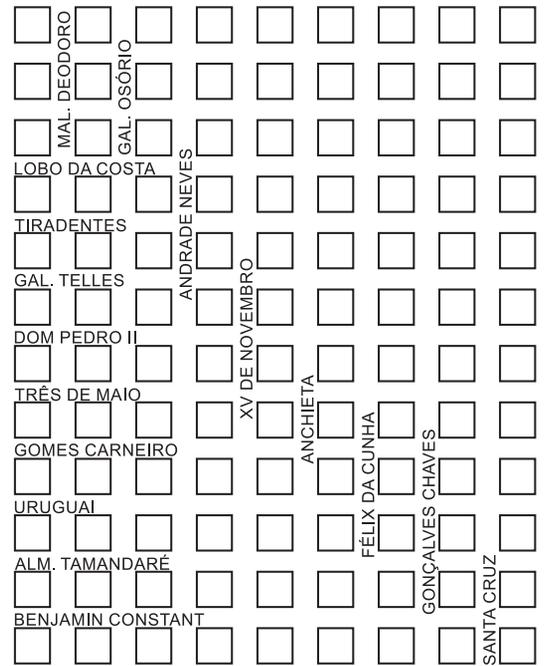
**Exercícios Propostos**

01. (Uece) Considere, em um plano com o sistema de coordenadas cartesiano usual, a circunferência que contém os pontos  $M(0,0)$ ,  $P(3,0)$  e  $Q(0,4)$ . Se K é o centro dessa circunferência, então, a equação da reta que contém o ponto K e é perpendicular ao segmento  $\overline{PQ}$  é  
 A)  $6x + 8y - 25 = 0$ .                      B)  $4x - 3y = 0$ .  
 C)  $6x - 8y + 7 = 0$ .                      D)  $4x + 3y - 12 = 0$ .
02. Uma formiga se desloca em um plano, ao longo de uma reta. Passa pelo ponto  $(1, -2)$  e percorre a menor distância até interceptar a trajetória retilínea de outra formiga, nesse mesmo plano, descrita pela equação  $y + 2x = 8$ . A equação da reta que representa a trajetória da primeira formiga é  
 A)  $2y - x + 5 = 0$                       B)  $y - x + 3 = 0$   
 C)  $y + x + 1 = 0$                       D)  $2y + x + 2 = 0$   
 E)  $x - y + 1 = 0$
03. Uma ferrovia foi planejada para conter um trecho retilíneo cujos pontos são equidistantes dos centros A e B de dois municípios. Em seu projeto de construção, utilizou-se o plano cartesiano, com coordenadas em quilômetros, em que  $A = (1, 2)$  e  $B = (7, 14)$ . Observe o gráfico:



- A equação da reta suporte desse trecho retilíneo da ferrovia é  
 A)  $x - 2y - 20 = 0$                       B)  $2x + y - 20 = 0$   
 C)  $x - y + 20 = 0$                       D)  $x + 2y - 20 = 0$   
 E)  $2x - y + 20 = 0$

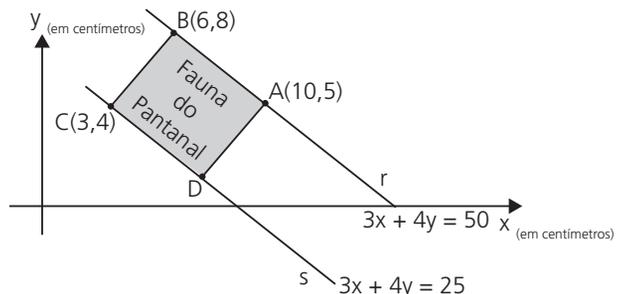
04. Observe a figura a seguir, na qual estão representadas algumas ruas de Pelotas.



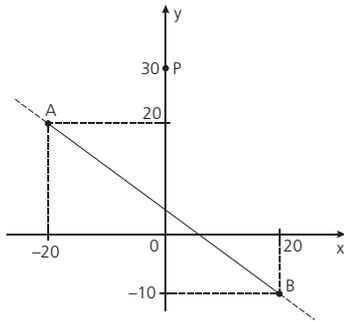
- Considere que:
- as larguras das ruas sejam desprezíveis e o lado de cada quadra seja 01 (uma) unidade de medida;
  - todas as quadras sejam quadradas de dimensões iguais;
  - a rua Gomes Carneiro seja o eixo das abscissas;
  - a rua XV de Novembro seja o eixo das ordenadas;
  - o cruzamento das ruas Tiradentes e Mal. Deodoro seja o ponto A;
  - o cruzamento das ruas Alm. Tamandaré e Gonçalves Chaves seja o ponto B.

A equação da reta que passa pelos pontos A e B é  
 A)  $x + y + 1 = 0$   
 B)  $x + y - 1 = 0$   
 C)  $x - y - 1 = 0$   
 D)  $x - y + 1 = 0$

- Texto para a questões 05 e 06.  
 A figura mostra uma representação plana da capa de uma edição especial do livro Fauna do Pantanal. A razão de semelhança entre cada lado da representação e cada lado correspondente da capa real do livro é 20%.

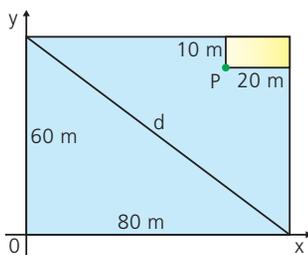


05. Qual a distância entre as retas  $r$  e  $s$ ?  
 A) 3 cm                                  B) 4 cm  
 C) 5 cm                                  D) 6 cm  
 E) 7 cm
06. Qual o perímetro real da capa do livro?  
 A) 70 cm                                  B) 80 cm  
 C) 90 cm                                  D) 100 cm  
 E) 110 cm
07. A figura a seguir ilustra as localizações de um Posto de Saúde (P) e de um trecho retilíneo de uma rodovia (AB) em um plano cartesiano ortogonal, na escala 1 : 200.



Pretende-se construir uma estrada ligando o Posto à rodovia, de modo que a distância entre eles seja a menor possível. Se a unidade de medida real é o metro, a distância entre o Posto e a rodovia deverá ser igual a

- A) 600 m                                  B) 800 m  
 C) 2 km                                    D) 3 km  
 E) 4 km
08. A representação gráfica da equação  $(x + y)^2 = x^2 + y^2$  no sistema cartesiano ortogonal é  
 A) o conjunto vazio.  
 B) um par de retas perpendiculares.  
 C) um ponto.  
 D) um par de pontos.  
 E) um círculo.
09. (UFC) Seja  $r$  a reta que passa pelos pontos  $P(1,0)$  e  $Q(-1, -2)$ . Então, o ponto simétrico de  $N(1, 2)$ , com relação a reta  $r$  é:  
 A)  $(0, 0)$ .                                  B)  $(3, 0)$ .  
 C)  $(5/2, 1)$ .                              D)  $(0, -1)$ .  
 E)  $(1, 1)$ .
10. Em um terreno retangular de 80 m por 60 m, um ponto P localiza-se a 10 m de um dos lados e a 20 m do outro, conforme a figura a seguir. A distância do ponto P à diagonal  $d$  desse terreno é igual a

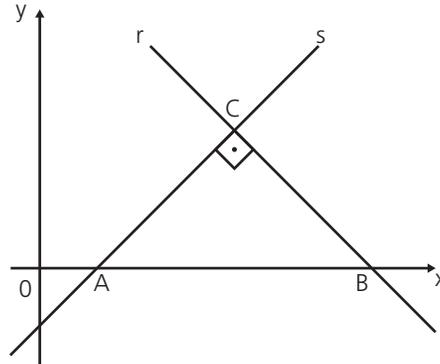


- A) 25 metros.                              B) 26 metros.  
 C) 27 metros.                              D) 28 metros.  
 E) 29 metros.



Fique de Olho

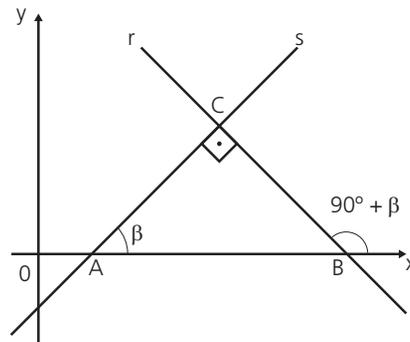
Sejam duas retas,  $r$  e  $s$ , não verticais e perpendiculares no ponto C, representadas em um plano cartesiano.



Considerando o ângulo de inclinação da reta  $s$  como sendo  $\beta$ , então o ângulo de inclinação da reta  $r$  será  $90^\circ + \beta$ . Dessa forma, utilizando um pouco de trigonometria, teremos:

Coefficiente angular da reta  $s$ :  $m_s = \text{tg } \beta$

Coefficiente angular da reta  $r$ :  $m_r = \text{tg } (90^\circ + \beta)$



Desenvolvendo o arco-soma, conseguimos comparar o coeficiente angular das duas retas, veja:

$$\text{tg } (90^\circ + \beta) = \frac{\text{sen}(90^\circ + \beta)}{\text{cos}(90^\circ + \beta)} = \frac{\text{sen}90^\circ \cdot \text{cos } \beta + \text{sen } \beta \cdot \text{cos } \beta}{\text{cos}90^\circ \cdot \text{cos } \beta - \text{sen}90^\circ \cdot \text{sen } \beta}$$

$$\text{tg } (90^\circ + \beta) = \frac{\text{cos } \beta}{-\text{sen } \beta}$$

$$\text{tg } (90^\circ + \beta) = \frac{-1}{\text{tg } \beta}$$

Como  $m_s = \text{tg } \beta$  e  $m_r = -1 / \text{tg } \beta$ , podemos dizer que:

$$m_s = -1/m_r, \text{ ou ainda, } m_s \cdot m_r = -1$$

Dessa forma, chegamos à conclusão de que em duas retas perpendiculares o coeficiente angular de uma das retas será igual ao oposto do inverso (inverso simétrico) do coeficiente angular da outra.

Seção Videoaula



Distância entre Ponto e Reta

**Aula**  
**18**

**Ângulo entre Duas Retas**

C-2 H-6,7  
H-8,9

**Ângulos entre retas**

Sejam duas retas concorrentes,  $r_1$  e  $r_2$ , ambas **obíquas** aos eixos coordenados e **não perpendiculares entre si**. Elas determinam dois pares de ângulos congruentes (por serem opostos pelo vértice). Dois desses ângulos são agudos ( $\theta$ ) e dois, obtusos ( $\beta$ ), conforme as figuras seguintes:

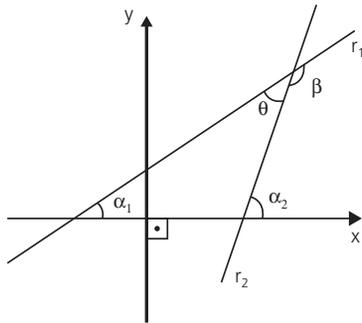


Figura 1

ou

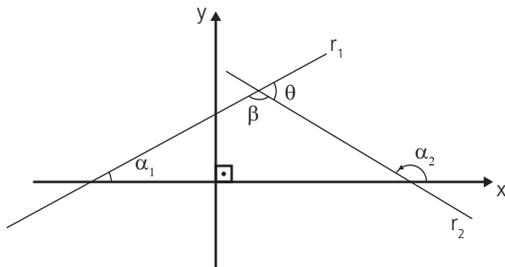


Figura 2

Concentraremos nossa atenção no ângulo agudo  $\theta$  indicado na figura.

Sejam  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  os ângulos formados pelas retas  $r_1$  e  $r_2$  com o eixo  $x$  no sentido positivo, lembrando que em um triângulo o ângulo externo é igual à soma dos internos não adjacentes, e sabendo que

$$\text{tg}(a - b) = \frac{\text{tg } a - \text{tg } b}{1 - \text{tg } a \cdot \text{tg } b}, \text{ temos:}$$

**Na figura 1:**

$$\begin{aligned} \bullet \alpha_2 = \alpha_1 + \beta &\Rightarrow \theta = \alpha_2 - \alpha_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{tg } \theta &= \frac{\text{tg } \alpha_2 - \text{tg } \alpha_1}{1 + \text{tg } \alpha_1 \cdot \text{tg } \alpha_2} > 0 \quad (\theta \text{ é agudo}) \end{aligned}$$

**Na figura 2:**

$$\begin{aligned} \bullet \alpha_2 = \alpha_1 + \beta &\Rightarrow \beta = \alpha_2 - \alpha_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{tg } \beta &= \frac{\text{tg } \alpha_2 - \text{tg } \alpha_1}{1 + \text{tg } \alpha_1 \cdot \text{tg } \alpha_2} < 0 \quad (\beta \text{ é obtuso}) \\ \bullet \theta + \beta = 180^\circ &\Rightarrow \text{tg } \theta = -\text{tg } \beta \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{tg } \theta &= \frac{\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2}{1 + \text{tg } \alpha_1 \cdot \text{tg } \alpha_2} > 0 \quad (\theta \text{ é agudo}) \end{aligned}$$

Assim,  $\text{tg } \theta = \left| \frac{\text{tg } \alpha_2 - \text{tg } \alpha_1}{1 + \text{tg } \alpha_2 \cdot \text{tg } \alpha_1} \right|$ , onde  $\theta$  é o ângulo agudo entre  $r_1$  e  $r_2$ .

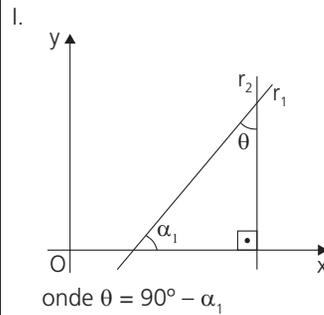
Como  $\text{tg } \alpha_1 = m_1$  e  $\text{tg } \alpha_2 = m_2$ , podemos escrever:

$$\text{tg } \theta = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1} \right|$$

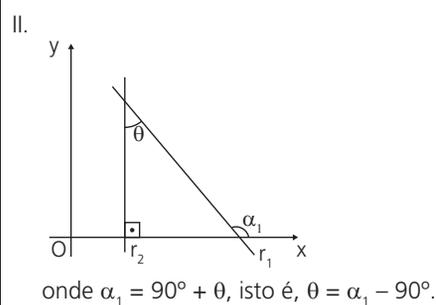
Evidentemente:

- se as retas  $r_1$  e  $r_2$  forem paralelas, teremos  $m_1 = m_2$ ,  $\text{tg } \theta = 0$  e, conseqüentemente,  $\theta = 0^\circ$ .
- se as retas  $r_1$  e  $r_2$  forem perpendiculares, teremos  $m_1 \cdot m_2 = -1$ ,  $\text{tg } \theta$  não existe e, conseqüentemente,  $\theta = 90^\circ$ .

Porém, se uma das retas for vertical e a outra oblíqua aos eixos, teremos dois casos:



ou



Então, em ambos casos:

$$\theta = |90^\circ - \alpha_1| \Rightarrow \text{tg } \theta = |\text{tg}(90^\circ - \alpha_1)| \Rightarrow \text{tg } \theta = |\text{c} \text{otg } \alpha_1| = \left| \frac{1}{\text{tg } \alpha_1} \right|.$$

Daí,  $\text{tg } \theta = \left| \frac{1}{m_1} \right|$ .

**Exercícios Resolvidos**

**01.** Determine o ângulo agudo formado pelas retas (r):  $y = x$  e (s):  $y = \sqrt{3}x - 5\sqrt{3}$ .

**Solução:**

Sejam  $\theta$  o ângulo agudo entre  $r$  e  $s$ , temos:

I.  $m_r = 1$  e  $m_s = \sqrt{3}$  (coeficientes de  $x$  na equação reduzida).

$$\begin{aligned} \text{II. } \text{tg } \theta &= \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + 1 \cdot \sqrt{3}} \right| = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{tg } \theta = 2 - \sqrt{3} \quad (\text{quem é o } \theta?). \end{aligned}$$

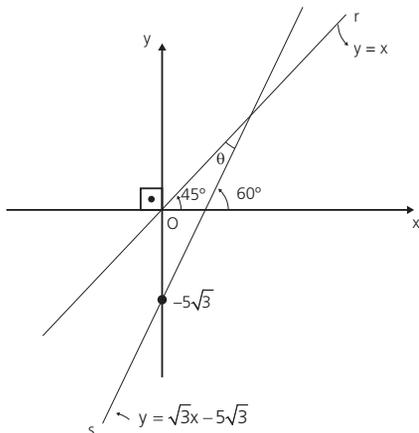
Esse problema foi para você ver que nem sempre a fórmula é a melhor saída, conhecer o processo é sempre bom. Veja:

**Temos:**

I.  $m_r = \text{tg } \theta_r = 1 \Rightarrow \theta_r = 45^\circ$

II.  $m_s = \text{tg } \theta_s = \sqrt{3} \Rightarrow \theta_s = 60^\circ$

III. Os gráficos de  $r$  e  $s$ :



Daí,  
 $60^\circ = 45^\circ + \theta$  (ângulo externo)  
 Logo,  $\theta = 15^\circ$

**Resposta:**  $15^\circ$ , cuja tangente é  $(2 - \sqrt{3})$ .

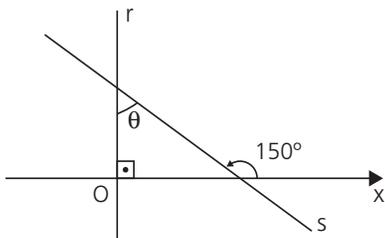
**02.** Calcule o ângulo agudo ( $\theta$ ) formado pelas retas:

- A) (r)  $5x - 7 = 0$  e (s)  $x + \sqrt{3}y - 2\sqrt{3} = 0$
- B) (t)  $5y - 7 = 0$  e (s)  $x + \sqrt{3}y - 2\sqrt{3} = 0$

**Solução:**

A) Temos:

- I. (r):  $x = \frac{7}{5}$  (reta vertical)  $\Rightarrow \theta_r = 90^\circ$  ( $\text{tg } \theta_r = m_r$ , não existe).
- II.  $m_s = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta_s = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$



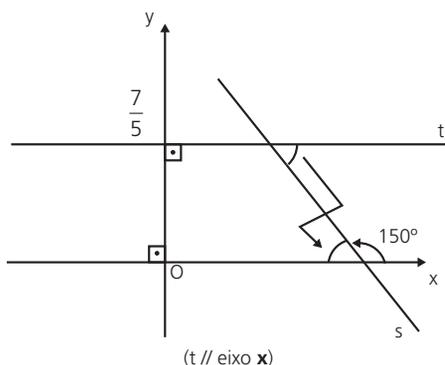
Então, o ângulo agudo  $\theta$ , entre  $r$  e  $s$ , é tal que:  
 $150^\circ = \theta + 90^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$

Ou, usando a fórmula:

$$\text{tg } \theta = \left| \frac{1}{m_s} \right| = \left| \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} \right| = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

B) Temos:

- I. (t):  $y = \frac{7}{5}$  (reta horizontal)  $\Rightarrow \theta_t = 0^\circ$  ( $m_t = \text{tg } 0^\circ = 0$ ).
- II.  $m_s = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta_s = 150^\circ$



Então,  $\theta + 150^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$  ou, usando a fórmula:

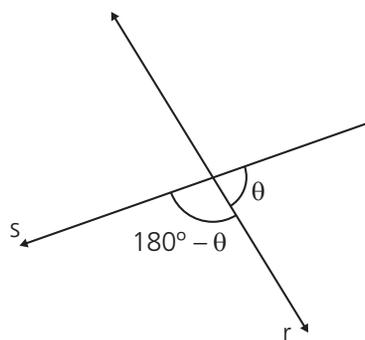
$$\text{tg } \theta = \left| \frac{m_t - m_s}{1 + m_t \cdot m_s} \right| = \left| \frac{0 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 0 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)} \right| = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

**03.** Calcule o ângulo obtuso formado pelas retas (r):  $2x + y + \pi = 0$  e (s):  $3x - y - \sqrt{13} = 0$ .

**Solução:**

Sendo  $\theta$  o ângulo agudo formado pelas retas  $r$  e  $s$ , temos:

- I.  $m_r = -\frac{2}{1} = -2$
- II.  $m_s = \frac{-3}{-1} = 3$
- III.  $\text{tg } \theta = \left| \frac{m_r - m_s}{1 + m_r \cdot m_s} \right| = \left| \frac{-2 - 3}{1 + (-6)} \right| = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$  (agudo).

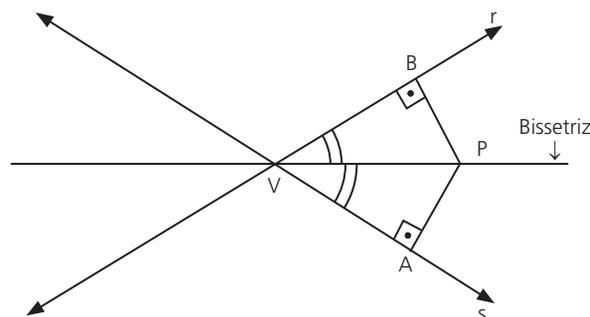


Daí,  
 ângulo obtuso =  $180^\circ - \theta = 135^\circ$

**Resposta:**  $135^\circ$

**Nota: Bissetrizes dos ângulos de duas retas concorrentes**

Da geometria plana, sabemos que qualquer ponto da bissetriz de um ângulo fica a igual distância dos lados desse ângulo. Veja:



$\Delta AVP = \Delta BVP$  (caso lado, ângulo adjacente, ângulo oposto).  
 Então,  $PA = PB$ .

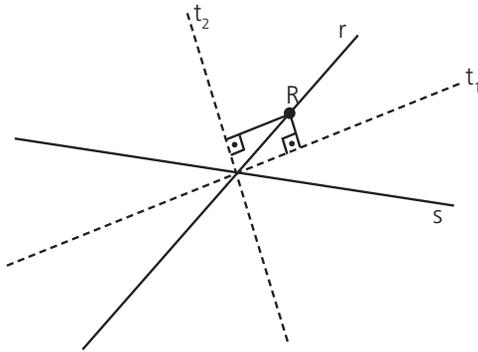
Dadas, então, duas retas concorrentes, (r)  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  e  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ , o par de retas bissetrizes dos ângulos formados por  $r$  e  $s$  é o conjunto dos pontos do plano que equidistam de  $r$  e  $s$ . Assim, o ponto genérico  $P(x, y)$  está numa das bissetrizes, se e somente se:

Isto é:

$$\frac{|a_1x_p + b_1y_p + c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{|a_2x_p + b_2y_p + c_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Daí,

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$



Para decidir qual das duas equações

$$(t_1) \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \text{ ou } (t_2) \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = -\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

é a bissetriz do ângulo agudo, sugere-se determinar um ponto R de r (você escolhe um  $x_R$  e calcula o  $y_R$ ) e calcular as distâncias de P a  $t_1$  e a  $t_2$ . É bissetriz do ângulo agudo aquela que ficar mais próxima de R.

**Exemplo:**

Obtenha a bissetriz do ângulo agudo formado por (r)  $3x + 5y + 6 = 0$  e (s)  $5x + 3y + 1 = 0$ .

**Solução:**

Uma bissetriz é:

$$\frac{3x + 5y + 6}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{5x + 3y + 1}{\sqrt{5^2 + 3^2}} \Rightarrow (t_1) 2x - 2y - 5 = 0$$

A outra é:

$$\frac{3x + 5y + 6}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = -\frac{5x + 3y + 1}{\sqrt{5^2 + 3^2}} \Rightarrow (t_2) 8x + 8y + 7 = 0$$

Consideremos R(a, 0) da reta r:

$$3a + 5(0) + 6 = 0 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow R(-2, 0) \in r.$$

A distância de R a  $t_1$  é:

$$d_{R,t_1} = \frac{|2(-2) - 2(0) - 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{9}{\sqrt{2 \cdot 4}} = \frac{9}{2\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

A distância de R a  $t_2$  é:

$$d_{R,t_2} = \frac{|8(-2) + 8(0) + 7|}{\sqrt{8^2 + 8^2}} = \frac{9}{\sqrt{2 \cdot 64}} = \frac{9}{8\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{16}$$

Como  $d_{R,t_2} < d_{R,t_1}$ , a bissetriz do ângulo agudo é:

$$(t_2) 8x + 8y + 7 = 0$$



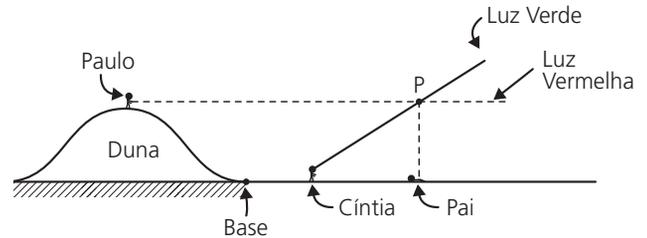
**Exercícios de Fixação**

01. Em comemoração ao Dia da Força Aérea Brasileira, dois aviões executam manobras aéreas nos céus de Curitiba. Para um determinado sistema de coordenadas, verificou-se que um dos aviões ( $\alpha$ ), deixa um rastro de fumaça que passa pelos pontos (0,4) e  $(-\frac{4}{3}, 0)$ . O outro avião ( $\beta$ ) por sua vez, passa pelos pontos (-4,8) e (-2,4), também deixando para trás seu rastro de fumaça.

O ângulo formado pelos rastros, ambos retilíneos, está compreendido no intervalo:

- A)  $[0^\circ, 18^\circ]$
- B)  $[18^\circ, 36^\circ]$
- C)  $[36^\circ, 54^\circ]$
- D)  $[54^\circ, 72^\circ]$
- E)  $[72^\circ, 90^\circ]$

02. Em um determinado dia das férias, ao entardecer, um pai observa seus dois filhos (Paulo e Cíntia) brincarem em uma praia desabitada. Eles estão com canetas que emitem raios laser. Os fechos de luz se cruzam no instante em que Paulo encontra-se no topo de uma pequena duna cuja altura é  $2\sqrt{3}$  m, e emite uma luz vermelha horizontal paralela ao solo, enquanto Cíntia, que está próxima à base da duna, emite uma luz verde cuja trajetória pode ser representada pela reta  $x - \sqrt{3}y - 2 = 0$ . O pai está deitado na areia, precisamente abaixo do ponto P, onde os fechos se interceptam, conforme esboçado a seguir.



O ângulo obtuso entre os fechos de luz e a distância entre o pai e a filha, valem, respectivamente,

- A)  $150^\circ$  e 6 m
- B)  $120^\circ$  e 6 m
- C)  $150^\circ$  e  $6\sqrt{2}$  m
- D)  $120^\circ$  e  $6\sqrt{3}$  m
- E)  $150^\circ$  e  $6\sqrt{3}$  m

03. Um engenheiro observa o projeto de construção de duas estradas  $E_1$  e  $E_2$ . Em uma determinada localização do mapa, elas se cruzam e suas trajetórias apresentam-se de forma retilínea. A reta de equação  $x - 2 = 0$  representa a estrada  $E_1$ , enquanto que a reta de equação  $3x - \sqrt{3}y + 1 = 0$  representa a estrada  $E_2$ . O ângulo formado por essas duas estradas pertence ao intervalo:

- A)  $[0^\circ, 18^\circ]$
- B)  $[18^\circ, 36^\circ]$
- C)  $[36^\circ, 54^\circ]$
- D)  $[54^\circ, 72^\circ]$
- E)  $[72^\circ, 90^\circ]$

04. Certa noite, dois garotos brincam com canetas-apontador (a laser). Em um dado instante, as trajetórias dos feixes são representadas pelas equações  $3x - y + 4 = 0$  e  $2x + y - 8 = 0$ . Nesse momento, o menor ângulo formado pelos dois feixes corresponde a:

- A)  $15^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $60^\circ$
- E)  $75^\circ$

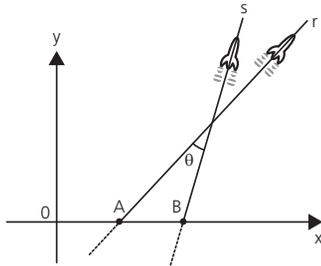
05. Dadas as equações de duas retas coplanares (t):  $2x - 3y + 1 = 0$  e (s):  $6x = 9y$ . Essas retas são:

- A) coincidentes
- B) reversas
- C) concorrentes
- D) paralelas



Exercícios Propostos

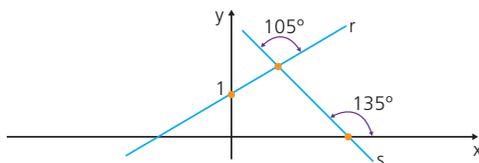
01. Com a parceria que surge entre os governantes do Brasil e dos Estados Unidos da América, cientistas dos dois países estudam a melhor forma de lançar um foguete-satélite da Base de Alcântara – RN. Em um primeiro momento, eles verificam a possibilidade de lançar o foguete a partir de A, em trajetória representada pela reta  $r$  de equação  $-2x + 2y + 4 = 0$ . E, em seguida, analisam a viabilidade de lançá-lo a partir de B, segundo a trajetória representada pela reta  $s$ , de acordo com o esquema a seguir. É sabido que o coeficiente angular de  $s$  é  $m_s = 2 + \sqrt{3}$ .



Desse modo, o ângulo formado pelas duas trajetórias pertence ao intervalo:

- A)  $[72^\circ, 90^\circ]$                       B)  $[54^\circ, 72^\circ]$   
 C)  $[36^\circ, 54^\circ]$                       D)  $[18^\circ, 36^\circ]$   
 E)  $[0^\circ, 18^\circ]$
02. Em um campeonato de "Tiro ao Prato", o projétil do rifle de um dos competidores executa uma trajetória que pode ser representada pela equação  $\sqrt{3}x - y + 1 - 2\sqrt{3} = 0$ . O disparo atinge um prato que é lançado verticalmente e sua trajetória, por sua vez, corresponde à reta de equação  $x = 10$ . O ângulo obtuso formado pelas duas trajetórias é igual a:  
 A)  $160^\circ$                                   B)  $150^\circ$   
 C)  $135^\circ$                                   D)  $120^\circ$   
 E)  $110^\circ$
03. Em um mapa cartográfico de uma cidade, temos que duas de suas avenidas são representadas por equações de retas no sistema cartesiano ortogonal, onde a origem está localizada no marco zero da entrada da cidade. Sabe-se que a equação  $3x^2 + 5xy - 2y^2 - 3x + 8y - 6 = 0$  representa a reunião dessas duas avenidas concorrentes representadas por  $r$  e  $s$ , formando um ângulo agudo  $\theta$ . A tangente desse ângulo  $\theta$  é determinado por um programa de computador, entretanto, devido a uma "pane" no sistema, um engenheiro teve que calcular a tangente de  $\theta$  manualmente. O valor que o engenheiro encontrou foi  
 A) 1    B) 3  
 C) 5    D) 7  
 E) 11

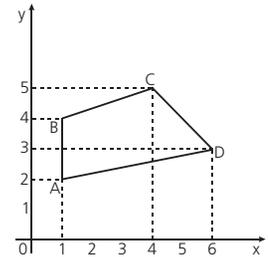
04. Considere o gráfico:



A equação da reta  $r$  é

- A)  $y = \sqrt{3}x + 1$                       B)  $y = x + 1$   
 C)  $3y - \sqrt{3}x = 3$                       D)  $3y + \sqrt{3}x = 1$   
 E)  $y + x = 1$

05. (EPCAr-AFA) Sejam  $a$  e  $b$  dois números reais positivos. As retas  $r$  e  $s$  se interceptam no ponto  $(a, b)$ . Se  $(\frac{a}{2}, 0) \in r$  e  $(0, \frac{b}{2}) \in s$ , então uma equação para a reta  $t$ , que passa por  $(0, 0)$  e tem a tangente do ângulo agudo formado entre  $r$  e  $s$  como coeficiente angular, é  
 A)  $3abx + (2a^2 - b^2)y = 0$       B)  $3bx - b(a^2 + b^2)y = 0$   
 C)  $3ax - a(a^2 + b^2)y = 0$       D)  $3abx - 2(a^2 + b^2)y = 0$
06. O polígono ABCD na figura a seguir indica o trajeto de uma maratona realizada em uma cidade, sendo que as coordenadas estão representadas no sistema de eixos cartesianos que se segue. A reta que passa pelos pontos A e C, vértices desse polígono, possui coeficiente angular igual a  
 A) 0  
 B)  $\frac{2}{3}$   
 C)  $\frac{3}{4}$   
 D)  $\frac{4}{5}$   
 E) 1



07. (Uece) A equação da reta bissetriz do menor ângulo formado pelas retas  $x - 2y = 0$  e  $2x - y = 0$  é dada por  
 A)  $x + y = 0$ .  
 B)  $x - y = 2$ .  
 C)  $x + y = 2$ .  
 D)  $x - y = 0$ .
08. No mapa de um bairro foi colocado um sistema de coordenadas cartesianas de tal maneira que as casas de Arnaldo, Bernaldo e Cernaldo são representadas, em centímetros, respectivamente, pelos pontos  $A(4, -1)$ ,  $B(2, -1)$  e  $C(5 + \sqrt{3}, \sqrt{3})$ , formando um triângulo ABC. Qual a medida do maior dos ângulos do triângulo?  
 A)  $135^\circ$                                       B)  $150^\circ$   
 C)  $90^\circ$                                         D)  $120^\circ$   
 E)  $100^\circ$
09. Em uma apresentação da esquadrilha da fumaça, observam-se dois aviões que fazem piruetas no ar. Em um dado instante, eles executam trajetórias retilíneas. Considere que o avião  $A_1$  realiza uma trajetória representada pela reta de equação  $3x - y + 10 = 0$ . Já a trajetória do avião  $A_2$  é representada pela reta de equação  $2x + y - 15 = 0$ . O ângulo agudo formado por essas duas trajetórias pertence ao intervalo:  
 A)  $[0^\circ, 18^\circ]$                                   B)  $[18^\circ, 36^\circ]$   
 C)  $[36^\circ, 54^\circ]$                                   D)  $[54^\circ, 72^\circ]$   
 E)  $[72^\circ, 90^\circ]$

10. Um cientista lançou em seu laboratório dois raios laser que formaram entre si um ângulo obtuso  $\beta$ . De acordo com os eixos coordenados adotados pelo cientista, o raio  $r_1$  é representado pela reta de equação  $x = 4$  e o raio  $r_2$  pela reta de equação  $x + y + 2 = 0$ . A medida de  $\beta$  é  
 A)  $165^\circ$   
 B)  $150^\circ$   
 C)  $135^\circ$   
 D)  $125^\circ$   
 E)  $120^\circ$

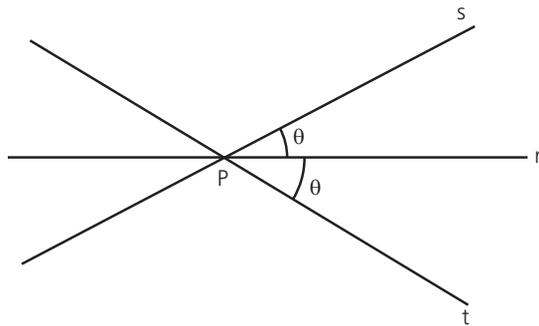


**Fique de Olho**

- Obtenha a reta simétrica de (s):  $x + 2y = 0$  em relação à reta (r):  $x + y + 9 = 0$ .

**Solução:**

Como **r** e **s** são concorrentes no ponto  $P(-18,9)$ , solução do sistema formado com as equações de **r** e **s**, queremos uma reta **t**, passando por **P**, que forma com **r** o mesmo ângulo  $\theta$  formado por **r** e **s**:



I.  $m_s = -\frac{a}{b} = -\frac{1}{2}$

II.  $m_r = -\frac{1}{1} = -1$

III.  $\text{tg } \theta = \left| \frac{m_t - m_r}{1 + m_t \cdot m_r} \right| = \left| \frac{m_s - m_r}{1 + m_s \cdot m_r} \right|$

Fazendo  $m_t = K \Rightarrow \left| \frac{K + 1}{1 - K} \right| = \left| \frac{-\frac{1}{2} + 1}{1 + \frac{1}{2}} \right| \Rightarrow \left| \frac{K + 1}{1 - K} \right| = \frac{1}{3}$

Então:

$\frac{K + 1}{1 - K} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3K + 3 = 1 - K \Rightarrow K = m_t = m_s = -\frac{1}{2} \Rightarrow \mathbf{t}$  e **s** são coincidentes (não serve)

ou  $\frac{K + 1}{1 - K} = -\frac{1}{3} \Rightarrow 3K + 3 = -1 + K \Rightarrow K = m_t = -2$ .

Queremos, pois, a reta **t** que passa por  $P(-18,9)$  e tem coeficiente angular  $m_t = -2$ :

$m_t = \frac{y - y_p}{x - x_p} \Rightarrow -2 = \frac{y - 9}{x + 18}$

$\Rightarrow y - 9 = -2x - 36$

$\Rightarrow 2x + y + 27 = 0$

**Resposta:** (t):  $2x + y + 27 = 0$

**Seção Videoaula**



**Ângulo entre Duas Retas**

**Aula 19**

**Proporcionalidade da Reta (Analogia à Função Afim, Progressão Aritmética e Juros Simples)**

C-4	H-15, 16
	17, 18
C-5	H-19, 20
	21, 22, 23

**Introdução**

Esta aula é de extrema importância, pois nela conseguiremos fazer o *link* entre a matemática financeira (juros simples em particular), progressão aritmética (P.A.), função afim (linear) e o estudo analítico de reta, pois as relações envolvendo grandezas são analisadas do ponto de vista das funções matemáticas em sua proporcionalidade. Tais funções (proporcionais) possuem inúmeras características e detalham desde cálculos cotidianos a situações de maior complexidade. No caso da matemática financeira, as funções lineares são relacionadas às aplicações de capitais nos regimes de juros simples. Os gráficos representativos das funções citadas servem de análise sobre o andamento do montante formado mês a mês, observando qual aplicação é mais vantajosa dentro de um determinado período. Relacionaremos também o estudo da reta em algumas situações referentes às ciências da natureza.

**Matemática financeira (juros simples) e suas relações com progressões aritméticas e funções do primeiro grau (linear)**

Somos bombardeados diariamente por propagandas para que consumamos cada vez mais. Devido à facilidade de pagamentos, muitas vezes nos sentimos atraídos por comprar, dividindo em várias parcelas. Essas parcelas recebem um destaque maior que o valor final da mercadoria para que sejamos estimulados a comprar devido ao valor da parcela, não percebendo muitas vezes os juros cobrados.

É necessária a reflexão durante este estudo, pois são utilizados conhecimentos da matemática financeira para vender seus produtos tendo um lucro maior.

O consumidor pode economizar sabendo analisar bem as condições de pagamento de uma mercadoria, verificando se o preço à vista oferece mais vantagens em relação à compra parcelada ou se, em alguns casos, pode compensar o pagamento de juros na compra a prazo, e acreditem, o entendimento disso é bem mais fácil do que se imagina e pode estar relacionado a uma simples função do primeiro grau (linear).

Vejamos a seguinte situação:

Professor Marcelo viu a propaganda de um telefone celular em duas lojas, conforme mostra a tabela:

Loja	Preço à vista em R\$	Preço à prazo em R\$	
		1 + 12	0 + 11
-	-	1 + 12	0 + 11
Loja Goodcel	999,00	92,61	105,00
Loja Bestcel	899,00	92,11	102,62

Vamos levantar os seguintes questionamentos:

- Se sua opção de compra for a prazo, em qual das opções pagará juros menores?
- Qual é a taxa de juros que é cobrada mensalmente no parcelamento do pagamento?
- A taxa de juros nas condições de 1 + 12 e 0 + 11 é a mesma nas lojas Goodcel e Bestcel?

Para resolver o problema do mestre Marcelo, temos que recorrer ao estudo da matemática financeira para calcular as taxas de juros, sendo, para isso, necessário o estudo de métodos matemáticos mais refinados, que estudaremos a seguir. Entretanto, temos que ter conhecimento de alguns termos utilizados na matemática financeira para serem associados às funções do primeiro grau e às progressões aritméticas.

**Juros**

Juros é uma quantidade que se paga em dinheiro por se utilizar de, ou emprestar a, uma instituição financeira uma quantia em dinheiro por um determinado tempo, ou quando uma pessoa aplica seu dinheiro em um banco, está emprestando ao banco, e por isso recebe uma quantia pelo empréstimo.

Os juros têm sido aplicados ao longo da história pelos homens desde que foi percebida uma relação entre tempo e dinheiro.

Na linguagem da matemática financeira, temos:

- Capital Inicial (C) – é o dinheiro que se empresta ou que se toma emprestado; também é conhecido como **principal**. Representamos o capital por C.
- Montante (M) – é a soma do capital inicial aplicado ou tomado emprestado com os juros. Indicamos o montante por M.
- Tempo ou Prazo (t) – é o tempo que decorre desde o início de uma dada operação financeira. Sua representação é t.
- Taxa de Juros (i) – é a taxa percentual que se recebe ou se paga em relação a um dado intervalo de tempo. Representamos a taxa por i.
- Juro – é o “aluguel” que se paga, ou recebe, pelo dinheiro emprestado ou aplicado. Representamos o juro por J.

**Montante de juros simples e progressões aritméticas**

**Juros simples** – o juro de cada intervalo de tempo é calculado sempre em relação ao capital inicial emprestado ou aplicado e, com isso, o valor do juro em cada intervalo é sempre constante. Note que, nos juros simples, multiplicamos o capital pela taxa e pelo tempo. Nesse caso, teremos  $J = cit$ , onde J = juros, c = capital, t = períodos de tempo e i = taxa.

**Montante de juros simples** – o montante a ser pago por um empréstimo após um período de tempo é dado pelo capital inicial mais os juros, ou seja:

$$M = C + J \text{ ou } M = C(1 + it)$$



**Exercícios Resolvidos**

**01.** Uma pessoa tomou emprestado R\$ 2.000,00 de uma financeira e se comprometeu a pagar depois de 8 meses com juros de 2% ao mês. Qual foi o total de juros pagos? Qual o total pago por essa pessoa para quitar a sua dívida?

Para compreender o problema, são sugeridas questões como: Quais os dados do problema?

É possível construirmos uma tabela?

Já resolvemos algum problema semelhante?

Usando o conhecimento de matemática financeira, podemos levantar alguns dados do problema e construirmos uma tabela.

Na sequência, podemos executar o plano, que é a coleta de dados e a construção da tabela.

**Dados:** Capital Inicial = R\$ 2.000,00

Prazo: 8 meses.

Taxa de juros: 2% ao mês.

Observamos que a taxa está na forma de porcentagem. É preciso transformá-la em taxa centesimal e, para isso, basta efetuar a divisão por 100. Portanto, 2% ao mês correspondem a  $2/100 = 0,02$  ao mês.

**Quadro cálculo do montante de juros simples nos oito meses**

Prazo (n) em meses	Capital Inicial (C) em R\$	Juros no Período (J), onde $J = C \cdot i \cdot t$ em R\$	Montante a ser pago M, onde $M = C + J$ em R\$
1	2.000,00	40,00	2.040,00
2	2.000,00	80,00	2.080,00
3	2.000,00	120,00	2.120,00
4	2.000,00	160,00	2.160,00
5	2.000,00	200,00	2.200,00
6	2.000,00	240,00	2.240,00
7	2.000,00	280,00	2.280,00
8	2.000,00	320,00	2.320,00

Por meio da análise da tabela, que possui 9 linhas e 4 colunas, concluímos que o problema foi resolvido. Podemos fazer analogia a outros conteúdos (P.A. e função do primeiro grau) que estão ligados ao conteúdo de juros simples (proporcional).

O total de juros pagos nesse empréstimo foi de R\$ 320,00, como nos mostra os cálculos da tabela na coluna 3 e linha 8.

O total pago pelo empréstimo foi o capital inicial mais os juros, R\$ 2.320,00, como nos mostra os cálculos da tabela na coluna 4 e linha 8.

A definição de Progressão Aritmética (P.A.) é toda a sequência de números na qual cada termo, a partir do segundo, é a soma do anterior com uma constante.

Essa constante, que é indicada por r, é denominada “razão da progressão aritmética”.

Se analisarmos os valores da tabela na coluna em amarelo, percebe-se que essa sequência se apresenta, pois temos uma soma do resultado anterior mais uma constante que, neste caso, são os R\$ 40,00 de juros de cada mês.

Com isso, concluímos que os cálculos dos montantes para juros simples são uma aplicação da progressão aritmética.

**Equação do montante para juros simples**

$$M = C(1 + it)$$

**Ao substituir os dados do problema, encontra-se a função montante para juros simples**

$$M = 2000(1 + 0,02t)$$

A definição da função do tipo  $f(x) = ax + b$  chama função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função f de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , em que a e b são números reais dados e  $a \neq 0$ .

Na equação do montante de juros simples, temos uma função de 1º grau, ou função afim. Seu gráfico é representado por uma reta, por isso, identificamos que qualquer questão de juros simples, além de ser associada a uma progressão aritmética (P.A.), também pode ser resolvida por meio do conhecimento sobre geometria analítica. Justamente devido à sua proporcionalidade, afirmamos que as questões de juros simples podem ser resolvidas por meio de regras de 3.

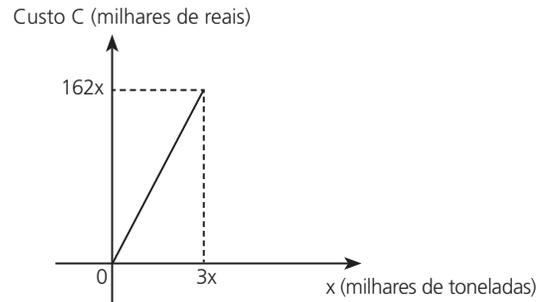


Exercícios de Fixação

01. Um capital de 10 mil reais foi aplicado a juros simples. Sendo o montante, após 25 meses, de 15 mil reais, a taxa mensal corresponde a.
- A) 1%  
 B) 2%  
 C) 3%  
 D) 4%  
 E) 5%
02. (EPCAr) Um supermercado faz uma promoção que custa  $p$  reais a unidade da seguinte forma: na compra da segunda unidade, tem-se 50% de desconto e, assim, sucessivamente, em todas as unidades pares compradas, ou seja, na quarta (sexta, oitava...) unidades há 50% de desconto. Assim, é incorreto afirmar
- A) uma função  $f$  que descreve o preço a pagar, na compra de  $n$  unidades, com  $n$  par, é  $f(n) = \frac{3n}{4}p$ .
- B) uma função  $f$  que descreve o preço a pagar,  $f(n)$ , na compra de  $n$  unidades, com  $n$  ímpar, é  $f(n) = \left(\frac{3n}{4} + \frac{1}{4}\right)p$ .
- C) uma função  $f$  que descreve o preço a pagar,  $f(n)$ , na compra de  $n$  unidades, com  $n$  natural qualquer, é  $f(n) = \left(\frac{1+n}{2}\right)p$ .
- D) na compra de 100 unidades, um cliente ganha de desconto um valor equivalente a 25 unidades.
- E) na compra de 13 unidades, um cliente ganha de desconto um valor equivalente a 3 unidades.
03. (UFSC–Modificada) O Sr. Norberto possui uma propriedade no interior do estado destinada ao cultivo de grãos, em especial soja. Com o aumento da produção, faz-se necessário ampliar a estrutura de armazenagem dos grãos.



Para a execução do projeto, foi apresentado ao Sr. Norberto um gráfico que indica o custo da construção de um silo (em milhares de reais), como função de sua capacidade de armazenagem (em toneladas), conforme indica a figura:

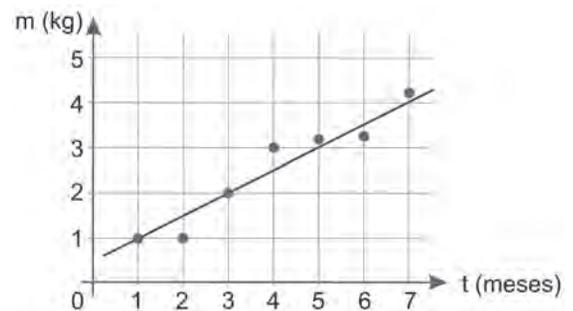


Representação Ilustrativa: Fora de escala

Com base nessas informações,

- A) para que o silo suporte 2010 ton, deverá custar R\$ 108.520,00.  
 B) para que o silo suporte 2020 ton, deverá custar R\$ 109.060,00.  
 C) para que o silo suporte 2030 ton, deverá custar R\$ 109.620,00.  
 D) para que o silo suporte 2040 ton, deverá custar R\$ 110.260,00.  
 E) para que o silo suporte 2050 ton, deverá custar R\$ 110.600,00.
04. Dada a Progressão Aritmética (PA) (1, 7, 13, ...). Representando essa sequência como equação reduzida de uma reta  $y = Mx + N$ , onde obtemos para:
- $x = 1$ , o primeiro termo da PA ( $a_1$ )  
 $x = 2$ , o segundo termo da PA ( $a_2$ )  
 $x = 3$ , o terceiro termo da PA ( $a_3$ )  
 ...  
 e assim sucessivamente.
- Tem-se que o valor  $M + N$  corresponde a:
- A) 5  
 B) 4  
 C) 3  
 D) 2  
 E) 1

05. Um animal, submetido à ação de uma droga experimental, teve sua massa corporal registrada nos sete primeiros meses de vida. Os sete pontos destacados no gráfico mostram esses registros e a reta indica a tendência de evolução da massa corporal em animais que não tenham sido submetidos à ação da droga experimental. Sabe-se que houve correlação perfeita entre os registros coletados no experimento e a reta apenas no 1° e no 3° mês.

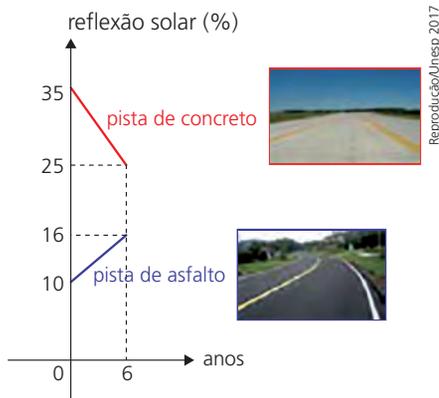


- Se a massa registrada no 6° mês do experimento foi 210 gramas inferior à tendência de evolução da massa em animais não submetidos à droga experimental, o valor dessa massa registrada é igual a
- A) 3,47 kg  
 B) 3,27 kg  
 C) 3,31 kg  
 D) 3,35 kg  
 E) 3,29 kg



**Exercícios Propostos**

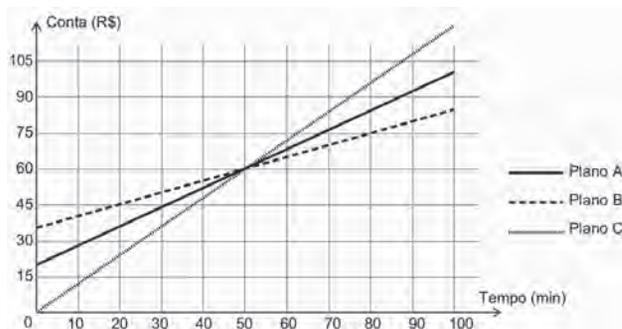
01. (Unesp/2017) Dois dos materiais mais utilizados para fazer pistas de rodagem de veículos são o concreto e o asfalto. Uma pista nova de concreto reflete mais os raios solares do que uma pista nova de asfalto; porém, com os anos de uso, ambas tendem a refletir a mesma porcentagem de raios solares, conforme mostram os segmentos de retas nos gráficos.



Mantidas as relações lineares expressas nos gráficos ao longo dos anos de uso, duas pistas novas, uma de concreto e outra de asfalto, atingirão pela primeira vez a mesma porcentagem de reflexão dos raios solares após

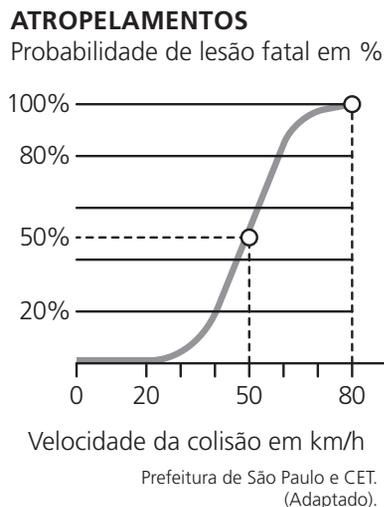
- A) 8,225 anos.  
 B) 9,375 anos.  
 C) 10,025 anos.  
 D) 10,175 anos.  
 E) 9,625 anos.
02. Uma passarela será construída na BR-116, visando à travessia de pedestres. Sua representação será feita no plano de coordenadas cartesianas ortogonais. Sabendo que essa passarela está contida em uma reta suporte que passa pelos pontos A(0,1) e B(6,8), portanto, a equação reduzida dessa reta é representada por
- A)  $y = 7x + 1$   
 B)  $y = 6x + 1$   
 C)  $y = \frac{7}{6}x + 1$   
 D)  $y = \frac{6}{7}x + 1$
03. (CFTMG – Adaptada) Um motorista de táxi cobra, para cada corrida, uma taxa fixa de R\$ 5,00 e mais R\$ 2,00 por quilômetro rodado. O valor total arrecadado (R) em um dia é função da quantidade total (x) de quilômetros percorridos e calculado por meio da função  $R(x) = ax + b$ , em que **a** é o preço cobrado por quilômetro e **b**, a soma de todas as taxas fixas recebidas no dia. Se, em um dia, o taxista realizou 10 corridas e arrecadou R\$ 410,00, então a média de quilômetros rodados, por corrida, foi de
- A) 14  
 B) 16  
 C) 18  
 D) 20  
 E) 25

04. (Enem/PPL) Na intenção de ampliar suas fatias de mercado, as operadoras de telefonia apresentam diferentes planos e promoções. Uma operadora oferece três diferentes planos baseados na quantidade de minutos utilizados mensalmente, apresentados no gráfico. Um casal foi à loja dessa operadora para comprar dois celulares, um para a esposa e outro para o marido. Ela utiliza o telefone, em média, 30 minutos por mês, enquanto ele, em média, utiliza 90 minutos por mês.



Com base nas informações do gráfico, qual é o plano de menor custo mensal para cada um deles?

- A) O plano A para ambos.  
 B) O plano B para ambos.  
 C) O plano C para ambos.  
 D) O plano B para a esposa e o plano C para o marido.  
 E) O plano C para a esposa e o plano B para o marido.
05. (PUC-SP) O jornal *Folha de S. Paulo* publicou, em 11 de outubro de 2016, a seguinte informação:



De acordo com as informações apresentadas, suponha que para uma velocidade de 35 km/h a probabilidade de lesão fatal seja de 5% e que para velocidades no intervalo [35;55] o gráfico obedeça a uma função do 1º grau. Nessas condições, se um motorista dirigindo a 55 km/h quiser reduzir a probabilidade de lesão fatal por atropelamento à metade, ele terá que reduzir a sua velocidade em, aproximadamente,

- A) 20%  
 B) 25%  
 C) 30%  
 D) 35%

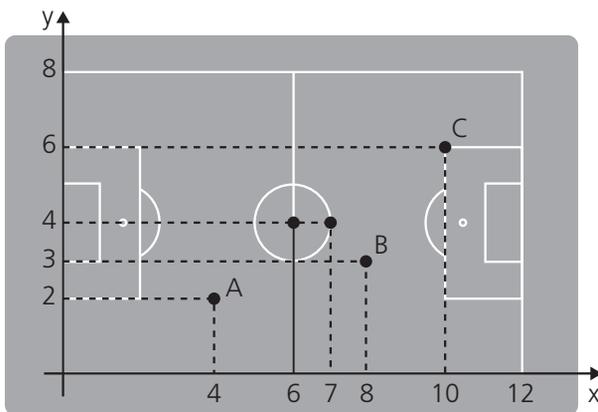
06. Dada a Progressão Aritmética (PA) (3, 11, 19, ...).  
Representando essa sequência como equação reduzida de uma reta  $y = Ax + B$ , onde obtemos para:
- $x = 0$ , o primeiro termo da PA ( $a_1$ )
  - $x = 1$ , o primeiro termo da PA ( $a_2$ )
  - $x = 2$ , o segundo termo da PA ( $a_3$ )
  - ...
  - ...
  - ...

e assim sucessivamente.

Tem-se que o valor  $A - B$  corresponde a:

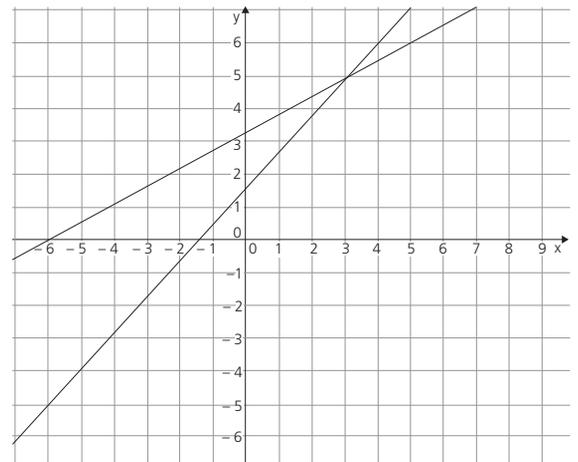
- A) 2
  - B) 3
  - C) 4
  - D) 5
  - E) 6
07. (UPE) Diante da crise que o país atravessa, uma financeira oferece empréstimos a servidores públicos cobrando apenas juros simples. Se uma pessoa retirar R\$ 8.000,00 nessa financeira, à taxa de juro de 16% ao ano, quanto tempo levará para pagar um montante de R\$ 8.320,00?
- A) 2 meses
  - B) 3 meses
  - C) 4 meses
  - D) 5 meses
  - E) 6 meses
08. Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

Para a transmissão da Copa do Mundo de 2014 no Brasil, serão utilizadas câmeras que ficam suspensas por cabos de aço acima do campo de futebol, podendo, dessa forma, oferecer maior qualidade na transmissão. Suponha que uma dessas câmeras se desloque por um plano paralelo ao solo orientada por meio de coordenadas cartesianas. A figura a seguir representa o campo em escala reduzida, sendo que cada unidade de medida da figura representa 10 m no tamanho real.



- A equação da reta que contém os pontos A e C corresponde a
- A)  $2x - 3y - 2 = 0$
  - B)  $4x - 3y - 12 = 0$
  - C)  $7x - 3y - 20 = 0$
  - D)  $3x - 2y - 8 = 0$

09. A figura abaixo ilustra o gráfico de duas funções reais  $g(x) = Mx + 2P$  e  $h(x) = 2Mx + P$ , com  $x \in \mathbb{R}$ .



Se o ponto de intersecção tem coordenada (3, 5), então

- A)  $P = M$
  - B)  $P = 2M$
  - C)  $P = 3M$
  - D)  $P + M = 0$
  - E)  $P + M = 1$
10. (CFTMG) Um capital  $C$  foi aplicado a juros simples com taxa mensal  $i$  por um tempo de  $n$  meses. Para se obter um montante igual ao triplo do capital aplicado, a relação matemática necessária é
- A)  $in = 2$
  - B)  $in = 3C$
  - C)  $1 + n = 3C$
  - D)  $C + n = 10$

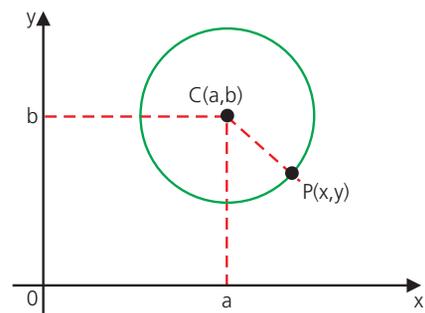
**Aula**  
**20**

**Circunferência I**

C-5 H-19, 20  
21, 22, 23

### Introdução

Considere a circunferência de centro  $C = (a,b)$  e raio  $r$  no plano  $\alpha$  a seguir:



Chamamos de circunferência de centro  $C$  e raio  $r$  o conjunto de todos os pontos  $P = (x,y)$  do plano  $\alpha$ , cuja distância ao centro  $C$  é igual a  $r$ .

Algebricamente, temos:

$$\text{dist}(P,C) = r = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$$

Equação reduzida da circunferência

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Desenvolvendo os quadrados da equação reduzida, obtemos:

Equação geral da circunferência

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

### Reconhecendo uma circunferência

Observe a seguinte equação (equação completa do 2º grau a duas variáveis):

$$\left. \begin{aligned} Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \\ \frac{Ax^2}{A} + \frac{By^2}{A} + \frac{Cxy}{A} + \frac{Dx}{A} + \frac{Ey}{A} + \frac{F}{A} = \frac{0}{A} \end{aligned} \right\} \div A$$

Comparando as equações

$$\left\{ \begin{aligned} 1x^2 + \frac{B}{A}y^2 + \frac{C}{A}xy + \frac{D}{A}x + \frac{E}{A}y + \frac{F}{A} = 0 \\ 1x^2 + 1y^2 + 0xy - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0 \end{aligned} \right.$$

Após a comparação da equação completa do 2º grau a duas variáveis com a equação geral da circunferência, deduz-se as condições de existência de uma circunferência, mostradas a seguir:

- 1)  $\frac{B}{A} = 1 \rightarrow B = A$
- 2)  $\frac{C}{A} = 0 \rightarrow C = 0$  } não existência do termo "Cxy"

- 3)  $\frac{D}{A} = -2a \rightarrow a = -\frac{D}{2A}$
  - 4)  $\frac{E}{A} = -2b \rightarrow b = -\frac{E}{2A}$
- } Coordenadas do centro

- 5)  $\frac{F}{A} = a^2 + b^2 - r^2$

$$\frac{F}{A} = \left(-\frac{D}{2A}\right)^2 + \left(-\frac{E}{2A}\right)^2 - r^2$$

$$r^2 = \frac{D^2}{4A^2} + \frac{E^2}{4A^2} - \frac{F}{A}$$

$$r^2 = \frac{D^2 + E^2 - 4AF}{4A^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{D^2 + E^2 - 4AF}{4A^2}} \quad \left\{ \begin{aligned} & r > 0 \\ & \leftarrow \end{aligned} \right.$$

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4AF}}{2A}$$

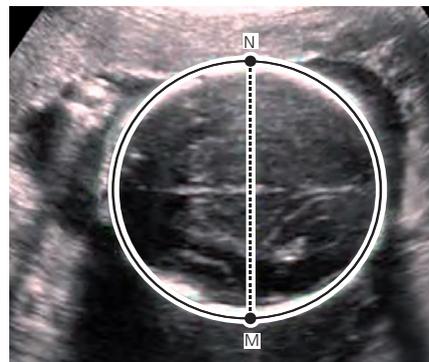
Como  $r > 0 \Rightarrow D^2 + E^2 - 4AF > 0$



### Exercícios de Fixação

01. Marque a opção que corresponde à equação geral de uma circunferência.
- A)  $3x^2 - y + 10x - 5 = 0$
  - B)  $2x^2 + 2y^2 + x - 4y + 10 = 0$
  - C)  $4x^2 - 4y^2 + 5x + 13y + 8 = 0$
  - D)  $6x^2 + 6y^2 + 4xy + 2x - y + 5 = 0$
  - E)  $7x^2 + 7y^2 - 30x + 20y + 40 = 0$

02. (Acafe/2017) O ultrassom morfológico é um exame muito utilizado para identificar doenças de um bebê que ainda está no ventre da mãe. O formato, a estrutura e a medida da cabeça do bebê podem ser analisados e comparados com medidas de referência.



Reprodução/Acafe 2017

A circunferência representa a cabeça de um bebê em um exame desse tipo. Através de recursos computacionais, verifica-se em um sistema de coordenadas cartesianas, que os pontos  $M(-2,-6)$  e  $N(4,0)$  pertencem à circunferência e são diametralmente opostos. A equação reduzida dessa circunferência é

- A)  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 72$
- B)  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 18$
- C)  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$
- D)  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 18$
- E)  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 72$

03. Em uma cidade, duas ruas são representadas pelas retas de equações  $y = x + 1$  e  $y = -x + 2$ , que se interceptam no ponto B. Um técnico está montando uma câmera de segurança no alto de um poste, de onde ele consegue observar uma área circular cujo centro é o ponto  $A(0, 1)$ , base do poste, e raio  $\overline{AB}$ .

A área do círculo, em metros quadrados, corresponde a:

Obs: Considere:

- 1) O quilômetro como unidade do Sistema de Coordenadas Cartesianas,
- 2)  $\pi = 3$

- A)  $3,0 \cdot 10^5$
- B)  $4,5 \cdot 10^5$
- C)  $0,5 \cdot 10^6$
- D)  $1,5 \cdot 10^6$
- E)  $7,5 \cdot 10^6$

04. Duas antenas repetidoras de sinal estão localizadas nos pontos  $P(1,4)$  e  $Q(3,2)$ , coordenadas em Km. Foi construída uma antena de transmissão em um local que é equidistante das antenas repetidoras e encontra-se a uma distância mínima delas. Desse modo, o engenheiro de telecomunicações, autor do projeto, verificou que o máximo alcance do sinal transmitido pela antena estende-se, de forma precisa, até os pontos P e Q. A equação da circunferência que representa o máximo alcance do sinal é:
- A)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 10 = 0$
  - B)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$
  - C)  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 10 = 0$
  - D)  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 11 = 0$
  - E)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 10 = 0$

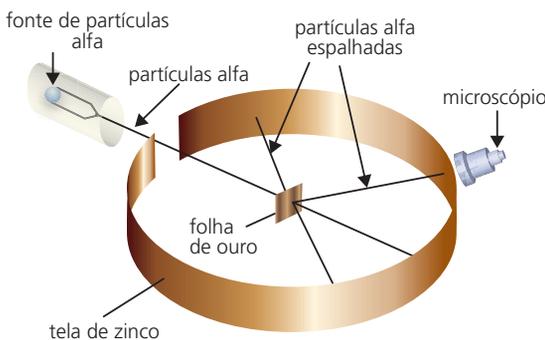
05. No plano cartesiano, a reta  $t$ , paralela  $x = \sqrt{3}y$ , tangencia a circunferência  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$  no ponto  $Z = (x, y)$ ,  $y > 2$ . Para os pontos  $X = (2, 0)$  e  $Y = (0, 2)$  na circunferência, a medida angular do arco  $XYZ$  (que contém o ponto  $Y$ ) é igual a

Observação:  $\text{tg}30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

- A)  $\frac{4\pi}{3}$
- B)  $\frac{5\pi}{3}$
- C)  $\frac{5\pi}{4}$
- D)  $\frac{5\pi}{6}$

### Exercícios Propostos

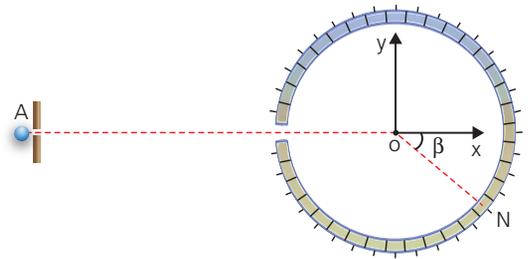
01. Qual das equações a seguir representa uma circunferência?
- A)  $2x^2 + 3y^2 + 8x - 12y + 20 = 0$
  - B)  $5x^2 + 5y^2 + 3xy + 3x - 2y + 20 = 0$
  - C)  $7x^2 + 7y^2 + 2x - 3y + 50 = 0$
  - D)  $4x^2 - y + 8x + 20 = 0$
  - E)  $4x^2 + 4y^2 - 8x + 32y - 5 = 0$
02. Em um campo de futebol, a circunferência central é definida por  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 4$  e a meia-lua de uma das áreas está contida na circunferência definida por  $x^2 + y^2 - 50x - 24y + 760 = 0$ . Se o centro da meia-lua está contido na linha inicial da grande área, qual a distância, aproximada, entre o meio de campo e a linha inicial da grande área? (Considere as coordenadas em metros.)
- A) 24,3
  - B) 25,5
  - C) 26,7
  - D) 27,9
  - E) 30
03. Em 1911, o cientista neozelandês Ernest Rutherford descobriu que o átomo não seria uma esfera maciça. Este seria, sim, formado por uma região central, chamada núcleo atômico, e uma região externa ao núcleo, chamada eletrosfera. Para chegar a essas conclusões, Rutherford e seus colaboradores bombardearam, com partículas alfa, lâminas de ouro de espessura desprezível. Observaram seu espalhamento em uma tela de zinco coberta de material fluorescente.



Na figura a seguir, é mostrado um esquema da experiência de Rutherford, em que as partículas alfa são lançadas a partir do ponto A.

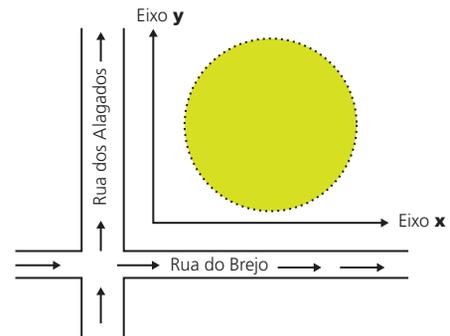
A tela de zinco tem formato circular com centro na origem  $O = (0,0)$  e raio  $\sqrt{10}$ .

Determine a ordenada  $y$  do ponto  $N = (x,y)$  pertencente à tela de zinco, sabendo que o segmento  $ON$  está contido na reta de equação  $y = -3x$ .



- A)  $y = -\frac{3}{2}$
- B)  $y = -2$
- C)  $y = -\frac{9}{4}$
- D)  $y = -\frac{5}{2}$
- E)  $y = -3$

04. Deseja-se construir uma praça de forma circular, situada em um terreno às margens de duas ruas que se cruzam perpendicularmente conforme figura a seguir, sendo a Rua dos Alagados e a Rua do Brejo. Adotando-se um sistema de eixos cartesianos, sabe-se que os pontos  $P(1,5)$  e  $Q(3,1)$  pertencem à circunferência limite da praça e que são diametralmente opostos.

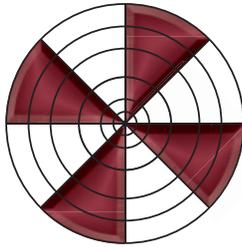


Com os dados de informação, pode-se afirmar que a equação da circunferência limite da praça é dada por

- A)  $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 8 = 0$
- B)  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 7 = 0$
- C)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$
- D)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$
- E)  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0$

05. Uma circunferência de centro  $E(2, 2)$  tangencia as retas  $r$  e  $s$  cujas equações são, respectivamente,  $y = 2x$  e  $y = \frac{x}{2}$  nos pontos de tangência  $X$  e  $Y$ . A área do quadrilátero  $OXYE$  é igual a:
- A) 2,3 u.a
  - B) 2,4 u.a
  - C) 2,5 u.a
  - D) 2,6 u.a
  - E) 2,7 u.a
06. Um estudante fixa um prego bem no centro de uma tábua quadrada de 40 cm de lado e coloca um barbante com duas argolas nas extremidades. O conjunto argolas e barbantes mede 15 cm. Uma extremidade gira em torno do prego e a outra contém um lápis que, ao girar  $360^\circ$ , desenha uma circunferência. Considere a tábua como o primeiro quadrante do plano cartesiano e as dimensões do prego, das argolas e do lápis desprezíveis.
- A equação da circunferência desenhada é
- A)  $x^2 + y^2 - 40x - 40y + 575 = 0$
  - B)  $x^2 + y^2 - 20x - 20y + 225 = 0$
  - C)  $x^2 + y^2 - 20x - 20y + 575 = 0$
  - D)  $x^2 + y^2 - 40x - 40y + 225 = 0$
  - E)  $x^2 + y^2 + 40x + 40y + 575 = 0$

07. A construção da cobertura de um palanque usado na campanha política, para o 1º turno das eleições passadas, foi realizada conforme a figura a seguir. Para fixação da lona sobre a estrutura de anéis, foram usados rebites, assim dispostos: 4 no primeiro anel, 16 no segundo, 64 no terceiro, e assim sucessivamente.

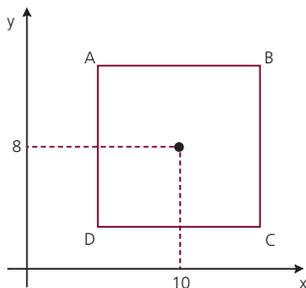


Se, no plano cartesiano, a equação da circunferência externa do anel externo da figura é

$$x^2 + y^2 - 12x + 8y + 43 = 0,$$

então, o centro e o raio dessa circunferência são, respectivamente,

- A) (6,-4) e 3                      B) (-6,4) e 3  
 C) (6,-4) e 9                      D) (-6,4) e 3  
 E) (6,4) e 3
08. A equipe de arquitetos e decoradores que fez o projeto de um *shopping* deseja circunscrever uma circunferência ao quadrado maior Q, que possui lado de 10 m. Se as coordenadas do centro da circunferência forem dadas pelo ponto (10,8) e se forem usadas a parede da porta de entrada (x) e a lateral esquerda (y) como eixos coordenados referenciais, a equação da circunferência será

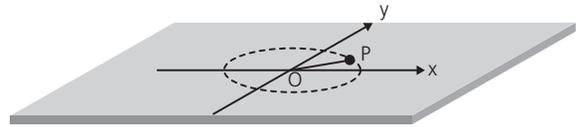


- A)  $x^2 + y^2 - 20x - 16y + 139 = 0$   
 B)  $x^2 + y^2 - 20x - 16y + 64 = 0$   
 C)  $x^2 + y^2 - 20x - 16y + 114 = 0$   
 D)  $x^2 + y^2 - 20x - 16y - 36 = 0$   
 E)  $x^2 + y^2 - 16x - 20y + 139 = 0$
09. (Uece) Em um plano munido do sistema de coordenadas cartesiano usual, a circunferência S possui dois de seus diâmetros sobre as retas representadas pelas equações  $4x - 3y + 2 = 0$  e  $3x + 4y - 11 = 0$ . Se a medida de um diâmetro de S é 6 u.c., então, a equação que representa a circunferência S é
- Dados:** u.c.  $\equiv$  unidades de comprimento
- A)  $x^2 + y^2 + x + 2y - 10 = 0$ .  
 B)  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ .  
 C)  $x^2 + y^2 + 2x + y - 10 = 0$ .  
 D)  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ .
10. (FEI) No sistema cartesiano ortogonal xOy, considere a reta r cujo coeficiente angular é numericamente igual ao raio da circunferência  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ . Se a reta r passa pelo ponto A = (-3, 5), então sua equação é dada por:
- A)  $y = 3x + 14$                       B)  $y = 4x + 17$   
 C)  $y = -2x - 1$                       D)  $y = 2x + 11$   
 E)  $y = -3x - 4$



Fique de Olho

01. (Uerj) Um objeto de dimensões desprezíveis, preso por um fio inextensível, gira no sentido anti-horário em torno de um ponto O. Esse objeto percorre a trajetória T, cuja equação é  $x^2 + y^2 = 25$ . Observe a figura:



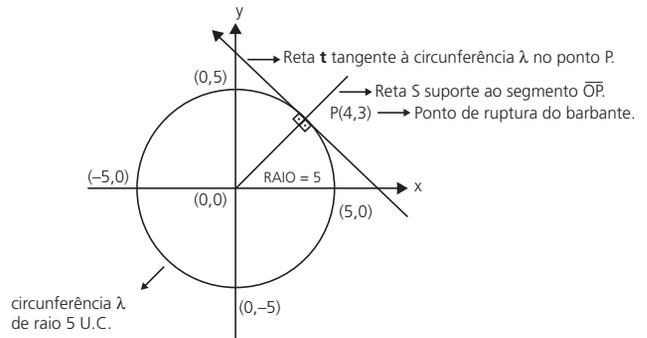
Admita que o fio arrebente no instante em que o objeto se encontra no ponto P(4,3). A partir desse instante, o objeto segue na direção da reta tangente a T no ponto P.

Determine a equação dessa reta.

- A)  $4x + 3y - 25 = 0$   
 B)  $-4x + 3y - 15 = 0$   
 C)  $4x - 3y - 12 = 0$   
 D)  $4x + 3y = 5$   
 E)  $3x + 3y = 15$

**Solução:**

Do enunciado, temos:



- I. Veja que  $m_s = \frac{Oy}{Ox}$ ,  $m_s = \frac{3}{4}$  (coeficiente angular da reta S suporte ao segmento  $\overline{OP}$ );
- II. Como  $5 \perp t$ , temos:  $m_t = -\frac{1}{m_s} \rightarrow m_t = -\frac{4}{3}$ . Sabendo que o ponto P pertence à reta tangente t, podemos utilizar:

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0) \rightarrow y - 3 = -\frac{4}{3} \cdot (x - 4)$$

$$3y - 9 = -4x + 16$$

$$4x + 3y - 25 = 0$$

**Resposta: A**



Seção Videoaula



Equação da Circunferência



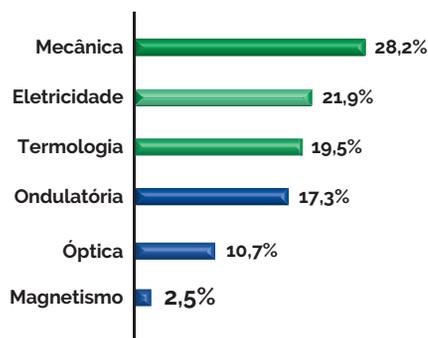
# CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

---

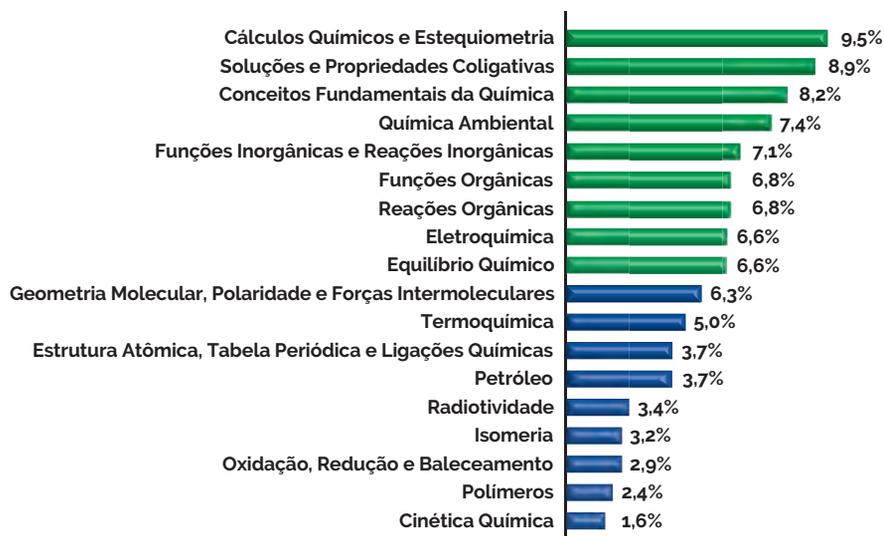
- FÍSICA
- QUÍMICA
- BIOLOGIA

# CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

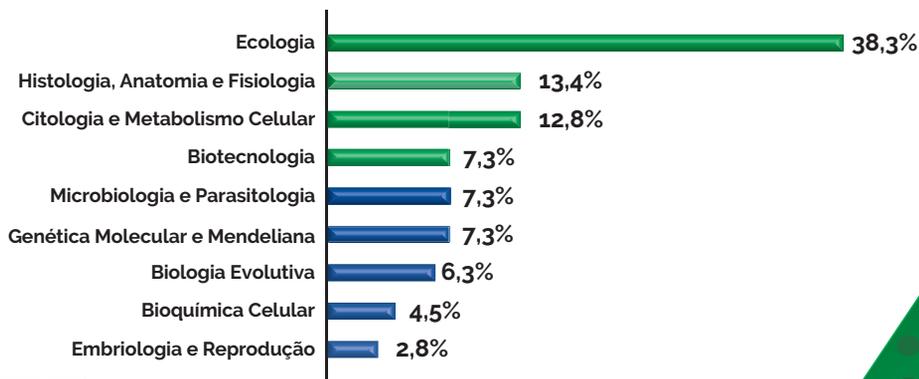
## FÍSICA



## QUÍMICA



## BIOLOGIA



# COMPETÊNCIAS, HABILIDADES E CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 1** – Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

- H<sub>1</sub> – Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.
- H<sub>2</sub> – Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.
- H<sub>3</sub> – Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- H<sub>4</sub> – Avaliar propostas de intervenção no ambiente, considerando a qualidade da vida humana ou medidas de conservação, recuperação ou utilização sustentável da biodiversidade.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 2** – Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

- H<sub>5</sub> – Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.
- H<sub>6</sub> – Relacionar informações para compreender manuais de instalação ou utilização de aparelhos, ou sistemas tecnológicos de uso comum.
- H<sub>7</sub> – Selecionar testes de controle, parâmetros ou critérios para a comparação de materiais e produtos, tendo em vista a defesa do consumidor, a saúde do trabalhador ou a qualidade de vida.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 3** – Associar intervenções que resultam em degradação ou conservação ambiental a processos produtivos e sociais e a instrumentos ou ações científico-tecnológicas.

- H<sub>8</sub> – Identificar etapas em processos de obtenção, transformação, utilização ou reciclagem de recursos naturais, energéticos ou matérias-primas, considerando processos biológicos, químicos ou físicos neles envolvidos.
- H<sub>9</sub> – Compreender a importância dos ciclos biogeoquímicos ou do fluxo energia para a vida, ou da ação de agentes ou fenômenos que podem causar alterações nesses processos.
- H<sub>10</sub> – Analisar perturbações ambientais, identificando fontes, transporte e/ou destino dos poluentes ou prevendo efeitos em sistemas naturais, produtivos ou sociais.
- H<sub>11</sub> – Reconhecer benefícios, limitações e aspectos éticos da biotecnologia, considerando estruturas e processos biológicos envolvidos em produtos biotecnológicos.
- H<sub>12</sub> – Avaliar impactos em ambientes naturais decorrentes de atividades sociais ou econômicas, considerando interesses contraditórios.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 4** – Compreender interações entre organismos e ambiente, em particular aquelas relacionadas à saúde humana, relacionando conhecimentos científicos, aspectos culturais e características individuais.

- H<sub>13</sub> – Reconhecer mecanismos de transmissão da vida, prevendo ou explicando a manifestação de características dos seres vivos.
- H<sub>14</sub> – Identificar padrões em fenômenos e processos vitais dos organismos, como manutenção do equilíbrio interno, defesa, relações com o ambiente, sexualidade, entre outros.
- H<sub>15</sub> – Interpretar modelos e experimentos para explicar fenômenos ou processos biológicos em qualquer nível de organização dos sistemas biológicos.
- H<sub>16</sub> – Compreender o papel da evolução na produção de padrões, processos biológicos ou na organização taxonômica dos seres vivos.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 5** – Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

- H<sub>17</sub> – Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- H<sub>18</sub> – Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas ou procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.
- H<sub>19</sub> – Avaliar métodos, processos ou procedimentos das ciências naturais que contribuam para diagnosticar ou solucionar problemas de ordem social, econômica ou ambiental.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 6** – Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

- H<sub>20</sub> – Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

- H<sub>21</sub> – Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e/ou do eletromagnetismo.

- H<sub>22</sub> – Compreender fenômenos decorrentes da interação entre a radiação e a matéria em suas manifestações em processos naturais ou tecnológicos, ou em suas implicações biológicas, sociais, econômicas ou ambientais.

- H<sub>23</sub> – Avaliar possibilidades de geração, uso ou transformação de energia em ambientes específicos, considerando implicações éticas, ambientais, sociais e/ou econômicas.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 7** – Apropriar-se de conhecimentos da química para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

- H<sub>24</sub> – Utilizar códigos e nomenclatura da química para caracterizar materiais, substâncias ou transformações químicas.

- H<sub>25</sub> – Caracterizar materiais ou substâncias, identificando etapas, rendimentos ou implicações biológicas, sociais, econômicas ou ambientais de sua obtenção ou produção.

- H<sub>26</sub> – Avaliar implicações sociais, ambientais e/ou econômicas na produção ou no consumo de recursos energéticos ou minerais, identificando transformações químicas ou de energia envolvidas nesses processos.

- H<sub>27</sub> – Avaliar propostas de intervenção no meio ambiente aplicando conhecimentos químicos, observando riscos ou benefícios.

**COMPETÊNCIA DE ÁREA 8** – Apropriar-se de conhecimentos da biologia para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

- H<sub>28</sub> – Associar características adaptativas dos organismos com seu modo de vida ou com seus limites de distribuição em diferentes ambientes, em especial em ambientes brasileiros.

- H<sub>29</sub> – Interpretar experimentos ou técnicas que utilizam seres vivos, analisando implicações para o ambiente, a saúde, a produção de alimentos, matérias-primas ou produtos industriais.

- H<sub>30</sub> – Avaliar propostas de alcance individual ou coletivo, identificando aquelas que visam à preservação e à implementação da saúde individual, coletiva ou do ambiente.

## CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

### FÍSICA

- **Conhecimentos básicos e fundamentais** – Noções de ordem de grandeza. Notação Científica. Sistema Internacional de Unidades. Metodologia de investigação: a procura de regularidades e de sinais na interpretação física do mundo. Observações e mensurações: representação de grandezas físicas como grandezas mensuráveis. Ferramentas básicas: gráficos e vetores. Conceituação de grandezas vetoriais e escalares. Operações básicas com vetores.
- **O movimento, o equilíbrio e a descoberta de leis físicas** – Grandezas fundamentais da mecânica: tempo, espaço, velocidade e aceleração. Relação histórica entre força e movimento. Descrições do movimento e sua interpretação: quantificação do movimento e sua descrição matemática e gráfica. Casos especiais de movimentos e suas regularidades observáveis. Conceito de inércia. Noção de sistemas de referência inerciais e não inerciais. Noção dinâmica de massa e quantidade de movimento (momento linear). Força e variação da quantidade de movimento. Leis de Newton. Centro de massa e a ideia de ponto material. Conceito de forças externas e internas. Lei da conservação da quantidade de movimento (momento linear) e teorema do impulso. Momento de uma força (torque). Condições de equilíbrio estático de ponto material e de corpos rígidos. Força de atrito, força peso, força normal de contato e tração. Diagramas de forças. Identificação das forças que atuam nos movimentos circulares. Noção de força centrípeta e sua quantificação. A hidrostática: aspectos históricos e variáveis relevantes. Empuxo. Princípios de Pascal, Arquimedes e Stevin: condições de flutuação, relação entre diferença de nível e pressão hidrostática.
- **Energia, trabalho e potência** – Conceituação de trabalho, energia e potência. Conceito de energia potencial e de energia cinética. Conservação de energia mecânica e dissipação de energia. Trabalho da força gravitacional e energia potencial gravitacional. Forças conservativas e dissipativas.
- **A mecânica e o funcionamento do universo** – Força peso. Aceleração gravitacional. Lei da Gravitação Universal. Leis de Kepler. Movimentos de corpos celestes. Influência na Terra: marés e variações climáticas. Concepções históricas sobre a origem do universo e sua evolução.

# COMPETÊNCIAS, HABILIDADES E CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

- **Fenômenos elétricos e magnéticos** – Carga elétrica e corrente elétrica. Lei de Coulomb. Campo elétrico e potencial elétrico. Linhas de campo. Superfícies equipotenciais. Poder das pontas. Blindagem. Capacitores. Efeito Joule. Lei de Ohm. Resistência elétrica e resistividade. Relações entre grandezas elétricas: tensão, corrente, potência e energia. Circuitos elétricos simples. Correntes contínua e alternada. Medidores elétricos. Representação gráfica de circuitos. Símbolos convencionais. Potência e consumo de energia em dispositivos elétricos. Campo magnético. Ímãs permanentes. Linhas de campo magnético. Campo magnético terrestre.
- **Oscilações, ondas, óptica e radiação** – Feixes e frentes de ondas. Reflexão e refração. Óptica geométrica: lentes e espelhos. Formação de imagens. Instrumentos ópticos simples. Fenômenos ondulatórios. Pulsos e ondas. Período, frequência, ciclo. Propagação: relação entre velocidade, frequência e comprimento de onda. Ondas em diferentes meios de propagação.
- **O calor e os fenômenos térmicos** – Conceitos de calor e de temperatura. Escalas termométricas. Transferência de calor e equilíbrio térmico. Capacidade calorífica e calor específico. Condução do calor. Dilatação térmica. Mudanças de estado físico e calor latente de transformação. Comportamento de gases ideais. Máquinas térmicas. Ciclo de Carnot. Lei da Termodinâmica. Aplicações e fenômenos térmicos de uso cotidiano. Compreensão de fenômenos climáticos relacionados ao ciclo da água.

## QUÍMICA

- **Transformações Químicas** – Evidências de transformações químicas. Interpretando transformações químicas. Sistemas Gasosos: Lei dos gases. Equação geral dos gases ideais, Princípio de Avogadro, conceito de molécula; massa molar, volume molar dos gases. Teoria cinética dos gases. Misturas gasosas. Modelo corpuscular da matéria. Modelo atômico de Dalton. Natureza elétrica da matéria: Modelo Atômico de Thomson, Rutherford, Rutherford-Böhr. Átomos e sua estrutura. Número atômico, número de massa, isótopos, massa atômica. Elementos químicos e Tabela Periódica. Reações químicas.
- **Representação das transformações químicas** – Fórmulas químicas. Balanceamento de equações químicas. Aspectos quantitativos das transformações químicas. Leis ponderais das reações químicas. Determinação de fórmulas químicas. Grandezas Químicas: massa, volume, mol, massa molar, constante de Avogadro. Cálculos estequiométricos.
- **Materiais, suas propriedades e usos** – Propriedades de materiais. Estados físicos de materiais. Mudanças de estado. Misturas: tipos e métodos de separação. Substâncias químicas: classificação e características gerais. Metais e Ligas metálicas. Ferro, cobre e alumínio. Ligações metálicas. Substâncias iônicas: características e propriedades. Substâncias iônicas do grupo: cloreto, carbonato, nitrato e sulfato. Ligação iônica. Substâncias moleculares: características e propriedades. Substâncias moleculares:  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $Cl_2$ ,  $NH_3$ ,  $H_2O$ ,  $HCl$ ,  $CH_4$ . Ligação Covalente. Polaridade de moléculas. Forças intermoleculares. Relação entre estruturas, propriedade e aplicação das substâncias.
- **Água** – Ocorrência e importância na vida animal e vegetal. Ligação, estrutura e propriedades. Sistemas em solução aquosa: Soluções verdadeiras, soluções coloidais e suspensões. Solubilidade. Concentração das soluções. Aspectos qualitativos das propriedades coligativas das soluções. Ácidos, Bases, Sais e Óxidos: definição, classificação, propriedades, formulação e nomenclatura. Conceitos de ácidos e bases. Principais propriedades dos ácidos e bases: indicadores, condutibilidade elétrica, reação com metais, reação de neutralização.
- **Transformações químicas e energia** – Transformações químicas e energia calorífica. Calor de reação. Entalpia. Equações termoquímicas. Lei de Hess. Transformações químicas e energia elétrica. Reação de oxirredução. Potenciais padrão de redução. Pilha. Eletrolise. Leis de Faraday. Transformações nucleares. Conceitos fundamentais da radioatividade. Reações de fissão e fusão nuclear. Desintegração radioativa e radioisótopos.
- **Dinâmica das transformações químicas** – Transformações Químicas e velocidade. Velocidade de reação. Energia de ativação. Fatores que alteram a velocidade de reação: concentração, pressão, temperatura e catalisador.
- **Transformação química e equilíbrio** – Caracterização do sistema em equilíbrio. Constante de equilíbrio. Produto iônico da água, equilíbrio ácido-base e pH. Solubilidade dos sais e hidrólise. Fatores que alteram o sistema em equilíbrio. Aplicação da velocidade e do equilíbrio químico no cotidiano.
- **Compostos de carbono** – Características gerais dos compostos orgânicos. Principais funções orgânicas. Estrutura e propriedades de hidrocarbonetos. Estrutura e propriedades de compostos orgânicos oxigenados.

Fermentação. Estrutura e propriedades de compostos orgânicos nitrogenados. Macromoléculas naturais e sintéticas. Noções básicas sobre polímeros. Amido, glicogênio e celulose. Borracha natural e sintética. Polietileno, poliestireno, PVC, teflon, náilon. Óleos e gorduras, sabões e detergentes sintéticos. Proteínas e enzimas.

- **Relações da Química com as tecnologias, a sociedade e o meio ambiente** – Química no cotidiano. Química na agricultura e na saúde. Química nos alimentos. Química e ambiente. Aspectos científico-tecnológicos, socioeconômicos e ambientais associados à obtenção ou produção de substâncias químicas. Indústria Química: obtenção e utilização do cloro, hidróxido de sódio, ácido sulfúrico, amônia e ácido nítrico. Mineração e Metalurgia. Poluição e tratamento de água. Poluição atmosférica. Contaminação e proteção do ambiente.
- **Energias químicas no cotidiano** – Petróleo, gás natural e carvão. Madeira e hulha. Biomassa. Biocombustíveis. Impactos ambientais de combustíveis fósseis. Energia nuclear. Lixo atômico. Vantagens e desvantagens do uso de energia nuclear.

## BIOLOGIA

- **Moléculas, células e tecidos** – Estrutura e fisiologia celular: membrana, citoplasma e núcleo. Divisão celular. Aspectos bioquímicos das estruturas celulares. Aspectos gerais do metabolismo celular. Metabolismo energético: fotossíntese e respiração. Codificação da informação genética. Síntese proteica. Diferenciação celular. Principais tecidos animais e vegetais. Origem e evolução das células. Noções sobre células-tronco, clonagem e tecnologia do DNA recombinante. Aplicações de biotecnologia na produção de alimentos, fármacos e componentes biológicos. Aplicações de tecnologias relacionadas ao DNA a investigações científicas, determinação da paternidade, investigação criminal e identificação de indivíduos. Aspectos éticos relacionados ao desenvolvimento biotecnológico. Biotecnologia e sustentabilidade.
- **Hereditariedade e diversidade da vida** – Princípios básicos que regem a transmissão de características hereditárias. Concepções pré-mendelianas sobre a hereditariedade. Aspectos genéticos do funcionamento do corpo humano. Antígenos e anticorpos. Grupos sanguíneos, transplantes e doenças autoimunes. Neoplasias e a influência de fatores ambientais. Mutações gênicas e cromossômicas. Aconselhamento genético. Fundamentos genéticos da evolução. Aspectos genéticos da formação e manutenção da diversidade biológica.
- **Identidade dos seres vivos** – Níveis de organização dos seres vivos. Vírus, procariontes e eucariontes. Autótrofos e heterótrofos. Seres unicelulares e pluricelulares. Sistemática e as grandes linhas da evolução dos seres vivos. Tipos de ciclo de vida. Evolução e padrões anatômicos e fisiológicos observados nos seres vivos. Funções vitais dos seres vivos e sua relação com a adaptação desses organismos a diferentes ambientes. Embriologia, anatomia e fisiologia humana. Evolução humana. Biotecnologia e sistemática.
- **Ecologia e ciências ambientais** – Ecossistemas. Fatores bióticos e abióticos. Habitat e nicho ecológico. A comunidade biológica: teia alimentar, sucessão e comunidade climax. Dinâmica de populações. Interações entre os seres vivos. Ciclos biogeoquímicos. Fluxo de energia no ecossistema. Biogeografia. Biomas brasileiros. Exploração e uso de recursos naturais. Problemas ambientais: mudanças climáticas, efeito estufa; desmatamento; erosão; poluição da água, do solo e do ar. Conservação e recuperação de ecossistemas. Conservação da biodiversidade. Tecnologias ambientais. Noções de saneamento básico. Noções de legislação ambiental: água, florestas, unidades de conservação; biodiversidade.
- **Origem e evolução da vida** – A biologia como ciência: história, métodos, técnicas e experimentação. Hipóteses sobre a origem do Universo, da Terra e dos seres vivos. Teorias de evolução. Explicações pré-darwinistas para a modificação das espécies. A teoria evolutiva de Charles Darwin. Teoria sintética da evolução. Seleção artificial e seu impacto sobre ambientes naturais e sobre populações humanas.
- **Qualidade de vida das populações humanas** – Aspectos biológicos da pobreza e do desenvolvimento humano. Indicadores sociais, ambientais e econômicos. Índice de desenvolvimento humano. Principais doenças que afetam a população brasileira: caracterização, prevenção e profilaxia. Noções de primeiros socorros. Doenças sexualmente transmissíveis. Aspectos sociais da biologia: uso indevido de drogas; gravidez na adolescência; obesidade. Violência e segurança pública. Exercícios físicos e vida saudável. Aspectos biológicos do desenvolvimento sustentável. Legislação e cidadania.

# FÍSICA I

## DINÂMICA

### Objetivo(s):

- Diferenciar força de atrito estático do atrito dinâmico.
- Retirar elementos substanciais do gráfico  $F_{at} \times F_{ext}$ .
- Identificar, no movimento circular, a força centrípeta.

### Conteúdo:

#### AULA 16: FORÇA DE ATRITO

Introdução .....	2
Atrito.....	2
Força de atrito dinâmico .....	2
Módulo da força de atrito dinâmico.....	2
Atrito estático .....	2
Módulo da força de atrito estático.....	2
Ato de andar.....	3
Atrito e tração de automóveis .....	3
Exercícios .....	4

#### AULAS 17 E 18: DINÂMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR

Dinâmica do movimento circular .....	6
Aceleração tangencial e centrípeta .....	7
Movimento circular uniformemente acelerado .....	7
Movimento circular uniformemente retardado .....	7
Aceleração vetorial .....	7
Força tangencial e centrípeta.....	7
Resultante tangencial .....	8
Resultante centrípeta.....	8
Força centrípeta em diversas situações.....	8
Força centrífuga (FCF).....	9
Exercícios .....	9

#### AULAS 19 E 20: REVISÃO PARA O ENEM

Exercícios .....	14
------------------	----

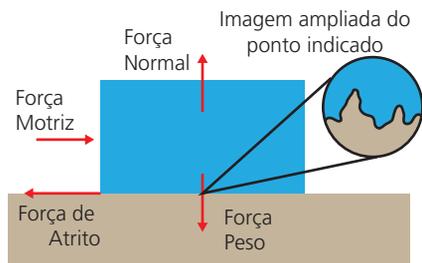
**Aula**  
**16**

**Força de Atrito**

C-6 H-20

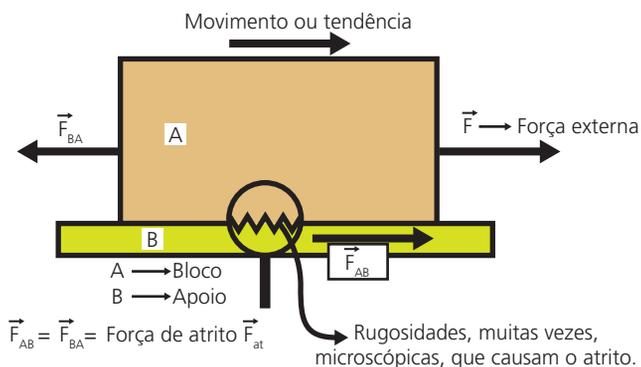
**Introdução**

Quando empurramos o corpo sobre uma superfície áspera, podemos ou não colocá-lo em movimento. Mesmo entrando em movimento, percebemos uma dificuldade em deslocá-lo. Isso se deve ao surgimento da força de atrito  $F_{at}$  entre o corpo e o solo. Observe a figura a seguir.



A força de atrito tende sempre a se opor ao movimento relativo das superfícies em contato.

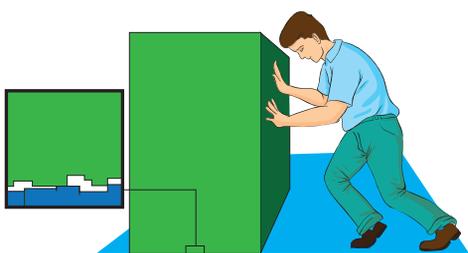
**Atrito**



Força de atrito é a componente horizontal da força de contato que atua sempre que dois corpos entram em contato e há tendência ao movimento. É gerada pelo grau de aspereza dos corpos. A força de atrito é sempre paralela às superfícies em interação e contrária ao movimento relativo entre eles.

**Força de atrito dinâmico**

Observe a figura a seguir.



Força de atrito dinâmico é a força que surge entre as superfícies que estejam em contato e apresentem movimento relativo de deslizamento entre si. A força de atrito dinâmico se opõe sempre a este deslizamento e atua nos corpos de forma a sempre contrariá-lo, mas nem sempre se mostra oposta ao movimento observado do corpo.

**Módulo da força de atrito dinâmico**

A força de atrito depende da força normal entre o objeto e a superfície de apoio; quanto maior for a força normal, maior será a força de atrito. Logo, podemos calcular a força de atrito através da seguinte equação:

$$\vec{F}_{at(d)} = \mu_D \cdot \vec{N}$$

Em que:

$F_{at(d)}$  → módulo da força de atrito dinâmico.

$\mu_D$  → coeficiente de atrito dinâmico.

$N$  → intensidade da força normal.

O coeficiente de atrito é uma grandeza adimensional que expressa a oposição que mostra as superfícies de dois corpos em contato ao deslizar um em relação ao outro. O valor do coeficiente de atrito é característico de cada par de materiais, e não uma propriedade inerente ao material. Grau de aspereza das superfícies em contato, velocidade relativa entre as superfícies e temperatura são fatores que influem no coeficiente de atrito.

**Atrito estático**

Força de atrito estático é a força que se opõe ao início do movimento entre as superfícies, ou seja, quando não houver movimento relativo entre elas. Chama-se força de atrito estática máxima a maior intensidade da força de atrito estático que pode existir entre duas superfícies sem que estas escorreguem uma sobre a outra. A força de atrito estático é, em módulo, igual ao da componente paralela à superfície da força aplicada, até que o bloco se mova. Entretanto, há uma força limite que pode se aplicar no corpo sem que esse se mova: a componente desta força paralela à superfície iguala-se à de atrito estático máxima, em módulo.

**Módulo da força de atrito estático**

A força de atrito estático relaciona-se com a força normal mediante a seguinte relação:

$$\vec{F}_{at(máx)} = \mu_e \cdot N$$

Em que:

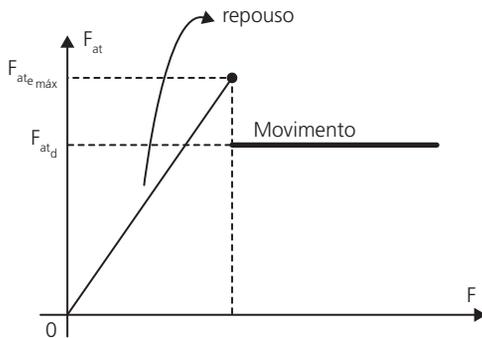
$F_{at(máx)}$  → intensidade da força de atrito máxima;

$\mu_e$  → coeficiente de atrito estático;

$N$  → intensidade da força normal.

### Gráfico da $F_{at}$ x $F_{ext}$

Podemos sintetizar o comportamento do módulo da força de atrito em função de uma força externa aplicada a um corpo, a partir do gráfico a seguir.



Note que, quando a intensidade da força externa cresce a partir do zero, a intensidade da força de atrito cresce na mesma proporção, até atingir o seu valor máximo. Nesse período de tempo, o corpo encontra-se em repouso e a força de atrito tem a mesma intensidade da força externa. A força de atrito estática surge tão somente para impedir o movimento, ou seja, ela surge para anular a força aplicada. Quando a intensidade da força externa supera o valor da força de atrito estático máximo, o corpo entra em movimento.

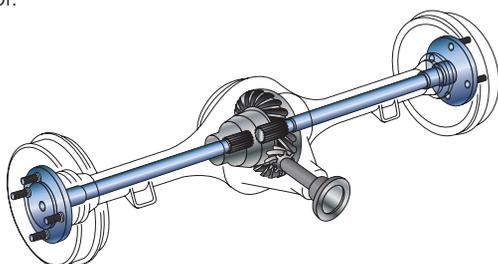
### Ato de andar

O pé, em contato com o solo, empurra-o para trás ( $\vec{F}_{at}$ ), e o solo reage sobre o pé, empurrando-o para frente ( $\vec{F}_{at}$ ). Se não existisse atrito ou o atrito ficasse desprezível, escorregaríamos e cairíamos. Veja a ilustração seguinte.

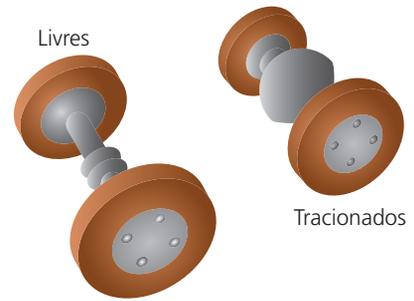


### Atrito e tração de automóveis

As rodas de um automóvel podem ser tracionadas ou livres. A figura a seguir mostra as rodas que possuem tração, conectadas ao motor.

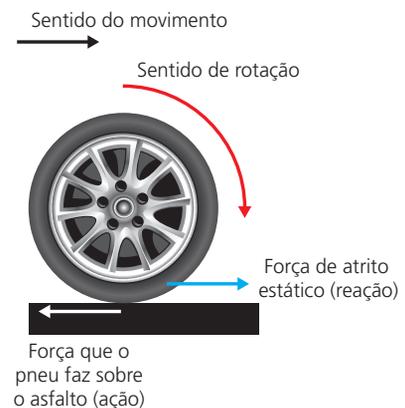


Nos pneus livres, o eixo não é conectado ao motor. Veja a figura a seguir.



### Pneu tracionado

Uma roda com tração motora, acionada pela rotação do motor, empurra o piso para trás, o piso reage, empurrando o carro para frente. Veja a figura a seguir.

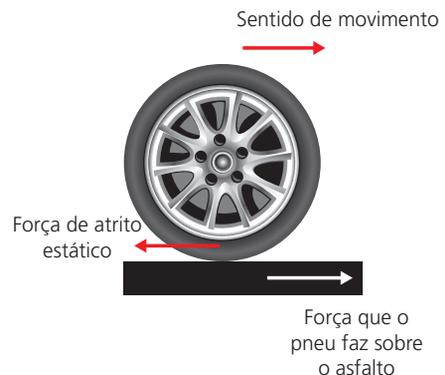


### Importante

1. No pneu tracionado, a rotação do pneu é produzida pelo motor ligado do carro.
2. A força de atrito motora tem o mesmo sentido do movimento de translação do pneu.

### Pneu livre

Em uma roda sem tração, a inércia tende a manter a roda parada e a roda tenta deslizar para frente, embora acabe por girar, devido ao contato com o solo.



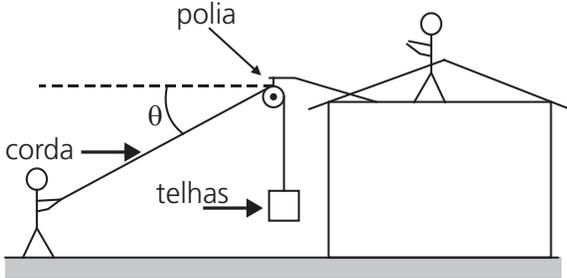
### Importante:

1. A rotação do pneu livre é devido ao contato com o solo.
2. No pneu livre, a força de atrito é contrária ao movimento de translação do carro.



**Exercícios de Fixação**

01. (EsPCEX) Um trabalhador da construção civil tem massa de 70 kg e utiliza uma polia e uma corda ideais e sem atrito para transportar telhas do solo até a cobertura de uma residência em obras, conforme desenho a seguir.



O coeficiente de atrito estático entre a sola do sapato do trabalhador e o chão de concreto é  $\mu_e = 1,0$  e a massa de cada telha é de 2 kg. O número máximo de telhas que podem ser sustentadas em repouso, acima do solo, sem que o trabalhador deslize, permanecendo estático no solo, para um ângulo  $\theta$  entre a corda e a horizontal, é:

**Dados:** Aceleração da gravidade:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\cos \theta = 0,8$ ;  $\text{sen} \theta = 0,6$ .

- A) 30
- B) 25
- C) 20
- D) 16
- E) 10

02. (Unisc) Um livro de física, de peso 10 N, está em repouso e apoiado sobre uma superfície horizontal e rugosa. Considerando que o coeficiente de atrito estático entre o livro e a superfície é de 0,1 e o coeficiente de atrito dinâmico é de 0,05, qual deve ser a força mínima necessária para provocar um deslocamento horizontal no livro?
- A) 10 N
  - B) 1 N
  - C) 100 N
  - D) 0,1 N
  - E) 0,5 N

03. (Ucs) Uma família, passando suas férias num *camping*, resolveu fazer uma macarronada. Após o preparo desse prato, a mãe improvisou uma mesa, usando a caixa de madeira que serviu para transportar parte da bagagem. Sobre a tampa fechada, ela estendeu a toalha e por cima colocou os talheres, pratos, copos e a panela com a macarronada. Aí ela se deu conta de que tinha esquecido o pegador de macarrão dentro da caixa. Tradicional quanto aos costumes, ela não admitia servir macarrão sem o pegador, mas não desejava desfazer a mesa já arrumada. Suponha que ela precise de um ângulo mínimo de  $15^\circ$ , com a horizontal, na abertura da tampa, para conseguir colocar o braço dentro da caixa e alcançar o pegador. Qual deve ser o valor mínimo do coeficiente de atrito estático entre a madeira da tampa e a toalha sobre a qual está a louça para que o desejo da mãe seja satisfeito? (**Dados:**  $\text{sen } 15^\circ = 0,26$  e  $\text{cos } 15^\circ = 0,96$ )
- A) 0,03
  - B) 0,09
  - C) 0,11
  - D) 0,18
  - E) 0,27

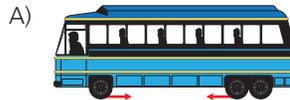
04. (Enem) Uma pessoa necessita da força de atrito em seus pés para se deslocar sobre uma superfície. Logo, uma pessoa que sobe uma rampa em linha reta será auxiliada pela força de atrito exercida pelo chão em seus pés.
- Em relação ao movimento dessa pessoa, quais são a direção e o sentido da força de atrito mencionada no texto?
- A) Perpendicular ao plano e no mesmo sentido do movimento.
  - B) Paralelo ao plano e no sentido contrário ao movimento.
  - C) Paralelo ao plano e no mesmo sentido do movimento.
  - D) Horizontal e no mesmo sentido do movimento.
  - E) Vertical e sentido para cima.

05. (Unicamp) O sistema de freios ABS (do alemão *Antiblockier-Bremssystem*) impede o travamento das rodas do veículo, de forma que elas não deslizem no chão, o que leva a um menor desgaste do pneu. Não havendo deslizamento, a distância percorrida pelo veículo até a parada completa é reduzida, pois a força de atrito aplicada pelo chão nas rodas é estática, e seu valor máximo é sempre maior que a força de atrito cinético. O coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista é  $\mu_e = 0,80$  e o cinético vale  $\mu_c = 0,60$ . Sendo  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e a massa do carro  $m = 1200 \text{ kg}$ , o módulo da força de atrito estático máxima e o da força de atrito cinético são, respectivamente, iguais a
- A) 1200 N e 12000 N.
  - B) 12000 N e 120 N.
  - C) 20000 N e 15000 N.
  - D) 9600 N e 7200 N.



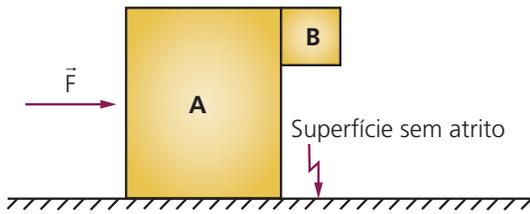
**Exercícios Propostos**

01. Um ônibus percorre uma estrada horizontal, da direita para a esquerda, conforme as figuras seguintes, em que as setas juntas às rodas indicam os sentidos das forças de atrito exercidas sobre elas. Em qual das figuras a tração é traseira e o ônibus está sendo acelerado?

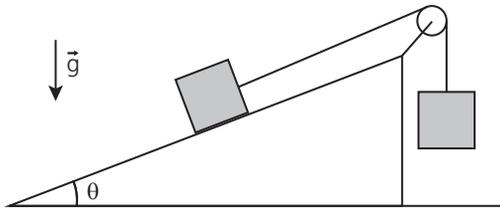


02. (UnB-DF) O coeficiente de atrito estático entre os blocos A e B, montados como mostra a figura seguinte, é de 0,9. Considerando que as massas dos blocos A e B sejam, respectivamente, iguais a 5,0 kg e 0,4 kg e que  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , calcule, em newtons, o menor valor do módulo da força  $\vec{F}$  para que o bloco B não caia. Despreze a parte fracionária de

seu resultado, caso exista.



03. (Uespi) Dois blocos idênticos, de peso 10 N, cada, encontram-se em repouso, como mostrado na figura a seguir. O plano inclinado faz um ângulo  $\theta = 37^\circ$  com a horizontal, tal que são considerados  $\text{sen}(37^\circ) = 0,6$  e  $\text{cos}(37^\circ) = 0,8$ . Sabe-se que os respectivos coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco e o plano inclinado valem  $\mu_e = 0,75$  e  $\mu_c = 0,25$ . O fio ideal passa sem atrito pela polia. Qual é o módulo da força de atrito entre o bloco e o plano inclinado?

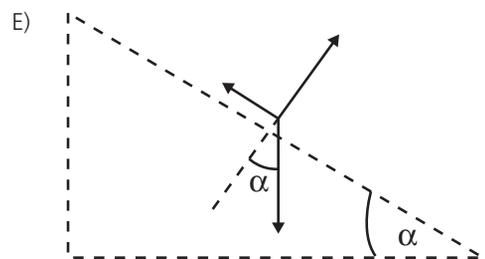
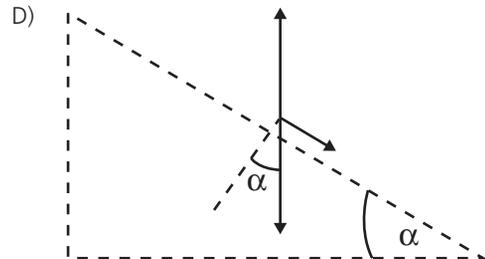
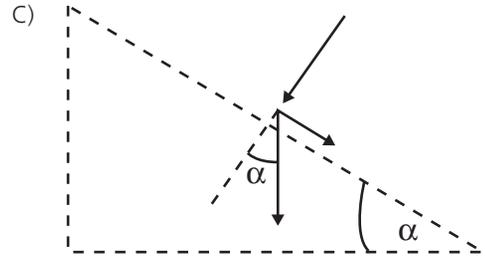
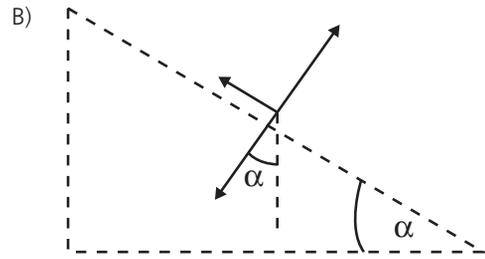
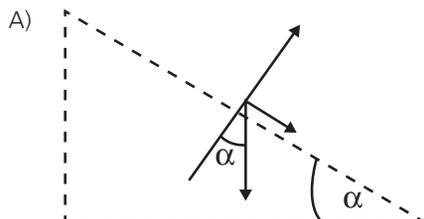
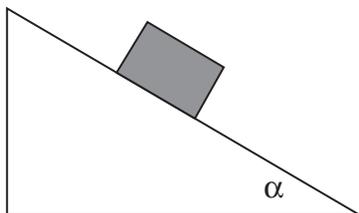


- A) 1 N
- B) 4 N
- C) 7 N
- D) 10 N
- E) 13 N

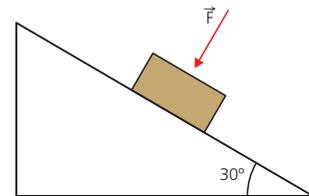
04. (UNIFOR-CE) Um bloco de massa de 4,0 kg é abandonado num plano inclinado de  $37^\circ$  com a horizontal com o qual tem coeficiente de atrito 0,25. A aceleração do movimento do bloco é em,  $\text{m/s}^2$ , (Dados:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\text{sen } 37^\circ = 0,60$ ;  $\text{cos } 37^\circ = 0,80$ ).

- A) 2,0
- B) 4,0
- C) 6,0
- D) 8,0
- E) 10

05. (Udesc) A figura a seguir mostra uma caixa de madeira que desliza para baixo com velocidade constante sobre o plano inclinado, sob a ação das seguintes forças: peso, normal e de atrito. Assinale a alternativa que representa corretamente o esquema das forças exercidas sobre a caixa de madeira.



06. (UFPE) Uma força  $F$ , perpendicular ao plano inclinado, é aplicada a um corpo de 6,0 kg, mantendo-o em repouso, como mostra a figura.



Calcule o módulo da força de atrito estático, em newtons, que atua no bloco.

07. (UTFPR) No estudo do atrito, podemos observar que ele oferece vantagens e desvantagens. Assinale a única alternativa que descreve uma situação de desvantagem.

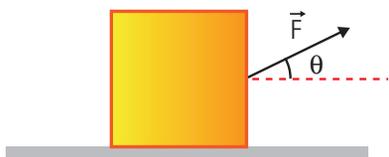
- A) Possibilita a locomoção de carros e pessoas devido à aderência dos pneus e pés ao solo.
- B) Necessidade de maior quantidade de energia para movimentar maquinários, o que é consequência da necessidade de menor força para qualquer movimento.
- C) Possibilita que veículos sofram o processo de frenagem.
- D) Responsável direto pelo funcionamento de máquinas acionadas através de correias.
- E) Permite o desgaste de grafite para a escrita em superfícies de papel.

08. Um elevador é acelerado verticalmente para cima com  $6,0 \text{ m/s}^2$ , em um local em que  $|g| = 10 \text{ m/s}^2$ . Sobre o seu piso horizontal é lançado um bloco, sendo-lhe comunicada uma velocidade inicial de  $2,0 \text{ m/s}$ .

O bloco é freado pela força de atrito exercida pelo piso até parar em relação ao elevador. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre as superfícies atritantes vale  $0,25$ , calcule, em relação ao elevador, a distância percorrida pelo bloco até parar.

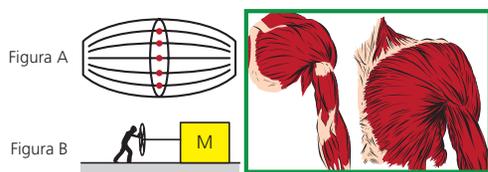
09. Uma caixa de peso  $P = 20 \text{ N}$  está em repouso em uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático entre a caixa e a superfície é  $\mu_e = 0,4$ . Uma força  $F$ , inclinada de um ângulo  $\theta$  em relação à horizontal, é aplicada na caixa. Qual é a máxima intensidade da força  $F$ , supondo que a caixa permaneça em repouso?

**Dados:**  $\text{sen } \theta = 0,6$ ;  $\text{cos } \theta = 0,8$ .



10. (UFG-MG/2010) A força muscular origina-se nas fibras musculares, conforme figura A, como resultado das interações entre certas proteínas que experimentam mudanças de configuração e proporcionam a contração rápida e voluntária do músculo.

A força máxima que um músculo pode exercer depende da sua área da seção reta e vale cerca de  $30 \text{ N/cm}^2$ . Considere um operário que movimentar, com uma velocidade constante, uma caixa de  $120 \text{ kg}$  sobre uma superfície rugosa, de coeficiente de atrito  $0,8$ , usando os dois braços, conforme ilustrado na figura B.



A mielina é uma substância lipídica, de cor verde reluzente e de caráter birrefringente, proveniente de algumas células do hipotálamo.

A actina é uma proteína que, em conjunto com a miosina e moléculas de ATP, gera movimentos celulares e musculares.

A proteína miosina é uma ATPase que se movimenta ao longo da actina e, em presença de ATP, são responsáveis pela contração muscular.

Dessa forma, a menor seção reta dos músculos de um dos braços do operário, em  $\text{cm}^2$ , e uma das proteínas responsáveis pela contração das miofibrilas são:

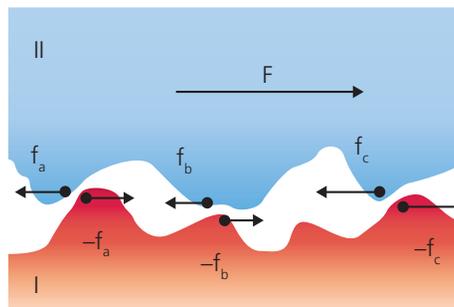
**Dados:**  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ .

- A) 16 e actina.
- B) 16 e mielina.
- C) 20 e miosina.
- D) 32 e actina.
- E) 32 e miosina.



**Fique de Olho**

**Curiosidade:**



Veja a ilustração anterior e imagine um corpo em contato com uma superfície. Se for dado pouco polimento às superfícies, elas apresentarão, a nível microscópico, pouco contato. Mas se acentuarmos o polimento, aumentarão ainda mais as superfícies de contato, reduzindo assim o desnível ou relevo das superfícies, portanto, haverá mais áreas de soldagem, aumentando o atrito entre elas.



**Seção Videoaula**



**Força de Atrito**

**Aulas**  
17 e 18

**Dinâmica do Movimento Circular**



**Dinâmica do movimento circular**

Neste estudo, analisaremos as forças envolvidas nos movimentos circulares descritos por corpos, em determinado plano.

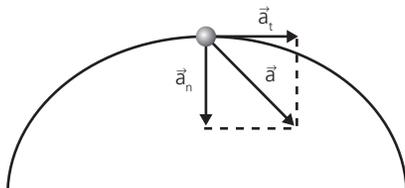


Rostislav Glimsky/123RF/Gettyimages



Simon Evans/123RF/Getty Images

### Aceleração tangencial e centrípeta



No movimento circular de uma partícula, como na figura anterior, o vetor aceleração apresenta duas componentes: uma componente na direção tangente à curva, chamada de aceleração tangencial, e uma componente perpendicular à aceleração tangencial, dirigida para o centro da circunferência, chamada de aceleração normal ou aceleração centrípeta.

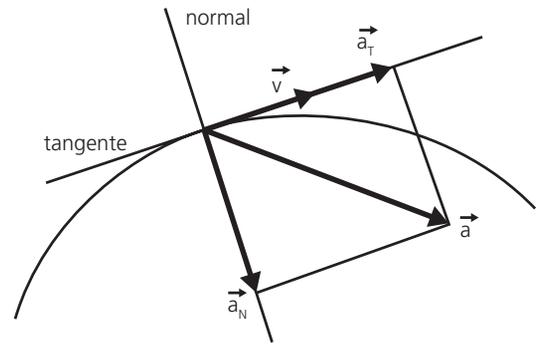
A aceleração tangencial é representada por  $(\vec{a}_T)$  e a aceleração normal por  $(\vec{a}_N)$ . A aceleração tangencial surge devido à variação da velocidade escalar em um determinado intervalo de tempo e é caracterizada por possuir a direção do vetor velocidade. Se o valor da velocidade aumentar, o sentido da aceleração tangencial terá o mesmo sentido do vetor velocidade e contrário, se o módulo da velocidade diminuir. A componente normal da aceleração surgirá quando houver variação da direção do vetor velocidade num dado intervalo de tempo, apresentando sentido dirigido para o centro da circunferência, sendo perpendicular ao vetor velocidade.

No caso do movimento ser circular uniforme, só existe a componente da aceleração, que é perpendicular ao vetor velocidade, isto é, aceleração centrípeta.

Nos movimentos retilíneos variados, como não ocorre mudança de direção do vetor velocidade, a aceleração só apresenta a componente tangencial. No caso particular do movimento retilíneo e uniforme, como não existe variação do vetor velocidade, ou seja, não variam nem o valor nem a direção do vetor velocidade, as duas componentes do vetor aceleração, tangencial e centrípeta, são nulas.

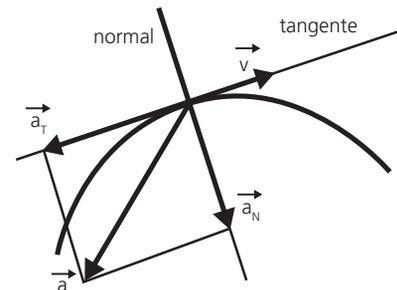
### Movimento circular uniformemente acelerado

Suponha uma partícula que se movimenta sobre uma circunferência, com velocidade linear  $\mathbf{v}$ , como mostra a figura a seguir. Caso o módulo de sua velocidade aumente com o tempo, a partícula possuirá aceleração tangencial, com direção e sentido da velocidade linear, e aceleração centrípeta perpendicular à velocidade.



### Movimento circular uniformemente retardado

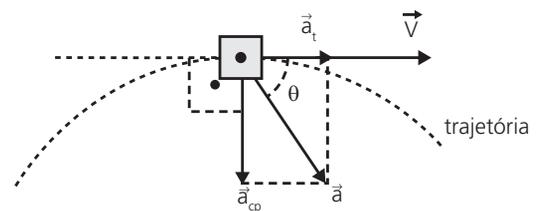
Suponha uma partícula que se movimenta sobre uma circunferência, com velocidade linear  $\mathbf{v}$ , como mostra a figura a seguir. Caso o módulo de sua velocidade diminua com o tempo, a partícula possuirá aceleração tangencial, com mesma direção e sentido contrário ao da velocidade linear, tendo, ainda, a aceleração centrípeta perpendicular à velocidade.



### Aceleração vetorial

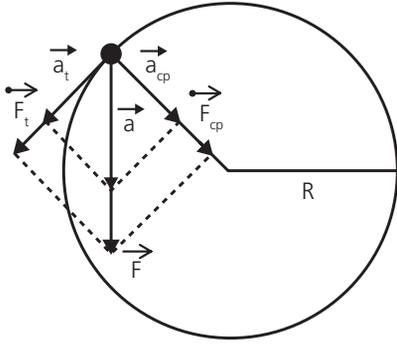
A aceleração vetorial de uma partícula que realiza movimento circular uniformemente variado (veja figura a seguir) é a resultante vetorial entre as acelerações tangencial e centrípeta. Como as acelerações tangencial e centrípeta são perpendiculares, podemos encontrar o módulo da aceleração vetorial usando o Teorema de Pitágoras, ou seja:

$$a^2 = a_T^2 + a_{cp}^2$$



### Força tangencial e centrípeta

Em uma partícula que realiza movimento circular uniformemente variado, podemos observar a atuação de duas forças, uma componente tangencial (responsável pela variação do módulo da velocidade), sempre tangente à trajetória, e outra de componente centrípeta (responsável pela variação da trajetória). Em um sistema no qual existem força centrípeta e força tangencial, a decomposição da força resultante é dada como se mostra a seguir.



### Resultante tangencial

Resultante das forças tangentes à trajetória da partícula em movimento uniformemente variado, responsável pela variação do módulo de sua velocidade.

### Módulo da força tangencial

De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$F_{R_T} = m \cdot a_T$$

### Resultante centrípeta

Resultante das forças orientadas para o centro da trajetória descrita pela partícula em movimento uniforme, responsável pela variação de trajetória.

### Módulo da força centrípeta

De acordo com a Segunda Lei de Newton, temos:

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp}$$

Como a aceleração centrípeta é dada por  $a_{cp} = \frac{v^2}{R}$ , substituindo esta expressão na equação anterior, teremos:

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} \rightarrow F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R} \text{ ou } F_{cp} = m \cdot \omega^2 R, \text{ pois } v = \omega \cdot R.$$

Em que:

$F_{cp}$  → intensidade da força de atrito;

$m$  → massa da partícula;

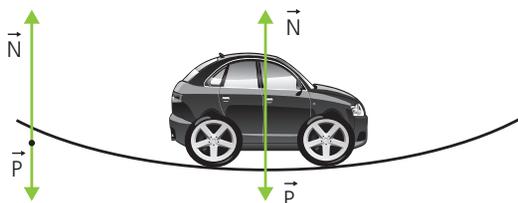
$v$  → velocidade escalar;

$\omega$  → velocidade angular escalar;

$R$  → raio da trajetória circular.

### Força centrípeta em diversas situações

- Carro passando no ponto mais baixo de uma depressão



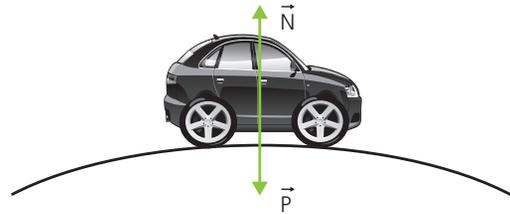
Note que, para o carro encurvar para cima, é necessário que a intensidade da força normal seja maior que a intensidade da força peso, ou seja:

$$N > P$$

Logo, a resultante centrípeta será dada por:

$$F_{cp} = N - P$$

- Carro passando no ponto mais alto de uma lombada



Note que, para o carro encurvar para baixo, é necessário que a intensidade da força normal seja menor que a intensidade da força peso, ou seja:

$$N < P$$

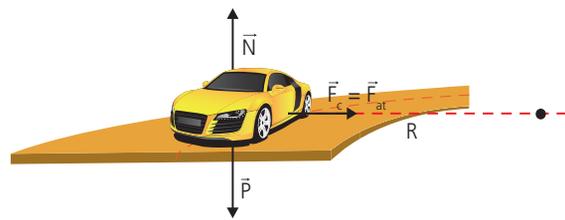
Logo, a resultante centrípeta será dada por:

$$F_{cp} = P - N$$

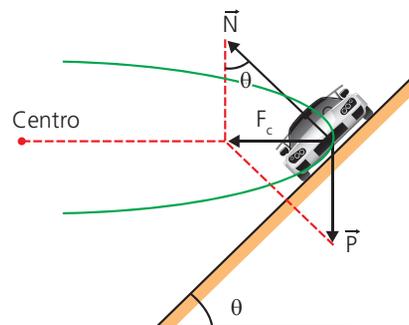
- Curva plana e horizontal

Neste tipo de curva plana e horizontal, a única força atuante no carro que evita que ele saia pela tangente e conseqüentemente consiga fazer a curva é a força de atrito, pois a força normal anula a força peso. Portanto:

$$F_{cp} = F_{at}$$



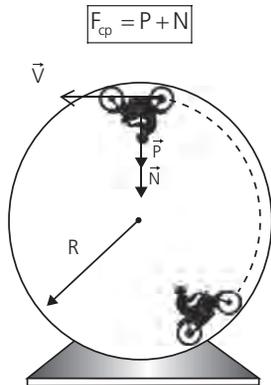
- Curva sobrelevada sem atrito



Nesse tipo de situação, em que temos o movimento de um carro em uma pista curva sobrelevada, para o carro conseguir fazer a curva é necessário que a resultante das forças aponte para o centro da curva. Podemos verificar, através da figura anterior, o esquema do diagrama de forças.

• **Globo da morte**

Na posição mais alta ocupada pela moto, no interior do globo da morte, como na figura abaixo, a resultante das forças orientadas para o centro da curva responsável pela mesma é a força centrípeta, que, neste caso, é dada pela soma vetorial das forças peso e normal, ou seja:



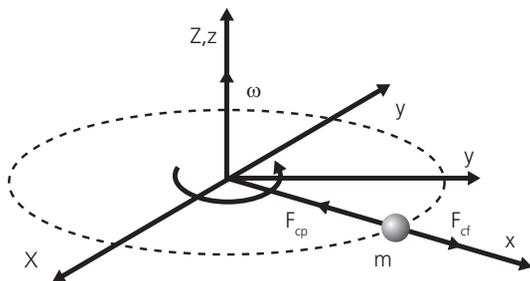
**Importante:**

A velocidade mínima da moto, na posição mais alta, ocorrerá quando a moto, nesta posição, passar no limiar de perder o contato com o piso interno do globo, ou seja, a força normal tende a zero neste ponto. Portanto:

$$F_{cp} = P$$

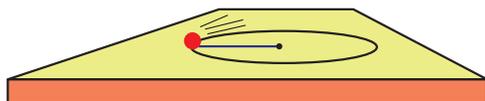
**Força centrífuga (FCf)**

A força inercial centrífuga é uma pseudoforça, não sendo uma força na definição do termo, percebida apenas por observadores solidários a referenciais não inerciais animados de movimento de rotação em relação a um referencial inercial.



**Exercícios de Fixação**

01. (Cesupa-PA) Um corpo de massa 500 g gira num plano horizontal em torno de um ponto fixo, preso à extremidade de um fio de 1 m de comprimento e massa desprezível.

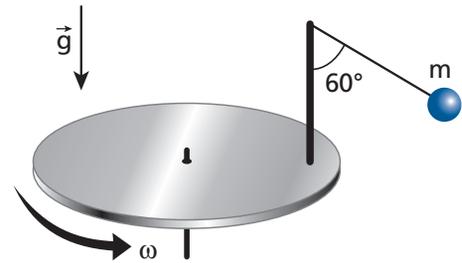


**Dado:** Considere  $\pi^2 = 10^2$ .

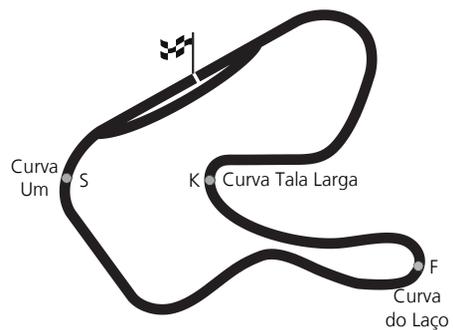
Se o corpo efetua 60 voltas completas a cada meio minuto, então a força de tração exercida pelo fio, em newtons, é:

- A) 20 N
- B) 80 N
- C) 30 N
- D) 160 N
- E) 50 N

02. (Mackenzie-SP) Na figura a seguir, o fio ideal prende uma partícula de massa  $m$  a uma haste vertical acoplada a um disco horizontal que gira com velocidade angular  $\omega$  constante. Sabendo que a distância do eixo de rotação do disco ao centro da partícula é igual a  $0,10\sqrt{3}$  m e que  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, calcule a velocidade angular do disco.



03. (Unesp) A figura representa, de forma simplificada, o autódromo de Tarumã, localizado na cidade de Viamão, na Grande Porto Alegre. Em um evento comemorativo, três veículos de diferentes categorias do automobilismo, um kart (K), um fórmula 1 (F) e um stock-car (S), passam por diferentes curvas do circuito, com velocidades escalares iguais e constantes.



As tabelas 1 e 2 indicam, respectivamente e de forma comparativa, as massas de cada veículo e os raios de curvatura das curvas representadas na figura, nas posições onde se encontram os veículos.

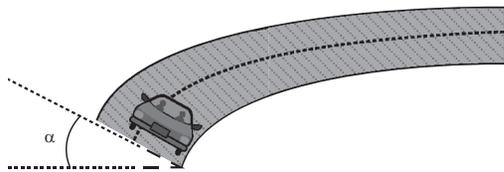
TABELA 1	
Veículo	Massa
kart	M
fórmula 1	3M
stock-car	6M

TABELA 2	
Curva	Raio
Tala Larga	2R
do Laço	R
Um	3R

Sendo  $F_K$ ,  $F_F$  e  $F_S$  os módulos das forças resultantes centrípetas que atuam em cada um dos veículos nas posições em que eles se encontram na figura, é correto afirmar que

- A)  $F_S < F_K < F_F$
- B)  $F_K < F_S < F_F$
- C)  $F_K < F_F < F_S$
- D)  $F_F < F_S < F_K$
- E)  $F_S < F_F < F_K$

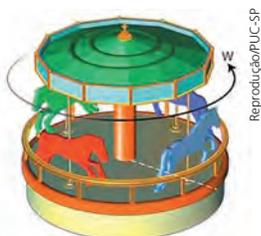
04. (Mackenzie-SP) Um veículo necessita deslocar-se em um trecho circunferencial de um autódromo, com velocidade escalar constante de 180 km/h. O raio de curvatura da trajetória é 820 m. Para que esse movimento seja possível, independentemente do atrito entre os pneus e a pista, a estrada deverá apresentar uma sobrelevação, em relação à horizontal, correspondente a um ângulo  $\alpha$  mínimo, aproximadamente igual a:



- A) 2°
- B) 7°
- C) 13°
- D) 17°
- E) 20°

	2°	7°	13°	17°	20°
sen	0,035	0,122	0,225	0,292	0,342
cos	0,999	0,992	0,974	0,956	0,940
tan	0,035	0,123	0,231	0,306	0,364

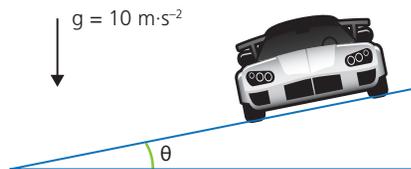
05. (UFPel-RS) Em um parque de diversões, existe um carrossel que gira com velocidade angular constante, como mostra a figura. Analisando o movimento de um dos cavalinhos, visto de cima e de fora do carrossel, um estudante tenta fazer uma figura onde apareçam a velocidade  $\vec{v}$ , a aceleração  $\vec{a}$  e a resultante das forças que atuam sobre o cavalinho,  $\vec{R}$ . Certamente, a figura correta é:



- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

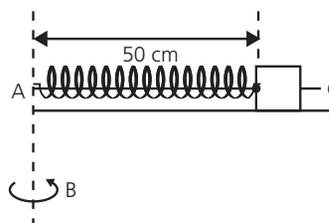
06. (Unitau-SP) Um corpo de massa 1,0 kg, acoplado a uma mola, descreve uma trajetória circular de raio 1,0 m em um plano horizontal, sem atrito, à razão de 30 voltas por segundo. Estando a mola deformada de 2,0 cm, pode-se afirmar que sua constante elástica vale:
- A)  $\pi^2$  N/m
  - B)  $\pi$  10 N/m
  - C)  $\pi^2$  10<sup>2</sup> N/m
  - D)  $\pi^2$  10<sup>3</sup> N/m
  - E)  $1,8 \pi^2$  10<sup>5</sup> N/m

07. (Fuvest) Um carro percorre uma pista curva superelevada ( $\text{tg } \theta = 0,2$ ), de 200 m de raio. Desprezando o atrito, qual a velocidade máxima sem risco de derrapagem?



- A) 40 km · h<sup>-1</sup>
- B) 48 km · h<sup>-1</sup>
- C) 60 km · h<sup>-1</sup>
- D) 72 km · h<sup>-1</sup>
- E) 80 km · h<sup>-1</sup>

08. (Mackenzie-SP) Um corpo de 1 kg, preso a uma mola ideal, pode deslizar sem atrito sobre a haste AC, solidária à haste AB. A mola tem constante elástica igual a 500 N/m e o seu comprimento sem deformação é de 40 cm. A velocidade angular da haste AB, quando o comprimento da mola é 50 cm, vale:



- A) 5 rad/s
- B) 10 rad/s
- C) 15 rad/s
- D) 20 rad/s
- E) 25 rad/s

09. (Enem) O Brasil pode se transformar no primeiro país das Américas a entrar no seleto grupo das nações que dispõem de trens-bala. O Ministério dos Transportes prevê o lançamento do edital de licitação internacional para a construção da ferrovia de alta velocidade Rio-São Paulo. A viagem ligará os 403 quilômetros entre a Central do Brasil, no Rio, e a Estação da Luz, no centro da capital paulista, em uma hora e 25 minutos. Devido à alta velocidade, um dos problemas a ser enfrentado na escolha do trajeto que será percorrido pelo trem é o dimensionamento das curvas. Considerando-se que uma aceleração lateral confortável para os passageiros e segura para o trem seja de 0,1 g, em que  $g$  é a aceleração da gravidade (considerada igual a 10 m/s<sup>2</sup>), e que a velocidade do trem se mantenha constante em todo o percurso, seria correto prever que as curvas existentes no trajeto deveriam ter raio de curvatura mínimo de, aproximadamente,
- A) 80 m
  - B) 430 m
  - C) 800 m
  - D) 1600 m
  - E) 6400 m

10. A figura abaixo nos mostra um barco de parque de diversões. Analisando-se o movimento de ida e volta do barco, observa-se que o movimento se comporta como o de um pêndulo simples. Em relação ao exposto, a alternativa verdadeira é:

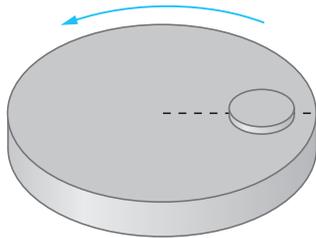


- A) As forças que atuam sobre o passageiro são a força centrípeta, a força peso e a força normal.
- B) O módulo da força normal que o assento exerce sobre o passageiro é maior no ponto mais baixo da trajetória.
- C) O módulo da força-peso do passageiro é maior no ponto mais baixo da trajetória.
- D) O módulo da força-peso do passageiro é sempre igual ao módulo da força normal que o assento exerce sobre ele.
- E) A força resultante sobre o passageiro é sempre a força centrípeta.



### Exercícios Propostos

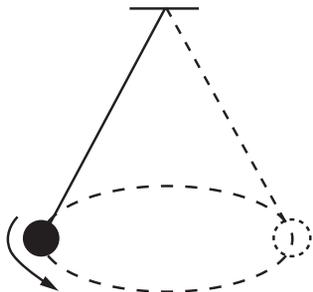
01. (UFF-RJ) Uma pequena moeda está na iminência de se deslocar sobre uma plataforma horizontal circular, devido ao movimento dessa plataforma, que gira com velocidade angular de  $2,0 \text{ rad/s}$ . O coeficiente de atrito estático entre a moeda e a plataforma é  $0,80$ . (Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .)



Logo, a distância da moeda ao centro da plataforma é:

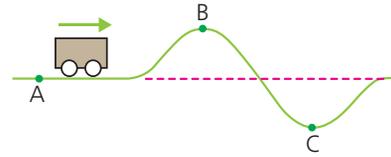
- A) 2,0 m
  - B) 6,4 m
  - C) 4,0 m
  - D) 3,2 m
  - E) 8,0 m
02. Uma pedra de 3 N de peso, amarrada a um cordel de 2,5 m de comprimento, descreve uma circunferência horizontal de 2 m de raio. O cordel, fixo em uma das extremidades, gera uma superfície cônica. Determine:

Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



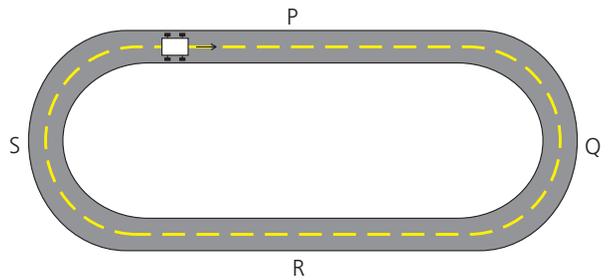
- A) a força de tração do fio, em newtons.
  - B) a frequência  $f$  de rotação, em Hz.
03. Um carrinho percorre o trilho, da figura a seguir, com velocidade escalar constante. O trilho pertence a um plano vertical e o trecho que contém o ponto A é horizontal. Os raios de curvatura nos pontos B e C são iguais.

Seja  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_C$ , respectivamente, as intensidades das forças de reação normal do trilho sobre o carrinho nos pontos A, B e C, podemos concluir que:



- A)  $F_A = F_B = F_C$
- B)  $F_C > F_A > F_B$
- C)  $F_B > F_A > F_C$
- D)  $F_A > F_B > F_C$
- E)  $F_C > F_B > F_A$

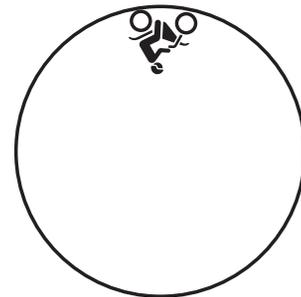
04. (UFMG) Daniel está brincando com um carrinho, que corre por uma pista composta de dois trechos retilíneos – P e R – e dois trechos em forma de semicírculos – Q e S –, como representado nesta figura:



O carrinho passa pelos trechos P e Q, mantendo o módulo de sua velocidade constante. Em seguida, ele passa pelos trechos R e S, aumentando sua velocidade.

Com base nessas informações, é correto afirmar que a resultante das forças sobre o carrinho

- A) é nula no trecho Q e não é nula no trecho R.
  - B) é nula no trecho P e não é nula no trecho Q.
  - C) é nula nos trechos P e Q.
  - D) não é nula em nenhum dos trechos marcados.
05. (Unimes-SP) Um motociclista descreve uma circunferência vertical num "globo da morte" de raio  $R = 4 \text{ m}$ , numa região onde  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

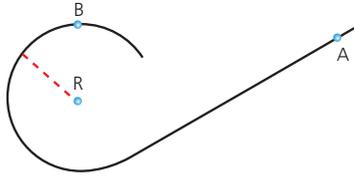


A massa total da moto e motociclista é 150 kg. Qual a força exercida sobre o globo no ponto mais alto da trajetória, se a velocidade ali é  $12 \text{ m/s}$ ?

- A) 1500 N
- B) 2400 N
- C) 3900 N
- D) 5400 N
- E) 6900 N

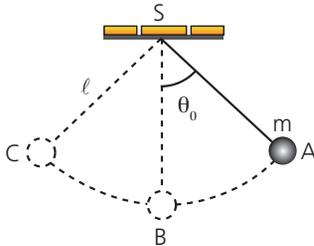
06. (AFA-SP) A figura a seguir representa uma pista pertencente ao plano vertical. O raio  $R$  da parte circular vale  $4,0\text{ m}$ . Um corpo parte do repouso no ponto  $A$ . Desprezando-se o atrito e a resistência do ar, adotando-se  $g = 10\text{ m/s}^2$  e considerando-se que, em  $B$ , a força que comprime o móvel contra a pista tem intensidade igual a  $1/4$  da de seu peso, pode-se afirmar que o módulo de sua velocidade em  $B$  vale, em  $\text{m/s}$ , aproximadamente:

- A) 7,1  
B) 3,2  
C) 5,5  
D) 6,3

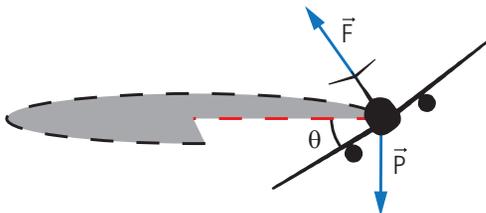


07. (Fatec-SP) Um pêndulo é constituído por uma partícula de massa  $m$  suspensa a um fio leve, flexível e inextensível, de comprimento  $\ell$ . A gravidade local é  $g$ . O pêndulo é abandonado em repouso na posição  $SA$ , formando com a vertical ângulo  $\theta_0 = 60^\circ$ . Despreze os efeitos do ar. Quando o pêndulo passa pela posição  $SB$  (vertical), a força tensora no fio é:

- A)  $mg$   
B)  $4\ mg$   
C)  $3\ mg$   
D)  $2\ mg$   
E)  $5\ mg$



08. (ITA-SP) Para um avião executar uma curva nivelada (sem subir ou descer) e equilibrada, o piloto deve incliná-lo, com respeito à horizontal (à maneira de um ciclista em uma curva), de um ângulo  $\theta$ .



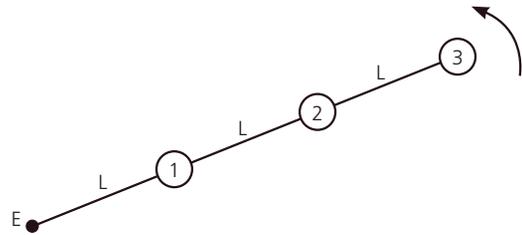
Se  $\theta = 60^\circ$ , a velocidade da aeronave é  $100\text{ m/s}$  e a aceleração local da gravidade é  $9,5\text{ m/s}^2$ , qual é aproximadamente o raio de curvatura?

- A) 600 m  
B) 750 m  
C) 200 m  
D) 350 m  
E) 1000 m

09. (UFVJM/2006) Um objeto de  $1\text{ kg}$  de massa oscila num plano vertical, suspenso por um fio leve e inextensível de  $50\text{ cm}$  de comprimento. Ao passar pela parte mais baixa da trajetória, sua velocidade é de  $50\text{ cm/s}$ . Considerando  $g = 10\text{ m/s}^2$ , é correto afirmar que a tração no fio, em newtons, quando o objeto passa pela posição inferior, é igual a:

- A) 9,5  
B) 10,5  
C) 10,0  
D) 11,0

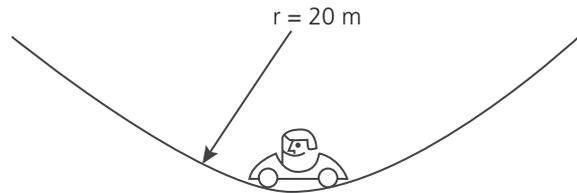
10. (UPE/2014) Três partículas idênticas de massa  $0,5\text{ kg}$  giram em um plano sem atrito perpendicular ao eixo de rotação  $E$ , conectadas por barras de massas desprezíveis e comprimentos  $L = 1,0\text{ m}$  cada uma. Observe a figura a seguir.



Sabendo que a tensão na barra que une as partículas 2 e 3 vale  $13,5\text{ N}$  e que a velocidade angular de rotação do sistema é constante, determine o módulo da velocidade tangencial da partícula 1.

- A)  $1\text{ m/s}$   
B)  $2\text{ m/s}$   
C)  $3\text{ m/s}$   
D)  $4\text{ m/s}$   
E)  $5\text{ m/s}$

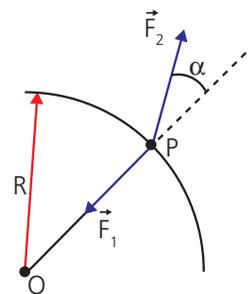
11. (PUC-SP) Um automóvel de massa  $800\text{ kg}$ , dirigido por um motorista de massa igual a  $60\text{ kg}$ , passa pela parte mais baixa de uma depressão de raio  $= 20\text{ m}$ , com velocidade escalar de  $72\text{ km/h}$ . Nesse momento, a intensidade da força de reação que a pista aplica no veículo é: (Dado:  $g = 10\text{ m/s}^2$ .)



- A) 231.512 N  
B) 215.360 N  
C) 1.800 N  
D) 25.800 N  
E) 24.000 N

12. (UFC-CE) Uma partícula  $P$ , de massa  $m$ , descreve um movimento circular de raio  $R$ , centrado no ponto  $O$ , sob a ação das forças  $F_1$  e  $F_2$ , conforme a figura. Das equações de movimento apresentadas nas alternativas a seguir, assinale a correta para este sistema.

- A)  $F_2 \cdot \cos \alpha = ma_1$   
B)  $F_1 + F_2 = m \left( \frac{v_p^2}{R} \right)$   
C)  $F_1 - F_2 \cdot \cos \alpha = m \left( \frac{v_p^2}{R} \right)$   
D)  $F_1 - F_2 = m \left( \frac{v_p^2}{R} \right)$   
E)  $F_1 = m \left( \frac{v_p^2}{R} \right)$



13. (PUC-SP) Considere que, numa montanha russa de um parque de diversões, os carrinhos do brinquedo, de massa total  $m$ , passem pelo ponto mais alto do loop, de tal forma que a intensidade da reação normal nesse instante seja nula. Adotando como o raio do loop  $r$  e a aceleração da gravidade local  $g$ , podemos afirmar que a velocidade e a aceleração centrípeta



sobre os carrinhos na situação considerada valem, respectivamente,

- A)  $\sqrt{mrg}$  e  $mr$
- B)  $\sqrt{rg}$  e  $mr$
- C)  $\sqrt{rg}$  e  $\frac{mr}{g}$
- D)  $\sqrt{rg}$  e nula
- E)  $\sqrt{rg}$  e  $g$

14. (Upe) Um coelho está cochilando em um carrossel parado, a uma distância de 5 m do centro. O carrossel é ligado repentinamente e logo atinge a velocidade normal de funcionamento na qual completa uma volta a cada 6 s. Nessas condições, o coeficiente de atrito estático mínimo entre o coelho e o carrossel, para que o coelho permaneça no mesmo lugar sem escorregar, vale:

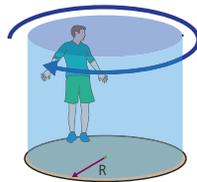
Dados:  $\pi = 3$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A) 0,2
- B) 0,5
- C) 0,4
- D) 0,6
- E) 0,7

15. (UnB-DF) Um certo trecho de uma montanha-russa é, aproximadamente, um arco de circunferência de raio R. Os ocupantes de um carrinho, ao passarem por esse trecho, sentem uma sensação de aumento de peso. Avaliam que, no máximo, o seu peso foi triplicado. Desprezando os efeitos de atritos, os ocupantes concluirão que a velocidade máxima atingida será de:

- A)  $\sqrt{3gR}$
- B)  $3\sqrt{gR}$
- C)  $2\sqrt{gR}$
- D)  $\sqrt{2gR}$
- E)  $\sqrt{gR}$

16. (Mackenzie-SP) Admitamos que você esteja apoiado, em pé, sobre o fundo de um cilindro de 4 m de raio, que gira em torno do seu eixo vertical. Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e o coeficiente de atrito entre a sua roupa e a superfície do cilindro igual a 0,4. Calcule a mínima velocidade tangencial que o cilindro deve ter para que, retirado o fundo, você fique "preso" à parede dele.



17. Em uma curva horizontal e plana, realizada por um carro, a força responsável por tal curva é o(a)

- A) normal.
- B) atrito.
- C) atração.
- D) peso.

18. (FMABC-SP) Nas comemorações de aniversário de certa cidade, o aeroclube promove um show no qual três aviadores realizam um *looping*. Sabe-se que o raio da trajetória é de 360 m. Qual é a mínima velocidade de cada avião para que o espetáculo seja coroado de êxito?

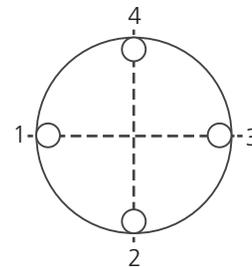
Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A) 60 km/h
- B) 216 km/h
- C) 36 km/h
- D) 360 km/h
- E) 160 km/h

19. (AFA-SP) Um carro deve fazer uma curva de 250 m de raio, sem derrapar, numa velocidade escalar máxima de 36 km/h. O piso da estrada é sempre horizontal e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . O coeficiente de atrito entre os pneus e a estrada vale:

- A) 0,04
- B) 0,2
- C) 0,5
- D) 25

20. (Ufla/2010) Um corpo desliza sem atrito ao longo de uma trajetória circular no plano vertical (*looping*), passando pelos pontos 1, 2, 3 e 4, conforme figura a seguir. Considerando que o corpo não perde contato com a superfície em momento algum, é correto afirmar que os diagramas que melhor representam as direções e sentidos das forças que agem sobre o corpo nos pontos 1, 2, 3 e 4 são representados na alternativa:



- A) 1. 2. 3. 4.
- B) 1. 2. 3. 4.
- C) 1. 2. 3. 4.
- D) 1. 2. 3. 4.



### Fique de Olho

#### DINÂMICA DOS OVAIS DA FÓRMULA INDY

##### Fórmula Indy

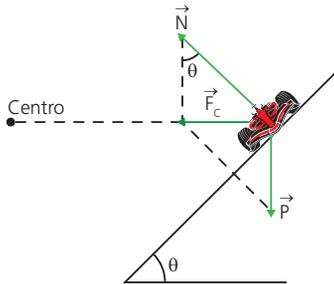


Scott Betsler/23RF/Esaypix

Nos circuitos ovais da Fórmula Indy, as pistas são diferentes das pistas do circuito da Fórmula 1 apenas por serem sobrelevadas. A figura anterior nos mostra este fato.

Em uma curva sobrelevada, a resultante das forças aponta para o centro da curva.

Diagrama das Forças



Observe que, mesmo que não haja atrito, o carro descreve a curva.

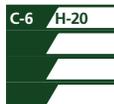
Seção Videoaula



Força Centrípeta

Aulas  
19 e 20

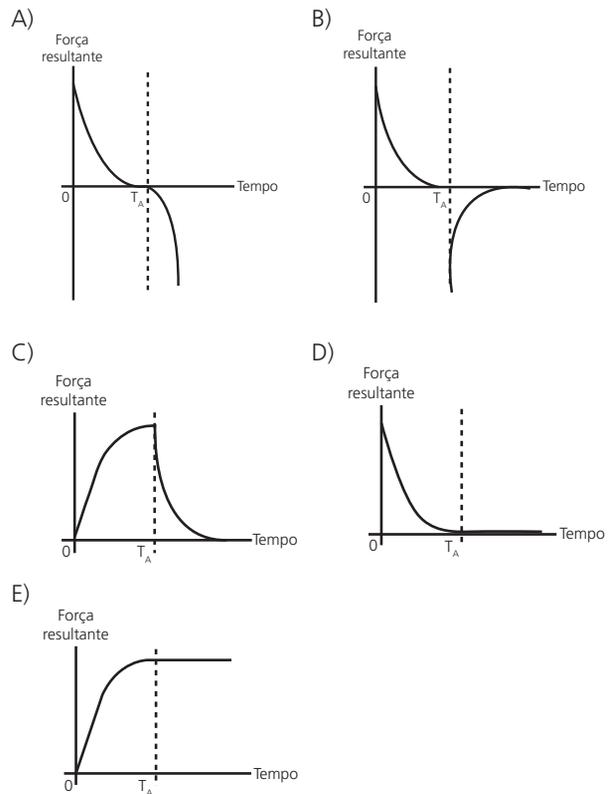
Revisão para o Enem



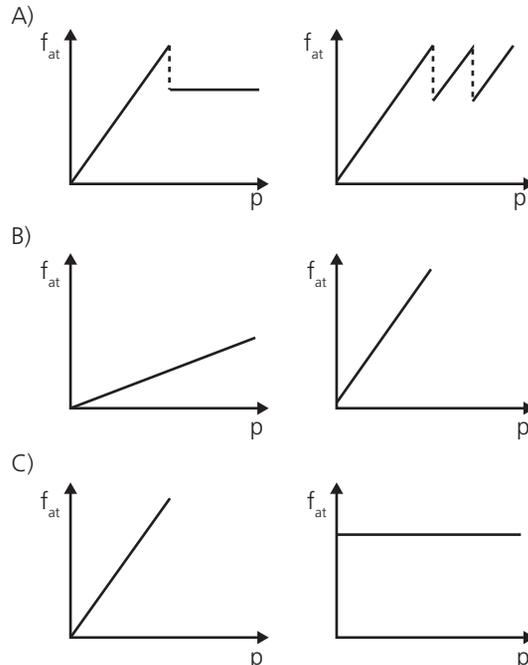
Exercícios de Fixação

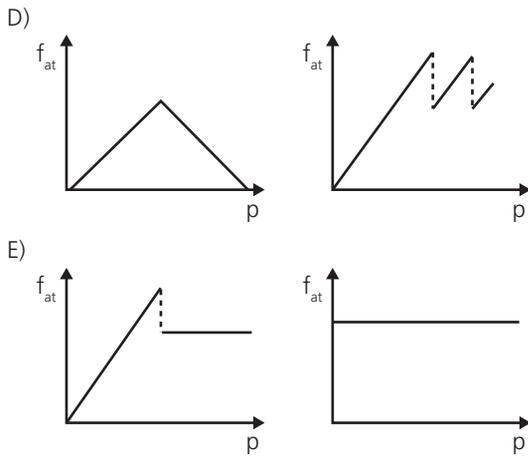
01. (Ufla-MG) Um dos fatores que influem no desempenho de um carro de Fórmula 1 é o "efeito asa". Esse efeito, que pode ser mais ou menos acentuado, surge da interação do ar com a geometria do carro. Quando se altera o ângulo de inclinação dos aerofólios, surge uma força vertical para baixo, de forma que o carro fica mais preso ao solo. Considerando um carro com "efeito asa" igual ao seu peso, coeficiente de atrito estático  $\mu_e = 1,25$  entre pneus e asfalto,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , esse carro pode fazer uma curva plana horizontal de raio de curvatura 100 m, sem deslizar, com velocidade máxima de:
- A) 90 km/h
  - B) 144 km/h
  - C) 180 km/h
  - D) 216 km/h
  - E) 252 km/h

02. (Enem) Em um dia sem vento, ao saltar de um avião, um paraquedista cai verticalmente até atingir a velocidade limite. No instante em que o paraquedas é aberto (instante  $T_A$ ), ocorre a diminuição de sua velocidade de queda. Algum tempo após a abertura do paraquedas, ele passa a ter velocidade de queda constante, que possibilita sua aterrissagem em segurança. Que gráfico representa a força resultante sobre o paraquedista, durante o seu movimento de queda?

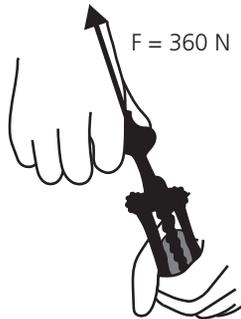


03. (Enem) Os freios ABS são uma importante medida de segurança no trânsito, os quais funcionam para impedir o travamento das rodas do carro quando o sistema de freios é acionado, liberando as rodas quando estão no limiar do deslizamento. Quando as rodas travam, a força de frenagem é governada pelo atrito cinético. As representações esquemáticas da força de atrito  $f_{at}$  entre os pneus e a pista, em função da pressão  $p$  aplicada no pedal de freio, para carros sem ABS e com ABS, respectivamente, são:





04. (Unicamp-SP) Ao se usar um saca-rolhas, a força mínima que deve ser aplicada para que a rolha de uma garrafa comece a sair é igual a 360 N.



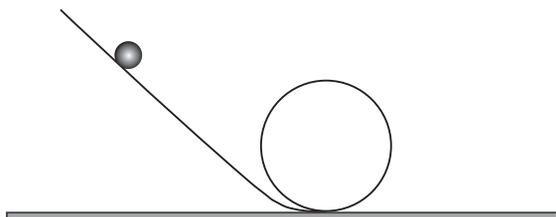
Seja  $\mu_e = 0,2$  o coeficiente de atrito estático entre a rolha e o bocal da garrafa, encontre a força normal que a rolha exerce no bocal da garrafa. Despreze o peso da rolha.

05. (FEI-SP) Uma empresa de mudanças precisa projetar um carrinho para transportar carga dentro de um caminhão estacionado na horizontal. Sabe-se que a máxima força horizontal que seu funcionário pode exercer é 250 N, e a máxima carga que o carrinho pode transportar é um piano de 400 kg. Se o carrinho possui massa de 50 kg, qual é o máximo coeficiente de atrito entre o carrinho e o caminhão?

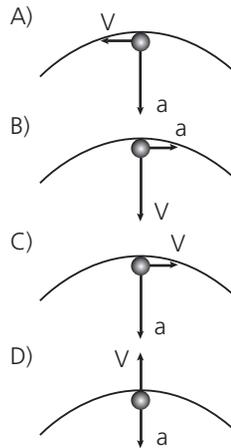
Obs.: Considerar somente atrito de escorregamento.

- A) 0,030
- B) 0,040
- C) 0,045
- D) 0,050
- E) 0,055

06. (Udesc) Considere o *looping* mostrado na figura, constituído por um trilho inclinado seguido de um círculo. Quando uma pequena esfera é abandonada no trecho inclinado do trilho, a partir de determinada altura, percorrerá toda a trajetória curva do trilho, sempre em contato com ele.

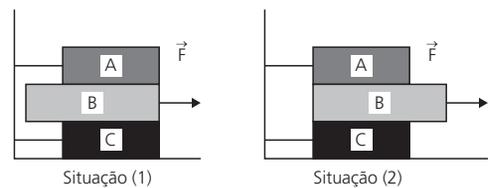


Seja  $\mathbf{v}$  a velocidade instantânea e  $\mathbf{a}$  a aceleração centrípeta da esfera, o esquema que melhor representa estes dois vetores no ponto mais alto da trajetória no interior do círculo é:



07. (UFPE) Os blocos A, B e C da figura possuem a mesma massa  $m = 7,0$  kg. O coeficiente de atrito cinético entre todas as superfícies é 0,3. Calcule o módulo da força  $F$ , em N, que imprime uma velocidade constante ao bloco B, levando-o desde a situação (1) até a situação (2).

Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$



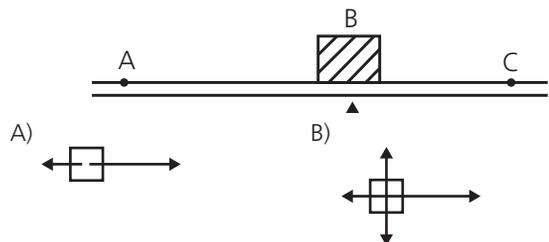
08. (UERJ) O carregador deseja levar um bloco de 400 N de peso até a carroceria do caminhão, a uma altura de 1,5 m, utilizando-se de um plano inclinado de 3,0 m de comprimento, conforme a figura:

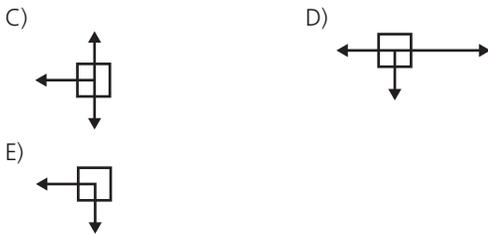


Determine a força mínima com que o carregador deve puxar o bloco, enquanto este sobe a rampa. (Despreze o atrito.)

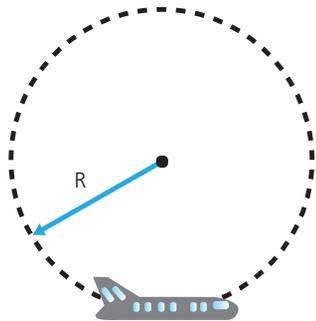
09. (Ufmg) Um bloco é lançado no ponto A, sobre uma superfície horizontal com atrito, e desloca-se para C.

O diagrama que melhor representa as forças que atuam sobre o bloco, quando esse bloco está passando pelo ponto B, é





10. (PUC-SP) Um avião descreve, em seu movimento, uma trajetória circular no plano vertical (*loop*), de raio  $R = 40$  m, apresentando no ponto mais baixo de sua trajetória uma velocidade de 144 km/h.



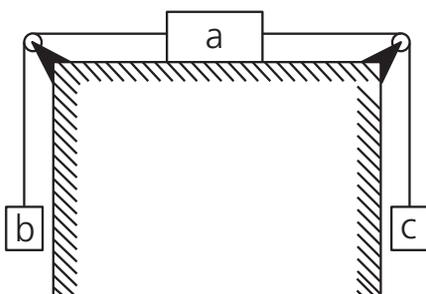
Sabendo que o piloto do avião tem massa de 70 kg, a força de reação normal aplicada pelo banco sobre o piloto, no ponto mais baixo, tem intensidade:

- A) 36.988 N
- B) 36.288 N
- C) 3.500 N
- D) 2.800 N
- E) 700 N



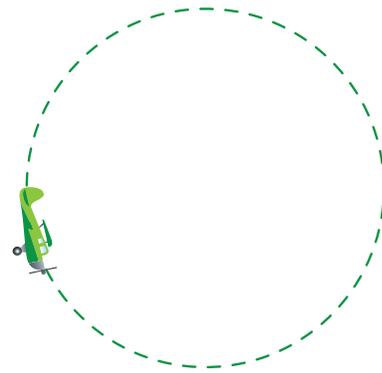
### Exercícios Propostos

01. (Fei) Na montagem a seguir, o coeficiente de atrito entre o bloco A e o plano é  $\mu = 0,4$ . Sabendo-se que  $m_a = 10$  kg e  $m_b = 25$  kg e  $m_c = 15$  kg. Qual é o módulo das acelerações dos blocos?



- A)  $|a| = 0,8$  m/s<sup>2</sup>
- B)  $|a| = 1,2$  m/s<sup>2</sup>
- C)  $|a| = 1,5$  m/s<sup>2</sup>
- D)  $|a| = 3,0$  m/s<sup>2</sup>
- E)  $|a| = 5,0$  m/s<sup>2</sup>

02. (IBMECRJ/2013) Um avião de acrobacias descreve a seguinte trajetória descrita na figura a seguir:



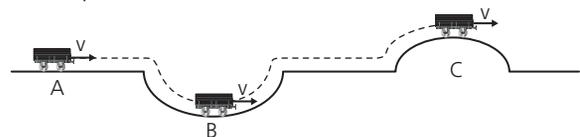
Ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória, a força exercida pelo banco da aeronave sobre o piloto que a comanda é:

- A) igual ao peso do piloto.
- B) maior que o peso do piloto.
- C) menor que o peso do piloto.
- D) nula.
- E) duas vezes maior que o peso do piloto.

03. (UFPI) Um caixote repousa no centro da carroceria de um caminhão estacionado numa estrada horizontal. Se o caminhão começa a se mover com uma aceleração de  $2,0$  m/s<sup>2</sup>, o coeficiente de atrito, mínimo, capaz de impedir o deslizamento do caixote sobre a carroceria, será (**Dado:** a aceleração da gravidade no local tem módulo igual a  $10$  m/s<sup>2</sup>):

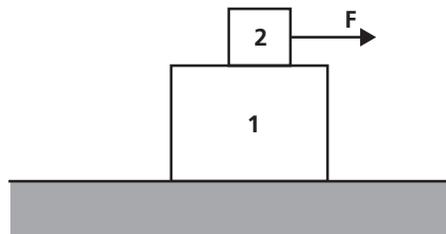
- A) 0,01
- B) 0,02
- C) 0,05
- D) 0,10
- E) 0,20

04. Um carro passa nos trechos A, B e C. Com relação à força normal, podemos afirmar:



- A)  $N_A > P$
- B)  $N_B < P$
- C)  $N_C = P$
- D)  $N_B > P$

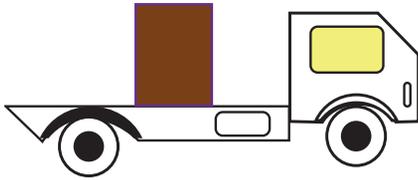
05. (PUC-RJ) Sobre uma superfície sem atrito, há um bloco de massa  $m_1 = 4,0$  kg sobre o qual está apoiado um bloco menor de massa  $m_2 = 1,0$  kg. Uma corda puxa o bloco menor com uma força horizontal  $F$ , de módulo 10 N, como mostrado na figura a seguir, e observa-se que, nesta situação, os dois blocos movem-se juntos.



A força de atrito existente entre as superfícies dos blocos vale, em Newtons:

- A) 10
- B) 2,0
- C) 40
- D) 13
- E) 8,0

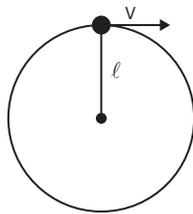
06. (Unesp-SP) Um caixote de massa 20 kg está em repouso sobre a carroceria de um caminhão que percorre uma estrada plana, horizontal, com velocidade constante de 72 km/h. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico, entre o caixote e o piso da carroceria, são aproximadamente iguais e valem  $\mu = 0,25$  (Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



- A) Qual é a intensidade da força de atrito que está agindo sobre o caixote? Justifique.
- B) Determine o menor tempo possível para que esse caminhão possa frear sem que o caixote escorregue.

07. Uma esfera de 1 kg, presa a um fio de 1 m, gira em movimento circular uniforme na vertical, com velocidade de 10 m/s.

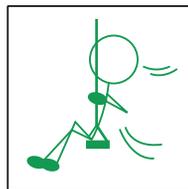
Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$



Determine a intensidade da força de tração no fio na posição mais alta.

- A) 90 m
- B) 80 m
- C) 70 m
- D) 60 m

08. (UFF) Uma criança se balança em um balanço, como representado esquematicamente na figura a seguir. Assinale a alternativa que melhor representa a aceleração  $\vec{a}$  da criança no instante em que ela passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória.



- A)  $\vec{a} = 0$
- B)  $\vec{a} \rightarrow$
- C)  $\vec{a} \uparrow$
- D)  $\vec{a} \downarrow$
- E)  $\vec{a} \leftarrow$

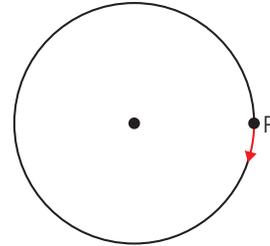
09. (PUC-RJ) Um carro de massa  $m = 1\,000 \text{ kg}$  realiza uma curva de raio  $R = 20 \text{ m}$  com uma velocidade angular  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ .



A força centrípeta atuando no carro, em newtons, vale:

- A)  $2,0 \cdot 10^6$
- B)  $3,0 \cdot 10^6$
- C)  $4,0 \cdot 10^6$
- D)  $2,0 \cdot 10^5$
- E)  $4,0 \cdot 10^5$

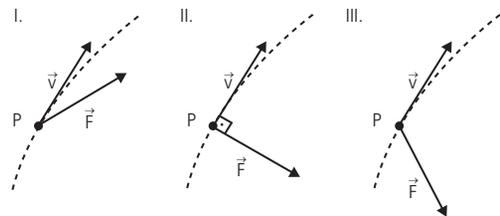
10. (Unesp-SP) Uma partícula de massa  $m$  descreve uma trajetória circular com movimento uniforme, no sentido horário, como mostra a figura.



Qual dos seguintes conjuntos de vetores representa a força resultante  $\vec{R}$  atuando na partícula, a velocidade  $\vec{v}$  e a aceleração  $\vec{a}$  da partícula, no ponto P indicado na figura?

- A)  $\vec{R} \downarrow, \vec{v} \downarrow, \vec{a} \downarrow$
- B)  $\vec{R} \downarrow, \vec{v} \downarrow, \vec{a} = \vec{0}$
- C)  $\vec{v} \downarrow, \vec{R} \rightarrow, \vec{a} = \vec{0}$
- D)  $\vec{v} \downarrow, \vec{R} \leftarrow, \vec{a} \leftarrow$
- E)  $\vec{v} \downarrow, \vec{R} \rightarrow, \vec{a} \leftarrow$

11. Uma partícula percorre certa trajetória curva e plana, como a representada nos esquemas a seguir. Em P, a força resultante que age sobre ela é  $\vec{F}$  e sua velocidade é  $\vec{v}$ :



Nos casos I, II e III, a partícula está dotada de um dos três movimentos citados a seguir:

- A – movimento uniforme;
- B – movimento acelerado;
- C – movimento retardado.

A alternativa que traz as associações corretas é:

- A) I – A; II – B; III – C.
- B) I – C; II – B; III – A.
- C) I – B; II – A; III – C.
- D) I – B; II – C; III – A.
- E) I – A; II – C; III – B.

12. (PUC-SP) Um automóvel percorre uma curva circular e horizontal de raio 50 m a 54 km/h. Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . O mínimo coeficiente de atrito estático entre o asfalto e os pneus que permite a esse automóvel fazer a curva sem derrapar é:

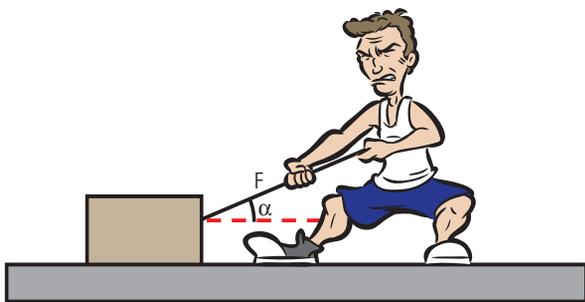
- A) 0,25
- B) 0,27
- C) 0,45
- D) 0,50
- E) 0,54

13. (Unimep-SP) Uma esfera de aço de massa igual a 20 g está em queda num tubo contendo glicerina, à velocidade constante de 3,0 cm/s. Podemos afirmar que a força de resistência ao movimento da esfera é de:

- A) 0,20 N
- B) 2,0 N
- C) 3,0 N
- D) 0,30 N
- E) 10 N

14. Um ponto material, de massa  $m = 0,50 \text{ kg}$ , gira num plano horizontal, sem atrito, em torno de um ponto fixo desse plano e preso por um fio de comprimento 2,0 m, com velocidade escalar  $V = 3,0 \text{ m/s}$ . Qual a intensidade da força de tração no fio?

15. Um professor de Educação Física pediu a um dos seus alunos que deslocasse um aparelho de massa  $m$ , com velocidade constante, sobre uma superfície horizontal, representado na figura a seguir.



O aluno arrastou o aparelho usando uma força  $F$ . Sendo  $\mu$  o coeficiente de atrito entre as superfícies de contato do aparelho e o chão, é correto afirmar que o módulo da força de atrito é

- A)  $\mu \cdot (m \cdot g + F \cdot \sin \alpha)$
- B)  $\mu \cdot (F - m \cdot g)$
- C)  $F \cdot \sin \alpha$
- D)  $F \cdot \cos \alpha$
- E)  $F \cdot \mu$

16. Um menino gira um corpo sobre um piso liso.

A força centrípeta é representada por:

- A)  $P$
- B)  $P \cos \theta$
- C)  $T$
- D)  $T \cos \theta$
- E)  $T \sin \theta$

17. (UEL-PR) Um carro consegue fazer uma curva plana e horizontal, de raio 100 m, com velocidade constante de 20 m/s. Sendo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , o mínimo coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista deve ser:

- A) 0,20
- B) 0,25
- C) 0,30
- D) 0,35
- E) 0,40

18. (Unifesp-SP) A trajetória de uma partícula, representada na figura, é um arco de circunferência de raio  $r = 2,0 \text{ m}$ , percorrido com velocidade de módulo constante,  $v = 3,0 \text{ m/s}$ .



O módulo da aceleração vetorial dessa partícula nesse trecho, em  $\text{m/s}^2$ , é:

- A) zero.
- B) 1,5.
- C) 3,0.
- D) 4,5.
- E) impossível de ser calculado.

19. Um brinquedo comum em parques de diversão é o "bicho-da-seda", que consiste em um carro com cinco bancos para duas pessoas, cada, e que descreve sobre trilhos, em alta velocidade, uma trajetória circular. Suponha que haja cinco adultos, cada um deles acompanhado de uma criança e que, em cada banco do carro, devam acomodar-se uma criança e o seu responsável.

Para que, com o movimento, o adulto não prenda a criança contra a lateral do carro, é recomendável que o adulto ocupe o assento mais \_\_\_\_\_ do centro da trajetória, pois o movimento os empurrará em sentido \_\_\_\_\_ com uma força \_\_\_\_\_ proporcional ao raio da trajetória.

Preenche correta, e respectivamente, as lacunas anteriores a opção:

- A) próximo – a esse centro – diretamente.
- B) próximo – a esse centro – inversamente.
- C) afastado – a esse centro – diretamente.
- D) afastado – oposto a esse centro – diretamente.
- E) afastado – oposto a esse centro – inversamente.

20. (Fuvest) Um restaurante é montado em uma plataforma que gira com velocidade angular constante  $\omega = \pi/1800$  radianos/segundo. Um freguês, de massa  $M = 50 \text{ kg}$ , senta-se no balcão, localizando-se a 20 metros do eixo de rotação, toma sua refeição e sai no mesmo ponto de entrada.

- A) Qual o tempo mínimo de permanência do freguês na plataforma?
- B) Qual a intensidade da força centrípeta sobre o freguês enquanto toma a sua refeição?

### Bibliografia

- Tópicos de Física* – v. 1.
- Física Clássica*.
- Alicerces da Física* – v. 1.

# FÍSICA II

## ELETRODINÂMICA

### Objetivo(s):

- Capacitar o aluno a diferenciar elementos de circuito como resistores, geradores e receptores, fazendo com que ele solucione problemas envolvendo esses elementos dentro de circuitos elétricos.

### Conteúdo:

#### **AULA 16: INSTRUMENTOS ELÉTRICOS**

Galvanômetro .....	20
Amperímetro .....	20
Voltímetro .....	20
Ponte de Wheatstone .....	20
Exercícios .....	21

#### **AULA 17: GERADORES ELÉTRICOS**

Introdução .....	24
Equação do gerador .....	25
Gráfico do gerador .....	25
Gerador em curto-circuito .....	25
Lei de Pouillet .....	25
Exercícios .....	26

#### **AULA 18: POTÊNCIA ELÉTRICA DO GERADOR**

Introdução .....	28
Balço Energético .....	28
Exercícios .....	29

#### **AULA 19: RECEPTOR ELÉTRICO**

Introdução .....	32
Equação do receptor .....	32
Gráfico do receptor .....	32
Potências e rendimento em um receptor .....	32
Lei Pouillet .....	32
Exercícios .....	33

#### **AULA 20: ASSOCIAÇÃO DE GERADORES E RECEPTORES**

Associação em série de geradores .....	35
Associação em paralelo de geradores .....	35
Circuito gerador-receptor-resistor .....	35
Exercícios .....	35

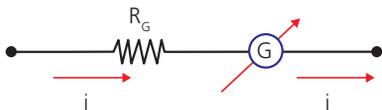
**Aula**  
**16**

**Instrumentos Elétricos**

C-2	H-6
C-6	H-21

**Galvanômetro**

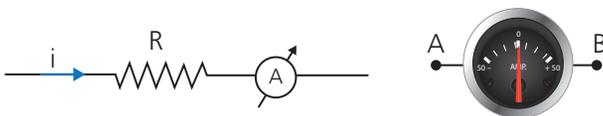
É o aparelho básico para indicar a passagem de corrente elétrica, mas geralmente não tem a função de medir a sua intensidade.



**Obs.:** Galvanômetro deve ser sempre ligado em série.

**Amperímetro**

É o aparelho destinado a medir a intensidade da corrente elétrica em um trecho de circuito. O amperímetro ideal é aquele cuja resistência interna é nula. Deve ser sempre ligado em série o dispositivo por meio do qual se deseja obter o valor da corrente elétrica.

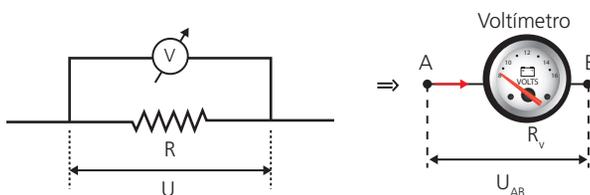


Os amperímetros podem ser analógicos ou digitais. Os tipos de amperímetros mais utilizados são os de bobina móvel, os de ferro móvel e os térmicos.

**Obs.:** Amperímetro deve ser sempre ligado em série.

**Voltímetro**

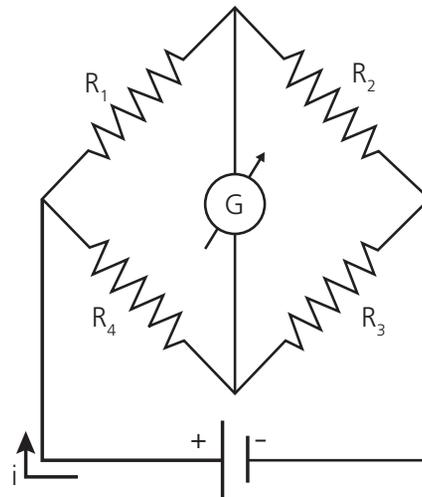
Utilizamos um voltmímetro para medir o valor da d.d.p. entre dois pontos de um circuito elétrico. Um voltmímetro ideal deve ter uma resistência interna infinitamente grande. Deve ser sempre ligado em paralelo ao dispositivo para o qual se deseja determinar a tensão nos terminais.



**Obs.:** Voltímetro deve ser sempre ligado em paralelo.

**Ponte de Wheatstone**

É uma montagem utilizada para a determinação do valor de uma resistência elétrica e corresponde ao esquema dado pela figura a seguir.



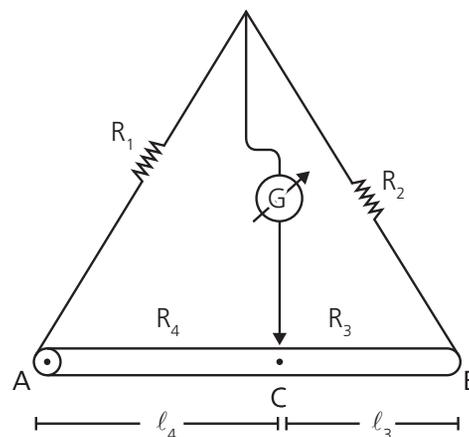
A ponte de Wheatstone está em equilíbrio quando não houver passagem de corrente elétrica através do galvanômetro G. Nessas condições, vale a relação:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$$

**Ponte de fio**

A ponte de fio é considerada uma variante da ponte de Wheatstone, sendo que  $R_2$  é fixo, e  $R_4$  e  $R_3$  são substituídos por apenas um fio resistor homogêneo e de uma seção constante.

O valor de  $R_1$  pode ser calculado alterando a posição do cursor C sobre o fio AB, obtendo assim o equilíbrio da ponte.



Considerando  $R_4$  como a resistência do trecho AC e  $R_3$  como a resistência do trecho CB, no equilíbrio, temos:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4, \text{ se } R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

$$R_1 \cdot \frac{\rho \cdot l_3}{A} = R_2 \cdot \frac{\rho \cdot l_4}{A}$$

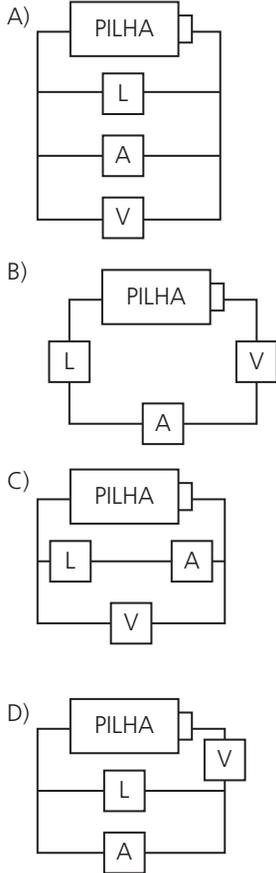
$$R_1 \cdot l_3 = R_2 \cdot l_4$$



**Exercícios de Fixação**

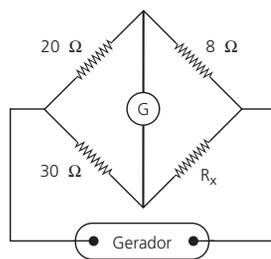
01. (Enem-PPL) Um eletricista precisa medir a resistência elétrica de uma lâmpada. Ele dispõe de uma pilha, de uma lâmpada (L), de alguns fios e de dois aparelhos: um voltímetro (V), para medir a diferença de potencial entre dois pontos, e um amperímetro (A), para medir a corrente elétrica.

O circuito elétrico montado pelo eletricista para medir essa resistência é



02. (Prof. Eduardo Cavalcanti) Galvanômetro é um instrumento que pode medir correntes elétricas de baixa intensidade ou a diferença de potencial elétrico entre dois pontos. O galvanômetro mais comum é o tipo conhecido como bobina móvel: uma bobina de fio muito fino é montada em um eixo móvel e instalada entre os polos de um ímã fixo. Quando circula corrente elétrica pela bobina, forma-se um campo magnético que interage com o campo do ímã, e a bobina gira, movendo um ponteiro, ou agulha, sobre uma escala graduada. Considere que no circuito da figura o aparelho não registre passagem de corrente para um determinado valor de  $R_x$ . Assim,

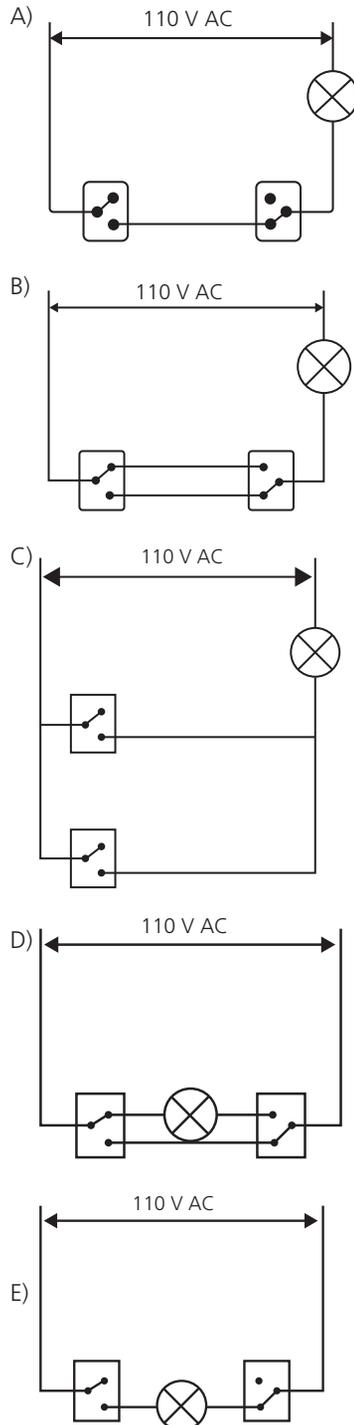
A) o valor de  $R_x$  deve ser de  $10 \Omega$ .  
 B) o valor de  $R_x$  deve ser de  $12 \Omega$ .  
 C) o valor de  $R_x$  pode ser qualquer um entre  $10 \Omega$  e  $12 \Omega$ .  
 D) o valor de  $R_x$  pode ser qualquer um entre  $12 \Omega$  e  $15 \Omega$ .  
 E) o valor de  $R_x$  deve ser de  $15 \Omega$ .



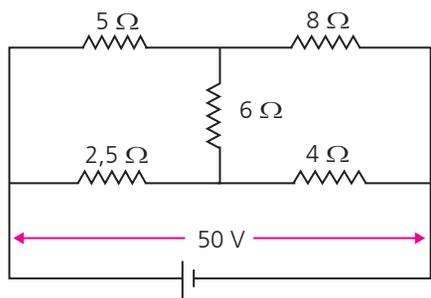
03. (Enem (Libras) 2017) Durante a reforma de sua residência, um casal decidiu que seria prático poder acender a luz do quarto acionando um interruptor ao lado da porta e apagá-la com outro interruptor próximo à cama. Um eletrotécnico explicou que esse sistema usado para controlar uma lâmpada a partir de dois pontos é conhecido como circuito de interruptores paralelos.



Como deve ser feita a montagem do circuito da lâmpada no quarto desse casal?

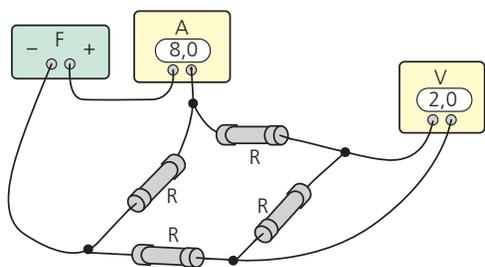


04. (Unisa-SP) Dado o esquema, a potência dissipada no resistor de  $6 \Omega$  é:



- A) 50 W  
B) 10 W  
C) 2 W  
D) 0,5 W  
E) zero

05. (Fuvest-SP) Considere a montagem a seguir, composta por 4 resistores  $R$  iguais, uma fonte de tensão  $F$ , um medidor de corrente  $A$ , um medidor de tensão  $V$  e fios de ligação.



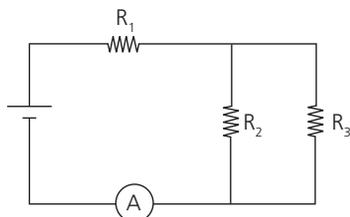
O medidor de corrente indica 8,0 A e o de tensão 2,0 V. Pode-se afirmar que a potência total dissipada nos 4 resistores é, aproximadamente, de:

- A) 8 W  
B) 16 W  
C) 32 W  
D) 48 W  
E) 64 W



### Exercícios Propostos

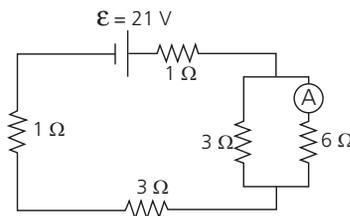
01. (PUC-RJ)



No circuito apresentado na figura, em que a tensão da bateria é 12 V,  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $R_3 = 2 \Omega$ , podemos dizer que a corrente medida pelo amperímetro  $A$  colocado no circuito é

- A) 1 A.  
B) 2 A.  
C) 3 A.  
D) 4 A.  
E) 5 A.

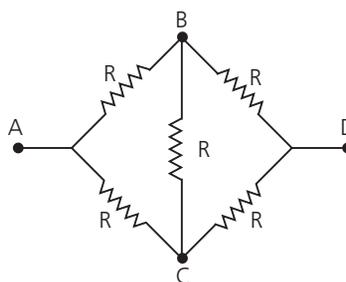
02. (IFPE) O circuito elétrico representado no diagrama a seguir contém um gerador ideal de 21 volts com resistência interna desprezível alimentando cinco resistores.



Qual o valor da medida da intensidade da corrente elétrica, expressa em ampères, que percorre o amperímetro  $A$  conectado ao circuito elétrico representado?

- A) 0,5 A  
B) 1,0 A  
C) 1,5 A  
D) 2,0 A  
E) 2,5 A

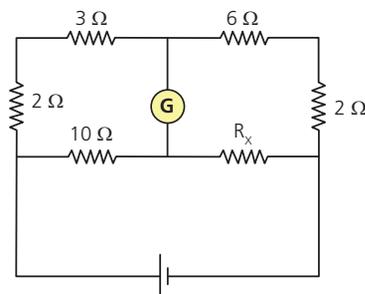
03. (Fuvest-SP) No circuito, as resistências são idênticas e, conseqüentemente, é nula a diferença de potencial entre  $B$  e  $C$ .



Qual a resistência equivalente entre  $B$  e  $C$ ?

- A)  $\frac{R}{2}$   
B)  $R$   
C)  $\frac{5R}{2}$   
D)  $4R$   
E)  $5R$

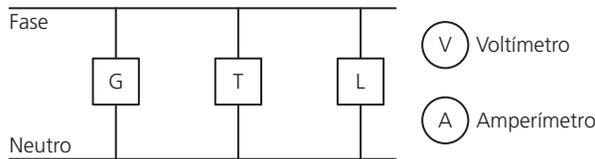
04. (Prof. Eduardo Cavalcanti) Um garoto, ainda no segundo ano de seu Ensino Médio, sente-se atraído pelas aulas de eletricidade e, em sua casa, chama seus coleguinhas para uma demonstração sobre a teoria exposta pelo seu professor na aula da semana sobre a ponte de Wheatstone. Faz um arranjo diferente de seu professor, usa 6 resistores e constrói a figura a seguir.



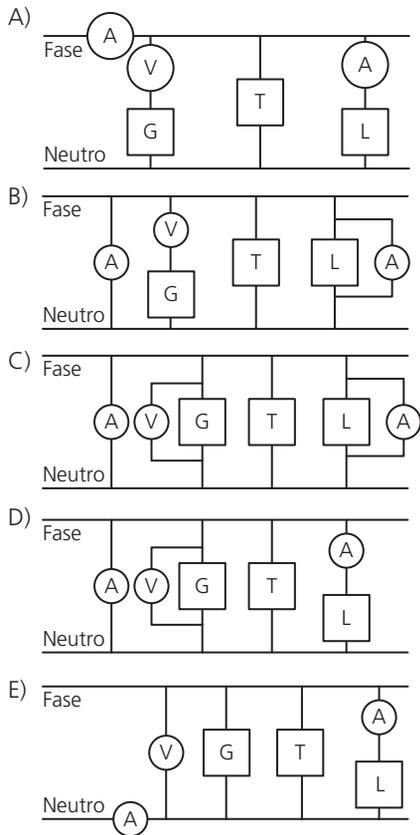
Qual o valor do resistor que deve ser ligado na posição de  $R_x$  para que a ponte se estabeleça e o galvanômetro apresente uma leitura nula?

- A) 12  $\Omega$   
B) 13  $\Omega$   
C) 14  $\Omega$   
D) 15  $\Omega$   
E) 16  $\Omega$

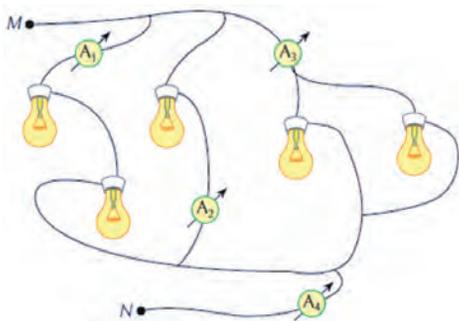
05. (Enem) Um electricista analisa o diagrama de uma instalação elétrica residencial para planejar medições de tensão e corrente em uma cozinha. Nesse ambiente, existem uma geladeira (G), uma tomada (T) e uma lâmpada (L), conforme a figura. O electricista deseja medir a tensão elétrica aplicada à geladeira, à corrente total e à corrente na lâmpada. Para isso, ele dispõe de um voltímetro (V) e dois amperímetros (A).



Para realizar essas medidas, o esquema da ligação desses instrumentos está representado em:



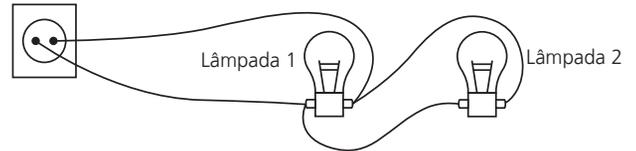
06. (Fuvest-SP) Para um teste de controle, foram introduzidos três amperímetros ideais ( $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ ) em um trecho de um circuito, entre M e N, por onde passa uma corrente total de 14 A (indicada pelo amperímetro  $A_4$ ). Nesse trecho, encontram-se cinco lâmpadas, interligadas como na figura, cada uma delas com resistência invariável R.



Nessas condições, os amperímetros  $A_1$ ,  $A_2$ , e  $A_3$  indicarão, respectivamente, correntes  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  com valores aproximados de:

- A)  $I_1 = 1,0$  A,  $I_2 = 2,0$  A,  $I_3 = 11$  A
- B)  $I_1 = 1,5$  A,  $I_2 = 3,0$  A,  $I_3 = 9,5$  A
- C)  $I_1 = 2,0$  A,  $I_2 = 4,0$  A,  $I_3 = 8,0$  A
- D)  $I_1 = 5,0$  A,  $I_2 = 3,0$  A,  $I_3 = 6,0$  A
- E)  $I_1 = 8,0$  A,  $I_2 = 4,0$  A,  $I_3 = 2,0$  A

07. (Unisinos/2017) Duas lâmpadas apresentam os seguintes dados nominais: lâmpada 1, 100 W e 200 V, e lâmpada 2, e 25 W e 100 V. Pressupõe-se que a resistência elétrica das lâmpadas seja invariável com a temperatura.

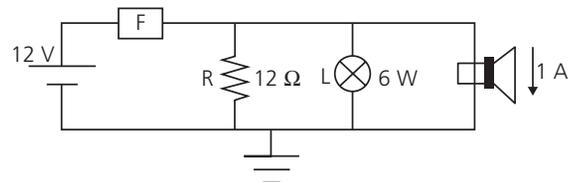


A resistência elétrica da lâmpada 1 é \_\_\_\_\_ resistência elétrica da lâmpada 2.

Ao ligar as duas lâmpadas em paralelo entre si e o conjunto numa tomada de 100 V, então a potência dissipada pela lâmpada 1 é \_\_\_\_\_ da lâmpada 2.

- As lacunas são corretamente preenchidas, respectivamente, por
- A) o dobro da; igual à
  - B) o quádruplo da; o quádruplo da
  - C) igual à; igual à
  - D) metade da; o dobro da
  - E) o dobro da; o dobro da

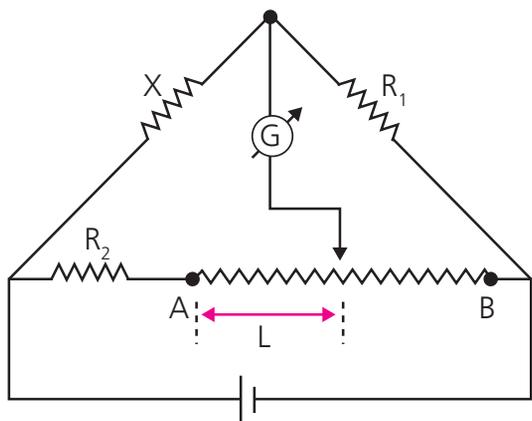
08. (Enem-PPL/2014) Fusíveis são dispositivos de proteção de um circuito elétrico, sensíveis ao excesso de corrente elétrica. Os modelos mais simples consistem de um filamento metálico de baixo ponto de fusão, que se funde quando a corrente ultrapassa determinado valor, evitando que as demais partes do circuito sejam danificadas. A figura mostra um diagrama de um circuito em que o fusível F protege um resistor R de  $12 \Omega$ , uma lâmpada L de 6 W e um alto-falante que conduz 1 A.



Sabendo que esse fusível foi projetado para trabalhar com uma corrente até 20% maior que a corrente nominal que atravessa esse circuito, qual é o valor, em ampères, da corrente máxima que o fusível F permite passar?

- A) 1,0
- B) 1,5
- C) 2,0
- D) 2,5
- E) 3,0

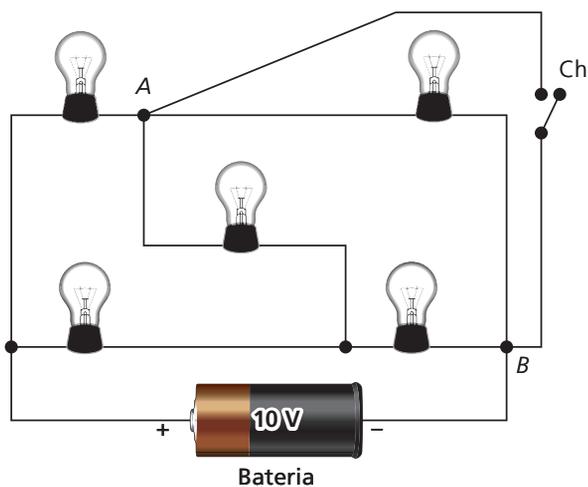
09. (Unisa-SP) No circuito a seguir,  $R_1 = 210 \Omega$ ,  $R_2 = 30,0 \Omega$ , AB é um fio homogêneo de seção constante e resistência  $50,0 \Omega$  e comprimento 500 mm.



Obteve-se o equilíbrio da ponte para  $L = 150 \text{ mm}$ . O valor de X é, em ohms,

- A) 120.
- B) 257.
- C) 393.
- D) 180.
- E) 270.

10. (UFRJ – Adaptada) Cinco lâmpadas idênticas, que podem ser consideradas resistores ideais de 10 ohms cada uma, estão ligadas a uma bateria de 10 volts, como é mostrado na figura a seguir. O circuito possui também uma chave Ch que, quando fechada, estabelece um curto-circuito entre os pontos A e B.



Ao abrir a chave localizada entre os pontos A e B do circuito, A) o curto-circuito é desfeito, com quatro lâmpadas permanecendo ligadas.

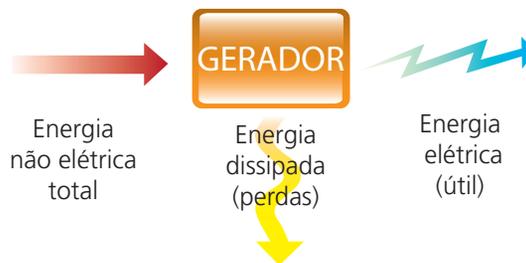
- B) o curto-circuito é desfeito, com duas lâmpadas permanecendo ligadas.
- C) o curto-circuito é desfeito, com as cinco lâmpadas permanecendo ligadas.
- D) o curto-circuito não é desfeito.
- E) o curto-circuito não é desfeito e duas lâmpadas permanecem ligadas.

**Aula 17**

**Geradores Elétricos**

C-2	H-5, 6

**Introdução**



São considerados todo e qualquer dispositivo que transforme qualquer outro tipo de energia em energia elétrica, mas quando se fala de geradores elétricos, realmente falamos de um dispositivo que transforme energia química ou mecânica em energia elétrica. Foi o físico italiano Alessandro Volta quem criou o primeiro gerador. Verificando os efeitos de contração muscular de patas de rãs, sob a ação de descargas elétricas, descobriu que quando duas placas de metais diferentes, como cobre e zinco, estavam separados por um disco de pano ou papelão umedecido com água salgada, surgia uma diferença de potencial entre as placas.



T.W. Van Uuk/123RF/EasyPix

ou



Tatiana Popova/123RF/EasyPix

Quando o gerador transforma energia mecânica em elétrica, é chamado gerador mecânico ou dínamo; quando transforma energia química, é chamado pilha hidroelétrica; quando transforma energia térmica, é chamado pilha termoelétrica etc.

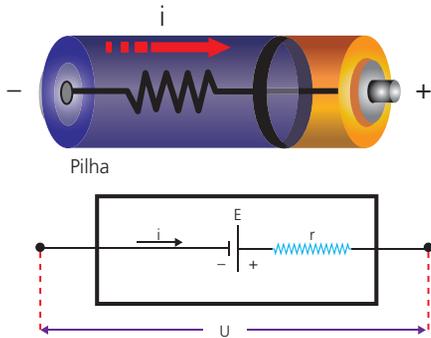
Dentro de um gerador, as cargas elétricas recebem energia. A energia recebida por cada unidade de carga chama-se **força eletromotriz do gerador ( $\epsilon$ )**.

$$\epsilon = \frac{\text{energia recebida}}{\text{carga}}$$

A força eletromotriz é abreviada por **f.e.m.** e sua unidade no Sistema Internacional é o volt (V).

$$1 \text{ V} = 1 \text{ volt} = \frac{1 \text{ joule}}{\text{coulomb}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

### Representação



Um gerador possui dois terminais denominados polos:

- **Polo negativo** corresponde ao terminal de menor potencial elétrico.
  - **Polo positivo** corresponde ao terminal de maior potencial elétrico.
- Quando colocado em um circuito, um gerador elétrico fornece energia potencial elétrica para as cargas, que entram em movimento, saindo do polo negativo para o polo positivo.

Nos geradores reais, uma parte da energia recebida pelas cargas é perdida dentro do próprio gerador. Dizemos que o gerador tem uma resistência interna **r**. Desse modo, a tensão **U** (diferença de potencial) entre os terminais do gerador é, em geral, menor do que a força eletromotriz.

### Equação do gerador

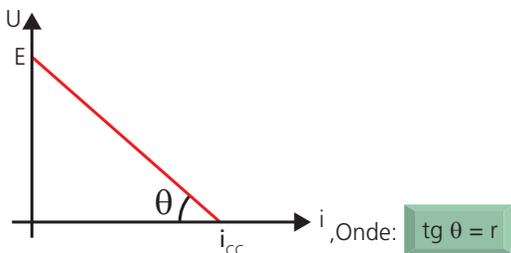
A ddp nos terminais de um gerador é dada por:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

A equação acima é conhecida como **equação do gerador**.

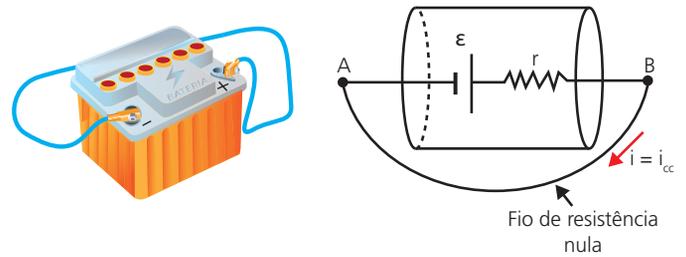
### Gráfico do gerador

De acordo com a equação vista anteriormente ( $U = \mathcal{E} - r \cdot i$ ), podemos representar o gráfico  $U \times i$  de um gerador, como é mostrado a seguir.



### Gerador em curto-circuito

Se os terminais do gerador forem ligados por um fio de resistência elétrica desprezível ( $R = 0$ ), ficando, portanto, em curto-circuito, a ddp entre seus terminais se anula, logo:



Dizemos que um gerador está em curto-circuito quando seus terminais estão interligados por um fio de resistência desprezível. Nesse caso, a ddp entre os terminais do gerador é nula ( $U = 0$ ).

Fazendo  $U = 0$  na equação do gerador, temos:

$$0 = \mathcal{E} - r \cdot i_{cc}$$

$$r \cdot i_{cc} = \mathcal{E}$$

$$i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

onde  $i_{cc}$  é a corrente de curto-circuito do gerador.

### Lei de Pouillet

Considere um circuito simples constituído por um gerador e um resistor, conforme as características mostradas na figura.

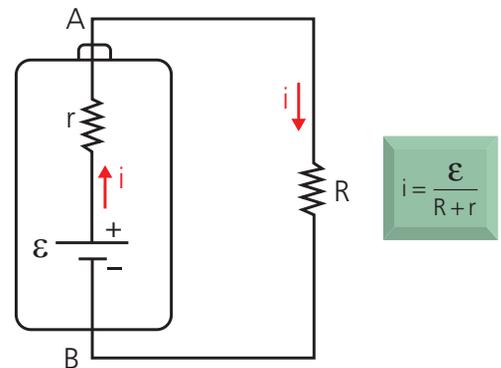
Como a diferença de potencial entre os terminais do gerador

$U_{AB} = \mathcal{E} - r \cdot i$  é a mesma do resistor  $U_{AB} = R \cdot i$ , comparamos as duas expressões e obtemos:

$$\mathcal{E} - r \cdot i = R \cdot i$$

$$\mathcal{E} = R \cdot i + r \cdot i$$

$$\mathcal{E} = (R + r) \cdot i$$



$\mathcal{E}$  = f.e.m. do gerador (V)

$R$  = resistência total do circuito externo ( $\Omega$ )

$r$  = resistência interna do gerador

$i$  = corrente (A)

$$\mathcal{E} = (R + r) \cdot i$$

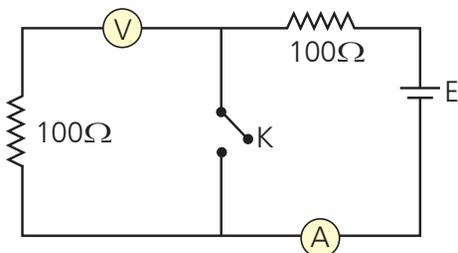
Para diversos geradores:

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots + \mathcal{E}_n = (r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n + R) \cdot i$$



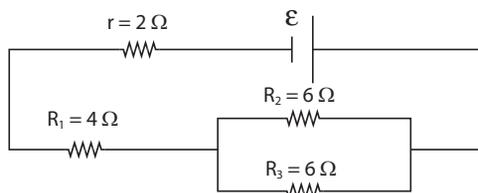
**Exercícios de Fixação**

01. (Fuvest-SP) No circuito da figura, o amperímetro e o voltímetro são ideais. O voltímetro marca 1,5 V quando a chave K está aberta.

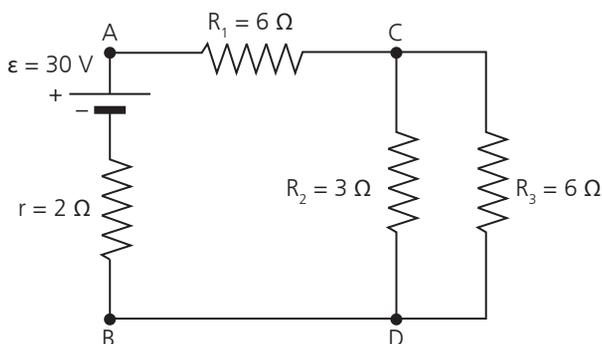


Fechando-se a chave K, o amperímetro marcará:

- A) 0 mA  
 B) 7,5 mA  
 C) 15 mA  
 D) 100 mA  
 E) 200 mA
02. (PUC-SP) Dispõe-se de uma pilha de força eletromotriz 1,5 V que alimenta duas pequenas lâmpadas idênticas, de valores nominais 1,2 V — 0,36 W. Para que as lâmpadas funcionem de acordo com suas especificações, a resistência interna da pilha deve ter, em ohm, um valor de, no mínimo,
- A) 0,1  
 B) 0,2  
 C) 0,3  
 D) 0,4  
 E) 0,5
03. (UFSM) No circuito da figura, a corrente no resistor  $R_2$  é de 2 A. O valor da força eletromotriz da fonte ( $\mathcal{E}$ ) é, em V,

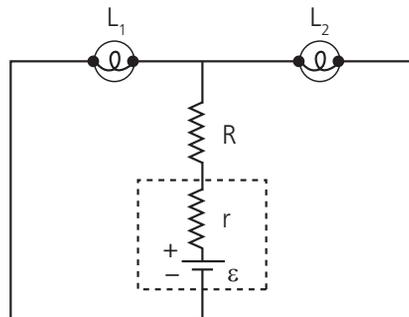


- A) 6  
 B) 12  
 C) 24  
 D) 36  
 E) 48
04. No circuito a seguir, tem-se um gerador ligado a um conjunto de resistores.



A diferença de potencial entre os pontos A e B do circuito fornecida pelo gerador pode ser de:

- A) 10 V.  
 B) 12 V.  
 C) 18 V.  
 D) 20 V.  
 E) 24 V.
05. (Mackenzie-SP) Num determinado trabalho em laboratório, necessita-se disponibilizar um circuito elétrico conforme a ilustração a seguir. Nesse circuito existem duas lâmpadas incandescentes idênticas ( $L_1$  e  $L_2$ ), cada uma com a inscrição nominal 0,20 W — 2,0 V, um resistor de resistência elétrica  $R = 12 \Omega$  e um gerador elétrico de força eletromotriz 4,5 V e resistência interna  $r$ .



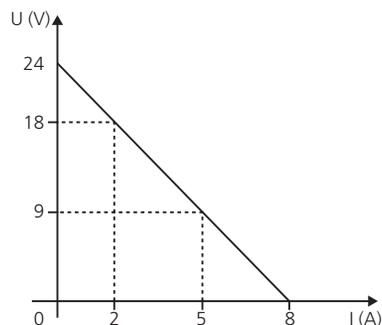
Para que as lâmpadas permaneçam “acesas” com brilho máximo, mas sem se “queimar”, a resistência interna do gerador elétrico deverá ser:

- A) 0,050  $\Omega$   
 B) 0,25  $\Omega$   
 C) 0,50  $\Omega$   
 D) 0,75  $\Omega$   
 E) 1,0  $\Omega$



**Exercícios Propostos**

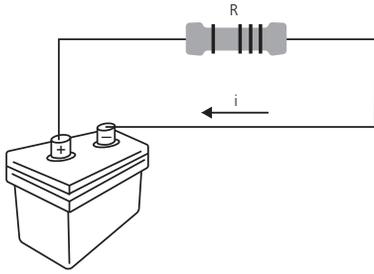
01. (Uerj/2018) Observe o gráfico que representa a curva característica de operação de um gerador:



Com base nos dados, a resistência interna do gerador, em ohm, é igual a:

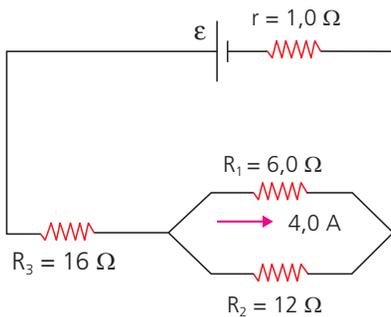
- A) 1,0  
 B) 3,0  
 C) 4,0  
 D) 6,0

02. (Famerp) Quando um gerador de força eletromotriz 12 V é ligado a um resistor R de resistência 5,8 Ω, uma corrente elétrica **i** de intensidade 2,0 A circula pelo circuito.

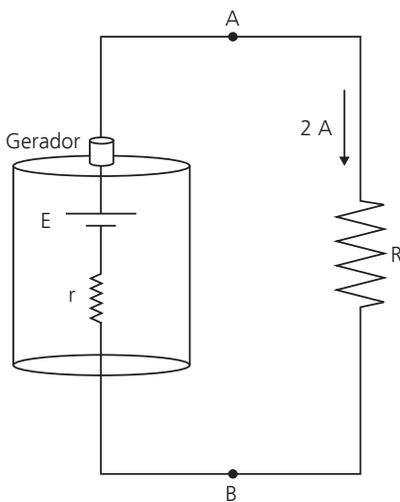


A resistência interna desse gerador é igual a

- A) 0,40 Ω                      B) 0,20 Ω  
 C) 0,10 Ω                      D) 0,30 Ω  
 E) 0,50 Ω
03. (U. F. Santa Maria-RS) No circuito representado na figura, a corrente elétrica no resistor  $R_1$  tem intensidade de 4,0 A. Calcule a f.e.m.  $\mathcal{E}$  do gerador.



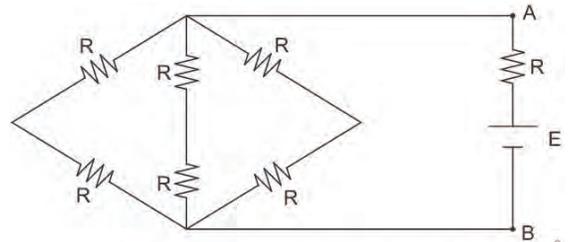
04. (Uefs/2018) Um circuito elétrico é constituído por um gerador de força eletromotriz E e resistência interna  $r = 2 \Omega$  e por um resistor ôhmico de resistência R. Se por esse circuito circular uma corrente elétrica de intensidade  $i = 2A$ , a diferença de potencial entre os pontos A e B será 16 V.



Considerando desprezíveis as resistências dos fios e das conexões utilizados na montagem desse circuito, os valores de E e de R são

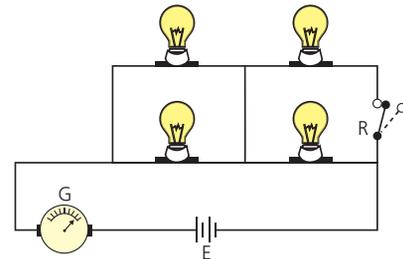
- A) 20V e 8Ω                      B) 10V e 8Ω  
 C) 32V e 8Ω                      D) 32V e 10Ω  
 E) 20V e 10Ω

05. (Espcex (Aman) 2016) No circuito elétrico desenhado abaixo, todos os resistores ôhmicos são iguais e têm resistência  $R = 1,0 \Omega$ . Ele é alimentado por uma fonte ideal de tensão contínua de  $E = 5,0 V$ . A diferença de potencial entre os pontos A e B é de:



desenho ilustrativo - fora de escala

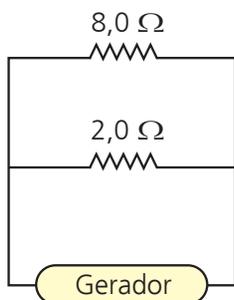
- A) 1,0 V  
 B) 2,0 V  
 C) 2,5 V  
 D) 3,0 V  
 E) 3,3 V
06. (Uece) Uma bateria, de força eletromotriz E e resistência interna desprezível, alimenta quatro lâmpadas idênticas, ligadas conforme se mostra no esquema a seguir.



Quando a chave K está ligada, o amperímetro G indica uma corrente de intensidade **i**. Desligando-se a chave K, a nova corrente fornecida pelo gerador será:

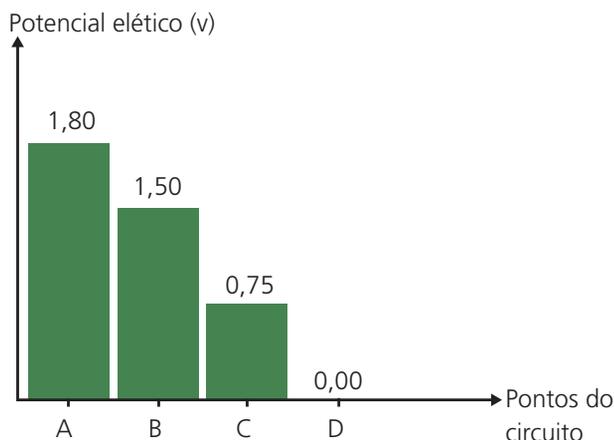
- A)  $\frac{i}{2}$   
 B)  $\frac{2i}{3}$   
 C)  $\frac{4i}{3}$   
 D)  $\frac{3i}{2}$
07. (Enem) Em algumas residências, cercas eletrificadas são utilizadas com o objetivo de afastar possíveis invasores. Uma cerca eletrificada funciona com uma diferença de potencial elétrico de aproximadamente 10.000 V. Para que não seja letal, a corrente que pode ser transmitida através de uma pessoa não deve ser maior do que 0,01 A. Já a resistência elétrica corporal entre as mãos e os pés de uma pessoa é da ordem de 1.000 Ω
- Para que a corrente não seja letal a uma pessoa que toca a cerca eletrificada, o gerador de tensão deve possuir uma resistência interna que, em relação à do corpo humano, é
- A) praticamente nula.  
 B) aproximadamente igual.  
 C) milhares de vezes maior.  
 D) da ordem de 10 vezes maior.  
 E) da ordem de 10 vezes menor.

08. (Unirio-RJ) Medir a diferença de potencial nos terminais de um gerador que não se encontra em funcionamento é determinar a força eletromotriz do gerador. Para o gerador indicado na figura, o valor encontrado foi 20 V. Curioso por saber se o gerador possuía ou não resistência interna, um aluno monta o circuito e percebe que a intensidade de corrente no resistor de  $8,0 \Omega$  é 2,0 A.



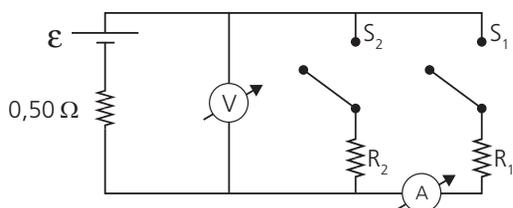
Cálculos complementares permitiram que o aluno concluísse que a resistência interna do gerador:

- A) vale  $0,40 \Omega$ .  
 B) vale zero, pois se trata de um gerador ideal.  
 C) vale  $1,0 \Omega$ .  
 D) dissipa uma potência de  $3,0 \text{ W}$ .  
 E) vale  $0,50 \Omega$ .
09. (UFSCar) O gráfico mostra valores dos potenciais elétricos em um circuito constituído por uma pilha real e duas lâmpadas idênticas de  $0,75 \text{ V} - 3 \text{ mA}$ , conectadas por fios ideais.



O valor da resistência interna da pilha, em  $\Omega$ , é:

- A) 100.                      B) 120.  
 C) 150.                      D) 180.  
 E) 300.
10. (UF-RS) A resistência interna de um gerador é de  $0,50 \Omega$ . Quando somente a chave  $S_1$  é ligada, o voltímetro e o amperímetro ideais marcam  $10 \text{ V}$  e  $10 \text{ A}$ . Quando as duas são ligadas, o amperímetro indica  $2,0 \text{ A}$ .



- A corrente no resistor  $R_2$ , para o caso das duas chaves fechadas, é
- A)  $2,0 \text{ A}$ .                      B)  $26 \text{ A}$ .  
 C)  $24 \text{ A}$ .                      D)  $32 \text{ A}$ .  
 E)  $36 \text{ A}$ .

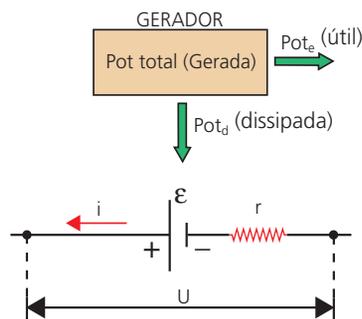
**Aula**  
**18**

**Potência Elétrica do Gerador**

C-2 H-5, 6

### Introdução

Gerador elétrico é um dispositivo com função de transformar ou transferir energia. Transforma qualquer tipo de energia em energia elétrica. Exemplos: usina hidrelétrica, usina termoeletrica, pilhas, baterias etc. Na realidade, o gerador não gera energia elétrica, apenas transforma qualquer tipo de energia em energia elétrica. O gerador fornece energia às cargas livres de um condutor, movimentando-as, mantendo assim uma diferença de potencial entre dois pontos quaisquer desse condutor.



### Balço Energético

Potência total  $\rightarrow P_t = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \epsilon \cdot i$

Potência útil  $\rightarrow P_u = U \cdot i$

Potência dissipada  $\rightarrow P_d = r \cdot i^2$

Portanto,  $P_t = P_u + P_d$

### Rendimento

O rendimento de um gerador é definido pela relação que existe entre a tensão que aparece na carga alimentada por esse gerador e sua força eletromotriz. Como a resistência interna do gerador absorve parte da energia, a tensão na carga é sempre menor que a força eletromotriz, o que significa que, na prática, o rendimento de um gerador é sempre menor do que 1, ou menor do que 100% se expressarmos essa grandeza em porcentagem.

O rendimento elétrico de um gerador é dado pela relação entre a potência elétrica útil fornecida ao circuito externo e sua potência elétrica total gerada:

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} \rightarrow \eta = \frac{U \cdot i}{\epsilon \cdot i} \rightarrow \eta = \frac{U}{\epsilon}$$

**Potência máxima de um gerador**

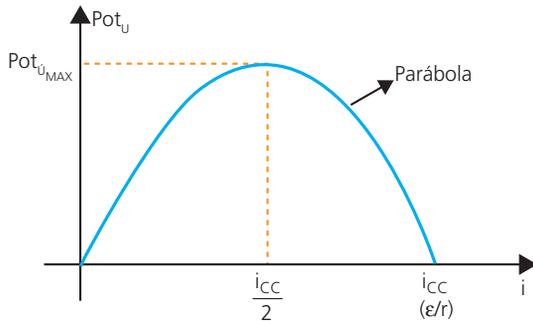
Um gerador real sempre apresenta perdas internas, resultantes das perdas ôhmicas na resistência interna total. Assim, a tensão disponível para a carga (elemento colocado na saída do circuito, e que utilizará a tensão de saída) é sempre menor que sua força eletromotriz.

**Observação:**

Análise da potência útil de um gerador:

$$Pot_U = U \cdot i \Rightarrow Pot_U = \mathcal{E} \cdot i - r \cdot i^2 \quad (2^\circ \text{ grau})$$

Fazendo o gráfico ( $Pot_U \times i$ ):



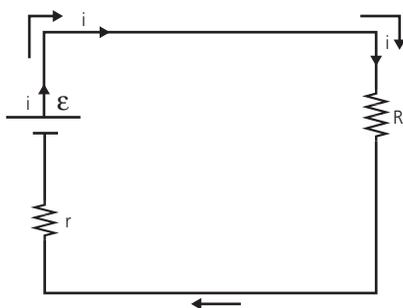
No gráfico, definimos  $\frac{i_{cc}}{2}$  como a corrente para a qual a potência útil é máxima. A corrente  $i_{cc}$  é definida como a corrente de curto circuito, que pode ser calculada desta forma:

$$i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

$$P_{U(MAX)} = \mathcal{E} \left( \frac{\mathcal{E}}{2r} \right) - r \cdot \left( \frac{\mathcal{E}}{2r} \right)^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \Rightarrow Pot_{(Máx)} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$$

**Observação:**

O rendimento de um gerador elétrico é máximo quando o valor de sua resistência interna é igual à resistência externa do circuito.



Portanto:  $U = R \cdot i$

$$\frac{\mathcal{E}}{2} = R \cdot \frac{\mathcal{E}}{2r}$$

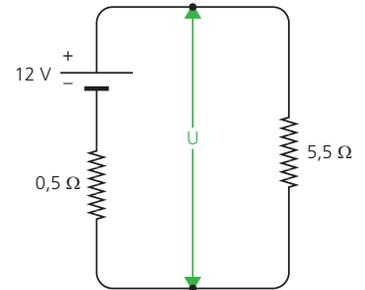
$$R = r$$



**Exercícios de Fixação**

01. O circuito seguinte representa, de maneira simplificada, a bateria de um automóvel de  $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$  e resistência interna de  $0,5 \Omega$ . Quando ligada aos faróis do veículo de resistência  $5,5 \Omega$ , fornece quanto de corrente e alcança que rendimento?

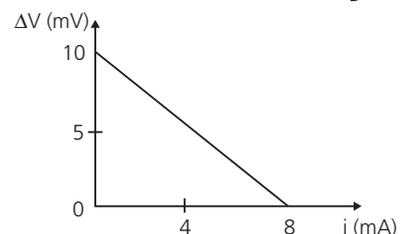
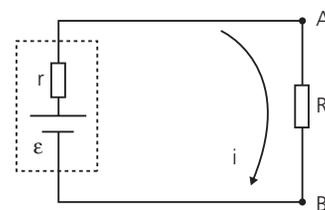
- A) 1 A e 0,714
- B) 1 A e 0,734
- C) 2 A e 0,812
- D) 2 A e 0,878
- E) 2 A e 0,916



02. (Ebmsp/2017) Unidades hospitalares utilizam geradores elétricos para se prevenir de interrupções no fornecimento de energia elétrica. Considerando-se um gerador elétrico de força eletromotriz 120 V e resistência interna  $4,0 \Omega$  que gera potência elétrica de 1.200 W, quando ligado a um circuito externo, é correto afirmar, com base nessas informações e nos conhecimentos de eletricidade, que

- A) o gerador elétrico transforma energia elétrica em outras formas de energia.
- B) a diferença de potencial elétrico entre os terminais do gerador é igual a 110,0 V.
- C) a intensidade da corrente elétrica que circula através do gerador é igual a 8,0 A.
- D) a potência dissipada em outras formas de energia no interior do gerador é igual a 512,0 W.
- E) a potência elétrica que o gerador lança no circuito externo para alimentar as instalações é igual a 800,0 W.

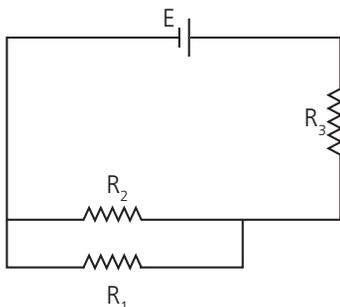
03. (UFPR/2015) A função principal de geradores elétricos é transformar em energia elétrica algum outro tipo de energia. No caso de geradores elementares de corrente contínua, cujo circuito equivalente está mostrado a seguir, em que  $r$  é a resistência interna do gerador e  $\mathcal{E}$ , sua força eletromotriz, o comportamento característico é descrito pela conhecida equação do gerador, que fornece a diferença de potencial  $\Delta V$  em seus terminais A e B em função da corrente  $i$  fornecida por ele. Um dado gerador tem a curva característica mostrada no gráfico a seguir.



A partir do circuito e do gráfico apresentados, assinale a alternativa correta para a potência dissipada internamente na fonte quando esta fornece uma corrente de 2,0 mA.

- A) 5  $\mu$ W
- B) 10  $\mu$ W
- C) 15  $\mu$ W
- D) 25  $\mu$ W
- E) 35  $\mu$ W

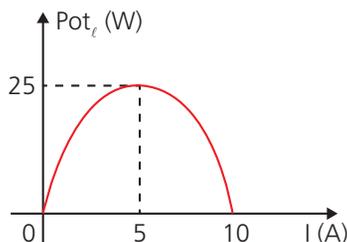
04. (Mackenzie-SP) No circuito, a resistência  $R_1$  vale 50  $\Omega$ , e a potência nela dissipada é de 18 W. A ddp nos extremos da resistência  $R_3$  é de 42 V.



Sabendo-se que o rendimento do gerador é de 90%, podemos afirmar que sua força eletromotriz é de:

- A) 20 V.
- B) 33 V.
- C) 46 V.
- D) 66 V.
- E) 80 V.

05. (Unirio-RJ)



O diagrama anterior representa a curva de potência lançada de um gerador cuja força eletromotriz vale E, e a resistência elétrica valer, r. Os valores de E e r são, respectivamente:

- A) 1,0 V e 10  $\Omega$ .
- B) 5,0 V e 1,0  $\Omega$ .
- C) 10 V e 1,0  $\Omega$ .
- D) 25 V e 5,0  $\Omega$ .
- E) 25 V e 10  $\Omega$ .

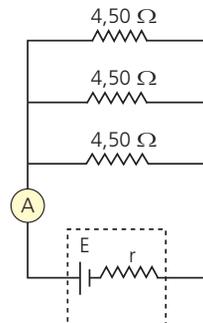


### Exercícios Propostos

01. (Unifor-CE) Um gerador de fem  $E = 100$  V e resistência interna  $r = 2,0$   $\Omega$  alimenta um resistor ôhmico de resistência elétrica R. Sabendo-se que o rendimento do gerador, na situação descrita, é de 80%, o valor de R, em ohms, é:

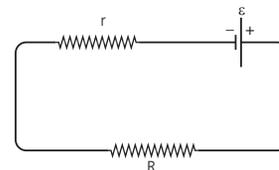
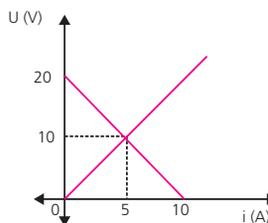
- A) 2,0.
- B) 4,0.
- C) 8,0.
- D) 20.
- E) 40.

02. (Mackenzie-SP) No circuito elétrico ilustrado a seguir, o amperímetro A é considerado ideal e o gerador, de força eletromotriz E, possui resistência interna  $r = 0,500$   $\Omega$ . Sabendo que a intensidade de corrente elétrica medida pelo amperímetro é 3,00 A, a energia elétrica lançada pelo gerador no intervalo de 1,00 minuto é:



- A) 480 J
- B) 810 J
- C) 1,08 kJ
- D) 1,62 kJ
- E) 4,80 kJ

03. Considere que um gerador de força eletromotriz igual a  $\epsilon$  e resistência interna r alimenta um resistor de resistência R. O esquema do circuito montado, bem como as curvas características do gerador e do resistor, estão mostrados no gráfico a seguir.



Por meio da análise do gráfico e do esquema, o rendimento elétrico do gerador se enquadra em

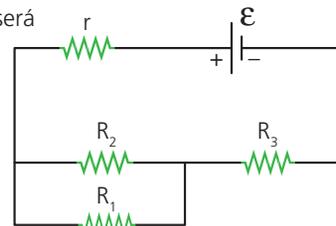
- A) 50%.
- B) 55%.
- C) 60%.
- D) 70%.
- E) 80%.

04. Considerando que um resistor de 10  $\Omega$  foi ligado a uma bateria de 6 V de força eletromotriz e resistência interna de 2  $\Omega$ , podemos dizer que a energia elétrica transformada em térmica pelo resistor, em 60 segundos, foi de

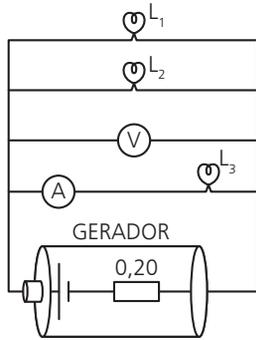
- A) 150 J.
- B) 200 J.
- C) 250 J.
- D) 300 J.
- E) 350 J.

05. (Unisa-SP) No esquema a seguir, a potência dissipada pelo resistor  $R_1 = 100$   $\Omega$  é 16 watts, e a diferença de potencial em  $R_3$  é 40 volts. Sabendo que o rendimento do gerador é de 80%, a força eletromotriz  $\mathcal{E}$ , em volts, será

- A) 40.
- B) 60.
- C) 70.
- D) 80.
- E) 100.

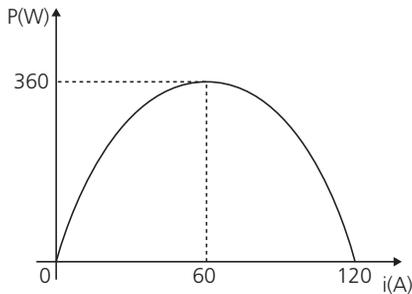


06. (Mackenzie) Quando as lâmpadas  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  estão ligadas ao gerador de f.e.m.  $\mathcal{E}$ , conforme mostra a figura a seguir, dissipam, respectivamente, as potências 1,00 W, 2,00 W e 2,00 W, por efeito Joule. Nessas condições, se o amperímetro A, considerado ideal, indica a medida 500 mA, a força eletromotriz do gerador é de:



- A) 2,25 V.
- B) 3,50 V.
- C) 3,75 V.
- D) 4,00 V.
- E) 4,25 V.

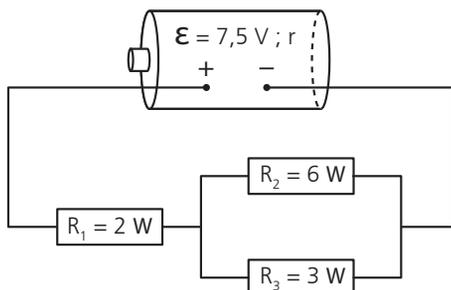
07. (UFJF) Uma bateria de automóvel tem uma força eletromotriz  $\mathcal{E} = 12V$  e resistência interna  $r$  desconhecida. Essa bateria é necessária para garantir o funcionamento de vários componentes elétricos embarcados no automóvel. Na figura a seguir, é mostrado o gráfico da potência útil  $P$  em função da corrente  $i$  para essa bateria, quando ligada a um circuito elétrico externo.



Calcule a resistência  $R$  do circuito externo nas condições de potência máxima.

- A) 0,1  $\Omega$
- B) 0,3  $\Omega$
- C) 0,7  $\Omega$
- D) 1,3  $\Omega$
- E) 1,7  $\Omega$

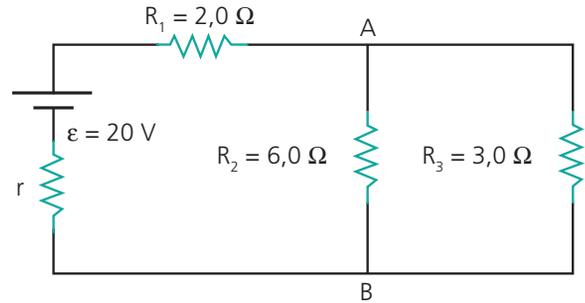
08. (UFPR) Foi feito um estudo com uma associação de resistores (de acordo com a figura), a qual foi conectada a uma fonte de tensão com força eletromotriz de 7,5 V e resistência interna  $r$ . Os valores dos resistores da associação estão indicados na figura a seguir.



Todos os fios condutores são ideais e os resistores são ôhmicos. Verificou-se uma intensidade de corrente elétrica no resistor  $R_2$  de 0,5 A. Assim, podemos afirmar que a resistência interna do gerador será

- A) 1  $\Omega$ .
- B) 2  $\Omega$ .
- C) 3  $\Omega$ .
- D) 4  $\Omega$ .
- E) 5  $\Omega$ .

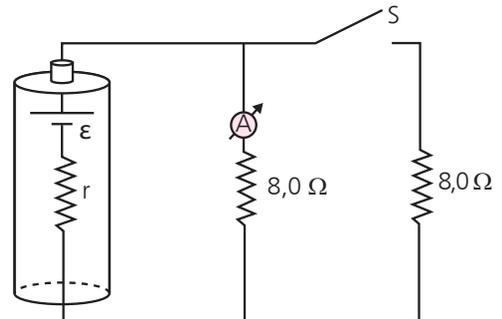
09. (Unifor) Um gerador de f.e.m.  $\mathcal{E} = 20V$  e resistência interna  $r$  alimenta um circuito constituído por resistores de resistências elétricas  $R_1 = 2,0 \Omega$ ,  $R_2 = 6,0 \Omega$  e  $R_3 = 3,0 \Omega$ , conforme representa o esquema.



Sabe-se que o gerador está fornecendo a potência máxima. Nessa condição, o valor da resistência interna, em ohms, e a tensão entre os pontos A e B, em volts, valem, respectivamente,

- A) 1,0 e 5,0
- B) 1,0 e 10
- C) 2,0 e 5,0
- D) 2,0 e 10
- E) 4,0 e 5,0

10. (Olimpíada Brasileira de Física) Um gerador de f.e.m.  $\mathcal{E}$  e resistência interna  $r$  é ligado a um amperímetro ideal, duas resistências de 8,0  $\Omega$  e uma chave S, conforme o desenho a seguir. Quando a chave S está aberta, o amperímetro indica 6,0 A e, com a chave fechada, o amperímetro indica 5,0 A. Determine os valores de  $\mathcal{E}$  e  $r$  do gerador e a potência total dissipada no circuito, inclusive na bateria, com a chave fechada.



- A) 60 V; 2  $\Omega$ ; 600 W
- B) 40 V; 2  $\Omega$ ; 400 W
- C) 60 V; 1  $\Omega$ ; 400 W
- D) 50 V; 2  $\Omega$ ; 600 W
- E) 50 V; 1  $\Omega$ ; 500 W

**Aula**  
**19**

## Receptor Elétrico

C-2 H-5, 6

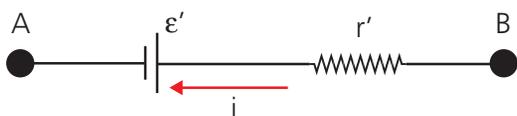
### Introdução

Qualquer dispositivo que, quando submetido a uma diferença de potencial, transforma energia elétrica em qualquer outro tipo de energia que não seja exclusivamente térmica deve ser denominado **receptor**, por exemplo, motores elétricos (transformam energia elétrica em mecânica) e baterias no processo de recarga (transformam energia elétrica em energia química).



Todo receptor possui uma força contraeletromotriz ( $f_{cem}$ ) simbolizada pelo símbolo  $\mathcal{E}'$ , medida em volts. O valor  $\mathcal{E}'$  representa a ddp mantida pelo receptor ideal em seus terminais.

Na figura a seguir, temos a representação de um receptor.



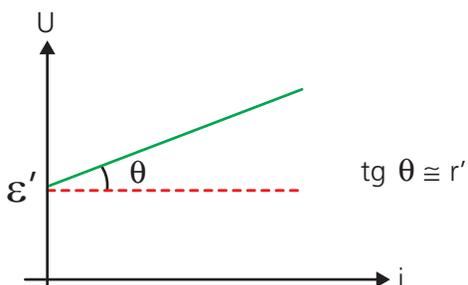
### Equação do receptor

A ddp nos terminais de um receptor é dada por:

$$U' = \mathcal{E}' + r' \cdot i$$

### Gráfico do receptor

De acordo com a equação vista no tópico anterior ( $U' = \mathcal{E}' + r' \cdot i$ ), podemos representar o gráfico  $U \times i$  de um receptor, como mostra a figura a seguir.



## Potências e rendimento em um receptor

- **Potência total (Pt)** corresponde à energia total recebida pelo receptor da fonte externa (gerador) por unidade de tempo:

$$P_t = U' \cdot i$$

- **Potência dissipada (Pd)** refere-se à potência consumida (perdida, dissipada, sob forma térmica) pela resistência interna  $r'$  do receptor:

$$P_d = r' \cdot i^2$$

- **Potência útil (Pu)** é a potência aproveitada pelo receptor para seu funcionamento normal, sob forma não térmica. Para um motor, é a parcela exclusivamente transformada em mecânica. Calculada com:

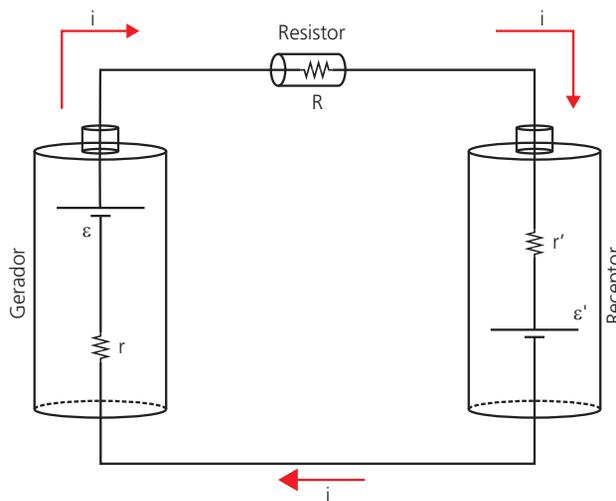
$$P_u = \mathcal{E}' \cdot i$$

- **Rendimento ( $\eta$ ) de um receptor** é definido como a razão entre sua potência útil ( $P_u$ ) e sua potência total ( $P_t$ ):

$$\eta = \frac{\mathcal{E}' \cdot i}{U' \cdot i} = \frac{\mathcal{E}'}{U'}$$

### Lei Pouillet

Considerando o circuito simples constituído por um gerador e um receptor, conforme as características mostradas na figura a seguir, temos que:



$$\Sigma \mathcal{E} - \Sigma \mathcal{E}' = \Sigma (R + r) \cdot i$$



**Exercícios de Fixação**

01. (Cesgranrio) Os gráficos característicos de um motor elétrico (receptor) e de uma bateria (gerador) são mostrados nas figuras (1) e (2), respectivamente.

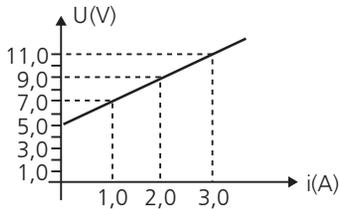


Figura 1

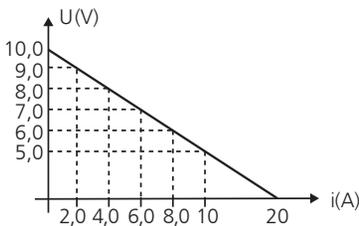
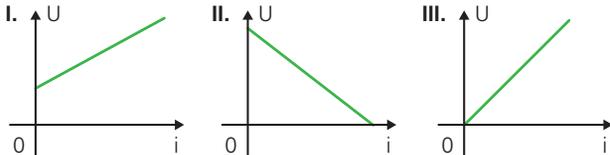


Figura 2

Sendo o motor ligado a essa bateria, é correto afirmar que a intensidade da corrente elétrica que o percorrerá, em ampères, será de:

- A) 2,0
- B) 4,0
- C) 6,0
- D) 8,0
- E) 10

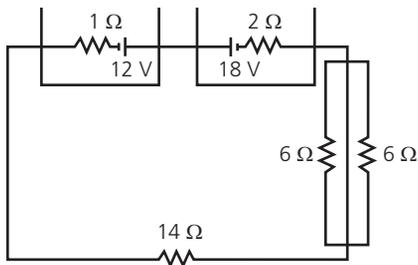
02. (Ufal) Considere os gráficos a seguir:



Eles representam as curvas características de três elementos de um circuito elétrico, respectivamente:

- A) gerador, receptor e resistor.
- B) gerador, resistor e receptor.
- C) receptor, gerador e resistor.
- D) receptor, resistor e gerador.
- E) resistor, receptor e gerador.

03. (Udesc) O valor da intensidade de correntes (em A), no circuito a seguir, é:

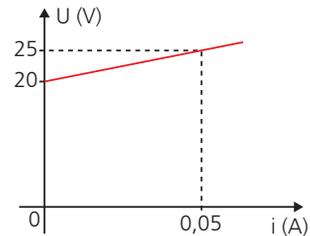


- A) 1,50
- B) 0,62
- C) 1,03
- D) 0,50
- E) 0,30

04. (AFA-SP) Um motor elétrico tem resistência interna de  $2\ \Omega$ , força contraeletromotriz de  $100\ V$  e é percorrido por uma corrente de  $5\ A$ , quando está em rotação plena. Se o eixo do motor for travado, mantida a mesma tensão elétrica a corrente que passará por ele valerá:

- A) 20 A
- B) 25 A
- C) 36 A
- D) 55 A

05. (Olimpiada Brasileira de Física) A tensão nos terminais de um motor elétrico varia com a intensidade da corrente, conforme o gráfico a seguir.



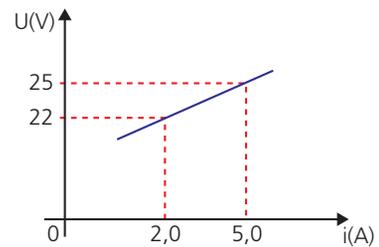
Se o rendimento desse motor for de 50%, calcule a corrente que o percorre.

- A) 0,1 A
- B) 0,2 A
- C) 0,3 A
- D) 0,4 A
- E) 0,5 A



**Exercícios Propostos**

01. (Mackenzie) A ddp, nos terminais de um receptor, varia com a corrente, conforme o gráfico da figura.



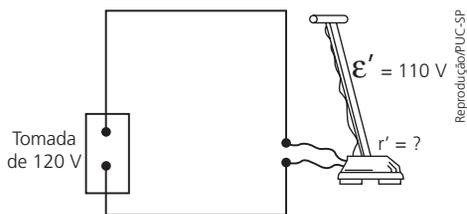
A força contraeletromotriz e a resistência interna desse receptor são, respectivamente,

- A) 25 V e  $5,0\ \Omega$ .
- B) 22 V e  $2,0\ \Omega$ .
- C) 20 V e  $1,0\ \Omega$ .
- D) 12,5 V e  $2,5\ \Omega$ .
- E) 11 V e  $1,0\ \Omega$ .

02. (Cesgranrio-RJ) Um motor M, de força contraeletromotriz igual a  $54\ V$  e resistência interna  $9,0\ \Omega$ , é ligado a um gerador de força eletromotriz de  $80\ V$  e resistência interna de  $4,0\ \Omega$ . Nessas condições, a intensidade da corrente elétrica estabelecida no circuito valerá, em ampères:

- A) 2,0.
- B) 3,4.
- C) 5,2.
- D) 6,0.
- E) 7,8.

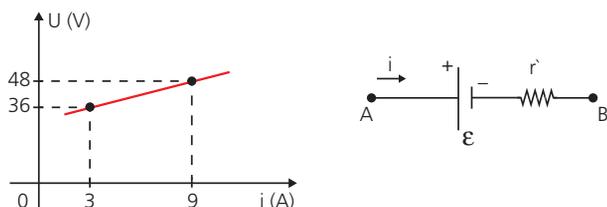
03. (PUC-SP) A figura esquematiza o circuito elétrico de uma enceradeira em funcionamento.



A potência elétrica dissipada por ela é de 20 W e sua f.c.e.m. 110 V. Assim, sua resistência interna é de  
 A) 5,0 Ω. B) 55 Ω.  
 C) 2,0 Ω. D) 115 Ω.  
 E) -5,0 Ω.

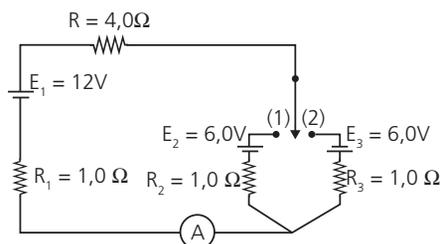
04. (PUC-Camp) Hoje, ninguém consegue imaginar uma residência sem eletrodomésticos (aparelho de TV, aparelho de som, geladeira máquina de lavar roupa, máquina de lavar louça etc). Uma enceradeira possui força contraeletromotriz de 100 V. Quando ligada a uma tomada de 120 V, ela dissipa uma potência total de 40 W. Nessas condições, a resistência interna da enceradeira, em ohms, vale  
 A) 2,0. B) 3,0.  
 C) 5,0. D) 10.  
 E) 20.

05. (Prof. Eduardo Cavalcanti) A tensão elétrica nos terminais de um receptor modifica-se com a intensidade de corrente elétrica, obedecendo à equação da reta de acordo com o gráfico a seguir.



A energia elétrica que esse receptor consome em 2 h de funcionamento, quando submetido a uma tensão de 36 V, é de  
 A) 0,216 kWh B) 0,315 kWh  
 C) 0,425 kWh D) 0,612 kWh  
 E) 0,715 kWh

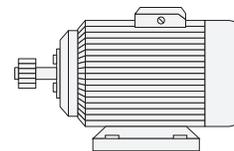
06. (Prof. Eduardo Cavalcanti) O esquema a seguir é utilizado para representar de maneira simplificada um aparelho que pode gerar tensões diferentes. Considere nesse esquema: um circuito, representado através de três baterias, um resistor ôhmico, um amperímetro ideal e uma chave comutadora.



Para os valores de cada elemento, utilize o esquema fornecido através da figura.

As indicações do amperímetro, conforme a chave estiver ligada em (1) ou em (2) será, em ampères, respectivamente,  
 A) 1,0 e 1,0. B) 1,0 e 3,0.  
 C) 2,0 e 2,0. D) 3,0 e 1,0.  
 E) 3,0 e 3,0.

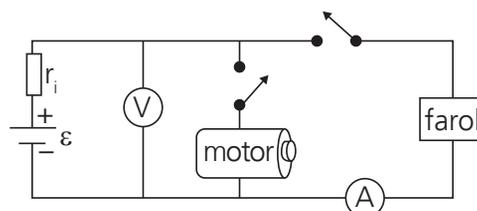
07. (Prof. Eduardo Cavalcanti) Motores elétricos são dispositivos (máquinas) que recebem energia elétrica da rede caracterizada por tensão, corrente e fator de potência, e com isso geram energia mecânica através de seu eixo caracterizada pela rotação.



Um motor elétrico disponibiliza 400 W de potência e consome 0,8 kWh de energia durante 1 hora de funcionamento ao realizar trabalho. A eficiência do motor nesse processo é  
 A) 50%. B) 80%.  
 C) 40%. D) 100%.

08. (FEI-SP) Com uma bateria de fem  $E_1 = 21 \text{ V}$  e resistência interna  $r_1 = 3,0 \Omega$ , deseja-se acionar um pequeno motor de corrente contínua de fem  $E_2 = 5,0 \text{ V}$  e resistência interna  $r_2 = 2,0 \Omega$ . Despreze a resistência dos fios de ligação e calcule a resistência que deve ser associada em paralelo com o motor para que a corrente nele seja de 2,0 A.  
 A) 4,5 A  
 B) 5,5 A  
 C) 7,2 A  
 D) 8,5 A  
 E) 9,0 A

09. (ITA-SP) Quando se acendem os faróis de um carro cuja bateria possui resistência interna  $r(i) = 0,050 \Omega$ , um amperímetro indica uma corrente de 10A e um voltímetro uma voltagem de 12 V. Considere desprezível a resistência interna do amperímetro. Ao ligar o motor de arranque, observa-se que a leitura do amperímetro é de 8,0A e que as luzes diminuem um pouco de intensidade. Calcular a corrente que passa pelo motor de arranque quando os faróis estão acesos.



A) 10 A  
 B) 20 A  
 C) 30 A  
 D) 40 A  
 E) 50 A

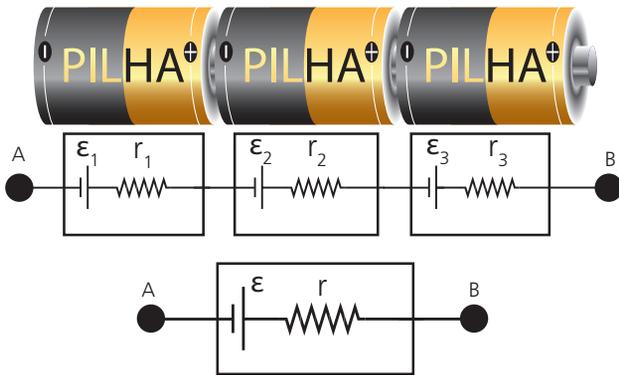
10. (UFSE) Um motor, ligado a uma bateria de força eletromotriz 9,0V e resistência interna desprezível, está erguendo verticalmente um peso de 3,0 N com velocidade constante de 2,0 m/s. A potência dissipada por efeito joule no motor é de 1,2 W. A corrente que passa pelo motor é, em ampères:  
 A) 0,80. B) 0,60.  
 C) 0,40. D) 0,20.  
 E) 0,10.

**Aula**  
**20**

**Associação de Geradores e Receptores**

C-2 H-5, 6

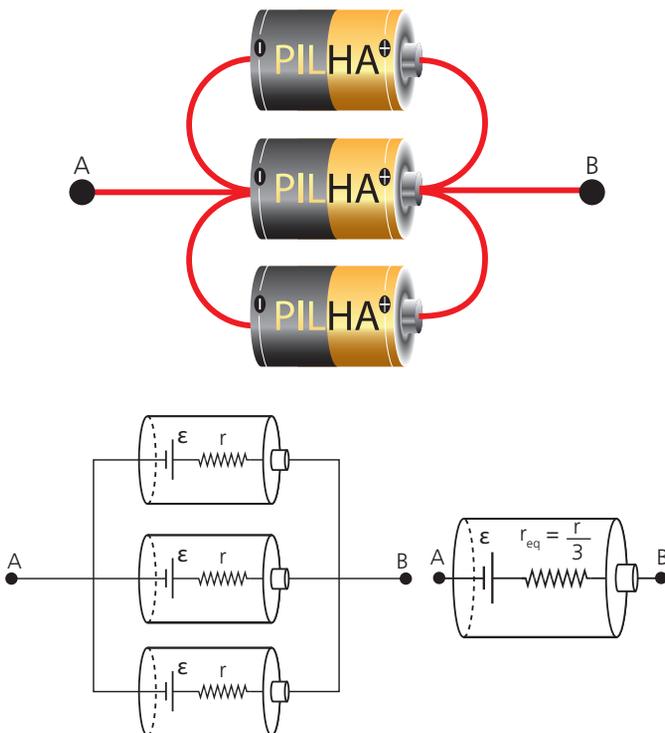
**Associação em série de geradores**



As características do gerador equivalente são:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_s &= \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 \\ r_s &= r_1 + r_2 + r_3 \end{aligned}$$

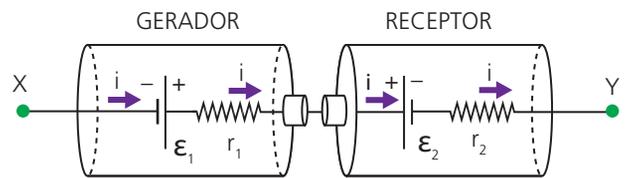
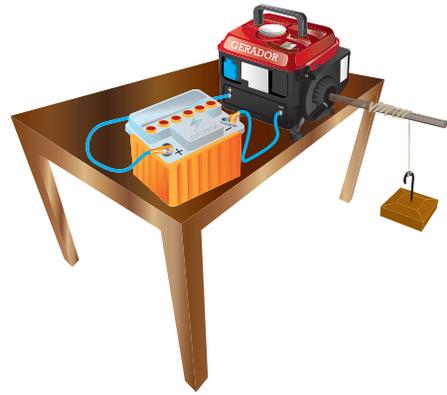
**Associação em paralelo de geradores**



As características do gerador equivalente são:

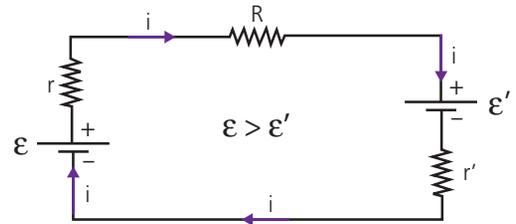
$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E} \quad \text{e} \quad r_{eq} = \frac{r}{n}$$

**Circuito gerador-receptor-resistor**



Consideremos um gerador de força eletromotriz  $\mathcal{E}$  e resistência interna  $r$  e um receptor de força contraeletromotriz  $\mathcal{E}'$  e resistência interna  $r'$  ligados a um único resistor de resistência  $R$ .

Para calcularmos a corrente elétrica  $i$  que flui do gerador, devemos usar a Lei de Pouillet para o circuito gerador-resistor-receptor.



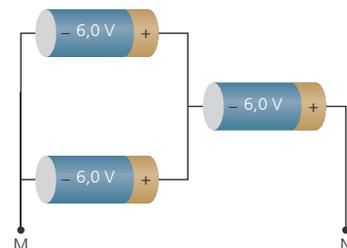
$$i = \frac{\sum \mathcal{E}_{\text{GERADORES}} - \sum \mathcal{E}'_{\text{RECEPTORES}}}{\sum R_{\text{RESISTÊNCIAS}}} \quad \text{Lei de Pouillet}$$

$\mathcal{E} \rightarrow$  Gerador  
 $\mathcal{E}' \rightarrow$  Receptor



**Exercícios de Fixação**

01. (Prof. Eduardo Cavalcanti) Considere o arranjo formado por três pilhas idênticas de f.e.m.  $\mathcal{E} = 6,0 \text{ V}$  cada uma e resistência interna desprezível conectadas como mostra a figura a seguir. Essas pilhas são utilizadas para alimentar um dispositivo que funciona como aquecedor portátil.

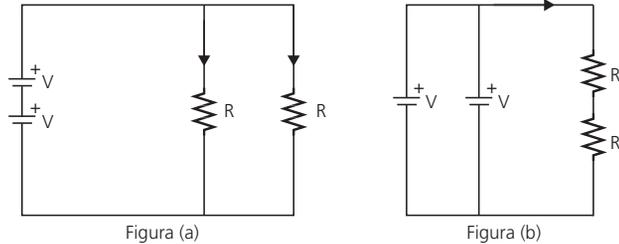


Dois resistores idênticos, de resistência  $R$ , ligados em paralelo, foram conectados aos terminais M e N, e em cada um deles circulou uma corrente elétrica de intensidade  $i = 4,0$  A.

Qual o valor de  $R$  para que os resistores possam receber a corrente citada?

- A)  $1 \Omega$
- B)  $2 \Omega$
- C)  $3 \Omega$
- D)  $4 \Omega$
- E)  $5 \Omega$

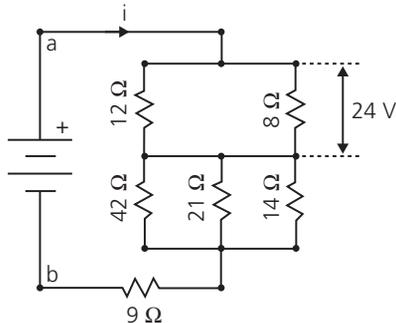
02. (UFG) Dois geradores ideais, de tensões iguais a  $V$ , foram ligados a dois resistores iguais, de resistência  $R$ , conforme ilustram os circuitos a seguir.



Considerando o exposto, a razão da corrente em um dos resistores do circuito (a) pela de um resistor de (b) é:

- A)  $\frac{1}{4}$
- B)  $\frac{1}{2}$
- C) 1
- D) 2
- E) 4

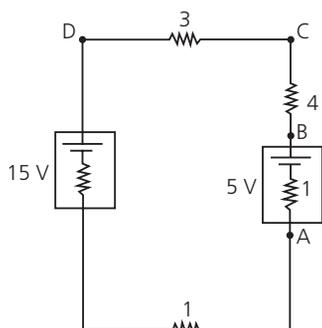
03. (Uece) Considere a figura.



Sabendo que na figura anterior a diferença de potencial sobre o resistor de  $8 \Omega$  é de  $24$  V, as diferenças de potencial, em V, sobre os resistores de  $14 \Omega$ ,  $9 \Omega$  e entre os pontos **a** e **b** são, respectivamente,

- A) 45, 9 e 78.
- B) 45, 45 e 114.
- C) 35, 45 e 104.
- D) 35, 70 e 129.

04. Considere que o circuito a seguir seja a representação simplificada de um gerador alimentando um receptor, como também é representada a resistência dos fios de ligação.



Considerando que todas as resistências são ôhmicas e sua unidade de medidas em  $\Omega$ , qual a diferença de potencial entre os pontos A e B ( $V_B - V_A$ ) do circuito?

- A) 3 V.
- B) 6 V.
- C) zero.
- D)  $-3$  V.
- E)  $-6$  V.

05. (Uece/2017) Considere duas pilhas de  $1,5$  V ligadas em paralelo (com os polos iguais entre si) e conectadas a um resistor ôhmico de  $15 \Omega$ . A corrente elétrica que passa pelo resistor, em ampères, é

- A) 1,0.
- B) 0,1.
- C) 2,0.
- D) 0,2.

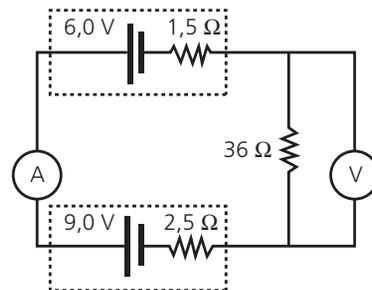


### Exercícios Propostos

01. (PUC-SP) Cinco geradores, cada um de f.e.m.  $4,5$  V e intensidade de corrente de curto-circuito igual a  $0,50$  A, são associados em paralelo. A f.e.m. e a resistência interna do gerador equivalente têm valores respectivamente iguais a:

- A)  $4,5$  V e  $9,0 \Omega$ .
- B)  $22,5$  V e  $9,0 \Omega$ .
- C)  $4,5$  V e  $1,8 \Omega$ .
- D)  $0,90$  V e  $9,0 \Omega$ .
- E)  $0,90$  V e  $1,8 \Omega$ .

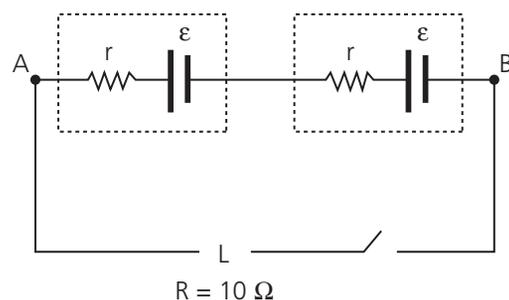
02. (Mackenzie-SP) Um gerador elétrico, um receptor elétrico e um resistor são associados, convenientemente, para constituir o circuito a seguir.



O amperímetro A e o voltímetro V são ideais e, nas condições em que foram insertos no circuito, indicam, respectivamente:

- A)  $83,3$  mA e  $3,0$  V.
- B)  $375$  mA e  $0,96$  V.
- C)  $375$  mA e  $13,5$  V.
- D)  $75$  mA e  $0,48$  V.
- E)  $75$  mA e  $2,7$  V.

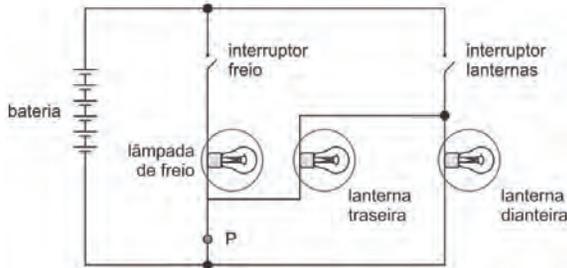
03. (Efomm-RJ) Observe a figura a seguir.



O esquema anterior representa o circuito elétrico de uma lanterna com duas pilhas idênticas ligadas em série e uma lâmpada L com resistência  $R = 10 \Omega$ . Com o circuito aberto, a ddp entre os pontos A e B é de 3,0 V. Quando o circuito é fechado, a ddp entre os pontos A e B cai para 2,5 V. A resistência interna de cada pilha e a corrente elétrica do circuito fechado são, respectivamente, iguais a

- A) 0,5  $\Omega$  e 0,50 A
- B) 1,0  $\Omega$  e 0,25 A
- C) 1,0  $\Omega$  e 1,00 A
- D) 1,5  $\Omega$  e 0,25 A
- E) 1,5  $\Omega$  e 1,00 A

04. (Unesp/2018) A figura mostra o circuito elétrico que acende a lâmpada de freio e as lanternas traseira e dianteira de um dos lados de um automóvel.



Disponível em: <www.autoentusiastasclassic.com.br.> Adaptado.

Considerando que as três lâmpadas sejam idênticas, se o circuito for interrompido no ponto P, estando o automóvel com as lanternas apagadas, quando o motorista acionar os freios,

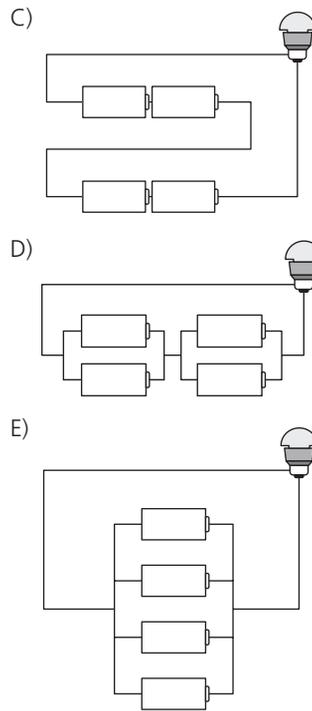
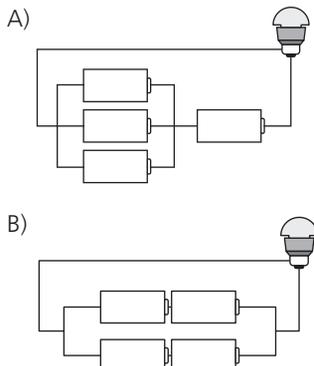
- A) apenas a lanterna dianteira se acenderá.
- B) nenhuma das lâmpadas se acenderá.
- C) todas as lâmpadas se acenderão, mas com brilho menor que seu brilho normal.
- D) apenas a lanterna traseira se acenderá.
- E) todas as lâmpadas se acenderão com o brilho normal.

05. (Cesgranrio) Uma locomotiva de brinquedo, de massa igual a 300 g, é movida por duas pilhas de 1,5 V cada, ligadas em série. Quando posta em funcionamento, seu motor consome uma corrente de 40 mA, acelerando-a a partir do repouso durante 2,0 s, ao fim dos quais ela adquire a velocidade de 1,0 m/s. A quantidade de energia dissipada sob forma de calor, durante esses 2,0 s iniciais, vale, em joules:

- A) 3
- B)  $9 \cdot 10^{-1}$
- C)  $3 \cdot 10^{-1}$
- D)  $9 \cdot 10^{-2}$
- E)  $3 \cdot 10^{-2}$

06. (Enem-PPL/2016) Em um laboratório, são apresentados aos alunos uma lâmpada, com especificações técnicas de 6 V e 12 W, e um conjunto de 4 pilhas de 1,5 V cada.

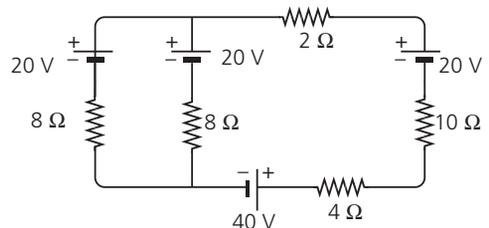
Qual associação de geradores faz com que a lâmpada produza maior brilho?



07. (Uece/2017) Considere duas pilhas alcalinas de 1,5 V ligadas em paralelo, com polos de mesmo sinal ligados entre si. Nessa configuração, a tensão entre os terminais da associação é, em volts,

- A) 0,5.
- B) 7,5.
- C) 1,5.
- D) 3,0.

08. (Prof. Eduardo Cavalcanti) O circuito a seguir representa, de maneira simplificada, um trecho de uma placa de circuito de um aparelho eletrônico.



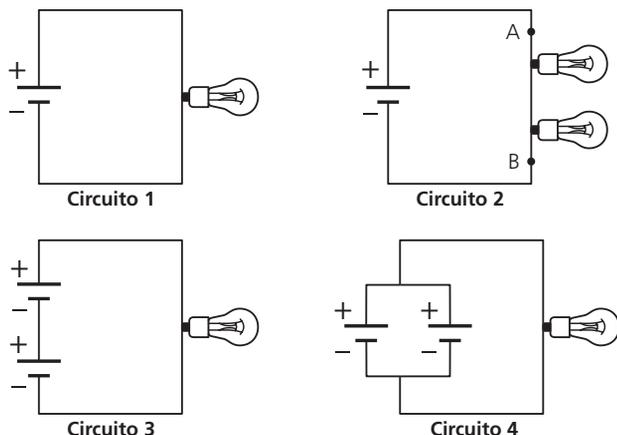
Das correntes do circuito, a que apresenta maior valor será a de:

- A) 1 A.
- B) 2 A.
- C) 3 A.
- D) 4 A.
- E) 5 A.

09. (EPCar-AFA/2012) Um estudante dispõe de 40 pilhas, sendo que cada uma delas possui f.e.m. igual a 1,5 V e resistência interna de 0,25  $\Omega$ . Elas serão associadas e, posteriormente, ligadas em um resistor de resistência elétrica igual a 2,5  $\Omega$ . Desejando-se elevar a temperatura em 10  $^{\circ}\text{C}$  de 1000 g de um líquido cujo calor específico é igual a 4,5 J/g  $^{\circ}\text{C}$ , no menor tempo possível, este estudante montou uma associação utilizando todas as pilhas. Sendo assim, o tempo de aquecimento do líquido, em minutos, foi, aproximadamente, igual a:

- A) 5.
- B) 8.
- C) 12.
- D) 15.

10. (Ufu/2016) Dispondo de algumas pilhas idênticas, de resistência interna desprezível, fios e pequenas lâmpadas de mesma potência, um estudante monta alguns tipos diferentes de circuitos elétricos, conforme a figura a seguir.



Em relação aos fios ideais anteriores, considere as afirmativas sobre a corrente que circula pelos circuitos.

- I. A corrente que circula pelo circuito 2 é menor que a do circuito 4;
- II. A corrente que circula pelo circuito 1 é menor que a do circuito 3;
- III. A corrente que circula pelo circuito 1 é menor que a do circuito 4;
- IV. No circuito 2, quando a corrente passa pelo ponto A, ela é maior do que quando passa pelo B.

Assinale a alternativa que apresenta apenas afirmativas corretas.

- A) I e II.
- B) II e III.
- C) I e IV.
- D) III e IV.

### Seção Videoaula



#### Geradores e Receptores

### Bibliografia

ALVES FILHO, Avelino; OLIVEIRA, Ferreira de; ROBORTELLA, José Luís de Campos. *Física: Segundo Grau*, v. 3, São Paulo: Ática, 1984.

BLACKWOOD, Oswald H.; HERRON, Wilmer B.; KELLY, William C. *Física na Escola Secundária*. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Cultura, 1962.

BUKHOVTSEV, B. B.; KRIVTCHENKOV, V. D.; MIAKISHEV, G. Y.; SARAIEVA, I. M. *Problemas Seleccionados de Física Elementar*. Moscou: Mir, 1985.

CALÇADA, Caio Sérgio. 1945; SAMPAIO, José Luiz. *Física Clássica*, São Paulo: Atual, 1998.

DOCA, Ricardo Helou. BISCUOLA, Gualter José; VILLAS BOAS, Newton. 18. ed. reform. e ampl. São Paulo: Saraiva, 2001.

FAUCHER, R. *Physique*. Paris: Hatier, 1966.

FERRARO, Nicolau Gilberto. *Eletricidade: História e Aplicações*. São Paulo: Moderna, 1997. (Col. Desafios).

\_\_\_\_\_. *Os Movimentos: pequena abordagem sobre Mecânica*. São Paulo: Moderna, 2004. (Col. Desafios).

FEYNMAN, Richard P.; LEIGHTON, Robert B.; SANDS, Matthew. *Lectures on Physics*. Bogotá: Fondo Educativo Interamericano, 1972.

FISHBANE, Paul M.; GASIOROWICZ, Stephen; THORNTON, Stephen T. *Physics for Scientists and Engineers*. 2. ed. extended. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

FUCHS, Walter R. *Física Moderna*. São Paulo, Polígono, 1972.

GASPAR, Alberto. *Física*. 1. ed. Ativa, 2001.

GIANCOLI, Douglas C. *Physics. Principles with Applications*. 5. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1998.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. *Física*. 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984.

HEWITT, Paul G. *Física Conceitual*. 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2002.

KÓSEL, S. *Problemas de Física*. Trad.: Antonio Molina García. Moscou: Mir, 1986.

MAIZTEGUI, Alberto P.; SABATO, Jorge A. *Introducción a la Física*. Buenos Aires: Kapelusz, 1966.

MORETTO, Vasco Pedro. *Construtivismo: a produção do conhecimento em sala de aula*. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

MORETTO, Vasco Pedro. *Prova – um momento privilegiado de estudo – não um acerto de contas*. Rio de Janeiro: DP&A, 2001.

NUSENZVEIG, H. Moysés. *Curso de Física Básica 1: mecânica*. 4. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2002.

\_\_\_\_\_. *Curso de Física Básica 2: fluidos, oscilações e ondas, calor*. 4. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2002.

PERRENOUD, Philippe. *Construir as Competências desde a Escola*. Porto Alegre: ArtMed Editora, 1999.

PINTO JR., Osmar; PINTO, Iara de Almeida. *Relâmpagos*. São Paulo: Brasiliense, 1996.

PURCELL, Edward M. *Curso de Física de Berkeley*. São Paulo: Edgard Blucher, 1970.

RAMALHO JÚNIOR, Francisco. 1940; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antônio Toledo. *Os Fundamentos da Física*. 7. ed. rev. e ampl. São Paulo: Moderna, 1999.

SOARES, Paulo Antônio Toledo. *O mundo das cores*. São Paulo: Moderna, 1995. (Col. Desafios), RESNICK, Robert; HALLIDAY, David; KRANE, Kenneth S. *Física 1*. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

TARÁSOV, L.; TARÁSOVA, A. *Perguntas e Problemas de Física*. Moscou: Mir, 1972.

TIPLER, Paul A. *Física*, v. 3, 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000.

SOARES, Paulo A. Toledo. *O mundo das cores*. São Paulo: moderno, 1995. (Col. Desafios)

TORRES, Carlos Magno Azinaro, 1952. FERRARO, Nicolau Gilberto 1940; MARTINS, Paulo César, 1958; TOLEDO, Paulo Antônio de, 1941. *Física: ciência e tecnologia*. São Paulo: Moderna, 2001.

TRÉHERNE, Georges; CESSAC, Jean. *Physique*. Paris: Fernand Nathan, 1966.

VASCONCELOS, Celso S. *Construção do Conhecimento em Sala de Aula*, 2. ed. São Paulo: Libertad, 1994.

WESTFALL, Richard. *A Vida de Isaac Newton*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.

WOLFSON, Richard; PASACHOFF, Jay M. *Physics*, 2. ed, New York, Harper Collins College, 1995.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. *University Physics*. Massachusetts: Addison-Wesley, 1995.

# FÍSICA III

## TERMOLOGIA E ONDULATÓRIA

### Objetivo(s):

- Estudar a aplicação da termodinâmica na construção de máquinas térmicas e compreender o conceito de entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica.
- Estudar as oscilações através da análise do Movimento Harmônico Simples.
- Revisar o estudo da termologia através de exercícios.

### Conteúdo:

#### **AULAS 16 E 17: MÁQUINAS TÉRMICAS, FRIGORÍFICAS, ENTROPIA E A SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA**

Máquinas térmicas.....	40
2ª Lei da Termodinâmica .....	40
Máquinas frigoríficas .....	41
Reversibilidade de processos físicos.....	41
O conceito de entropia.....	43
Ciclo de Carnot .....	44
Exercícios .....	46

#### **AULAS 18 E 19: MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES**

Introdução .....	52
Exercícios .....	54

#### **AULA 20: REVISÃO**

Exercícios .....	59
------------------	----

**Aulas**  
16 e 17

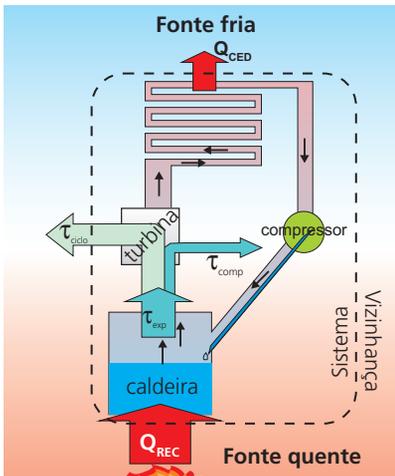
**Máquinas Térmicas, Frigoríficas, Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica**

C-6 H-21, 23

### Máquinas térmicas

Máquinas térmicas são dispositivos destinados a converter energia térmica em energia mecânica.

Para que isso seja possível, o fluido operante (podendo ser um gás ou um líquido), que constitui o nosso sistema termodinâmico, terá de trocar calor com sua vizinhança, conforme o esquema abaixo.



No esquema acima, utilizou-se a cor para representar a temperatura do sistema e de sua vizinhança. A cor vermelha, representando a maior temperatura, e a cor azul, representando a menor temperatura.

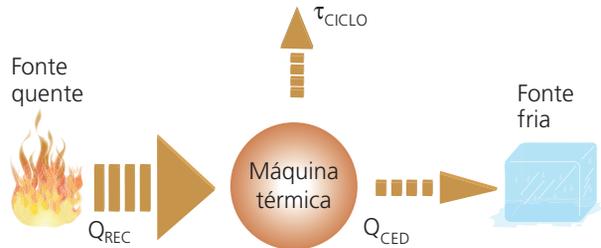
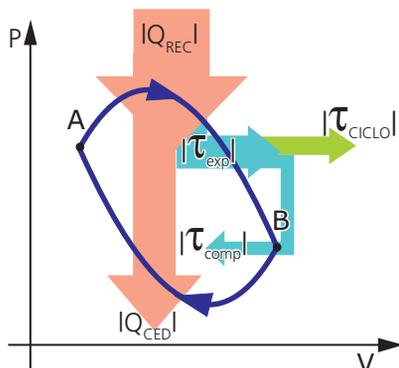
Quando o sistema está a uma temperatura menor do que a fonte quente, flui calor desta para aquela.

Com o recebimento do calor, o fluido se expande, realizando trabalho sobre a vizinhança.

Para recomençar o ciclo, o fluido deve retornar ao seu estado inicial. Assim, irá ser comprimido (o que acarretaria aumento de temperatura, caso não perdesse calor para a vizinhança).

O trabalho realizado sobre o gás durante a compressão pode ser obtido através do “desvio” de parte do trabalho realizado pelo gás durante sua expansão. Assim, o trabalho do ciclo é a diferença entre o trabalho realizado pelo gás em sua expansão e o trabalho realizado sobre ele durante sua compressão, retornando ao estado inicial.

Antes de ser comprimido, o fluido cede calor para a parte da vizinhança que está a uma menor temperatura: a fonte fria.



Do princípio da conservação da energia (Primeira Lei da Termodinâmica), podemos concluir que, em um ciclo completo, toda a energia que entrou no sistema deve ter saído. Dessa forma:

$$|Q_{REC}| = \tau_{CICLO} + |Q_{CED}|$$

Finalmente, vamos refletir sobre o seguinte aspecto:

Para que haja funcionamento de uma máquina térmica, é necessário que a vizinhança dessa máquina térmica esteja em desequilíbrio térmico, ou seja, é necessário que uma parte dessa vizinhança esteja a uma maior temperatura que a outra (fonte fria e fonte quente).

Se a vizinhança da máquina estiver toda a uma mesma temperatura, o fluido operante poderá, em algum momento, receber calor da vizinhança, mas não terá como ceder calor para ela (uma vez que a troca de calor pressupõe diferença de temperatura). Isso ocorre porque, durante a entrada do calor, a vizinhança deve estar a uma temperatura maior do que o fluido operante e, durante a saída do calor, a vizinhança deve estar a uma temperatura menor do que esse fluido.

Assim, pode-se dizer que a máquina térmica aproveita o fluxo de calor que haveria, espontaneamente, entre duas partes da vizinhança (fonte quente e fonte fria), para converter parte dessa energia em trabalho mecânico.

### Rendimento

Por definição, rendimento representa a razão entre a porção útil e o valor de tudo o que recebemos. No caso de um ciclo, a parcela útil é o trabalho do ciclo e o total de energia recebida para essa atividade é o calor oriundo da fonte quente.

$$\eta = \frac{\tau_{CICLO}}{|Q_{REC}|} = \frac{|Q_{REC}| - |Q_{CED}|}{|Q_{REC}|}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{CED}|}{|Q_{REC}|}$$

### 2ª Lei da Termodinâmica

Lembra-se de termos concluído que a máquina térmica aproveita o fluxo de calor que haveria, espontaneamente, entre duas partes da vizinhança (fonte quente e fonte fria), para converter parte dessa energia em trabalho mecânico?

Se toda a vizinhança estivesse à mesma temperatura, não haveria esse fluxo de calor para ser aproveitado na transformação em trabalho.

Analisemos o seguinte caso:

- O fluido recebe calor, aquece-se e expande-se, realizando trabalho.
- Para retornar ao estado inicial, será necessário: compressão e resfriamento.

Contudo, a compressão significa entrada de energia interna, aumentando a temperatura (contrariando o nosso objetivo de resfriar o fluido). Assim, essa volta ao estado inicial seria impossível sem a saída de calor nessa transformação, a fim de resfriar o gás.

Na máquina térmica ideal, o rendimento seria 100%. Contudo, a concretização disso implicaria não haver calor rejeitado para a fonte fria.

Isto, conforme foi visto na prática, é impossível.

A partir dessa observação, surgiu o enunciado de Kelvin-Planck para a Segunda Lei da Termodinâmica:

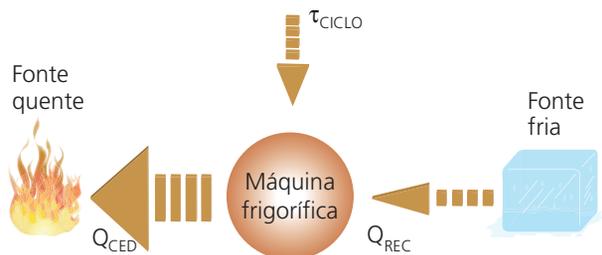
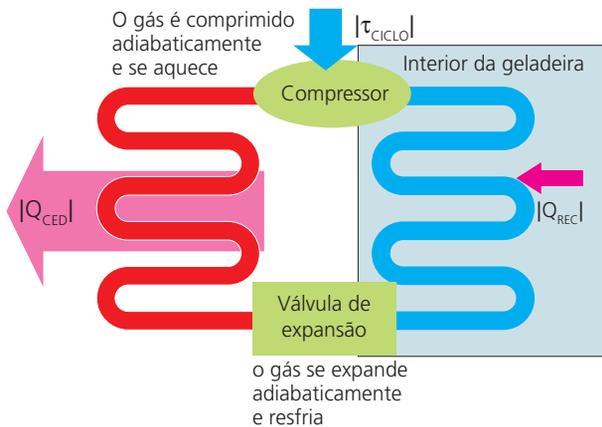
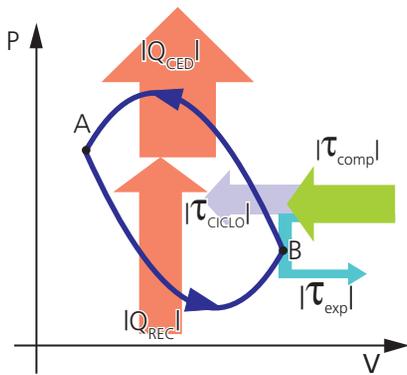
É impossível construir uma máquina térmica que, operando em transformações cíclicas, tenha como único efeito transformar completamente em trabalho a energia térmica recebida da fonte quente.

### Máquinas frigoríficas

Conforme já foi estudado, o calor flui espontaneamente entre duas partes de um sistema da região de maior temperatura para a de menor temperatura, sem que seja necessário interferência externa nesse sistema.

Portanto, o **movimento** contrário do calor exige que haja um agente externo, a fim de **forçar** essa transferência não espontânea: a vizinhança precisa realizar trabalho sobre o sistema para que isso ocorra.

Máquinas frigoríficas são dispositivos que, durante seu funcionamento, recebem energia na forma de trabalho, a fim de transferir calor de um sistema de menor temperatura (fonte fria) para outro de maior (fonte quente). É o caso dos refrigeradores.



### Eficiência ou coeficiente termodinâmico (e)

No caso da máquina frigorífica, sua utilidade é receber calor da fonte fria, resfriando-a. Para a execução dessa atividade, a máquina recebe trabalho da vizinhança a cada ciclo. Assim, ficou conveniente definir:

$$e = \frac{Q_{REC}}{\tau_{CICLO}}$$

Nota-se que não se faz uso de percentual para a medida de eficiência, uma vez que **e** pode ter valores acima de 1.

### 2ª Lei da Termodinâmica

Outra forma de enunciar a Segunda Lei da Termodinâmica foi feita por Rudolf Clausius, no contexto das máquinas frigoríficas:

É impossível uma máquina, sem a ajuda de um agente externo, conduzir calor de um sistema para outro que esteja a uma temperatura maior.

### Reversibilidade de processos físicos

#### Processos irreversíveis

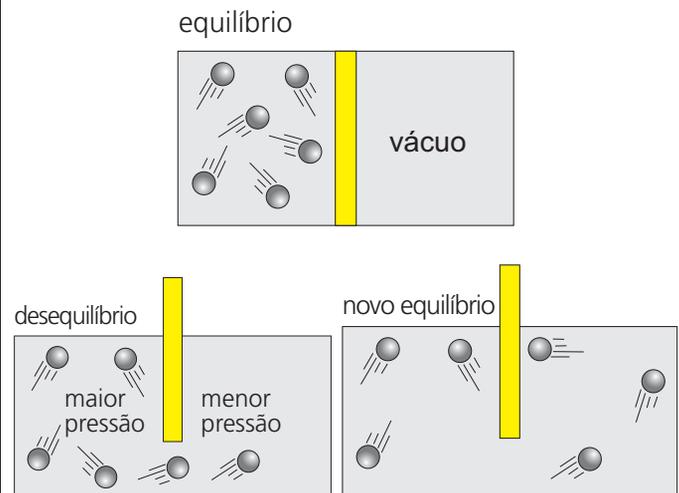
#### Expansão livre

A expansão livre de um gás ideal é um bom exemplo de um processo irreversível.

Durante a expansão livre, o gás não realiza trabalho, porque se expande sem "fazer força". Se o recipiente for isolado termicamente, não há variação da energia interna do gás, ou seja, o gás possui a mesma quantidade de energia antes e depois da expansão.

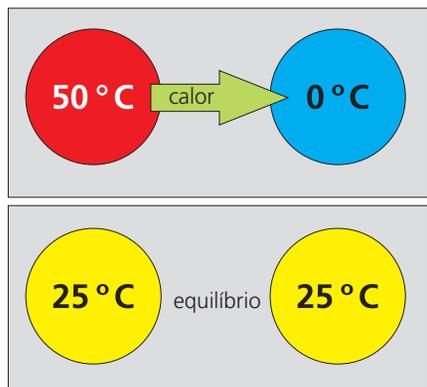
Contudo, se desejarmos trazer o gás novamente a seu estado inicial, devemos realizar trabalho sobre o gás, uma vez que **não existe compressão livre**.

Se o gás tivesse empurrado um êmbolo, ao se expandir, poderíamos ter aproveitado a transformação para realizar trabalho. Contudo, não o fizemos e o processo não pode ser revertido. Houve perda da capacidade de realizar trabalho, mas, uma vez que a energia interna permaneceu a mesma, podemos dizer que após a expansão livre ela é menos proveitosa para a realização de trabalho. Dependendo da extensão da expansão livre, a **energia do gás sofreu** uma certa quantidade de **degradação termodinâmica**.



### Troca de calor

Já estudamos que o calor flui espontaneamente de uma região de maior temperatura para outra de menor. Contudo, o processo inverso não ocorre, sendo necessário dispêndio de energia para realizá-lo (um ar-condicionado, por exemplo).



Nesse processo, a energia total do sistema permaneceu a mesma, uma vez que o calor cedido por um foi completamente recebido pelo outro corpo.

Será que nesse processo houve degradação termodinâmica? Será que há menor disponibilidade de energia para realização de trabalho?

A resposta é SIM! Antes da troca de calor, era possível utilizar o desequilíbrio térmico do sistema para alimentar uma máquina térmica (um corpo seria a fonte quente e o outro, a fria). Com essa máquina, poderíamos realizar trabalho! Após o equilíbrio térmico, isso já não mais é possível.

### Sistemas com atrito cinético

O atrito cinético pode espontaneamente frear um corpo, contudo, espontaneamente, não é capaz de acelerá-lo. Assim, processos físicos em que o atrito cinético está presente são irreversíveis.



Nesse processo, a energia cinética do bloco foi convertida em energia térmica, uma vez que as superfícies atritantes sofreram aumento de temperatura (as moléculas das superfícies ganharam energia cinética de translação!).

Mais uma vez vem a pergunta: houve degradação da energia? Sim! Antes, poderíamos utilizar o movimento do bloco para, em uma colisão dele com outro objeto, realizar trabalho. Agora, não podemos mais.

Assim, concluímos que:

Em todo processo irreversível, há degradação de energia.

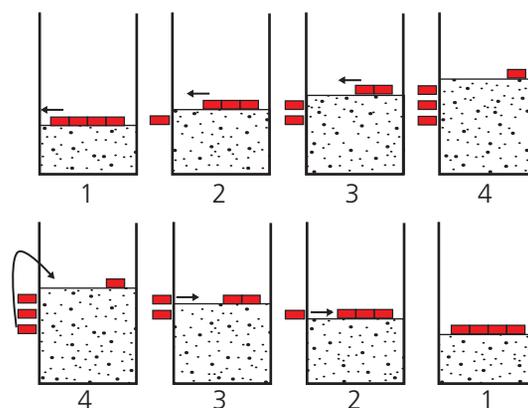
### Processos reversíveis

Como seria um processo reversível? Poderíamos começar essa análise com uma **negativa dos processos irreversíveis**.

### Processos quase estáticos

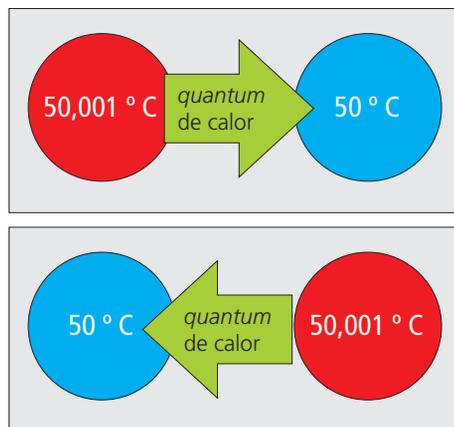
Primeiramente, em oposição à expansão livre está a expansão quase estática do gás. Numa transformação dessas, o gás não passa por estados de desequilíbrio (com turbulências e diferenças de pressão).

Os processos quase estáticos ocorrem através de sucessivos estados de equilíbrio de um gás. No caso de uma expansão quase estática, o gás realiza trabalho, não desperdiçando a oportunidade de realizá-lo.



Observando as figuras acima, vemos que é possível reverter o processo passando pelos mesmos estados intermediários da transformação.

### Trocas de calor entre corpos cuja diferença de temperatura é muito pequena (infinitesimal)



Esse processo aconteceria quando dois corpos tivessem temperaturas quase iguais e trocassem calor. A rigor, esse processo é ideal. Na prática, não conseguimos realizá-lo. Aliás, na prática, nenhum processo reversível pode ser realizado. Até mesmo a expansão quase-estática acaba gerando algumas pequenas turbulências no gás.

### Processos sem atrito cinético

A inexistência de atrito cinético é condição imprescindível para que o processo seja reversível. Uma vez que ele exista, não será possível revertê-lo.

Sendo assim, um processo livre de atritos cinéticos pode ser reversível.

Quando um processo é reversível, não há a degradação de energia, uma vez que, durante esse processo, aproveitamos efetivamente a transformação para realização de trabalho, ou podemos reverter o processo para aproveitar.

## O conceito de entropia

### Entropia em processos irreversíveis

O termo **degradação**, em seu sentido técnico, significa que o gás perdeu alguma de sua capacidade de realizar trabalho útil. Isso ocorre porque essa expansão, caso não fosse livre, poderia ter sido aproveitada para a realização de trabalho.

Novamente, se um objeto aquecido é trazido em contato com um objeto frio, de maneira a atingir a temperatura de equilíbrio, não ocorre perda de energia térmica. Entretanto, antes de serem colocados em contato, os objetos quente e frio poderiam efetuar trabalho útil por meio de uma máquina térmica conveniente; depois do contato, por outro lado, os dois objetos não podem realizar trabalho, desde que, agora, não há mais diferença de temperatura entre eles. Aqui, novamente, uma certa proporção de degradação termodinâmica foi envolvida.

Como exemplo final, a difusão de dois gases é um processo irreversível envolvendo degradação termodinâmica.

Processos **irreversíveis** são aqueles em que:

- ou há atrito;
- ou há expansão livre (ou turbulências);
- ou há troca de calor entre corpos com diferença de temperatura finita.

Como conclusão positiva:

Em todos os **processos irreversíveis** há degradação termodinâmica de energia.

Quando há essa degradação termodinâmica, dizemos que **aumentou a desordem do sistema** (fluido e vizinhança), desordem essa que chamaremos **entropia**.

### Entropia representa uma função de estado

A entropia  $S$ , quando expressa em função do volume  $V$  do sistema, da quantidade de partículas  $N$  do sistema e da energia interna  $U$  do sistema,  $S(U, N, V)$ , é uma **Equação Termodinâmica Fundamental** para um sistema termodinâmico simples.

#### Simplificando o conceito de entropia:

- A desordem de um sistema é tão maior quanto mais **espalhadas** suas **partículas**.
- A desordem de um sistema é tão maior quanto mais **espalhada** a **energia** interna entre as partículas.
- A desordem de um sistema é tão maior quanto mais **agitadas** as **partículas**.

### Entropia em processos reversíveis

Os processos, nas transformações gasosas, são **reversíveis** quando:

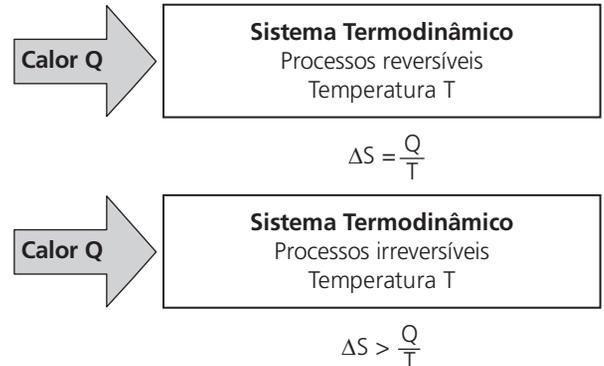
- ocorrem lentamente (como uma sucessão de estados de equilíbrio) e sem turbulências;
- sem atrito;
- sem trocas de calor entre partes do sistema com diferença de temperatura finita, ou seja, quando as trocas de calor são entre corpos com diferença de temperatura infinitesimal (quase nula).

É possível observar que, em um sistema que há apenas **processos reversíveis**, a entropia do sistema varia apenas quando há troca de calor entre esse sistema e o meio externo, de acordo com a expressão:

$$S_{\text{FINAL}} - S_{\text{INICIAL}} = \Delta S_{\text{REVERSÍVEL}} = \frac{Q}{T}$$

Onda  $S$  é a entropia do sistema,  $Q$  é o calor trocado e  $T$  é a temperatura absoluta.

Essa equação é válida apenas para transformações em que  $T$  é constante, mas o fato de que a **entrada de calor em um sistema implicar aumento de entropia desse sistema** é válido para as demais **transformações reversíveis**.



### Entropia em sistemas isolados

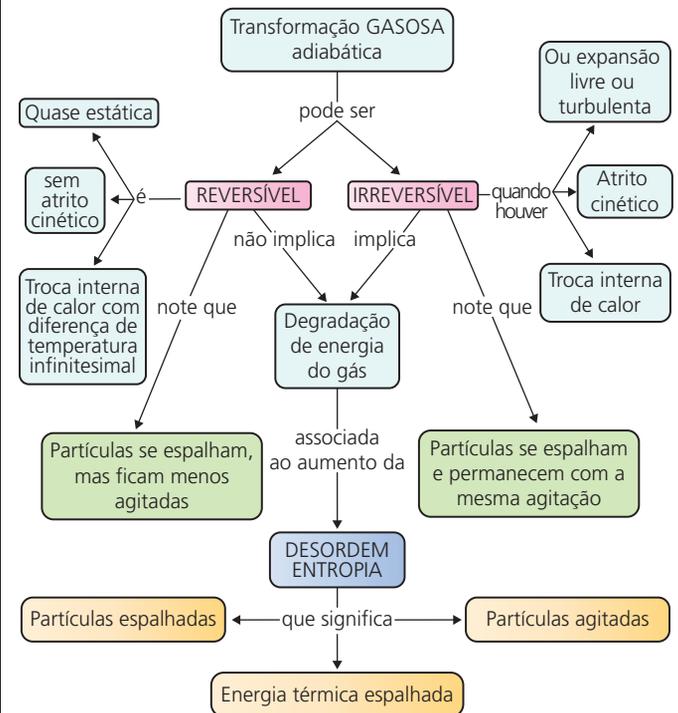
Em um sistema isolado termicamente, ou seja, quando não há troca de calor entre o sistema e o meio externo, há duas possibilidades:

- Se nesse sistema houver apenas processos **reversíveis**, a entropia do sistema permanecerá constante;
- Se nesse sistema houver processos internos **irreversíveis**, a entropia do sistema aumentará.

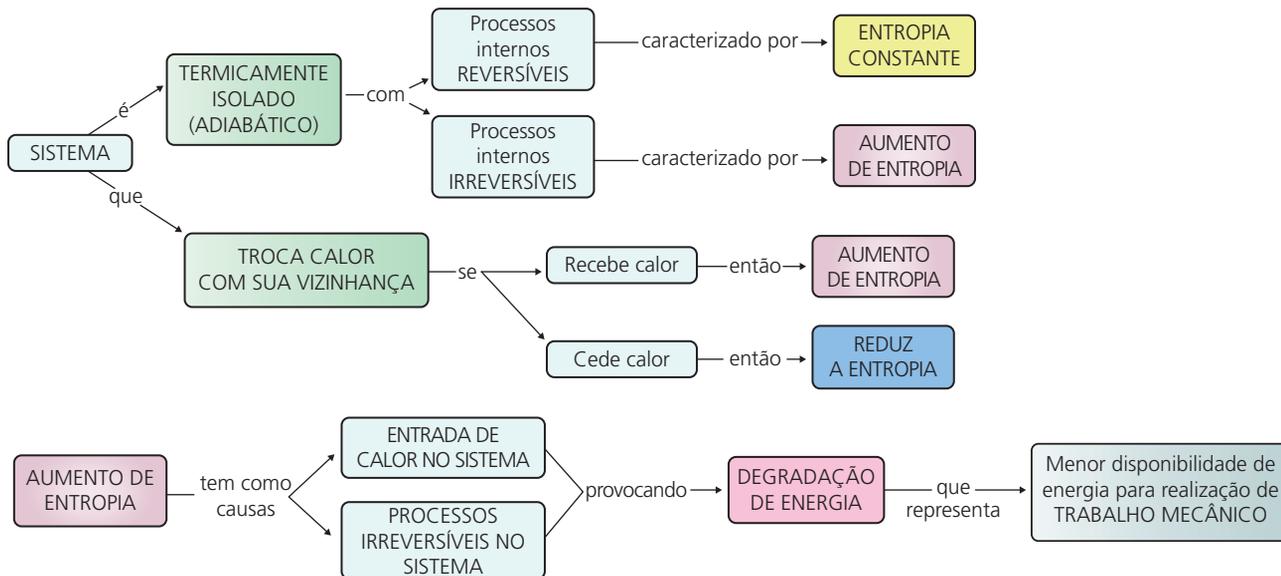
Portanto, em um sistema isolado, a entropia ou aumenta ou permanece constante. É impossível a diminuição da entropia em um sistema isolado termicamente.

Desde que todos os processos naturais são irreversíveis, **outro enunciado** da Segunda Lei da Termodinâmica seria o aumento da entropia do universo.

Mapa conceitual acerca de Entropia:



Mapa conceitual acerca da relação entre entropia, calor e degradação de energia:



### Ciclo de Carnot

Sadi Carnot buscou a idealização de um ciclo termodinâmico em que se pudesse obter o maior rendimento possível operando entre duas fontes de diferentes temperaturas.

Para isso, propôs que, no ciclo, só houvesse troca de calor apenas entre corpos com diferença de temperatura infinitamente pequena.

Assim, a troca de calor seria **reversível**.

Portanto, no ciclo de Carnot, as trocas de calor com as fontes ocorrem quando o fluido operante está em equilíbrio térmico com elas e os processos de troca de calor são sempre isotérmicos.

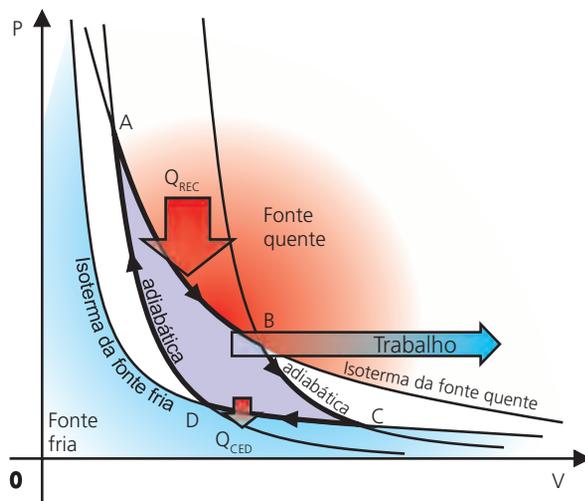
Além disso, as transformações, para que sejam reversíveis, ocorrem todas quase estaticamente e sem atrito cinético.

### 1º postulado de Carnot

Nenhuma máquina térmica, operando entre duas temperaturas fixadas, pode ter rendimento maior que a máquina ideal de Carnot, operando entre essas mesmas duas temperaturas.

### 2º postulado Carnot

Ao operar entre duas temperaturas, a máquina ideal de Carnot tem o mesmo rendimento, qualquer que seja o fluido operante.



- AB** – Expansão isotérmica: recebe calor da fonte quente ( $Q_{REC}$ ) e realiza trabalho. O fluido operante recebe calor da fonte quente quando está em equilíbrio térmico com ela, ou seja, quando a temperatura do fluido for igual a  $T_Q$ , mantendo-se constante enquanto há essa troca de calor.
- BC** – Expansão adiabática: realiza trabalho, diminuindo a energia interna e temperatura. Antes de ceder calor para a fonte fria, o fluido deverá resfriar sem trocar calor até atingir o equilíbrio térmico com ela, por isso a necessidade dessa expansão adiabática.

- CD** – Compressão isotérmica: rejeita calor para a fonte fria ( $Q_{CED}$ ) e recebe trabalho. O fluido operante cede calor para a fonte fria quando está em equilíbrio térmico com ela, ou seja, quando a temperatura do fluido for igual a  $T_F$ , mantendo-se constante enquanto há essa troca de calor.
- DA** – Compressão adiabática: recebe trabalho e aumenta sua energia interna e temperatura. Antes de receber calor da fonte quente novamente, o fluido deverá aquecer-se sem trocar calor até atingir o equilíbrio térmico com a fonte quente, por isso, a necessidade dessa compressão adiabática.

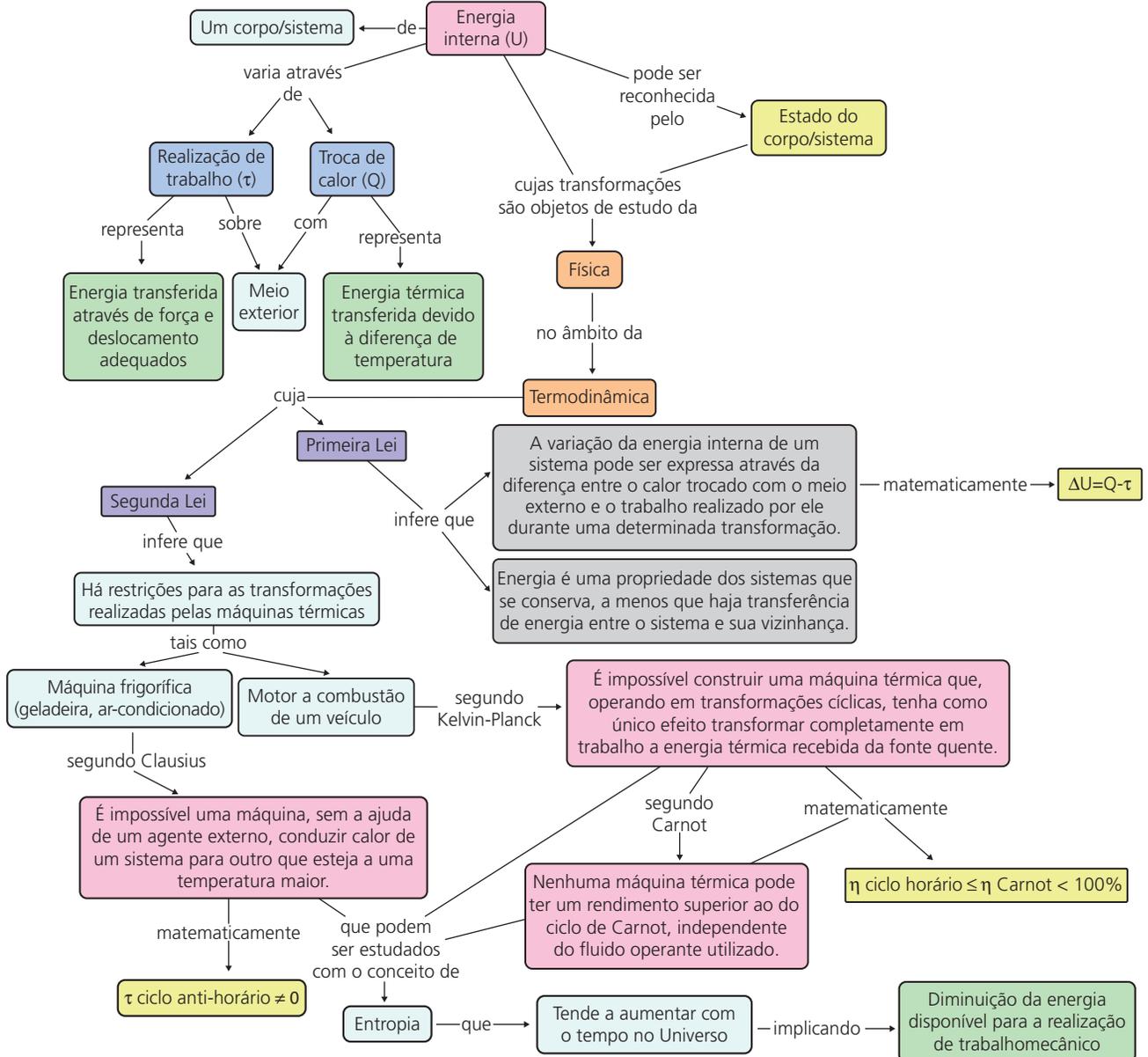
É possível demonstrar que, no ciclo de Carnot, os calores trocados são diretamente proporcionais às temperaturas das fontes:

$$\frac{|Q_{REC}|}{|Q_{CED}|} = \frac{T_Q}{T_F}$$

Disso se obtém:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

Esse é o maior rendimento possível para uma máquina térmica trabalhando entre duas temperaturas. O **zero absoluto** seria a temperatura da fonte fria de uma máquina ideal de Carnot que operasse com rendimento de 100%. Assim, vê-se ser impossível um sistema físico estar a **0 K**. Mapa conceitual resumo da termodinâmica.





**Exercícios de Fixação**

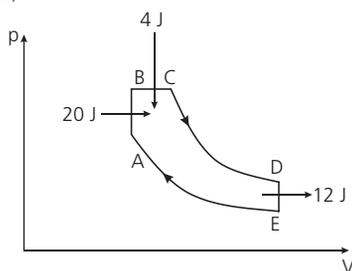
01. (ITA) No livro *Teoria do Calor* (1871), Maxwell, escreveu referindo-se a um recipiente cheio de ar:

"... iniciando com uma temperatura uniforme, vamos supor que um recipiente é dividido em duas partes por uma divisória na qual existe um pequeno orifício, e que um ser que pode ver as moléculas individualmente abre e fecha esse orifício de tal modo que permite somente a passagem de moléculas rápidas de A para B e somente as lentas de B para A. Assim, sem realização de trabalho, ele aumentará a temperatura de B e diminuirá a temperatura de A em contradição com..."

Assinale a opção que melhor completa o texto de Maxwell.

- A) A primeira lei da termodinâmica.
- B) A segunda lei da termodinâmica.
- C) A lei zero da termodinâmica.
- D) O teorema da energia cinética.
- E) O conceito de temperatura.

02. (UPE-SSA 2)



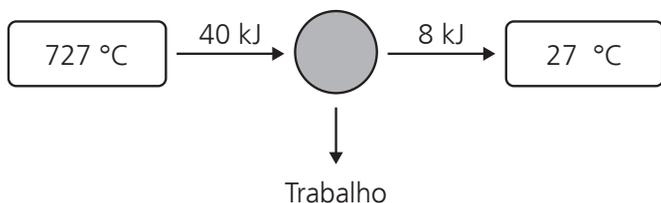
A figura ilustra os diversos processos termodinâmicos a que um gás é submetido em uma máquina térmica. Os processos AB e DE são isocóricos, EA e CD são adiabáticos, e o processo BC é isobárico. Sabendo que a substância de trabalho dessa máquina é um gás ideal, determine a sua eficiência.

- A) 10%
- B) 25%
- C) 35%
- D) 50%
- E) 75%

03. (UPE-SSA 2) As máquinas térmicas são capazes de converter calor em trabalho. Elas funcionam em ciclos e utilizam duas fontes de temperaturas diferentes: uma quente, de onde recebe calor, e uma fria, para onde o calor rejeitado é direcionado. A respeito das máquinas térmicas, é importante saber que elas não transformam todo o calor em trabalho, ou seja, o rendimento de uma máquina térmica é sempre inferior a 100%.

Disponível em: <<http://www.infoescola.com/fisica/maquina-termica/>>. Acesso em: 15 jul. 2016. Adaptado.

Um esquema de máquina térmica eficiente é mostrado na figura a seguir:



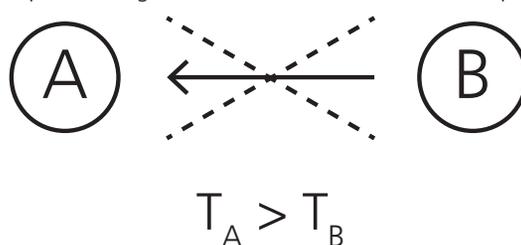
No que diz respeito à máquina representada, assinale a alternativa correta.

- A) Ela é ideal.
- B) Pode funcionar como esquematizada, uma vez que não viola as Leis da Termodinâmica.
- C) Só pode funcionar entre essas temperaturas, se o calor rejeitado for igual a 12 kJ.
- D) Trabalha abaixo da eficiência de Carnot.
- E) Não pode funcionar da forma esquematizada.

04. (Efoimm) Uma máquina de Carnot é projetada para operar com 200 W de potência entre fontes de calor de 200 °C e 100 °C. Com base nas características descritas, a quantidade de calor absorvida por essa máquina, a cada segundo, é de aproximadamente

- A) 400 J.
- B) 550 J.
- C) 670 J.
- D) 800 J.
- E) 950 J.

05. (UEG) Em um livro com diagramação antiga era apresentado o esquema a seguir, da troca de calor entre dois corpos A e B.

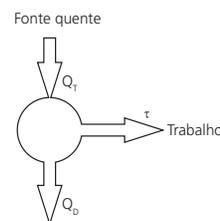


Nesse esquema o autor explica que "o calor espontaneamente não pode ir de um corpo para outro de temperatura mais alta".

Essa afirmação está de acordo com a

- A) transformação adiabática.
- B) primeira Lei da Termodinâmica.
- C) segunda Lei da Termodinâmica.
- D) propagação de calor por convecção.
- E) experimentação de Joule-Thompson.

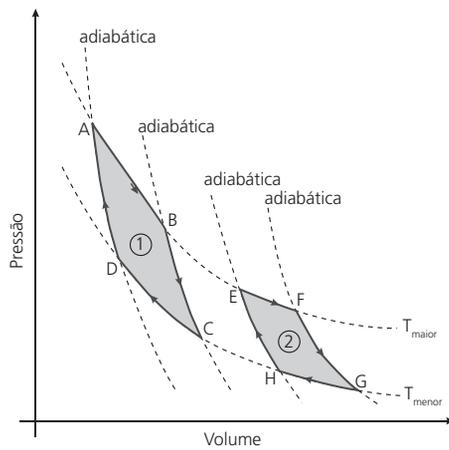
06. (PUCCamp) A utilização das máquinas térmicas em larga escala, mesmo com seu baixo rendimento, contribuiu decisivamente para a Primeira Revolução Industrial. Simplificadamente, uma máquina térmica é um dispositivo que retira calor de uma fonte quente, utiliza parte desse calor para realizar trabalho e direciona o calor restante para uma fonte fria.



Suponha que uma máquina térmica de rendimento 8,0% envie uma quantidade de calor igual a  $4,6 \times 10^6$  J para a fonte fria em certo intervalo de tempo. O trabalho realizado por essa máquina nesse intervalo de tempo é

- A)  $4,0 \times 10^3$  J
- B)  $4,0 \times 10^5$  J
- C)  $3,7 \times 10^5$  J
- D)  $1,2 \times 10^5$  J
- E)  $3,7 \times 10^7$  J

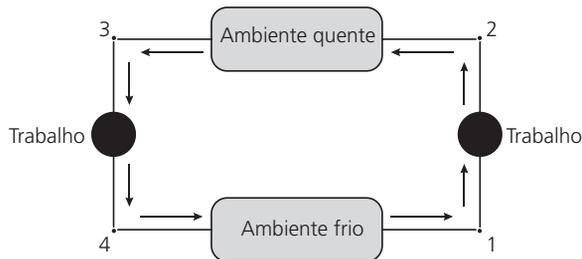
07. (Famema) Duas máquinas térmicas ideais, 1 e 2, têm seus ciclos termodinâmicos representados no diagrama pressão  $\times$  volume, no qual estão representadas quatro transformações isotérmicas ( $T_{\text{maior}}$  e  $T_{\text{menor}}$ ) e quatro transformações adiabáticas. O ciclo ABCDA refere-se à máquina 1 e o ciclo EFGHE, à máquina 2.



- Sobre essas máquinas, é correto afirmar que, a cada ciclo realizado,
- A) o rendimento da máquina 1 é maior do que o da máquina 2.
  - B) a variação de energia interna sofrida pelo gás na máquina 1 é maior do que na máquina 2.
  - C) a variação de energia interna sofrida pelo gás na máquina 1 é menor do que na máquina 2.
  - D) nenhuma delas transforma integralmente calor em trabalho.
  - E) o rendimento da máquina 2 é maior do que o da máquina 1.

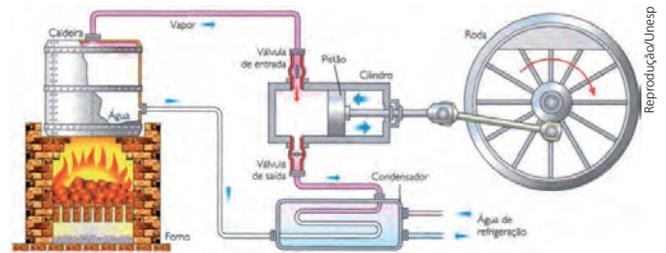
08. (UFU) Em um refrigerador, o fluido refrigerante passa por processos termodinâmicos que permitem que o calor seja removido de um ambiente à baixa temperatura e levado para outro de temperatura maior. Nesse processo, ora o trabalho é realizado sobre o fluido refrigerante, ora é ele que realiza trabalho sobre o meio.

Esquemáticamente, as etapas de tais processos são representadas a seguir.



Nesse ciclo, ocorrem uma expansão adiabática e uma compressão adiabática, respectivamente, entre:

- A) 4 e 1; 2 e 3.
  - B) 4 e 1; 1 e 2.
  - C) 3 e 4; 1 e 2.
  - D) 2 e 3; 3 e 4.
09. (IFSul) Durante cada ciclo, uma máquina térmica absorve 500 J de calor de um reservatório térmico, realiza trabalho e rejeita 420 J para um reservatório frio. Para cada ciclo, o trabalho realizado e o rendimento da máquina térmica são, respectivamente, iguais a
- A) 80 J e 16%
  - B) 420 J e 8%
  - C) 420 J e 84%
  - D) 80 J e 84%
10. (Unesp) A figura mostra uma máquina térmica em que a caldeira funciona como a fonte quente e o condensador como a fonte fria.



- A) Considerando que, a cada minuto, a caldeira fornece, por meio do vapor, uma quantidade de calor igual a  $1,6 \times 10^9$  J e que o condensador recebe uma quantidade de calor igual a  $1,2 \times 10^9$  J, calcule o rendimento dessa máquina térmica.
- B) Considerando que  $6,0 \times 10^3$  kg de água de refrigeração fluem pelo condensador a cada minuto, que essa água sai do condensador com temperatura  $20^\circ\text{C}$  acima da temperatura de entrada e que o calor específico da água é igual a  $4,0 \times 10^3$  J/(kg·°C), calcule a razão entre a quantidade de calor retirada pela água de refrigeração e a quantidade de calor recebida pelo condensador.



### Exercícios Propostos

01. (Enem 2ª aplicação) Até 1824 acreditava-se que as máquinas térmicas, cujos exemplos são as máquinas a vapor e os atuais motores a combustão, poderiam ter um funcionamento ideal. Sadi Carnot demonstrou a impossibilidade de uma máquina térmica, funcionando em ciclos entre duas fontes térmicas (uma quente e outra fria), obter 100% de rendimento. Tal limitação ocorre porque essas máquinas
- A) realizam trabalho mecânico.
  - B) produzem aumento da entropia.
  - C) utilizam transformações adiabáticas.
  - D) contrariam a lei da conservação de energia.
  - E) funcionam com temperatura igual à da fonte quente.
02. (PUC-RS) Numa turbina, o vapor de água é admitido a 800 K e é expulso a 400 K. Se o rendimento real dessa turbina é 80% do seu rendimento ideal ou limite, fornecendo-se 100 kJ de calor à turbina ela poderá realizar um trabalho igual a
- A) 80 kJ
  - B) 60 kJ
  - C) 40 kJ
  - D) 20 kJ
  - E) 10 kJ
03. (IME-RJ) Considere uma máquina térmica operando em um ciclo termodinâmico. Essa máquina recebe 300 J de uma fonte quente cuja temperatura é de 400 K e produz um trabalho de 150 J. Ao mesmo tempo, rejeita 150 J para uma fonte fria que se encontra a 300 K. A análise termodinâmica da máquina térmica descrita revela que o ciclo proposto é um(a):
- A) máquina frigorífica na qual tanto a Primeira Lei quanto a Segunda Lei da Termodinâmica são violadas.
  - B) máquina frigorífica na qual a Primeira Lei é atendida, mas a Segunda Lei é violada.
  - C) motor térmico no qual tanto a Primeira Lei quanto a Segunda Lei da Termodinâmica são atendidas.
  - D) motor térmico no qual a Primeira Lei é violada, mas a Segunda Lei é atendida.
  - E) motor térmico no qual a Primeira Lei é atendida, mas a Segunda Lei é violada.

04. (Enem/2012) "Aumentar a eficiência na queima de combustível dos motores à combustão e reduzir suas emissões de poluente são a meta de qualquer fabricante de motores. É também o foco de uma pesquisa brasileira que envolve experimentos com plasma, o quarto estado da matéria e que está presente no processo de ignição. A interação da faísca emitida pela vela de ignição com as moléculas de combustível gera o plasma, que provoca a explosão liberadora de energia que, por sua vez, faz o motor funcionar."

Disponível em: <www.inovacaotecnologica.com.br.>  
Acesso em: 22 jul. 2010. Adaptado.

No entanto, a busca da eficiência referenciada no texto apresenta como fator limitante:

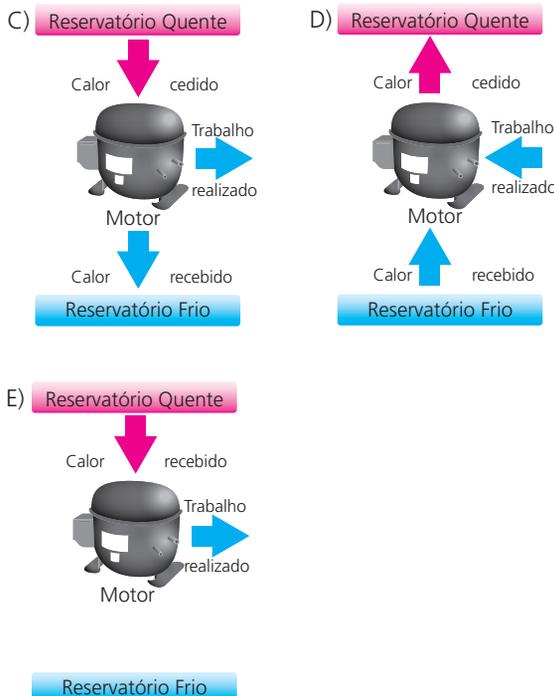
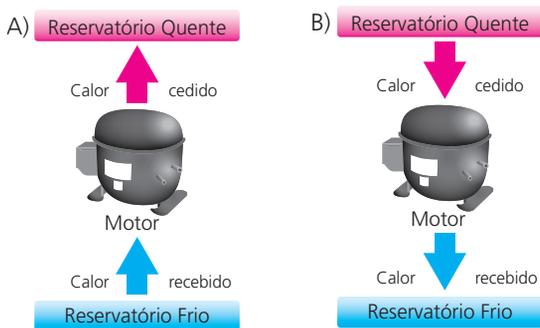
- A) o tipo de combustível, fóssil, que utilizam. Sendo um insumo não renovável, em algum momento estará esgotado.
  - B) um dos princípios da termodinâmica, segundo o qual o rendimento de uma máquina térmica nunca atinge o ideal.
  - C) o funcionamento cíclico de todos os motores. A repetição contínua dos movimentos exige que parte da energia seja transferida ao próximo ciclo.
  - D) as forças de atrito inevitáveis entre as peças. Tais forças provocam desgastes contínuos que, com o tempo, levam qualquer material à fadiga e ruptura.
  - E) a temperatura que eles trabalham. Para atingir o plasma, é necessária uma temperatura maior que a de fusão do aço com que se fazem os motores.
05. (Uece) Imagine um sistema termicamente isolado, composto por cilindros conectados por uma válvula, inicialmente fechada. Um dos cilindros contém um gás perfeito, mantido à pressão de 1 atm, e no outro, tem-se vácuo. Abrindo-se a válvula
- A) o gás se expande e, assim, sua temperatura diminui.
  - B) a entropia do sistema se mantém constante, pois não há troca de calor.
  - C) a entropia do sistema aumenta, porque o processo é irreversível.
  - D) a energia interna do gás diminui, porque sua pressão diminui.

06. (UEL) Leia o texto a seguir.

"Por trás de toda cerveja gelada, há sempre um bom freezer. E por trás de todo bom freezer, há sempre um bom compressor – a peça mais importante para que qualquer sistema de refrigeração funcione bem. Popularmente conhecido como 'motor', o compressor hermético é considerado a alma de um sistema de refrigeração. A fabricação desses aparelhos requer tecnologia de ponta, e o Brasil é destaque mundial nesse segmento".

KUGLER, H. *Eficiência gelada. Ciência Hoje*. v. 252. set. 2008. p. 46.

Assinale a alternativa que representa corretamente o diagrama de fluxo do refrigerador.



07. (UEMG) Uma máquina térmica que opera, segundo o ciclo de Carnot, executa 10 ciclos por segundo. Sabe-se que, em cada ciclo, ela retira 800 J da fonte quente e cede 400 J para a fonte fria. Se a temperatura da fonte fria é igual a 27 °C, o rendimento dessa máquina e a temperatura da fonte quente valem, respectivamente,
- A) 20%; 327 K.
  - B) 30%; 327 K.
  - C) 40%; 700 K.
  - D) 50%; 600 K.
08. (PUC-RS-Adaptada) Em uma máquina térmica ideal que opere em ciclos, todos os processos termodinâmicos, além de reversíveis, não apresentariam dissipação de energia causada por possíveis efeitos dos atritos internos nos mecanismos ou turbulências no fluido operador da máquina. O ciclo de Carnot é um bom exemplo de processo termodinâmico idealizado, que apresentaria a maior eficiência possível na transformação de calor em trabalho útil. A eficiência para uma máquina de Carnot operando entre as temperaturas absolutas de 300 K e 900 K seria de aproximadamente \_\_\_\_\_, e a entropia do sistema ao final ficaria \_\_\_\_\_ valor inicial do processo.
- A) 66% – maior que
  - B) 66% – igual ao
  - C) 33% – menor que
  - D) 33% – maior que
  - E) 100% – igual ao
09. (Cefet-CE) Considere as afirmativas abaixo, que se referem a processos reversíveis em um gás ideal:
- I. A entropia é constante em um processo isotérmico;
  - II. A entropia é constante em um processo adiabático;
  - III. A entropia é constante em um processo isobárico.
- É(são) correta(s):
- A) apenas I.
  - B) apenas II.
  - C) apenas III.
  - D) I e II.
  - E) I e III.

10. (Esc. Naval) Analise as afirmativas abaixo referentes à entropia.
- I. Num dia úmido, o vapor de água se condensa sobre uma superfície fria. Na condensação, a entropia da água diminui;
  - II. Num processo adiabático reversível, a entropia do sistema se mantém constante;
  - III. A entropia de um sistema nunca pode diminuir;
  - IV. A entropia do universo nunca pode diminuir.

Assinale a opção que contém apenas afirmativas corretas.

- A) I e II
- B) II e III
- C) III e IV
- D) I, II e III
- E) I, II e IV

11. (Enem) A refrigeração e o congelamento de alimentos são responsáveis por uma parte significativa do consumo de energia elétrica numa residência típica.

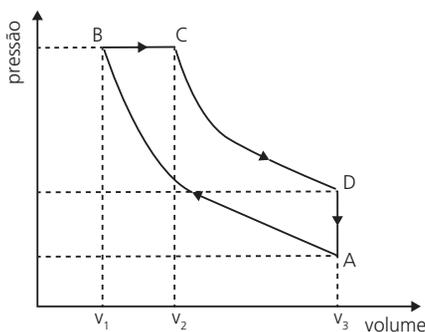
Para diminuir as perdas térmicas de uma geladeira, podem ser tomados alguns cuidados operacionais:

- I. Distribuir os alimentos nas prateleiras deixando espaços vazios entre eles, para que ocorra a circulação do ar frio para baixo e do quente para cima;
- II. Manter as paredes do congelador com camada bem espessa de gelo, para que o aumento da massa de gelo aumente a troca de calor no congelador;
- III. Limpar o radiador ("grade" na parte de trás) periodicamente, para que a gordura e a poeira que nele se depositam não reduzam a transferência de calor para o ambiente.

Para uma geladeira tradicional, é correto indicar apenas:

- A) a operação I.
- B) a operação II.
- C) as operações I e II.
- D) as operações I e III.
- E) as operações II e III.

12. (Enem) Ruldolf Diesel patenteou um motor a combustão interna de elevada eficiência, cujo ciclo está esquematizado no diagrama pressão x volume. O ciclo Diesel é composto por quatro etapas, duas das quais são transformações adiabáticas. O motor de Diesel é caracterizado pela compressão de ar apenas, com a injeção do combustível no final.



No ciclo Diesel, o calor é absorvido em:

- A) A → B e C → D, pois em ambos ocorre realização de trabalho.
- B) A → B e B → C, pois em ambos ocorre elevação da temperatura.
- C) C → D, pois representada uma expansão adiabática e o sistema realiza trabalho.
- D) A → B, pois representa uma compressão adiabática em que ocorre elevação da temperatura.
- E) B → C, pois representa expansão isobárica em que o sistema realiza trabalho e a temperatura se eleva.

13. Em um recipiente termicamente isolado encontram-se 1000 kg de gelo a 0 °C e 1000 kg de ferro líquido a 1535 °C. Suponha que o ferro tenha transferido 1000 J de calor para o gelo, de forma que parte do ferro se solidificou (portanto, sem variar a temperatura) e parte do gelo fundiu (também sem variar a temperatura).

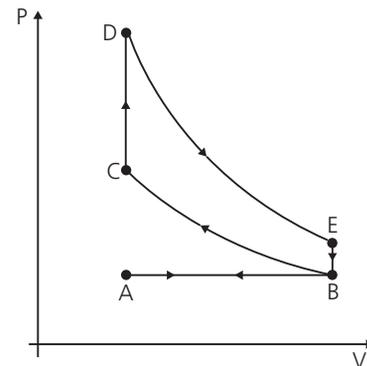
- A) Qual a variação da entropia do gelo?
- B) Qual a variação da entropia do ferro?
- C) Qual a variação da entropia do sistema gelo-ferro?

14. (Uece) Em um motor de carro convencional a primeira transformação de energia em trabalho ocorre dentro do cilindro que aloja o pistão. De modo simplificado, pode-se entender esse sistema como um cilindro fechado contendo um êmbolo móvel, que é o pistão. Em um dado instante a mistura ar e combustível sofre combustão forçando os gases resultantes dessa queima a sofrerem expansão, movimentando o pistão ao longo do eixo do cilindro.

É correto afirmar que a energia térmica contida nos gases imediatamente após a combustão é

- A) parte transferida na forma de calor para o ambiente e parte convertida em energia cinética do pistão.
- B) totalmente transferida como calor para o ambiente.
- C) totalmente convertida em trabalho sobre o pistão.
- D) parte convertida em trabalho sobre o pistão e o restante convertida em energia cinética também do pistão.

15. (Enem 2ª aplicação) O motor de combustão interna, utilizado no transporte de pessoas e cargas, é uma máquina térmica cujo ciclo consiste em quatro etapas: admissão, compressão, explosão/expansão e escape. Essas etapas estão representadas no diagrama da pressão em função do volume. Nos motores a gasolina, a mistura ar/combustível entra em combustão por uma centelha elétrica.



Para o motor descrito, em qual ponto do ciclo é produzida a centelha elétrica?

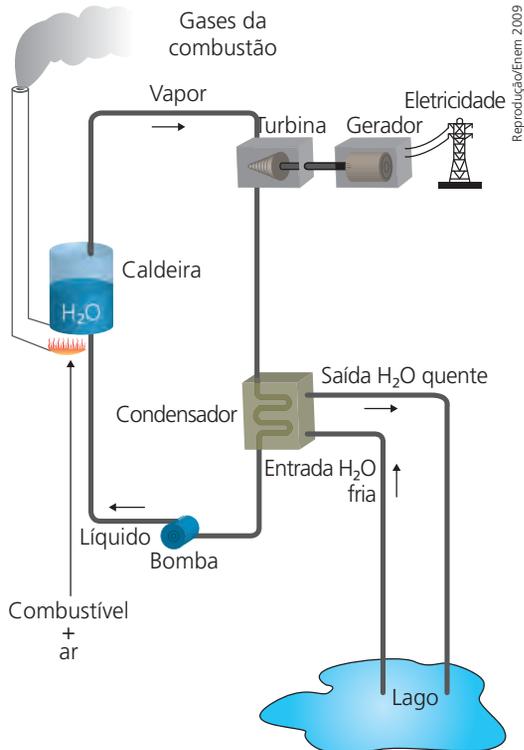
- A) A
- B) B
- C) C
- D) D
- E) E

16. (Esc. Naval) As turbinas a vapor da propulsão nuclear de um submarino possuem um rendimento de 15% e são capazes de produzir uma potência mecânica constante de 40 MW nos eixos rotativos. Se essa potência é entregue em 3,0 minutos, observa-se que a variação de entropia do sistema vapor-turbinas

é  $\left(\frac{1}{12}\right) \text{GJ/K}$ . A temperatura, em °C do vapor superaquecido

- produzido pelo reator nuclear vale, aproximadamente
- A) 327
  - B) 303
  - C) 247
  - D) 207
  - E) 177

17. (Enem/2009) O esquema mostra um diagrama de bloco de uma estação geradora de eletricidade abastecida por combustível fóssil.

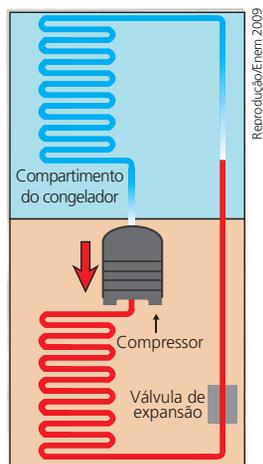


HINRICH, R. A.; KLEINBACH, M. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003. (Adaptação).

Se fosse necessário melhorar o rendimento dessa usina, que forneceria eletricidade para abastecer uma cidade, qual das seguintes ações poderia resultar em alguma economia de energia, sem afetar a capacidade de geração da usina?

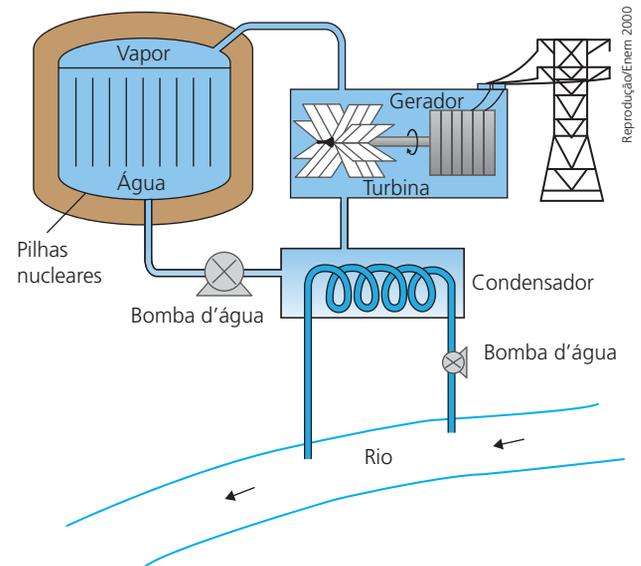
- Reduzir a quantidade de combustível fornecido à usina para ser queimado.
- Reduzir o volume de água do lago que circula no condensador de vapor.
- Reduzir o tamanho da bomba usada para devolver a água líquida à caldeira.
- Melhorar a capacidade dos dutos, com vapor, conduzirem calor para o ambiente.
- Usar o calor liberado com os gases pela chaminé para mover um outro gerador.

18. (Enem/2009) A invenção da geladeira proporcionou uma revolução no aproveitamento dos alimentos, ao permitir que fossem armazenados e transportados por longos períodos. A figura apresentada ilustra o processo cíclico de funcionamento de uma geladeira, em que um gás na interior de uma tubulação é forçado a circular entre o congelador e a parte externa da geladeira. É por meio dos processos de compressão, que ocorre na parte externa, e de expansão, que ocorre na parte interna, que o gás proporciona a troca de calor entre o interior e o exterior da geladeira.



Nos processos de transformação de energia envolvidos no funcionamento da geladeira:

- a expansão do gás é um processo que cede a energia necessária ao resfriamento da parte interna da geladeira.
  - o calor flui de forma não espontânea da parte mais fria, no interior, para a mais quente, no exterior da geladeira.
  - a quantidade de calor cedida ao meio externo é igual ao calor retirado da geladeira.
  - a eficiência é tanto maior quanto menos isolado termicamente do ambiente externo for o seu compartimento interno.
  - a energia retirada do interior pode ser devolvida à geladeira abrindo-se a sua porta, o que reduz seu consumo de energia.
19. (Enem/2014) A elevação da temperatura das águas de rios, lagos e mares diminui a solubilidade do oxigênio, pondo em risco as diversas formas de vida aquática que dependem desse gás. Se essa elevação de temperatura acontece por meios artificiais, dizemos que existe poluição térmica. As usinas nucleares, pela própria natureza do processo de geração de energia, podem causar esse tipo de poluição. Que parte do ciclo de geração de energia das usinas nucleares está associada a esse tipo de poluição?
- Fissão do material radioativo.
  - Condensação do vapor-d'água no final do processo.
  - Conversão de energia das turbinas pelos geradores.
  - Aquecimento da água líquida para gerar vapor-d'água.
  - Lançamento do vapor-d'água sobre as pás das turbinas.
20. (Enem/2000) A partir do esquema, são feitas as seguintes afirmações.



- A energia liberada na reação é usada para ferver a água que, como vapor à alta pressão, aciona a turbina;
- A turbina, que adquire uma energia cinética de rotação, é acoplada mecanicamente ao gerador para produção de energia elétrica;
- A água depois de passar pela turbina é pré-aquecida no condensador e bombeada de volta ao reator.

Dentre as afirmativas anteriores, somente está(ão) correta(s):

- I
- II
- III
- I e II
- II e III



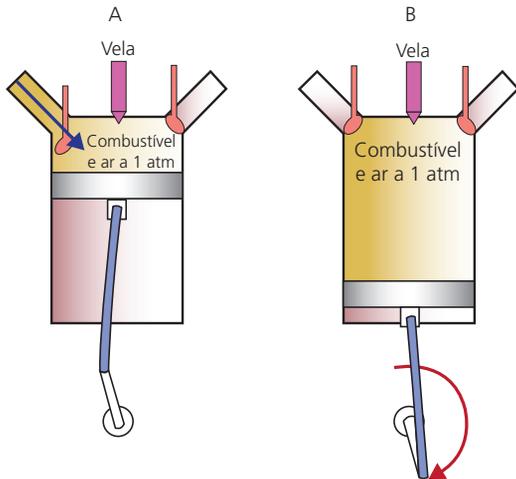
**Fique de Olho**

**MOTOR A EXPLOSÃO**

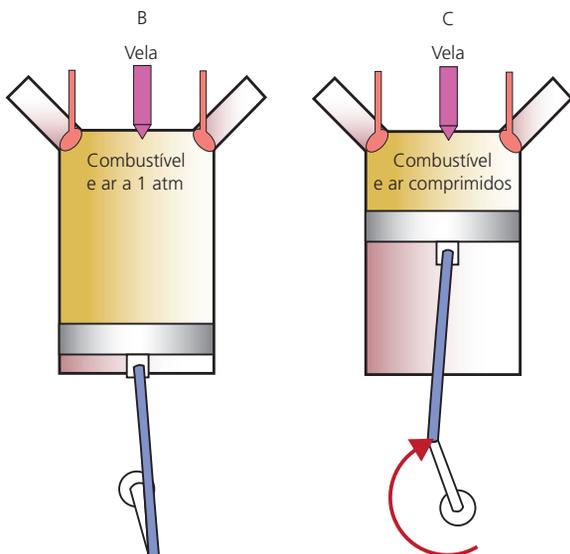
Os automóveis, em geral, fazem uso de motores de combustão interna. Nele, a fonte quente corresponde à combustão da gasolina, do álcool ou do diesel, enquanto que a fonte fria é a atmosfera.

O motor mais utilizado é aquele que utiliza a combustão da gasolina em “quatro tempos” – indução, compressão, potência e exaustão. Além disso, costuma ser composto de 4 cilindros, nos quais ocorrem as queimas de combustível. Dentro do cilindro há a câmara de combustão, na qual se injetam ar e combustível (que entram pela válvula de admissão), os quais darão início à combustão com uma fagulha liberada pela “vela” de ignição. Com isso, os gases se expandem empurrando um pistão, que está acoplado a uma alavanca que promove o giro do virabrequim. Finalmente, o produto dessa reação é removido através da válvula de escape.

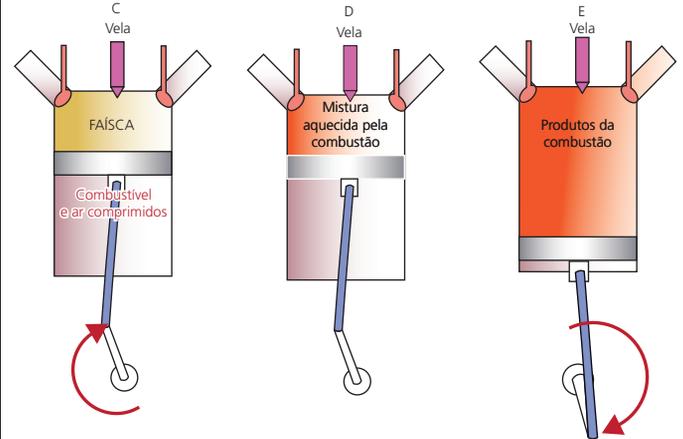
O primeiro “tempo” do motor corresponde à entrada de combustível e ar através da válvula de admissão, ocorrendo isobaricamente.



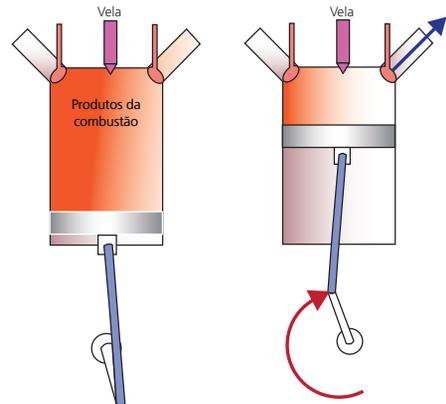
O segundo “tempo” trata da compressão adiabática dessa mistura, já com as válvulas fechadas.



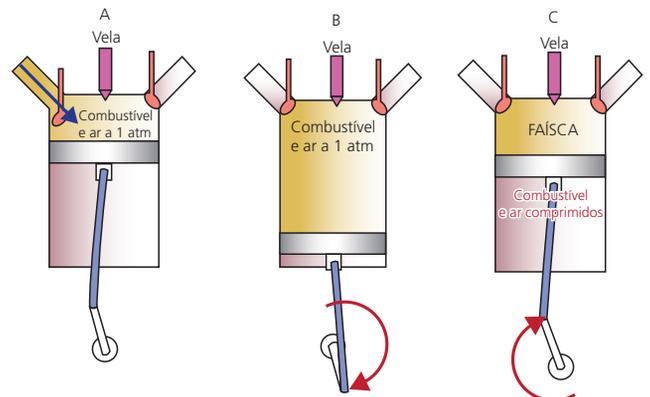
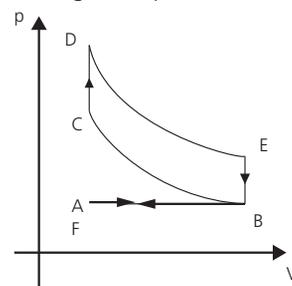
O terceiro “tempo” corresponde à potência, que envolve explosão devido à faísca da vela de ignição (com aquecimento isovolumétrico dos gases) e expansão adiabática impulsionando o virabrequim.

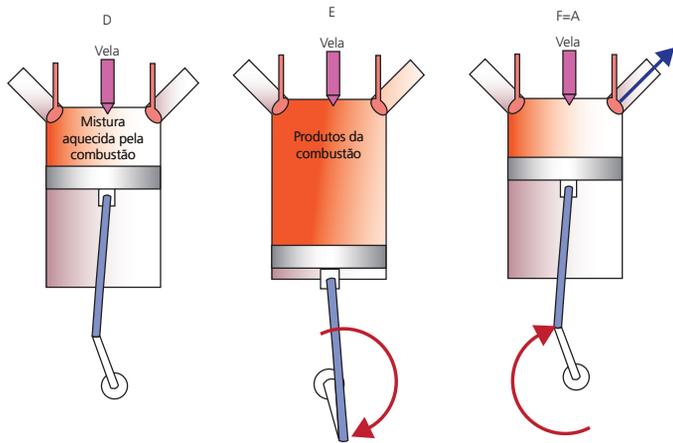


O quarto “tempo” é a exaustão dos gases. A válvula de exaustão se abre e, com a subida do pistão, expulsam-se os produtos da combustão.



O gráfico a seguir representa cada uma das etapas descritas através dos estados, designados por letras:





Nos motores a combustão atuais, há uma central eletrônica de controle da proporção combustível-ar injetada nas câmaras. Com isso, é possível haver melhor aproveitamento e rendimento nos ciclos desses equipamentos. Em geral, quando o motor é constituído por quatro cilindros, cada um deles está em um "tempo" diferente, ou seja, sempre há um no "tempo" de potência, impulsionando o veículo.

Finalmente, acrescente-se que, para acionar o motor a combustão parado, há um outro motor, elétrico, chamado motor de arranque.

**Seção Videoaula**



Ciclo do motor a gasolina



Ciclo do motor a diesel

**Aulas**  
18 e 19

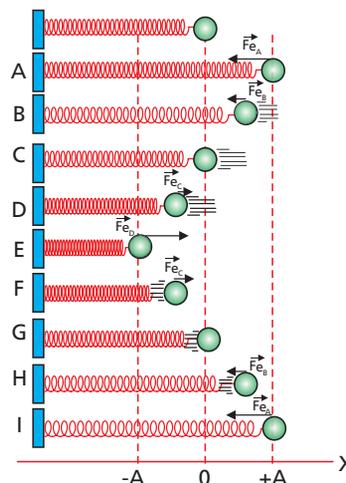
**Movimento Harmônico Simples**

C-1	H-1
C-6	H-20

**Introdução**

Esse movimento é caracterizado por ser periódico (repete-se em intervalos de tempo regulares) e oscilatório (a trajetória de ida é a mesma da volta). Uma das funções matemáticas que conhecemos e que pode representar repetições, por ser uma função periódica, é a função cosseno (o seno também funcionaria).

Um exemplo muito comum de algo que realize esse tipo de movimento é a "massa-mola":

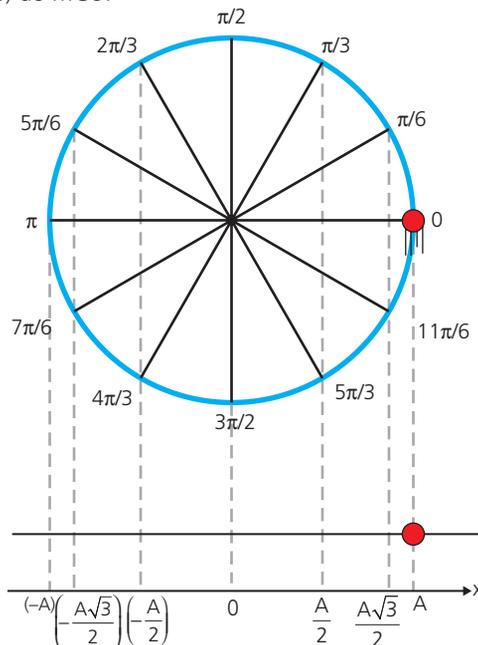


Quando esticamos a mola e a soltamos, verificamos que a massa passa a executar um movimento de vaivém. Esse movimento pode ser descrito pela seguinte equação:

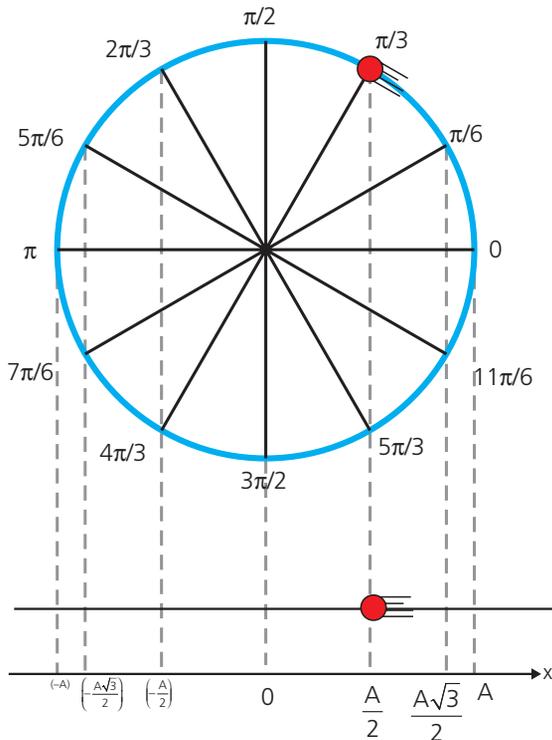
$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

- **Amplitude (A):** representa a maior distância possível para esse móvel em relação à posição  $x = 0$ , ou seja, o máximo valor da deformação sofrida pela mola.
- **Pulsção ( $\omega$ ):** corresponde a  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ , onde T é o período de repetição do movimento e f é a frequência do movimento.
- **Frequência (f):** é o número de vezes que um evento ocorre dividido pelo intervalo de tempo, para a ocorrência de um evento apenas, transcorre-se o intervalo de tempo de um período. Portanto:  $f = \frac{N^{\circ} \text{ de repetições}}{\Delta t} = \frac{1}{T}$ . No Sistema Internacional de Unidades, a frequência pode ser medida em  $s^{-1}$  ou em Hz.
- **Fase ( $\varphi$ ):**  $\varphi = \omega t + \varphi_0$  é o argumento da função cosseno (aquilo que está dentro dos parênteses da função), representando a posição do móvel e o sentido do movimento dele.

Pode-se fazer uma analogia entre a fase do MHS e o ângulo do MCU. Para tanto, vamos estudar o MHS como uma sombra (projeção) do MCU:

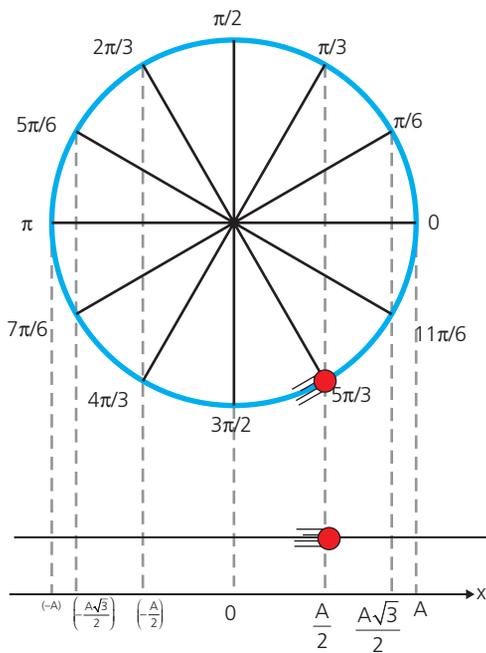


Quando o MHS está na posição  $x = A$ , dizemos que a fase dele é 0 rad.



Quando o MHS está na posição  $x = \frac{A}{2}$  em movimento

retrógrado, dizemos que a fase dele é  $\frac{\pi}{3}$  rad.



Agora atente! Quando o MHS está na posição  $x = \frac{A}{2}$  em

movimento progressivo, dizemos que a fase dele é  $5\frac{\pi}{3}$  rad.

**Fase inicial:**  $\varphi_0$  representa as condições iniciais do movimento.

### Resumo das equações

Considerando o MHS uma projeção do movimento harmônico simples no eixo  $x$ , chega-se às equações abaixo: Elongação.

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Velocidade instantânea.

$$v_{MHS} = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

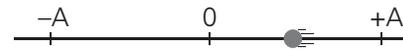
Aceleração.

$$\alpha = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\alpha = -\omega^2 \cdot x$$

### Valores máximos

Baseiam-se no fato de que os valores do seno e do cosseno variam de  $-1$  e  $1$ .



$x$	$-A$	$0$	$A$
$v$	$0$	$\pm\omega A$	$0$
$a$	$+\omega^2 A$	$0$	$-\omega^2 A$

$$v_{\text{máx}} = \omega A \text{ (ocorre quando } x = 0)$$

$$\alpha_{\text{máx}} = \omega^2 A \text{ (ocorre quando } x = \pm A)$$

Note, na tabela anterior, que a velocidade é nula nos extremos, indicando a inversão do sentido do movimento.

Observe também que, nos extremos, por estar muito afastado do ponto de equilíbrio, o valor da força resultante é máxima e, portanto, a aceleração também é máxima.

### Força no MHS

Da função horária da aceleração e da elongação:

$$\alpha = -\omega^2 \cdot x$$

Da Segunda Lei de Newton:

$$F = m \cdot \alpha = -m \cdot \omega^2 \cdot x$$

Já que a massa e a pulsação do MHS são constantes, chama-se  $m\omega^2$  de **constante de força** do MHS. Logo,

$$F = -Kx$$

Ou seja, a força é diretamente proporcional à elongação, entretanto, possui sentido contrário a ela. Recebe, com isso, o nome de **força restauradora**. Isso ocorre também porque ela está sempre no sentido de restaurar a posição de equilíbrio,  $x = 0$ .

### Ponto de equilíbrio

O **ponto de equilíbrio** de um MHS é o ponto central da trajetória, ou seja, é o ponto de elongação  $x$  igual a zero.

Assim, para  $x = 0$ , a força resultante sobre o oscilador é igual a zero.

### Período do MHS

No item anterior, definiu-se a constante de força  $K$  do MHS como sendo  $K = m\omega^2$ .

Daí se obtém uma expressão para a pulsação do MHS:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Lembrando que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Como a frequência  $f$  é igual ao inverso do período,

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

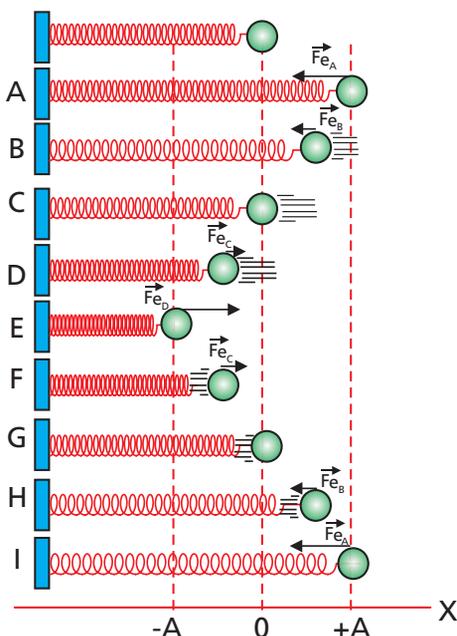
### Oscilador massa-mola

Após deslocar o corpo preso à mola de sua posição de equilíbrio e abandoná-lo à ação da força elástica, ele executará um MHS.

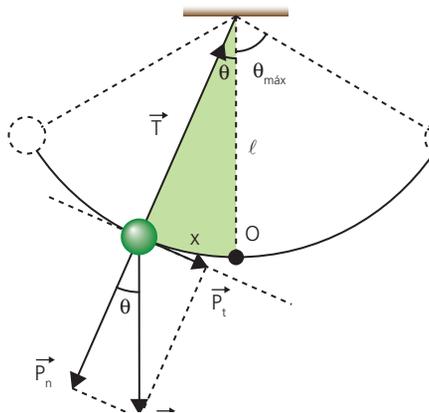
A elongação no MHS é, em módulo, igual à própria deformação (distensão ou contração) da mola.

A força resultante no corpo é a própria força elástica aplicada pela mola.

No ponto de equilíbrio, a força elástica (resultante) é nula, e a mola não está deformada.



### Pêndulo simples



O movimento de um pêndulo simples não é, a rigor, um movimento harmônico simples, mas quando o ângulo de abertura é pequeno (no máximo, igual a  $10^\circ$ ), ele pode ser considerado um MHS.

#### Período de oscilação do pêndulo simples

É possível demonstrar que o período do pêndulo simples depende apenas do comprimento do fio e do valor da gravidade no local:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

#### Observações:

Destaque-se que o período de oscilação do pêndulo simples:

- independe da massa pendular;
- é proporcional à raiz quadrada do seu comprimento;
- é inversamente proporcional à raiz quadrada da intensidade do campo gravitacional.



### Exercícios de Fixação

01. (Uece) Em antigos relógios de parede era comum o uso de um pêndulo realizando um movimento harmônico simples. Considere que um desses pêndulos oscila de modo que vai de uma extremidade a outra em 0,5 s. Assim, a frequência de oscilação desse pêndulo é, em Hz,
 

A) 0,5	B) 1
C) $2\pi$	D) 2
02. (Unicamp) Na opinião de Klaus R. Mecke, professor no Instituto de Física Teórica da Universidade de Stuttgart, Alemanha, o uso da linguagem da física na literatura obedeceria ao seguinte propósito:

Uma função literária central da fórmula seria simbolizar a violência. A fórmula torna-se metáfora para a violência, para o calculismo desumano, para a morte e para a fria mecânica - para o golpe de força. Recorde-se também *O Pêndulo de Foucault*, de Umberto Eco, em que a fórmula do pêndulo caracteriza o estrangulamento de um ser humano. Passo a citar: "O período de oscilação,  $T$ , é independente da massa do corpo suspenso (igualdade de todos os homens perante Deus)...". Também aqui a fórmula constitui uma referência irônica à marginalização do sujeito, reduzido à "massa inerte" suspensa.

KLAUS R. MECKE, *A imagem da Física na Literatura*. Gazeta de Física, 2004, p. 6-7. Adaptado.

Segundo Mecke, a função literária de algumas noções da Física, presentes em determinados romances, expressa

- A) a falta de liberdade do sujeito nas relações sociais, mas o uso da independência do período do pêndulo simples com a massa do corpo suspenso, feito por Umberto Eco, está incorreto.
- B) a revogação parcial das leis da natureza, e o uso da independência do período do pêndulo simples com a massa do corpo suspenso, feito por Umberto Eco, está correto.
- C) a concordância quanto ao modo como representamos a natureza, mas o uso da independência do período do pêndulo simples com a massa do corpo suspenso, feito por Umberto Eco, está incorreto.
- D) a privação da liberdade do ser humano, e o uso da independência do período do pêndulo simples com a massa do corpo suspenso, feito por Umberto Eco, está correto.

03. (EsPCEx (Aman)) Peneiras vibratórias são utilizadas na indústria de construção para classificação e separação de agregados em diferentes tamanhos. O equipamento é constituído de um motor que faz vibrar uma peneira retangular, disposta no plano horizontal, para separação dos grãos. Em uma certa indústria de mineração, ajusta-se a posição da peneira de modo que ela execute um movimento harmônico simples (MHS) de função horária  $x = 8 \cos(8\pi t)$ , onde  $x$  é a posição medida em centímetros e  $t$ , o tempo em segundos.

O número de oscilações a cada segundo executado por esta peneira é de

- A) 2
- B) 4
- C) 8
- D) 16
- E) 32

04. (EPCar (AFA)) Uma partícula de massa  $m$  pode ser colocada a oscilar em quatro experimentos diferentes, como mostra a Figura 1 abaixo.

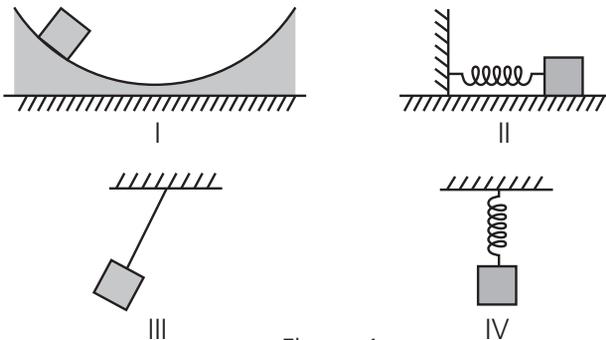


Figura 1

Para apenas duas dessas situações, tem-se o registro do gráfico senoidal da posição da partícula em função do tempo, apresentado na Figura 2.

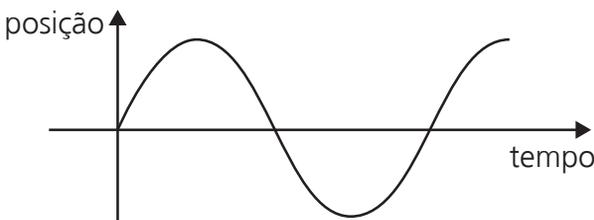


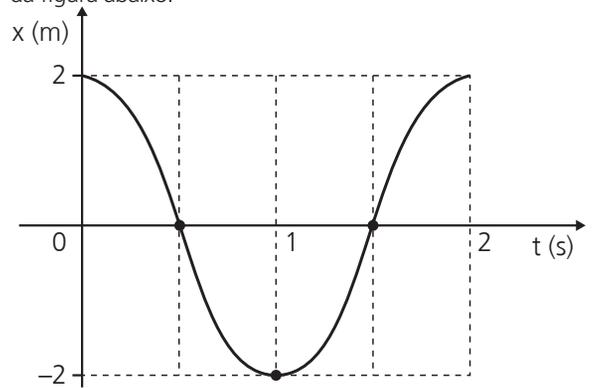
Figura 2

Considere que não existam forças dissipativas nos quatro experimentos; que, nos experimentos II e IV, as molas sejam ideais e que as massas oscilem em trajetórias perfeitamente retilíneas; que no experimento III o fio conectado à massa seja ideal e inextensível; e que nos experimentos I e III a massa descreva uma trajetória que é um arco de circunferência.

Nessas condições, os experimentos em que a partícula oscila certamente em movimento harmônico simples são, apenas

- A) I e III
- B) II e III
- C) III e IV
- D) II e IV

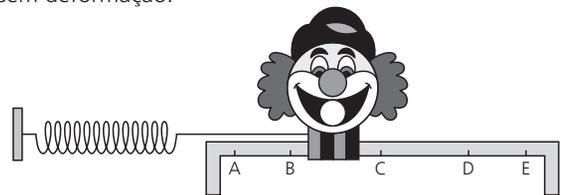
05. (IFSul) Uma partícula, executando um movimento harmônico simples, move-se ao longo de um eixo  $Ox$ , e sua posição, em função do tempo ao longo desse eixo é representada no gráfico da figura abaixo.



A partir da análise do gráfico, a função horária, em unidades SI, que representa corretamente o movimento harmônico simples descrito por essa partícula é

- A)  $x = 2 \cos(\pi t)$
- B)  $x = 2 \sin(\pi t)$
- C)  $x = 4 \sin(\pi t + \pi)$
- D)  $x = 4 \cos(\pi t + \pi/2)$

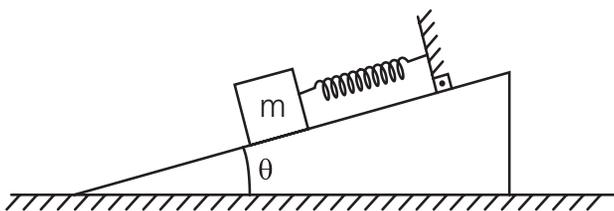
06. (Unesp) Em um parque de diversões, existe uma atração na qual o participante tenta acertar bolas de borracha na boca da figura de um palhaço que, presa a uma mola ideal, oscila em movimento harmônico simples entre os pontos extremos A e E, passando por B, C e D, de modo que em C, ponto médio do segmento AE, a mola apresenta seu comprimento natural, sem deformação.



Uma pessoa, ao fazer suas tentativas, acertou a primeira bola quando a boca passou por uma posição em que o módulo de sua aceleração é máximo e acertou a segunda bola quando a boca passou por uma posição onde o módulo de sua velocidade é máximo. Dos pontos indicados na figura, essas duas bolas podem ter acertado a boca da figura do palhaço, respectivamente, nos pontos

- A) A e C.
- B) B e E.
- C) C e D.
- D) E e B.
- E) B e C.

07. (EPCar (AFA)) Num local onde a aceleração da gravidade é constante, um corpo de massa  $m$ , com dimensões desprezíveis, é posto a oscilar, unido a uma mola ideal de constante elástica  $k$ , em um plano fixo e inclinado de um ângulo  $\theta$  como mostra a figura a seguir.



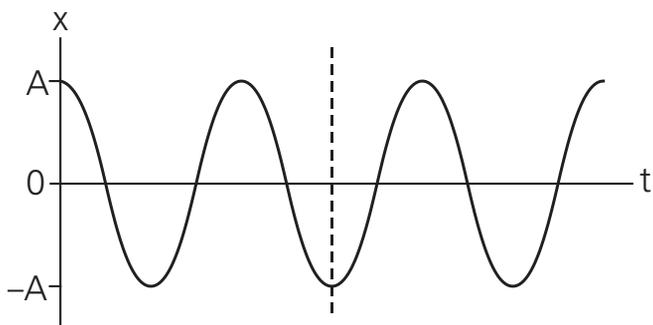
Nessas condições, o sistema massa-mola executa um movimento harmônico simples de período  $T$ .

Colocando-se o mesmo sistema massa-mola para oscilar na vertical, também em movimento harmônico simples, o seu novo período passa a ser  $T'$ .

Nessas condições, a razão  $T'/T$  é

- A) 1  
 B)  $\text{sen } \theta$   
 C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{1}{\text{sen } \theta}$
08. (UFRGS-RS) Um pêndulo foi construído com um fio leve e inextensível com 1,6 m de comprimento; uma das extremidades do fio foi fixada e na outra pendurou-se uma pequena esfera de chumbo, cuja massa é de 60 g. Esse pêndulo foi colocado a oscilar no ar, com amplitude inicial de 12 cm. A frequência medida para esse pêndulo foi aproximadamente 0,39 Hz. Suponha agora que se possa variar a massa ( $M$ ), a amplitude ( $A$ ) e o comprimento do fio ( $L$ ). Qual das seguintes combinações dessas três grandezas permite, aproximadamente, a duplicação da frequência?
- A)  $L = 6,4$  m;  $A = 12$  cm;  $M = 60$  g.  
 B)  $L = 1,6$  m;  $A = 6$  cm;  $M = 60$  g.  
 C)  $L = 0,4$  m;  $A = 6$  cm;  $M = 30$  g.  
 D)  $L = 0,8$  m;  $A = 12$  cm;  $M = 60$  g.  
 E)  $L = 1,6$  m;  $A = 12$  cm;  $M = 15$  g.

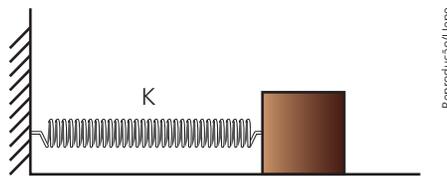
09. (IFSul) O gráfico a seguir, representa a posição de uma massa presa à extremidade de uma mola.



Com base neste gráfico, afirma-se que a velocidade e a força no instante indicado pela linha tracejada são respectivamente:

- A) positiva; a força aponta para a direita.  
 B) negativa; a força aponta para a direita.  
 C) nula; a força aponta para a direita.  
 D) nula; a força aponta para a esquerda.

10. (Uepe) Um objeto de massa  $M = 0,5$  kg, apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso a uma mola cuja constante de força elástica é  $K = 50$  N/m. O objeto é puxado por 10 cm e então solto, passando a oscilar em relação à posição de equilíbrio. Qual a velocidade máxima do objeto, em m/s?



- A) 0,5  
 B) 1,0  
 C) 2,0  
 D) 5,0  
 E) 7,0



### Exercícios Propostos

01. (Mackenzie) Uma partícula descreve um movimento harmônico simples segundo a equação  $x = 0,3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot t\right)$ , no SI.

O módulo da máxima velocidade atingida por esta partícula é:

- A)  $\frac{\pi}{3}$  m/s  
 B)  $0,2 \cdot \pi$  m/s  
 C) 0,6 m/s  
 D)  $0,1 \cdot \pi$  m/s  
 E) 0,3 m/s
02. (Espcex (Aman)) Um ponto material realiza um movimento harmônico simples (MHS) sobre um eixo  $Ox$  sendo a função horária dada por:

$$x = 0,08 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \pi\right) \text{ para } x \text{ em metros e } t \text{ em segundos.}$$

A pulsação, a fase inicial e o período do movimento são, respectivamente,

- A)  $\frac{\pi}{4}$  rad/s,  $2\pi$  rad, 6 s.  
 B)  $2\pi$  rad,  $\frac{\pi}{4}$  rad/s, 8 s.  
 C)  $\frac{\pi}{4}$  rad/s,  $\pi$  rad, 4 s.  
 D)  $\pi$  rad/s,  $2\pi$  rad, 6 s.  
 E)  $\frac{\pi}{4}$  rad/s,  $\pi$  rad, 8 s.
03. (IFSul) Um pêndulo simples é formado por um pequeno corpo de massa igual a 100 g, preso a um fio de massa desprezível e comprimento igual a 2 m, oscilando com uma amplitude de 10 cm. Querendo-se diminuir o período de oscilação, basta
- A) diminuir a massa do corpo.  
 B) diminuir a amplitude da oscilação.  
 C) aumentar o comprimento do fio.  
 D) diminuir o comprimento do fio.

04. (Uece) Um pêndulo simples oscila com pequena amplitude na vizinhança da posição de equilíbrio. Podemos afirmar que a grandeza, referente à partícula oscilante, que permanece invariável durante o movimento pendular, é a
- velocidade linear.
  - frequência de oscilação.
  - aceleração centrípeta.
  - energia cinética.

05. (Uece) Das afirmativas a seguir,
- todo movimento periódico é um movimento harmônico simples;
  - no movimento harmônico simples, a aceleração é proporcional ao deslocamento e tem sentido oposto;
  - o período de oscilação de um pêndulo simples, cujo movimento se realiza nas vizinhanças do equilíbrio estável, é proporcional ao comprimento do pêndulo.

Está(ão) correta(s):

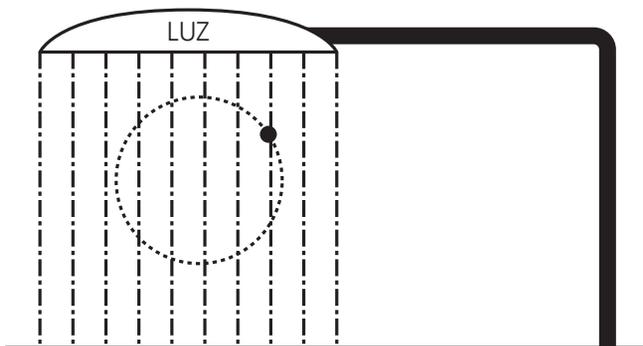
- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| A) apenas I e II. | B) apenas I e III. |
| C) somente II.    | D) somente III.    |

06. (PUC-MG) Considere dois sistemas físicos independentes: o primeiro, denominado I, é um pêndulo simples de comprimento  $L$ , oscilando com pequena amplitude em um local onde a aceleração da gravidade é  $g$ ; o segundo, denominado II, é um objeto de massa  $m$  oscilando num plano horizontal sem atrito, pelo fato de estar preso a uma mola de constante elástica  $k$ , que se encontra fixada numa parede vertical.

Para que os dois sistemas tenham a mesma frequência de oscilação, deve ser obedecida a relação:

- |                  |                      |
|------------------|----------------------|
| A) $mg = Lk$     | B) $(L/k) = (m/g)$   |
| C) $Lm = gk$     | D) $(L/m) = (g/k)^2$ |
| E) $mg = (Lk)^2$ |                      |

07. (UFJF-Pism 3) Suponha que um poste de iluminação pública emita um feixe cilíndrico e vertical de luz dirigido contra o solo, plano e horizontal. Suponha, agora, que uma pequena esfera opaca execute movimento circular e uniforme no interior desse feixe. A trajetória da esfera está contida em um plano vertical, conforme a figura a seguir.



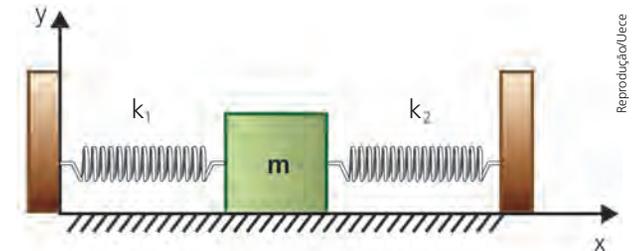
Com base nessa situação, analise as afirmativas, a seguir, e considere-as verdadeiras ou falsas.

- O movimento da sombra projetada pela esfera é periódico e oscilatório;
- O movimento da sombra tem o mesmo período do movimento da esfera;
- Enquanto a esfera descreve uma semicircunferência, a sombra completa uma oscilação;
- A amplitude do movimento da sombra é igual ao diâmetro da circunferência descrita pela esfera;
- O movimento da sombra é harmônico simples.

Assinale a alternativa correta.

- Todas as afirmativas são verdadeiras.
- Apenas as afirmativas I, III e V são verdadeiras.
- Apenas as afirmativas I, II, IV e V são verdadeiras.
- Apenas as afirmativas I, II e V são verdadeiras.
- Apenas a afirmativa V é verdadeira.

08. (Uece) Um bloco de massa  $m$ , que se move sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso por duas molas de constantes elásticas  $k_1$  e  $k_2$  e massas desprezíveis com relação ao bloco, entre duas paredes fixas, conforme a figura.



Dada uma velocidade inicial ao bloco, na direção do eixo  $x$ , este vibrará com frequência angular igual a:

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| A) $\sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}}$ | B) $\sqrt{\frac{(k_1 + k_2)}{2m}}$ |
| C) $\sqrt{\frac{(k_1 - k_2)}{2m}}$       | D) $\sqrt{\frac{(k_1 + k_2)}{m}}$  |

09. (Enem) "Christiaan Huygens, em 1656, criou o relógio de pêndulo. Nesse dispositivo, a pontualidade baseia-se na regularidade das pequenas oscilações do pêndulo. Para manter a precisão desse relógio, diversos problemas foram contornados. Por exemplo, a haste passou por ajustes até que, no início do século XX, houve uma inovação, que foi sua fabricação usando uma liga metálica que se comporta regularmente em um largo intervalo de temperaturas."

YODER, J. G. *Unrolling Time: Christiaan Huygens and the mathematization of nature*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004 (adaptado).

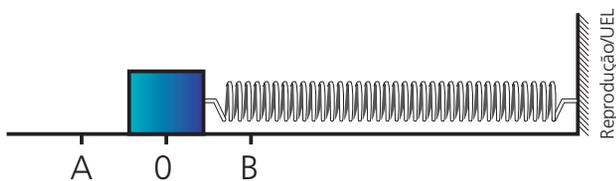
Desprezando a presença de forças dissipativas e considerando a aceleração da gravidade constante, para que esse tipo de relógio realize corretamente a contagem do tempo, é necessário que o(a):

- comprimento da haste seja mantido constante.
- massa do corpo suspenso pela haste seja pequena.
- material da haste possua alta condutividade térmica.
- amplitude da oscilação seja constante a qualquer temperatura.
- energia potencial gravitacional do corpo suspenso se mantenha constante.

10. (EsPCEX (Aman)) Uma mola ideal está suspensa verticalmente, presa a um ponto fixo no teto de uma sala, por uma de suas extremidades. Um corpo de massa 80 g é preso à extremidade livre da mola e verifica-se que a mola desloca-se para uma nova posição de equilíbrio. O corpo é puxado verticalmente para baixo e abandonado de modo que o sistema massa-mola passa a executar um movimento harmônico simples. Desprezando as forças dissipativas, sabendo que a constante elástica da mola vale 0,5 N/m e considerando  $\pi = 3,14$  o período do movimento executado pelo corpo é de

- |             |            |
|-------------|------------|
| A) 1,256 s  | B) 2,512 s |
| C) 6,369 s  | D) 7,850 s |
| E) 15,700 s |            |

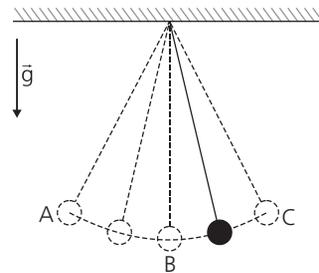
11. (Ufop) Dois sistemas oscilantes, um bloco pendurado em uma mola vertical e um pêndulo simples, são preparados na Terra de tal forma que possuam o mesmo período. Se os dois osciladores forem levados para a Estação Espacial Internacional (ISS), como se comportarão os seus períodos nesse ambiente de microgravidade?
- A) Os períodos de ambos os osciladores se manterão os mesmos de quando estavam na Terra.  
 B) O período do bloco pendurado na mola não sofrerá alteração, já o período do pêndulo deixará de ser o mesmo.  
 C) O período do pêndulo será o mesmo, no entanto o período do bloco pendurado na mola será alterado.  
 D) Os períodos de ambos os osciladores sofrerão modificação em relação a quando estavam na Terra.
12. (UFRGS) Um determinado pêndulo simples oscila com pequena amplitude em um dado local da superfície terrestre, e seu período de oscilação é de 8 s. Reduzindo-se o comprimento desse pêndulo para  $\frac{1}{4}$  do comprimento original, sem alterar sua localização, é correto afirmar que sua frequência, em Hz, será de
- A) 2.    B) 1/2.  
 C) 1/4.    D) 1/8.  
 E) 1/16.
13. (Uece) Em um oscilador harmônico simples, a energia potencial na posição de energia cinética máxima
- A) tem um máximo e diminui na vizinhança desse ponto.  
 B) tem um mínimo, aumenta à esquerda e se mantém constante à direita desse ponto.  
 C) tem um mínimo e aumenta na vizinhança desse ponto.  
 D) tem um máximo, aumenta à esquerda e se mantém constante à direita desse ponto.
14. (UEL) Um corpo de massa  $m$  é preso à extremidade de uma mola helicoidal que possui a outra extremidade fixa. O corpo é afastado até o ponto A e, após abandonado, oscila entre os pontos A e B.



Pode-se afirmar corretamente que a

- A) aceleração é nula no ponto O.  
 B) aceleração é nula nos pontos A e B.  
 C) velocidade é nula no ponto O.  
 D) força é nula nos pontos A e B.  
 E) força é máxima no ponto O.
15. (Feevale) Um macaco tem o hábito de se balançar em um cipó de 10 m de comprimento. Se a aceleração gravitacional local for  $10 \text{ m/s}^2$  qual o período de oscilação do macaco?
- A) 2 s  
 B)  $2\pi$  s  
 C) 1 s  
 D)  $\pi$  s  
 E) 0,5 s

16. (UPE) Um pêndulo é solto a partir do repouso, e o seu movimento subsequente é mostrado na figura a seguir.

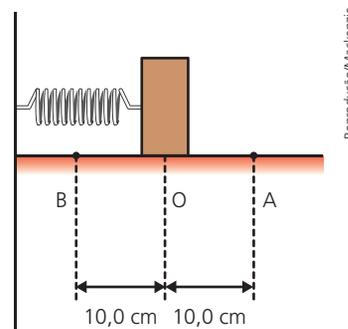


Sabendo que ele gasta 2,0 s para percorrer a distância AC, é correto afirmar que sua amplitude e frequência valem, respectivamente,

- A) AC e 0,12 Hz    B) AB e 0,25 Hz  
 C) BC e 1,0 Hz    D) BA e 2,0 Hz  
 E) BC e 4,0 Hz
17. (Uece) Considere uma massa  $m$  acoplada a uma mola de constante elástica  $k$ . Assuma que a massa oscila harmonicamente com frequência angular  $\omega = \sqrt{k/m}$ . Nesse sistema, a posição da massa é dada por  $x = A \sin(\omega t)$  e sua velocidade é  $v = \omega A \cos(\omega t)$ .

A energia mecânica desse sistema é dada por

- A)  $kA^2 / 2$   
 B)  $k[A \sin(\omega t)]^2 / 2$   
 C)  $k[A \cos(\omega t)]^2 / 2$   
 D)  $k\omega^2 / 2$
18. (Mackenzie) Um corpo de 250 g de massa encontra-se em equilíbrio, preso a uma mola helicoidal de massa desprezível e constante elástica  $k$  igual a 100 N/m, como mostra a figura ao lado. O atrito entre as superfícies em contato é desprezível. Estica-se a mola, com o corpo, até o ponto A, e abandona-se o conjunto nesse ponto, com velocidade zero. Em um intervalo de 1,0 s, medido a partir desse instante, o corpo retornará ao ponto A:



- A) uma vez.  
 B) duas vezes.  
 C) três vezes.  
 D) quatro vezes.  
 E) seis vezes.

19. (Fuvest) Um pêndulo simples, constituído por um fio de comprimento L e uma pequena esfera, é colocado em oscilação. Uma haste horizontal rígida é inserida perpendicularmente ao plano de oscilação desse pêndulo, interceptando o movimento do fio na metade do seu comprimento, quando ele está na direção vertical.

A partir desse momento, o período do movimento da esfera é dado por

**Note e adote:**

- A aceleração da gravidade é  $g$ .
- Ignore a massa do fio.
- O movimento oscilatório ocorre com ângulos pequenos.
- O fio não adere à haste horizontal.

A)  $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

B)  $2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$

C)  $\pi\sqrt{\frac{L}{g} + \frac{L}{2g}}$

D)  $2\pi\sqrt{\frac{L}{g} + \frac{L}{2g}}$

E)  $\pi\left(\sqrt{\frac{L}{g}} + \sqrt{\frac{L}{2g}}\right)$

20. (Mackenzie) Um corpo efetua um movimento harmônico simples. Com relação a esse movimento, podemos afirmar que
- A) a trajetória descrita pelo corpo é uma senoide.
  - B) o módulo da velocidade do corpo varia senoidalmente com o tempo.
  - C) o sentido da velocidade do corpo varia 4 vezes em cada período.
  - D) a aceleração do corpo tem módulo invariável.
  - E) o módulo da aceleração do corpo varia linearmente com o tempo.



### Fique de Olho

Para ver uma interessante animação de um MHS como projeção de um MCU, acesse: <http://ilustrandonossafisica.blogspot.com.br/p/movimento-harmonico-simples.html>.



**Aula**  
20

**Revisão**

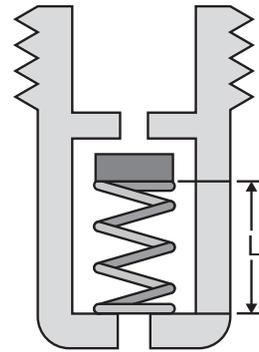
C-1	H-1
C-6	H-20, 21
	H-23



### Exercícios de Fixação

01. (IFSul) O que aconteceria se o vidro de um termômetro expandisse mais ao ser aquecido do que o líquido dentro do tubo?
- a) O termômetro quebraria.
  - b) Ele só poderia ser usado para temperaturas abaixo da temperatura ambiente.
  - c) Você teria que segurá-lo com o bulbo para cima.
  - d) A escala no termômetro seria invertida, aproximando os valores mais altos de temperatura do bulbo.

02. (IFSul) A cada ano, milhares de crianças sofrem queimaduras graves com água de torneiras fervendo. A figura a seguir mostra uma vista em corte transversal de um dispositivo antiescaldante, bem simplificado, para prevenir este tipo de acidente.



Dentro do dispositivo, uma mola feita com material com um alto coeficiente de expansão térmica controla o êmbolo removível. Quando a temperatura da água se eleva acima de um valor seguro preestabelecido, a expansão da mola faz com que o êmbolo corte o fluxo de água. Admita que o comprimento inicial  $L$  da mola não tensionada seja de 2,40 cm e que seu coeficiente de expansão volumétrica seja de  $66,0 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Nas condições acima propostas o aumento no comprimento da mola, quando a temperatura da água se eleva de  $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ , é de

- A)  $1,58 \times 10^{-3} \text{ cm}$
- B)  $4,74 \times 10^{-3} \text{ cm}$
- C)  $3,16 \times 10^{-3} \text{ cm}$
- D)  $2,37 \times 10^{-3} \text{ cm}$

03. (Mackenzie) Um cubo regular homogêneo de aresta 20,0 cm está inicialmente a  $20,0 \text{ } ^\circ\text{C}$ . O coeficiente de dilatação linear médio do material com que foi fabricado é  $2,00 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Aquecendo-se uniformemente o cubo com uma fonte de calor constante durante 50,0 s, a temperatura se eleva para  $120,0 \text{ } ^\circ\text{C}$ . A dilatação ocorrida em uma das superfícies do cubo é
- A)  $4,00 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2$
  - B)  $8,00 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2$
  - C)  $12,0 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2$
  - D)  $16,0 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2$
  - E)  $20,0 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2$

04. (UFRGS) Quando se fornece calor a uma substância, podem ocorrer diversas modificações decorrentes de propriedades térmicas da matéria e de processos que envolvem a energia térmica.

Considere as afirmações abaixo, sobre processos que envolvem fornecimento de calor.

- I. Todos os materiais, quando aquecidos, expandem-se;
- II. A temperatura de ebulição da água depende da pressão;
- III. A quantidade de calor a ser fornecida, por unidade de massa, para manter o processo de ebulição de um líquido, é denominado calor latente de vaporização.

Quais estão corretas?

- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas III.
- d) Apenas II e III.
- e) I, II e III.

05. (UPE-SSA 2) Em dias com grandes variações de temperatura, um fenômeno curioso pode ocorrer em alguns copos de vidro: racham, quebram ou explodem sem nenhum impacto ou queda. Com base nas propriedades térmicas do vidro utilizado na fabricação do copo, uma explicação para esse fenômeno é
- a baixa condutividade térmica.
  - a alta condutividade térmica.
  - o calor específico alto.
  - o baixo ponto de fusão.
  - o alto ponto de fusão.

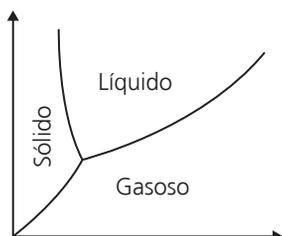


**Exercícios Propostos**

01. (IFSul) Uma das substâncias mais importantes para os seres vivos, a água, está oferecendo preocupação, pois está ameaçada de diminuição na natureza, onde pode ser encontrada nos estados sólido, líquido e vapor. Tendo como referência a água, analise as afirmativas abaixo, indicando, nos parênteses, se é verdadeira ou falsa.
- Para que ocorra a mudança de estado físico da água, à pressão constante, sua temperatura permanecerá constante, e ocorrerá troca de calor com o ambiente.
  - Para que ocorra a evaporação da água do suor de nossa pele, deve ocorrer absorção de energia pelo nosso corpo.
  - Para que certa quantidade de água entre em ebulição, à temperatura ambiente, é necessário que seja diminuída a pressão sobre ela.

A sequência correta, de cima para baixo, é

- F – V – V.
  - V – V – F.
  - V – F – V.
  - F – F – V.
02. (PUC-RJ) Em uma experiência de física, um aluno verifica que o calor de fusão de um dado objeto é 50 J/kg. Para um outro objeto com o dobro da massa, mas feito do mesmo material, o calor de fusão, em J/kg, deve ser
- 200
  - 100
  - 50
  - 25
  - 12,5
03. (UFPR) Entre as grandezas físicas que influenciam os estados físicos das substâncias, estão o volume, a temperatura e a pressão. O gráfico abaixo representa o comportamento da água com relação aos estados físicos que ela pode ter. Nesse gráfico é possível representar os estados físicos sólido, líquido e gasoso. Assinale a alternativa que apresenta as grandezas físicas correspondentes aos eixos das abscissas e das ordenadas, respectivamente.



- Pressão e volume.
- Volume e temperatura.
- Volume e pressão.
- Temperatura e pressão.
- Temperatura e volume.

04. (PUCCamp) Um *chef de cuisine*<sup>1</sup> precisa transformar 10 g de gelo a 0 °C em água a 40 °C em 10 minutos. Para isto utiliza uma resistência elétrica percorrida por uma corrente elétrica que fornecerá calor para o gelo. Supondo-se que todo calor fornecido pela resistência seja absorvido pelo gelo e desprezando-se perdas de calor para o meio ambiente e para o frasco que contém o gelo, a potência desta resistência deve ser, em watts, no mínimo, igual a:

**Dados da água:**

Calor específico no estado sólido: 0,50 cal/g °C

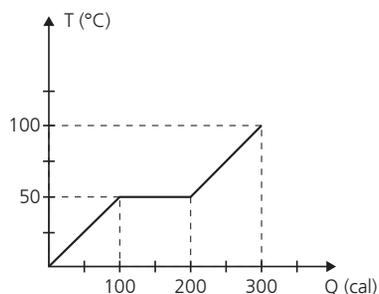
Calor específico no estado líquido: 1,0 cal/g °C

Calor latente de fusão do gelo: 80 cal/g

Adote 1 cal = 4 J

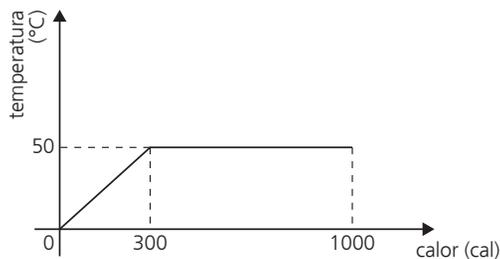
<sup>1</sup>chefe de cozinha

- 4
  - 8
  - 10
  - 80
  - 120
05. (UFJF-Pism 2) O gráfico a seguir mostra a variação da temperatura de um corpo de 20 g em função da quantidade de calor a ele fornecida. Durante o processo, o corpo sofre uma transição de fase, passando do estado sólido para o estado líquido.



Assinale a alternativa correta:

- a fusão do corpo ocorrerá a 100 °C se a sua massa for de 40 g.
  - o calor latente de fusão do corpo é de 10 cal/g.
  - a 100 °C, será iniciada, necessariamente, uma nova transição de fase.
  - o calor latente de fusão do corpo é de 5 cal/g.
  - a fusão do corpo ocorrerá a 50 °C somente se sua massa for de 40 g.
06. (Uerj) O gráfico a seguir indica o comportamento térmico de 10 g de uma substância que, ao receber calor de uma fonte, passa integralmente da fase sólida para a fase líquida.



O calor latente de fusão dessa substância, em cal/g, é igual a:

- 70
- 80
- 90
- 100

07. (IFSul) Um atizador é uma barra rija e não inflamável usada para empurrar lenha ardente em uma lareira. Para segurança e conforto durante o uso, o atizador deveria ser feito de um material com
- alto calor específico e alta condutividade térmica.
  - baixo calor específico e baixa condutividade térmica.
  - baixo calor específico e alta condutividade térmica.
  - alto calor específico e baixa condutividade térmica.

- Texto para a próxima questão:

Em abril de 2010, erupções vulcânicas na Islândia paralisaram aeroportos em vários países da Europa. Além do risco da falta de visibilidade, as cinzas dos vulcões podem afetar os motores dos aviões, pois contêm materiais que se fixam nas pás de saída, causando problemas no funcionamento do motor a jato.

08. (Unicamp) Uma erupção vulcânica pode ser entendida como resultante da ascensão do magma que contém gases dissolvidos, a pressões e temperaturas elevadas. Esta mistura apresenta aspectos diferentes ao longo do percurso, podendo ser esquematicamente representada pela figura a seguir, onde a coloração escura indica o magma e os discos de coloração clara indicam o gás.

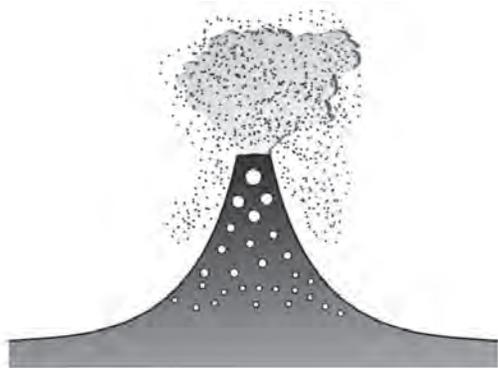


Figura de vulcão fora de escala

Segundo essa figura, pode-se depreender que

- as explosões nas erupções vulcânicas se devem, na realidade, à expansão de bolhas de gás.
  - a expansão dos gases próximos à superfície se deve à diminuição da temperatura do magma.
  - a ascensão do magma é facilitada pelo aumento da pressão sobre o gás, o que dificulta a expansão das bolhas.
  - a densidade aparente do magma próximo à cratera do vulcão é maior que nas regiões mais profundas do vulcão, o que facilita sua subida.
09. (PUC-RJ) Um processo acontece com um gás ideal que está dentro de um balão extremamente flexível em contato com a atmosfera. Se a temperatura do gás dobra ao final do processo, podemos dizer que
- a pressão do gás dobra, e seu volume cai pela metade.
  - a pressão do gás fica constante, e seu volume cai pela metade.
  - a pressão do gás dobra, e seu volume dobra.
  - a pressão do gás cai pela metade, e seu volume dobra.
  - a pressão do gás fica constante, e seu volume dobra.

10. (Uerj) Em um reator nuclear, a energia liberada na fissão de 1 g de urânio é utilizada para evaporar a quantidade de  $3,6 \cdot 10^4$  kg de água a  $227^\circ\text{C}$  e sob 30 atm, necessária para movimentar uma turbina geradora de energia elétrica. Admita que o vapor d'água apresenta comportamento de gás ideal. O volume de vapor d'água, em litros, gerado a partir da fissão de 1 g de urânio, corresponde a:
- $1,32 \cdot 10^5$
  - $2,67 \cdot 10^6$
  - $3,24 \cdot 10^7$
  - $7,42 \cdot 10^8$



### Fique de Olho

Faça o *download* da aula virtual: [http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/13656/sim\\_termo\\_calorimetro.zip](http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/13656/sim_termo_calorimetro.zip)

E participe de um experimento divertido envolvendo os conceitos de calorimetria.

### Bibliografia

- AUSUBEL, David P. *Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano, 2003.
- DUIT, Reinders; HEAUSLLER, Peter. *Learning and Teaching Energy*. In: FENSHMAN, P.; GUNSTONE, R.; WHITE, R. (Eds.). *The Content of Science: a Constructivist Approach to its Teaching and Learning*. London: Falmer, 1994. p. 185-200.
- FEYNMAN, Richard P. *Física em 12 lições*. Rio de Janeiro: Ediouro, 2006.
- FEYNMAN, Richard P.; LEIGHTON, Robert B.; SANDS, Matthew. *Feynman Lições de Física*. Porto Alegre: Bookman, v. 1, 2008.
- HEWITT, Paul G. *Física Conceitual*, 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2002. (685 p.)
- LIJNSE, P. *Energy between the life-world of pupils and the world of physics*. Sci. Ed., v. 74, n. 5, p. 571-583, 1990.
- NOVAK, Joseph D. *Aprender criar e utilizar o conhecimento*. 1. ed. Lisboa: Plátano, 2000.
- NOVAK, Joseph D. *A theory, of education*. Ithaca: Cornell University Press, 1977.
- NUSSENSVEIG, H. M. *Curso de Física Básica 2: fluidos, oscilações e ondas, calor*. São Paulo: Edgard Blücher, 2002, 4 ed.
- SERWAY, Raymond A.; JEWETT JR., John W. *Princípios de Física*. Tradução de André Koch Torres Assis. São Paulo: Cengage Learning, 2012.
- SILVA, Douglas Pereira Gomes da. *O ensino de energia e o livro didático de física: um olhar através do Construtivismo Humano*. 2012. 223 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012. Disponível em: <[http://www.repositorio.ufc.br:8080/ri/bitstream/123456789/4627/1/2012\\_dis\\_dpasilva.pdf](http://www.repositorio.ufc.br:8080/ri/bitstream/123456789/4627/1/2012_dis_dpasilva.pdf)>.



Anotações

# FÍSICA IV

## ÓPTICA GEOMÉTRICA / ESTÁTICA DOS SÓLIDOS

### Objetivo(s):

- Revisar e aprofundar o estudo das lentes esféricas por meio dos exercícios;
- Definir vergência ou convergência de uma lente;
- Estudar a equação dos fabricantes de lentes ou equação de Halley;
- Verificar o comportamento de uma lente esférica por meio da equação de Halley;
- Determinar a vergência resultante de uma associação de lentes justapostas ou espaçadas;
- Estudar os principais instrumentos ópticos;
- Descrever, sucintamente, o funcionamento do olho humano;
- Classificar e estudar os principais problemas refrativos – ametropias;
- Introduzir o estudo da estática dos corpos rígidos;
- Estudar as condições de equilíbrio para um ponto material;
- Definir diagrama de corpo livre (DCL);
- Revisar os métodos de adição vetorial: linha poligonal e projeções cartesianas.

### Conteúdo:

#### **AULA 16: EXERCÍCIOS DE REVISÃO (LENTE ESFÉRICAS)**

Exercícios ..... 64

#### **AULA 17: EQUAÇÃO DOS FABRICANTES DE LENTES**

Vergência de uma lente ..... 66

Equação dos fabricantes de lentes ou Equação de Halley ..... 66

Verificando o comportamento óptico de uma lente esférica ..... 66

Associação de lentes ..... 67

Exercícios ..... 68

#### **AULA 18: INSTRUMENTOS ÓPTICOS**

Introdução ..... 70

Instrumentos de projeção ..... 70

Instrumentos de observação ..... 71

Aberração cromática ..... 73

Exercícios ..... 73

#### **AULA 19: ÓPTICA DA VISÃO**

Introdução ..... 76

Anatomia do olho ..... 76

Acomodação visual ..... 77

Ametropias ..... 77

Outros problemas de visão ..... 79

Exercícios ..... 80

#### **AULA 20: ESTÁTICA DOS SÓLIDOS I (EQUILÍBRIO DE UM PONTO MATERIAL)**

Introdução ..... 83

Equilíbrio ..... 83

Equilíbrio de um ponto material ..... 84

Método da linha poligonal ..... 84

Método das projeções cartesianas ..... 85

Exercícios ..... 85

**Aula**  
**16**

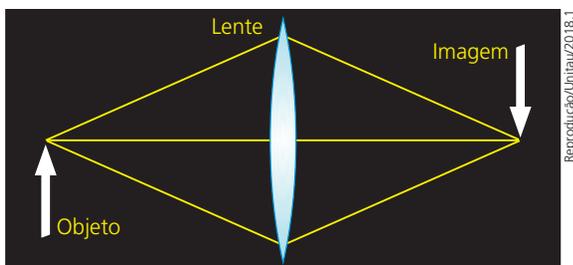
**Exercícios de Revisão**  
**(Lentes Esféricas)**

C-5	H-17
C-6	H-22



**Exercícios de Fixação**

01. (Vunesp/Fasm-SP/2013.2) A otorrinolaringologia é uma especialidade médica basicamente cavitária e o exame do condutor auditivo requer o uso de instrumentos, como o otoscópio, que facilita a visão endocavitária. O otoscópio consta basicamente de uma fonte de luz e de uma lente, que concentra o feixe de luz proveniente da fonte aumentando em 2,5 vezes a visão do condutor auditivo. Funcionando como uma lupa, o otoscópio é constituído por uma lente
- A) convergente e a imagem observada pelo médico é virtual e direita.  
 B) convergente e a imagem observada pelo médico é virtual e invertida.  
 C) divergente e a imagem observada pelo médico é real e invertida.  
 D) divergente e a imagem observada pelo médico é virtual e direita.  
 E) convergente e a imagem observada pelo médico é real e invertida.
02. (Unitau-SP/2018.1) A figura abaixo apresenta um experimento de Física, em que a imagem de um objeto é formada por uma lente. Observe que três raios que partem do objeto são suficientes para identificar a posição correta da imagem nesse sistema, que se encontra imerso no ar, conforme a figura. A lente usada é do tipo biconvexa, com raios de curvaturas iguais e valendo 0,4 m.



Considere que: a distância do objeto ao centro geométrico da lente é de 100 cm; a distância da imagem do centro geométrico da lente é de 400 cm; o índice de refração do ar vale 1.

É correto afirmar que a distância focal da lente desse experimento, quando imersa no ar, é de

- A) 280 cm                      B) 180 cm  
 C) 120 cm                     D) 100 cm  
 E) 80 cm

03. (Ricardo Bastos/2019) Pensando em projetar a tela de 6 polegadas de seu smartphone, um garoto resolveu comprar uma lente convergente de distância focal 14 cm. A que distância ele deve manter o seu celular em relação à parede para que a lente projete uma imagem de 30 polegadas?
- A) 16,8 cm                      B) 84 cm  
 C) 100,8 cm                    D) 60,5 cm  
 E) 77,0 cm

04. (Albert Einstein-SP/2018.1) Um objeto real de 10 cm de altura é posicionado a 30 cm do centro óptico de uma lente biconvexa, perpendicularmente ao seu eixo principal. A imagem conjugada tem 2,5 cm de altura. Para produzirmos uma imagem desse mesmo objeto e com as mesmas características, utilizando, porém, um espelho esférico, cujo raio de curvatura é igual a 20 cm, a que distância do vértice, em cm, da superfície refletora do espelho ele deverá ser posicionado, perpendicularmente ao seu eixo principal?

- A) 20                              B) 25  
 C) 50                              D) 75

05. (Ricardo Bastos/2019) Um objeto real é colocado a 45 cm de uma lente divergente de distância focal igual, em módulo, a 30 cm. Afastando o objeto de 15 cm em relação à lente, a nova imagem conjugada

- A) aproxima-se 13 cm do objeto.  
 B) afasta-se 13 cm do objeto.  
 C) aproxima-se 2,0 cm do objeto.  
 D) afasta-se 2,0 cm do objeto.  
 E) permanece à mesma distância do objeto.



**Exercícios Propostos**

01. (Unilavras-MG/2015.1) Um fabricante de dispositivos ópticos precisa construir um aparelho que funcione dentro de um líquido que possui índice de refração  $n_L$ . Para o funcionamento do equipamento, é necessário ter duas lentes esféricas: uma convergente e outra divergente.

Para isso, dispõe-se de dois tipos de materiais transparentes, os quais possuem índices de refração  $n_1$  e  $n_2$ . Sabe-se que a relação entre todos os índices é  $n_1 < n_L < n_2$  e que o fabricante ainda pode optar por duas geometrias, A e B, mostradas na figura a seguir.



Para saber quais lentes seriam usadas, cinco engenheiros responsáveis, utilizando a Lei de Snell, chegaram, separadamente, às seguintes conclusões:

- I. O material de índice de refração  $n_1$  é útil para construir uma lente convergente de geometria A;
- II. O material de índice de refração  $n_2$  é útil para construir uma lente divergente de geometria B;
- III. O material de índice de refração  $n_2$  é útil para construir uma lente convergente e sua forma geométrica teria que ser do tipo A;
- IV. O material de índice de refração  $n_1$  é útil para construir uma lente convergente que tenha a forma B;
- V. O material de índice de refração  $n_1$  é útil para construir uma lente divergente de geometria A.

Para fabricar corretamente o dispositivo, deve-se levar em consideração que

- A) I e II estão corretas.  
 B) III e IV estão incorretas.  
 C) II, III e V estão incorretas.  
 D) II, III, IV e V estão corretas.  
 E) as conclusões de todos os engenheiros estão corretas.

02. (Vunesp/Uninove-SP/2014.1) A distância entre um objeto luminoso e uma parede é de 160 cm. Uma lente delgada convergente, de distância focal igual a 30 cm, é colocada a 40 cm do objeto, entre este e a parede, e projeta na parede uma imagem nítida do objeto. Para que a lente projete outra imagem nítida do mesmo objeto, sobre a mesma parede, sem deslocá-lo, a distância, em centímetros, entre a lente e o objeto deverá ser igual a
- 30
  - 60
  - 50
  - 120
  - 80

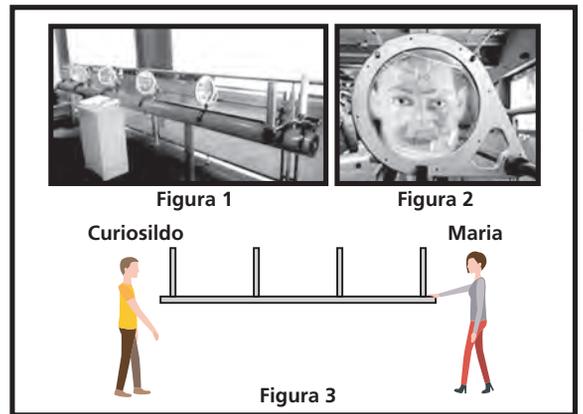
03. (Fepecs-DF/2009.1) Um aluno no laboratório utiliza uma lente delgada e convergente, de distância focal igual a 15 cm para ampliar em 5 vezes a imagem de um objeto. A distância que a lente deve ficar do objeto para que o aluno consiga essa ampliação é de
- 10 cm
  - 11 cm
  - 12 cm
  - 13 cm
  - 14 cm

04. (Ricardo Bastos/2019) A imagem de um objeto real, conjugada por uma lente esférica e delgada, é quatro vezes maior que o objeto e encontra-se a 60 cm da lente. A respeito do comportamento óptico da lente, bem como sua distância focal e a natureza da imagem por ela conjugada, analise cada uma das afirmativas.
- A lente é divergente, tem distância focal igual a  $-20$  cm e a imagem conjugada é virtual;
  - A lente é convergente, tem distância focal igual a 12 cm e a imagem conjugada é real;
  - A lente é convergente, tem distância focal igual a 20 cm e a imagem conjugada é virtual;
  - A lente é divergente, tem distância focal igual a  $-12$  cm e a imagem conjugada é real.

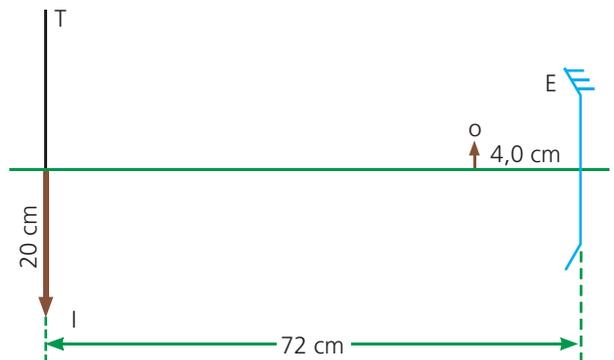
Das afirmativas analisadas, são corretas apenas

- I e II
  - II e III
  - III e IV
  - I e IV
  - II e IV
05. (Unimontes-MG/2014.2) Um biólogo, através de uma lente convergente encostada no olho, observa um inseto com uma ampliação de 5 vezes. Sabendo que a focalização ocular humana é de 25 cm, ou seja, a imagem ampliada deve ser formada a 25 cm de distância do olho, a distância que o inseto deve ficar da lente, em cm, é
- 4,0
  - 5,0
  - 2,5
  - 6,0

06. (Fatec-SP/2015.1) Uma das montagens instaladas no Museu de Ciências de Londres é um jogo de quatro lentes, convergentes e divergentes, com diâmetro aproximado de 30 cm cada, fixadas e distribuídas ao longo de um tubo com 2 m de extensão. O visitante pode movimentá-las livremente, colocando-as em uma posição qualquer desejada ao longo desse tubo (Figura 1), fazendo com que gere uma imagem "fantasmagórica" (Figura 2).



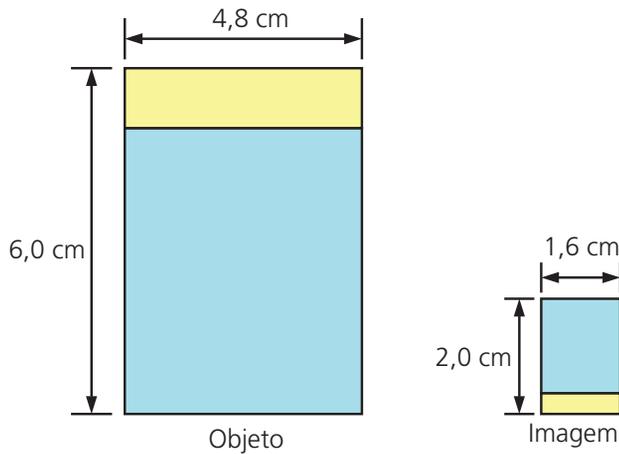
- Certa vez, o visitante Curiosildo posicionou as lentes de tal forma que, ao olhar através delas pelo outro lado da montagem (Figura 3), a sua amiga Maria conseguiu ver a imagem do rosto do amigo em posição direita e ampliada. Assim, é correto afirmar que a imagem formada é classificada como
- real.
  - virtual.
  - imprópria.
  - indefinida.
  - reduzida.
07. (Ricardo Bastos/2018) Entre um espelho côncavo E de distância focal  $f_E = 12$  cm e uma tela de projeção T encontra-se um objeto móvel O de altura 4,0 cm, cuja posição é ajustada até que uma imagem de altura 20 cm se forme sobre a tela, conforme a figura adiante.



- Removendo o espelho e mantendo a posição do objeto, a mesma imagem poderia ser obtida com uma lente
- convergente de distância focal igual a 8,0 cm.
  - divergente de distância focal igual a  $-8,0$  cm.
  - convergente de distância focal igual a 12 cm.
  - divergente de distância focal igual a  $-12$  cm.
  - convergente de distância focal igual a 16 cm.
08. (Fepecs-DF/2011) Um médico analisa uma pequena pinta na mão de uma paciente e, para isso, usa uma lupa, que é essencialmente uma lente delgada simples. Para que o médico possa realizar o seu exame com precisão, é necessário que a imagem seja 3 vezes maior do que o tamanho da pinta. Considerando que a pinta está em um plano paralelo ao plano da lupa e em seu eixo principal, e que a lupa está a uma distância de 2,0 cm da pinta, para que ele obtenha a magnificação necessária, a distância focal da lupa deve ser, em cm, igual a
- 2,0
  - 2,5
  - 3,0
  - 3,5
  - 4,0

09. (Ufam-AM/2005) Um objeto é colocado a 90 cm de uma lente esférica convergente, que produz uma imagem invertida de tamanho igual à metade do tamanho do objeto. Podemos afirmar que a distância focal dessa lente vale
- A) 30 cm
  - B) 60 cm
  - C) 20 cm
  - D) 25 cm
  - E) 45 cm

10. (Fuvest-SP) A figura a seguir mostra, em uma mesma escala, o desenho de um objeto retangular e sua imagem, formada a 50 cm de uma lente convergente de distância focal  $f$ . O objeto e a imagem estão em planos perpendiculares ao eixo óptico da lente. Podemos afirmar que o objeto e a imagem



- A) estão do mesmo lado da lente e que  $f = 150$  cm.
- B) estão em lados opostos da lente e que  $f = 150$  cm.
- C) estão do mesmo lado da lente e que  $f = 37,5$  cm.
- D) estão em lados opostos da lente e que  $f = 37,5$  cm.
- E) podem estar tanto do mesmo lado como em lados opostos da lente e que  $f = 37,5$  cm.

No sistema internacional (SI), a unidade de medida para a vergência  $[V]$  é a dioptria (di).

$$[V] = \frac{1}{[f]} \rightarrow [V] = \frac{1}{m} = m^{-1} = \text{dioptria (di)}$$

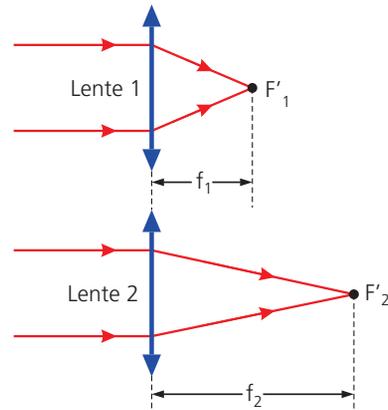


Figura 17.2: A lente 1 apresenta vergência maior que a lente 2

### Equação dos fabricantes de lentes ou Equação de Halley

Seja uma lente côncavo-convexa com raios de curvatura  $R_1$  e  $R_2$ .

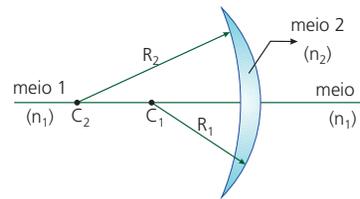


Figura 17.3: Lente côncavo-convexa e seus raios de curvatura.

Seja  $n_1$  e  $n_2$  os índices de refração do meio e da lente, calculamos sua vergência, como se segue:

$$V = \frac{1}{f} = \left( \frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \text{ (Eq. de Halley)}$$

Convenção de sinais:

Fases (R)	$R > 0$ : convexa
	$R < 0$ : côncava
	$R \rightarrow \infty$ : plana

### Verificando o comportamento óptico de uma lente esférica

Conforme visto, o comportamento óptico de uma lente esférica depende não apenas do seu perfil, mas também do índice de refração relativo.

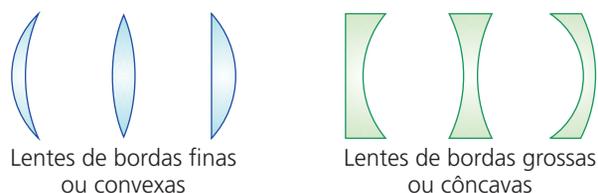


Figura 17.4: Lentes esféricas agrupadas por perfil.

**Aula 17** **Equação dos Fabricantes de Lentes**

C-5 H-17  
C-6 H-22

### Vergência de uma lente

Também conhecida como grau, a vergência ou convergência de uma lente esférica é definida como o recíproco da distância focal e expressa seu poder refrativo.



Figura 17.1: Lupa queimando papel. A luz se concentra em seu foco.

$$V = \frac{1}{f}$$

**Lentes de bordas finas**

Raio da face convexa menor do que o raio da face côncava, isto é:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) > 0$$

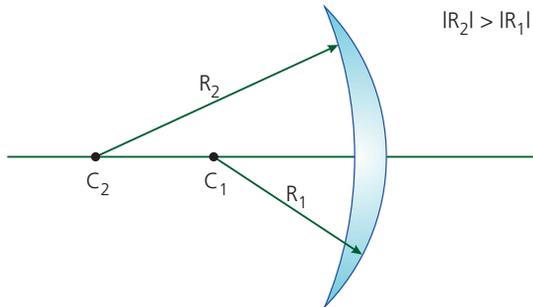


Figura 17.5: Lente côncavo-convexa

- Quando imersa em um meio menos refringente que o seu

$$\left(\frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1\right) > 0$$

$$V = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow V = (-) \cdot (-) \therefore V > 0$$

**Conclusão:**

Lentes de bordas finas, imersas em um meio menos refringente que o seu ( $n_{\text{lente}} > n_{\text{meio}}$ ), são **convergentes**.

- Quando imersa em um meio mais refringente que o seu

$$\left(\frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1\right) < 0$$

$$V = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow V = (+) \cdot (-) \therefore V < 0$$

**Conclusão:**

Lentes de bordas finas, imersas em um meio mais refringente que o seu ( $n_{\text{lente}} < n_{\text{meio}}$ ), são **divergentes**.

**Lentes de bordas grossas**

Raio da face côncava menor do que o raio da face convexa, isto é:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) < 0$$

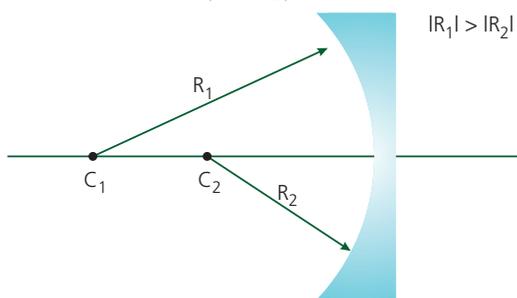


Figura 17.6: Lente convexo-côncava

- Quando imersa em um meio menos refringente que o seu

$$\left(\frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1\right) > 0$$

$$V = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow V = (+) \cdot (-) \therefore V < 0$$

**Conclusão:**

Lentes de bordas grossas, imersas em um meio menos refringente que o seu ( $n_{\text{lente}} > n_{\text{meio}}$ ), são **divergentes**.

- Quando imersa em um meio mais refringente que o seu

$$\left(\frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1\right) < 0$$

$$V = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow V = (-) \cdot (-) \therefore V > 0$$

**Conclusão:**

Lentes de bordas grossas, imersas em um meio mais refringente que o seu ( $n_{\text{lente}} < n_{\text{meio}}$ ), são **convergentes**.

Dos casos assim, podemos deduzir que:

Lente de Bordas	Finas	Grossas
$n_{\text{lente}} > n_{\text{meio}}$	Convergente	Divergente
$n_{\text{lente}} < n_{\text{meio}}$	Divergente	Convergente

**Associação de lentes**

Com quantas lentes se constrói uma câmera fotográfica moderna?

Se você pensou em uma ou duas, veja a figura a seguir:



Figura 17.7: Corte transversal de uma câmera fotográfica

Contou? Pois é... imagine um instrumento óptico mais sofisticado!

Na próxima figura fica ainda mais claro como as lentes são dispostas na câmera.



Figura 17.8: Disposição das lentes em uma câmera fotográfica

Vejam agora como calcular a vergência equivalente em uma associação de lentes.

• Lentes justapostas

Quando duas lentes são justapostas (associadas sem espaçamento), a vergência da associação  $V_R$  é dada pela soma algébrica das vergências de cada lente ( $V_1$  e  $V_2$ ) isoladamente.

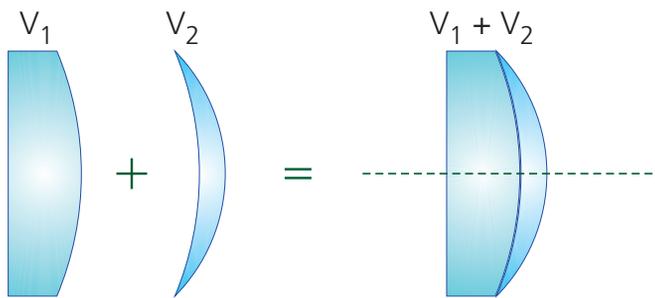


Figura 17.9: Associação de lentes por justaposição

$$V_R = V_1 + V_2$$

• Lentes espaçadas

Considere duas lentes de vergências  $V_1$  e  $V_2$  separadas por uma distância  $d$ , menor que os módulos de suas distâncias focais, isto é,  $d < |f_1|$  e  $d < |f_2|$ .

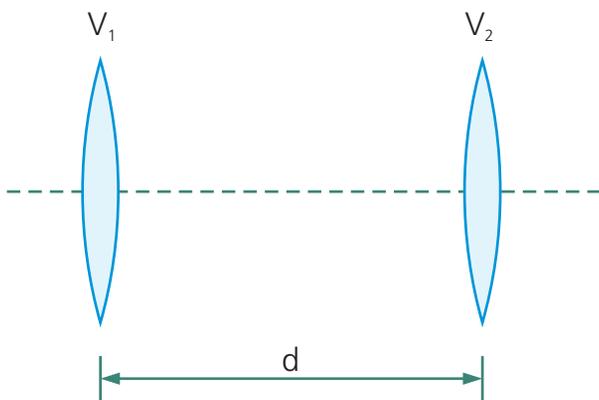


Figura 17.10: Associação de lentes espaçadas

Neste caso, a vergência resultante é:

$$V_R = (V_1 + V_2) - d(V_1 \cdot V_2)$$

Quando  $d = f_1 + f_2$ , o sistema será afocal, isto é, não produzirá desvio angular na luz ( $V_R = 0$ ), como mostra a figura a seguir.

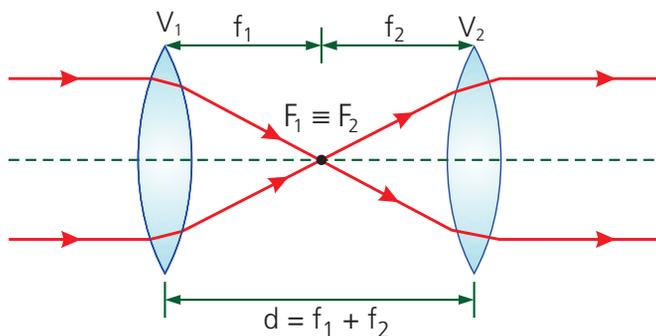


Figura 17.11: Sistema afocal



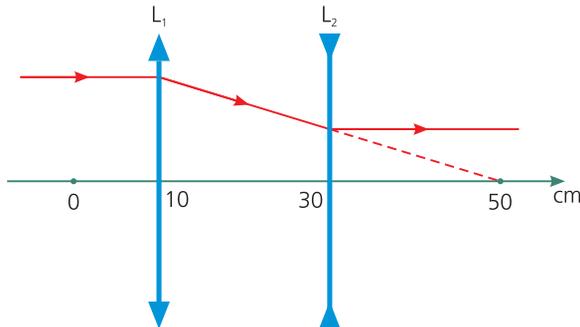
Exercícios de Fixação

- (Unifor-CE/2009.1) Uma lente divergente, cuja vergência é de  $-5,0$  di, conjuga a um objeto real uma imagem quatro vezes menor. Nestas condições, a distância do objeto à lente, em cm, vale  
 A) 60  
 B) 50  
 C) 40  
 D) 30  
 E) 20
- (Ricardo Bastos/2018) Uma lente convexo-côncava construída a partir de um material de índice de refração igual a 1,50 encontra-se imersa em um meio com índice de refração igual a 2,00. Sendo os raios de curvatura iguais, em módulo, a 40 cm e 80 cm, o comportamento óptico da lente e sua vergência, nas condições descritas, são, respectivamente,  
 A) convergente,  $\frac{5}{16}$  di.  
 B) divergente,  $-\frac{5}{16}$  di.  
 C) divergente,  $-\frac{15}{16}$  di.  
 D) convergente,  $\frac{15}{16}$  di.  
 E) divergente,  $-\frac{16}{5}$  di.
- (Mackenzie-SP/2017.1) Considere quatro lentes esféricas delgadas de distância focal  $f_1 = +5,0$  cm,  $f_2 = -10,0$  cm,  $f_3 = +20,0$  cm e  $f_4 = -40,0$  cm. A justaposição de duas lentes terá a maior convergência quando associarmos as lentes  
 A) 1 e 2.  
 B) 2 e 3.  
 C) 1 e 3.  
 D) 2 e 4.  
 E) 1 e 4.
- (Vunesp/Unicid-SP/2006.2) O cristalino é uma lente que permite que as pessoas vejam nitidamente objetos que estão a diversas distâncias, por meio de uma simples variação na sua curvatura. A distância entre o cristalino e a retina (local onde são projetadas as imagens reais) do olho de um adulto é de 2,5 cm, em média. Se a pessoa observa um objeto distante 2,0 m de seu olho, e o vê nitidamente, é porque a vergência de seu cristalino nessa situação é, em dioptrias,  
 A) 40,5  
 B) 8,1  
 C) 4,1  
 D) 0,8  
 E) 0,4
- (Ricardo Bastos/2018) Duas lentes esféricas e delgadas de distâncias focais iguais a 12 cm e 20 cm foram colocadas a 8 cm de distância uma da outra com seus eixos principais coincidindo. A distância focal equivalente da associação é  
 A) 10 cm  
 B) 12 cm  
 C) 15 cm  
 D) 18 cm  
 E) 24 cm



## Exercícios Propostos

01. (UEA-AM/2006) Montamos, no laboratório, um dispositivo óptico que consta de duas lentes esféricas, de maneira que seus eixos principais coincidam. Um raio de luz atravessa o dispositivo como mostrado a seguir:



Observando a colocação das lentes sobre um eixo orientado, quais serão as vergências, em dioptrias, das lentes  $L_1$  e  $L_2$  respectivamente?

- A)  $-2,5$  e  $5$   
 B)  $2,5$  e  $-5$   
 C)  $-5$  e  $-2,5$   
 D)  $-5$  e  $2,5$   
 E)  $4$  e  $-4$
02. (Unicentro-PR/2012.1)



A figura mostra o esquema da associação de duas lentes convergentes  $L_1$  e  $L_2$ , coaxiais, afastadas de uma distância igual a  $0,5$  m. Observa-se que, incidindo na lente  $L_1$  um pincel cilíndrico de luz monocromática com  $2,5$  cm de diâmetro e coincidente com o eixo óptico, emerge da lente  $L_2$  um pincel luminoso cilíndrico com  $10,0$  cm de diâmetro, coincidente com o eixo óptico do sistema.

Com base nas observações, a distância focal da lente  $L_2$ , medida em cm, é igual a

- A) 15  
 B) 20  
 C) 25  
 D) 30  
 E) 40

03. (Unifenas-MG/2014.1) Uma lente de índice de refração igual a  $2$ , imersa no ar, possui uma face côncava, de raio igual a  $20$  cm, e outra, convexa, cujo raio de curvatura vale  $25$  cm. Qual é a vergência da lente?

- A)  $-1$  di  
 B)  $2$  di  
 C)  $-3$  di  
 D)  $4$  di  
 E)  $-5$  di

04. (Ricardo Bastos/2018) Uma gota de água com diâmetro igual a  $5$  mm fixa-se a uma folha formando uma semiesfera. Considerando o índice de refração da água igual a  $5/4$ , a distância focal da lente plano-convexa obtida é

- A)  $1,00$  mm  
 B)  $2,00$  mm  
 C)  $5,00$  mm  
 D)  $1,00$  cm  
 E)  $2,00$  cm

05. (Ricardo Bastos/2018) Uma lente côncavo-convexa, cujas faces têm raios iguais a  $10$  cm e  $25$ , cm apresenta vergência  $+3$  di quando imersa em um meio cujo índice de refração é de  $1,5$ . Nestas condições, o índice de refração do material de que a lente é feita vale

- A)  $3,00$   
 B)  $2,50$   
 C)  $2,25$   
 D)  $2,00$   
 E)  $1,75$

06. (Vunesp/FMTM-MG/2002.2) A face convexa de uma lente de vidro plano-convexa possui um raio de curvatura de  $6,0$  cm. Sendo o índice de refração do vidro igual a  $1,5$ , a distância focal da lente será, em cm, igual a

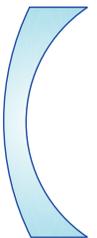
- A)  $1,5$   
 B)  $6,0$   
 C)  $8,0$   
 D)  $10,5$   
 E)  $12,0$

07. (UFTM-MG/2005.2) Uma lente delgada convexo-côncava, de vidro *flint*, com índice de refração  $n = 1,6$ , encontra-se imersa no ar. Se o raio de sua superfície côncava é igual a  $20,0$  cm e sua vergência  $C = -1,8$  di, o raio da superfície convexa tem valor, em cm, igual a

- A)  $-30,0$   
 B)  $-20,0$   
 C)  $-10,0$   
 D)  $+20,0$   
 E)  $+50,0$

08. (UFU-MG) Duas lentes delgadas e convergentes, de distâncias focais  $f_1 = 10$  cm e  $f_2 = 40$  cm, foram justapostas para se obter uma maior vergência. A convergência obtida com essa associação é, em dioptrias,

- A) 2  
 B)  $0,125$   
 C) 8  
 D)  $12,5$   
 E) 50



09. (Unifesp-SP/2005) Tendo em vista que as lentes são, na prática, quase sempre usadas no ar, a equação dos fabricantes de lentes costuma ser escrita na forma:  $C = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ .

Nessas condições, pode-se afirmar que a convergência de uma lente plano-convexa, de índice de refração  $n = 1,5$  e cujo raio da face convexa é  $R = 20$  cm, é

- A) 0,50 di
- B) 1,0 di
- C) 1,5 di
- D) 2,0 di
- E) 2,5 di

10. (AFA/2012) A figura 1 ilustra o que o observador visualiza quando este coloca uma lente delgada côncavo-convexa a uma distância  $d$  sobre uma folha de papel na qual está escrita a palavra LENTE.



figura 1

figura 2

Justapondo-se uma outra lente delgada à primeira, mantendo esta associação à mesma distância  $d$  da folha, o observador passa a enxergar, da mesma posição, uma nova imagem, duas vezes menor, como mostra a figura 2.

Considerando que o observador e as lentes estão imersos em ar, são feitas as seguintes afirmativas.

- I. A primeira lente é convergente;
- II. A segunda lente pode ser uma lente plano-côncava;
- III. Quando as duas lentes estão justapostas, a distância focal da lente equivalente é menor do que a distância focal da primeira lente.

São corretas

- A) I e II, apenas.
- B) I e III, apenas.
- C) II e III, apenas.
- D) I, II e III.



### Fique de Olho

[http://www.zeiss.com.br/vision-care/pt\\_br/better-vision/entendendo-a-visao/lentes-e-solucoes-para-seus-problemas-de-visao/como-as-lentes-sao-feitas.html](http://www.zeiss.com.br/vision-care/pt_br/better-vision/entendendo-a-visao/lentes-e-solucoes-para-seus-problemas-de-visao/como-as-lentes-sao-feitas.html)

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Edmond\\_Halley](https://pt.wikipedia.org/wiki/Edmond_Halley)

<http://www.infoescola.com/optica/equacao-do-fabricante-de-lentes/>

## Aula 18

### Instrumentos Ópticos

C-5	H-17
C-6	H-22

### Introdução

Utilizados para enxergar os extremos inacessíveis à nossa visão – o micro e o macrouniverso –, os instrumentos ópticos constituem-se em poderosas ferramentas investigativas nas ciências, em especial na Medicina e na Astronomia.



Figura 18.1: Bactérias vistas através de um microscópio.



Figura 18.2: Nuvem de Magalhães vista através do telescópio Hubble.

Para fins didáticos, os instrumentos ópticos são agrupados em: Instrumentos de projeção e Instrumentos de observação, que desenvolvemos nos tópicos a seguir.

### Instrumentos de projeção

Denominamos de instrumentos de projeção aqueles que fornecem uma imagem real do objeto em análise, necessitando assim de uma "tela" ou anteparo para sua projeção.

Esse anteparo pode ser uma parede, um filme sensível à luz ou mesmo à retina (no caso do olho). São exemplos de instrumentos de projeção a câmera fotográfica e o projetor de slides.

### Câmera fotográfica

Tendo como base uma câmara escura e uma lente convergente, as primeiras câmeras fotográficas tinham o aspecto da figura a seguir.



Figura 18.3: Câmera fotográfica antiga

No início (por volta de 1820), as fotografias eram em preto e branco. Apenas um século depois os filmes coloridos surgiram.



Figura 18.4: Câmera fotográfica moderna

Atualmente, as câmeras fotográficas têm aposentado os filmes fotográficos e em seu lugar são usados sensores capacitivos ou dispositivos de carga acoplada (CCD: *charge-coupled device*).



Figura 18.5: Corte transversal de uma câmera fotográfica

Embora ultrapassados, os filmes fotográficos ainda são usados por alguns fotógrafos profissionais, em virtude de sua qualidade superior quando comparados às fotos digitais.

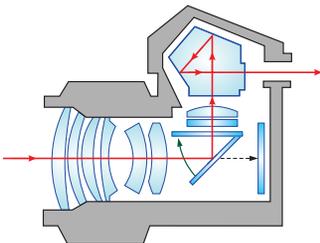


Figura 18.6: O caminho da luz em uma câmera fotográfica

O esquema a seguir mostra, de forma extremamente simplificada, o funcionamento de uma câmera fotográfica.

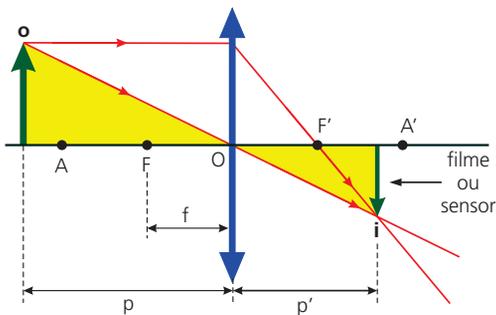


Figura 18.7: Esquema de uma câmera fotográfica

É interessante notar que, em virtude da posição em que a imagem se forma ser sempre a mesma (filme fixo), o ajuste das posições objeto ( $p$ ) e imagem ( $p'$ ) é feito a partir do deslocamento da lente, que pode ser manual ou automático.

### Projedor de slides

Contando com um sistema convergente e uma lâmpada de altíssima potência, o projetor de slides, bem como o retroprojetor, é um exemplo de instrumento de projeção.



Figura 18.8: Projetor de slides (diapositivos)

De maneira muito simplificada, o funcionamento do projetor de slides é mostrado no esquema a seguir.

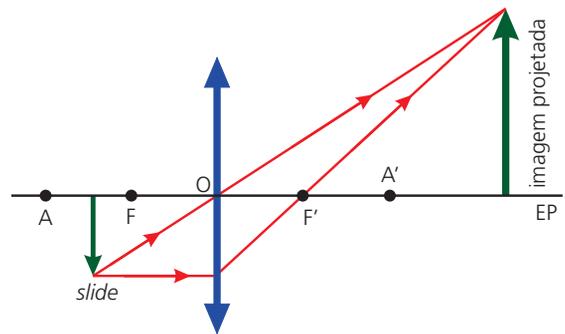


Figura 18.9: Esquema de um projetor de slides

### Instrumentos de observação

Definimos como instrumentos de observação aqueles que conjugam uma imagem final virtual em relação ao objeto.

São exemplos de instrumentos de observação o microscópio simples (lupa ou lente de aumento), o microscópio composto e a luneta.

### Microscópio simples (lupa)

Constituída por uma única lente convergente, a lupa, microscópio simples ou lente de aumento, é o mais simples dos instrumentos de observação.



Figura 18.10: Lente de aumento (lupa)

Esquemáticamente, o comportamento de uma lupa pode ser descrito como se segue.

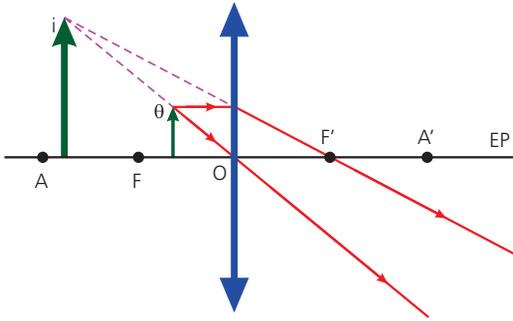


Figura 18.11: Esquema de uma lupa

Para o correto funcionamento da lupa, o objeto tem que estar, necessariamente, entre o foco e o centro óptico!

### Microscópio composto ou óptico

Sua invenção revolucionou as ciências médicas, tornando possível a investigação das unidades fundamentais da vida – as células –, bem como os micro-organismos que até hoje a ameaçam, como vírus e bactérias.



Figura 18.12: Microscópio óptico moderno

O esquema a seguir mostra o funcionamento de um microscópio óptico.

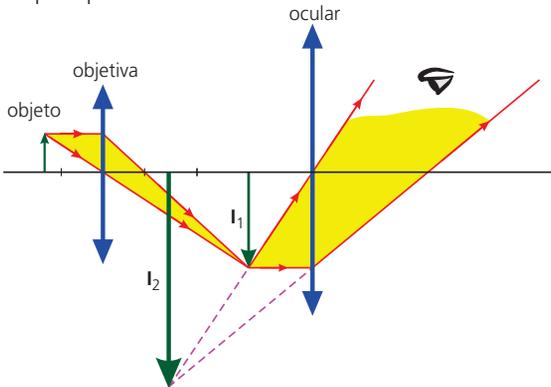


Figura 18.13: Esquema de um microscópio óptico

### Aumento linear transversal total ( $A_{total}$ )

É dado pela razão entre os módulos da ordenada da imagem final ( $i_2$ ) e do objeto ( $o$ ):

$$A = \frac{i_2}{o}$$

Outra expressão, mais importante ainda, é mostrada a seguir:

$$A = \frac{i_2}{o} \cdot \left(\frac{i_1}{i_1}\right) \Rightarrow A = \left(\frac{i_1}{o}\right) \cdot \left(\frac{i_2}{i_1}\right)$$

Onde,  $A_{objetiva} = \left(\frac{i_1}{o}\right)$  e  $A_{ocular} = \left(\frac{i_2}{i_1}\right)$ .

Deste modo, chegamos à conclusão de que o aumento linear transversal total do microscópio óptico é o produto dos aumentos lineares transversais da lente objetiva e ocular, isto é:

$$A_{total} = A_{objetiva} \cdot A_{ocular}$$

### Luneta astronômica ou telescópio refrator

Lunetas são instrumentos ópticos utilizados para a observação de objetos distantes.

Na figura a seguir, temos um exemplo de luneta utilizada para observar corpos celestes.



Figura 18.14: Luneta astronômica ou telescópio refrator

De modo simplificado, a luneta astronômica é composta por duas lentes convergentes associadas, como na figura a seguir.

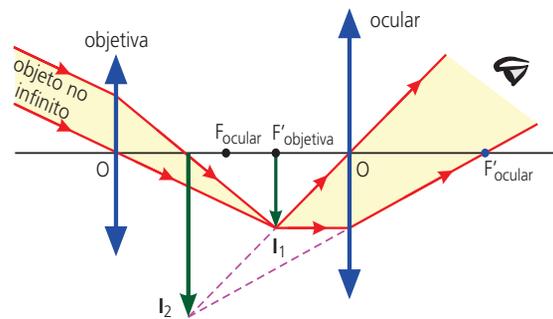


Figura 18.15: Esquema de um telescópio refrator

### Aumento visual ou angular (G)

Diferentemente do microscópio composto, não se define aumento linear transversal para a **luneta**, mas sim **aumento visual** ou **angular (G)**, que é a razão entre os ângulos visuais sob os quais a imagem final é vista com a luneta ( $\theta'$ ) e o ângulo visual, segundo o qual o objeto é visto a olho nu ( $\theta$ ).

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

Outra expressão também utilizada na determinação do aumento visual é a que se segue:

$$G = \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta}$$

Esta última nos permite chegar a outra expressão, ainda mais importante para as condições usuais de observação, ou seja, quando a lente ocular é ajustada até que o seu foco principal objeto ( $F'_{ocular}$ ) coincida com o foco principal imagem da lente objetiva ( $F'_{objetiva}$ ). Neste caso, a **luneta** é dita **afocal!**

$$G = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}$$

### Luneta terrestre (luneta de Galileu)



Figura 18.16: Luneta terrestre

Como vimos anteriormente, a luneta astronômica conjuga uma imagem final invertida e, deste modo, surge um inconveniente quando queremos observar um objeto distante situado na Terra. A fim de contornar esse "problema", a luneta terrestre utiliza como ocular uma lente divergente, como mostrado no esquema a seguir.

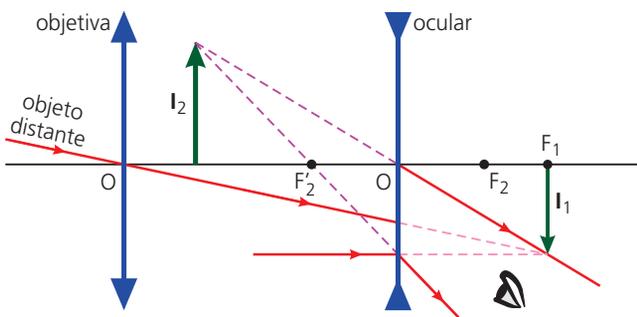


Figura 18.17: Esquema de uma luneta terrestre

### Telescópio refletor (telescópio de Newton)

Concebido por Isaac Newton, o telescópio refletor, ou simplesmente telescópio óptico, possui como objetiva um espelho curvo (geralmente parabólico), um espelho plano direcionador e uma lente convergente como ocular.

Na figura a seguir mostramos, de forma simplificada, um telescópio óptico.

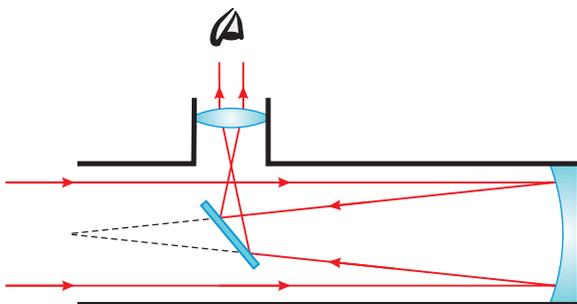


Figura 18.18: Esquema de um telescópio óptico

A grande vantagem desse telescópio em relação ao seu antecessor, o telescópio refrator, é o fato do primeiro usar um espelho curvo como objetiva, reduzindo assim as aberrações cromáticas, como veremos adiante.

Um dos mais famosos telescópios ópticos, lançado nos idos de 1990 e ainda em atividade, é o telescópio espacial Hubble, mostrado na figura a seguir.



Figura 18.19: Telescópio espacial Hubble

### Aberração cromática

Denominamos de aberração cromática a dispersão da luz policromática, como a luz branca, ao ser refratada por dioptros (lentes ou prismas), causando falta de nitidez das imagens observadas, como mostra a figura adiante.

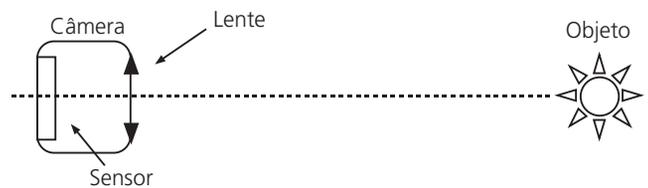


Figura 18.20: Aberração cromática

Para atenuarmos essa distorção associam-se várias lentes.

## Exercícios de Fixação

01. (Fuvest-SP/2018) Câmeras digitais, como a esquematizada na figura, possuem mecanismos automáticos de focalização.



Em uma câmera digital que utilize uma lente convergente com 20 mm de distância focal, a distância, em mm, entre a lente e o sensor da câmera, quando um objeto a 2 m estiver corretamente focalizado, é, aproximadamente,

- A) 1
- B) 5
- C) 10
- D) 15
- E) 20

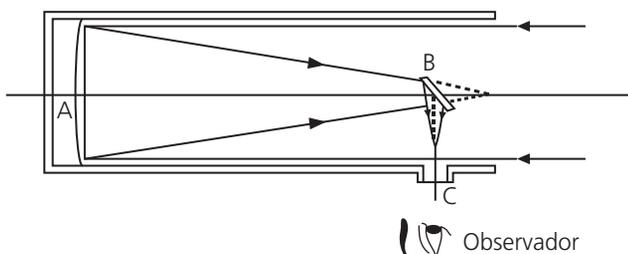


**Exercícios Propostos**

02. (SM-RJ/2014.1) Com o auxílio de um projetor consegue-se projetar a imagem nítida de um *slide* em uma parede distante 2,10 m do sistema de lentes do projetor. Para isso, é necessário ajustar a distância focal do sistema de lentes para 0,10 m. A área do *slide* é 9 cm<sup>2</sup>. Nesse caso, a área da imagem do *slide* projetado na parede é
- 180 cm<sup>2</sup>
  - 360 cm<sup>2</sup>
  - 900 cm<sup>2</sup>
  - 1 800 cm<sup>2</sup>
  - 3 600 cm<sup>2</sup>

03. (Cefet-RJ/2013) O telescópio newtoniano, diferentemente do telescópio que utiliza apenas lentes de aumento para aproximar as imagens, usa um espelho esférico (ou parabólico para captar a luz). A imagem refletida pelo espelho é captada por uma lente objetiva, que é responsável pelo foco.

A figura a seguir é uma representação do telescópio newtoniano.



- Os elementos ópticos indicados por A, B e C são, respectivamente,
- um espelho côncavo, um espelho plano e uma lente convergente.
  - uma lente convergente, um espelho plano e um espelho convexo.
  - um espelho plano, uma lente divergente e um espelho côncavo.
  - um espelho plano, um espelho côncavo e uma lente convergente.

04. (Ricardo Bastos/2019) Um microscópio óptico composto por duas lentes convergentes de distâncias focais iguais a 2,0 cm e 16 cm, dispostas a 25 cm de distância uma da outra, foi utilizado para visualizar um ácaro adulto de comprimento igual a 0,5 mm. Colocando a lente objetiva a 2,5 cm do ácaro, este será visto com altura igual a
- 1,6 cm
  - 2,4 cm
  - 3,2 cm
  - 3,6 cm
  - 4,0 cm

05. (Ricardo Bastos/2018) Apesar de Galileu Galilei (1564-1642) não ter sido o inventor da luneta, foi ele o responsável por aperfeiçoá-la e observar o céu em 1609, confirmando o modelo heliocêntrico de Copérnico. Na base da tentativa e erro ele conseguiu expandir a capacidade da versão original que importara da Holanda de 3 vezes para 30. Considerando que ele tenha usado como objetiva uma lente convergente de distância focal 900 mm, a distância focal da lente ocular e a natureza da imagem final eram, respectivamente,
- 30 mm e direita.
  - + 30 mm e direita.
  - 90 mm e invertida.
  - 90 mm e direita.
  - 60 mm e direita.

01. (Uema-MA/2014) A construção do microscópio composto ou binocular por Robert Hooke, em 1663, permitiu a visualização de estruturas até então desconhecidas pelos cientistas, a partir da utilização de lentes de grande aumento. Com o advento da microscopia, os pesquisadores, após vários estudos em muitos tipos de plantas e animais, lançaram a ideia de que todos os seres vivos são formados por pequenas unidades chamadas células. Essa constatação foi possível graças à possibilidade gerada pela combinação de duas partes (A e C) do microscópio óptico.

O sistema de lentes A e C, responsável pelo aumento final de uma célula, é chamado, respectivamente, de

- diafragma e condensador.
- objetiva e condensador.
- condensador e ocular.
- ocular e diafragma.
- ocular e objetiva.



Reprodução/Uema-MA 2014

02. (Fazu-MG/2010.1) O ano de 2009 é considerado o Ano Internacional da Astronomia em comemoração aos 400 anos das grandes descobertas obtidas por Galileu. Essas descobertas só puderam acontecer devido à sua luneta. Outros objetos de observação já existiam em 1609, porém, com a luneta desenvolvida por Galileu, maiores detalhes dos astros podiam ser observados. Enquanto a luneta de Galileu produzia um aumento de 20 vezes, as outras existentes na época produziam um aumento de apenas três vezes. As lunetas fabricadas por Galileu eram compostas por duas lentes: uma objetiva convergente e uma ocular divergente.



Reprodução/fazu-MG 2010.1

Disponível em: <[www.sciencemuseum.org.uk](http://www.sciencemuseum.org.uk)>

- Sabendo que essas lentes tinham um índice de refração maior que o do ar, podemos afirmar que elas tinham, respectivamente,
- bordas finas e espessas.
  - bordas finas e finas.
  - bordas espessas e finas.
  - bordas espessas e espessas.
  - as bordas das lentes não interferem na vergência das lentes.

03. (Uern/2009) Uma câmara fotográfica deve produzir, sobre o filme, a imagem de um objeto real situado a 50,0 cm da lente. Sabendo-se que a imagem é 10 vezes menor do que o objeto e levando-se em conta o referencial de Gauss, é correto afirmar que a
- lente utilizada é divergente.
  - abscissa da imagem é igual a - 5,0 cm.
  - distância entre o filme e a lente é igual a 60,0 cm.
  - abscissa focal é, aproximadamente, igual a 4,5 cm.

04. (Ricardo Bastos/2019) Um instrumento óptico equipado com uma lente convergente de distância focal igual a 5,0 cm é utilizado para projetar imagens de objetos situados a 6,0 cm de distância da lente.

A que distância do projetor deverá estar colocada a tela para que a imagem seja nítida?

- A) 10 cm
- B) 15 cm
- C) 30 cm
- D) 60 cm
- E) 90 cm

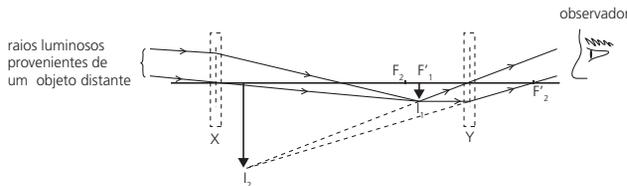
05. (Ricardo Bastos/2019) Uma luneta astronômica de aumento visual igual a 20 vezes sofreu uma queda e sua lente objetiva trincou.

Para efetuar a troca desta lente, sem alterar a resolução do instrumento, um estudante resolveu desmontar a luneta e calcular a distância focal da lente ocular, encontrando 12 cm. Logo, a lente objetiva deve possuir distância focal igual a

- A) 24 cm
- B) 48 cm
- C) 60 cm
- D) 120 cm
- E) 240 cm

06. (UFRN/2008) O telescópio refrator é um sistema óptico constituído, basicamente, de duas lentes: a objetiva, cuja função é formar uma imagem real e reduzida do objeto em observação,  $I_1$ , nas proximidades do foco,  $F_1'$ , e a ocular, que usa essa imagem como objeto, nas proximidades de seu foco,  $F_2$ , para formar uma imagem virtual e ampliada,  $I_2$ . Esta última é a imagem do objeto vista pelo observador.

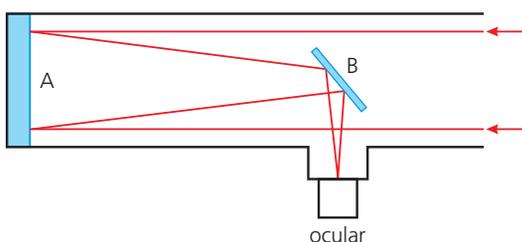
A figura a seguir representa um desses telescópios, no qual as duas lentes se acham localizadas nas posições correspondentes aos retângulos X e Y.



As lentes objetiva (X) e ocular (Y) que melhor se adaptam a esse telescópio devem ser

- A) ambas convergentes.
- B) ambas divergentes.
- C) respectivamente convergente e divergente.
- D) respectivamente divergente e convergente.

07. (UFU-MG/2011.2) Atualmente, há diversos tipos de telescópios no mercado. Apesar de suas especificidades, todos funcionam com base em princípios fundamentais da Óptica. No esquema abaixo, há representação da trajetória que os raios de luz fazem em um telescópio conhecido como newtoniano, desde o instante em que incidem no espelho na posição A, passam pelo espelho na posição B e chegam à ocular.



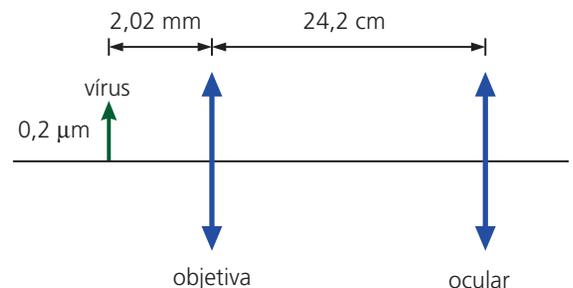
É correto afirmar que os espelhos das posições A e B empregados nesse telescópio, assim como as propriedades físicas que possuem e que foram empregadas nesse instrumento são, respectivamente:

- A) O espelho da posição A é côncavo, e os raios que nele incidem refletem segundo o mesmo ângulo de incidência; o espelho da posição B é convexo, e os raios que nele incidem refletem convergindo para seu foco.
- B) O espelho da posição A é convexo, e os raios que nele incidem refletem convergindo para seu foco; o espelho da posição B é côncavo, e os raios que nele incidem refletem convergindo para seu foco.
- C) O espelho da posição A é convexo, e os raios de luz que nele incidem em seu vértice refletem passando pelo seu centro de curvatura; o espelho da posição B é plano, e os raios de luz que nele incidem refletem segundo o mesmo ângulo de incidência.
- D) O espelho da posição A é côncavo, e os raios de luz que nele incidem refletem convergindo para seu foco; o espelho da posição B é plano, e os raios de luz que nele incidem refletem segundo o mesmo ângulo de incidência.

08. (Vunesp/Uncisal-AL/2007.1) Um microscópio composto, utilizado em laboratório de análises clínicas, permite ao técnico observar pequenos detalhes do material da amostra em estudo. Seu sistema óptico é constituído de duas lentes: a objetiva e a ocular. Pode-se afirmar que

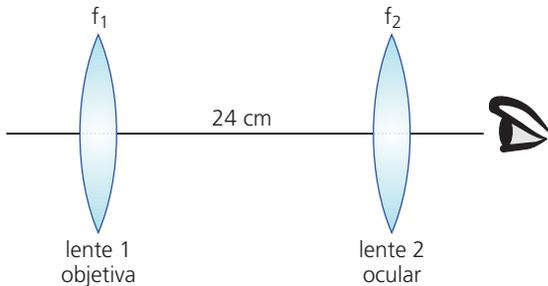
- A) as duas lentes são convergentes.
- B) as duas lentes são divergentes.
- C) as duas lentes têm vergência negativa.
- D) a objetiva é convergente, e a ocular, divergente.
- E) a objetiva é divergente, e a ocular, convergente.

09. (UFMA) O microscópio composto é largamente usado na biologia, medicina e outras ciências, para observação de objetos de tamanho pequeno. A parte óptica desse microscópio é constituída, basicamente, de duas lentes: a objetiva e a ocular. Considere, então, o microscópio esquematizado na figura a seguir, que tem um aumento linear total, em módulo, de 500 vezes, e a objetiva tem um foco  $F_{obj} = 2 \text{ mm}$ . Quando esse microscópio for usado para observar um vírus de  $0,2 \mu\text{m}$ , situado a  $2,02 \text{ mm}$  da objetiva, a que distância da ocular o observador enxergará a imagem do vírus?



- A) 18 cm
- B) 14 cm
- C) 32 cm
- D) 25 cm
- E) 20 cm

10. (Ufes) Um microscópio é construído com a associação das lentes 1 e 2 indicadas na figura, em que as distâncias focais da objetiva e da ocular são, respectivamente,  $f_1 = 4$  cm e  $f_2 = 8$  cm. As lentes estão separadas de uma distância  $d = 24$  cm. Um observador, olhando através da lente 2, vê a imagem de um objeto formada no infinito. Nesse caso, a distância entre o objeto e a lente 1, em cm, é igual a



- A)  $\frac{1}{24}$
- B)  $\frac{1}{16}$
- C)  $\frac{1}{8}$
- D)  $\frac{1}{4}$
- E)  $\frac{16}{3}$

**Seção Videoaula**



**Instrumentos Ópticos**

**Aula 19**

**Óptica da Visão**

C-5 H-17

C-6 H-22

**Introdução**

De todos os instrumentos ópticos anteriormente estudados, o olho humano é sem dúvida o mais fascinante e, de longe, o mais complexo.



Figura 19.1: Olho humano

Embora pequeno (cerca de 2,0 cm de diâmetro) e leve (pouco mais de 7,0 g), ele pode ser considerado uma sofisticada câmara com um conjunto óptico de foco ajustável e alto poder refrativo. O olho conta também com sensores que permitem a visão colorida em ambientes claros ou em tons de cinza para ambientes pouco iluminados.

**Anatomia do olho**

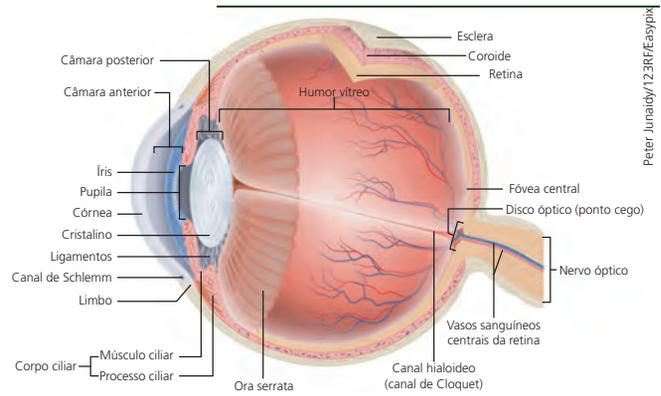


Figura 19.2: Anatomia do olho humano

Para o nosso estudo, destacaremos as seguintes estruturas:

**• Córnea**

Responsável por quase 70% da capacidade refrativa do olho, a córnea é uma lente convergente fixa com vergência aproximada de + 40 di.

Em condições normais, as pálpebras e canais lacrimais mantêm essa lente sempre limpa e pronta para o uso.

**• Íris e pupila (menina dos olhos)**

Posicionada entre a córnea e o cristalino, a íris é uma de nossas assinaturas, com cores e traços únicos, como as digitais.

A pupila é o orifício central da íris. Com diâmetro variável, regula a quantidade de luz que atinge a retina.

**• Cristalino**

É uma lente biconvexa, com mais ou menos + 20 di. Diferentemente da córnea, o cristalino tem espessura ajustável, graças à ação dos músculos ciliares.

**Cristalino**

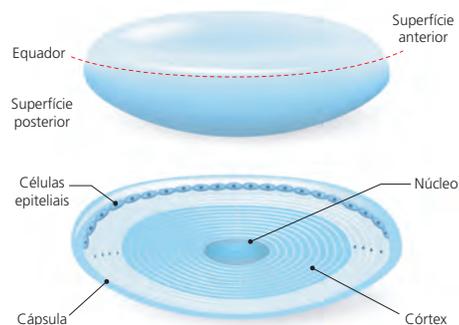


Figura 19.3: Cristalino em detalhes

**• Retina**

É a parte do olho responsável pela formação das imagens. A retina contém aproximadamente 120 milhões de fotorreceptores, entre cones (visão colorida) e bastonetes (visão noturna), como mostra a figura a seguir.

**ESTRUTURA DA RETINA**

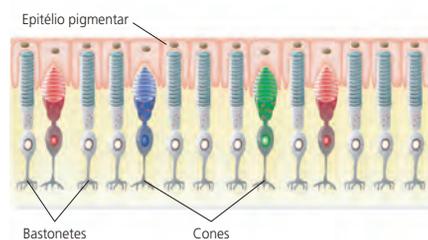


Figura 19.4: Estrutura da retina

É importante frisar que os cones são especializados em captar apenas comprimentos de onda de cores primárias, ou seja, vermelho, azul e verde.

Assim, a visão colorida é dada pela soma das intensidades das cores captadas por cada um desses fotorreceptores, de maneira análoga aos *pixels* em uma tela de *smartphone*.

**• Modelo simplificado do olho**

Para simplificar nosso estudo vamos substituir a córnea e o cristalino por lentes convexas, conforme a figura adiante.

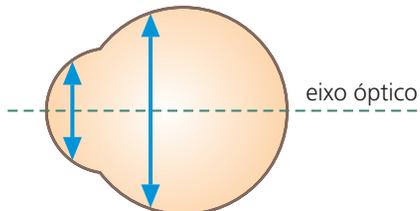


Figura 19.5: Modelo simplificado do olho

**Acomodação visual**

Assim como a câmera de um *smartphone* que ajusta seu foco automaticamente, os olhos contam com os músculos ciliares que atuam sobre o cristalino alterando sua curvatura e, conseqüentemente seu foco, garantindo uma visão nítida de objetos próximos ou afastados.

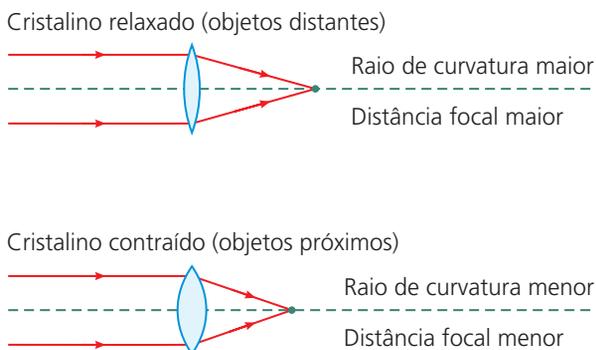


Figura 19.6: Acomodação visual

**Olho emétrepe**

Dizemos que um olho é emétrepe quando as imagens conjugadas pelo conjunto córnea-cristalino se formam exatamente sobre a retina.

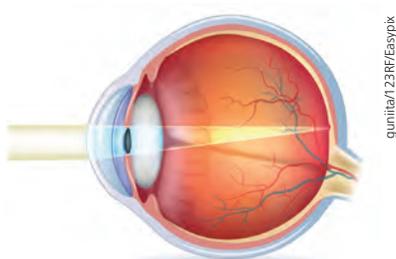


Figura 19.7: Olho emétrepe ou normal

Para um olho emétrepe destacam-se os seguintes pontos:

**• Ponto próximo (PP)**

Corresponde à menor distância que uma pessoa pode enxergar nitidamente, com máxima contração dos músculos ciliares.

O ponto próximo para um indivíduo adulto é de cerca de 25 cm, medidos a partir de seus olhos.

**• Ponto remoto (PR)**

Representa o ponto mais afastado, onde se pode ver nitidamente um objeto. Adota-se como ponto remoto para um indivíduo emétrepe o infinito.

**• Amplitude de acomodação (a)**

Representa a diferença entre as vergências do conjunto óptico córnea-cristalino e é dada pela expressão a seguir:

$$a = \left( \frac{1}{d_{pp}} - \frac{1}{d_{pr}} \right)$$

Onde  $d_{pp}$  e  $d_{pr}$  são as distâncias mínima (PP) e máxima (PR) de visão distinta, respectivamente.

Para um olho emétrepe, a amplitude de acomodação vale:

$$a_{EMÉTROPE} = \left( \frac{1}{0,25} - \frac{1}{\infty} \right) = 4 \text{ di}$$

**Ametropias**

Denominamos de ametropia à perda da capacidade de produzir imagens nítidas a partir de objetos próximos e/ou distantes.

Embora a correção definitiva das ametropias seja feita por meio de procedimentos cirúrgicos, o portador destas deficiências pode voltar a enxergar nitidamente mediante o uso de lentes, que costumam ser chamadas de corretivas, como veremos a seguir.

**• Miopia (olho alongado)**

Denomina-se miopia à dificuldade para enxergar nitidamente objetos distantes.

Em um olho míope a imagem se forma antes da retina e, por esse motivo o portador desta deficiência necessita reduzir a vergência total do olho, o que pode ser feito por meio de cirurgia refrativa ou o uso de lentes divergentes.



Figura 19.8: Corrigindo a miopia

A figura adiante ilustra como um míope vê objetos a diferentes distâncias.



Figura 19.9: À esquerda visão normal, à direita visão míope

Observe como as imagens vão ficando cada vez mais embaçadas conforme o objeto se afasta.

**Lente corretiva para miopia**

Portadores de miopia podem enxergar nitidamente objetos distantes utilizando-se de lentes divergentes (ou negativas), cuja vergência (V) ou grau é dado por:

$$V_{\text{miope}} = -\left(\frac{1}{d_{\text{PR}}}\right)$$

Onde  $d_{\text{PR}}$  é a distância máxima de visão distinta (ponto remoto).

• **Hipermetropia (olho encurtado)**

Ao contrário da miopia, a hipermetropia é a falta de nitidez para a visão de objetos próximos.

O conjunto óptico de um olho hipermetrope não tem vergência suficiente para projetar a imagem sobre a retina e, por esse motivo, necessita acrescentar vergência ao sistema, o que pode ser feito por meio de cirurgia refrativa ou o uso de lentes convergentes.



Figura 19.10: Corrigindo a hipermetropia

Na figura a seguir podemos compreender melhor como um hipermetrope enxerga.



Figura 19.11: À esquerda visão normal, à direita visão hipermetrope

**Lente corretiva para hipermetropia**

Portadores de hipermetropia podem enxergar nitidamente objetos próximos utilizando-se de lentes convergentes (ou positivas), cuja vergência (V) ou grau é dado por:

$$V_{\text{hipermetrope}} = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{d_{\text{pp}}}$$

Onde  $d_{\text{pp}}$  é a distância mínima de visão distinta (ponto próximo).

• **Presbiopia (vista cansada)**

Também conhecida como vista cansada, a presbiopia está relacionada ao crescimento do cristalino e à redução de sua elasticidade.

Costuma se manifestar por volta dos 40 anos e afeta mais acentuadamente a visão para perto, exigindo assim, óculos para leitura.



Figura 19.12: Visão de um portador de presbiopia

Por apresentar sintomas análogos aos da hipermetropia, sua correção é feita com o uso de lentes convergentes.

• **Astigmatismo**

É provocado por irregularidades na curvatura da córnea, dificultando a formação de imagens nítidas.

Ao invés de um ponto focal, a córnea do astigmata produz vários pontos na retina, como mostra a figura.



Figura 19.13: Corrigindo o Astigmatismo

Com isso, a imagem final sobre a retina será embaçada, tanto para perto quanto para longe, como vemos na próxima figura.



Figura 19.14: Visão de um astigmata

**Lente corretiva para astigmatismo**

Os portadores de astigmatismo necessitam de lentes cilíndricas para poderem enxergar nitidamente

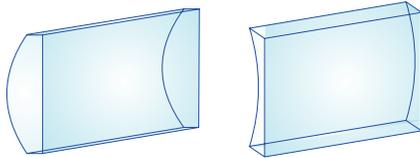


Figura 19.15: Lentes cilíndricas

**Outros problemas de visão**

Além das ametropias, cujas causas estão relacionadas com a vergência da córnea e/ou cristalino uma pessoa pode apresentar também.

• **Estrabismo**

É o desalinhamento dos eixos oculares, devido a problemas relacionados aos músculos que movimentam os olhos.

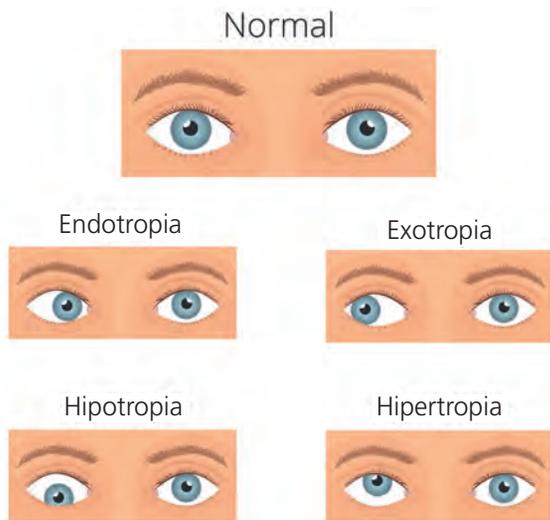


Figura 19.16: Tipos de estrabismo

Dentre os sintomas relatados por indivíduos estrábicos estão a visão dupla e dores de cabeça, além de torcicolo pelo excesso de esforço na tentativa de conseguir uma imagem melhor.

Pessoas com diabetes, doenças neurológicas ou portadores de hipermetropia agressiva podem desenvolver o problema.

Quando tratada no início, as chances de cura são muito boas, o adiamento no tratamento pode resultar em perda da visão do olho com desvio.

**Lente corretiva para estrabismo**

O portador de estrabismo pode usar lentes prismáticas para amenizar o problema.

• **Glaucoma**

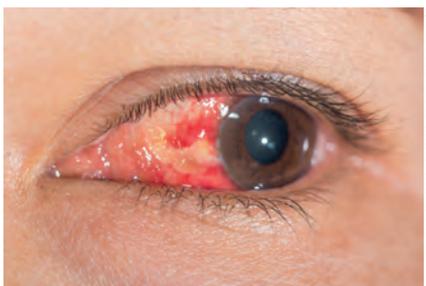


Figura 19.17: Aspecto de um olho com Glaucoma

Responsável pela maioria dos casos de cegueira irreversível, o Glaucoma é uma doença relacionada ao aumento da pressão intraocular (PIO), pressionando e, eventualmente, matando o nervo óptico.

A evolução da doença costuma ser lenta e silenciosa, ou seja, assintomática. Apenas após meses ou até anos, os portadores de Glaucoma começam a apresentar seus sintomas mais comuns: diminuição do campo visual, visão embaçada, dores de cabeça e, sem o correto tratamento: perda da visão.

Os fatores de risco para o desenvolvimento de Glaucoma incluem: Hereditariedade, traumas e inflamações no olho, uso prolongado de antialérgicos como Prednisona e Dexametasona, hipertensão arterial e miopia acentuada, muito comum em indivíduos acima dos 60 anos.

O tratamento para o Glaucoma é feito com o uso de fármacos para reduzir a PIO ou cirurgia.

• **Daltonismo**

De origem, quase sempre hereditária, genética, o Daltonismo é uma deficiência nos cones, fotorreceptores especializados em captar diferentes comprimentos de onda da luz visível (cores).

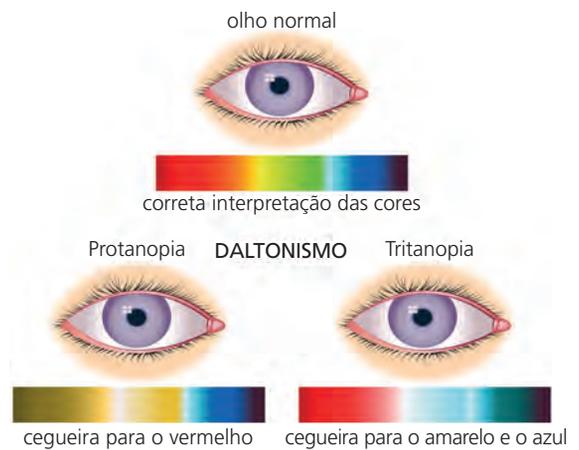


Figura 19.18: Espectro luminoso visto por um portador de Daltonismo

O daltonismo pode se manifestar também em portadores de outras doenças como Mal de Parkinson, Alzheimer, Esclerose múltipla, Diabetes, Glaucoma e Leucemia.

Estudos mostram que o uso de medicamentos para pressão alta, disfunção erétil, infecções e distúrbios nervosos podem alterar também a percepção de cores.

Uma forma de identificar o Daltonismo é por meio de testes, como o de Ishihara, mostrado na figura a seguir.

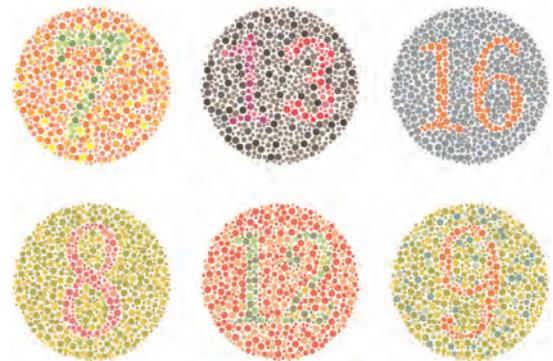


Figura 19.19: No teste acima, da esquerda para a direita e de cima para baixo, uma pessoa com visão normal para cores deve ser capaz de identificar os números: 7, 13, 16, 8, 12 e 9, nesta ordem

Além das doenças descritas, podem ainda mencionar a Catarata que é a perda de transparência do cristalino e o descolamento da retina, que pode ocorrer por traumas ou redução na pressão ocular em virtude da perda de volume do humor vítreo.



**Exercícios de Fixação**

01. (Unipe-PB/2015) O olho humano é semelhante a uma máquina fotográfica. A luz passa por um diafragma, sofre refração em um sistema convergente e forma uma imagem sobre um anteparo situado em uma câmara escura. Sobre o olho humano, é correto afirmar:
- A) O cristalino é uma lente divergente localizado atrás da íris.
  - B) A pupila é uma janela circular localizada na região central da retina.
  - C) O nervo óptico transmite impulsos nervosos da pupila ao cérebro.
  - D) Os músculos ciliares têm a propriedade de modificar o raio de curvatura do nervo óptico alterando sua distância focal.
  - E) Cones e bastonetes são células fotossensíveis responsáveis pela conversão dos impulsos elétricos que são enviados ao cérebro.
02. (Emescam-ES/2010.2) O fenômeno da interpretação das cores pela retina depende de três variedades de células excitáveis sensíveis às cores vermelha, azul e verde. Um indivíduo daltônico pode não reconhecer a cor vermelha, levando-o a interpretá-la como sendo a cor verde. Nesses indivíduos, a discromatopsia constitui um problema que está relacionado ao papel funcional do(s)
- A) cones.
  - B) bastonetes.
  - C) genes que controlam a síntese do pigmento retinal.
  - D) nervo óptico.
  - E) neurônios aferentes da retina.
03. (Ufam-AM/2013.2) Os óculos são dispositivos ópticos utilizados, principalmente, para a correção de ametropias. A palavra óculos surgiu a partir do termo 'ocularium', que era utilizado na antiguidade clássica para designar os orifícios das armaduras dos soldados da época. Esses orifícios permitiam que os soldados enxergassem. Hoje, quando se referem ao tipo de óculos que precisam usar para corrigir determinada ametropia, as pessoas usam o termo "grau". Na realidade, em optometria, o "grau" representa a convergência da lente dada em dioptria, onde  $1 \text{ di} = 1 \text{ m}^{-1}$ . Considere a seguinte receita prescrita por um oftalmologista:

		Lente esférica	Lente cilíndrica	Eixo
Longe	OD	-1,00		
	OE	-1,00		
Perto	OD	2,00		
	OE	2,00		

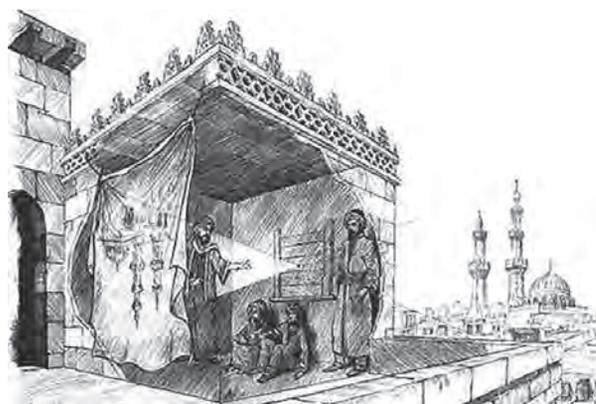
- Pode-se afirmar que o dono da receita apresenta
- A) dois "graus" de miopia e, devido ao envelhecimento, já está com um "grau" de presbiopia.
  - B) um "grau" de hipermetropia e, devido ao envelhecimento, já está com dois "graus" de presbiopia.
  - C) um "grau" de miopia e, devido ao envelhecimento, já está com dois "graus" de presbiopia.
  - D) dois "graus" de hipermetropia e, devido ao envelhecimento, já está com um "grau" de presbiopia.
  - E) um "grau" de miopia e, devido ao envelhecimento, já está com dois "graus" de hipermetropia.

04. (FMIT-MG/2011) Considere um indivíduo que apresenta um problema de miopia acentuado. Após a consulta médica foi-lhe prescrito óculos de 4 (quatro) graus. Como deverão ser as lentes dos óculos para correção do problema e qual a distância focal [em módulo] para confecção destas?
- A) Lentes divergentes, distância focal 40 cm.
  - B) Lentes convergentes, distância focal 40 cm.
  - C) Lentes divergentes, distância focal 25 cm.
  - D) Lentes convergentes, distância focal 25 cm.
  - E) Nenhuma das respostas anteriores.
05. (Unifenas-MG/2014.1) Uma pessoa com problema de hipermetropia começa a enxergar perfeitamente os objetos a partir de 1 metro. Qual é o grau da lente que ela deverá utilizar? Considere o ponto próximo a 25 cm de distância dos olhos.
- A) 5
  - B) 4
  - C) 3
  - D) 2
  - E) 1



**Exercícios Propostos**

01. (Enem/2015) Entre os anos de 1028 e 1038, Alhazen (Ibn al-Haytham: 965-1040 d.C.) escreveu sua principal obra, o *Livro da Óptica*, que, com base em experimentos, explicava o funcionamento da visão e outros aspectos da óptica, por exemplo, o funcionamento da câmara escura. O livro foi traduzido e incorporado aos conhecimentos científicos ocidentais pelos europeus. Na figura, retirada dessa obra, é representada a imagem invertida de edificações em tecido utilizado como anteparo.



Zewail, A. H. *Micrographia of twenty-first century: from camera obscura to 4D microscopy*. Philosophical Transactions of the Royal Society A v. 368, 2010 (Adaptado).

Se fizermos uma analogia entre a ilustração e o olho humano, o tecido corresponde ao(à)

- A) íris.
  - B) retina.
  - C) pupila.
  - D) córnea.
  - E) cristalino.
02. (Vunesp/Unicid-SP/2013.2) No olho humano, o cristalino atua como uma lente convergente que possui a função de focalizar a imagem na retina. Esse processo, conhecido como acomodação visual, é efetuado por meio da mudança da curvatura do cristalino, sob a ação dos músculos ciliares. Ao mudar a curvatura do cristalino, altera-se o(a)
- A) sua distância focal.
  - B) intensidade da luz que penetra no olho.
  - C) velocidade de propagação da luz no seu interior.
  - D) frequência da luz que o atravessa.
  - E) seu índice de refração.

03. (Ufam/2011) Uma jovem foi ao oftalmologista, que constatou a necessidade do uso de lentes corretoras, indicando na receita dos óculos que deve usar os seguintes valores:

REFRAÇÃO		Esférica	Cilíndrica	Eixo
LONGE	O D	-0,50		
	O E	-0,50		
PERTO	O D			
	O E			

O problema de visão dessa jovem e a localização do ponto distante de seus olhos quando estiver sem os óculos são, respectivamente:

- A) Hipermetropia, e o ponto distante está a 2 m de seus olhos.  
 B) Hipermetropia, e o ponto distante está a 50 cm de seus olhos.  
 C) Miopia, e o ponto distante está a 2 m de seus olhos.  
 D) Miopia, e o ponto distante está a 50 cm de seus olhos.  
 E) Astigmatismo, e o ponto distante está a 2 m de seus olhos.
04. (Emescam-ES/2013.1) A miopia é o distúrbio visual que acarreta uma focalização da imagem antes desta chegar à retina. Uma pessoa míope consegue ver objetos próximos com nitidez, mas os distantes são visualizados como se estivessem embaçados. Uma receita médica indica que a miopia de uma pessoa aumentou de 1,5 graus para 2 graus. Qual das alternativas abaixo expressa aproximadamente a variação do módulo da distância focal da nova lente em relação à antiga?  
 A) Aumentou 16,7 cm.      B) Diminuiu 36,7 cm.  
 C) Diminuiu 56,7 cm.      D) Diminuiu 16,7 cm.  
 E) Aumentou 36,7 cm.
05. (Unifenas-MG/2006) O estrabismo, também denominado olho torto, vesguice ou desvio, é uma alteração ocular em que os olhos estão desalinhados e em direções diferentes. O desalinhamento pode ser constante ou aparecer em determinados momentos. Um dos olhos pode estar na posição correta, enquanto o outro pode estar desviado para dentro, para fora, para cima ou para baixo. O estrabismo é uma alteração mais comum em crianças, na proporção de 4%, mas pode ocorrer também em adultos. Afeta de maneira semelhante tanto o sexo masculino como o feminino, sendo em alguns casos de caráter familiar. A lente que faz a correção do estrabismo é a  
 A) convergente.      B) divergente.  
 C) prismática.      D) cilíndrica.  
 E) multifocal.
06. (Vunesp/UEA-AM/2011) O Sr. Gervásio tinha mais de 50 anos de idade e percebeu que encontrava dificuldade para ler com nitidez textos que estavam próximos de seus olhos. Certa vez, resolveu fazer um teste: pediu à sua esposa que segurasse um jornal verticalmente à sua frente e foi aproximando-se, tentando ler o que estava escrito. Quando chegou a 80 cm de distância do jornal, percebeu que, se continuasse a se aproximar, sentiria dificuldade para ler com nitidez. Considerando normal a visão nítida a partir de 25 cm dos olhos, pode-se afirmar que, para tornar normal a visão do Sr. Gervásio para objetos próximos, ele deve usar lentes corretivas  
 A) divergentes, com vergência de  $-1,25$  di.  
 B) divergentes, com vergência de  $-1,00$  di.  
 C) convergentes, com vergência de  $0,25$  di.  
 D) convergentes, com vergência de  $0,80$  di.  
 E) convergentes, com vergência de  $2,75$  di.

07. (Ulbra-RS/2013.1) Um globo ocular curto demais não consegue focalizar, na retina, objetos próximos, pois a focalização ocorre atrás da retina. Uma pessoa com esse tipo de olho é hipermetrope. A hipermetropia é corrigida com lentes de bordas finas ou positivas, pois, no ar, elas convergem os raios luminosos, ajudando a compensar a distância insuficiente entre o cristalino e a retina.

O ponto próximo de uma pessoa hipermetrope está a 2 m de seus olhos. Qual é a vergência da lente que ela deve usar para conseguir enxergar a 25 cm?

- A) 1,5 dioptrias.  
 B) 2,0 dioptrias.  
 C) 2,5 dioptrias.  
 D) 3,5 dioptrias.  
 E) 4,0 dioptrias.
08. (Unifor-CE/2013.1) Após insistentes reclamações de que não conseguia enxergar adequadamente as anotações escritas pelos professores na lousa da sala de aula, a jovem Gabrielle é levada a um médico oftalmologista. Ao sair do consultório, verifica a receita do médico e percebe que terá que usar óculos cujas lentes serão esféricas divergentes e cilíndricas. Assinale a opção abaixo que indica os defeitos visuais que serão corrigidos com o uso dessas lentes.  
 A) Hipermetropia e presbiopia.  
 B) Miopia e presbiopia.  
 C) Hipermetropia e astigmatismo.  
 D) Miopia e astigmatismo.  
 E) Hipermetropia e estrabismo.
09. (Vunesp-SP) Uma pessoa apresenta deficiência visual, conseguindo ler somente se o livro estiver a uma distância de 75 cm. Qual deve ser a distância focal dos óculos apropriados para que ela consiga ler, com o livro colocado a 25 cm de distância?  
 A)  $f = 37,5$  cm  
 B)  $f = 25,7$  cm  
 C)  $f = 57$  cm  
 D)  $f = 35,5$  cm  
 E)  $f = 27$  cm
10. (Udesc-SC/2012.2) No olho humano a imagem é formada a partir da convergência dos raios luminosos sobre a retina, após atravessar o cristalino. Em alguns casos, o sistema óptico humano pode sofrer ametropias, que englobam, por exemplo, miopia e hipermetropia. Na miopia, os feixes de raios paralelos convergem em um ponto focal anterior à retina. Uma maneira comum de corrigir tais desvios é a utilização de lentes oculares, ajustadas a fim de manterem a convergência sobre a retina. A capacidade de uma lente de modificar o trajeto dos raios luminosos é medida por uma grandeza chamada dioptria, definida como o inverso da distância focal da lente. Uma pessoa míope percebe que a maior distância em que ela consegue ler um livro é 0,20 m. A fim de ser capaz de lê-lo a uma distância muito superior, assinale a alternativa que indica, respectivamente, o tipo e a dioptria da lente que a pessoa deve utilizar.  
 A) Lente convergente, com dioptria de  $0,20$  m<sup>-1</sup>.  
 B) Lente convergente, com dioptria de  $5,0$  m<sup>-1</sup>.  
 C) Lente divergente, com dioptria de  $5,0$  m<sup>-1</sup>.  
 D) Lente divergente, com dioptria de  $0,20$  m<sup>-1</sup>.  
 E) Lente divergente, com dioptria nula.



**Fique de Olho**

**O PREÇO DA MODERNIDADE**

No início da década de 1980, uma versão “miniaturizada” de uma máquina gigante chamada computador chegava ao mercado, era o microcomputador ou computador pessoal.



Oleksandr Lysenko/123RF/EasyPix

**Figura 19.20:** Microcomputador antigo

Com uma tela semelhante a de um televisor e um teclado de máquina de escrever elétrica, esse aparelhinho era capaz de realizar tarefas complexas que levariam horas ou até anos, em poucos segundos. Imediatamente, o computador passou a fazer parte da vida de cientistas e engenheiros que criaram e criam demandas cada vez maiores até os dias atuais.

Para leigos, os primeiros microcomputadores não eram exatamente uma ferramenta de trabalho, mas algo como um brinquedo, muito caro, diga-se de passagem.

Em meados dos anos 90, com a redução dos custos de produção, e interfaces mais intuitivas, bem como sistemas operacionais mais estáveis, os microcomputadores iniciaram a invasão massiva aos lares de diversas famílias, tornando-se uma febre em todo o mundo, era o início de uma nova era – a era dos usuários.

Até então, bastava ter um computador de mesa para toda a família e uma agenda que os permitissem desfrutar do novo e ainda caro brinquedo.

Com a popularização da Internet (embora lenta e instável), o computador passou a “exigir” uma conexão para ser realmente interessante, e isso fez com que a agenda familiar ficasse mais disputada, especialmente nos finais de semana, em que o custo da conexão era menor.

Rapidamente, adolescentes e jovens adultos passaram a ficar horas a fio diante da máquina, batendo papo com outros usuários mundo a fora, sobre assuntos fúteis, cujo simples objetivo era interagir por meio da tela, como se fosse algo sobrenatural. Nascia então um vício, aparentemente inofensivo, que hoje denominamos de cibervício, considerado por alguns estudiosos como um vício tão perigoso quanto o tabaco e o álcool.

Deixando os primórdios de lado, vamos ao presente, em que os microcomputadores tornam-se cada vez mais micro e os usuários cada vez mais desinteressados em bater papo. A onda do momento é curtir e ter sua postagem curtida nas redes sociais.



scanrail/123RF/EasyPix

**Figura 19.21:** Smartphone e smartwatch, novos microcomputadores

Embora possa ainda parecer um hábito inofensivo para as pessoas mais comedidas, o fato é que passar tempo demais diante da telinha ou do monitor pode comprometer a saúde dos seus olhos, é o que mostra um estudo sobre a incidência de miopia entre crianças, realizado pelo Instituto Penido Burnier, envolvendo 360 crianças com idades entre 9 e 13 anos, que usavam computador ou videogame por até 6 horas ininterruptas.

De acordo com esse estudo, o grupo de crianças “viciadas” em games e/ou Internet teve uma incidência de miopia bem maior do que a média apontada pelo Conselho Brasileiro de Oftalmologia (21% contra 12%).

Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), os casos de miopia dobraram em todo o mundo.

Apesar da miopia ter várias origens, como genética, etnia ou outras doenças, é importante que os estudos mencionados acima sejam tratados com seriedade, não apenas pelos cientistas, mas, sobretudo, pela sociedade.



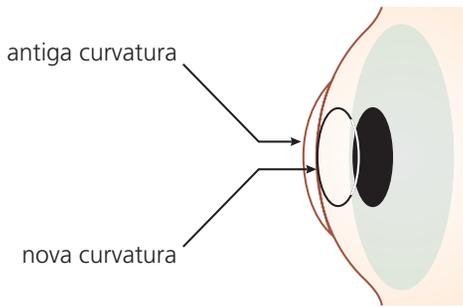
goodluz/123RF/EasyPix

**Figura 19.22:** Genética, um dos fatores que explicam a miopia  
Prof. Ricardo Bastos – 17 jan. 2016.

- (Ufab-SP/2009)

**SEGUNDO PESQUISAS RECENTES, 20% DA POPULAÇÃO BRASILEIRA É MÍOPE**

Pode-se corrigir a miopia com o uso de óculos, lentes de contato ou cirurgicamente. A cirurgia a laser consiste em esculpir e modelar a curvatura da córnea com a tecnologia do laser frio, chamado *Excimer Laser*. O epitélio do olho (camada superficial sobre a córnea) é raspado para receber o laser. As células da córnea são pulverizadas com a aplicação do laser, e a córnea é aplanada, tornando-se menos curva. O epitélio, com o tempo, se regenera.



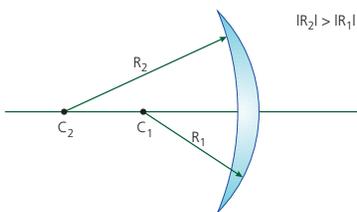
O fato de a córnea ter sido aplanada corrige a miopia porque

- A) seu índice de refração fica menor, causando menos desvio nos raios luminosos.
- B) seu índice de refração fica maior, causando mais desvio nos raios luminosos.
- C) diminuindo a curvatura da córnea, o globo ocular torna-se menos convergente.
- D) diminuindo a curvatura da córnea, o globo ocular torna-se mais convergente.
- E) a córnea, mais fina, permite a entrada de mais luz no globo ocular.

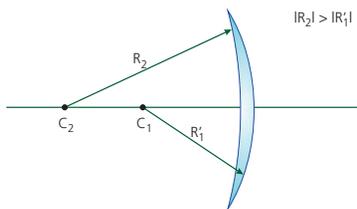
**Resolução:**

Como sabemos, a córnea é uma lente com perfil côncavo-convexo.

Denotando o raio da face externa, convexa, por  $R_1$ , e da face interna, côncava, por  $R_2$ , temos:



Após a cirurgia, o raio da face convexa aumenta ( $|R'_1| > |R_1|$ ) e a lente assume o perfil mostrado na figura a seguir:



Como o procedimento não altera o índice de refração da lente ( $n_l$ ), podemos verificar, pela equação de Halley, que a vergência do conjunto diminui, corrigindo assim a miopia.

$$\frac{1}{\bar{f}} = V = \left( \frac{n_l}{n_m} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \text{ (equação de Halley)}$$

**Resposta: C**

**Para saber mais:**

- [http://www.cbo.net.br/novo/publico-geral/vicios\\_refracao.php](http://www.cbo.net.br/novo/publico-geral/vicios_refracao.php)
- <http://www.visaolaser.com.br/saude-ocular/doencas-oculares>
- [http://www.laboratoriorigor.com.br/lentes\\_tipos.html](http://www.laboratoriorigor.com.br/lentes_tipos.html)
- [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0004-27492000000300011](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0004-27492000000300011)

**Aula**  
**20**

**Estática dos Sólidos I (Equilíbrio de um Ponto Material)**

C-5 H-17

**Introdução**

A Estática dos sólidos, como o nome sugere, é o ramo da Mecânica que estuda os corpos em equilíbrio estático, ou seja, que não apresentam movimento de translação ou rotação.



**Figura 20.1:** Pirâmides de Gizé, Egito. Um exemplo de equilíbrio estático

**Equilíbrio**

Dizemos que um corpo está em equilíbrio quando a resultante das forças que nele atuam for nula ( $\vec{F}_R = \vec{0}$ ).



**Figura 20.2:** Pedras em equilíbrio

Dividimos o equilíbrio em dois casos:

- { Dinâmico: MRU ( $\vec{v} = \text{cte} \neq \vec{0}$ )
- { Estático: Repouso ( $\vec{v} = \text{cte} = \vec{0}$ )

Ao longo desta aula, estudaremos o equilíbrio estático de um ponto material.

### Equilíbrio de um ponto material

Define-se como ponto material todo corpo cujo movimento de rotação possa ser desprezado.

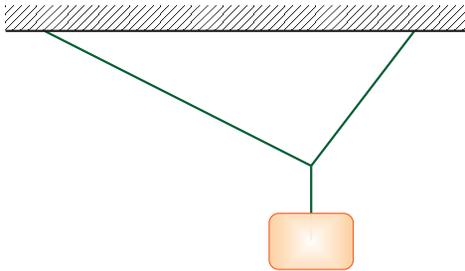


Figura 20.3: Ponto material em equilíbrio

Para garantirmos o equilíbrio de um ponto material, é necessário que o corpo não apresente movimento de translação, ou seja, que não se mova em nenhuma direção.

Por questões de simplicidade, trabalharemos com duas direções específicas: horizontal (**x**) e vertical (**y**).

$$\text{Condições de equilíbrio: } \vec{F}_R = \vec{0} \rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = \vec{0} \\ \sum \vec{F}_y = \vec{0} \end{cases}$$

• Diagrama de corpo livre (DCL)

Muito utilizado nas engenharias, o diagrama de corpo livre, ou simplesmente DCL, é o esquema vetorial no qual são representadas apenas as forças atuantes sobre um corpo, sem considerar os vínculos como fios, hastes ou superfícies de apoio.

Para compreendermos melhor como se usa o DCL, consideremos dois corpos A e B, em equilíbrio estático, conectados por meio de um fio ideal, que passa por uma polia também ideal, apoiados em superfícies inclinadas e perfeitamente lisas.

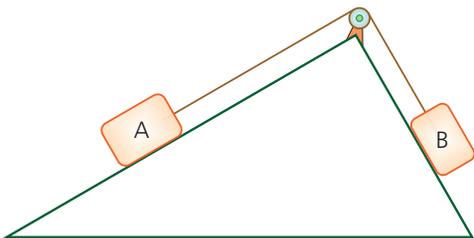


Figura 20.4: Corpos em equilíbrio estático

Para os corpos A e B, os diagramas de corpo livre (DCL) são:



Figura 20.5: Exemplos de diagramas de corpo livre (DCL)

Após estabelecermos o DCL, precisamos determinar geometricamente e/ou algebricamente, o módulo da força resultante que garantirá o equilíbrio do corpo. Para isso, são usados alguns métodos vetoriais, como veremos a seguir.

### Método da linha poligonal

Consiste em dispor os vetores, de tal modo que a extremidade de um coincida com a origem do seguinte.

Para compreendermos melhor esse método, consideremos três vetores, **a**, **b** e **c**, dispostos conforme a figura a seguir.

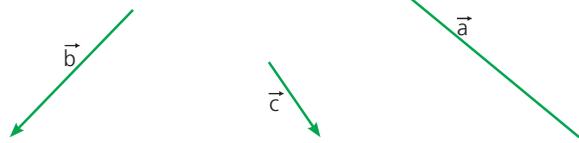


Figura 20.6: Vetores dispostos aleatoriamente

Agora iremos dispor esses vetores conforme o método da linha poligonal:

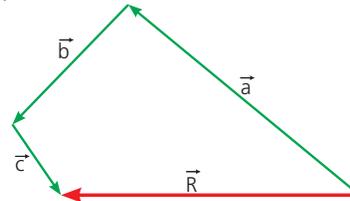


Figura 20.7: Aplicação do método da linha poligonal

O vetor que fecha a linha poligonal, com origem na origem do primeiro vetor e extremidade na extremidade do último, é o vetor soma ou resultante, ou seja,  $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

Caso a linha seja fechada, após a correta disposição dos vetores, dizemos que a resultante é nula, como mostra o exemplo adiante.

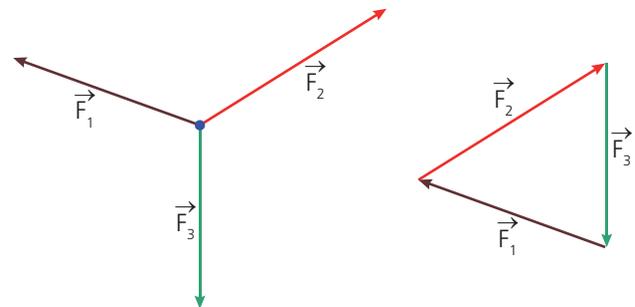


Figura 20.8: Método da linha poligonal. Força resultante nula ( $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ )

Embora muito simples e geometricamente elegante, o método da linha poligonal mostra-se pouco eficaz quando se quer determinar o módulo do vetor resultante, a menos, claro, que seja dada uma escala ou papel milimetrado (quadriculado), como mostram as figuras a seguir.

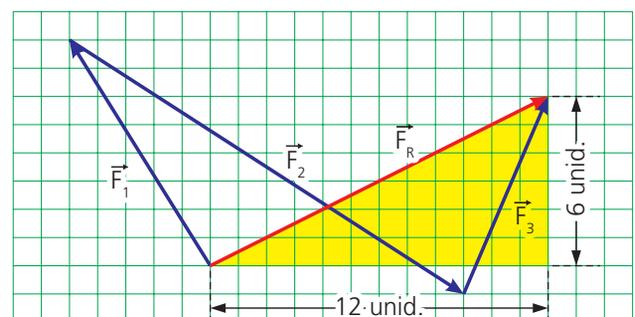


Figura 20.9: Determinação do módulo

Neste caso, bastaria usar o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo em destaque.

Usando uma unidade arbitrária (unid.), teríamos:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow |\vec{F}_R| = 12^2 + 6^2 \therefore |\vec{F}_R| = 6\sqrt{5} \text{ unid.}$$

Nas figuras seguintes verificaremos o equilíbrio de três forças em um ponto.

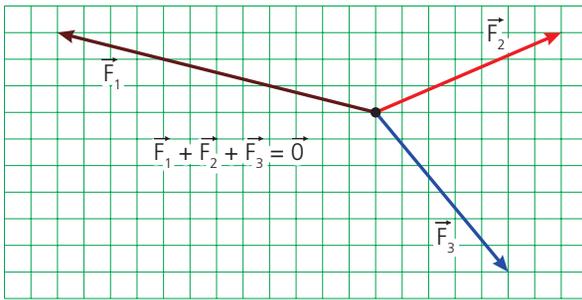


Figura 20.10: Forças em equilíbrio

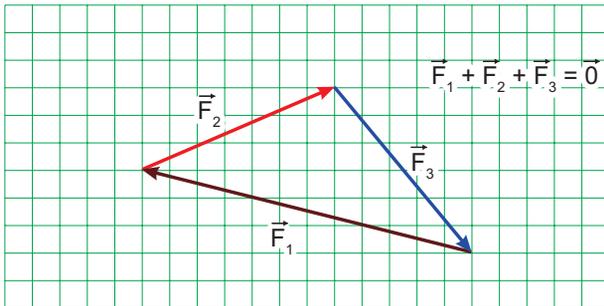


Figura 20.11: Verificação do equilíbrio por meio do método da linha poligonal

### Método das projeções cartesianas

O método das projeções consiste em representar, em um plano cartesiano, todas as forças que atuam sobre um dos corpos, previamente escolhido, decompondo-as segundo as direções **x** e **y**, como mostra o exemplo adiante.

Sejam dois blocos, A e B, em equilíbrio estático, conectados por meio de um fio ideal que passa por uma roldana, também ideal, conforme a figura.

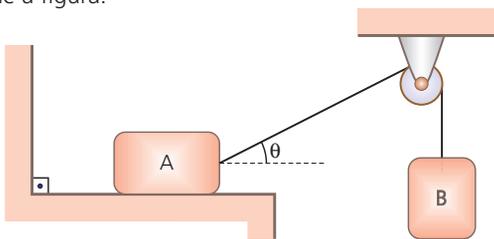


Figura 20.12: Sistema de corpos

Para que o sistema esteja em equilíbrio, devemos ter:

$$\vec{F}_R = \vec{0} \rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = \vec{0} \\ \sum \vec{F}_y = \vec{0} \end{cases}$$

Escolhendo o corpo A, vem:

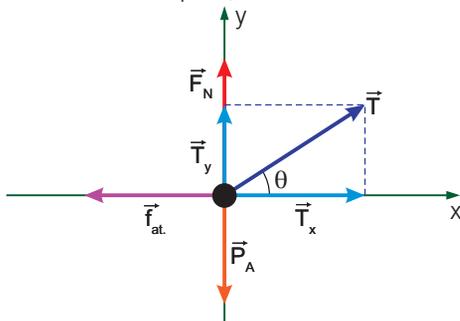


Figura 20.13: Método das projeções cartesianas

Assim:  $\sum \vec{F}_x = \vec{0} \rightarrow \vec{f}_{at} + \vec{T}_x = \vec{0}$ ;  $\sum \vec{F}_y = \vec{0} \rightarrow \vec{F}_N + \vec{T}_y + \vec{P}_A = \vec{0}$



### Exercícios de Fixação

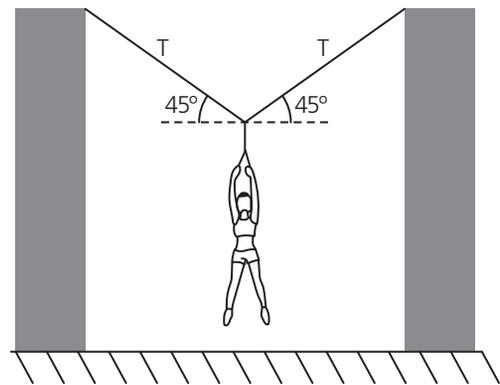
01. (Vunesp – Famerp-SP/2018) Um caminhão transporta em sua carroceria um bloco de peso 5000 N. Após estacionar, o motorista aciona o mecanismo que inclina a carroceria.



Sabendo que o ângulo máximo em relação à horizontal que a carroceria pode atingir sem que o bloco deslize é  $\theta$ , tal que  $\sin \theta = 0,60$  e  $\cos \theta = 0,80$ , o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície da carroceria do caminhão vale

- A) 0,55
- B) 0,15
- C) 0,30
- D) 0,40
- E) 0,75

02. (Ufla-MG/2016.1) Um atleta está fazendo flexões de braços em uma corda, como mostra a figura abaixo. No instante considerado na figura, ele se encontra em repouso.

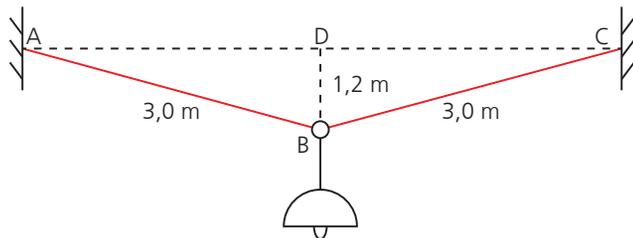


Considere o módulo do peso do atleta igual a 700 N e a corda de peso desprezível.

Considere  $\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$  [ $g = 10 \text{ m/s}^2$ ]. O valor da tensão T é

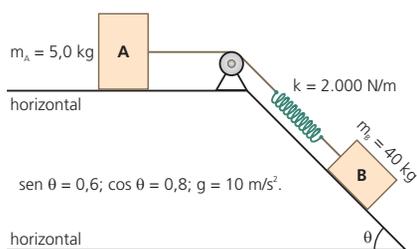
- A)  $T = \frac{700}{\sqrt{2}} \text{ N}$
- B)  $T = 700\sqrt{2} \text{ N}$
- C)  $T = \frac{350}{\sqrt{2}} \text{ N}$
- D)  $T = 350\sqrt{2} \text{ N}$

03. (Uerj/2018) Uma luminária com peso de 76 N está suspensa por um aro e por dois fios ideais. No esquema, as retas AB e BC representam os fios, cada um medindo 3 m, e D corresponde ao ponto médio entre A e C.



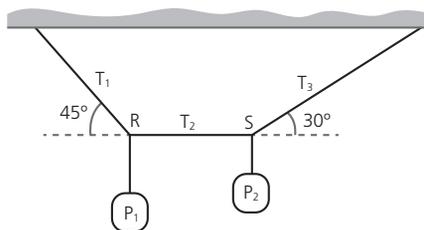
Sendo  $BD = 1,2$  m e A, C e D pontos situados na mesma horizontal, a tração no fio AB, em newtons, equivale a

- A) 47,5  
B) 68,0  
C) 95,0  
D) 102,5
04. (Ricardo Bastos/2018) O experimento descrito na figura foi utilizado na determinação dos coeficientes de atrito estático entre os materiais que compõem os blocos A e B e as superfícies onde se encontram apoiados ( $\mu_A$  e  $\mu_B$ ).



Considere o fio, a mola e a roldana, ideais. Sabendo que o conjunto se encontra na iminência de movimento quando a mola está deformada de 2,0 cm, os coeficientes de atrito estáticos são,

- A)  $\mu_A = \frac{3}{4}$  e  $\mu_B = \frac{4}{5}$   
B)  $\mu_A = \frac{4}{5}$  e  $\mu_B = \frac{5}{8}$   
C)  $\mu_A = \frac{4}{5}$  e  $\mu_B = \frac{4}{5}$   
D)  $\mu_A = \frac{1}{2}$  e  $\mu_B = \frac{5}{8}$   
E)  $\mu_A = \frac{5}{8}$  e  $\mu_B = \frac{5}{8}$
05. (Uece/2010.2) Na figura abaixo, o peso  $P_1$  é de 500 N e a corda RS é horizontal.



Os valores das tensões  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  e o peso  $P_2$ , em newton, são, respectivamente,

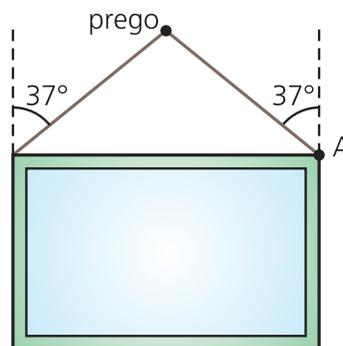
- A)  $500\sqrt{2}$ , 500,  $\frac{1000}{\sqrt{3}}$  e  $\frac{500}{\sqrt{3}}$   
B)  $\frac{500}{\sqrt{2}}$ , 1000,  $1000\sqrt{3}$  e  $500\sqrt{3}$   
C)  $500\sqrt{2}$ , 1000,  $\frac{1000}{\sqrt{3}}$  e  $\frac{500}{\sqrt{3}}$   
D)  $\frac{500}{\sqrt{2}}$ , 500,  $1000\sqrt{3}$  e  $500\sqrt{3}$



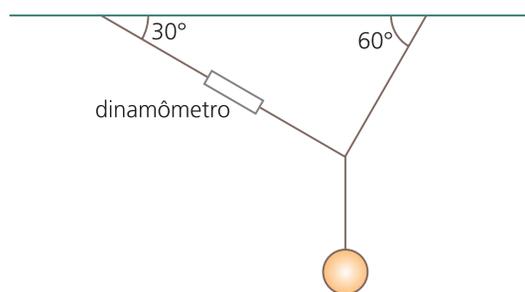
### Exercícios Propostos

01. (Uece/2018.2) No contexto da mecânica newtoniana, diz-se que uma massa puntiforme está em equilíbrio quando a soma
- A) dos módulos das forças atuando nela é nula.  
B) vetorial de todas as forças atuando nela é nula.  
C) dos torques atuando nela é nula, calculados em relação a um eixo que passa pelo seu centro.  
D) dos momentos lineares dela varia com o tempo.
02. (FEI-SP/2015.1) Um quadro de massa  $m = 2,0$  kg está pendurado em uma parede por um fio, conforme esquema a seguir. Nessa situação, qual é a tração no fio no ponto A?

Dados:  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>;  $\text{sen } 37^\circ = 0,6$ ;  $\text{cos } 37^\circ = 0,8$ .



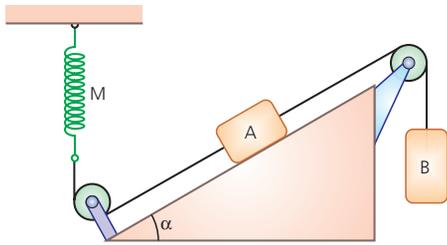
- A) 16,0 N  
B) 8,0 N  
C) 20,0 N  
D) 10,0 N  
E) 12,5 N
03. (Unesp-SP/2010.1) Um professor de física pendurou uma pequena esfera, pelo seu centro de gravidade, ao teto da sala de aula, conforme a figura.



Em um dos fios que sustentavam a esfera ele acoplou um dinamômetro e verificou que, com o sistema em equilíbrio, ele marcava 10 N. O peso, em newtons, da esfera pendurada é de

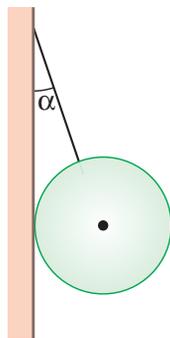
- A)  $5\sqrt{3}$   
B) 10  
C)  $10\sqrt{3}$   
D) 20  
E)  $20\sqrt{3}$

04. (Mackenzie-SP/2006.1) O conjunto a seguir é constituído de polias, fios e mola ideais e não há atrito entre o corpo A e a superfície do plano inclinado. Os corpos A e B possuem a mesma massa. O sistema está em equilíbrio quando a mola M, de constante elástica 2000 N/m, está deformada de 2 cm. **Adote:**  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\cos \alpha = 0,8$ ;  $\sin \alpha = 0,6$ .



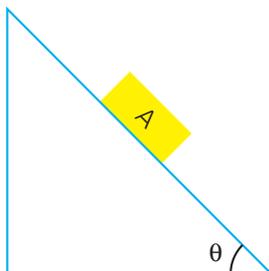
A massa de cada um desses corpos é

- A) 10 kg                      B) 8 kg  
C) 6 kg                        D) 4 kg  
E) 2 kg
05. (Cesgranrio-RJ) Na figura a seguir, uma esfera rígida se encontra em equilíbrio, apoiada em uma parede vertical e presa por um fio ideal e inextensível. Sendo P o peso da esfera e 2P a força máxima que o fio suporta antes de arrebentar, o ângulo formado entre a parede e o fio é de



- A) 30°                            B) 45°  
C) 60°                            D) 70°  
E) 80°

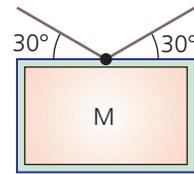
06. (USS-RJ/2018.1) A figura abaixo ilustra um sistema no qual um bloco A permanece em equilíbrio sobre um plano inclinado cujo ângulo  $\theta$  é igual a 45°.



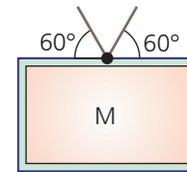
O menor valor possível para o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano inclinado será de

- A)  $\frac{1}{2}$                               B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
C) 1                                D)  $\sqrt{2}$

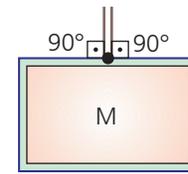
07. (UFRGS-RS/2014) Na figura a seguir, blocos idênticos estão suspensos por cordas idênticas em três situações distintas, (1), (2) e (3).



(1)



(2)



(3)

Assinale a alternativa que apresenta as situações na ordem crescente de probabilidade de rompimento das cordas. (O sinal de igualdade abaixo indica situações com a mesma probabilidade de rompimento.)

- A) (3), (2), (1).  
B) (3), (2) = (1).  
C) (1), (2), (3).  
D) (1) = (2), (3).  
E) (1) = (2) = (3).
08. (Unesp/2011.2) Um lustre está pendurado no teto de uma sala por meio de dois fios inextensíveis, de mesmo comprimento e de massas desprezíveis, como mostra a figura 1, e o ângulo que cada fio faz com a vertical é 30°. As forças de tensão nos fios têm a mesma intensidade.

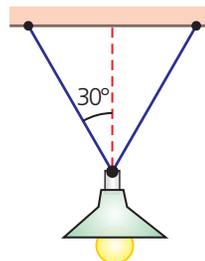


figura 1

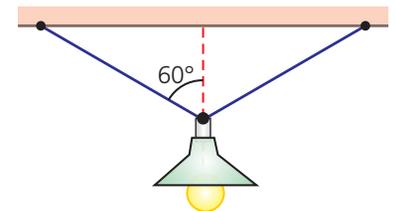


figura 2

Considerando  $\cos 30^\circ \cong 0,87$ , se a posição do lustre for modificada e os fios forem presos ao teto mais distantes um do outro, de forma que o ângulo que cada um faz com a vertical passe a ser o dobro do original, como mostra a figura 2, a tensão em cada fio será igual a

- A) 0,50 do valor original.  
B) 1,74 do valor original.  
C) 0,86 do valor original.  
D) 2,00 do valor original.  
E) 3,46 do valor original.

09. (PUC-SP/2015.1) Considere uma mola de comprimento inicial igual a  $L_0$  e um bloco de massa igual a  $m$ , conforme a figura 1. Com esses dois objetos e mais uma prancha de madeira, constrói-se um sistema mecânico, em que uma das extremidades da mola foi presa a uma das faces do bloco e a outra extremidade presa a um suporte na prancha de madeira, conforme mostra a figura 2. O sistema permanece em equilíbrio estático após a mola ter sofrido uma deformação  $x$  assim que o bloco foi abandonado sobre a prancha. Sabe-se que o coeficiente de atrito estático entre as superfícies de contato do bloco e da prancha é igual a  $\mu_e$ . O sistema está inclinado de um ângulo igual a  $\theta$  em relação ao plano horizontal e o módulo da aceleração da gravidade, no local do experimento, é igual a  $g$ . Com base nessas informações, a expressão algébrica que permite determinar o valor da constante elástica  $k$  da mola é dada por

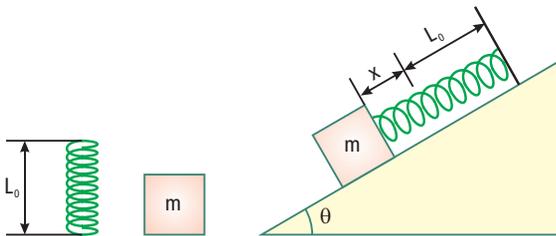
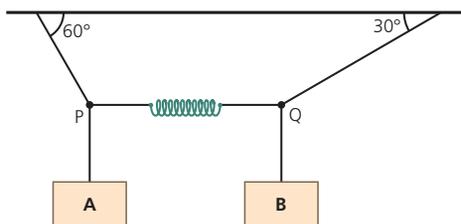


Figura 1

Figura 2

- A)  $k = \frac{m \cdot g \cdot (\text{sen} \theta - \mu_e \cdot \text{cos} \theta)}{x}$
- B)  $k = \frac{\mu_e \cdot m \cdot g \cdot (\text{sen} \theta - \text{cos} \theta)}{x}$
- C)  $k = \frac{m \cdot g \cdot \mu_e \cdot x}{(\text{sen} \theta - \text{cos} \theta)}$
- D)  $k = \frac{m \cdot g \cdot \text{sen} \theta - \mu_e \cdot \text{cos} \theta}{x}$
- E)  $k = \frac{m \cdot g \cdot (\text{cos} \theta - \mu_e \cdot \text{sen} \theta)}{x}$

10. (Ricardo Bastos/2018) Utilizando um fio inextensível bem leve e uma mola ideal de constante elástica igual a 100 N/cm, um garoto pendurou dois blocos de massas desconhecidas, segundo a configuração estática adiante.



Se o módulo da aceleração da gravidade local é 10 m/s<sup>2</sup>, o trecho PQ é paralelo ao teto horizontal e a deformação sofrida pela mola é 5 cm, as massas dos corpos A e B são, respectivamente,

- A)  $50\sqrt{3}$  kg e  $\frac{50\sqrt{3}}{3}$  kg
- B)  $\frac{50\sqrt{3}}{3}$  kg e  $50\sqrt{3}$  kg
- C)  $25\sqrt{3}$  kg e  $50\sqrt{3}$  kg
- D)  $50\sqrt{3}$  kg e  $\frac{25\sqrt{3}}{3}$  kg
- E)  $100\sqrt{3}$  kg e  $\frac{100\sqrt{3}}{3}$  kg



Fique de Olho

A ESTÁTICA CUIDANDO DO SEU SORRISO

Ter dentes saudáveis e branquinhos, como os da figura abaixo, é algo relativamente fácil e barato.

Uma boa higiene bucal e bons hábitos alimentares podem garantir um belo sorriso por toda a vida.



Figura 20.14: Dentes alinhados. Arcada dentária perfeita

Agora, se o problema for falta de alinhamento entre os dentes (ver figura adiante), a solução é “um pouco” mais complexa e seus resultados, um tanto demorados, além do custo, que podem oscilar entre o desestimulador e o proibitivo!



Figura 20.15: Dentes desalinhados

Para esse caso, a melhor saída é procurar um bom ortodontista, que deverá lhe recomendar o uso de algum aparelho que tracione ou empurre os dentes, progressivamente, até suas posições corretas, como o que é mostrado na figura seguinte.

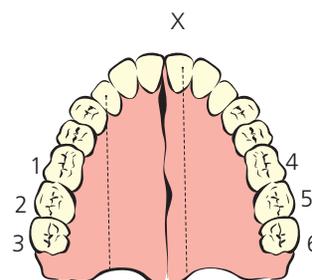


Figura 20.16: Aparelho dentário ou ortodôntico

O problema a seguir ilustra o funcionamento de um desses aparelhos, o elástico ortodôntico.

Prof. Ricardo Bastos – 16 jan. 2016.

- (Uerj/1999) Na figura a seguir, o dente incisivo central X estava deslocado alguns milímetros para a frente.

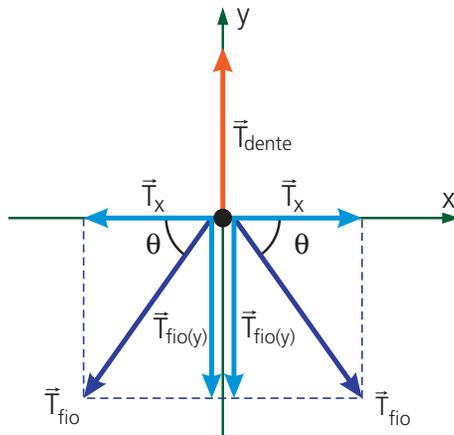


Um ortodontista conseguiu corrigir o problema usando apenas dois elásticos idênticos, ligando o dente X a dois dentes molares, indicados na figura pelos números de 1 a 6. A correção mais rápida e eficiente corresponde ao seguinte par de molares:

- A) 1 e 4
- B) 2 e 5
- C) 3 e 4
- D) 3 e 6

**Resolução:**

Inicialmente vamos construir, em um plano cartesiano, o esquema das forças envolvidas:



Deste modo,

$$\vec{T}_{\text{dente}} = 2\vec{T}_{\text{fio}(y)}, \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{T}_{\text{fio}(y)} = \vec{T}_{\text{fio}} \cdot \text{sen}\theta \\ \vec{T}_{\text{dente}} = 2\vec{T}_{\text{fio}} \cdot \text{sen}\theta \end{array} \right.$$

Logo, quanto maior for o ângulo formado entre o eixo (**x**) perpendicular ao eixo que contém o incisivo (**y**), maior será a tração sobre o dente e, portanto, mais eficaz será o procedimento de correção.

**Resposta: D**

## Bibliografia

- REF (Grupo de Reelaboração do Ensino de Física). *Física 1: Mecânica*. 7ª Ed. São Paulo: Edusp, 2001.
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. *Fundamentos de Física 1 – Mecânica*. 9ª Ed. São Paulo: LTC, 2012.
- HEWITT, Paul G. *Física conceitual*. 9ª Ed. Porto Alegre: Bookman, 2002.
- KITTEL, Charles; KNIGHT, Walter D.; RUDERMAN, Malvin A. *Curso de Física de Berkeley*, Vol. 1. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1973.
- LUIZ, Adir Moyses. *Física 4 – Óptica e Física Moderna*. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- NEWTON, Isaac. *Óptica*. Tradução, introdução e notas: André Koch Torres Assis. São Paulo: Edusp, 2002.
- NUSSENZVEIG, H. Moisés. *Curso de Física básica 1: Mecânica*. 4ª Ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.
- OLIVEIRA, Ivan S. *Física Moderna: para iniciados, interessados e aficionados*. São Paulo: Livraria da Física, 2005.
- SEARS, Francis Weston; ZEMANSKY, Mark Waldo. *Física IV – Óptica e Física Moderna*. Tradução e revisão técnica: Adir Moyses Luiz. São Paulo: Pearson Education – Br, 2004.
- SERWAY, Raymond A.; JEWETT Jr., John W. *Princípios de Física*. São Paulo: Thomson, 2004.
- TIPLER, Paul A. *Física*. 4ª Ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000. Vol. 3.



## Anotações



Anotações

# QUÍMICA I

## ACIDEZ E BASICIDADE DOS COMPOSTOS ORGÂNICOS, REAÇÕES ORGÂNICAS DE ADIÇÃO E ELIMINAÇÃO

### Objetivo(s):

- Compreender o caráter ácido e básico dos compostos orgânicos.
- Entender o conceito inicial sobre reações orgânicas.
- Compreender as reações de adição, entendendo os principais reagentes, produtos prováveis e mecanismo.
- Compreender as reações de eliminação, entendendo os principais reagentes, produtos prováveis e mecanismo.

### Conteúdo:

#### AULAS 16 E 17: ACIDEZ E BASICIDADE DOS COMPOSTOS ORGÂNICOS

Considerações iniciais .....	92
Compostos orgânicos de caráter ácido .....	92
Compostos orgânicos de caráter básico .....	93
Exercícios .....	94

#### AULAS 18 E 19: INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS REAÇÕES ORGÂNICAS E REAÇÕES DE ADIÇÃO

Introdução às reações orgânicas .....	101
Reações orgânicas de adição .....	102
Hidrogenação .....	103
Halogenação .....	103
Reação com halogenidreto (HCl, HBr, HI) .....	105
Exercícios .....	106

#### AULA 20: REAÇÕES DE ELIMINAÇÃO

Reações de eliminação .....	112
Desidratação de álcoois .....	112
Desidratação de ácidos carboxílicos .....	113
Exercícios .....	113

**Aulas**  
16 e 17

**Acidez e Basicidade dos Compostos Orgânicos**

C-5	H-17
C-7	H-24, 25

**Considerações iniciais**

Vamos fazer primeiramente uma breve revisão sobre os conceitos mais importantes de ácidos e bases (Arrhenius, Bronsted-Lowry e Lewis).

**Conceito de Arrhenius**

- **Ácidos:** É toda substância que em solução aquosa sofre ionização e produz o íon  $H^+$  ( $H_3O^+$ ) como único cátion.  
**Ex.:**  $HCl_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightarrow H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$
- **Bases:** São substâncias que em solução aquosa sofrem dissociação iônica e originam  $OH^-$  como único ânion.  
**Ex.:**  $NaOH_{(s)} + H_2O_{(l)} \rightarrow Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)}$

Para medir a força dos ácidos e bases, podemos usar o grau de ionização, a constante de ionização ( $K_a$  e  $K_b$ ) e ainda o  $pK_a$ , o  $pK_b$  e a escala do pH. Recapitulando:

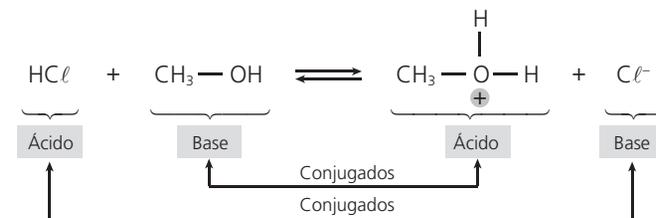
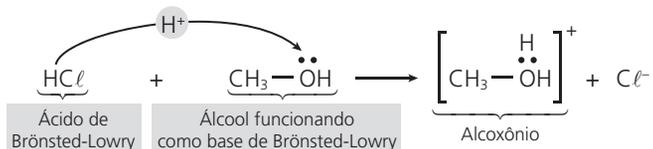
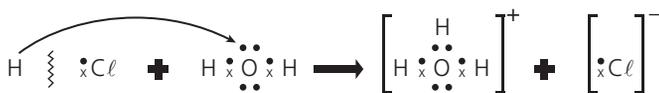
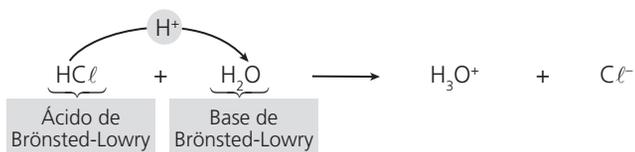
- grau de ionização:  $\alpha = \frac{\text{Quantidade de mols ionizados}}{\text{Quantidade inicial de mols}}$
- para o ácido:  $HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$ , temos  $K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]}$  e  $pK_a = -\log K_a$
- para a base:  $BOH \rightleftharpoons B^+ + OH^-$ , temos  $K_b = \frac{[B^+][OH^-]}{[BOH]}$  e  $pK_b = -\log K_b$
- $pH = -\log[H^+]$

Observamos também que, quanto maiores forem os valores de  $K_a$  e  $K_b$  (ou menores os valores de  $pK$ ), mais fortes serão os ácidos e as bases correspondentes.

**Conceito de Bronsted-Lowry**

- **Ácidos:** É toda substância que doa o próton  $H^+$
- **Bases:** É toda substância que recebe o próton  $H^+$

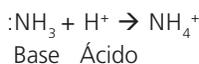
**Exs.:**



**Conceito de Lewis**

- **Ácidos:** É toda substância que recebe um par de elétrons em uma ligação química.
- **Bases:** É toda substância que disponibiliza um par de elétrons em uma ligação química.

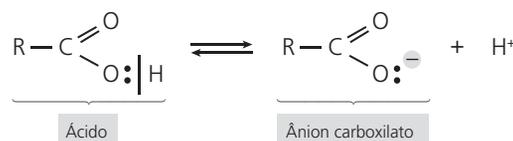
**Exs.:**



**Compostos orgânicos de caráter ácido**

**Ácidos Carboxílicos**

Os ácidos carboxílicos possuem caráter ácido, de acordo com o conceito de Arrhenius, pois em solução aquosa, sofrem ionização liberando o íon  $H^+$  como único cátion. Podemos dizer ainda que, ao sofrer ionização, os ácidos carboxílicos produzem (pois a ionização trata-se de uma reação química) o cátion  $H^+$ , e este, ao se combinar com água, origina o íon  $H_3O^+$ . Em relação ao conceito de Bronsted-Lowry, os ácidos carboxílicos são capazes de doar o próton  $H^+$  em uma reação química.



A estabilidade do ânion carboxilato é devido à ressonância.



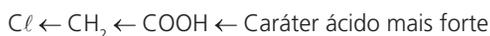
O caráter ácido dos ácidos carboxílicos é, no entanto, fraco. Lembramos que a força de um ácido pode ser medida por sua constante de ionização ( $K_a$ ), e pelo correspondente  $pK_a$  (quanto maior o  $K_a$  e menor o  $pK_a$ , mais forte é o ácido).

Vejamos, então, alguns exemplos:

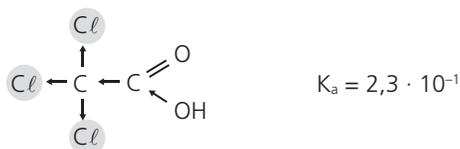
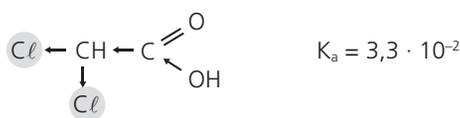
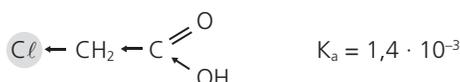
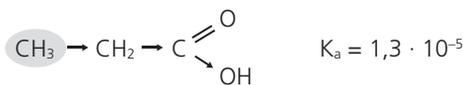
- Ácido fórmico ( $H\text{---COOH}$ )  $\rightleftharpoons K_a = 1,77 \cdot 10^{-4}$ ;  $pK_a = 3,75$
- Ácido acético ( $\text{CH}_3\text{---COOH}$ )  $\rightleftharpoons K_a = 1,76 \cdot 10^{-5}$ ;  $pK_a = 4,75$
- Ácido propiônico ( $\text{CH}_3\text{---CH}_2\text{---COOH}$ )  $\rightleftharpoons K_a = 1,34 \cdot 10^{-5}$ ;  $pK_a = 4,87$

O aumento da cadeia carbônica acontece porque a cadeia empurra elétrons para a carboxila (efeito indutivo positivo +I), aumentando sua densidade eletrônica e dificultando, em consequência, a saída (ionização) do  $H^+$ .

Pelo contrário, a presença, na cadeia carbônica, de grupos que atraíam elétrons da carboxila para si (efeito indutivo negativo -I) irá reverter a situação e aumentar a força do ácido.

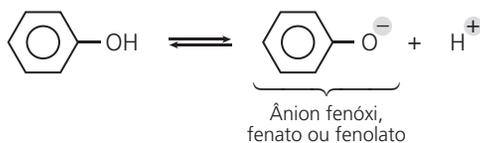


Compare algumas constantes a seguir, quanto maior a cadeia carbônica, menor a acidez, e quanto maior o número de elementos eletronegativos na cadeia, maior a acidez.

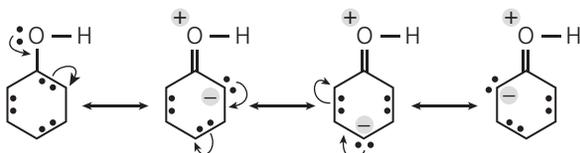


### Fenóis

Os fenóis também possuem caráter ácido de acordo com o conceito de Arrhenius, pois em solução aquosa, sofrem ionização, liberando o íon  $\text{H}^+$  como único cátion. Podemos dizer ainda que, ao sofrer ionização, os fenóis, assim como os ácidos carboxílicos, produzem (pois a ionização trata-se de uma reação química) o cátion  $\text{H}^+$ , e este, ao se combinar com água, origina o íon  $\text{H}_3\text{O}^+$ . Em relação ao conceito de Bronsted-Lowry, os fenóis também são capazes de doar o próton  $\text{H}^+$  em uma reação química.



O caráter ácido dos fenóis é explicado pois possui uma estrutura de ressonância que estabiliza a base conjugada.



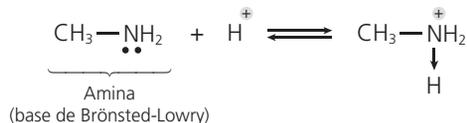
#### Observações:

- Os alcoóis tem caráter ácido muito fraco. Caráter ácido mais baixo que a água.
- Podemos ter dois tipos de alcinos. O Alcino falso (hidrogênio no centro da cadeia) e o Alcino verdadeiro (hidrogênio na extremidade da cadeia). Alcinos verdadeiros, possuem caráter ácido muito fraco.

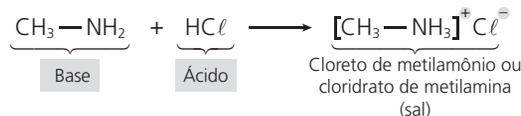
## Compostos orgânicos de caráter básico

### Aminas

As aminas são consideradas bases na química orgânica pois são capazes de receber um próton  $\text{H}^+$ . O caráter básico das aminas é devido ao par eletrônico livre que existe no nitrogênio, exatamente como na amônia ( $\text{NH}_3$ ).



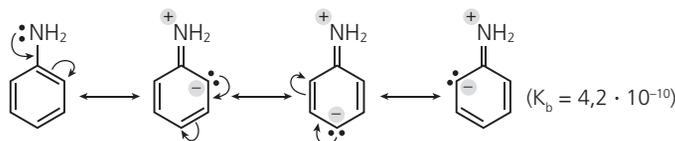
As aminas possuem um caráter básico fraco e podem reagir com ácidos.



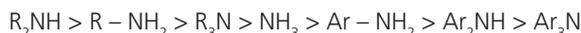
As aminas alifáticas primárias são bases um pouco mais fortes do que a amônia, pois o grupo alquila empurra elétrons para o grupo amina, aumentando a densidade eletrônica no nitrogênio e facilitando a captura do  $\text{H}^+$ . As aminas alifáticas secundárias, tendo dois grupos alquila, são bases mais fortes que as aminas primárias. Seguindo esse raciocínio, as aminas terciárias deveriam ser ainda mais fortes; no entanto, elas são mais fracas do que as primárias. Isso se explica pela existência de três grupos alquila ao redor do nitrogênio. Essa disposição deixa pouco espaço para receber o próton  $\text{H}^+$ . Esse fenômeno é conhecido como impedimento estérico ou espacial.

Já as aminas aromáticas possuem uma basicidade fraca devido ao par de elétrons do nitrogênio, não fica disponível, pois entra em ressonância com o sistema pi do anel.

Amina	$K_b$
$\text{CH}_3\text{—NH}_2$	$4,3 \times 10^{-4}$
$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{—NH}_2$	$4,4 \times 10^{-4}$
$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{—NH}_2$	$4,8 \times 10^{-4}$
$\text{CH}_3\text{—NH—CH}_3$	$5,3 \times 10^{-4}$
$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{—NH—CH}_2\text{CH}_3$	$9,3 \times 10^{-4}$
$(\text{CH}_3)_3\text{N}$	$5,5 \times 10^{-5}$

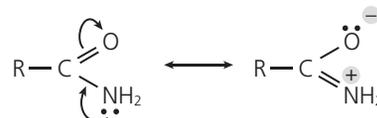


Resumindo, temos:



#### Observação:

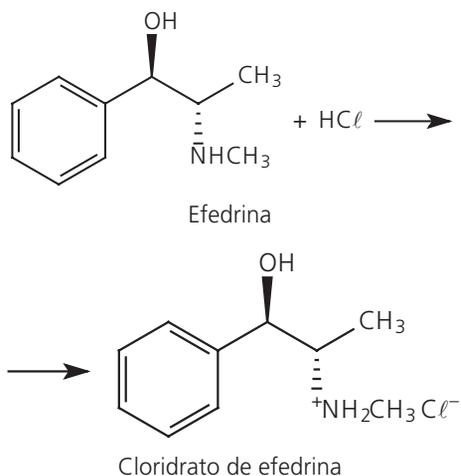
As amidas não possuem caráter básico, pois os elétrons livres do nitrogênio entram em ressonância com os elétrons pi da carbonila.





**Exercícios de Fixação**

01. (Enem) Sais de amônio são sólidos iônicos com alto ponto de fusão, muito mais solúveis em água que as aminas originais e ligeiramente solúveis em solventes orgânicos apolares, sendo compostos convenientes para serem usados em xaropes e medicamentos injetáveis. Um exemplo é a efedrina, que funde a 79 °C, tem um odor desagradável e oxida na presença do ar atmosférico, formando produtos indesejáveis. O cloridrato de efedrina funde a 217 °C, não se oxida e é inodoro, sendo o ideal para compor os medicamentos.



SOUTO, C. R. O.; DUARTE, H. C. *Química da vida: aminas*. Natal: EDUFRRN, 2006.

De acordo com o texto, que propriedade química das aminas possibilita a formação de sais de amônio estáveis, facilitando a manipulação de princípios ativos?

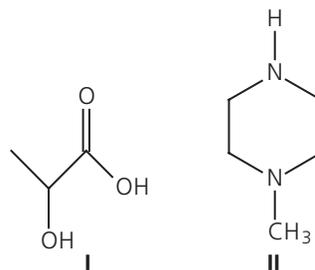
- A) acidez. B) basicidade.  
 C) solubilidade. D) volatilidade.  
 E) aromaticidade.
02. (Enem/2012) Uma dona de casa acidentalmente deixou cair na geladeira a água proveniente do degelo de um peixe, o que deixou um cheiro forte e desagradável dentro do eletrodoméstico. Sabe-se que o odor característico de peixe se deve às aminas e que esses compostos se comportam como bases.

Na tabela são listadas as concentrações hidrogeniônicas de alguns materiais encontrados na cozinha, que a dona de casa pensa em utilizar na limpeza da geladeira.

Material	Concentração de $H_3O^+$ (mol/L)
Suco de limão	$10^{-2}$
Leite	$10^{-6}$
Vinagre	$10^{-3}$
Álcool	$10^{-8}$
Sabão	$10^{-12}$
Carbonato de sódio/barrilha	$10^{-12}$

Dentre os materiais listados, quais são apropriados para amenizar esse odor?

- A) Álcool ou sabão.  
 B) Suco de limão ou álcool.  
 C) Suco de limão ou vinagre.  
 D) Suco de limão, leite ou sabão.  
 E) Sabão ou carbonato de sódio/barrilha.
03. (Unicamp-SP) Com a crescente crise mundial de dengue, as pesquisas pela busca tanto de vacinas quanto de repelentes de insetos têm se intensificado. Nesse contexto, os compostos I e II posteriormente representados têm propriedades muito distintas: enquanto um deles tem caráter ácido e atrai os insetos, o outro tem caráter básico e não os atrai.



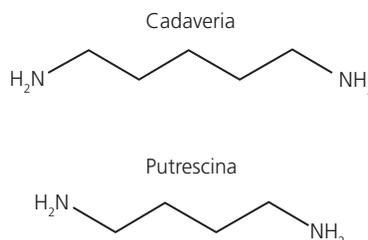
Baseado nessas informações, pode-se afirmar corretamente que o composto

- A) I não atrai os insetos e tem caráter básico.  
 B) II atrai os insetos e tem caráter ácido.  
 C) II não atrai os insetos e tem caráter básico.  
 D) I não atrai os insetos e tem caráter ácido e básico.
04. (UEL/2018) Leia o texto a seguir.

Durante a vida e após a morte, o corpo humano serve de abrigo e alimento para diversos tipos de bactérias que produzem compostos químicos, como a cadaverina e a putrescina. Essas moléculas se formam da decomposição de proteínas, sendo responsáveis, em parte, pelo cheiro de fluidos corporais nos organismos vivos e que também estão associadas ao mau odor característico dos cadáveres no processo de putrefação.

Disponível em: <<http://qnint.sbg.org.br/novo/index.php?hash=molecula.248>>  
 Acesso em: 22 maio 2017. Adaptado.

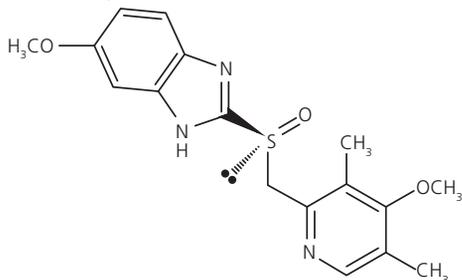
As fórmulas estruturais da cadaverina e da putrescina são apresentadas a seguir.



Com base nos conhecimentos sobre funções orgânicas e propriedades de compostos orgânicos, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a característica dessas moléculas.

- A) Apresentam caráter ácido.  
 B) Contêm grupo funcional amida.  
 C) Possuem cadeia carbônica heterogênea.  
 D) Pertencem às aminas primárias.  
 E) Classificam-se como apolares.

05. (EBMSP/2016)



Estrutura molecular do omeprazol

O omeprazol, massa molar  $345 \text{ g/mol}^{-1}$ , é um fármaco vendido comercialmente como medicamento genérico, sob prescrição médica, indicado para o tratamento de doenças decorrentes da acidez estomacal.

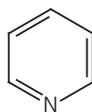
Considerando-se essas informações e os conhecimentos sobre a estrutura e propriedades dos compostos orgânicos, é correto afirmar: A) A estrutura molecular do omeprazol apresenta dois grupos funcionais da classe dos éteres.

- B) A massa percentual de nitrogênio no composto representado pela estrutura molecular é de 6,1%.
- C) A presença de grupos funcionais das amidas na estrutura molecular do omeprazol evidencia o caráter básico desse fármaco.
- D) O átomo de enxofre presente no fármaco, por apresentar um par eletrônico não ligante, atua como um ácido de Lewis.
- E) O orbital híbrido do carbono do grupo metil,  $\text{—CH}_3$ , tem geometria piramidal devido à presença de três átomos de hidrogênio.

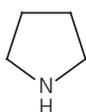
06. (Unicamp-SP) A coloração verde de vegetais se deve à clorofila, uma substância formada por uma base nitrogenada ligada ao íon magnésio, que atua como um ácido de Lewis. Essa coloração não se modifica quando o vegetal está em contato com água fria, mas pode se modificar no cozimento do vegetal. O que leva à mudança de cor é a troca dos íons magnésio por íons hidrogênio, sendo que a molécula da clorofila permanece eletricamente neutra após a troca. Essas informações permitem inferir que na mudança de cor cada íon magnésio é substituído por
- A) um íon hidrogênio e a mudança de cor seria mais pronunciada pela adição de vinagre no cozimento.
  - B) dois íons hidrogênio e a mudança de cor seria mais pronunciada pela adição de vinagre no cozimento.
  - C) dois íons hidrogênio e a mudança de cor seria menos pronunciada pela adição de vinagre no cozimento.
  - D) um íon hidrogênio e a mudança de cor seria menos pronunciada pela adição de vinagre no cozimento.

• Texto para a questão 07.

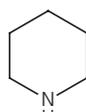
Considere as fórmulas estruturais e suas respectivas constantes de basicidades de quatro aminas cíclicas fornecidas a seguir.



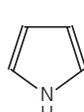
Piridina



Pirrolidina



Piperidina



Pirrol

Dados:

Piridina:  $K_b = 1,8 \times 10^{-9}$ , Pirrolidina:  $K_b = 1,9 \times 10^{-3}$

Piperidina:  $K_b = 1,3 \times 10^{-3}$  e Pirrol:  $K_b < 10^{-10}$

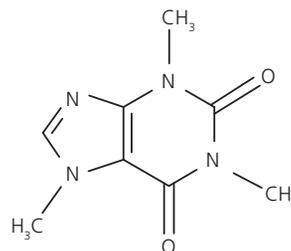
07. (Acafe-SC) Assinale a alternativa que contém a ordem crescente de basicidade das aminas cíclicas citadas anteriormente:
- A) pirrolidina < piperidina < piridina < pirrol.
  - B) pirrol > piridina > piperidina > pirrolidina.
  - C) pirrolidina > piperidina > piridina > pirrol.
  - D) pirrol < piridina < piperidina < pirrolidina.

08. (UCS-RS) A decomposição de algumas proteínas do peixe pode gerar a metilamina, substância química responsável pelo odor desagradável. Experimentalmente, o odor desagradável pode ser eliminado quando uma solução aquosa de metilamina é tratada com algumas gotas de ácido clorídrico, como ilustra o esquema a seguir.



Considerando as informações do enunciado e do esquema anterior, assinale a alternativa correta.

- A) A metilamina é uma amina alifática terciária.
  - B) A metilamina, em meio aquoso, atua como um ácido de Brønsted-Lowry.
  - C) O desaparecimento do odor desagradável se deve à formação de um sal orgânico, inodoro e não volátil, denominado cloreto de metilamônio.
  - D) O ácido clorídrico é um diácido que, em meio aquoso, se ioniza muito pouco.
  - E) O pH de uma solução aquosa de metilamina é menor do que 7,0.
09. (PUCPR/2015) Durante muito tempo acreditou-se que a cafeína seria a droga psicoativa mais consumida no mundo. Ao contrário do que muitas pessoas pensam, a cafeína não está presente apenas no café, mas sim em uma gama de outros produtos, por exemplo, no cacau, no chá, no pó de guaraná, entre outros. Sobre a cafeína, cuja fórmula estrutural está apresentada abaixo, são feitas as afirmações que seguem.



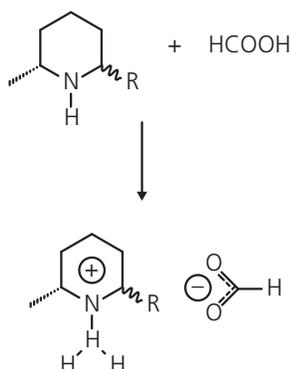
Disponível em: <www.brasilecola.com/upload/conteudo/images/estrutura-da-cafeina.jpg>. Acesso em: 13 set. 2014.

- I. Apresenta em sua estrutura as funções amina e cetona.
- II. Apresenta propriedades alcalinas devido à presença de sítios básicos de Lewis.
- III. Todos os átomos de carbono presentes nos anéis estão hibridizados na forma  $sp^2$ .
- IV. Sua fórmula molecular é  $C_8H_9N_4O_2$ .

São verdadeiras:

- A) somente as afirmações I, II e III.
- B) somente as afirmações II e III.
- C) somente as afirmações I e IV.
- D) somente as afirmações III e IV.
- E) somente as afirmações II, III e IV.

10. (UFRGS-RS) Líquidos iônicos vêm sendo usados em inúmeras aplicações. O primeiro exemplo de um líquido iônico encontrado na natureza foi descrito recentemente. A formiga *N. fulva*, ao ser atacada pela formiga *S. Invicta*, neutraliza o alcaloide venenoso, lançando seu próprio veneno, ácido fórmico, que forma um líquido iônico viscoso, conforme a reação ao lado, em que R é uma cadeia carbônica linear de 10 a 18 átomos de carbono.



Essa reação é caracterizada como uma reação de

- A) ácido-base de Lewis.
- B) radicais.
- C) hidrólise salina.
- D) oxidação-redução.
- E) esterificação.



### Exercícios Propostos

01. (UPF/2018) A seguir, estão representadas algumas substâncias químicas e seus respectivos valores para a constante de ionização ácida ( $K_a$ ), a 25 °C.

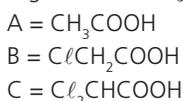
	Estrutura da Substância	$K_a$
I		$6,3 \times 10^{-5}$
II		$3,8 \times 10^{-4}$
III		$1,3 \times 10^{-10}$

IV		$7,2 \times 10^{-8}$
V		$1,0 \times 10^{-4}$
VI		$6,5 \times 10^{-11}$

Considerando os dados apresentados, é correto afirmar que

- A) grupos ligados ao anel aromático não influenciam o caráter ácido.
- B) a base conjugada mais fraca, entre os fenóis, será a gerada pela ionização da substância III.
- C) a substância com maior caráter ácido, de todas as representadas, é a VI.
- D) a substância I tem menor caráter ácido do que a substância II.
- E) o grupo nitro ligado ao anel aromático diminui o caráter ácido dos fenóis.

02. (UPF/2016) Sobre os compostos A, B e C são fornecidas as seguintes afirmações.



- I. O composto A tem maior caráter ácido do que o composto B, ou seja, A é um ácido mais forte do que B;
- II. O valor de  $K_a$  (constante de equilíbrio do ácido ou constante de ionização), em meio aquoso, a 25 °C, é maior no composto C do que no composto A;
- III. Todos esses compostos, ao reagirem com uma solução aquosa de hidróxido de sódio, produzem os carboxilatos correspondentes;
- IV. Todos esses compostos apresentam, em meio aquoso a 25 °C, o mesmo valor de  $K_a$ , porque todos são da mesma função orgânica.

Está correto apenas o que se afirma em:

- A) I.
- B) II.
- C) II e III.
- D) III e IV.
- E) I e IV.

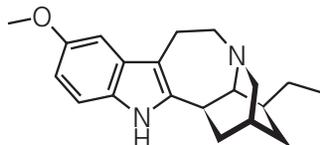
03. (UEFS-BA) A solubilidade dos compostos orgânicos em água e o pH das soluções aquosas obtidas dependem, dentre outros fatores, da estrutura química das substâncias envolvidas. Assim, analisando a estrutura das substâncias químicas constituintes de soluções aquosas de ácido metanoico, de metanoato de sódio e de metilamina, é correto afirmar:

- A) A solução aquosa de metilamina tem pH maior do que a do ácido metanoico.
- B) O ácido metanoico e a metilamina são constituídos por moléculas lineares e apolares.
- C) A interação entre as moléculas de água e de metilamina, na solução aquosa, é do tipo dipolo-dipolo induzido.
- D) O ácido metanoico e o metanoato de sódio são representados, respectivamente, por  $H_3CCOOH$  e  $H_3CCOONa$ .
- E) A dissociação completa do metanoato de sódio em água resulta em uma solução em que a concentração de íons  $H^+$ <sub>(aq)</sub> é igual à de íons  $OH^-$ <sub>(aq)</sub>.

04. (UFU-MG) A iboga é uma misteriosa raiz africana à qual se atribuem fortes propriedades terapêuticas. Trata-se de uma raiz subterrânea que chega a atingir 1,50 m de altura, pertencente ao gênero *Tabernanthe*, composto por várias espécies. A que tem mais interessado a medicina ocidental é a *Tabernanthe iboga*, encontrada sobretudo na região dos Camarões, Gabão, República Central Africana, Congo, República Democrática do Congo, Angola e Guiné Equatorial.

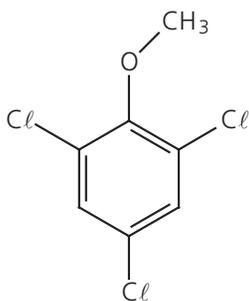
Disponível em: <<http://www.jornalgrandebahia.com.br>>  
Acesso em 26 de janeiro de 2016.

A ibogaína é extraída dessa raiz e tem fórmula estrutural



A partir da análise de sua estrutura, verifica-se que a ibogaína possui fórmula molecular

- A)  $C_{19}H_{24}N_2O$  e possui caráter básico.
  - B)  $C_{19}H_{23}N_2O$  e possui caráter ácido.
  - C)  $C_{20}H_{26}N_2O$  e possui caráter alcalino.
  - D)  $C_{20}H_{24}N_2O$  e possui caráter adstringente.
05. (Mackenzie-SP) A molécula do tricloroanisol (TCA), encontrada nos grãos de café robusta e em alguns tipos de vinhos, confere a essa variedade de café o cheiro característico de terra. Sua penetração no sistema olfativo humano é incrivelmente pequena – seis milionésimos de um bilionésimo de grama por mililitro.



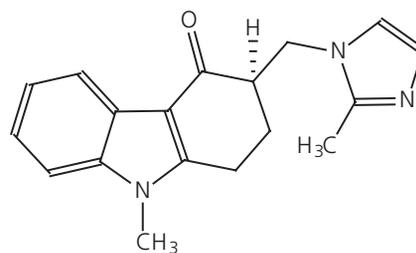
A saborosa complexidade do café. *Scientific America Brasil*

A fórmula estrutural do TCA está representada anteriormente.

- De acordo com essa estrutura, é correto afirmar que
- A) o TCA possui um grupo metóxi e, por isso, pode ser classificado como um éster.
  - B) substituindo-se a metila do grupo metóxi por um átomo de hidrogênio, obtém-se um composto orgânico com característica ácida.
  - C) em relação ao grupo metóxi, os átomos de cloro encontram-se nas posições para e meta.
  - D) existem 3 átomos de carbono com hibridização  $sp^2$ .
  - E) a fórmula molecular do TCA é  $C_7H_5Cl_3O$ , uma vez que essa molécula apresenta um centro quiral.

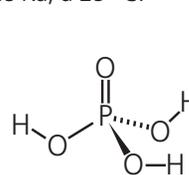
06. (Unificado-RJ) Ondansetrona é uma substância ativa de medicamentos, que possui atividade antiemética. É utilizada para controlar as náuseas e vômitos provocados por quimioterapia e radioterapia, assim como em pós-operatórios, pelo mesmo motivo. A ondansetrona, ao ser usada na prevenção e tratamento de náuseas e vômitos, não estimula o peristaltismo gástrico ou intestinal.

Sua fórmula estrutural está representada a seguir.



O caráter desse composto e seu isômero de função são, respectivamente,

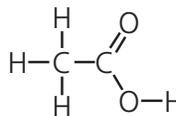
- A) básico; amina.
  - B) básico; aldeído.
  - C) neutro; amida.
  - D) ácido; álcool.
  - E) ácido; cetona.
07. (Uniube-MG) Os ácidos carboxílicos são substâncias orgânicas que, quando dissolvidos em água, dão origem a soluções aquosas ácidas. Isso decorre da ionização dessas substâncias em meio aquoso, levando à formação de íons  $H^+$  ou íons  $H_3O^+$ , conhecidos como íons hidrônio ou hidroxônio. Os fenóis também são compostos que apresentam essa mesma propriedade. A seguir, estão representadas as fórmulas moleculares de cinco substâncias,
- I.  $C_2H_6O$
  - II.  $C_2H_4O_2$
  - III.  $CH_2O$
  - IV.  $C_6H_6O$
  - V.  $C_6H_{12}O_6$
08. (Mackenzie-SP) Uma substância química é considerada ácida devido a sua tendência em doar íons  $H^+$  em solução aquosa. A constante de ionização  $K_a$  é a grandeza utilizada para avaliar essa tendência. Assim, são fornecidas as fórmulas estruturais de algumas substâncias químicas, com os seus respectivos valores de  $K_a$ , a 25 °C.



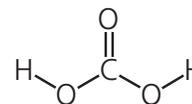
$$K_a = 7,6 \cdot 10^{-3}$$



$$K_a = 1,0 \cdot 10^{-10}$$



$$K_a = 1,8 \cdot 10^{-5}$$

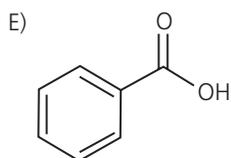
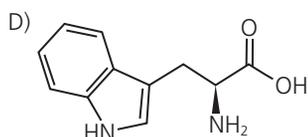
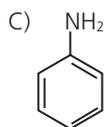
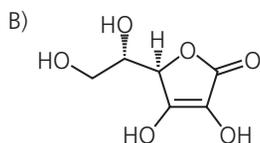
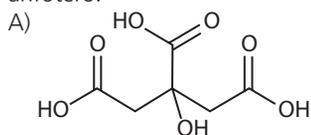


$$K_a = 4,3 \cdot 10^{-7}$$

A ordem crescente de acidez das substâncias químicas citadas é

- A) ácido fosfórico < ácido etanoico < ácido carbônico < ácido fênico.
- B) ácido fênico < ácido carbônico < ácido etanoico < ácido fosfórico.
- C) ácido fosfórico < ácido carbônico < ácido etanoico < ácido fênico.
- D) ácido fênico < ácido etanoico < ácido carbônico < ácido fosfórico.
- E) ácido etanoico < ácido carbônico < ácido fênico < ácido fosfórico.

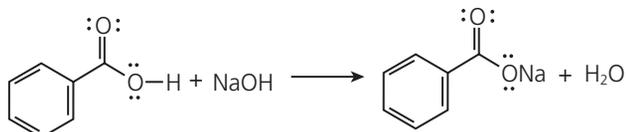
09. (Mackenzie-SP) Das substâncias orgânicas apresentadas a seguir, assinale a alternativa que representa uma molécula de caráter anfótero.



10. (Uece) Na indústria, as aminas são muito usadas como corantes, sendo a principal delas a anilina (amina primária), que é um óleo incolor com odor aromático. Algumas aminas também são usadas na fabricação de protetor solar. Já as amidas são usadas na preparação de medicamentos sedativos, auxiliam na fabricação de plásticos, são úteis na preparação de adubos nitrogenados, e podem, ainda, ser utilizadas como estabilizadores de explosivos. Tanto as aminas quanto as amidas são consideradas substâncias de caráter básico, porque

- A) são capazes de ceder prótons, conforme a proposta de Brønsted-Lowry.
- B) possuem átomos aceptores de pares de elétrons.
- C) em solução aquosa, ionizam-se, liberando o íon OH<sup>-</sup>, conforme o conceito de Arrhenius.
- D) os átomos de nitrogênio nelas presentes possuem um par de elétrons não ligantes que podem ser doados, o que caracteriza uma base de Lewis.

11. (UFT-TO) As reações ácido-base são fundamentais para o entendimento das reações dos compostos orgânicos. Muitas das reações que ocorrem em química orgânica são reações ácido-base ou envolvem uma reação ácido-base em alguma etapa. O estudo dessas reações nos permite examinar ideias a respeito da relação entre as estruturas das moléculas e suas reatividades, o papel do solvente e entender como determinados parâmetros termodinâmicos podem ser utilizados para prever quanto de produto será formado. Considere a equação que representa a reação entre o ácido benzoico e solução aquosa de hidróxido de sódio:



Sobre essa reação, é correto afirmar que:

- A) Durante a reação, ocorre a quebra da ligação covalente de forma hemolítica entre o hidrogênio e o oxigênio no ácido benzoico para formar a base conjugada.
- B) Devido à sua acidez, o ácido benzoico insolúvel em água dissolve-se em solução aquosa de hidróxido de sódio.
- C) O anel benzênico presente no ácido benzoico não exerce influência para a perda do próton.
- D) A adição de um solvente prótico diminui a acidez do ácido benzoico devido à diminuição da entropia do solvente, causada pelo efeito da solvatação.
- E) A reação é reversível, pois o sal formado após a perda do próton reage com as moléculas de água, regenerando o ácido benzoico.

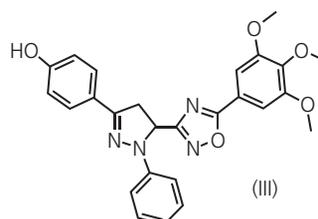
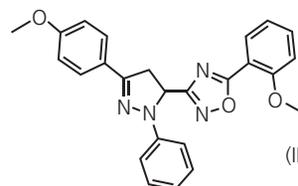
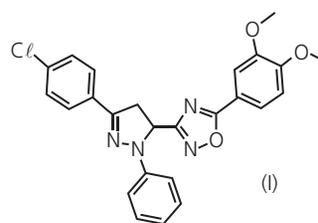
12. (Fac. Santa Marcelina-SP) A tabela fornece valores das constantes de dissociação, K<sub>a</sub>, de três ácidos a 25 °C.

ácido	K <sub>a</sub>
acético	1,78×10 <sup>-5</sup>
monocloroacético	1,35×10 <sup>-3</sup>
tricloroacético	1,47×10 <sup>-3</sup>

Comparando-se amostras de igual volume de soluções aquosas de mesma concentração em mol/L desses mesmos ácidos, pode-se concluir que

- A) o pH das soluções aumenta à medida em que aumenta a cloração da cadeia carbônica.
- B) a substituição de H por Cl aumenta a força de atração entre O e H no grupo OH.
- C) a quantidade em mol de NaOH necessária para sua neutralização é a mesma.
- D) a concentração de íons cloreto é maior na solução de ácido tricloroacético.
- E) o ácido acético é o mais forte e o ácido monocloroacético é o mais fraco.

13. As moléculas abaixo são utilizadas como agentes antioxidantes:

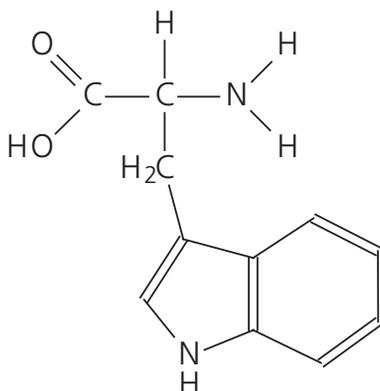


Tais agentes encontram utilização na química medicinal devido à sua habilidade em capturar radicais livres, espécies muito nocivas ao corpo, pois oxidam o DNA, causando inúmeras doenças.

A atividade antioxidante desses compostos está relacionada à sua capacidade de doar elétrons ou radicais hidrogênio. Baseado nesse conceito, é de se esperar que a ordem decrescente de atividade antioxidante das moléculas seja:

- a) (I) > (II) > (III)
- b) (I) > (III) > (II)
- c) (II) > (I) > (III)
- d) (II) > (III) > (I)
- e) (III) > (I) > (II)

14. (PUC-GO) Considere o fragmento a seguir: "Não sinto prazer. Alegria. Teseo.". Um neurotransmissor relacionado à sensação de prazer, bem-estar é a serotonina. Seu precursor é o triptofano, de fórmula estrutural:

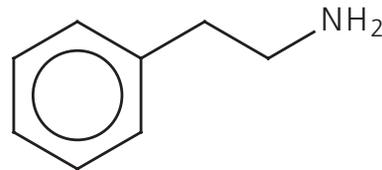


A serotonina é obtida após uma hidroxilação no anel benzênico e uma descarboxilação do triptofano. Sobre o triptofano, assinale a alternativa correta:

- A) Sua fórmula molecular é  $C_{11}H_7N_2O_2$ .
  - B) O grupo  $-COOH$  tem como ácido conjugado de Lowry-Bronsted o grupo  $-COO^-$ .
  - C) Apresenta isomeria óptica.
  - D) Considerando a teoria ácido-base de Lewis, o grupo  $-NH_2$ , na fórmula estrutural dada, tem caráter ácido.
15. (PUC-RJ/2015) Considere as seguintes afirmações a respeito da acidez e da basicidade dos compostos orgânicos citados.
- I. Metilamina ( $CH_3NH_2$ ) possui caráter básico, pois o par de elétrons livres do átomo de nitrogênio pode receber próton, dando origem a uma ligação;
  - II. Metilamina ( $CH_3NH_2$ ) possui caráter básico, pois um dos átomos de hidrogênio, ligados ao átomo de nitrogênio, pode ser doado facilmente;
  - III. Fenol ( $C_6H_5OH$ ) possui um caráter ácido fraco, mas ainda assim ele pode doar íon  $H^+$  quando reage, por exemplo, com uma base forte.

- É correto apenas o que se afirma em
- A) I
  - B) II
  - C) I e II
  - D) I e III
  - E) II e III

16. (UEFS-BA)

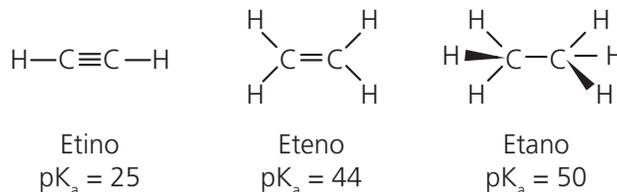


2-feniletilamina

A 2-feniletilamina representada pela fórmula estrutural, é um neurotransmissor que provoca sensações de "estar enamorado". Essa substância é também encontrada no chocolate, mas sua ingestão não produz esse tipo de sensação.

A análise da fórmula estrutural de 2-feniletilamina permite corretamente afirmar:

- A) A reação entre o fluido gástrico e a 2-feniletilamina forma o ácido de Brønsted-Lowry  $C_6H_5(CH_2)_2NH_3^+_{(aq)}$ .
  - B) A sensação de estar enamorado, provocada pela presença de 2-feniletilamina no cérebro, é decorrência da sua aromaticidade.
  - C) A 2-feniletilamina é mais solúvel em meio básico do que em meio ácido.
  - D) O pH da solução aquosa de 2-feniletilamina é menor que 7.
  - E) A 2-feniletilamina é uma amina secundária.
17. (UFU-MG) O ácido tricloroacético é uma substância aquosa com grande poder cauterizante e muito utilizado no tratamento de feridas, em doenças de pele, calos, verrugas, entre outros males. Seu caráter ácido é maior que o do ácido acético. Essa diferença pode ser explicada pelo
- A) elevado grau de ionização do  $H^+$  no ácido acético, que disponibiliza mais esse íon para a solução.
  - B) valor da constante ácida ( $K_a$ ) do ácido acético ser maior do que a constante ácida ( $K_a$ ) do ácido tricloroacético.
  - C) efeito que os átomos de cloro exercem na estrutura do ácido tricloroacético.
  - D) número de átomos de cloro na estrutura do tricloroacético, que fixa melhor o hidrogênio ionizável, aumentando a acidez.
18. (Unimontes/2014) Considere as estruturas dos hidrocarbonetos e os seus respectivos  $pK_a$ s.

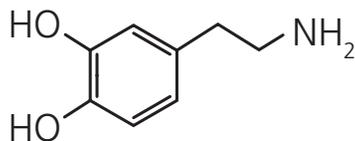


Em relação à acidez e à basicidade relativa dos hidrocarbonetos e de seus íons, é correto o que se afirma em

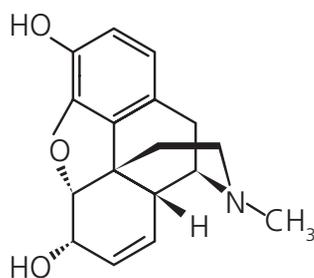
- A) Os prótons do etano,  $H^+$ , são os de menor acidez.
- B) O etino é o hidrocarboneto de menor acidez.
- C) O íon carbânio do eteno é o de maior basicidade.
- D) O ânion  $H_2C = CH^-$  é a base conjugada do etino.

19. (UFF/2012) Em pesquisas recentes, zonas do cérebro se mostraram mais ativas em pessoas apaixonadas. São zonas ricas em dopamina e endorfina. São neurotransmissores, sendo que a endorfina tem efeito semelhante ao da morfina. Estimulam os circuitos de recompensa, os mesmos que nos proporcionam prazer em comer quando sentimos fome, e em beber quando temos sede. Estar em contato com a alma gêmea, mesmo que por telefone ou *e-mail*, resultará na liberação de mais endorfina e dopamina, ou seja, de mais e mais prazer.

*Superinteressante*, 2006.



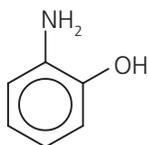
Dopamina



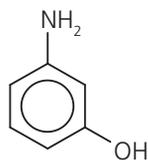
Morfina

Observando as estruturas da dopamina e da morfina, pode-se afirmar que

- A) são quirais.  
 B) são aminas primárias.  
 C) são amidas primárias.  
 D) apresentam propriedades alcalinas.  
 E) apresentam o mesmo percentual de nitrogênio.
20. (Unimontes/2011) As estruturas a seguir referem-se às bases orto, meta e para-hidroxianilina:



2-hidroxianilina



3-hidroxianilina



4-hidroxianilina

Considerando as estruturas anteriores e os valores de pKa de seus ácidos conjugados, 2-hidroxianilina (4,72); 3-hidroxianilina (4,17) e 4-hidroxianilina (5,47), é correto afirmar que

- A) a basicidade não sofre influência da simetria molecular.  
 B) o ácido conjugado de orto-hidroxianilina é o mais forte.  
 C) o grupo hidroxila confere maior caráter básico às bases.  
 D) a para-hidroxianilina é a mais forte de todas as bases.



## Fique de Olho

### ODORES DE ALGUMAS AMINAS



andrewblue/123RF/Gettyimages

A trimetilamina é um composto orgânico com fórmula  $N(CH_3)_3$ . Esta amina terciária incolor, higroscópica e inflamável tem um forte odor a peixe em baixas concentrações e um odor semelhante a amoníaco a concentrações mais elevadas. É um gás à temperatura ambiente, mas é normalmente vendido em cilindros de gás pressurizado ou em solução a 40% em água. A trimetilamina é uma base nitrogenada e pode ser facilmente protonada para liberar o cátion trimetilamônio. O cloreto de trimetilamônio é um sólido incolor e higroscópico preparado a partir de ácido clorídrico. É também um bom nucleófilo. A trimetilamina é um produto da decomposição de plantas e animais. É a substância mais responsável pelo odor muitas vezes associado a peixe em decomposição, algumas infecções e mau hálito.

Trimetilaminúria (TMAU), também conhecida como síndrome do odor de peixe<sup>[1]</sup>, é uma rara doença metabólica cujos principais sintomas são mau odor corporal, no hálito e na respiração, e gosto ruim na boca. Essa doença se caracteriza pela incapacidade do corpo de metabolizar a trimetilamina obtida através da alimentação. Essa substância, que tem um forte odor, está presente em alguns alimentos e é produzida através da ingestão de alimentos ricos em colina e carnitina, como ovos, carnes vermelhas, peixe e alguns vegetais verdes. Os portadores dessa doença eliminam a trimetilamina através do suor, saliva, urina e fluidos reprodutivos, causando forte odor no indivíduo. Mesmo que a doença seja conhecida tradicionalmente pelo odor de peixe, o odor pode variar de acordo com cada pessoa, dependendo de características genéticas, da alimentação e do estilo de vida.

**Aulas**  
**18 e 19**

**Introdução ao Estudo das Reações Orgânicas e Reações de Adição**

C-5 H-17, 18

C-7 H-24, 25

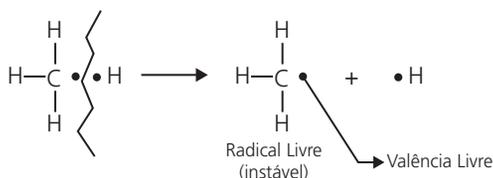
## Introdução às reações orgânicas

### Ruptura de ligação

Em uma reação química, sendo ela orgânica ou inorgânica, seguimos critérios cinéticos e termodinâmicos para que ocorra uma reação. Três coisas fundamentais que devem ocorrer para que uma reação se inicie, é a aproximação dos reagentes, afinidade química e o choque frontal efetivo. Vale ressaltar, também, que, em geral, nas reações químicas, ligações são rompidas e outras são formadas, e é justamente o que vamos ver agora, os tipos de rompimentos de ligações, que será de fundamental importância para definir o tipo de reação que vamos ter.

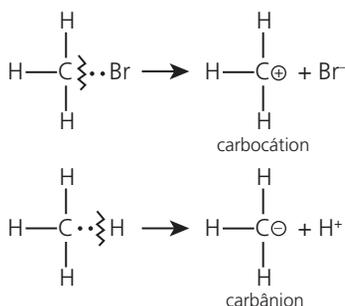
### Cisão homolítica

É quando, na quebra da ligação, cada átomo fica com seu elétron, formando radicais livres. Geralmente ocorre na presença de luz, calor e/ou peróxido.



### Cisão heterolítica

É quando, na quebra da ligação, o átomo mais eletronegativo fica com o par de elétrons inicialmente compartilhado, formando íons.



### Tipos de reagentes

**Radical livre** é toda espécie química que apresenta um ou mais elétrons desemparelhados.

**Reagente eletrofílico (ou eletrofilico)** é toda espécie química deficiente eletronicamente (ácido de Lewis), que recebe um par de elétrons em uma ligação química.

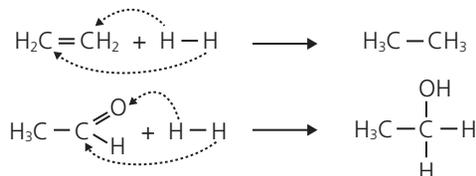
**Reagente nucleófilo (ou nucleofilico)** é toda espécie química capaz de disponibilizar um par de elétrons, em uma ligação química (base de Lewis).

## Classificação das reações

As reações orgânicas, em geral, podem ser classificadas como:

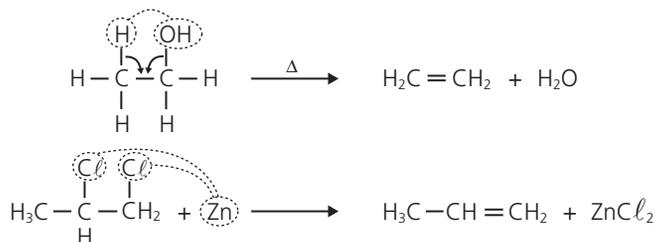
### Reações de adição

Nesse tipo de reação temos a união de duas ou mais moléculas e a formação de um único produto.



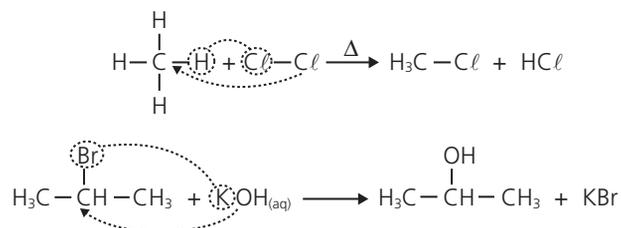
### Reações de eliminação

Nesse tipo de reação ocorre uma diminuição na quantidade de átomos na molécula do reagente orgânico. Átomos são eliminados. É o contrário da adição.



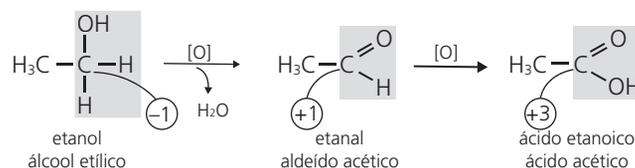
### Reações de substituição

Nesse tipo de reação um átomo ou grupo de átomos é substituído.



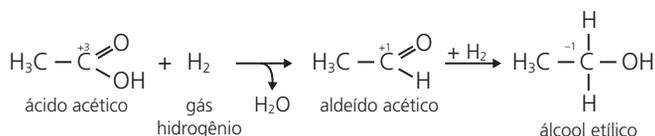
### Reações de oxidação

Aumento do NOX no átomo de carbono.



### Reações de redução

Diminuição do NOX no átomo de carbono.



## Reações orgânicas de adição

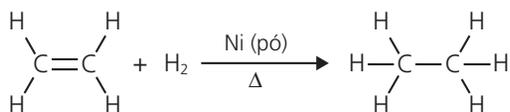
As reações de adição ocorrem geralmente em compostos insaturados, ou seja, que possuem ligações duplas ou triplas, como os alcenos, os alcinos e os alcadienos. Em determinadas condições, a ligação pi da dupla ou tripla feita entre dois átomos de carbono pode ser “quebrada” e os elétrons, que eram compartilhados entre os átomos de carbono, passam a ser compartilhados com átomos de outros elementos “adicionados” à molécula, numa ligação simples.

### Adição em alcenos

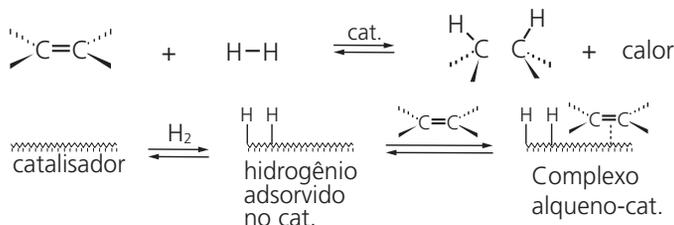
#### Hidrogenação catalítica (Método de Sabatier – Senderens)

É a adição de hidrogênios na presença de calor e catalisadores metálicos, como o níquel em pó, formam, do compostos saturados, os alcanos. Atualmente, utilizam-se, além do níquel metálico, Ni(s), a platina, Pt(s), e o paládio, Pd(s), todos finamente pulverizados.

**Ex.:** Adição de Hidrogênio ao eteno e produzindo etano.



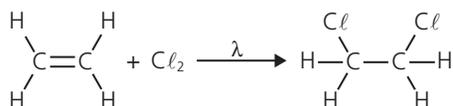
#### Mecanismo provável de hidrogenação



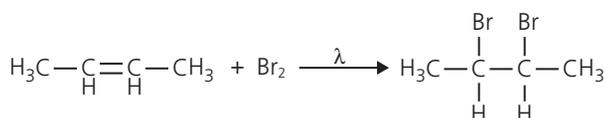
### Halogenação

A adição de cloro, Cl<sub>2(g)</sub>, bromo, Br<sub>2(l)</sub>, ou iodo, I<sub>2(g)</sub>, a alcenos, é ativada na presença de luz (λ). Produz di-halogenetos vicinais, isto é, moléculas com dois halogênios em átomos de carbono vizinhos.

**Ex1.:** Adição de cloro ao eteno e formando 1,2-dicloroetano.

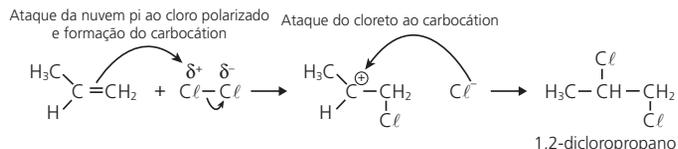


**Ex2.:** Adição de bromo ao but-2-eno e formando 2,3-dibromobutano.



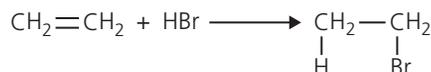
### Mecanismo provável de halogenação

**Ex.:** Halogenação do propeno – Adição eletrofílica



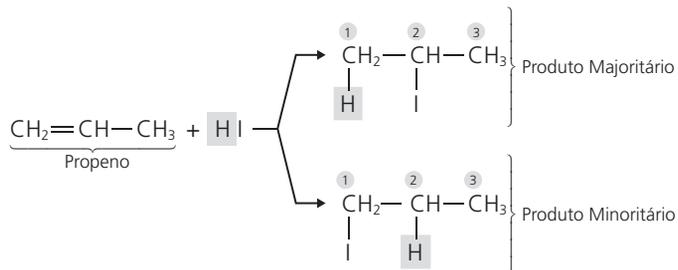
### Adição de HX (haleto de hidrogênio)

A adição de haleto de hidrogênio – cloro de hidrogênio, HCl, brometo de hidrogênio, HBr, ou iodeto de hidrogênio, HI – a alcenos, em geral, segue a regra estabelecida químico Vladimir Vasilyevich Markovnikov.



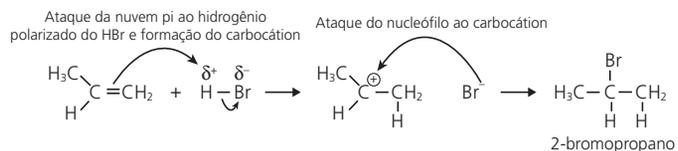
### Regra de Markovnikov

Na adição de um haleto de hidrogênio a um alceno, o hidrogênio do haleto liga-se ao átomo de carbono mais hidrogenado da dupla.



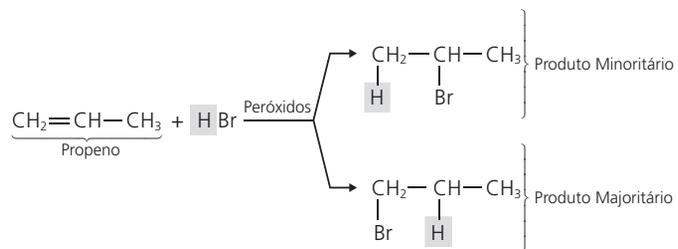
### Mecanismo provável na adição haleto de hidrogênio seguindo a Regra de Markovnikov

**Ex.:** Adição de HBr ao propeno – Adição Eletrofílica



Obs.: Como a primeira espécie a ser adicionado ao composto é um eletrófilo, como mostra o mecanismo, a reação é de mecanismo iônico do tipo adição eletrofílica.

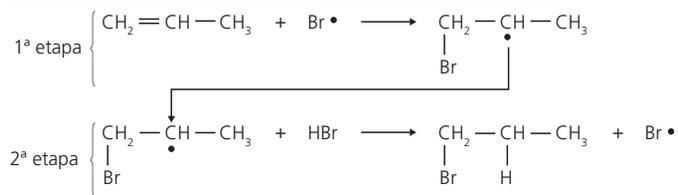
### Efeito peróxido, Efeito Kharasch ou Regra anti-Markownikoff:



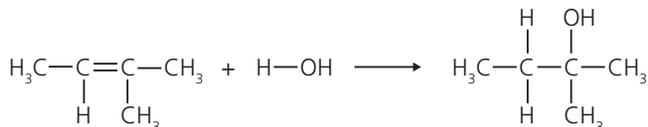
### Mecanismo provável efeito peróxido:

**Ex.:** Adição de HBr ao propeno com presença de peróxido orgânico – Adição com mecanismo radicalar.



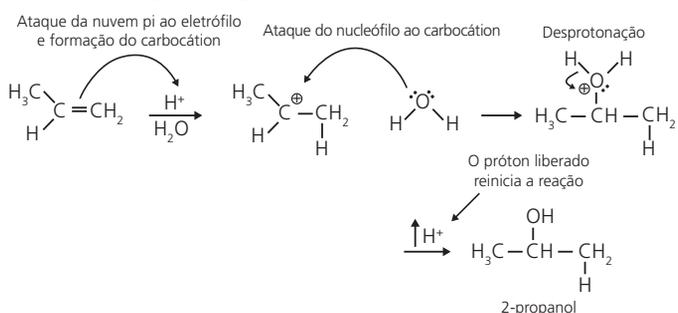


### Adição de H<sub>2</sub>O (hidratação)



### Mecanismo provável na adição de água

**Ex.:** Hidratação do propeno em meio ácido – Adição eletrofílica (Segue a Regra de Markovnikov)



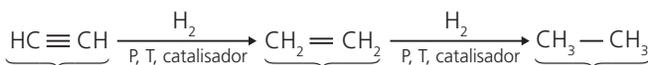
### Adição em alcinos

Seguindo a mesma linha de raciocínio das reações de adição em alcenos, vamos considerar como isso ocorre com os alcinos, hidrocarbonetos que possuem uma ligação tripla. O ponto vulnerável dos alcinos é exatamente a ligação tripla, onde as ligações do tipo pi (π) podem ser quebradas uma (adição parcial) ou duas vezes (adição total) e originar, respectivamente, novos compostos com ligações duplas (alcenos) ou simples (alcanos). A adição total ou parcial depende principalmente do tipo de catalisador envolvido e da quantidade do reagente.

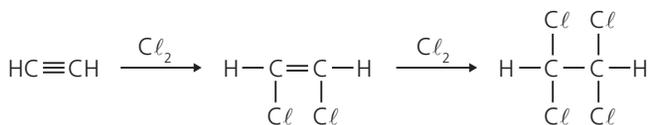
### Hidrogenação

Sob altas pressões e temperaturas, a molécula de H<sub>2</sub> é adicionada ao alcino com o uso de um catalisador, níquel (Ni) em pó, platina (Pt) ou paládio (Pd). Na primeira etapa, obtém-se um alceno, e, na segunda etapa, que é mais lenta, obtém-se um alceno.

Se o catalisador for o níquel ou platina, a reação produz diretamente o alceno. O paládio misturado com BaSO<sub>4</sub> produz o alceno. Um inibidor parcial do catalisador para se chegar somente até o alceno.

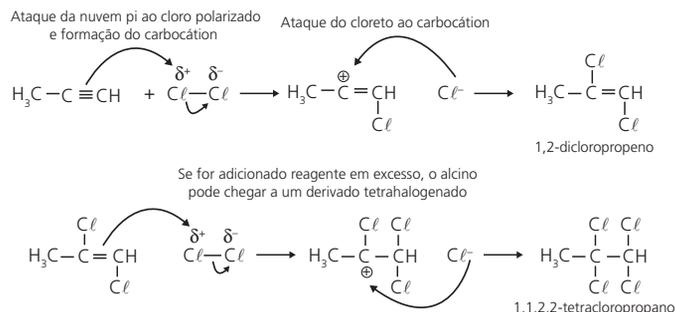


### Halogenação

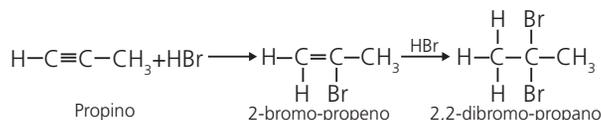


### Mecanismo provável de halogenação

**Ex.:** Halogenação do propino – Adição eletrofílica

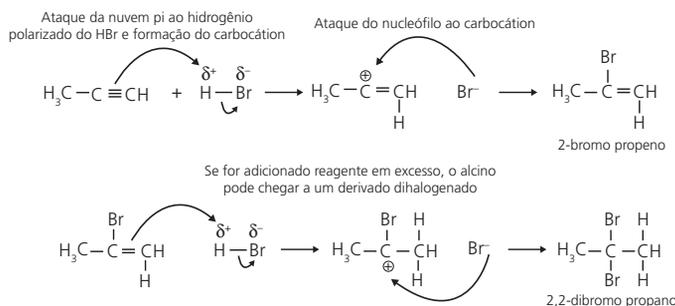


### Adição com HX

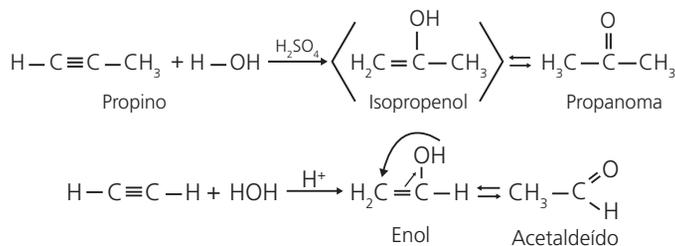


Mecanismo provável na adição Halceto de Hidrogênio seguindo a Regra de Markovnikov:

**Ex.:** Adição de HBr ao propino – Adição Eletrofílica

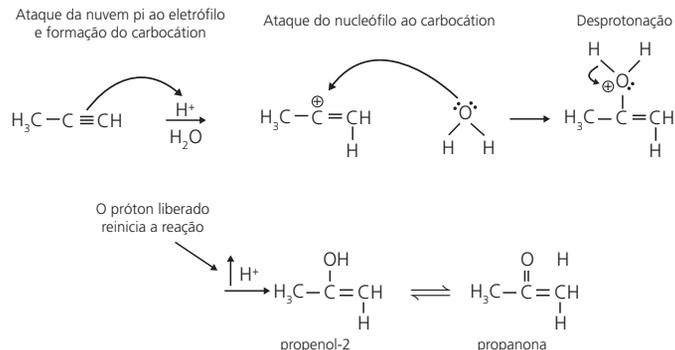


### Adição de Água

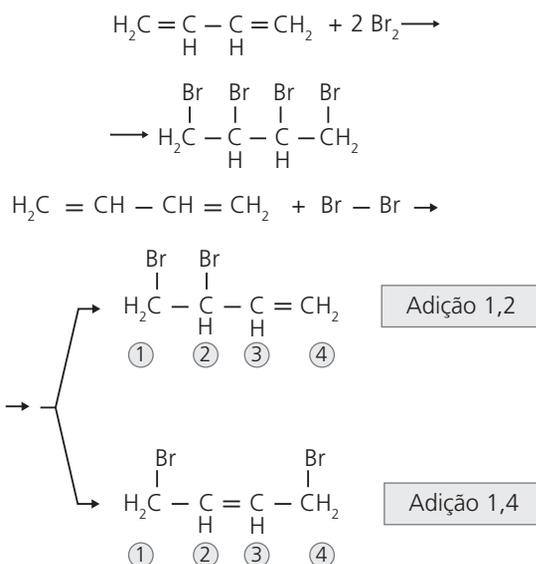


**Mecanismo provável na adição de água:**

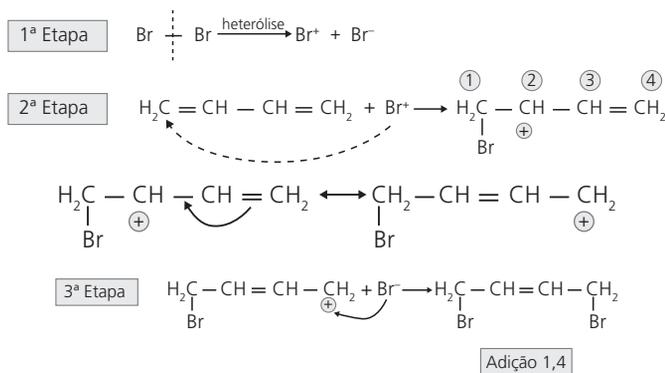
**Ex.:** Hidratação do propino em meio ácido – Adição eletrofílica (Segue a Regra de Markovnikov)



Adição em alcadienos

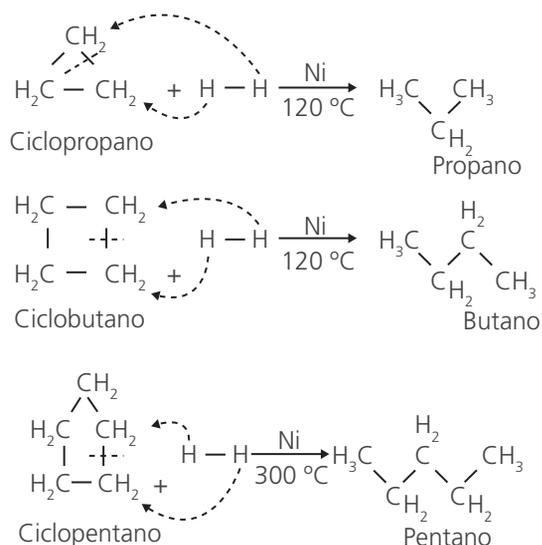


Mecanismo da adição 1,4

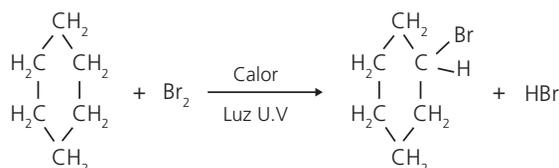
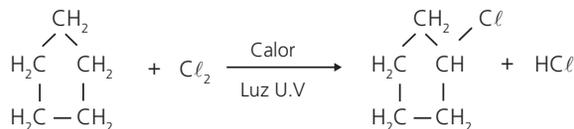
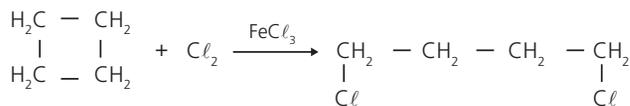
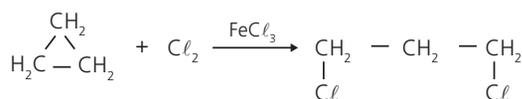


Adição em ciclanos (adição × substituição)

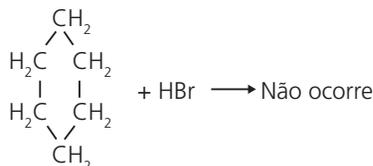
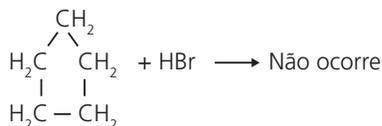
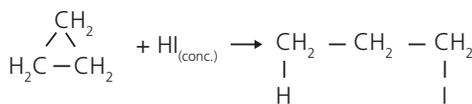
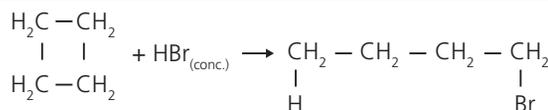
Hidrogenação



Halogenação



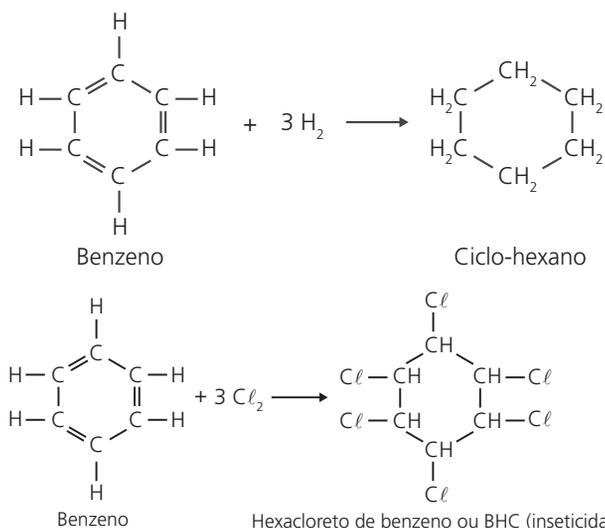
Reação com halogenidreto (HCl, HBr, HI)



Resumindo:

Reagente Ciclano	H <sub>2</sub>	Br <sub>2</sub>	HBr
	CH <sub>3</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>3</sub> Adição (Ni; 120 °C)	$\begin{array}{c} \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 \\   \qquad \qquad   \\ \text{Br} \qquad \qquad \text{Br} \end{array}$ Adição	$\begin{array}{c} \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 \\   \qquad \qquad   \\ \text{H} \qquad \qquad \text{Br} \end{array}$ Adição
	CH <sub>3</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>3</sub> Adição (Ni; 200 °C)	$\begin{array}{c} \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 \\   \qquad \qquad \qquad   \\ \text{Br} \qquad \qquad \qquad \text{Br} \end{array}$ Adição	$\begin{array}{c} \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 \\   \qquad \qquad \qquad   \\ \text{H} \qquad \qquad \qquad \text{Br} \end{array}$ Adição
	CH <sub>3</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>3</sub> Adição (Pt; 300 °C)	 + HBr Substituição	Não há reação.
	CH <sub>3</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>2</sub> - CH <sub>3</sub> Adição muito difícil	 + HBr Substituição	Não há reação.

Adição em aromáticos



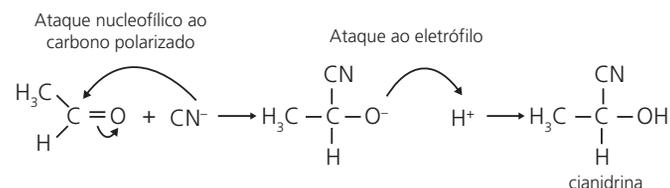
- A primeira reação só ocorre com catalisadores (Ni ou Pt) e em condições drásticas (300 °C e 200 atm de pressão);
- A segunda reação só ocorre com auxílio de luz ultravioleta e calor.

Adição nucleofílica

Reação comum dos compostos carbonilados, ocorre quando o substrato adiciona na primeira etapa um reagente nucleófilo.

- 1ª etapa: adição nucleofílica;
- 2ª etapa: adição eletrofílica.

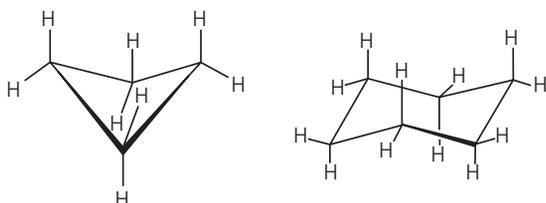
Vejamos como se comporta um aldeído (ou cetona) quando em contato com HCN. Primeiramente ocorre uma cisão heterolítica do HCN, que é um ácido fraco (dissociação):  $\text{HCN} \rightarrow \text{H}^+ + \text{CN}^-$ .



Exercícios de Fixação

01. (Fac. Israelita de C. da Saúde Albert Einstein-SP) Os cicloalcanos reagem com bromo líquido ( $\text{Br}_2$ ) em reações de substituição ou de adição. Anéis cíclicos com grande tensão angular entre os átomos de carbono tendem a sofrer reação de adição, com abertura de anel. Já compostos cíclicos com maior estabilidade, devido à baixa tensão nos ângulos, tendem a sofrer reações de substituição.

Considere as substâncias ciclobutano e cicloexano, representadas a seguir:



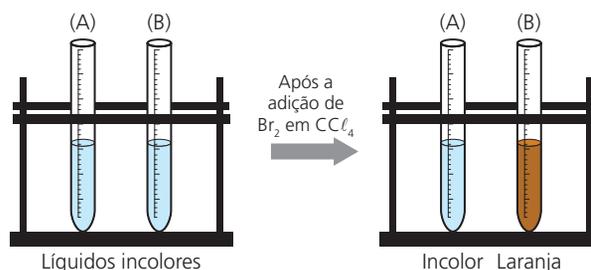
Em condições adequadas para a reação, pode-se afirmar que os produtos principais da reação do ciclobutano e do cicloexano com o bromo são, respectivamente,

- A) bromociclobutano e bromocicloexano.
- B) 1,4-dibromobutano e bromocicloexano.
- C) bromociclobutano e 1,6-dibromoexano.
- D) 1,4-dibromobutano e 1,6-dibromoexano.

02. (UCS-RS) Um estudante de Química da 3ª Série do Ensino Médio foi incumbido por seu professor de descartar corretamente duas substâncias químicas, líquidas e incolores (uma de cicloexeno e, outra, de benzeno) que se encontravam em dois frascos. A separação de substâncias químicas em um laboratório é extremamente importante do ponto de vista da sustentabilidade e da gestão ambiental, uma vez que cada uma delas deve ser acondicionada em um contêiner específico para receber o tratamento adequado. Aqui, nessa situação em particular, o cicloexeno deve ser separado do benzeno, pois este último é um hidrocarboneto aromático.

O problema é que os rótulos dos dois frascos, que continham as substâncias, estavam completamente danificados, tornando impossível a respectiva identificação por simples leitura. Ao lembrar de suas aulas sobre reações orgânicas, o estudante resolveu realizar um experimento bastante simples, sob a supervisão do professor, para descobrir em que frasco estava cada uma dessas substâncias.

O experimento consistiu em adicionar à temperatura ambiente cerca de 1,0 mL de uma solução de coloração laranja de  $\text{Br}_2$  em  $\text{CCl}_4$  a um mesmo volume de líquido de cada uma das substâncias identificadas pelos acrônimos (A) e (B) e, na sequência, em agitar os tubos de ensaios por alguns segundos. No tubo de ensaio (A), a solução de  $\text{Br}_2$  descoloriu quase que instantaneamente, enquanto que, no tubo de ensaio (B), o sistema ficou com a coloração laranja. O esquema da figura a seguir ilustra, de forma simplificada, o experimento realizado pelo estudante.



Em relação ao experimento realizado, assinale a alternativa correta.

- A) A substância química no tubo de ensaio (A) é o benzeno.
- B) A substância química no tubo de ensaio (B) é o cicloexeno.
- C) A reação que ocorre no tubo de ensaio (A) dá origem ao 1,2-dibromocicloexano.
- D) A reação que ocorre no tubo (B) dá origem ao 1,2-dibromobenzeno.
- E) As fórmulas mínimas do cicloexeno e do benzeno são, respectivamente,  $\text{C}_6\text{H}_8$  e  $\text{C}_6\text{H}_6$ .

03. (Uece) O cloro ficou muito conhecido devido a sua utilização em uma substância indispensável a nossa sobrevivência: a água potável. A água encontrada em rios não é recomendável para o consumo, sem antes passar por um tratamento prévio. Graças à adição de cloro, é possível eliminar todos os microrganismos patogênicos e tornar a água potável, ou seja, própria para o consumo. Em um laboratório de química, nas condições adequadas, fez-se a adição do gás cloro em um determinado hidrocarboneto, que produziu o 2,3-diclorobutano. Assinale a opção que corresponde à fórmula estrutural desse hidrocarboneto.

- A)  $H_2C = CH - CH_2 - CH_3$
- B)  $H_3C - CH_2 - CH_2 - CH_3$
- C)  $H_3C - CH = CH - CH_3$
- D)  $\begin{matrix} H_2C - CH_2 \\ | \quad | \\ H_2C - CH_2 \end{matrix}$

04. (UEG-GO) Um mol de uma molécula orgânica foi submetido a uma reação de hidrogenação, obtendo-se ao final um mol do cicloalcano correspondente, sendo consumidos 2 g de  $H_{2(g)}$  nesse processo. O composto orgânico submetido à reação de hidrogenação pode ser o

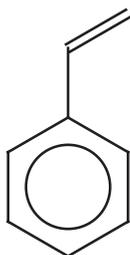
- A) cicloexeno
- B) 1,3-cicloexadieno
- C) benzeno
- D) 1,4-cicloexadieno
- E) naftaleno

05. (UFU/2018) Em países cuja produção da cana não é economicamente viável, utiliza-se reações do eteno ( $C_2H_4$ ) em meio ácido para produção do álcool.

Essa reação ocorre, porque

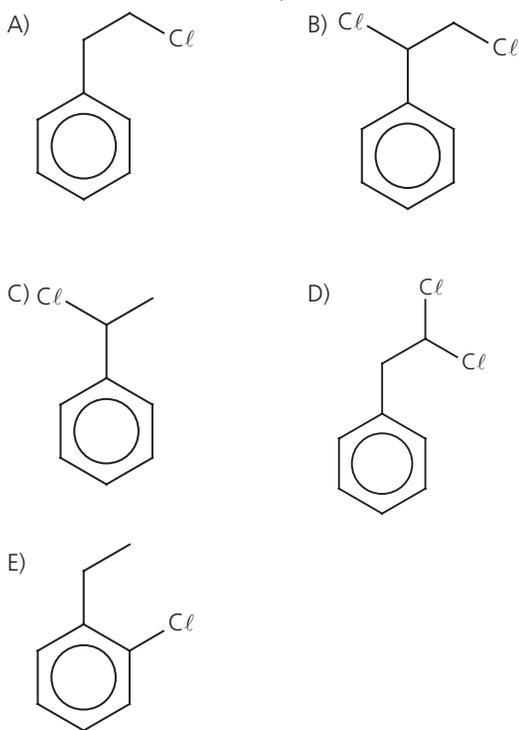
- A) a tripla ligação entre os carbonos, em presença de catalisador, é atacada por gás, hidrogênio.
- B) a dupla ligação entre os carbonos, quimicamente ativa, é atacada por água em meio ácido.
- C) a ligação simples entre os carbonos, presente na estrutura, é instável e sofre uma adição.
- D) as ligações da molécula, entre hidrogênio e carbono, sofrem adição do grupo OH, característico do álcool.

06. (FM Petrópolis-RJ) O estireno é um hidrocarboneto obtido a partir da destilação fracionada do petróleo, tem odor característico e seu ponto de ebulição é baixo, a ele conferindo uma volatilidade elevada. É empregado industrialmente como isolante térmico e nas reações de polimerização para a fabricação de plásticos e borrachas.



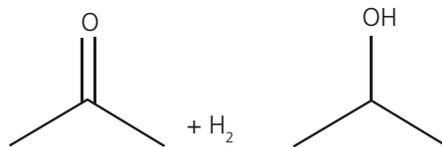
Estireno

O produto da reação de adição do ácido clorídrico à parte alifática do estireno está representado em



• Texto para responder à questão 07.

O isopropanol (massa molar = 60 g/mol) é um álcool muito utilizado como solvente para limpeza de circuitos eletrônicos. A produção mundial desse álcool chega a 2,7 milhões de toneladas por ano. A indústria química dispõe de diversos processos para a obtenção de isopropanol, entre eles, o que envolve a reação de acetona (massa molar = 58 g/mol) com hidrogênio. A equação dessa reação é



07. (UEFS/2018) A transformação de acetona em isopropanol é uma reação orgânica em que a acetona sofre

- A) hidrólise.
- B) substituição.
- C) hidratação.
- D) redução.
- E) esterificação.

08. (IFGO) Numa reação de adição, como a que é apresentada a seguir, se espera como produto principal:



- A) 1-bromopropano.
- B) 2-bromopropano.
- C) hidrogenobromopropano.
- D) 3-bromopropano.
- E) 2-bromopropeno.

09. (FPS-PE) Álcoois, haletos de alquila e dihaletos de alquila podem ser preparados a partir de alcenos, através de reações de adição à ligação dupla. Com base nessa informação, assinale a alternativa correta.
- A) A reação de hidratação catalisada por ácido do 1-penteno gera como produto o 1-pentanol.  
 B) A adição de HBr ao 1-metil-cicloex-1-eno segue a regra de Markovnikov, gerando 1-bromo-1-metilcicloexano.  
 C) A reação 1-hexeno com bromo (Br<sub>2</sub>), em um solvente apolar, como o tetracloreto de carbono, gera como produto o 2,2-dibromohexano.  
 D) A reação de hidrogenação catalítica do 1-hexeno não é um exemplo de reação de adição à ligação dupla.  
 E) Alcinos não sofrem reação de hidrogenação catalítica.

10. (UFU-MG) O propeno, matéria-prima de plásticos, pode ser utilizado como combustível e apresenta reatividade com HI.

O mecanismo dessa reação pode ser explicado pela adição do A) hidrogênio ao carbono que já está mais hidrogenado.  
 B) haleto orgânico, formando organometálicos.  
 C) iodo ao carbono que está mais hidrogenado.  
 D) halogênio ao carbono primário.



### Exercícios Propostos

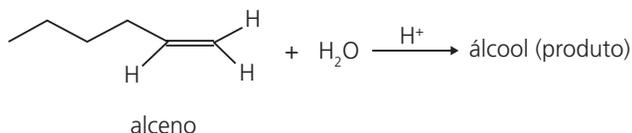
01. (PUCCamp-SP/2018)

A margarina é produzida a partir de óleo vegetal, por meio da hidrogenação. Esse processo é uma reação de **I** na qual uma cadeia carbônica **II** se transforma em outra **III** saturada.

As lacunas I, II e III são corretas e, respectivamente, substituídas por

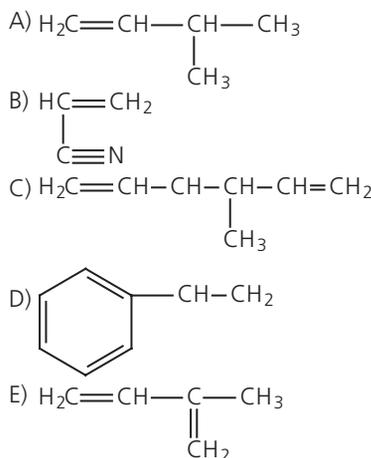
- A) adição – insaturada – menos  
 B) adição – saturada – mais  
 C) adição – insaturada – mais  
 D) substituição – insaturada – menos  
 E) substituição – saturada – mais
02. (UEG/2016) Um mol de uma molécula orgânica foi submetido a uma reação de hidrogenação, obtendo-se, ao final, um mol do cicloalcano correspondente, sendo consumidos 2 g de H<sub>2(g)</sub> nesse processo. O composto orgânico submetido à reação de hidrogenação pode ser o
- Dado:** H = 1.
- A) cicloexeno  
 B) 1,3-cicloexadieno  
 C) benzeno  
 D) 1,4-cicloexadieno  
 E) naftaleno

03. (Unibe-MG) Os álcoois são compostos que apresentam muitas aplicações em nosso cotidiano. O etanol, obtido pela fermentação da sacarose da cana-de-açúcar, é o mais conhecido e amplamente utilizado. Os demais álcoois são obtidos de maneira sintética e apresentam importantes aplicações industriais. A seguir, está representada a reação de hidratação de um alceno (hidrocarboneto insaturado) em meio ácido na síntese de um álcool.

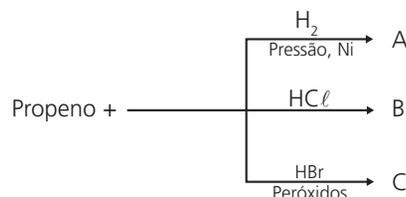


Analisando-se a reação anterior, o álcool obtido como produto principal dessa reação, segundo Markovnikov, é o:

- A) Butan-1-ol  
 B) Hexan-1-ol  
 C) Hexan-2-ol  
 D) Butan-2-ol  
 E) Pentan-2-ol
04. (Mackenzie-SP) Os polímeros são macromoléculas sintéticas ou naturais formados por unidades estruturais menores denominadas monômeros. O processo de polimerização pode ocorrer por adição ou condensação, sendo que os polímeros de adição são formados a partir de um mesmo monômero que possui uma ou mais insaturações em sua estrutura. Os polímeros diênicos, como o poliisopreno, sofrem preferencialmente uma reação de polimerização de adição 1,4. Assim, analisando as fórmulas estruturais dadas, o monômero alcadiênico que sofre reação de polimerização por adição 1,4 é



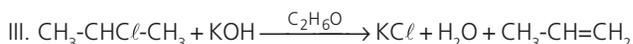
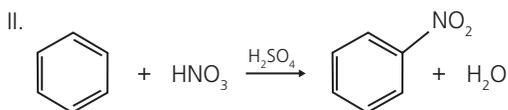
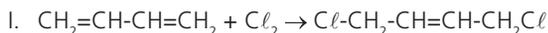
05. (UFG-GO) Diversas empresas vêm utilizando o chamado “plástico verde” em seus produtos. Esse plástico é obtido a partir do etanol de cana-de-açúcar, contribuindo, desse modo, para a redução do uso do petróleo. A conversão do etanol em plástico ocorre na seguinte sequência de reações:
- A) adição e eliminação.  
 B) adição e polimerização.  
 C) eliminação e polimerização.  
 D) polimerização e substituição.  
 E) substituição e adição.
06. (UFT-TO) A figura a seguir descreve três reações de adição ao alceno propeno, obtendo como produto principal de reação os compostos A, B e C.



Sobre os processos descritos na figura anterior, podemos afirmar:

- A) O produto A possui insaturação.  
 B) O produto C é o brometo de isopropila.  
 C) O produto C obedece a regra de Markownikoff.  
 D) O produto A é uma adição anti Markownikoff.  
 E) O produto B é o cloreto de isopropila.

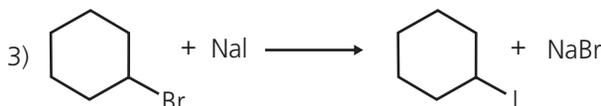
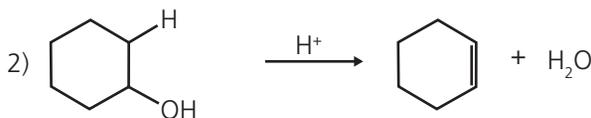
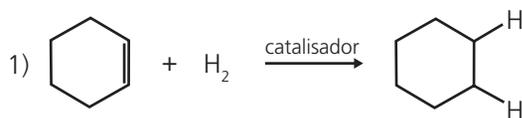
07. (FCM-PB) A Química Orgânica estuda os compostos que possuem carbono. Atualmente, aproximadamente dez milhões são os compostos existentes, mas cerca de nove milhões são de compostos orgânicos. Uma molécula orgânica complexa pode se quebrar, pois seus átomos adquirem novas disposições, por um grande número de processos. Há também outros métodos para adicionarem a essa molécula mais átomos ou substituir seus átomos por outros átomos. A Química Orgânica resume-se em identificar essas reações, como elas se realizam e as suas possíveis aplicações na síntese de compostos. Observe as reações a seguir e as classifique-as:



A classificação, respectivamente:

- A) I. Adição; II. Eliminação; III. Substituição
- B) I. Eliminação; II. Adição; III. Substituição
- C) I. Eliminação; II. Substituição; III. Adição
- D) I. Adição; II. Substituição; III. Eliminação
- E) I. Substituição; II. Adição; III. Eliminação

08. (FPS-PE) A produção de muitos produtos químicos sintéticos, tais como drogas, plásticos, aditivos alimentares, tecidos, dependem de reações orgânicas. As reações orgânicas são reações químicas envolvendo compostos orgânicos. As reações orgânicas 1, 2 e 3 descritas a seguir podem ser classificadas, respectivamente, como reações de:

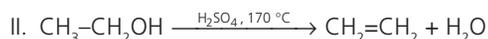


- A) substituição, adição e eliminação.
- B) adição, rearranjo e substituição.
- C) adição, rearranjo e redox.
- D) adição, eliminação e substituição.
- E) redox, adição e eliminação.

• Texto para a questão 09.

Muitas frutas são colhidas ainda verdes, para que não sejam danificadas durante o seu transporte. São deixadas em armazéns refrigerados até o momento de sua comercialização, quando são colocadas em um local com gás eteno por determinado período, para que o seu amadurecimento ocorra mais rapidamente.

As reações I e II representam dois métodos diferentes na produção de eteno.



Dado:  $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

09. (FGV-SP) As reações I e II são denominadas, respectivamente,
- A) desidrogenação e desidratação intramolecular.
  - B) desidrogenação e desidratação intermolecular.
  - C) desidrogenação e adição.
  - D) eliminação e hidratação intramolecular.
  - E) eliminação e hidratação intermolecular.

10. (UFJF-PISM – 3/2015) Um método clássico para a preparação de alcoóis é a hidratação de alcenos, catalisada por ácido. Nessa reação, o hidrogênio se liga ao carbono mais hidrogenado, e o grupo hidroxila se liga ao carbono menos hidrogenado (regra de Markovnikov). Sabendo-se que os alcoóis formados na hidratação de dois alcenos são, respectivamente, 2-metil-2-hexanol e 1-etilciclopentanol, quais são os nomes dos alcenos correspondentes que lhes deram origem?

- A) 2-metil-2-hexeno e 2-etilciclopenteno.
- B) 2-metil-2-hexeno e 1-etilciclopenteno.
- C) 2-metil-3-hexeno e 1-etilciclopenteno.
- D) 2-metil-1-hexeno e 2-etilciclopenteno.
- E) 3-metil-2-hexeno e 2-etilciclopenteno.

11. (Uespi) O halotano é o nome usual do derivado halogenado (bromo-2-cloro-2-trifluoretano-1,1,1), que é largamente utilizado como anestésico. Um dos métodos de preparação deste anestésico consiste na reação de:

- A) adição de ácido fluorídrico ao tricloroetileno em presença de tricloreto de antimônio, seguida de uma reação de substituição com bromo.
- B) adição de ácido bromídrico ao tricloroetileno em presença de tricloreto de antimônio, seguida de uma reação de substituição com cloro.
- C) adição de ácido clorídrico ao tricloroetileno em presença de tricloreto de antimônio, seguida de uma reação de substituição com flúor.
- D) adição de ácido bromídrico ao tricloroetileno em presença de tricloreto de antimônio, seguida de uma reação de substituição com bromo.
- E) adição de ácido fluorídrico ao tricloroetileno em presença de tricloreto de antimônio, seguida de uma reação de substituição com cloro.

12. (PUC-RJ) Os alcenos e alcinos possuem cadeias insaturadas, o que confere maior reatividade desses hidrocarbonetos em relação aos alcanos. Com relação aos hidrocarbonetos, assinale a opção em que não ocorrerá uma reação de adição.

- A) Etileno +  $\text{H}_2\text{O}$
- B) Etano +  $\text{Br}_2$
- C) Eteno +  $\text{Cl}_2$
- D) Buteno +  $\text{H}_2\text{O}$
- E) Propino +  $\text{Br}_2$

13. (Mackenzie-SP) Dois hidrocarbonetos A e B apresentam as características assinaladas na tabela a seguir.

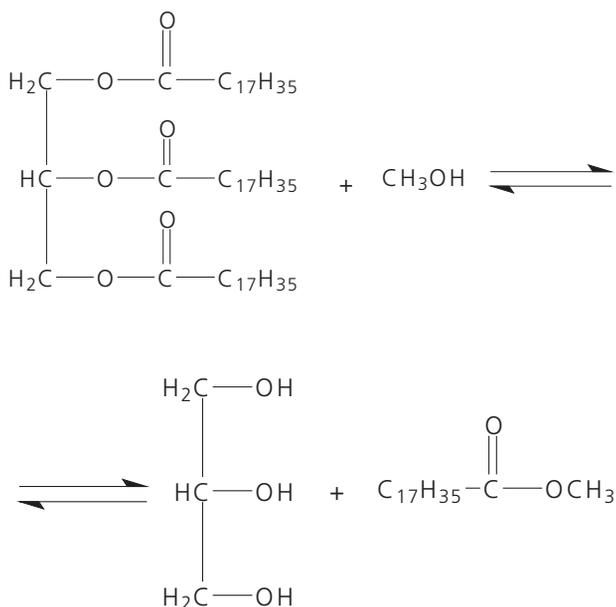
Características	A	B
Composto alicíclico saturado		X
Descora solução de bromo em $CCl_4$	X	
Sofre preferencialmente reação de adição 1,4	X	
Sofre reação de substituição quando reage com $Br_2$ em presença de luz U.V.		X

Analisando as informações da tabela, os hidrocarbonetos A e B são, respectivamente,

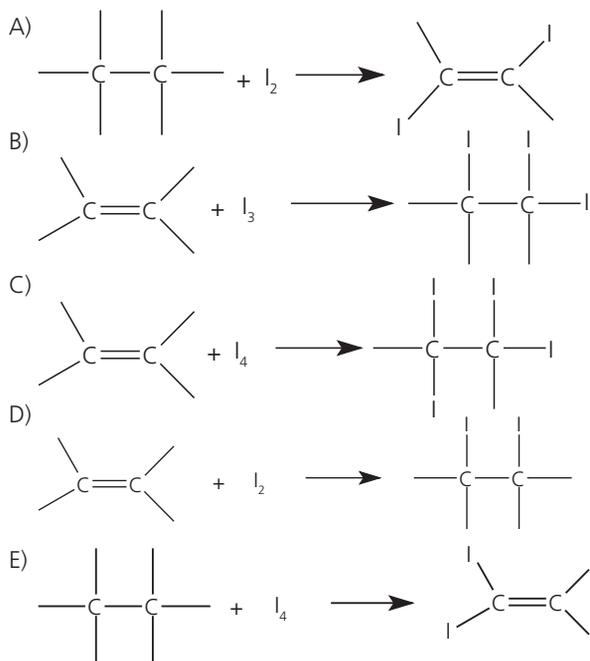
- A) hexa-1,4-dieno e ciclopropano.
- B) buta-1,3-dieno e benzeno.
- C) butano e ciclopenteno.
- D) buta-1,3-dieno e cicloexano.
- E) buta-1,2-dieno e ciclopropano.

• Texto para a questão 14.

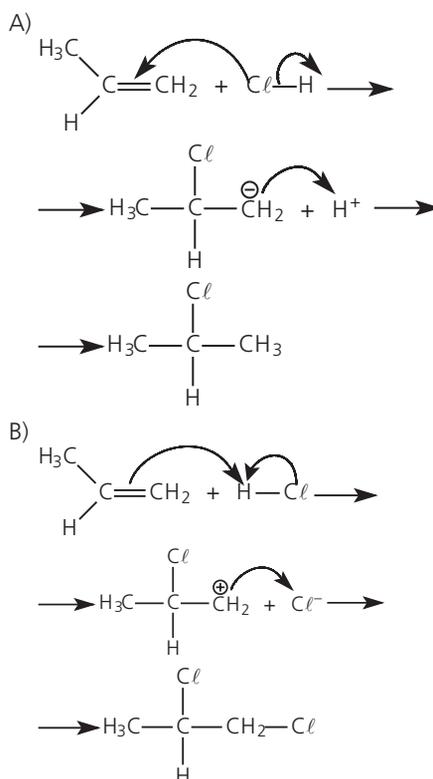
Uma das alternativas viáveis ao Brasil para o uso de fontes renováveis de energia e com menor impacto ambiental é o biodiesel. No Brasil foi instituída a Lei 11.097, de 13 de janeiro de 2005, que obriga, a partir de 2008, em todo o território nacional, o uso de uma mistura em volume de 2% de biodiesel e 98% de diesel de petróleo, denominada de B2. Em janeiro de 2013, essa obrigatoriedade passará para 5% (B5). Este biocombustível é substituído do óleo diesel, que é um combustível fóssil, pois obtido da destilação fracionada do petróleo. O procedimento normalmente utilizado para obtenção do biocombustível é através da transesterificação catalítica entre um óleo vegetal com álcool de cadeia curta, sendo obtidos ésteres graxos, como pode ser representado pela equação química a seguir:

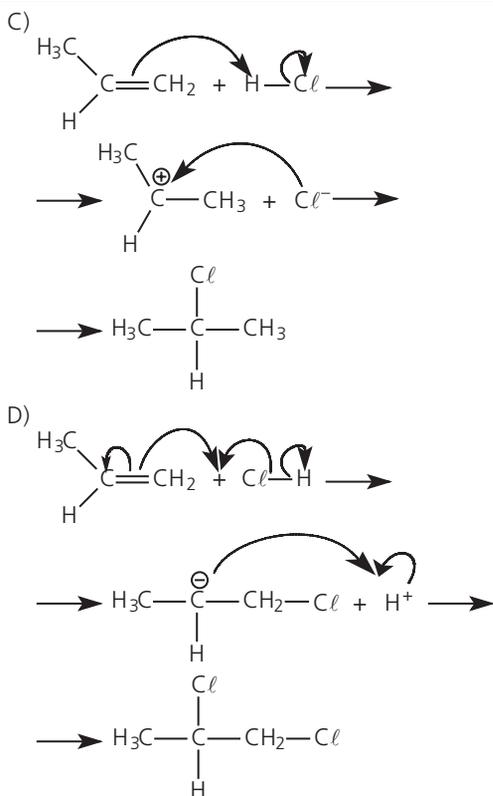


14. (UEPB) Um dos índices da qualidade do diesel e do biodiesel é a determinação do número de insaturações em suas moléculas. Quanto maior a quantidade de insaturações, maior é a degradabilidade, oxidação, do combustível. A técnica para determinação do índice de insaturação é denominada de índice de iodo. A reação se processa da seguinte maneira: o iodo molecular, de cor violeta, reage com os carbonos insaturados da molécula e produz uma ligação saturada, incolor. Qual das alternativas a seguir apresenta uma equação química adequada para esta reação?



15. (UFU-MG) O propeno é um hidrocarboneto insaturado de fórmula  $C_3H_6$ . Seu principal uso é na produção de polipropileno. A respeito do mecanismo que melhor descreve a reação do propeno com ácido clorídrico, marque a alternativa correta.





16. (UFV-MG) Em 1898 Rudolf Diesel apresentou ao mundo um motor abastecido com óleo de amendoim, bem mais eficiente que os motores a vapor usados na época. A preocupação atual com o desenvolvimento sustentável faz ressurgir o emprego de óleos vegetais nos motores movidos a óleo mineral. A estrutura a seguir representa o ácido oleico, encontrado em grande quantidade no óleo de amendoim:



Ácido oleico

Com relação às reações que ocorrem com o ácido oleico, assinale a afirmativa incorreta:

- A) A reação com etanol, em meio ácido, leva à formação de um éster.  
 B) A reação com  $H_2$  forma um ácido saturado.  
 C) A reação com  $Br_2$  é exemplo de uma reação de adição.  
 D) A reação de adição de água, catalisada por  $H^+$ , leva à formação de um diol.
17. (Fuvest-SP/2009) Na Tabela Periódica, o elemento químico bromo (Br) está localizado no 4º período e no grupo 7A (ou 17), logo a seguir do elemento cloro (Cl). Com relação à substância simples bromo ( $Br_2$ , ponto de fusão  $-7,2^\circ C$ , ponto de ebulição  $58,8^\circ C$ , sob pressão de 1 atm), um estudante de Química fez as seguintes afirmações:
- Nas condições ambientes de pressão e temperatura, o  $Br_2$  deve ser uma substância gasosa.
  - Tal como o  $Cl_2$ , o  $Br_2$  deve reagir com o eteno. Nesse caso, o  $Br_2$  deve formar o 1,2 – dibromoetano.
  - Tal como o  $Cl_2$ , o  $Br_2$  deve reagir com  $H_2$ , formando um haleto de hidrogênio. Nesse caso, o  $Br_2$  deve formar o brometo de hidrogênio.

É correto somente o que o estudante afirmou em

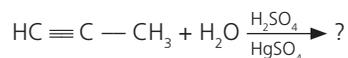
- A) I  
 B) I e II  
 C) II e III  
 D) I e III  
 E) III

18. (UFU-MG/2013) As duplas ligações existentes no anel benzênico nos dão a primeira impressão de que deveriam ser fáceis as reações de adição nesse anel, tal como acontece nos alcenos. Porém, a variação da entalpia da reação de adição de hidrogênio ( $H_2$ ) no ciclohexeno é  $-28,6$  Kcal, enquanto o calor liberado pela mesma adição completa em benzeno é 49,8 kcal.

Os valores da entalpia das reações das hidrogenações apresentadas anteriormente indicam

- A) maior estabilidade do benzeno com relação ao ciclohexeno, devido à ressonância do anel.  
 B) que o anel aromático tem menor estabilidade que o ciclohexeno, devido ao número de duplas ligações do anel.  
 C) que a estabilidade do benzeno independe da energia de ressonância, devido ao número de ligações no anel.  
 D) maior estabilidade do ciclohexeno com relação ao anel aromático, devido ao menor número de ligações.

19. (Mackenzie-SP/2008) A respeito da reação orgânica e do(s) produto(s) obtido(s), são feitas as seguintes afirmações:

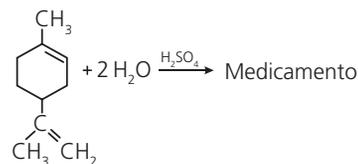


- Trata-se de uma reação de adição, com a formação de um álcool;
- Há ocorrência de tautomeria no produto formado;
- O produto possui isômeros ópticos;
- Essa reação pode ser utilizada para obtenção da propanona.

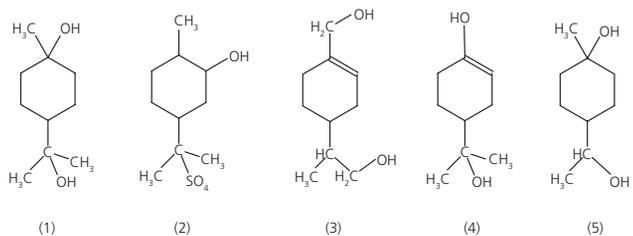
Estão corretas as afirmações

- A) I e IV, somente.  
 B) I e II, somente.  
 C) II e IV, somente.  
 D) II, III e IV, somente.  
 E) I, II e III, somente.

20. (UFPA/2016) Um medicamento expectorante pode ser sintetizado conforme o seguinte esquema reacional:



A seguir estão propostas cinco possíveis estruturas para esse medicamento.



A estrutura correta é a

- A) 1  
 B) 2  
 C) 3  
 D) 4  
 E) 5



## Fique de Olho

### MARGARINA × MANTEIGA



Margarina é termo genérico para identificar gorduras alimentares de origem vegetal usadas em substituição da manteiga. O seu nome deriva da descoberta do “ácido margárico” por Michel Eugène Chevreul, em 1813, que pensou ter descoberto um dos três ácidos gordos que formavam as gorduras animais, mas, em 1853, descobriu-se que aquele ácido era apenas uma combinação de ácido esteárico e ácido palmítico. Atualmente, a margarina moderna é produzida com uma grande variedade de gorduras vegetais, geralmente misturadas com leite desnatado, sal e emulsionantes. Pelo processo de hidrogenação, converte-se uma pequena parte das gorduras insaturadas em trans-saturadas (a chamada gordura trans). Entretanto, a maioria das marcas de margarina de hoje em dia não passam pelo processo de hidrogenação mas são gordura interesterificada, ou seja, obtidas a partir de mistura de óleo vegetal totalmente hidrogenado (gordura saturada) e óleos vegetais líquidos. Presente em várias marcas brasileiras, a gordura interesterificada foi alvo de estudos recentes que sugerem que esta pode ser mais danosa à saúde do que a gordura hidrogenada.

A margarina oriunda da hidrogenação de óleos vegetais (gordura hidrogenada, isto é, gordura trans) é um produto de origem vegetal e em geral é rica em ácidos graxos poli e monoinsaturados. A manteiga é um produto de origem animal, portanto, tem na sua composição predominantemente gorduras saturadas. Mas devido à indústria da margarina manter em segredo imagens e detalhes químicos do processo de fabricação da margarina, torna-se difícil comprovar todos os elementos que são utilizados na fabricação da margarina.

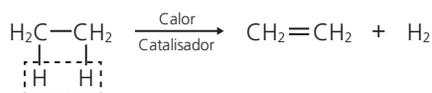
Wikipédia, a enciclopédia livre.

## Aula 20

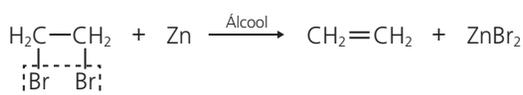
### Reações de Eliminação

## Reações de eliminação

### Eliminação de hidrogênio (desidrogenação)



### Eliminação de halogênios (de-halogenação)



## Desidratação de álcoois

### Desidratação intramolecular de álcoois

Classificamos os álcoois em primários, secundários e terciários, conforme o grupo (–OH) esteja ligado ao carbono primário, secundário ou terciário, respectivamente.

A facilidade de desidratação é maior nos álcoois terciários, depois nos secundários e por último nos primários.

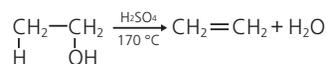
Álcool terciário > Álcool secundário > Álcool primário

Isso se deve à estabilidade do carbocátion formado na cisão heterolítica, que ocorre no carbono que possuía a hidroxila –OH.

Se esse carbono for terciário, o número de grupos alquila que irão doar elétrons, dispersando sua carga, será maior e, portanto, o carbocátion será mais estável.

A desidratação intramolecular necessita de catalisador,  $\text{H}_2\text{SO}_4$  ou  $\text{Al}_2\text{O}_3$  e um aquecimento maior que a intermolecular.

Exemplos:



Quando houver a possibilidade de formar mais de um alceno, é o mais estável que se forma em maior quantidade. O alceno mais estável é aquele que apresenta o maior número de radicais orgânicos ligados aos átomos de carbono da dupla ligação.

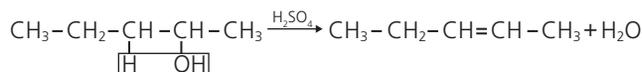
$\text{R}_2\text{C}=\text{CR}_2 > \text{R}_2\text{C}=\text{CHR} > \text{R}_2\text{C}=\text{CH}_2 > \text{RCH}=\text{CHR} > \text{RCH}=\text{CH}_2$

Estabilidade dos alkenos

Portanto, podemos enunciar a regra de Saytzeff:

“Na desidratação de álcool, formar-se-á o alceno mais estável”.

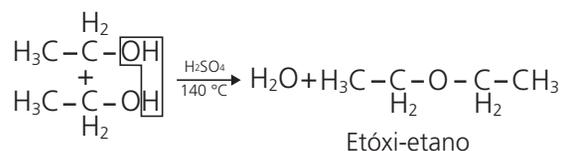
Exemplo:



Concluindo, podemos dizer que na desidratação intramolecular do álcool forma-se alceno.

### Desidratação intermolecular dos álcoois

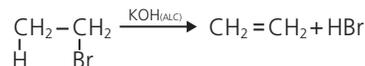
Com um aquecimento mais brando que o usado para a desidratação intramolecular e na presença de ácido forte, os álcoois sofrem desidratação intermolecular, produzindo éteres.



Portanto, desidratação intermolecular dos álcoois produz éter.

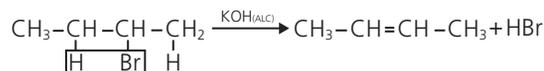
## Eliminação de HCl, HBr e HI de haletos orgânicos

Verifica-se reação de eliminação quando haletos orgânicos encontram-se em presença de KOH alcoólico.



Nas situações em que pode ser obtido mais de um alceno, seguimos a regra de Saytzeff. Partindo-se de cadeias maiores, haverá maior tendência de o hidrogênio sair do carbono menos hidrogenado.

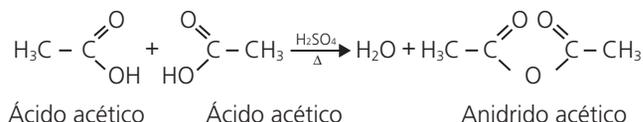
Por exemplo:



## Desidratação de ácidos carboxílicos

Os ácidos desidratam-se na presença de desidratantes ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{H}_3\text{PO}_4$  ou  $\text{P}_2\text{O}_5$ ), produzindo anidridos de ácidos.

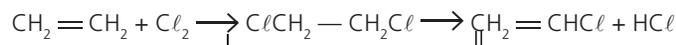
Exemplo:



## Exercícios de Fixação

01. (Uece) Um dos produtos da reação entre 1 mol de 1,5-dibromo-pentano e 2 mols de zinco, que é usado na manufatura de resinas sintéticas e borrachas adesivas, é o
- A) n-pentano.                      B) pent-1-eno.  
C) penta-1,5-dieno.              D) ciclopentano.

02. (UFRGS/2019) A produção industrial de cloreto de vinila, matéria-prima para a obtenção do poli(cloreto de vinila), polímero conhecido como PVC, envolve as reações mostradas no esquema abaixo.

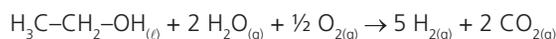


As reações I e II podem ser classificadas como

- A) cloração e adição.              B) halogenação e desidroalogenação.  
C) adição e substituição.          D) desidroalogenação e eliminação.  
E) eliminação e cloração.
03. (UFPI) Indique, entre as alternativas a seguir, o alceno que é obtido a partir da reação de eliminação (desidratação) do 3-metil-1-butanol, cuja fórmula molecular é  $\text{C}_5\text{H}_{12}\text{O}$ .
- A) 2-metil-3-buteno.              B) 3-metil-2-buteno.  
C) 2-metil-2-buteno.              D) 3-metil-1-buteno.  
E) 2-metil-1-buteno.

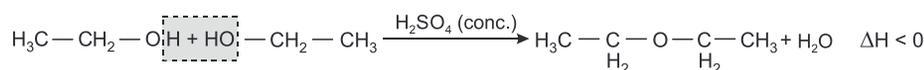
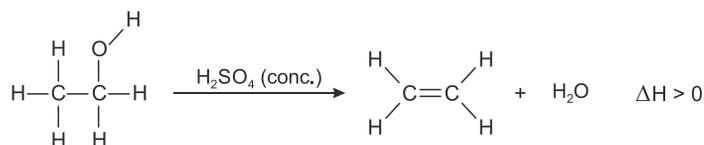
- Texto para a questão 04.

O sucesso da experiência brasileira do Pró-álcool e do desenvolvimento da tecnologia de motores bicombustíveis é reconhecido mundialmente. Países europeus usam a experiência brasileira como base para projetos de implantação da tecnologia de veículos movidos a células a combustível, que produzem energia usando hidrogênio. Como o  $\text{H}_2$  não existe livre na natureza, ele pode ser obtido a partir do etanol de acordo com a reação:



04. (FGV-SP) Dentre as reações que podem ocorrer com o etanol, está a reação de eliminação intramolecular. Nela, o produto orgânico formado é
- A) um éter.                              B) um éster.  
C) um alceno.                            D) uma cetona.  
E) um ácido carboxílico.

05. (Fac. Albert Einstein – Medicin/2016) Os álcoois sofrem desidratação em meio de ácido sulfúrico concentrado. A desidratação pode ser intermolecular, ou intramolecular, dependendo da temperatura.  
As reações de desidratação do etanol na presença de ácido sulfúrico concentrado podem ser representadas pelas seguintes equações.



Sobre a desidratação em ácido sulfúrico concentrado do propano-1-ol, foram feitas algumas afirmações.

- A desidratação intramolecular forma o propeno.
- Em ambas as desidratações, o ácido sulfúrico concentrado age como desidratante.
- A formação do éter é favorecida em temperaturas mais altas, já o alceno é formado, preferencialmente, em temperaturas mais baixas.

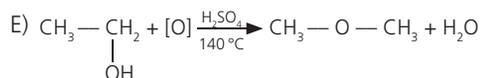
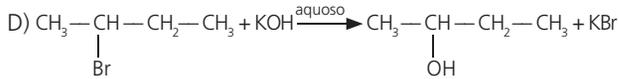
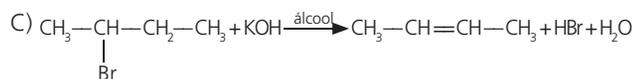
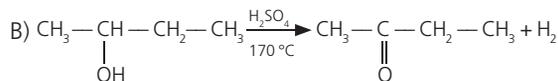
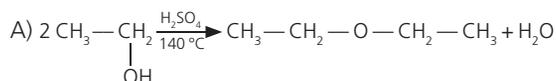
Estão corretas apenas as afirmações:

- I e II
- I e III
- II e III
- I, II e III



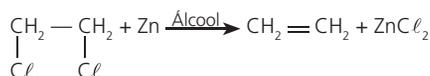
## Exercícios Propostos

01. (ESCS-DF/2007) O primeiro avanço importante no desenvolvimento da anestesia se deu em 1275, quando o famoso alquimista espanhol Raimundo Lúlio descobriu que o vitriolo (ácido sulfúrico), quando misturado com álcool e destilado, produzia um fluido incolor e adocicado. De início, Lúlio e seus contemporâneos chamaram o fluido de vitriolo doce. Um grande futuro estava reservado a esse simples composto químico, embora fossem se passar seis séculos antes de sua utilização final ser descoberta.  
A equação da reação descrita no texto é:



02. (FGV-SP/2007) Quando o etanol é posto em contato com o ácido sulfúrico, a quente, ocorre uma reação de desidratação, e os produtos formados estão relacionados à temperatura de reação. A desidratação intramolecular ocorre a 170 °C e a desidratação intermolecular a 140 °C. Os produtos da desidratação intramolecular e da intermolecular do etanol são, respectivamente,
- etano e etoxieteno.
  - eteno e etoxietano.
  - etoxieteno e eteno.
  - etoxietano e eteno.
  - etoxieteno e etano.

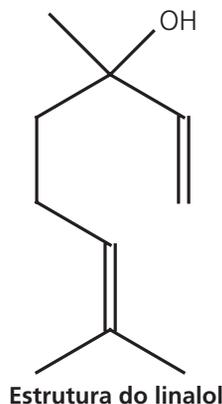
03. (Imed/2016) Analise a Reação Orgânica abaixo:



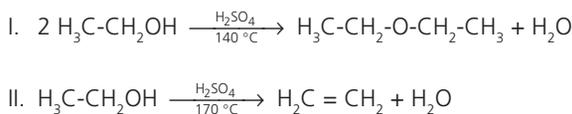
Essa reação é uma reação de:

- Adição.
- Ozonólise.
- Eliminação.
- Substituição.
- Desidratação.

04. (Ufes) O pau-rosa (*Aniba rosaeodora var amazonica Ducke syn Aniba duckei Kostermans*), da família *Lauraceae*, destaca-se na produção de óleo essencial de aroma agradável, rico em linalol e muito utilizado na indústria de perfumaria. O óleo para fins comerciais é obtido a partir da destilação da madeira. Sobre o linalol, é correto afirmar

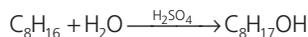


- A) Apresenta o nome sistemático de 3-hidróxi-3,7-dimetilocta-1,6-dieno.  
 B) Apresenta isomeria espacial do tipo cis-trans.  
 C) Sofre reação de desidratação, levando à formação de 2 ligações duplas conjugadas.  
 D) Apresenta em sua estrutura um álcool secundário.  
 E) Possui 5 carbonos  $sp^2$  e 5 carbonos  $sp^3$ .
05. (Fatec-SP) Dadas as reações:



São feitas as seguintes afirmações:

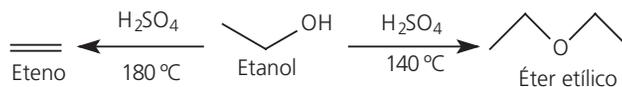
- I. A reação I é uma desidratação intermolecular;  
 II. O nome oficial do produto orgânico formado na reação I é o éster etoxi etano;  
 III. A reação II é uma desidratação intramolecular;  
 IV. O principal produto formado na reação II é o alceno de menor massa molar.
- Está correto o que se afirma em  
 A) I e II, apenas.  
 B) II e III, apenas.  
 C) I, III e IV, apenas.  
 D) II, III e IV, apenas.  
 E) I, II, III e IV.
06. (Unirio-RJ) O octeno, dentre outras substâncias, está contido na casca de limões e sofre combustão como todo hidrocarboneto. Também, teoricamente, forma o álcool correspondente quando hidratado em meio sulfúrico, de acordo com a reação a seguir:



- A reação inversa obedecerá ao mecanismo de  
 A) condensação.  
 B) adição.  
 C) substituição eletrofílica.  
 D) substituição nucleofílica.  
 E) eliminação.

07. (UEG-GO) A prática cirúrgica na medicina, a partir do século XIX, conseguiu um grande avanço com o advento da anestesia geral e da anestesia pré-operatória. O éter etílico desenvolveu um papel importante nessa área, pois apresentava atividade anestésica mais potente do que os compostos químicos da época, vindo a substituir a utilização do  $\text{NO}_2$  (gás hilariante) e permitindo a anestesia geral. Entretanto, nos dias de hoje, seu uso para esse fim não é mais comum. Esse composto pode ser obtido pela reação de etanol com ácido sulfúrico, mas, nesse caso, a temperatura deve ser devidamente controlada para evitar-se a formação do eteno ao invés do éter.

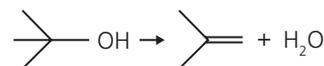
Considerando a reação a seguir, que descreve as particularidades da reação de obtenção do éter etílico a partir do etanol, assim como as características químicas de reagentes e produtos, julgue as afirmações posteriores.



- I. O éter etílico e o eteno foram obtidos, respectivamente, por reações de eliminação e substituição;  
 II. O éter etílico apresenta maior pressão de vapor do que o etanol;  
 III. Comparando-se os três compostos orgânicos envolvidos nas reações, o etanol e o éter etílico apresentam, respectivamente, a maior e menor temperatura de ebulição.
- Assinale a alternativa correta.  
 A) Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.  
 B) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.  
 C) Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.  
 D) Apenas a afirmação II é verdadeira.

08. (Unifor-CE) O 3-metil-1,3-butanodiol, por perda intramolecular de duas moléculas de água para cada molécula de reagente, produz um hidrocarboneto  
 A) insaturado com duas duplas ligações.  
 B) saturado com cinco átomos de carbono.  
 C) insaturado com uma dupla ligação.  
 D) saturado com quatro átomos de carbono.  
 E) insaturado com uma tripla ligação.

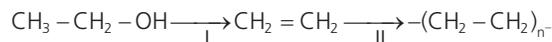
09. (Uece) Atente à seguinte reação química:



Considerando a reação química anterior, assinale a opção que completa corretamente as lacunas do seguinte enunciado:

O terc-butanol (reagente), quando aquecido na presença de um catalisador <sup>1</sup> \_\_\_\_\_, por meio de uma reação de <sup>2</sup> \_\_\_\_\_, produz o isobutileno (produto), cujo nome pela IUPAC é <sup>3</sup> \_\_\_\_\_.

- A) <sup>1</sup>básico; <sup>2</sup>condensação; <sup>3</sup>1,1-dimetileno  
 B) <sup>1</sup>ácido; <sup>2</sup>eliminação; <sup>3</sup>2-metilpropeno  
 C) <sup>1</sup>ácido; <sup>2</sup>desidratação; <sup>3</sup>1,1-dimetileno  
 D) <sup>1</sup>básico; <sup>2</sup>desidratação; <sup>3</sup>2-metilpropeno
10. (UFRGS) O Polietileno Verde possui essa denominação por ser obtido a partir do etanol proveniente da fermentação biológica da cana-de-açúcar, segundo a rota sintética representada a seguir.



- As reações I e II podem ser classificadas, respectivamente, como  
 A) oxidação e adição.  
 B) eliminação e condensação.  
 C) condensação e polimerização.  
 D) eliminação e hidrogenação.  
 E) desidratação e polimerização.



## Fique de Olho

### PRODUÇÃO DE ETILENO

O etileno ou eteno é o hidrocarboneto alceno mais simples da família das olefinas, constituído por dois átomos de carbono e quatro de hidrogênio ( $C_2H_4$ ). Existe uma ligação dupla entre os dois carbonos. A existência de uma ligação dupla significa que o etileno é um **hidrocarboneto insaturado**. Pela nomenclatura IUPAC recebe a denominação de eteno. É um gás incolor, odor etéreo, levemente adocicado que liquefaz a  $-103\text{ }^\circ\text{C}$  e solidifica a  $-169\text{ }^\circ\text{C}$ , sendo o composto químico de maior utilização no setor químico industrial.

#### Destilação seca da hulha:

A hulha é aquecida a uma temperatura de  $1000\text{ }^\circ\text{C}/1300\text{ }^\circ\text{C}$  em presença de uma corrente de ar. Obtém-se uma fração gasosa que contém entre 3 a 5% de etileno.

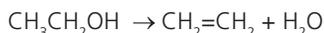
#### Desidrogenação do etano:

Industrialmente, o etileno é preparado pela desidrogenação do etano (retirada de hidrogênio). A desidrogenação ocorre entre  $500$  e  $750\text{ }^\circ\text{C}$ , utilizando catalisadores como óxido de crômio, de molibdênio, de vanádio e de urânio suspensos em alumina.



#### Desidratação do álcool etílico:

Várias indústrias propõem a fabricação de plástico verde ou ecológico a partir do álcool etílico produzido a partir da cana-de-açúcar. O método é antigo e semelhante à fabricação de éter etílico (antigamente chamado sulfúrico):



O método é catalisado por ácido sulfúrico ou alumina. A baixa temperatura favorece a produção do éter etílico e alta temperatura favorece o etileno.

#### Craqueamento do petróleo:

Quando moléculas grandes constituintes do petróleo (geralmente alcanos) são quebradas (inglês *to crack* = quebrar) por meio de um processo simples de aquecimento utilizando catalisadores (pode ser sílica, alumina  $Al_2O_3$ ), forma-se uma fração gasosa que contém na sua composição etileno. Esse processo é um dos mais simples que ocorrem com a transformação do petróleo.

O etileno é usado como:

- Anestésico: Em intervenções cirúrgicas pode ser usado como anestésico moderado.
- Amadurecimento de frutas: O etileno é produzido naturalmente em plantas, sendo responsável pelo amadurecimento de frutos. É usado para amadurecer de maneira forçada frutas verdes.
- Fabricação do polietileno, plástico de amplo uso (as propriedades do polietileno dependem da técnica usada na polimerização).
- Utilizado na mistura denominada MGR (*Mixed Gas Refrigerant* – gás misto refrigerante), que é fundamental para liquefação do gás natural (GNL) em processos industriais, na qual a refrigeração necessária é obtida por uma válvula Joule-Thomson.

Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Etileno>>

## Bibliografia

- ALLINGER, Norman. *Química Orgânica*, 2 ed., Rio de Janeiro: LTC, p. 984.
- CLAYDEN, Jonathan; GREEVES, Nick. *Organic Chemistry*. Oxford University Press, United Kingdom, 2000.
- FONSECA, Martha Reis Marques da. *Completamente Química, Ciências, Tecnologia & Sociedade*. São Paulo: Editora FTD S.A., 2001, p. 624.
- McMURRY, J. *Química Orgânica*, vols. 1 e 2. Editora Cengage Learning. Tradução da 6ª Edição Norte-Americana, 2008. KOTZ, John C.; TREICHEL, Paul M.
- SOLOMONS, T. W. Graham; Fryhle, Craig B. *Química Orgânica*, vols. 1 e 2. 9 Ed. LTC, 2009.

#### Sites

- [http://www.profpc.com.br/qu%C3%ADmica\\_org%C3%A2nica.htm](http://www.profpc.com.br/qu%C3%ADmica_org%C3%A2nica.htm)
- <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/>
- <http://www.infoescola.com/quimica/quimica-organica/>
- <http://brasilescola.uol.com.br/quimica/quimica-organica.htm>
- <http://educacao.globo.com/quimica/assunto/quimica-organica.html>
- [https://pt.wikipedia.org/wiki/Wikip%C3%A9dia:P%C3%A1gina\\_principal](https://pt.wikipedia.org/wiki/Wikip%C3%A9dia:P%C3%A1gina_principal)



## Anotações

# QUÍMICA II

## PROPRIEDADES COLIGATIVAS E CINÉTICA

### Objetivo(s):

Ao final dessa apostila, o aluno deverá ser capaz de:

- conceituar osmose e suas aplicações e compreender operações que envolvam solutos iônicos;
- definir velocidade média e instantânea de uma reação química;
- compreender as teorias que explicam a velocidade de uma reação química e suas aplicações;
- aplicar os conceitos de cinética química para explicar os fatores que influenciam na velocidade de uma reação.

### Conteúdo:

#### **AULA 16: PROPRIEDADES COLIGATIVAS**

Osmometria .....	118
Efeitos coligativos em soluções iônicas – Fator de Van't Hoff (i) .....	118
Exercícios .....	118

#### **AULA 17: CINÉTICA QUÍMICA**

Conceito de velocidade de reação .....	122
Exercícios .....	123

#### **AULA 18: TEORIA DAS COLISÕES E DO COMPLEXO ATIVADO**

Introdução .....	127
Exercícios .....	128

#### **AULA 19: LEI DE VELOCIDADE**

Lei de velocidade e ordens de reação .....	131
Exercícios .....	132

#### **AULA 20: FATORES QUE INFLUENCIAM NA VELOCIDADE**

Introdução .....	135
Exercícios .....	136

**Aula**  
**16**

**Propriedades Coligativas**

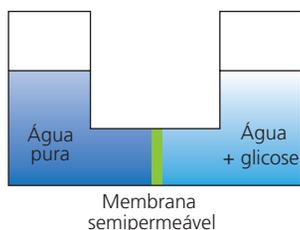
C-5	H-18
C-7	H-24

**Osmometria**

Já se sabe que osmose é a passagem do solvente, através de uma membrana semipermeável, de um meio hipotônico para um meio hipertônico.

**Pressão osmótica** é a pressão que devemos exercer sobre a solução para impedir sua diluição, pela passagem do solvente através de uma membrana semipermeável.

Podemos entender a pressão osmótica imaginando um tubo em U, com uma membrana semipermeável, no qual de um lado se introduz água pura e do outro, uma solução. Veja:



De acordo com a pressão osmótica, as soluções classificam-se em:

- **isotônicas:** quando a pressão osmótica é igual à pressão da solução do outro lado da membrana.
- **hipertônicas:** quando a pressão osmótica da solução em estudo é maior.
- **hipotônicas:** quando a pressão osmótica da solução em estudo é menor que a da solução do outro lado da membrana.

A pressão osmótica da solução é calculada, em atm, por:

$$\pi = \eta \cdot R \cdot T$$

- $\pi$  = pressão osmótica da solução (atm)
- $\eta$  = molaridade da solução (mol/L)
- T = temperatura absoluta (K)
- R = constante universal dos gases =  $0,082 \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

**Efeitos coligativos em soluções iônicas – Fator de Van’t Hoff (i)**

Durante experiências, percebeu-se que o efeito coligativo de uma solução de NaCl 1 molal era o dobro daquele observado numa solução de glicose 1 molal. Lembrando que as propriedades coligativas dependem do número de partículas dispersas, na solução de NaCl, que se dissocia em  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$ , há o dobro de partículas que na de glicose, que não se ionizam. Para resolver esse problema, foi criado o **fator de correção de Van’t Hoff (i)**, para uso em soluções iônicas.

Assim,

$$i = 1 + \alpha (q - 1)$$

- i = fator de correção
  - $\alpha$  = grau de ionização
  - q = número de partículas possíveis para cada soluto
- Por exemplo, no  $\text{CaCl}_2$ ,  $q = 3$ , pois o sal gera um íon  $\text{Ca}^{2+}$  e dois íons  $\text{Cl}^-$ .

**Demonstração:**



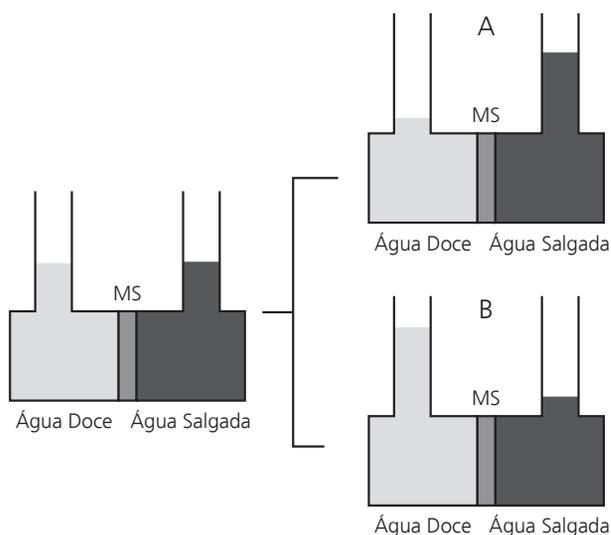
Dessa maneira, as outras expressões, já corrigidas, são:

- I.  $\frac{\Delta P}{P_2} = x_1 \cdot i \cong K_t \cdot \omega \cdot i$
- II.  $\Delta t_e = K_e \cdot \omega \cdot i$
- III.  $\Delta t_c = K_c \cdot \omega \cdot i$
- IV.  $\pi = \eta \cdot R \cdot T \cdot i$



**Exercícios de Fixação**

01. (UFPB) A escassez de água própria para o consumo humano tem provocado a busca pelo aproveitamento das águas de oceanos e mares. Para aproveitamento da água salgada, foram desenvolvidos equipamentos de dessalinização que se baseiam na aplicação da osmose reversa. Esses equipamentos têm permitido que bilhões de litros de água potável sejam produzidos anualmente no mundo inteiro. Por definição, a osmose é a passagem de um solvente através de uma membrana semipermeável (MS). Os processos de osmose e osmose reversa estão representados na figura abaixo. Considerando essas informações e observando a figura, verifica-se:



- A) Em A e B, os sais conseguem atravessar a membrana semipermeável.  
 B) Em A, o fluxo através da membrana ocorreu no sentido da água salgada para a água doce.  
 C) Em A, a concentração de sais na água salgada foi aumentada.  
 D) Em B, o fluxo de água, no sentido da água salgada para a água doce, exigiu aplicação de pressão externa.  
 E) Em A, está representado o processo que ocorre nos dessalinizadores.
- 02.** (FEI) Considere três frascos contendo, cada um deles, respectivamente, água pura, solução aquosa 1 molal de NaCl (100% dissociado) e solução aquosa 1 molal de glicose, à pressão de 1 atm e 25 °C. Assinale a alternativa falsa relativamente aos efeitos coligativos relacionados:
- A) o abaixamento relativo da pressão de vapor do solvente na solução de NaCl é maior do que o observado na solução de glicose.  
 B) a temperatura de início de ebulição da solução que contém NaCl é maior do que a observada na solução de glicose.  
 C) a temperatura de início de congelamento da solução que contém NaCl é menor do que a observada na solução de glicose.  
 D) na temperatura de ebulição normal, água pura, solução de NaCl e solução de glicose apresentam a mesma pressão de vapor.  
 E) as soluções de NaCl e de glicose, a 25°C, são isotônicas.
- 03.** (Faculdade Guanambi-BA)

A definição de osmose pode ser dada como o deslocamento de solvente entre dois meios de solução com concentrações diferentes, separados por uma membrana semipermeável. Na osmose, o solvente se desloca do meio hipotônico no sentido do meio hipertônico e chega ao final do processo, quando os dois meios se encontram em equilíbrio de concentração. Esse processo acontece em diversos meios naturais, inclusive nas células do corpo humano.

A osmose reversa, como o próprio nome diz, acontece em sentido contrário ao da osmose. Nela, o solvente se desloca no sentido da solução mais concentrada para a menos concentrada, isolando-se, assim, o soluto.

O processo de osmose reversa tem sido usado com o intuito de “potabilizar” a água por meio da dessalinização. A osmose reversa se dá por influência da pressão osmótica que se aplica sobre a superfície na qual se encontra a solução hipertônica, o que impede o solvente, no caso a água, de ser transportado para o meio mais concentrado. Isso permite que a água chamada doce vá sendo isolada do sal.

“Osmose reversa”.

Disponível em: <<http://www.infoescola.com/fisico-quimica/osmose-reversa/>>.  
 Acesso em: 23 out. 2016. Adaptado.

Analisando-se o texto e com os conhecimentos sobre o assunto, pode-se afirmar:

- A) A osmose em células animais ocorre com gasto de energia metabólica.  
 B) A consequência de uma osmose contínua em células vegetais e animais proporcionará o mesmo resultado, a plasmoptise de ambas.  
 C) Uma hemácia em um meio hipotônico perderá água, sofrendo uma crenação.  
 D) A osmose reversa é considerada uma alternativa para o problema previsto da escassez de água.  
 E) A osmorregulação em peixes dulcícolas depende da necessidade de ganhar água por osmose.

- 04.** (UNIRV-GO) Uma prática comum em locais de difícil acesso a medicamentos é passar sal de cozinha ou açúcar em cortes superficiais ou esfoladas. Essa prática é feita para evitar infecção. A explicação científica é baseada na osmose. Considerando que uma colônia de bactérias X vive numa solução de 200,0 mL com uma pressão osmótica de 3,0 até 4,0 atm a 27 °C, assinale (V) verdadeiro ou (F) falso para as alternativas.

Considere também que o sal de cozinha é formado apenas por cloreto de sódio e que sofre uma dissociação de 100%; o açúcar é exclusivamente sacarose (C<sub>12</sub>H<sub>22</sub>O<sub>11</sub>); e despreze variação de volume.

**Dado:** R = 0,082 atm · L · mol<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>.

- A) As bactérias X morrem se na solução existir uma concentração superior a 0,95% m/v de sal de cozinha.  
 B) A quantidade mínima de açúcar na solução para permitir a sobrevivência da colônia de bactérias X é de 8,34 gramas.  
 C) Numa pressão osmótica de 3,5 atm, a solução de sacarose tem uma concentração molar menor que a solução de sal de cozinha.  
 D) Numa solução de açúcar de pressão osmótica de 4,0 atm, a 27 °C, se a temperatura for aumentada, espera-se que a colônia de bactérias X morra.
- 05.** (UFPR) Adicionar sal de cozinha ao gelo é uma prática comum quando se quer “gelar” bebidas dentro da geleira. A adição do sal faz com que a temperatura de fusão se torne inferior à da água pura.

**Dados:** k<sub>f</sub> = 1,86 °C · kg · mol<sup>-1</sup>; massas molares: Cl = 35,5; Na = 23.

A diferença na temperatura de fusão (em °C) na mistura obtida ao se dissolver 200 g de sal de cozinha em 1 kg de água, em relação à água pura, é aproximadamente de:

- A) 0,23  
 B) 4,2  
 C) 6,3  
 D) 9,7  
 E) 13



## Exercícios Propostos

- 01.** (Enem) Uma das estratégias para conservação de alimentos é o salgamento, adição de cloreto de sódio (NaCl), historicamente utilizado por tropeiros, vaqueiros e sertanejos para conservar carnes de boi, porco e peixe.

O que ocorre com as células presentes nos alimentos preservados com essa técnica?

- A) O sal adicionado diminui a concentração de solutos em seu interior.  
 B) O sal adicionado desorganiza e destrói suas membranas plasmáticas.  
 C) A adição de sal altera as propriedades de suas membranas plasmáticas.  
 D) Os íons Na<sup>+</sup> e Cl<sup>-</sup> provenientes da dissociação do sal entram livremente nelas.  
 E) A grande concentração de sal no meio extracelular provoca a saída de água de dentro delas.

02. (UFC) Durante o processo de produção da “carne de sol” ou “carne seca”, após imersão em salmoura (solução aquosa saturada de cloreto de sódio), a carne permanece em repouso em um lugar coberto e arejado por cerca de três dias. Observa-se que, mesmo sem refrigeração ou adição de qualquer conservante, a decomposição da carne é retardada. Assinale a alternativa que relaciona corretamente o processo responsável pela conservação da “carne de sol”.

- A) Formação de ligação hidrogênio entre as moléculas de água e os íons  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$ .
- B) Elevação na pressão de vapor da água contida no sangue da carne.
- C) Redução na temperatura de evaporação da água.
- D) Elevação do ponto de fusão da água.
- E) Desidratação da carne por osmose.

03. (Enem) A horticultura tem sido recomendada para a agricultura familiar, porém as perdas são grandes devido à escassez de processos compatíveis para conservar frutas e hortaliças. O processo, denominado desidratação osmótica, tem se mostrado uma alternativa importante nesse sentido, pois origina produtos com boas condições de armazenamento e qualidade semelhante à matéria-prima.

GOMES, A. T.; CEREDA, M. P.; VILPOUX, O. *Desidratação osmótica: uma tecnologia de baixo custo para o desenvolvimento da agricultura familiar*. Revista Brasileira de Gestão e Desenvolvimento Regional, n. 3, set.-dez. 2007. Adaptado.

Esse processo para conservar os alimentos remove a água por

- A) aumento do ponto de ebulição do solvente.
- B) passagem do soluto através de uma membrana semipermeável.
- C) utilização de solutos voláteis, que facilitam a evaporação do solvente.
- D) aumento da volatilidade do solvente pela adição de solutos ao produto.
- E) pressão gerada pela diferença de concentração entre o produto e a solução.

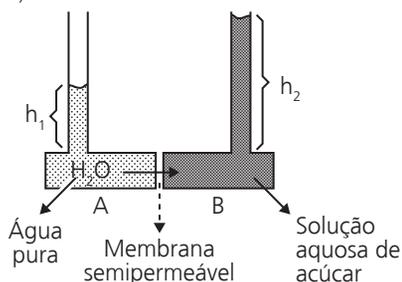
04. (PUC-PR) Os compostos iônicos e moleculares interferem de formas diferentes na variação da pressão osmótica de um organismo. Como regra geral, podemos afirmar que, considerando uma mesma quantidade de matéria, os efeitos causados pelo consumo de sal são mais intensos que os de açúcar. Considere que soluções aquosas diferentes tenham sido preparadas com 50 g de nitrato de cálcio e 50 g de glicerina (propan-1,2,3-triol) formando dois sistemas em que cada um apresente 2,0 litros de solução a 20 °C.

A razão existente entre a pressão osmótica do sistema salino em relação à pressão osmótica do sistema alcoólico é, aproximadamente:

Use  $0,082 \text{ L} \cdot \text{atm/mol} \cdot \text{K}$  para a constante universal dos gases perfeitos.

- A) 0,56
- B) 1
- C) 1,68
- D) 2
- E) 11

05. (UEL) Considere o seguinte esquema referente a um experimento para a medida de pressão osmótica (situação final de equilíbrio):



Dados: P = pressão ambiente;  
g = aceleração da gravidade.

No início, água do compartimento A atravessa a membrana semi-permeável e vai para o compartimento B até que, ao se atingir o equilíbrio, a concentração da solução fica constante e com densidade igual a **d**. A expressão que dá o valor da pressão,  $\pi$ , dessa solução é

- A)  $\pi = P - h_1 \cdot d \cdot g$
- B)  $\pi = P - h_2 \cdot d \cdot g$
- C)  $\pi = (h_2 - h_1) \cdot d \cdot g$
- D)  $\pi = h_2 \cdot d \cdot g$
- E)  $\pi = h_1 \cdot d \cdot g$

06. (UPE-SSA 2) A sardinha vem sendo utilizada na pesca industrial de atum. Quando jogados ao mar, os cardumes de sardinha atraem os cardumes de atuns, que se encontram em águas profundas. Porém, estudos têm mostrado que o lambari, conhecido no Nordeste como piaba, é mais eficiente para essa atividade. O lambari se movimenta mais na superfície da água, atraindo os atuns com maior eficiência. Apesar de ser um peixe de água doce, o lambari não causa nenhum prejuízo ao ecossistema. Ao ser colocado no oceano, ele sobrevive por cerca de 30 minutos, no máximo.

Disponível em: <<http://revistagloborural.globo.com/>>. Adaptado.

No uso dessa tecnologia pesqueira, os lambaris morrem porque

- A) são tipicamente hiposmóticos e não sobrevivem em concentrações isosmóticas.
- B) desidratam, pois estavam em um ambiente isotônico onde a salinidade variava muito.
- C) passam para um ambiente aquático hipertônico, apresentando uma contínua perda de água por osmose.
- D) absorvem muita água e não têm como eliminá-la dos seus organismos, por isso incham até explodir.
- E) passam para um ambiente aquático hipotônico, apresentando uma contínua absorção de água por osmose.

07. (Puccamp) Considere o texto adiante.

“Se as células vermelhas do sangue forem removidas para um béquer contendo água destilada, há passagem da água para (I) das células.

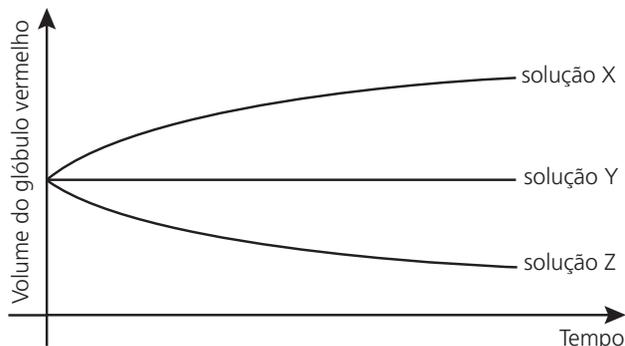
Se as células forem colocadas numa solução salina concentrada, há migração da água para (II) das células, com o (III) das mesmas.

As soluções projetadas para injeções endovenosas devem ter (IV) próximas às das soluções contidas nas células.”

Para completá-lo corretamente, I, II, III e IV devem ser substituídos, respectivamente, por

- A) dentro – fora – enrugamento – pressões osmóticas
- B) fora – dentro – inchaço – condutividades térmicas
- C) dentro – fora – enrugamento – colorações
- D) fora – fora – enrugamento – temperaturas de ebulição
- E) dentro – dentro – inchaço – densidades

08. (Fuvest) A porcentagem em massa de sais no sangue é de aproximadamente 0,9%. Em um experimento, alguns glóbulos vermelhos de uma amostra de sangue foram coletados e separados em três grupos. Foram preparadas três soluções, identificadas por X, Y e Z, cada qual com uma diferente concentração salina. A cada uma dessas soluções foi adicionado um grupo de glóbulos vermelhos. Para cada solução, acompanhou-se, ao longo do tempo, o volume de um glóbulo vermelho, como mostra o gráfico a seguir.



Com base nos resultados desse experimento, é correto afirmar que

- A) a porcentagem em massa de sal, na solução Z, é menor do que 0,9%.
- B) a porcentagem em massa de sal é maior na solução Y do que na solução X.
- C) a solução Y e a água destilada são isotônicas.
- D) a solução X e o sangue são isotônicos.
- E) a adição de mais sal à solução Z fará com que ela e a solução X fiquem isotônicas.

09. (Unitau-SP) Uma solução contendo NaCl 0,2 molal e Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 0,1 molal entrará em ebulição, ao nível do mar, na temperatura de:

Dados: constante ebuloscópica molal (K<sub>e</sub>) = 0,52 °C.molal<sup>-1</sup>.

- A) 100,36 °C
  - B) 99,64 °C
  - C) 100,70 °C
  - D) 99,3 °C
  - E) 101,50 °C
10. (Fuvest) Dissolvendo-se 0,010 mol de cloreto de sódio em 100 g de água, obtém-se uma solução que, ao ser resfriada, inicia sua solidificação à temperatura de -0,370 °C. Analogamente, dissolvendo-se 0,010 mol de um sal **x** em 100 g de água, obtém-se uma solução que inicia sua solidificação a -0,925 °C. Dentre os sais a seguir, qual poderia ser o sal **x**?
- A) Acetato de sódio.
  - B) Carbonato de sódio.
  - C) Nitrato de ferro(III).
  - D) Sulfato de crômio(III).
  - E) Cloreto de amônio.

Na verdade, tais partículas não atravessam essas membranas por serem maiores que as moléculas e os íons comuns, e o termo coloide é empregado mesmo quando as soluções não têm aspecto pegajoso. Para dar uma ideia de dimensões, vamos ordenar, simplificada e, as partículas dos dispersos:



1 nm (nanômetro) = 10<sup>-9</sup>m  
 1 Å (ångström) = 10<sup>-10</sup>m

A mudança de determinadas condições permitiu aos cientistas perceberem que uma mesma substância pode formar, em um meio, uma dispersão coloidal e, em outras condições, uma suspensão. Ou seja, o fator determinante para termos uma solução verdadeira, uma dispersão coloidal ou uma suspensão é o estado de divisão das partículas do disperso, e não sua natureza química.

Não há uma divisão rígida entre os três tipos de dispersão: as dimensões das unidades das dispersões coloidais são muito próximas às das soluções (verdadeiras), por isso, apresentam várias propriedades comuns. Por outro lado, as dispersões em que unidades do disperso são bem maiores podem ter características muito próximas às das suspensões.

TIPOS DE DISPERSÃO			
Propriedades	Soluções (verdadeiras)	Dispersões coloidais	Suspensões
<b>Diâmetro médio das unidades dispersas</b>	Menores que 1 nm	Entre 1 e 1000 nm	Maiores que 1000 nm
<b>Tipos de unidades dispersas</b>	Átomos, íons ou moléculas	Agregados de moléculas ou íons, macromoléculas ou macroíons	Agregados de moléculas ou íons
<b>Visibilidade das unidades dispersas</b>	Invisíveis mesmo em microscópios eletrônicos	Visíveis em ultramicroscópios e microscópios eletrônicos	Visíveis em microscópios comuns
<b>Decantação do disperso</b>	Não decantam	Decantam sob ação de ultracentrífugas	Decantam sob ação da gravidade ou centrífugas comuns
<b>Ação do filtro</b>	Nem mesmo ultrafiltros retêm o disperso	O disperso é retido sob ação de ultrafiltros	O disperso é retido por filtro comum



### Fique de Olho

#### O ESTADO COLOIDAL: UMA SITUAÇÃO INTERMEDIÁRIA

Em 1861, utilizando sacos de pergaminho, o escocês Thomas Graham (1805-1869) pôde verificar que havia certas soluções cujas unidades dispersas eram incapazes de atravessar tais membranas. Por terem aspecto semelhante ao da cola, essas soluções foram chamadas de coloides, termo que vem do grego e significa “da natureza da cola”.

Observe alguns exemplos:

Dispersão coloidal	Exemplos	Nomes particulares
Líquido em gás	Nuvens, nevoeiros, sprays (inseticidas, desodorantes)	Aerossol
Líquido em líquido	Leite, creme de leite, maionese, creme facial	Emulsão
Líquido em sólido	Geleias	Gel
Gás em líquido	Espuma de sabão, creme de leite batido	Espuma
Sólido em gás	Fumaças em geral (cigarro, escapamento de carro)	Aerossol

NOVAIS, Vera. *Química*. vol. 2. Atual, 1999, págs. 22-24.

## Noções de velocidade de reação

### Velocidade média de reação em relação a um componente

Seja a reação genérica:  $pP + qQ \rightarrow mM + nN$ , em que as letras maiúsculas significam os componentes (reagentes ou produtos) e as minúsculas representam os coeficientes.

Então:

Velocidade média:

- (Em relação a **P**): 
$$V_p = - \frac{\Delta[P]}{\Delta t}$$

Podemos realizar raciocínio semelhante em relação aos outros componentes. Veja:

- (Em relação a **Q**): 
$$V_q = - \frac{\Delta[Q]}{\Delta t}$$

- (Em relação a **M**): 
$$V_M = + \frac{\Delta[M]}{\Delta t}$$

- (Em relação a **N**): 
$$V_N = + \frac{\Delta[N]}{\Delta t}$$

Esses valores de velocidade média anteriores não necessariamente coincidem, devido à proporção entre os coeficientes. Isto vai gerar um novo conceito. Veja:

### Velocidade média de uma reação

Na reação genérica,  $pP + qQ \rightarrow mM + nN$ , temos:

velocidade média da reação:



$$V_{\text{reação}} = - \frac{\Delta[Q]}{p \cdot \Delta t} = - \frac{\Delta[Q]}{q \cdot \Delta t} = + \frac{\Delta[M]}{m \cdot \Delta t} = + \frac{\Delta[N]}{n \cdot \Delta t}$$

ou ainda

$$V_{\text{reação}} = \frac{V_p}{p} = \frac{V_q}{q} = \frac{V_M}{m} = \frac{V_N}{n}$$

#### Observações:

1. Perceba um  **sinal negativo**  na expressão de velocidade média para os reagentes, pois estes são  **consumidos** . Nos produtos, em que há formação, o sinal é  **positivo** .
2. Pode-se usar a expressão da velocidade média em outras unidades, como massa, quantidade de matéria (mol) ou volume (como no exemplo dos gases) por unidade de tempo (segundo, hora, minuto etc.).

### Velocidade instantânea

Normalmente expressamos a velocidade de certa reação como sendo aquela que ocorre naquele exato instante, e não em relação a um intervalo de tempo determinado. Essa notação se refere à velocidade instantânea. A partir desse momento, sempre que nos referirmos à velocidade de uma reação sem menção alguma em particular, será a velocidade instantânea.

## Seção Videoaula



**Propriedades Coligativas**

**Aula**  
**17**

## Cinética Química

C-5	H-18
C-7	H-24

## Conceito de velocidade de reação

### O que é cinética química?

É a parte da Química que estuda as velocidades de reação e os fatores que nelas influem.

No cotidiano, sabe-se que existem reações que gostaríamos de acelerar, tornar mais rápidas: é o caso da formação do petróleo. Não seria maravilhoso se pudéssemos formar petróleo em apenas 1 dia, ao invés de milhões de anos?

Inversamente, também há reações que desejamos que fiquem mais lentas, como a ferrugem.

Aqui, veremos os conceitos de velocidade de reação e alguns fatores que influenciam estas velocidades.

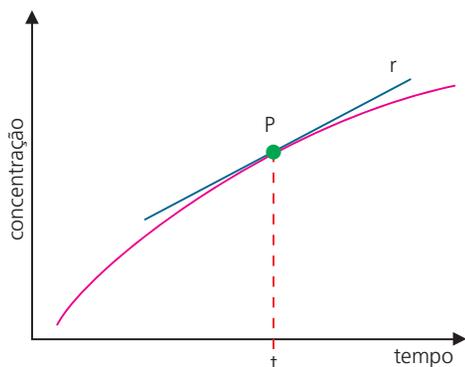
Sua definição matemática para uma reação qualquer é:

$$V_{\text{inst}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( - \frac{\Delta[\text{reag.}]}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta[\text{Prod.}]}{\Delta t} \right) =$$

= coeficiente angular da reta tangente à curva no ponto =

=  $\frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$  (do triângulo retângulo formado pela reta tangente à curva no ponto)

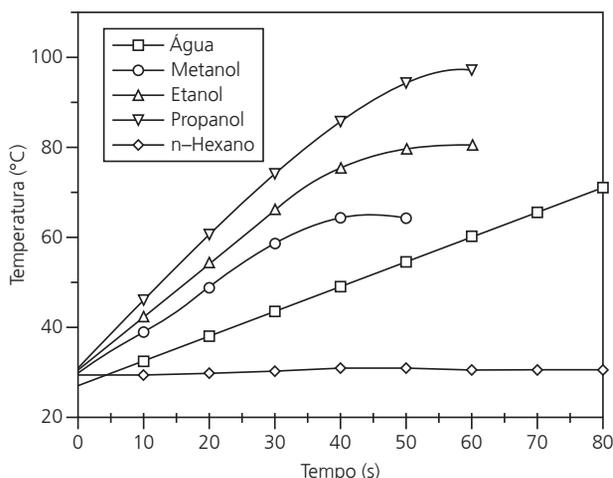
Graficamente, a velocidade instantânea no tempo  $t$ , para uma curva mostrando a concentração de um produto em função do tempo, é dada pela inclinação (coeficiente angular) da reta tangente  $r$ . Veja:



### Exercícios de Fixação

01. (Enem/2016) O aquecimento de um material por irradiação com micro-ondas ocorre por causa da interação da onda eletromagnética com o dipolo elétrico da molécula. Um importante atributo do aquecimento por micro-ondas e a absorção direta da energia pelo material a ser aquecido. Assim, esse aquecimento é seletivo e dependerá, principalmente, da constante dielétrica e da frequência de relaxação do material.

O gráfico a seguir mostra a taxa de aquecimento de cinco solventes sob irradiação de micro-ondas.



BARBOZA, A. C. R. N. et al. "Aquecimento em forno de micro-ondas. Desenvolvimento de alguns conceitos fundamentais". *Química Nova*. n. 6. 2011. Adaptado.

No gráfico, qual solvente apresenta taxa média de aquecimento mais próxima de zero, no intervalo de 0 s a 40 s?

- A) H<sub>2</sub>O
- B) CH<sub>3</sub>OH
- C) CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>OH
- D) CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>OH
- E) CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>CH<sub>3</sub>

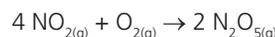
02. (PUC-RS) O peróxido de hidrogênio (H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>) é um composto utilizado em várias áreas (industrialização de alimentos e de medicamentos, tratamento de efluentes e controle ambiental). Apesar de sua grande reatividade, o peróxido de hidrogênio é um metabólito natural em muitos organismos, participando de inúmeras reações biológicas. Quando decomposto, resulta em oxigênio molecular e água, segundo a equação química  $2 \text{H}_2\text{O}_{2(\text{aq})} \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} + \text{O}_{2(\text{g})}$ . Ao monitorar-se a decomposição de uma solução de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> em função do tempo, a 20 °C, foram obtidos os seguintes dados:

Tempo (min)	Concentração H <sub>2</sub> O <sub>2(l)</sub> , mol L <sup>-1</sup>
0	0,100
200	0,096
400	0,093
600	0,090

Com base nos dados da tabela, podemos concluir que, nos 200min iniciais de reação, a velocidade de desaparecimento de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> (mol · L<sup>-1</sup> · min<sup>-1</sup>) será de aproximadamente

- A) 0,004
- B) 0,096
- C) 1 · 10<sup>-5</sup>
- D) 2 · 10<sup>-5</sup>

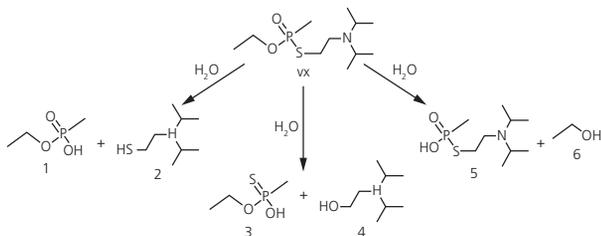
03. (Faculdade Guanambi-BA) Ao determinar, experimentalmente, a velocidade de uma reação química, como a representada a seguir, se pode verificar como os reagentes são consumidos e o produto é formado, ou as variações das quantidades de reagentes e de produto, em determinado intervalo de tempo. Há, entretanto, uma proporcionalidade entre as velocidades médias e os coeficientes estequiométricos de reagentes e de produto na equação química.



Considerando-se essas informações, e com base nos conhecimentos de cinética química, é correto concluir:

- A) As velocidades de consumo de NO<sub>2(g)</sub> e de O<sub>2(g)</sub> são iguais.
- B) A velocidade de consumo de O<sub>2(g)</sub> é igual à velocidade de formação de N<sub>2</sub>O<sub>5(g)</sub>.
- C) A velocidade de reação de NO<sub>2(g)</sub> igual a 1,0 mol · L<sup>-1</sup> · s<sup>-1</sup> indica que a velocidade de formação de N<sub>2</sub>O<sub>5(g)</sub>, no mesmo intervalo de tempo, é igual a 0,5 · mol · L<sup>-1</sup> · s<sup>-1</sup>.
- D) A velocidade de formação do produto N<sub>2</sub>O<sub>5(g)</sub> é igual à metade de consumo de O<sub>2(g)</sub>.
- E) O consumo de NO<sub>2(g)</sub> é o dobro do consumo de O<sub>2(g)</sub>.

04. (UFPR) O Nobel da Paz de 2013 foi entregue à Organização para a Proibição das Armas Químicas, o que reforçou a preocupação mundial quanto à erradicação desse tipo de armamento. O VX é um agente químico altamente tóxico, classificado como arma de destruição em massa. A eliminação desse agente é realizada via degradação, que pode ocorrer por três caminhos, tal como ilustrado ao lado. No entanto, o composto "5" também pode atuar como arma química, por ser muito mais tóxico que os outros produtos da degradação.



SMITH, B.M. "Catalytic methods for the destruction of chemical warfare agents under ambient conditions". In: *Chemical Society Reviews*, v. 37, p.470-478, 2008. Adaptado.

O quadro abaixo mostra as condições para detoxificação do agente VX e respectivos resultados pelos diferentes métodos.

Método	Tempo de reação (horas)	Quantidade de VX consumido (%)	Proporção (em massa) entre os produtos 2:4:6
1	10	70	10:2:1
2	5	30	2:2:2
3	7	56	1:1:0
4	15	75	1:1:10
5	20	90	2:1:1

Com base nas informações fornecidas, qual método de detoxificação é mais eficiente?

- A) Método 1.
- B) Método 2.
- C) Método 3.
- D) Método 4.
- E) Método 5.

05. (Unesp) Em um laboratório de química, dois estudantes realizam um experimento com o objetivo de determinar a velocidade da reação apresentada a seguir.



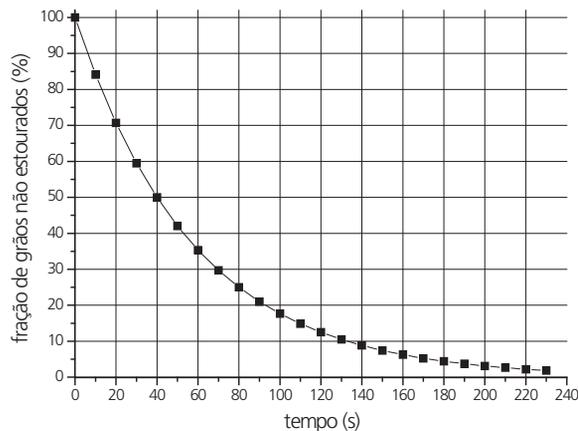
Sabendo que a reação ocorre em um sistema aberto, o parâmetro do meio reacional que deverá ser considerado para a determinação da velocidade dessa reação é

- A) a diminuição da concentração de íons  $\text{Mg}^{2+}$ .
- B) o teor de umidade no interior do sistema.
- C) a diminuição da massa total do sistema.
- D) a variação da concentração de íons  $\text{Cl}^-$ .
- E) a elevação da pressão do sistema.



### Exercícios Propostos

01. O som das pipocas saltando e batendo contra a tampa da panela é bastante familiar e nos remete aos bons momentos da convivência entre amigos. O que poucos sabem é que a velocidade com que milhos de pipoca estouram em óleo quente tem sido estudada exaustivamente. Em 2005, os professores J.E. Byrd e M.J. Perona, do departamento de Química da California State University Stanislaus, mostraram que o número de grãos de milho de pipoca não estourados em óleo a 190°C em função do tempo segue o gráfico a seguir (adaptado):



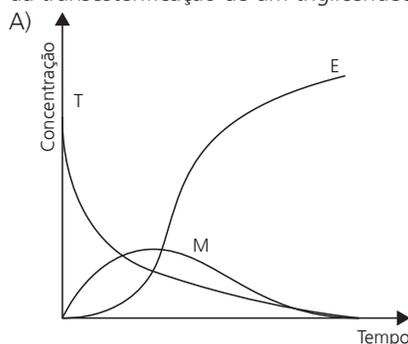
Sobre o preparo de pipoca sob as condições apresentadas no texto, é correto afirmar que

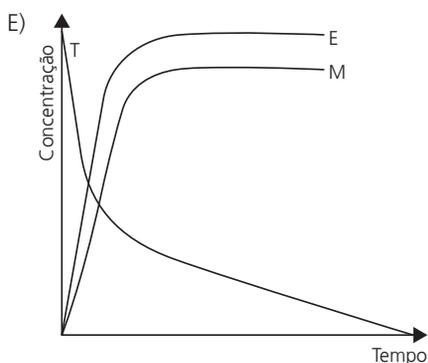
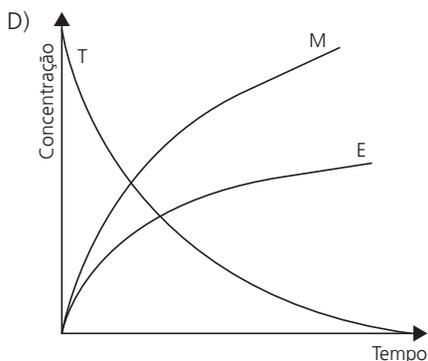
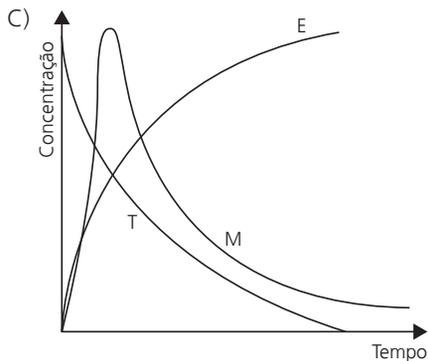
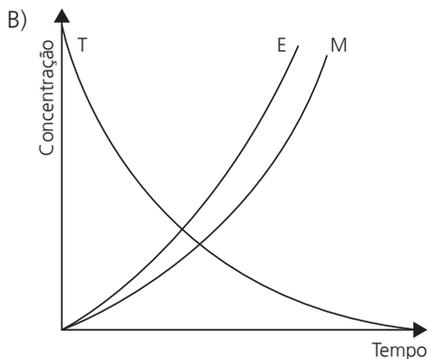
- A) se em 40 segundos o número de grãos não estourados se reduziu à metade, então após 80 segundos não haverá mais grãos a serem estourados.
- B) em 2 minutos o número de grãos não estourados se reduz a 25% do valor inicial.
- C) em cerca de 3 minutos o número de grãos não estourados se reduz a zero.
- D) para que se alcance o percentual de apenas 10% de grãos não estourados é necessário que o tempo decorrido seja superior a 3 minutos.
- E) se o óleo estiver mais quente, por exemplo, a 200°C, se espera que o número de grãos não estourados na amostra de milho se reduza mais rapidamente.

02. (UFG) "A transesterificação de triglicerídeos (T) (óleo vegetal) não ocorre em uma única etapa. Em geral, os triglicerídeos transformam-se rapidamente em diglicerídeos e monoglicerídeos (M). Entretanto, a conversão do monoglicerídeo em éster (E) metílico, ou etílico (biodiesel), constitui uma etapa lenta."

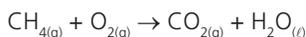
*Química Nova*, 2007, 30(5), 1374-1380.

De acordo com o texto, o gráfico que representa o perfil cinético da transesterificação de um triglicerídeo é:





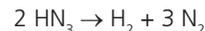
03. (UFRR) Considere a reação de combustão completa do metano (não balanceada):



Se admitirmos que a velocidade média constante de consumo de metano é de 0,25 mol/min, a massa de gás carbônico, em gramas, produzida em 1 hora será de:

- A) 111
- B) 1320
- C) 540
- D) 132
- E) 660

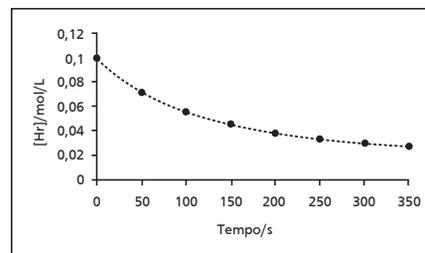
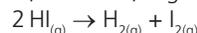
04. (UFRGS-RS) O ácido hidrazoico  $\text{HN}_3$  é um ácido volátil e tóxico que reage de modo extremamente explosivo e forma hidrogênio e nitrogênio, de acordo com a reação abaixo.



Sob determinadas condições, a velocidade de decomposição do  $\text{HN}_3$  é de  $6,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ . Nas mesmas condições, as velocidades de formação de  $\text{H}_2$  e de  $\text{N}_2$  em  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ , são, respectivamente,

- A) 0,01 e 0,03.
- B) 0,03 e 0,06.
- C) 0,03 e 0,09.
- D) 0,06 e 0,06.
- E) 0,06 e 0,18.

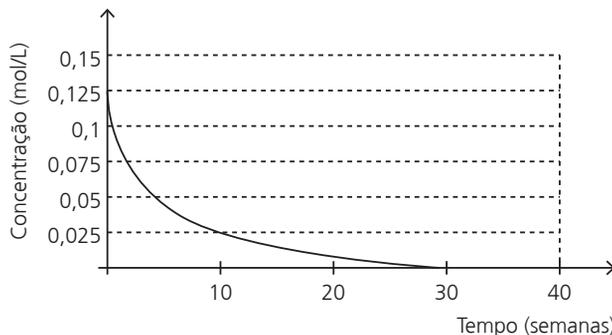
05. (Unimontes-MG) O gráfico abaixo mostra a decomposição do iodeto de hidrogênio, a  $508^\circ\text{C}$ , segundo a equação:



No tempo de 100 s, a taxa de decomposição do HI é igual a  $0,00025 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . Baseando-se nas informações fornecidas, pode-se afirmar que

- A) a taxa de formação de  $\text{I}_2$ , a 100 s, é igual a  $0,00050 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .
- B) a velocidade da reação é maior nos primeiros 50 s de tempo.
- C) a taxa de decomposição do HI, a 300 s, é maior do que a 100 s.
- D) a concentração de HI aumenta no decorrer do tempo de reação

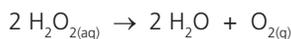
06. (UESB-BA) Na administração de um antibiótico por um médico, durante uma enfermidade, observou-se a variação de concentração em  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ , em função do tempo, por semana do medicamento, conforme representado no gráfico:



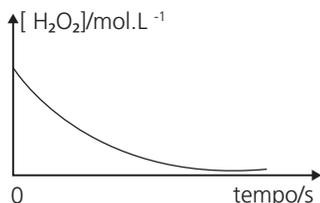
A análise do gráfico permite corretamente concluir:

- A) A velocidade média de decaimento da concentração do antibiótico entre as semanas 10 e 30 é  $0,025 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  por semana.
- B) A velocidade média de decomposição do fármaco atinge o valor máximo ao final de 30 semanas.
- C) A curva decrescente indica que a velocidade de decomposição do medicamento entre zero e 10 semanas é, aproximadamente,  $1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{semana}^{-1}$ .
- D) A velocidade média no início do tratamento da enfermidade é menor que a velocidade média no final.
- E) A cada intervalo de 10 semanas, a velocidade de decaimento do efeito do antibiótico aumenta progressivamente.

07. (PUC-MG) Foi realizado o estudo da cinética da decomposição da água oxigenada, representada pela reação:

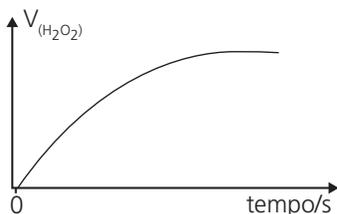


A variação da concentração da água oxigenada com o tempo é representada pelo seguinte gráfico.

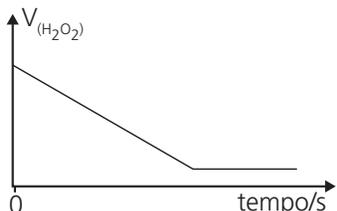


Assinale o gráfico que representa a variação da velocidade de decomposição de  $\text{H}_2\text{O}_2$  com o tempo.

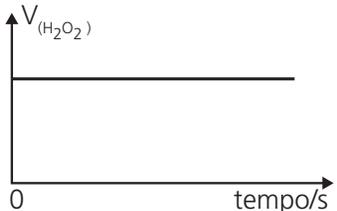
A)



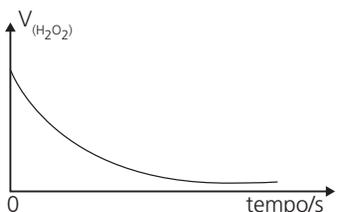
B)



C)



D)



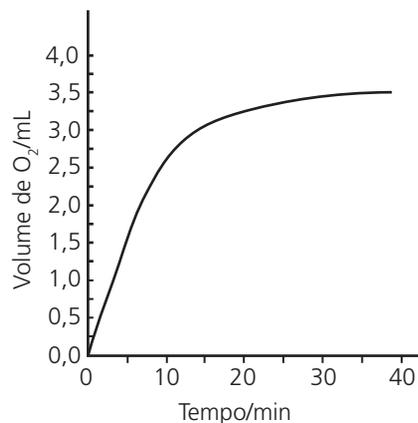
08. (Unifei-MG) Para a reação:  $2\text{N}_2\text{O}_{5(\text{g})} \rightarrow 4\text{NO}_{2(\text{g})} + \text{O}_{2(\text{g})}$ , os seguintes dados foram obtidos:

Tempo (minutos)	$[\text{N}_2\text{O}_5]$ mol/Litro
0	$1,24 \times 10^{-2}$
10	$0,92 \times 10^{-2}$
20	$0,68 \times 10^{-2}$
30	$0,50 \times 10^{-2}$
40	$0,37 \times 10^{-2}$
50	$0,28 \times 10^{-2}$
70	$0,15 \times 10^{-2}$

A concentração de oxigênio no tempo  $t = 10$  minutos é:

- A)  $0,02 \cdot 10^{-2}$  mol/L
- B)  $0,32 \cdot 10^{-2}$  mol/L
- C)  $0,64 \cdot 10^{-2}$  mol/L
- D)  $0,16 \cdot 10^{-2}$  mol/L

09. (UFMG) Uma solução aquosa de água oxigenada,  $\text{H}_2\text{O}_2$ , decompôs-se, a temperatura e pressão ambiente, na presença do catalisador  $\text{FeCl}_3$ , formando água e gás oxigênio. Verificou-se, então, que o volume de  $\text{O}_2$  formado variava conforme mostrado neste gráfico:



- Considerando-se a cinética dessa reação, é incorreto afirmar que
- A) a rapidez dessa reação diminui à medida que a concentração de  $\text{H}_2\text{O}_2$  diminui.
  - B) o volume de  $\text{O}_2$  produzido até 10 minutos seria menor na ausência do catalisador.
  - C) a rapidez de formação de  $\text{O}_2$  diminui à medida que o tempo passa.
  - D) a quantidade de  $\text{H}_2\text{O}_2$  decomposta por minuto, durante o experimento, é constante.

10. (Unesp-SP) A indústria de doces utiliza grande quantidade de açúcar invertido para a produção de biscoitos, bolos, bombons, dentre outros produtos. O açúcar invertido consiste em um xarope transparente, isento de odores, com poder edulcorante maior que o da sacarose e é obtido a partir da reação de hidrólise ácida ou enzimática, de acordo com a equação:



Em uma reação de hidrólise enzimática, inicialmente, a concentração de sacarose era de  $0,12 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ . Após 10h de reação, a concentração caiu para  $0,06 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  e, após 20h de reação, a concentração caiu para  $0,03 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ . Determine a meia-vida da reação e a velocidade média de consumo da sacarose, em  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ , no intervalo entre 600min e 1200min.

**Aula**  
**18**

**Teoria das Colisões e do Complexo Ativado**

C-5	H-18
C-7	H-24

**Introdução**

**Como ocorrem as reações químicas?**

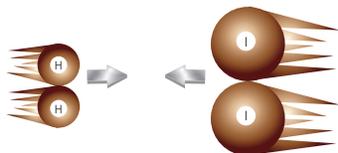
Vejam a reação  $H_{2(g)} + I_{2(g)} \rightarrow 2 HI_{(g)}$ , ocorrendo em altas temperaturas (em torno de 500 °C). A Teoria das Colisões nos mostra que só haverá reação quando as partículas reagentes (moléculas, íons etc.) se chocarem. Mas não é qualquer colisão que gera reação química. Para uma colisão ser efetiva ou eficaz (conseguir realmente formar produtos) devemos ter:

- **Geometria favorável:** orientação espacial apropriada;
- **Energia suficiente:** choques com pouca energia não geram reações químicas.

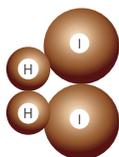
Outro fator que também deve influenciar na ocorrência e na velocidade de uma reação é a **frequência de colisões**: quanto maior o número de colisões na unidade de tempo, maior a velocidade das reações.

Esquemáticamente, o processo ocorre da seguinte forma:

- 1) Os reagentes,  $H_2$  e  $I_2$ , moléculas gasosas que se movem em grandes velocidades, podem, em algum momento, se aproximar:



- 2) Uma vez conseguindo a aproximação, pode ocorrer uma colisão (quando a colisão forma produtos, é dita **efetiva** ou **eficaz**). A colisão deve ter energia suficiente e geometria favorável:

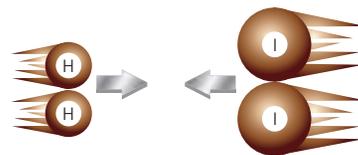


- 3) Ao final, os produtos formados (duas moléculas de 2 HI gasosas) se afastam, prosseguindo em movimento com alta velocidade:

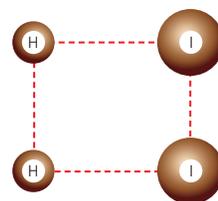


Um aperfeiçoamento da Teoria das Colisões é a **Teoria do Complexo Ativado**. Esta nos sugere que, ao colidirem, as partículas reagentes buscam a formação de uma espécie intermediária instável, de mais alta energia, chamada **estado de transição** ou **complexo ativado**. Após a formação do complexo ativado, os produtos finalmente são gerados. Observe o esquema a seguir.

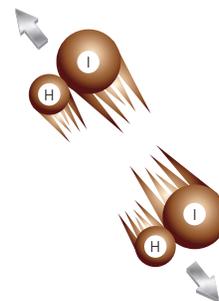
- 1) É o mesmo passo inicial do esquema anterior, ou seja, os reagentes,  $H_2$  e  $I_2$ , moléculas gasosas que se movem em grandes velocidades, podem, em algum momento, se aproximar e colidir:



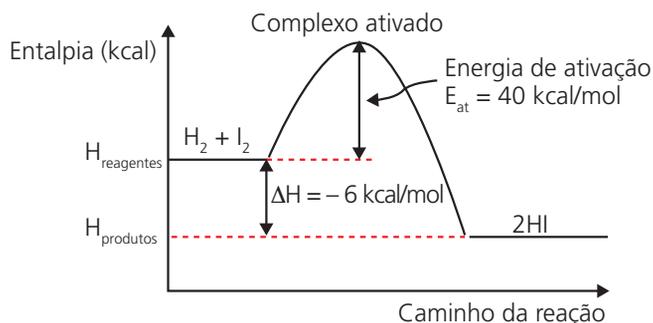
- 2) Ocorre a formação de um estado de transição, também conhecido como complexo ativado, uma espécie de menor estabilidade que reagentes e produtos, e, portanto, de maior energia. A formação do complexo ativado será determinante para a velocidade de uma reação, e a energia necessária para alcançá-lo é denominada **energia de ativação**.



- 3) Finalmente, o complexo ativado é desfeito e os produtos são formados. Observe que, no complexo ativado, as ligações dos reagentes ainda não foram completamente desfeitas, nem as dos produtos foram totalmente formadas:



Graficamente, temos a seguinte interpretação:



Note que existe uma “barreira energética” a ser vencida para a formação do complexo ativado, chamada de **energia de ativação** ( $E_{at}$ ). Podemos usar a seguinte definição:

“Energia de ativação é a energia mínima necessária para que ocorra uma colisão efetiva entre as partículas reagentes, visando à formação de produtos”.

**Observações:**

- Normalmente, reações mais rápidas são as de menores valores em suas energias de ativação.
- A **função do catalisador** é criar um novo caminho reacional de mais baixa energia de ativação, sem ser consumido durante o processo e sem alterar o valor de  $\Delta H$  da reação.
- Uma reação é dita de **autocatálise** quando um de seus produtos atua como catalisador. A reação inicia lenta. À medida que os produtos vão aparecendo, ela vai tornando-se mais rápida.
- **Inibidor**, antigamente chamado catalisador negativo, é uma substância que tem ação inversa à de um catalisador, ou seja, diminui a velocidade da reação. Alguns autores justificam tal fato alegando que o inibidor cria uma reação paralela à reação principal, diminuindo a velocidade desta última pela redução da frequência de colisões da reação original. Veja que o inibidor é consumido na reação em que participa. A função principal dos inibidores, porém, se encontra na ação como conservante de alimentos, bebidas, cosméticos e toda espécie de produtos perecíveis.
- **Promotores ou ativadores** são substâncias que aumentam a eficácia do processo catalítico, sem, contudo, atuarem isoladamente na reação original. Assim, só atuam na presença de um catalisador já existente. A síntese da amônia pode ser catalisada por ferro. Se adicionarmos ao ferro  $K_2O$ , a ação catalítica do ferro será mais eficiente. Então, dizemos que o  $K_2O$  atua como promotor ou ativador.
- **Veneno** é uma espécie química que diminui a atividade catalítica, podendo até mesmo anulá-la por completo. Como exemplo, podemos utilizar arsênio junto ao ferro do exemplo anterior. Ele diminui a eficiência do catalisador e, portanto, é chamado veneno (ou anticatalisador).
- Chama-se **tempo de meia-vida** ( $t_{1/2}$ ) o tempo necessário para que a concentração do reagente se reduza à metade. Em uma reação de 1ª ordem o valor de  $t_{1/2}$  é dado por:

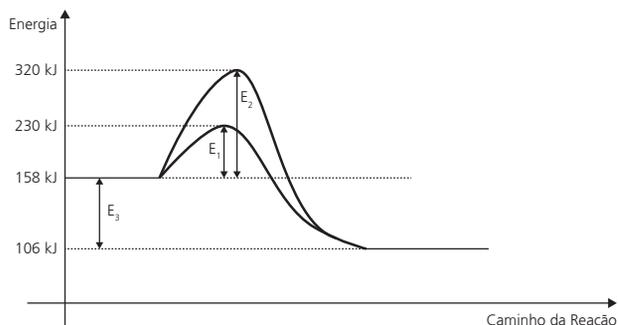
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$$



**Exercícios de Fixação**

01. Observa-se que um pouco de gasolina não entra em combustão (reage com o oxigênio do ar) quando posta em contato diretamente, com o ar em condições ambiente (25 °C e 1 atm). Realmente, se quisermos queimar a gasolina contida em um recipiente, será necessário um estímulo externo, como uma faísca elétrica, para que a combustão se inicie. Uma vez iniciada, a reação não precisa mais desses estímulos externos. Assinale a alternativa correta a respeito dessa observação:
- A queima da gasolina ao ar é uma reação que não ocorre espontaneamente.
  - A faísca elétrica tem como função aumentar o calor liberado pela reação de combustão.
  - A função da faísca elétrica é fornecer energia de ativação às moléculas reagentes para que a reação apresente velocidade apreciável.
  - A faísca elétrica atua como um catalisador para essa reação.
  - A reação de combustão da gasolina, em condição ambiente e sem estímulo externo, ocorre em grande velocidade.

02. (UPE-SSA2) Em uma seleção realizada por uma indústria, para chegarem à etapa final, os candidatos deveriam elaborar quatro afirmativas sobre o gráfico apresentado a seguir e acertar, pelo menos, três delas.

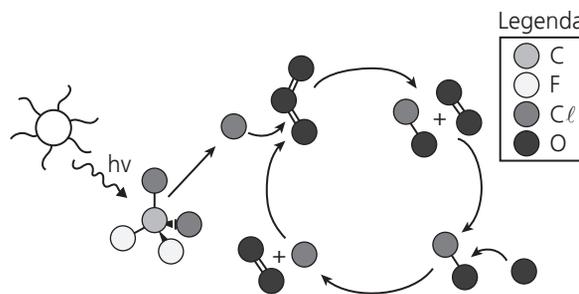


Um dos candidatos construiu as seguintes afirmações:

- A reação pode ser catalisada, com formação do complexo ativado, quando se atinge a energia de 320 kJ;
- O valor da quantidade de energia  $E_3$  determina a variação de entalpia ( $\Delta H$ ) da reação, que é de  $-52$  kJ;
- A reação é endotérmica, pois ocorre mediante aumento de energia no sistema;
- A energia denominada no gráfico de  $E_2$  é chamada de energia de ativação que, para essa reação, é de 182 kJ.

Quanto à passagem para a etapa final da seleção, esse candidato foi

- aprovado, pois acertou as afirmações I, II e IV.
  - aprovado, pois acertou as afirmações II, III e IV.
  - aprovado, pois acertou, apenas, a afirmação II.
  - reprovado, pois acertou, apenas, as afirmações I e III.
  - reprovado, pois acertou, apenas, as afirmações II e IV.
03. (Enem) A liberação dos gases clorofluorcarbonos (CFCs) na atmosfera pode provocar depleção de ozônio ( $O_3$ ) na estratosfera. O ozônio estratosférico é responsável por absorver parte da radiação ultravioleta emitida pelo Sol, a qual é nociva aos seres vivos. Esse processo, na camada de ozônio, é ilustrado simplificada na figura.



Quimicamente, a destruição do ozônio na atmosfera por gases CFCs é decorrência da

- clivagem da molécula de ozônio pelos CFCs para produzir espécies radiculares.
- produção de oxigênio molecular a partir de ozônio, catalisada por átomos de cloro.
- oxidação do monóxido de cloro por átomos de oxigênio para produzir átomos de cloro.
- reação direta entre os CFCs e o ozônio para produzir oxigênio molecular e monóxido de cloro.
- reação de substituição de um dos átomos de oxigênio na molécula de ozônio por átomos de cloro.

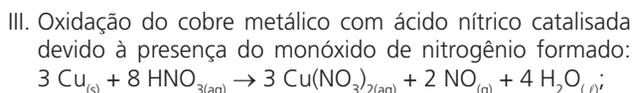
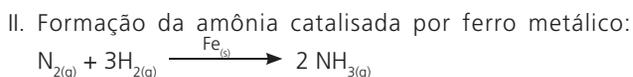
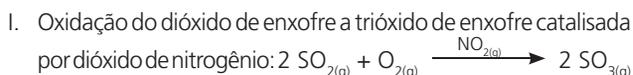
04. (EsPCEx (Aman)) "Uma amostra de açúcar exposta ao oxigênio do ar pode demorar muito tempo para reagir. Entretanto, em nosso organismo, o açúcar é consumido em poucos segundos quando entra em contato com o oxigênio. Tal fato se deve à presença de enzimas que agem sobre as moléculas do açúcar, criando estruturas que reagem mais facilmente com o oxigênio..."

Usberco e Salvador, *Química*, v. 2, FTD, SP, p. 377, 2009. Adaptado.

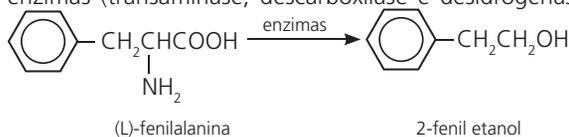
Baseado no texto acima, a alternativa que justifica corretamente a ação química dessas enzimas é:

- A) As enzimas atuam como inibidoras da reação por ocasionarem a diminuição da energia de ativação do processo e, conseqüentemente, acelerarem a reação entre o açúcar e o oxigênio.
- B) As enzimas atuam como inibidoras da reação por ocasionarem o aumento da energia de ativação do processo e, conseqüentemente, acelerarem a reação entre o açúcar e o oxigênio.
- C) As enzimas atuam como catalisadores da reação por ocasionarem o aumento da energia de ativação do processo, fornecendo mais energia para a realização da reação entre o açúcar e o oxigênio.
- D) As enzimas atuam como catalisadores da reação, por ocasionarem a diminuição da energia de ativação do processo, provendo rotas alternativas de reação menos energética, acelerando a reação entre o açúcar e o oxigênio.
- E) As enzimas atuam como catalisadores da reação por ocasionarem a diminuição da energia de ativação do processo ao inibirem a ação oxidante do oxigênio, desacelerando a reação entre o açúcar e o oxigênio.

05. (UPF) Os catalisadores são espécies químicas que têm a propriedade de acelerar as reações químicas. A seguir, são fornecidos exemplos de reações catalisadas.



IV. Síntese do 2-fenil etanol (apresenta aroma de rosas) a partir do aminoácido (L)-fenilalanina catalisada por enzimas (transaminase, descarboxilase e desidrogenase):



Sobre catálise, é correto afirmar que

- A) a reação representada na equação I é um exemplo do tipo de catálise denominada heterogênea.
- B) um exemplo de autocatálise pode ser identificado na equação da reação II.
- C) enzimas são catalisadores biológicos pertencentes à classe dos lipídeos.
- D) os catalisadores devem estar no mesmo estado de agregação que os demais reagentes.
- E) os catalisadores atuam diminuindo a energia de ativação para a etapa lenta da reação.



## Exercícios Propostos



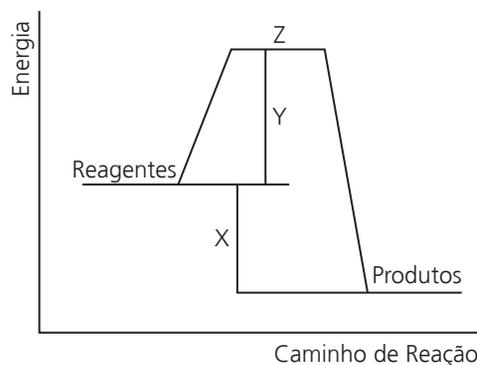
01. (Enem) O sulfeto de mercúrio (II) foi usado como pigmento vermelho para pinturas de quadros e murais. Esse pigmento, conhecido como *vermilion*, escurece com o passar dos anos, fenômeno cuja origem é alvo de pesquisas. Aventou-se a hipótese de que o *vermilion* seja decomposto sob a ação da luz, produzindo uma fina camada de mercúrio metálico na superfície. Essa reação seria catalisada por íon cloreto presente na umidade do ar.

WOGAN, T. *Mercury's Dark Influence on Art*. Disponível em: <www.chemistryworld.com>. Acesso em: 26 abr. 2018. Adaptado.

Segundo a hipótese proposta, o íon cloreto atua na decomposição fotoquímica do *vermilion*

- A) reagindo como agente oxidante.
- B) deslocando o equilíbrio químico.
- C) diminuindo a energia de ativação.
- D) precipitando cloreto de mercúrio.
- E) absorvendo a energia da luz visível.

02. (UEG) No gráfico a seguir, é apresentada a variação da energia durante uma reação química hipotética.



Com base no gráfico, pode-se correlacionar X, Y e Z, respectivamente, como

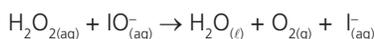
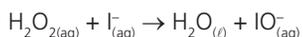
- A) intermediário da reação, energia de ativação e variação da entalpia.
- B) variação da entalpia, intermediário da reação e complexo ativado.
- C) complexo ativado, energia de ativação e variação de entalpia.
- D) variação da entalpia, energia de ativação e complexo ativado.
- E) energia de ativação, complexo ativado e variação da entalpia.

03. (UEM-PR) Catalisadores e inibidores são substâncias específicas que atuam sobre determinada reação, modificando a energia necessária para que os reagentes atinjam o estado ativado; portanto alteram a velocidade de uma reação. Outras substâncias importantes no estudo cinético são os promotores e os venenos. A reação genérica I, em determinadas condições de temperatura, de pressão e de concentração de reagentes e de produtos, ocorre com uma velocidade de 5 mol/L.s. Nas mesmas condições, mas na presença das substâncias A, B, C e D, a velocidade da reação se modifica, conforme as reações II, III, IV e V. Com base nessas informações, assinale o que for correto. Considere que cada reação pode ter apenas uma substância como catalisador.



01. A substância A é um inibidor da reação.  
 02. A substância C é um promotor para o catalisador A.  
 04. A substância D é um veneno para o catalisador A.  
 08. Na presença apenas da substância C, a velocidade da reação deve ser entre 8 e 12 mol/L · s.  
 16. A ação conservante de certas substâncias adicionadas a produtos perecíveis, como alimentos ou bebidas, pode estar relacionada à ação de inibidores.

04. (Mackenzie) Analise o mecanismo de reação abaixo:



A respeito desse processo, são feitas as seguintes afirmações:

- I. O ion iodeto é um catalisador do processo, participando do mecanismo da reação, sendo, entretanto, recuperado no final do processo;  
 II. Ocorre uma catálise homogênea, pois o catalisador e os reagentes do processo encontram-se na mesma fase;  
 III. A equação global do processo pode ser representada por  $2 \text{H}_2\text{O}_{2(\text{aq})} \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} + \text{O}_{2(\text{g})}$ .

Assim, é correto que

- A) todas as afirmações são corretas.  
 B) apenas as afirmações I e II são corretas.  
 C) apenas as afirmações I e III são corretas.  
 D) apenas as afirmações II e III são corretas.  
 E) nenhuma afirmação é correta.

05. (EsPCEX – Aman) A gasolina é um combustível constituído por uma mistura de diversos compostos químicos, principalmente hidrocarbonetos. Estes compostos apresentam volatilidade elevada e geram facilmente vapores inflamáveis.

Em um motor automotivo, a mistura de ar e vapores inflamáveis de gasolina é comprimida por um pistão dentro de um cilindro e posteriormente sofre ignição por uma **centelha elétrica** (faísca) produzida pela vela do motor.

Adaptado de: BROWN, Theodore; L. LEMAY, H Eugene; BURSTEN, Bruce E. *Química a Ciência Central*, 9ª edição, Editora Prentice-Hall, 2005, pág. 926.

Pode-se afirmar que a **centelha elétrica** produzida pela vela do veículo neste evento tem a função química de

- A) catalisar a reação por meio da mudança na estrutura química dos produtos, saindo contudo recuperada intacta ao final do processo.  
 B) propiciar o contato entre os reagentes gasolina e oxigênio do ar  $\text{O}_2$  baixando a temperatura do sistema para ocorrência de reação química.  
 C) fornecer a energia de ativação necessária para ocorrência da reação química de combustão.  
 D) manter estável a estrutura dos hidrocarbonetos presentes na gasolina.  
 E) permitir a abertura da válvula de admissão do pistão para entrada de ar no interior do motor.

06. (Fuvest-SP) Ao abastecer um automóvel com gasolina, é possível sentir o odor do combustível a certa distância da bomba. Isso significa que, no ar, existem moléculas dos componentes da gasolina, que são percebidas pelo olfato. Mesmo havendo, no ar, moléculas de combustível e de oxigênio, não há combustão nesse caso. Três explicações diferentes foram propostas para isso:

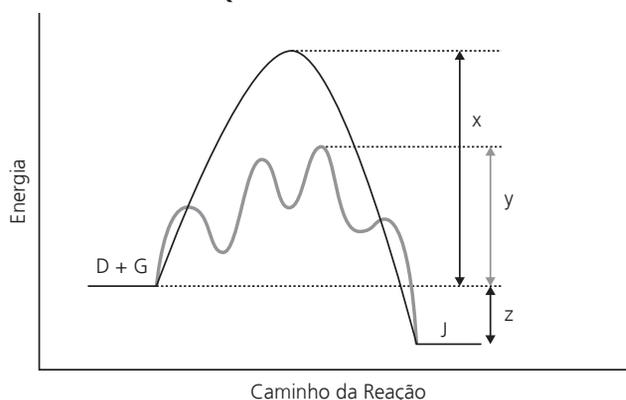
- I. As moléculas dos componentes da gasolina e as do oxigênio estão em equilíbrio químico e, por isso, não reagem.  
 II. À temperatura ambiente, as moléculas dos componentes da gasolina e as do oxigênio não têm energia suficiente para iniciar a combustão.  
 III. As moléculas dos componentes da gasolina e as do oxigênio encontram-se tão separadas que não há colisão entre elas.

Dentre as explicações, está correto apenas o que se propõe em

- A) I  
 B) II  
 C) III  
 D) I e II  
 E) II e III

07. (PUC-SP) Considere uma reação genérica em que os reagentes D e G transformam-se no produto J. A cinética dessa reação pode ser estudada a partir do gráfico a seguir, que representa a entalpia de reagentes e produtos, bem como das espécies intermediárias formadas durante o processo. No gráfico, estão representados os caminhos da reação na presença e na ausência de catalisador.

Gráfico Cinética Química e Influência do Catalisador



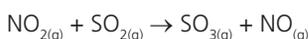
Um aluno, ao analisar esse gráfico, fez algumas afirmações a respeito da reação  $D + G \rightarrow J$ :

- I. **z** representa a variação de entalpia ( $\Delta H$ ) dessa reação;  
 II. **y** representa a energia de ativação dessa reação na presença de catalisador;  
 III. **x + z** representa a energia de ativação dessa reação na ausência de catalisador;  
 IV. Essa reação corresponde a um processo endotérmico.

Estão corretas apenas as afirmações

- A) I e II  
 B) I e III  
 C) II e III  
 D) II e IV  
 E) I, III e IV

08. (UFRGS) A reação global de oxidação do  $\text{SO}_2$  é representada por  $\text{SO}_{2(\text{g})} + 1/2 \text{O}_2 \rightarrow \text{SO}_{3(\text{g})}$ . Na presença de  $\text{NO}_2$ , essa reação é processada em duas etapas que ocorrem no mesmo recipiente, conforme representado a seguir.

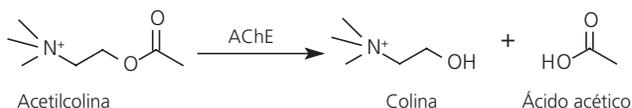


Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

Em relação à reação global, o  $\text{NO}_2$  é um \_\_\_\_\_ e sua concentração \_\_\_\_\_ com o tempo.

- A) reagente – diminui
- B) reagente – não se altera
- C) catalisador – diminui
- D) catalisador – não se altera
- E) produto – aumenta

09. (UFPR) A reação de hidrólise da acetilcolina, esquematizada abaixo, é fundamental na transmissão de impulsos nervosos nos seres vivos. A reação é promovida pela enzima acetilcolinesterase (AChE).



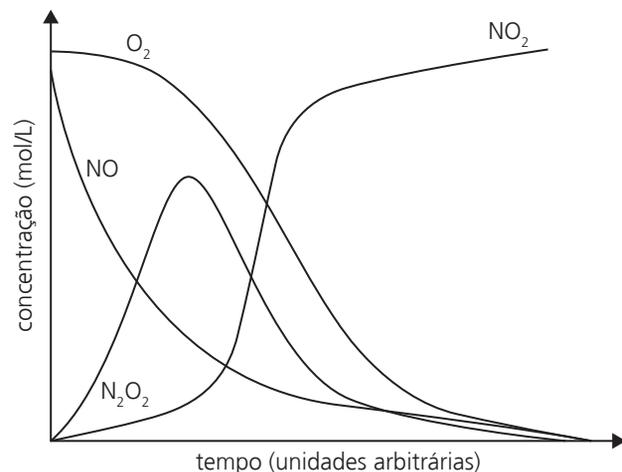
Considere as seguintes afirmativas sobre o papel de AChE nessa reação:

- I. AChE é catalisador da reação;
- II. AChE aumenta a energia de ativação da reação;
- III. AChE promove caminhos reacionais alternativos;
- IV. AChE inibe a formação de intermediários.

Assinale a alternativa correta.

- A) Somente as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.
- B) Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
- C) Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.
- D) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
- E) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.

10. Alguns poluentes podem ser formados de forma indireta, ou seja, são resultantes da reação entre outros gases, poluentes ou não, já produzidos. Um exemplo é a formação de  $\text{NO}_2$  a partir de  $\text{NO}$  e  $\text{O}_2$ , num processo que ocorre em duas etapas. O gás  $\text{NO}_2$  é bastante tóxico e sua presença está relacionada ao aparecimento de, entre outros problemas, alguns tipos de câncer. Essa produção indireta resulta em gráficos de aspecto bem curioso, como mostrado a seguir, obtido de ensaios experimentais:



Diante do exposto no gráfico, assinale a alternativa correta:

- A) Os reagentes  $\text{NO}$  e  $\text{O}_2$  se combinam para formar os produtos  $\text{N}_2\text{O}_2$  e  $\text{NO}_2$ .
- B) O produto  $\text{NO}_2$  é formado pela combinação dos reagentes  $\text{NO}$ ,  $\text{O}_2$  e  $\text{N}_2\text{O}_2$ .
- C) O catalisador  $\text{N}_2\text{O}_2$  acelera a formação do produto  $\text{NO}_2$ .
- D) O reagente  $\text{NO}$  forma o intermediário  $\text{N}_2\text{O}_2$ , que, por sua vez, continua reagindo com  $\text{O}_2$  para formar o produto final  $\text{NO}_2$ .
- E) O reagente  $\text{NO}$  é consumido para formar os produtos  $\text{N}_2\text{O}_2$ ,  $\text{O}_2$  e  $\text{NO}_2$ .

**Aula**  
19

Lei de Velocidade

C-5	H-18
C-7	H-24

### Lei de velocidade e ordens de reação

Foi estudado que, para haver reação química, é necessário que ocorra a colisão entre as partículas reagentes, ou seja, a velocidade de uma reação depende da frequência de colisões entre as moléculas. Quanto maior a frequência de choques maior a probabilidade de uma colisão ser efetiva. Esse efeito nos mostra que a velocidade depende da concentração das espécies reagentes. Pensando dessa forma, ainda no século passado, dois cientistas noruegueses, Guldberg e Waage, enunciaram a Lei da Ação das Massas, que procura explicar o comportamento da velocidade de reações menos complexas em função da concentração dos reagentes a cada instante. Eles propuseram que, para cada temperatura dada, a velocidade de uma reação deveria ser proporcional ao produto das concentrações dos reagentes, estando cada um elevado a um expoente determinado a partir de dados experimentais.

Matematicamente, a exposição anterior fica mais clara. Observe a reação genérica  $aA + bB \rightarrow$  produtos. Nessa situação, a Lei de Velocidade poderia ser escrita como:

$$v = k \cdot [A]^\alpha \cdot [B]^\beta$$

Em que:

- $k \rightarrow$  constante de velocidade que só depende da temperatura.
- $\alpha$  e  $\beta \rightarrow$  expoentes determinados experimentalmente.

Os expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  serão denominados de ordens de reação em relação a cada reagente, e a soma dos expoentes será chamada ordem global de reação. Assim, teremos reações de 1ª ordem (quando o expoente for igual a 1), de 2ª ordem (quando o expoente for igual a 2), de ordem zero etc. Resumindo, usando o mesmo exemplo anterior, temos:

- $\alpha \rightarrow$  ordem de reação em relação ao reagente A.
- $\beta \rightarrow$  ordem de reação em relação ao reagente B.
- $(\alpha + \beta) \rightarrow$  ordem global de reação.

#### Observação:

A ordem de reação pode ser um valor inteiro, fracionário, negativo, ou, ainda, zero. Tudo depende dos dados experimentais.

### Mecanismos de reação

Como já foi visto, a Lei de Velocidade é baseada em dados experimentais. Buscando uma explicação teórica para mostrar como determinada reação possui uma Lei de Velocidade em particular, são propostos os mecanismos de uma reação. Logicamente, não estudaremos os mecanismos um por um, e, sim, divididos em grupos com semelhanças em suas aplicações. Veja:

**Reação elementar (simples)**

É aquela que se processa em uma única etapa. Em uma reação elementar, os expoentes da Lei de Velocidade são iguais aos coeficientes da equação balanceada.

**Reação não elementar**

É aquela que se processa em mais de uma etapa. Não importa quantas etapas a reação tenha, a etapa determinante da velocidade é a etapa lenta do processo. Nesse caso, a Lei de Velocidade será dada pelos reagentes e pelos coeficientes da etapa lenta, e não da reação global.

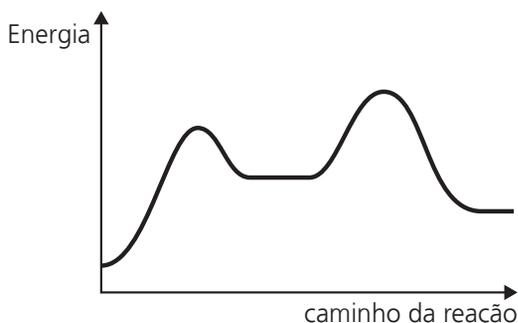
**Observação:**

**Molecularidade** é definida como o número de partículas reagentes (moléculas, íons etc.) que colidem em uma reação elementar ou em uma etapa de uma reação não elementar. Caso a reação ocorra em mais de uma etapa, não se define a sua molecularidade.



**Exercícios de Fixação**

01. (PUC-MG) Considere o diagrama energético de uma reação química realizada em duas etapas:



É correto afirmar que a reação é

- A) endotérmica e sua primeira etapa determina sua velocidade.
- B) exotérmica e sua primeira etapa determina sua velocidade.
- C) endotérmica e sua segunda etapa determina sua velocidade.
- D) exotérmica e sua segunda etapa determina sua velocidade.

02. (UEL) O ozônio próximo à superfície é um poluente muito perigoso, pois causa sérios problemas respiratórios e também ataca as plantações através da redução do processo da fotossíntese. Um possível mecanismo que explica a formação de ozônio nos grandes centros urbanos é através dos produtos da poluição causada pelos carros, representada pela equação química a seguir:



Estudos experimentais mostram que essa reação ocorre em duas etapas:

- I.  $\text{NO}_{2(g)} \xrightarrow{\text{Luz}} \text{NO}_{(g)} + \text{O}$  (lenta)
- II.  $\text{O}_{2(g)} + \text{O} \longrightarrow \text{O}_{3(g)}$  (rápida)

De acordo com as reações apresentadas, a lei da velocidade é dada por:

- A)  $v = k [\text{O}_2] [\text{O}]$
- B)  $v = k [\text{NO}_2]$
- C)  $v = k [\text{NO}_2] + k [\text{O}_2] [\text{O}]$
- D)  $v = k [\text{NO}] [\text{O}_3]$
- E)  $v = k [\text{O}_3]$

03. (PUC-RJ) A decomposição enzimática da ureia se dá pela ação da enzima urease em grande excesso de água.



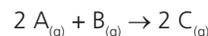
A lei de velocidade dessa reação é:  $\text{vel} = k[(\text{NH}_2)_2 \text{CO}] [\text{urease}]$

Onde **vel** é a velocidade da reação, e os termos entre colchetes são as concentrações de ureia e urease num determinado instante, e **k** é a constante de velocidade.

Sobre a reação, a única opção incorreta é:

- A) a urease é catalisador da reação.
- B) a ordem global da reação é igual a 2.
- C) a ordem de reação do reagente  $\text{H}_2\text{O}$  é zero nessas condições de reação.
- D) o valor da constante de velocidade da reação não varia em função da temperatura de reação.
- E) quando as concentrações de ureia e de urease são diminuídas para a metade dos valores iniciais, a velocidade instantânea é quatro vezes menor em relação à inicial.

04. (UPF) Os dados da tabela abaixo foram obtidos experimentalmente, a certa temperatura e pressão constante, para a reação química genérica:



[A] (mol L <sup>-1</sup> )	[B] (mol L <sup>-1</sup> )	Velocidade (mol L <sup>-1</sup> min <sup>-1</sup> )
0,100	0,150	$1,8 \times 10^{-5}$
0,100	0,300	$7,2 \times 10^{-5}$
0,050	0,300	$3,6 \times 10^{-5}$

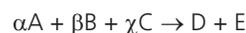
Considerando-se os dados apresentados e a reação dada, analise as seguintes afirmações:

- I. A equação de velocidade da reação é  $v = k [\text{A}][\text{B}]^2$ ;
- II. O valor da constante de velocidade, **k**, é  $8,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ ;
- III. A ordem global da reação é 3;
- IV. A constante de velocidade, **k**, depende exclusivamente da concentração dos reagentes da reação;
- V. A velocidade da reação quando  $[\text{A}] = 0,010 \text{ mol L}^{-1}$  e quando  $[\text{B}] = 0,010 \text{ mol L}^{-1}$  é:  $v = 8,0 \times 10^{-9} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ .

Está correto apenas o que se afirma em:

- A) I, II, III e IV
- B) I, III e V
- C) I, II e V
- D) II, III e IV
- E) II, III e V

05. (EsPCEX (Aman)) O estudo da velocidade das reações é muito importante para as indústrias químicas, pois conhecê-la permite a proposição de mecanismos para uma maior produção. A tabela abaixo apresenta os resultados experimentais obtidos para um estudo cinético de uma reação química genérica elementar.



Experimento	[A]	[B]	[C]	Velocidade (mol · L <sup>-1</sup> · s <sup>-1</sup> )
1	0,10	0,10	0,10	$4 \cdot 10^{-4}$
2	0,20	0,10	0,10	$8 \cdot 10^{-4}$
3	0,10	0,20	0,10	$8 \cdot 10^{-4}$
4	0,10	0,10	0,20	$1,6 \cdot 10^{-3}$

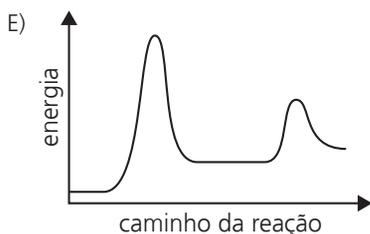
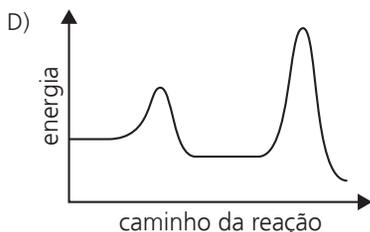
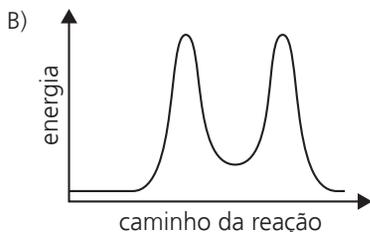
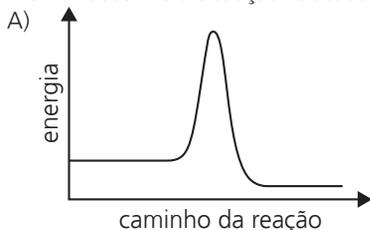
A partir dos resultados experimentais apresentados na tabela anterior, pode-se afirmar que a expressão da equação da lei da velocidade (V) para essa reação química é

- A)  $V = k[A]^1[B]^1[C]^2$
- B)  $V = k[A]^2[B]^1[C]^2$
- C)  $V = k[A]^2[B]^2[C]^1$
- D)  $V = k[A]^1[B]^1[C]^1$
- E)  $V = k[A]^0[B]^1[C]^1$



### Exercícios Propostos

01. A ocorrência de certo processo químico resultou em um resfriamento da vizinhança. Ao se investigar a cinética do processo, constatou-se que deveria possuir duas etapas reacionais e, de acordo com dados experimentais, a etapa determinante da velocidade seria a primeira. O gráfico que melhor descreve a situação relatada está representado em

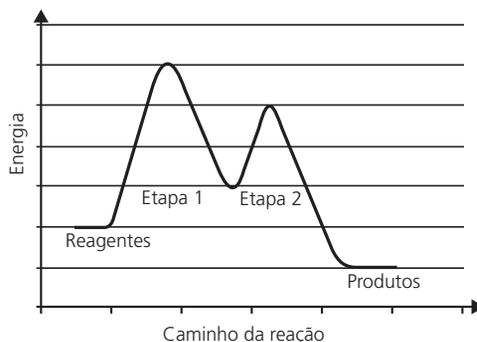


02. (Mackenzie) O processo equacionado por  $NO_{(g)} + O_{3(g)} \rightarrow NO_{2(g)} + O_{2(g)}$  é classificado, em termos cinéticos, como elementar e de segunda ordem. Desse modo, ao serem feitos dois experimentos, ambos sob determinada temperatura "T", ao duplicar-se tanto a concentração do  $NO_{(g)}$  como do  $O_{3(g)}$  em relação ao primeiro experimento, o segundo experimento terá sua velocidade

- A) reduzida a um quarto.
- B) reduzida à metade.
- C) mantida constante.
- D) duplicada.
- E) quadruplicada.

03. (UFRGS-RS) Para a obtenção de um determinado produto, realiza-se uma reação em 2 etapas.

O caminho dessa reação é representado no diagrama abaixo.



Considere as afirmações abaixo, sobre essa reação.

- I. A etapa determinante da velocidade da reação é a etapa 2;
- II. A reação é exotérmica;
- III. A energia de ativação da etapa 1 é maior que a energia de ativação da etapa 2.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas III.
- D) Apenas II e III.
- E) I, II e III.

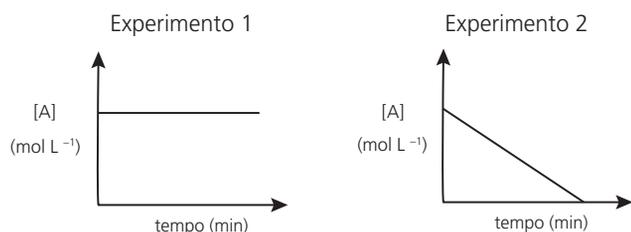
04. (UFRJ-Adaptada) A oxidação do brometo de hidrogênio pode ser descrita em 3 etapas:

- I.  $HBr_{(g)} + O_{2(g)} \rightarrow HOBr_{(g)}$  (etapa lenta)
- II.  $HBr_{(g)} + HOBr_{(g)} \rightarrow 2 HOBr_{(g)}$  (etapa rápida)
- III.  $2 HOBr_{(g)} + 2 HBr_{(g)} \rightarrow 2 Br_{2(g)} + 2 H_2O_{(g)}$  (etapa rápida)

Sobre essa reação, conclui-se que:

- A) A lei de velocidade é  $v = k \cdot [HBr]^4 \cdot [O_2]$ .
- B) A reação é de 2ª ordem em relação à concentração de HBr.
- C) A ordem global da reação é 2.
- D) Se duplicarmos a concentração do  $O_2$ , a velocidade da reação aumentará 4 vezes.
- E) Se duplicarmos a concentração do HBr e do  $O_2$ , a velocidade da reação aumentará 8 vezes.

05. (UFRGS) A possibilidade de reação de o composto A se transformar no composto B foi estudada em duas condições diferentes. Os gráficos a seguir mostram a concentração de A, em função do tempo, para os experimentos 1 e 2.



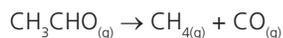
Em relação a esses experimentos, considere as afirmações a seguir.

- I. No primeiro experimento não houve reação;  
 II. No segundo experimento, a velocidade da reação diminui em função do tempo;  
 III. No segundo experimento, a reação é de primeira ordem em relação ao composto A.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.                         B) Apenas II.  
 C) Apenas III.                       D) Apenas I e II.  
 E) I, II e III.
06. (Acafe) O etanal pode ser usado, em fábricas de espelhos, na redução de sais de prata que, fixados no vidro, permitem a reflexão da imagem. A velocidade inicial de decomposição de etanal foi medida em diferentes concentrações, conforme mostrado a seguir.

[etanal] (mol/L)	0,10	0,20	0,30	0,40
velocidade (mol/L · s)	0,085	0,34	0,76	1,40

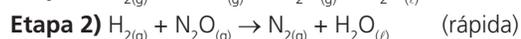
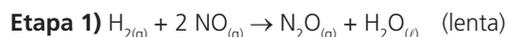


Baseado nas informações fornecidas e nos conceitos químicos, analise as afirmações a seguir.

- I. A reação química abordada é de primeira ordem;  
 II. A decomposição do etanal produz uma substância apolar e outra polar;  
 III. O etanal possui a função química aldeído;  
 IV. Sob condições apropriadas, a oxidação do etanal produz ácido acético.

Assinale a alternativa correta.

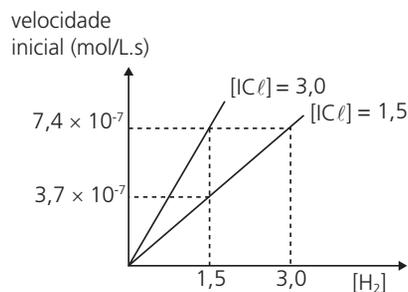
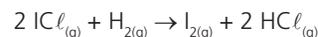
- A) Todas as afirmações estão corretas.  
 B) Apenas II, III e IV estão corretas.  
 C) Apenas I e II estão corretas.  
 D) Apenas a afirmação III está correta.
07. (PUC-PR) Analisando as reações abaixo, as quais produzirão gás nitrogênio e água líquida, assinale a alternativa correta.



- A) A reação global é dada pela seguinte reação balanceada:  
 $2 \text{H}_{2(g)} + 2 \text{NO}_{(g)} \rightarrow 3 \text{N}_{2(g)} + 2 \text{H}_2\text{O}_{(l)} + \text{N}_2\text{O}_{(g)}$   
 B) Se mantivermos a concentração do  $\text{H}_{2(g)}$  em quantidade de matéria e duplicarmos a concentração em quantidade de matéria do  $\text{NO}_{(g)}$ , a velocidade da reação duplicará.  
 C) Colocando-se na reação um catalisador, esse aumentará a velocidade da reação e será consumido durante a reação.  
 D) A lei da velocidade é dada por:  $v = K \cdot [\text{H}_{2(g)}] \cdot [\text{NO}_{(g)}]$ .  
 E) Se triplicarmos a concentração em quantidade de matéria do  $\text{H}_{2(g)}$  e duplicarmos a concentração do  $\text{NO}_{(g)}$ , a velocidade da reação ficará 12 vezes maior.

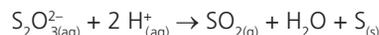
08. (UFRJ – Adaptada) A expressão da velocidade de uma reação deve ser determinada experimentalmente, não podendo, em geral, ser predita diretamente a partir dos coeficientes estequiométricos da reação.

O gráfico a seguir apresenta dados experimentais que possibilitam a obtenção da expressão da velocidade da seguinte reação:



Qual a expressão da velocidade desta reação?

- A)  $v = k \cdot [\text{IC}] \cdot [\text{H}_2]$   
 B)  $v = k \cdot [\text{IC}]^2 \cdot [\text{H}_2]$   
 C)  $v = k \cdot [\text{IC}] \cdot [\text{H}_2]^2$   
 D)  $v = k \cdot [\text{IC}]^0 \cdot [\text{H}_2]^2$   
 E)  $v = k \cdot [\text{IC}]^2 \cdot [\text{H}_2]^2$
09. (Fatec) Tiosulfato de sódio e ácido clorídrico interagem segundo a equação:



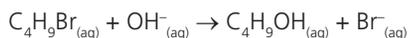
A transformação é sinalizada pelo surgimento de um precipitado de enxofre que transmite à solução uma certa turbidez. O estudo experimental da transformação foi feito cronometrando-se o tempo necessário para a formação de uma quantidade fixa de enxofre capaz de encobrir uma cruz feita numa folha de papel. Os seguintes dados foram coletados:

Experiência	$[\text{H}^+]$ mol · L <sup>-1</sup>	$[\text{S}_2\text{O}_3^{2-}]$ mol · L <sup>-1</sup>	Velocidade mol · L <sup>-1</sup> · s <sup>-1</sup>
1	3	0,250	$4,0 \times 10^{-2}$
2	3	0,125	$2,0 \times 10^{-2}$
3	3	0,0625	$1,0 \times 10^{-2}$
4	2,4	0,250	$4,0 \times 10^{-2}$
5	1,2	0,250	$4,0 \times 10^{-2}$

A análise dos dados permite concluir que a velocidade da reação:

- A) é diretamente proporcional ao produto  $[\text{H}^+]^2 \times [\text{S}_2\text{O}_3^{2-}]$ .  
 B) é diretamente proporcional ao quadrado da concentração de  $\text{H}^+$ .  
 C) é diretamente proporcional ao quadrado da concentração de  $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ .  
 D) independe da concentração do reagente Tiosulfato.  
 E) independe da concentração do reagente  $\text{H}^+$ .

10. (UFPE) Quando a concentração de 2-bromo-2-metilpropano,  $C_4H_9Br$  dobra, a velocidade da reação



duplica. Se as concentrações de  $C_4H_9Br$  e  $OH^-$  são dobradas, o aumento da velocidade é o mesmo: a velocidade dobra. Com relação a esses dados, analise as afirmativas a seguir.

- 1) A lei de velocidade da reação pode ser escrita como:  $v = k [C_4H_9Br] [OH^-]$  e, portanto, a reação é de segunda ordem;
- 2) A lei de velocidade da reação pode ser escrita como:  $v = k [C_4H_9Br]$  e, portanto, a reação é de primeira ordem;
- 3) A lei de velocidade da reação pode ser escrita como:  $v = k [C_4H_9Br]$  e, portanto, a reação é de primeira ordem, com relação ao  $C_4H_9Br$ , e de ordem zero, com relação ao íon  $OH^-$ ;
- 4) Se a concentração de íons  $OH^-$  triplicar, a velocidade da reação não se altera;
- 5) A meia-vida,  $t_{1/2}$ , independe da concentração inicial dos reagentes.

Estão corretas

- A) 1, 2, 4 e 5 apenas.
- B) 1, 3, 4 e 5 apenas.
- C) 2, 3, 4 e 5 apenas.
- D) 1 e 5 apenas.
- E) 1, 2, 3, 4 e 5.

**Aula**  
20

**Fatores que influenciam na Velocidade**

C-5 H-18

C-7 H-24

## Introdução

Vários fatores podem exercer influência na velocidade das reações. Alguns, no entanto, são mais importantes, pois atuam em quase todos os tipos de reações. Estes serão analisados com maior riqueza de detalhes.

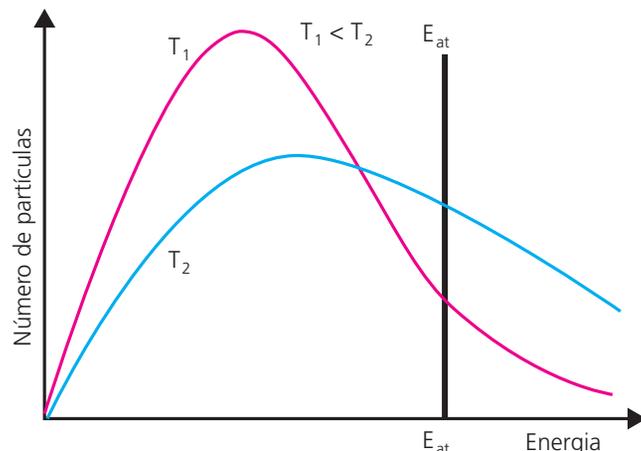
### Influência da concentração dos reagentes

O aumento na concentração dos reagentes em reações que ocorram em solução líquida ou gasosa gera o aumento na possibilidade de colisões entre as partículas reagentes, aumentando, portanto, a frequência de colisões. Assim, a velocidade dessas reações também será aumentada.

Na verdade, é uma conclusão natural. Um pedaço de ferro metálico será consumido mais rapidamente se colocado em um ácido clorídrico 5 M do que se colocado no mesmo ácido em concentração 1 M.

### Influência da temperatura

O aumento na temperatura de ocorrência de uma reação química aumenta a energia do sistema e provoca um aumento na frequência de colisões. Esse fato já seria suficiente para explicar por que o aumento da temperatura aumenta a velocidade de uma reação química. No entanto, uma explicação melhor pode ser colocada pela análise das curvas de distribuição de Maxwell-Boltzmann, cujo perfil é mostrado a seguir.



Primeiramente, perceba que a temperatura maior não é a que sugere uma curva mais alta, e sim, a que sugere uma curva mais extensa, que cobre maior região ao longo do eixo  $x$ . Logo,  $T_2 > T_1$ . **Uma maior temperatura** implica em maior agitação de partículas e, portanto, maior energia cinética. Uma maior energia cinética, por sua vez, implica **em maior número de partículas com energia superior à energia de ativação**, gerando mais colisões efetivas e, finalmente, possibilitando maior velocidade de reação.

#### Observações:

1. Um aumento de  $10^\circ C$  na temperatura, geralmente, duplica a velocidade das reações químicas. Isso é conhecido como **regra de Van't Hoff**.
2. Quando se comparam reações submetidas às mesmas condições operacionais (temperatura, pressão e concentração), a reação que **mais é influenciada pela temperatura é a de maior energia de ativação**. Esse fato pode ser comprovado ao se analisar o número de partículas com energia superior à energia de ativação no gráfico de Maxwell-Boltzmann.

### Influência da pressão (para reagentes em fase gasosa)

O aumento da pressão, quando se trata de reagentes em fase gasosa, tem comportamento semelhante ao do aumento da concentração. Aumentar a pressão de um gás significa submetê-lo a um menor volume, e, portanto, com maior possibilidade de colisões entre as partículas reagentes. Isso gera um aumento na frequência de colisões, sem alterar a energia envolvida nessas colisões. Mesmo assim, há um consequente aumento na velocidade das reações.

### Influência da superfície de contato (para reagentes em fase sólida)

O aumento da área superficial de um sólido aumenta o número de partículas em condições de sofrerem colisões, possibilitando maior chance de ocorrência de colisões efetivas. Assim, teremos maior frequência de colisões ao se aumentar a superfície de contato de um sólido. Mais uma vez, tem-se uma conclusão bem cotidiana: um comprimido efervescente reage mais rapidamente quando pulverizado (em pó, com maior área superficial) do que inteiro.

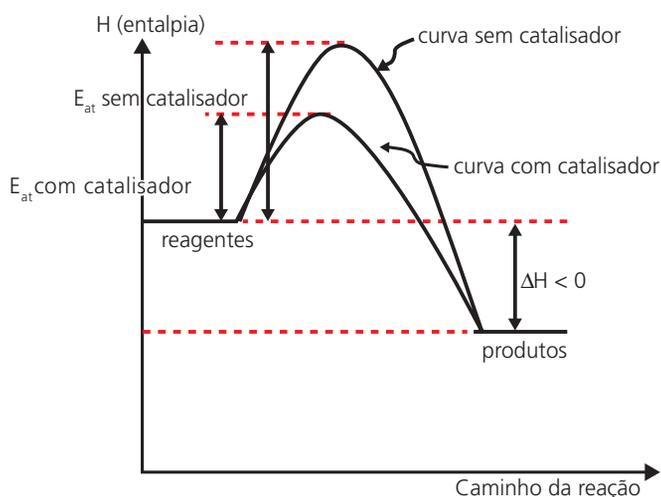
### Influência do catalisador

A presença de catalisadores aumenta a velocidade das reações, pois o catalisador é uma espécie química que cria um novo caminho reacional de mais baixa energia de ativação e, conseqüentemente, de maior velocidade nas mesmas condições operacionais.

São características clássicas de um catalisador:

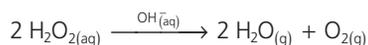
- 1) Apesar de criar um novo mecanismo reacional de mais baixa energia de ativação, o catalisador não é consumido no processo global. Nas catálises homogêneas, o catalisador é consumido em suas etapas iniciais e regenerado ao final.
- 2) As reações que ocorrem na presença de catalisadores não modificam os valores de seu  $\Delta H$ ,  $\Delta S$  e  $\Delta G$ , pois os mesmos são funções de estado.
- 3) O catalisador não modifica a posição de equilíbrio, pois acelera as reações direta e inversa com a mesma intensidade. Por isso, um catalisador eficiente para uma determinada reação direta também será eficiente em sua reação inversa.

Veja o gráfico de uma reação exotérmica, que ocorre em uma única etapa, mostrando a influência do catalisador.



Em relação aos tipos de catálise, as reações se dividem em:

- 1) **Catálise homogênea:** ocorre quando o catalisador e os reagentes estão na mesma fase. É comum para reações em fase gasosa e em solução aquosa.



- 2) **Catálise heterogênea:** ocorre quando catalisador e reagentes estão em fases distintas. É o caso mais comum na indústria. Observe o exemplo:



### Exercícios de Fixação

01. (Fac. Albert Einstein – Medicin) Um comprimido efervescente, de 4,0 g de massa, contém bicarbonato de sódio, carbonato de sódio, ácido cítrico e ácido acetilsalicílico, todos sólidos brancos solúveis em água. Ao adicionar o comprimido à água, o ácido cítrico reage com o carbonato e o bicarbonato de sódio, gerando gás carbônico.

Foram realizados 4 experimentos para estudar a cinética da reação envolvendo os reagentes presentes no comprimido efervescente, sendo que a condição de cada experimento encontra-se descrita a seguir.

**Experimento 1:** O comprimido inteiro foi dissolvido em 200 mL de água a 25 °C.

**Experimento 2:** Dois comprimidos inteiros foram dissolvidos em 200 mL de água a 25 °C.

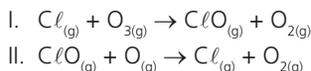
**Experimento 3:** O comprimido triturado (4,0 g) foi dissolvido em 200 mL de água a 25 °C.

**Experimento 4:** O comprimido inteiro foi dissolvido em 200 mL de água a 50 °C.

Em cada experimento recolheu-se gás carbônico produzido nas mesmas condições de temperatura e pressão, até se obter 100 mL de gás, registrando-se o tempo decorrido (**t**).

A alternativa que apresenta adequadamente a comparação entre esses tempos é

- A)  $t_1 < t_2$ ;  $t_1 = t_3$ ;  $t_1 > t_4$
  - B)  $t_1 = t_2$ ;  $t_1 > t_3$ ;  $t_1 < t_4$
  - C)  $t_1 > t_2$ ;  $t_1 > t_3$ ;  $t_1 > t_4$
  - D)  $t_1 > t_2$ ;  $t_1 < t_3$ ;  $t_1 = t_4$
02. A reciclagem de alumínio em forma de latas requer que as mesmas sejam prensadas antes de serem colocadas em um forno visando à sua fusão, pois, caso contrário, o alumínio metálico muito fino das latas reagiria com o oxigênio do ar e formaria um óxido que impediria sua reciclagem. Do ponto de vista da cinética química, prensar as latas de alumínio diminui a velocidade da reação com o oxigênio porque diminui
    - A) a energia de ativação do complexo ativado da etapa lenta, no mecanismo da reação.
    - B) a concentração do alumínio na etapa lenta, no mecanismo da reação.
    - C) a superfície de contato entre o metal e o oxigênio.
    - D) a concentração de oxigênio.
    - E) o número de moléculas com energia superior à energia de ativação.
  03. (UnB) O ozônio ( $\text{O}_3$ ) é uma das formas naturais de associação dos átomos de oxigênio. Sua alta reatividade o transforma em substância tóxica, capaz de destruir microrganismos e prejudicar o crescimento de plantas. Mas em estado puro e livre na estratosfera (camada atmosférica situada entre 15 e 50 quilômetros de altura), esse gás participa de interações essenciais para a defesa da vida, razão pela qual os cientistas têm alertado as autoridades para os riscos de destruição da camada de ozônio. O cloro liberado a partir da decomposição dos clorofluorcarbonetos destrói o ozônio conforme representado pelas equações a seguir.



“Camada de Ozônio: um filtro ameaçado”.  
 In: *Ciência Hoje*, vol5, n°28, 1987. Adaptado.

- A partir da análise dessas reações, julgue os itens seguintes.
- ( ) Pela Lei de Hess, se as equações I e II forem exotérmicas, a variação de entalpia da reação global apresentada será menor que zero.
  - ( ) A velocidade da reação global de destruição do ozônio é inversamente proporcional à velocidade da etapa mais lenta.
  - ( ) O gráfico da variação de energia para a equação global mostra que, se essa equação for exotérmica, a entalpia do gás oxigênio será maior que a soma da entalpia do oxigênio atômico com a entalpia do ozônio.
  - ( ) Segundo essas reações, a destruição do ozônio não ocorre por colisões efetivas entre átomos de oxigênio (O) e moléculas de ozônio (O<sub>3</sub>).
  - ( ) Em um sistema fechado, pode-se diminuir a velocidade de destruição do ozônio aumentando-se a pressão do sistema.

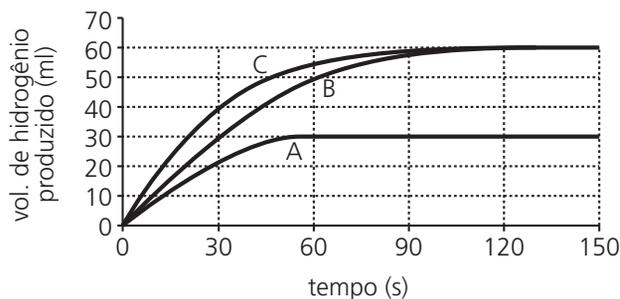
04. (Fatec) Para se estudar a reação que ocorre entre magnésio e ácido clorídrico, três experimentos foram feitos:

**Experimento I:** adicionou-se uma certa massa de magnésio a excesso de solução de ácido clorídrico, a 25°C, medindo-se o volume de hidrogênio produzido a cada 30 segundos.

**Experimento II:** a massa de magnésio utilizada foi igual à metade da usada no experimento I, mantendo-se todas as outras condições inalteradas (volume do ácido, temperatura, tempo de recolhimento do gás).

**Experimento III:** utilizaram-se as mesmas quantidades de magnésio e de ácido do experimento I, aquecendo-se a solução de ácido a 35°C.

Os resultados obtidos foram colocados em um gráfico:



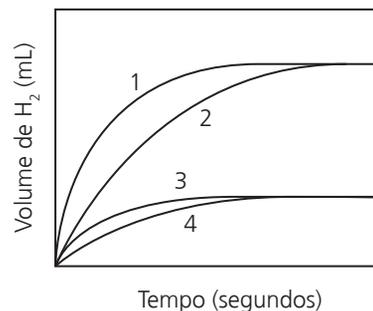
As curvas que correspondem aos experimentos I, II e III são, respectivamente,

- A) B – A – C.
- B) C – A – B.
- C) C – B – A.
- D) A – B – C.
- E) A – C – B.

05. Acompanhou-se a reação entre magnésio metálico em excesso e uma solução 1,0 mol/L de ácido clorídrico, segundo a estequiometria a seguir:  $Mg_{(s)} + 2 HCl_{(aq)} \rightarrow MgCl_{2(aq)} + H_{2(g)}$ . Mediu-se o volume de hidrogênio produzido em 4 experimentos independentes, rotulados por A, B, C e D, todos utilizando a mesma quantidade de magnésio. Na tabela a seguir, são apresentadas as condições de cada experimento:

Experimento	A	B	C	D
Tipo de magnésio sólido	inteiro	triturado	triturado	triturado
Volume de solução de HCl (mL)	100	100	150	150
Temperatura (°C)	35	35	35	20

Os resultados obtidos nos experimentos, relativos ao volume de H<sub>2</sub> produzido, em função do tempo, permitiram a construção do seguinte gráfico, com as curvas 1, 2, 3 e 4:



Assinale a alternativa que associa cada experimento a cada uma das curvas do gráfico:

- A) 1 – A; 2 – B; 3 – C; 4 – D.
- B) 1 – C; 2 – D; 3 – B; 4 – A.
- C) 1 – A; 2 – C; 3 – A; 4 – D.
- D) 1 – D; 2 – C; 3 – A; 4 – A.
- E) 1 – B; 2 – A; 3 – D; 4 – C.



### Exercícios Propostos

01. (Uece) Alguns medicamentos são apresentados na forma de comprimidos que, quando ingeridos, dissolvem-se lentamente no líquido presente no tubo digestório, garantindo um efeito prolongado no organismo. Contudo, algumas pessoas, por conta própria, amassam o comprimido antes de tomá-lo.

Esse procedimento é inconveniente, pois reduz o efeito prolongado devido

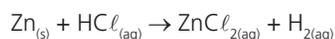
- A) à diminuição da superfície de contato do comprimido, provocando redução na velocidade da reação.
- B) à diminuição da superfície de contato, favorecendo a dissolução.
- C) ao aumento da velocidade da reação em consequência do aumento da superfície de contato do comprimido.
- D) à diminuição da frequência de colisões das partículas do comprimido com as moléculas do líquido presente no tubo digestório.

02. (UFSM) Os sais estão presentes nos *shows* pirotécnicos. Os fogos de artifício utilizam sais pulverizados de diferentes íons metálicos como, por exemplo, o sódio (cor amarela) e o potássio (cor violeta), misturados com material explosivo, como a pólvora. Quando a pólvora queima, elétrons dos metais presentes sofrem excitação eletrônica, liberando a energia na forma de luz.

Sobre a cinética da reação, é correto afirmar:

- A) Quanto maior a superfície de contato entre os reagentes, mais rápida é a reação; assim, quanto mais dividido o reagente sólido, mais a reação será acelerada.
- B) A queima dos fogos de artifício é facilitada pelo uso de sais pulverizados, pois estes diminuem a energia de ativação da reação.
- C) A temperatura gerada na queima de fogos de artifício reduz a frequência dos choques entre as partículas de reagentes, tornando a reação mais rápida.
- D) A reação é mais rápida, pois, ao se utilizar o sal pulverizado, a frequência das colisões é menor, favorecendo, assim, a reação.
- E) A pólvora age como um catalisador, diminuindo a energia de ativação total da reação química.

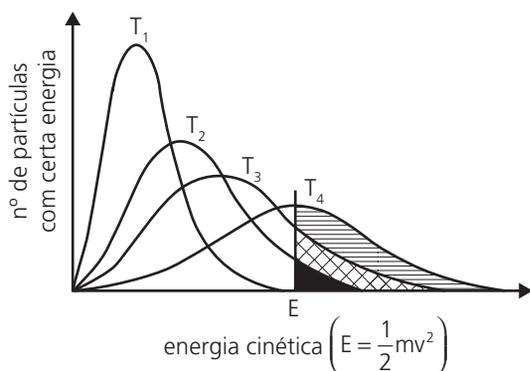
03. (IFCE) Um aluno, ao organizar os materiais de sua pesquisa em um laboratório químico, não observou e deixou, em um mesmo armário, placas de zinco (Zn) junto com solução aquosa de ácido clorídrico (HCl). Tal fato pode levar à ocorrência da seguinte reação:



A reação entre esses produtos poderia ser minimizada se

- A) houvesse a presença de um catalisador.
- B) a temperatura do laboratório estivesse alta.
- C) o zinco estivesse na forma de pó.
- D) a temperatura do laboratório estivesse baixa.
- E) as quantidades dos reagentes fossem aumentadas.

04. (UERJ) O gráfico a seguir refere-se às curvas de distribuição de energia cinética entre um mesmo número de partículas, para quatro valores diferentes de temperatura,  $T_1, T_2, T_3$  e  $T_4$ , sendo  $T_1 < T_2 < T_3 < T_4$ . Note que as áreas sob cada uma das curvas são idênticas, uma vez que são proporcionais aos números de partículas.



GEPEQ. *Interações e Transformações II*. São Paulo: EDUSP, 1998. Adaptado.

As transformações químicas serão tanto mais rápidas quanto maior for o número de colisões possíveis. Porém isso depende não só do valor do número de colisões, mas também do valor mínimo da energia, chamado energia de limiar ou de ativação (por exemplo, a energia E indicada no gráfico).

Assim, com relação ao gráfico apresentado, a transformação química torna-se mais rápida na seguinte temperatura:

- A)  $T_1$
- B)  $T_2$
- C)  $T_3$
- D)  $T_4$

05. (UFMG) Três experimentos foram realizados para investigar a velocidade da reação entre HCl aquoso diluído e ferro metálico. Para isso, foram contadas, durante 30 segundos, as bolhas de gás formadas imediatamente após os reagentes serem misturados.

Em cada experimento, usou-se o mesmo volume de uma mesma solução de HCl e a mesma massa de ferro, variando-se a forma de apresentação da amostra de ferro e a temperatura.

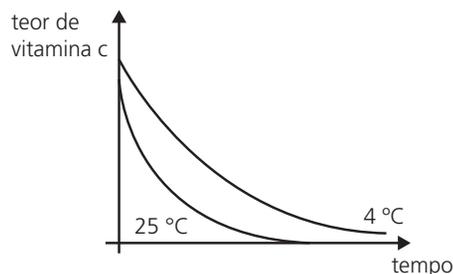
O quadro indica as condições em que cada experimento foi realizado.

Experimento	Ferro (2g)	Temperatura
I	prego	40 °C
II	prego	20 °C
III	palhinha de aço	40 °C

Assinale a alternativa que apresenta os experimentos na ordem crescente do número de bolhas observado.

- A) II, I, III
- B) III, II, I
- C) I, II, III
- D) II, III, I

06. (UFSM) A vitamina C é muito usada como aditivo de alimentos processados. Ela é oxidada pelo ar, o que protege outras substâncias presentes nos alimentos. Um certo alimento processado, inicialmente embalado a vácuo, é aberto e armazenado sob duas condições diferentes: em refrigerador a 4 °C e em armário fechado à temperatura ambiente, 25 °C. O gráfico mostra a variação do teor de vitamina C em cada uma dessas condições.



Analisando o gráfico, é correto afirmar que a velocidade de oxidação da vitamina C

- A) é maior a 4 °C do que a 25 °C.
- B) é diretamente proporcional à temperatura de armazenagem do produto.
- C) é inversamente proporcional à temperatura de armazenagem do produto.
- D) não depende da temperatura de armazenagem do produto.
- E) é maior no refrigerador, por causa da umidade.

07. (Acafe) Baseado nos conceitos sobre cinética das reações químicas, analise as afirmações a seguir.
- Catálise heterogênea pode ser caracterizada quando existe uma superfície de contato visível entre os reagentes e o catalisador;
  - A energia de ativação ( $E_A$ ) varia com a concentração dos reagentes;
  - A constante de velocidade ( $k$ ) pode variar com a temperatura;
  - A energia de ativação ( $E_A$ ) varia com a temperatura do sistema.

Todas as afirmações corretas estão em:

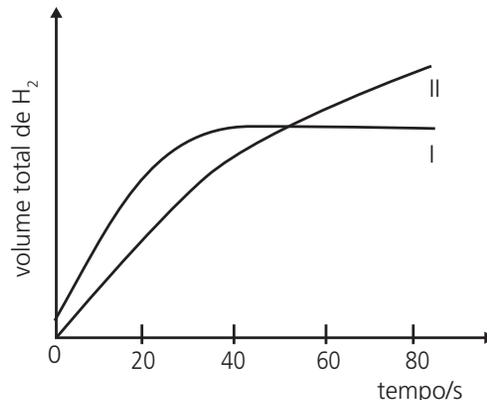
- I, II e IV
  - I, III e IV
  - I e III
  - II e III
08. (Fuvest) Um antiácido comercial em pastilhas possui, em sua composição, entre outras substâncias, bicarbonato de sódio, carbonato de sódio e ácido cítrico. Ao ser colocada em água, a pastilha dissolve-se completamente e libera gás carbônico, o que causa a efervescência. Para entender a influência de alguns fatores sobre a velocidade de dissolução da pastilha, adicionou-se uma pastilha a cada um dos quatro recipientes descritos na tabela a seguir, medindo-se o tempo até a sua dissolução completa

Solução	Tempo medido até a completa dissolução da pastilha (em segundos)
1. Água mineral sem gás à temperatura ambiente (25 °C)	36
2. Água mineral com gás à temperatura ambiente (25 °C)	35
3. Água mineral sem gás deixada em geladeira (4 °C)	53
4. Água mineral com gás deixada em geladeira (4 °C)	55

Para todos os experimentos, foi usada água mineral da mesma marca. Considere a água com gás como tendo gás carbônico dissolvido.

- Com base nessas informações, é correto afirmar que
- o uso da água com gás, ao invés da sem gás, diminuiu a velocidade de dissolução da pastilha em cerca de 50%, uma vez que, como já possui gás carbônico, há o deslocamento do equilíbrio para a formação dos reagentes.
  - o uso da água com gás, ao invés da sem gás, aumentou a velocidade de dissolução da pastilha em cerca de 33%, uma vez que o gás carbônico acidifica a água, aumentando a velocidade de consumo do carbonato de sódio.
  - nem a mudança de temperatura nem a adição de gás carbônico na solução afetaram a velocidade da reação, uma vez que o sistema não se encontra em equilíbrio.
  - o aumento da temperatura da água, de 4 °C para 25 °C, levou a um aumento na velocidade da reação, uma vez que aumentou a frequência e a energia de colisão entre as moléculas envolvidas na reação.
  - o aumento da temperatura da água, de 4 °C para 25 °C, levou a um aumento na velocidade da reação, uma vez que facilita a liberação de gás carbônico da solução, deslocando o equilíbrio para a formação dos reagentes.

09. (UFMG) Em dois experimentos, soluções de ácido clorídrico foram adicionadas a amostras idênticas de magnésio metálico. Em ambos os experimentos, o magnésio estava em excesso e a solução recobria inteiramente esse metal. O gráfico a seguir representa, para cada experimento, o volume total de hidrogênio despreendido em função do tempo.

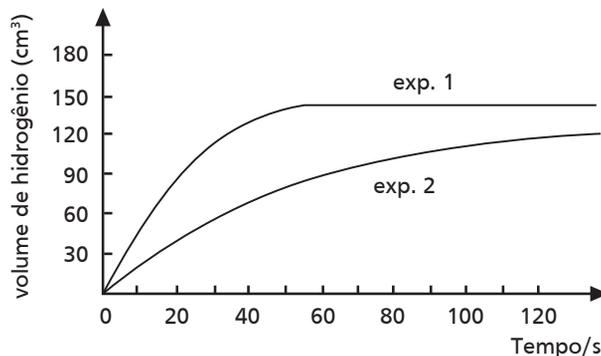


Com relação a esses experimentos, assinale a afirmativa falsa.

- A concentração do ácido no experimento I é igual a zero no tempo  $t = 80$  s.
  - A concentração do ácido usado no experimento I é menor do que a do ácido usado no experimento II.
  - O volume de ácido usado no experimento II é maior do que o volume usado no experimento I.
  - O volume total produzido de hidrogênio, no final dos experimentos, é maior no experimento II do que no I.
10. (Fatec) Magnésio interage com ácidos segundo a equação:



Para o estudo dessa reação, duas experiências foram realizadas, tendo-se usado massas iguais de magnésio e volumes iguais de HCl 1 mol/L e CH<sub>3</sub>COOH 1 mol/L. Os volumes de hidrogênio liberado foram medidos a cada 30 s. Os resultados foram projetados em gráfico, como se mostra a seguir.



Das afirmações feitas sobre esse estudo, todas estão corretas, exceto uma. Assinale-a.

- A rapidez de liberação de H<sub>2</sub> foi maior na exp. 1 do que na 2.
- Na solução ácida usada na exp. 1 havia maior concentração de íons H<sup>+</sup>.
- O ácido utilizado na exp. 1 foi CH<sub>3</sub>COOH 1 mol/L.
- Pode-se estimar que na exp. 1 todo o magnésio foi consumido ao fim de 55 s, aproximadamente.
- Pode-se estimar que, em ambas as experiências, o volume total de H<sub>2</sub> liberado foi 150 cm<sup>3</sup>, embora em tempos diferentes.



## Fique de Olho

### OS RISCOS DA FEBRE ALTA

Nós, mamíferos, somos animais homotérmicos, isto é, nossa temperatura mantém-se constante ao redor de 36,5 °C, independentemente da temperatura do local onde nos encontramos.

Ora, todas as reações do complexo bioquímico representado por nosso organismo, como as envolvidas na respiração e na digestão de proteínas e de gorduras, ocorrem nessa temperatura.

Quando temos febre, todas essas reações passam a ter sua velocidade aumentada. Uma elevação de 1 ou 2 °C na temperatura faz com que elas se acelerem substancialmente. É por isso que as febres altas, acima de 41,5 °C, podem ser fatais.

De modo análogo, a queda de temperatura também é prejudicial, já que reduz a atividade metabólica do organismo. Se a febre faz nosso organismo consumir mais oxigênio, com a temperatura abaixo do normal o gasto de O<sub>2</sub> fica reduzido.

Em certas cirurgias cardíacas, nas quais é necessário reduzir a chegada de O<sub>2</sub> ao cérebro do paciente por algum tempo, é comum os médicos utilizarem procedimentos para baixar a temperatura do corpo. Com isso, o cérebro recebe quantidade menor de oxigênio sem ser afetado; ao contrário, na temperatura normal, a falta de O<sub>2</sub> no cérebro por mais de 5 minutos causa danos irreversíveis ao organismo.

NOVAIS, Vera. *Química*. v. 2. Atual, 1999. p. 144.



## Anotações



## Seção Videoaula



### Cinética Química

## Bibliografia

- ATKINS, Peter; JONES, Loretta. *Princípios de Química*. Bookman, 2001.
- BRADY, James; HUMINSTON, Gerard. *Química Geral*. vol. 2. LTC, 1986.
- CARVALHO, Geraldo Camargo de. *Química Moderna*. vol. 2. Scipione, 1995.
- FELTRE, Ricardo. *Química*. vol.2. 4. ed. Moderna, 1994.
- KOTZ e TREICHEL. *Química e Reações Químicas*. vol. 2. 3. ed. LTC, 1998.
- LEMBO, Antonio. *Química: Realidade e Contexto*. vol. 2. Ática, 1999.
- NOVAIS, Vera. *Química*. vol. 2. Atual, 1999.
- Questões de vestibulares das principais universidades brasileiras.
- REIS, Martha. *Completamente Química*. vol. 2. FTD, 2001.
- TITO e CANTO. *Química na Abordagem do Cotidiano*. vol. 2. 2. ed. Moderna.
- USBERCO e SALVADOR. *Química*. vol. 2. 1. ed. Saraiva, 1995.

# QUÍMICA III

## FUNÇÕES INORGÂNICAS – BASES, SAIS E ÓXIDOS

### Objetivo(s):

Ao final deste volume o aluno deverá ser capaz de:

- Conhecer as propriedades e a nomenclatura das bases inorgânicas.
- Escrever as equações químicas que mostram a dissociação iônica das bases.
- Diferenciar ácidos e bases segundo as teorias de Arrhenius, Brønsted e Lewis.
- Escrever equações químicas de neutralização ácido-base.
- Conhecer as propriedades e a nomenclatura dos sais.
- Diferenciar os vários tipos de sais: sal normal, hidrogenossal, hidroxissal, sal duplo e sal hidratado.
- Conhecer as propriedades e a nomenclatura dos óxidos.
- Diferenciar os vários tipos de óxidos: básicos, ácidos, anfóteros, neutros, duplos, peróxidos e superóxidos.
- Escrever as equações químicas que mostram as reações dos óxidos com água, ácidos e bases.

### Conteúdo:

#### **AULAS 16 E 17: ESTUDO DAS BASES / CONCEITOS MODERNOS SOBRE ÁCIDOS E BASES**

Estudo das bases .....	142
Classificação das bases .....	142
Nomenclatura das bases .....	142
Conceitos Modernos sobre Ácidos e Bases .....	143
Exercícios .....	143

#### **AULA 18: ESTUDO DOS SAIS**

Conceito de sal .....	148
Reações de neutralização .....	148
Classificação e nomenclatura dos sais .....	149
Propriedades dos sais .....	150
Exercícios .....	150

#### **AULAS 19 E 20: ESTUDO DOS ÓXIDOS**

Conceito de óxido .....	153
Nomenclatura .....	153
Classificação e Propriedades dos óxidos .....	154
Temas ambientais .....	156
Exercícios .....	157

**Aulas**  
16 e 17

**Estudo das Bases /  
Conceitos Modernos  
sobre Ácidos e Bases**

C-5 H-17, 18  
C-7 H-24

**Estudo das bases**

**Conceito de Arrhenius para base**

Base é uma substância, em solução aquosa, que se dissocia produzindo como único ânion OH<sup>-</sup> (ion hidróxido).

Deste modo, são exemplos de bases:

- NaOH – hidróxido de sódio, usado na fabricação de sabão e no desentupimento de pias.
- Mg(OH)<sub>2</sub> – hidróxido de magnésio, usado como antiácido no combate à azia.
- Ca(OH)<sub>2</sub> – hidróxido de cálcio, também chamado de cal hidratada, extinta ou apagada, utilizada na pintura de paredes.
- NH<sub>3</sub> – amoníaco, usado na limpeza doméstica e na fabricação de fertilizantes.

**Observação:**

A fórmula NH<sub>4</sub>OH (hidróxido de amônio, amoníaco líquido) é uma maneira de representar a solução aquosa do gás NH<sub>3</sub> (amônia ou amoníaco).

Veja a seguir as equações de dissociação iônica de algumas bases:

- 1) NaOH<sub>(s)</sub> ⇌ Na<sup>+</sup><sub>(aq)</sub> + OH<sup>-</sup><sub>(aq)</sub>
- 2) Ca(OH)<sub>2(s)</sub> ⇌ Ca<sup>2+</sup><sub>(aq)</sub> + 2 OH<sup>-</sup><sub>(aq)</sub>
- 3) Fe(OH)<sub>3(s)</sub> ⇌ Fe<sup>3+</sup><sub>(aq)</sub> + 3 OH<sup>-</sup><sub>(aq)</sub>
- 4) NH<sub>3(aq)</sub> + H<sub>2</sub>O<sub>(l)</sub> ⇌ NH<sub>4</sub><sup>+</sup><sub>(aq)</sub> + OH<sup>-</sup><sub>(aq)</sub> (ionização)

**Classificação das bases**

**Quanto ao número de hidroxilas**

- a) Monobases: 1 hidroxila na fórmula.  
**Exemplos:** NaOH, KOH.
- b) Dibases: 2 hidroxilas na fórmula.  
**Exemplos:** Ca(OH)<sub>2</sub>, Fe(OH)<sub>2</sub>.
- c) Tribases: 3 hidroxilas na fórmula.  
**Exemplos:** Al(OH)<sub>3</sub>, Co(OH)<sub>3</sub>.
- d) Tetrabases: 4 hidroxilas na fórmula.  
**Exemplos:** Pb(OH)<sub>4</sub>, Sn(OH)<sub>4</sub>.

**Quanto ao grau de dissociação**

- a) Principais bases fortes: bases dos metais alcalinos e alcalinoterrosos.  
**Exemplos:** KOH, Ca(OH)<sub>2</sub>.
- b) Principais bases fracas: amônia (NH<sub>3</sub>) e aminas (R-NH<sub>2</sub>).

**Quanto à solubilidade em água**

- a) Solúveis: amônia (NH<sub>3</sub>) e as bases dos metais alcalinos.  
**Exemplos:** NaOH, KOH, RbOH.
- b) Parcialmente solúveis: bases dos metais alcalinoterrosos, exceto berílio e magnésio.  
**Exemplos:** Ca(OH)<sub>2</sub>, Sr(OH)<sub>2</sub>, Ba(OH)<sub>2</sub>.
- c) Praticamente insolúveis: as demais.  
**Exemplos:** Be(OH)<sub>2</sub>, Mg(OH)<sub>2</sub>, Al(OH)<sub>3</sub>.

**Quanto à volatilidade**

- a) Volátil: NH<sub>3(aq)</sub>, pois a amônia é um gás, e aminas.
- b) Fixas: as demais.

**Nomenclatura das bases**

**Para elementos de nox fixo**

hidróxido de + nome do metal

**Para elementos de nox variável**

hidróxido de + nome do metal + nox em algarismos romanos

ou

hidróxido + nome do metal + oso (menor nox) / ico (maior nox)

TABELA DE CÁTIONS					
NOX FIXO			NOX VARIÁVEL		
+1	+2	+3	+1 ou +2	+1 ou +3	
Li <sup>+</sup>	Be <sup>2+</sup>	Al <sup>3+</sup>	Cu <sup>+</sup> e Cu <sup>2+</sup>	Au <sup>+</sup> e Au <sup>3+</sup>	
Na <sup>+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Bi <sup>3+</sup>	Hg <sub>2</sub> <sup>2+</sup> e Hg <sup>2+</sup>		
K <sup>+</sup>	Ca <sup>2+</sup>		<b>+2 ou +3</b>	<b>+2 ou +4</b>	
Rb <sup>+</sup>	Sr <sup>2+</sup>		Fe <sup>2+</sup> e Fe <sup>3+</sup>	Pt <sup>2+</sup> e Pt <sup>4+</sup>	
Cs <sup>+</sup>	Ba <sup>2+</sup>		Co <sup>2+</sup> e Co <sup>3+</sup>	Sn <sup>2+</sup> e Sn <sup>4+</sup>	
Fr <sup>+</sup>	Ra <sup>2+</sup>		Ni <sup>2+</sup> e Ni <sup>3+</sup>	Pb <sup>2+</sup> e Pb <sup>4+</sup>	
Ag <sup>+</sup>	Zn <sup>2+</sup>		Cr <sup>2+</sup> e Cr <sup>3+</sup>	Ti <sup>2+</sup> e Ti <sup>4+</sup>	
NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	Cd <sup>2+</sup>		<b>+3 ou +5</b>	<b>+2 ou +3 ou +4</b>	
			As <sup>3+</sup> e As <sup>5+</sup>	Mn <sup>2+</sup> , Mn <sup>3+</sup> e Mn <sup>4+</sup>	
			Sb <sup>3+</sup> e Sb <sup>5+</sup>		

**Exemplos:**

- 1) KOH — hidróxido de potássio
- 2) Ba(OH)<sub>2</sub> — hidróxido de bário
- 3) Sr(OH)<sub>2</sub> — hidróxido de estrôncio
- 4) Cd(OH)<sub>2</sub> — hidróxido de cádmio
- 5) Fe(OH)<sub>2</sub> — hidróxido de ferro II ou hidróxido ferroso
- 6) Fe(OH)<sub>3</sub> — hidróxido de ferro III ou hidróxido férrico
- 7) CuOH — hidróxido de cobre I ou hidróxido cuproso
- 8) Cu(OH)<sub>2</sub> — hidróxido de cobre II ou hidróxido cúprico
- 9) Pb(OH)<sub>2</sub> — hidróxido de chumbo II ou hidróxido plumboso
- 10) Hg(OH)<sub>2</sub> — hidróxido de mercúrio II ou hidróxido mercúrico

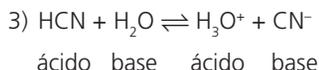
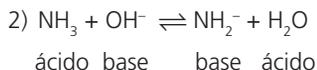
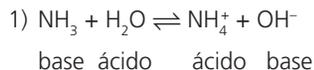
## Conceitos Modernos sobre Ácidos e Bases

### Teoria de Brönsted-Lowry

**Ácido** – espécie química capaz de doar prótons  $H^+$ .

**Base** – espécie química capaz de receber prótons  $H^+$ .

#### Exemplos:



Nos três exemplos anteriores, pode-se notar que um ácido dá origem a uma base e vice-versa apenas pela perda ou ganho de um próton  $H^+$ . A cada ácido e base correspondente damos o nome de **par conjugado**.

**Par conjugado ácido-base** é constituído de um ácido e uma base que diferem entre si por um próton  $H^+$ .

Algumas espécies químicas podem atuar como ácido ou base, dependendo da reação. É o caso de  $NH_3$  e  $H_2O$ , nos exemplos anteriores. A essas espécies damos o nome de **anfóteras** ou **anfipróticas**.

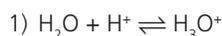
Espécie química **anfiprótica** é aquela que pode se comportar como ácido ou base de Brönsted.

### Teoria de Lewis

**Ácido** – espécie química capaz de receber pares de elétrons formando ligações coordenadas.

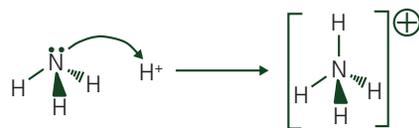
**Base** – espécie química capaz de doar pares de elétrons formando ligações coordenadas.

#### Exemplos:

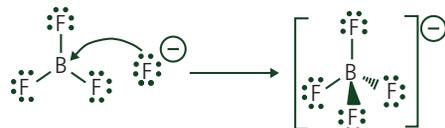
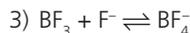


A formação do  $H_3O^+$  se dá por uma ligação coordenada entre o  $H_2O$  e o  $H^+$  que, recebendo dois elétrons, estabiliza-se.

O oxigênio é o doador de elétrons, portanto  $H_2O$  é base de Lewis, e  $H^+$  é ácido de Lewis.



O nitrogênio é o doador de elétrons, portanto  $NH_3$  é base de Lewis, e  $H^+$  é ácido de Lewis.



O boro (grupo 3A) apresenta no  $BF_3$  a camada de valência com apenas 6 elétrons. Ao receber um par eletrônico, atinge maior estabilidade:

O  $F^-$  é o doador de elétrons, portanto, a base de Lewis.  $BF_3$  é o ácido de Lewis.



$NH_3$ , doador de elétrons, é a base.  $BF_3$ , receptor de elétrons, é o ácido.



### Exercícios de Fixação

01. (Fatec) Leia atentamente a seguinte notícia publicada em jornal:

#### ALUNOS TOMAM SODA CÁUSTICA DURANTE AULA E PASSAM MAL

Dezesseis alunos de uma escola particular de Sorocaba, interior de São Paulo, foram internados após tomar soda cáustica durante uma aula de química. Os alunos participavam de um exercício chamado "teste do sabor": já haviam provado limão, vinagre e leite de magnésia e insistiram em provar a soda cáustica, produto utilizado na limpeza doméstica. Em pouco tempo, os alunos já começaram a sentir os primeiros sintomas: ardência na língua e no estômago, e foram encaminhados ao Hospital Modelo da cidade.

*Diário do Grande ABC OnLine*, 19 set. 2005. Adaptado.

Sobre essa notícia, foram feitas as seguintes afirmações:

- I. Os produtos ingeridos pelos alunos (limão, vinagre, leite de magnésia e soda cáustica) são todos ácidos e, por isso, corrosivos;
- II. Tanto o leite de magnésia como a soda cáustica são compostos alcalinos;
- III. A soda cáustica ( $NaOH$ ) é uma base muito solúvel; o leite de magnésia (suspensão de  $Mg(OH)_2$ ) é uma base praticamente insolúvel. Isto ajuda a entender por que o leite de magnésia pode ser ingerido, mas a soda cáustica não.

Dessas afirmações,  
 A) apenas I é correta.  
 B) apenas I e II são corretas.  
 C) apenas III é correta.  
 D) II e III são corretas.  
 E) I e III são corretas.

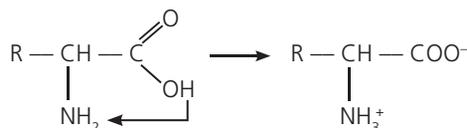
02. (Cesgranrio) Assinale, entre as alternativas abaixo, a fórmula de um composto que é uma Base de Lewis:

- A) CH<sub>4</sub>
- B) C<sub>6</sub>H<sub>6</sub>
- C) NH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>CH<sub>3</sub>
- D) BCl<sub>3</sub>
- E) SiCl<sub>4</sub>

03. (Mackenzie) Na decomposição térmica do calcário (CaCO<sub>3</sub>), obtêm-se um gás e um sólido branco chamado de cal viva ou virgem, que, por sua vez, ao reagir com água, forma a cal extinta, cuja fórmula é:

- A) CaC<sub>2</sub>
- B) Ca(OH)<sub>2</sub>
- C) CaO
- D) CO<sub>2</sub>
- E) H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>

04. (UFRS) Os aminoácidos formam sais internos devido à presença dos grupos -NH<sub>2</sub> e -COOH em sua estrutura. Este fenômeno ocorre pela transferência de um próton do -COOH para o -NH<sub>2</sub>, conforme o esquema. Nesse caso o -NH<sub>2</sub> e o -COOH comportam-se respectivamente, como



- A) base de Arrhenius e ácido de Arrhenius.
- B) ácido de Bronsted-Lowry e base de Arrhenius.
- C) ácido de Bronsted-Lowry e base de Lewis.
- D) ácido de Lewis e base de Lewis.
- E) base de Bronsted-Lowry e ácido de Bronsted-Lowry.

05. (Mackenzie) No ciclo da conscientização sobre a importância da preservação dos mananciais e do uso e trato adequado da água, o Brasil deve se destacar, visto ser depositário da maior reserva de água doce, líquida, do mundo. A presença de determinadas espécies químicas na água, em concentrações elevadas, interfere muito na sua qualidade. Assim, é incorreto afirmar que:

- A) a água deixa de ser potável, se contiver, por exemplo, flúor, chumbo ou cromo hexavalente.
- B) a água que contém íons Mg<sup>2+</sup>, Ca<sup>2+</sup> e carbonato, chamada de água dura, é própria para ser usada em todos os processos industriais.
- C) a presença de íons hidroxila na água pode deixá-la muito alcalina.
- D) a formação de H<sub>2</sub>S em certos rios, causada pela decomposição de material orgânico, lhes confere cheiro de ovo podre.
- E) no Brasil, um dos maiores danos ao meio ambiente é causado pelo lançamento de esgotos em rios e no mar.

06. (UFRS) A dissolução da soda cáustica em água é um processo exotérmico cujo calor é gerado por

- A) solvatação dos íons.
- B) energia reticular do NaOH.
- C) decomposição da soda cáustica.
- D) ruptura de pontes de hidrogênio.
- E) ligações iônicas formadas.

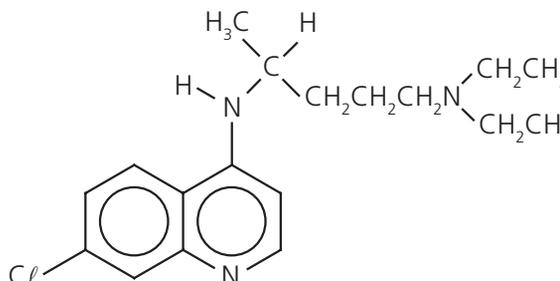
07. (Cefet-SC) Em relação às substâncias NaOH, NH<sub>4</sub>OH, Al(OH)<sub>3</sub>, Fe(OH)<sub>2</sub>, Fe(OH)<sub>3</sub>, assinale a única afirmação correta.

- A) São todas bases muito solúveis em água.
- B) Todas essas substâncias são compostos iônicos.
- C) Todas essas substâncias são moleculares.
- D) O hidróxido de sódio é uma base forte.
- E) Todas se dissociam fortemente quando misturadas em água.

08. (PUC-MG) Uma solução aquosa que possui mais íons hidroxila que íons hidrônio é uma solução

- A) básica.
- B) ácida.
- C) neutra.
- D) padrão.
- E) salina.

09. (UFF) Um dos principais fármacos utilizados no Brasil para a terapia da malária é a cloroquina, cuja estrutura é representada por:



Com base na estrutura da cloroquina, pode-se afirmar que

- A) a cloroquina é uma base de Lewis, porque cada átomo de nitrogênio pode receber elétrons de um ácido.
- B) a cloroquina é um ácido de Lewis, porque cada átomo de nitrogênio pode receber um par de elétrons de um ácido.
- C) a cloroquina é um ácido de Arrhenius, porque em solução aquosa possui um excesso de íons H<sup>+</sup>.
- D) a cloroquina é um ácido de Brønsted, porque um de seus átomos de nitrogênio pode doar próton.
- E) a cloroquina é uma base de Lewis, porque possui átomos de nitrogênio que podem doar elétrons para ácidos.

10. (UEPG-PR – Modificada) Com relação às bases relacionadas abaixo, assinale o que for incorreto:

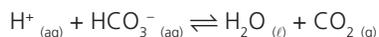
- I. NaOH;
  - II. NH<sub>4</sub>OH;
  - III. Mg(OH)<sub>2</sub>;
  - IV. Cu(OH)<sub>2</sub>.
- A) I é uma base de metal alcalino considerada forte.
  - B) III e IV são bases consideradas insolúveis em água.
  - C) I e II são denominadas de monobases.
  - D) A equação Mg(OH)<sub>2</sub> → Mg<sup>2+</sup> + 2 OH<sup>-</sup> representa corretamente a dissociação da base III.
  - E) A base IV possui grau de dissociação iônica menor que 5%.



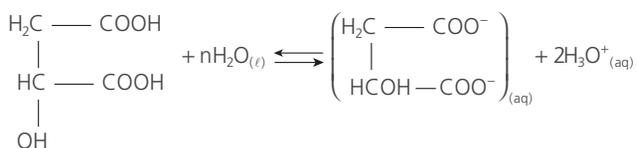
**Exercícios Propostos**

01. (PUC-RJ) Na molécula da amônia, cada átomo de hidrogênio tem seu elétron comprometido na formação de uma ligação covalente com o nitrogênio. Por outro lado, o nitrogênio possui um par de elétrons não ligantes, representado por dois pontos (:). Existem várias teorias que definem substâncias como ácido e base. Uma delas é a teoria de Lewis que pode classificar o :NH<sub>3</sub> como base por causa da
- A) liberação de três íons H<sup>+</sup> quando é dissolvido em água.
  - B) doação do par de elétrons não ligantes ao se combinar.
  - C) aceitação de íons F<sup>-</sup> ao reagir com BF<sub>3</sub>.
  - D) liberação de íons OH<sup>-</sup> quando na forma gasosa reagir com gás O<sub>2</sub>.
  - E) formação de íons NH<sub>2</sub><sup>-</sup> quando solubilizado em água ao aceitar um elétron não ligante a mais.

02. (UFPEL) Os fabricantes de guloseimas têm avançado no poder de sedução de seus produtos, uma vez que passaram a incorporar substâncias de caráter ácido (ácido málico e ácido cítrico) e de caráter básico (bicarbonato de sódio) aos mesmos. Criaram balas e gomas de mascar em que o sabor inicial é azedo, graças principalmente, aos ácidos presentes e que, após alguns minutos de mastigação, começam a produzir uma espuma brilhante, doce e colorida que, acumulando-se na boca, passa a transbordar por sobre os lábios - essa espuma é uma mistura de açúcar, corante, saliva e bolhas de gás carbônico liberadas pela reação dos cátions hidrônio, H<sub>3</sub>O<sup>+</sup> ou simplesmente H<sup>+</sup> (provenientes da ionização dos ácidos málico e cítrico na saliva), com o ânion bicarbonato, conforme a equação:



Geralmente o açúcar usado é o comum ou sacarose (C<sub>12</sub>H<sub>22</sub>O<sub>11</sub>) que por hidrólise, no tubo digestivo humano, transforma-se em glicose e frutose, ambas de fórmula molecular C<sub>6</sub>H<sub>12</sub>O<sub>6</sub> – esses são os glicídios provenientes da sacarose que entram na corrente sanguínea e que, dissolvidos no soro, chegam até as células para supri-las com energia. A ionização do ácido málico presente nas balas acontece na saliva, de acordo com a equação:



Sobre a atuação da água na reação acima representada é correto afirmar que ela atua como

- A) uma base de Bronsted-Lowry por ceder prótons H<sup>+</sup> para o ácido málico.
- B) uma base de Lewis por receber prótons H<sup>+</sup> do ácido málico.
- C) uma base de Bronsted-Lowry por receber prótons H<sup>+</sup> do ácido málico.
- D) uma base de Lewis por ceder prótons H<sup>+</sup> para o ácido málico.
- E) uma base de Arrhenius por ceder par de elétrons para o ácido málico.

03. (UDESC) Observe as equações a seguir e selecione aquelas nas quais a água (H<sub>2</sub>O) comporta-se como um ácido de Bronsted-Lowry.

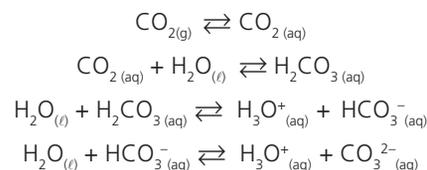
- I. HNO<sub>2</sub> + H<sub>2</sub>O ⇌ H<sub>3</sub>O<sup>+</sup> + NO<sub>2</sub><sup>-</sup>;
- II. H<sup>+</sup> + H<sub>2</sub>O ⇌ OH<sup>-</sup> + H<sub>2</sub>;
- III. NH<sub>2</sub><sup>-</sup> + H<sub>2</sub>O ⇌ NH<sub>3</sub> + OH<sup>-</sup>;
- IV. CO<sub>3</sub><sup>2-</sup> + H<sub>3</sub>O<sup>+</sup> ⇌ HCO<sub>3</sub><sup>-</sup> + H<sub>2</sub>O.

- A) I e II
- B) II e III
- C) III e IV
- D) II e IV
- E) I e III

04. (PUC-Camp) Mares absorvem grande parte do CO<sub>2</sub> concentrado na atmosfera, tornando-se mais ácidos e quentes, segundo cientistas. A Royal Society, do Reino Unido, começou um estudo para medir os níveis de acidez dos oceanos sob a influência do aumento da concentração de dióxido de carbono. O CO<sub>2</sub> concentrado na atmosfera é responsável pelo efeito estufa. Na água, elevando a acidez, o gás interfere na vida de corais e seres dotados de concha, assim como diminui a reprodução do plâncton, comprometendo a cadeia alimentar de animais marinhos.

Disponível em: *Estado de S. Paulo*, 24 ago. 2004.

Ao se dissolver o CO<sub>2</sub> em água, estabelecem-se os seguintes equilíbrios químicos:



Nesse conjunto de equações, entre as espécies que funcionam como bases ou bases conjugadas de Bronsted estão

- A) H<sub>2</sub>O<sub>(l)</sub> e CO<sub>2(g)</sub>
- B) H<sub>2</sub>O<sub>(l)</sub> e HCO<sub>3(aq)</sub><sup>-</sup>
- C) H<sub>3</sub>O<sub>(aq)</sub><sup>+</sup> e HCO<sub>3(aq)</sub><sup>-</sup>
- D) H<sub>2</sub>CO<sub>3(aq)</sub> e H<sub>3</sub>O<sub>(aq)</sub><sup>+</sup>
- E) CO<sub>2(aq)</sub> e H<sub>3</sub>O<sub>(aq)</sub><sup>+</sup>

05. (FGV-SP) A amônia é um composto muito versátil, pois seu comportamento químico possibilita seu emprego em várias reações químicas em diversos mecanismos reacionais, como em

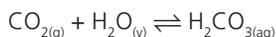
- I. HBr<sub>(g)</sub> + NH<sub>3(aq)</sub> → NH<sub>4(aq)</sub><sup>+</sup> + Br<sub>(aq)</sub><sup>-</sup>
- II. NH<sub>3(g)</sub> + CH<sub>3(g)</sub><sup>-</sup> → CH<sub>4(g)</sub> + NH<sub>2(g)</sub><sup>-</sup>

De acordo com o conceito ácido-base de Lewis, em I a amônia é classificada como \_\_\_\_\_. De acordo com o conceito ácido-base de Brønsted-Lowry, a amônia é classificada em I e II, respectivamente, como \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_.

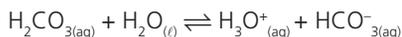
Assinale a alternativa que preenche, correta e respectivamente, as lacunas.

- A) base ... ácido ... base
- B) base ... base ... ácido
- C) base ... ácido... ácido
- D) ácido ... ácido ... base
- E) ácido ... base ... base

06. (UFF) Plantas e animais, ao respirar, liberam gás carbônico (CO<sub>2</sub>), que nas camadas elevadas da atmosfera, reage com o vapor d'água, produzindo ácido carbônico (H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>), que forma a chuva ácida de acordo com a equação:

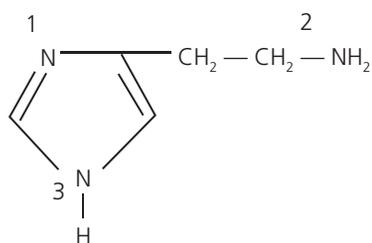


Essa acidez natural da chuva é tão baixa que não faz mal algum aos seres vivos. A presença do ácido carbônico na chuva não se deve à poluição. Por se tratar de um ácido poliprótico, sua ionização em meio aquoso se dá em duas etapas. A primeira pode ser assim descrita:



Com base nessas reações, assinale a opção que apresenta um óxido ácido e uma base de Bronsted-Lowry.

- A) CO<sub>2</sub>, H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>  
 B) H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>  
 C) CO<sub>2</sub>, HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>  
 D) H<sub>2</sub>O, HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>  
 E) H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>, HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>
07. (UFRS) A histamina é uma das substâncias responsáveis por reações alérgicas, como as que ocorrem ao se tocar em determinadas plantas. A sua fórmula é

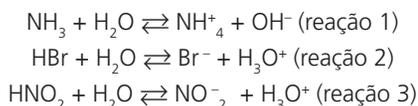


Sobre as suas características ácido-básicas, pode-se afirmar que se trata de

- A) um ácido de Lewis, pois apresenta elétrons livres nos nitrogênios.  
 B) uma base de Bronsted-Lowry, pois o hidrogênio ligado ao nitrogênio 3 é ionizável.  
 C) uma base de Lewis, pois apresenta elétrons livres nos nitrogênios.  
 D) um ácido de Arrhenius, pois libera, em meio aquoso, os hidrogênios ligados aos átomos de carbono.  
 E) um ácido de Lewis, pois apresenta elétrons livres no nitrogênio 3.
08. (Unirio) Imagens de satélite do norte da África mostram que áreas do Deserto do Saara afetadas durante décadas pela seca estão ficando verdes novamente. (...) A causa dessa retração deve-se provavelmente ao maior volume de chuvas que cai sobre a região.

Disponível em: <www.bbc.com.uk>

A água é uma substância peculiar e sua molécula possui propriedades anfipróticas. A seguir estão descritas três reações:



Assinale a opção que contém o comportamento da água em cada reação.

	Reação 1	Reação 2	Reação 3
A)	ácido	base	ácido
B)	base	base	ácido
C)	ácido	ácido	base
D)	base	ácido	base
E)	ácido	base	base

09. (UFSM) O pH do sangue (7,4) é controlado pela razão entre as concentrações de ácido carbônico (H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>) e íon bicarbonato (HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>). Quando a concentração de H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> aumenta em relação àquela do HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>, o pH do sangue diminui. Essa condição é chamada acidose metabólica e ocorre quando há liberação excessiva de ácido láctico na corrente sanguínea. A reação que explica o aumento da concentração de H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> está representada na figura 1. O ácido carbônico está na forma de CO<sub>2</sub> dissolvido no sangue, segundo a reação representada na figura 2

Figura 1

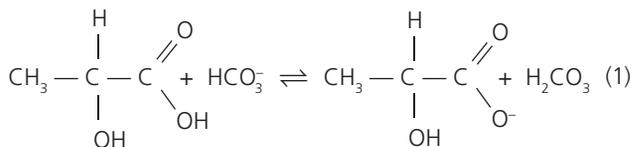


Figura 2



Considerando as informações dadas, assinale verdadeira (V) ou falsa (F) em cada uma das afirmativas.

- ( ) Na equação I, o ácido láctico atua como um ácido e o íon bicarbonato como uma base, de acordo com o conceito de Bronsted-Lowry.  
 ( ) O ácido láctico contém 3 hidrogênios ionizáveis.  
 ( ) O ácido carbônico é considerado um ácido fraco, decompondo-se em CO<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>O.
- A sequência correta é
- A) V – V – F.  
 B) V – F – V.  
 C) F – F – V.  
 D) F – V – F.  
 E) F – F – F.
10. (UEL) Assinale a alternativa que indica a espécie química que, ao reagir com a água, pode funcionar como ácido de Brønsted.
- A) OH<sup>-</sup>  
 B) O<sup>2-</sup>  
 C) HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>  
 D) SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>  
 E) H<sup>+</sup>

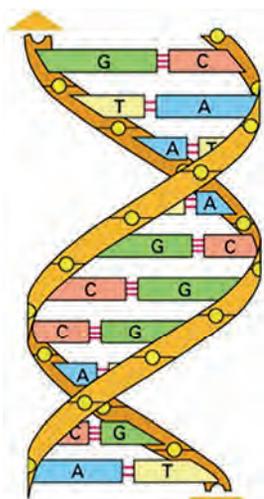
11. (Unirio) Na reação:



O íon sulfeto (S<sup>2-</sup>) é uma espécie de característica

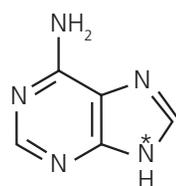
- A) básica, segundo a teoria de Brønsted-Lowry.  
 B) básica, segundo a teoria de Arrhenius.  
 C) ácida, segundo a teoria de Lewis.  
 D) ácida, segundo a teoria de Brønsted-Lowry.  
 E) ácida, segundo a teoria de Arrhenius.

12. (ESCS-DF) O DNA apresenta uma estrutura primária semelhante à do RNA, com algumas modificações. Por exemplo, no RNA as bases nitrogenadas são a adenina, a guanina, a citosina e a uracila; no DNA, tem-se a ocorrência da timina em vez da uracila. Além disso, o DNA possui uma estrutura secundária em forma de dupla hélice de cordões de ácido nucleico. Nessa estrutura, conforme figura I, a seguir, cada porção das moléculas de adenina (A) e de guanina (G) de um cordão liga-se, por meio de ligações de hidrogênio, à porção de uma molécula de timina (T) e de citosina (C), respectivamente, do outro cordão. Na figura II, são apresentadas as moléculas de adenina e de timina.

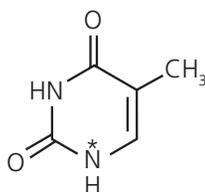


Estrutura em dupla hélice do DNA

Figura I



adenina



timina

(\*) átomo de nitrogênio que se liga ao anel derivado de açúcar.

Figura II

A adenina e a timina podem ser classificadas como

- A) bases de Lewis, porque possuem orbitais vazios capazes de aceitar um par de elétrons.
- B) bases de Lewis e bases de Bronsted-Lowry, porque apresentam hidroxilas em suas estruturas.
- C) bases de Bronsted-Lowry, porque são capazes de receber prótons; e como bases de Lewis, porque podem doar um par de elétrons.
- D) bases de Bronsted-Lowry, porque são capazes de doar prótons.

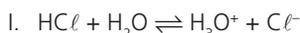
13. (PUC-PR) Dada a reação:



O íon hidrogenossulfato atua como

- A) Base de Arrhenius.
- B) Base de Lewis.
- C) Base de Brønsted.
- D) Ácido de Faraday.
- E) Ácido de Brønsted.

14. (UFSC - Modificada) Nas reações:



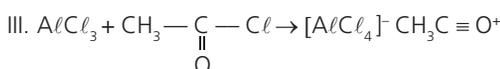
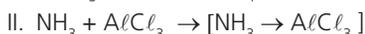
De acordo com a conceituação de Bronsted e Lowry, é incorreto afirmar que a água é:

- A) um ácido na reação I e uma base na reação II.
- B) uma doadora de próton na reação II.
- C) a base conjugada do ácido  $\text{H}_3\text{O}^+$  na reação I.
- D) receptora de próton na reação I.

15. (UFF) Sabe-se que, em água, alguns ácidos são melhores doadores de prótons que outros, e algumas bases são melhores receptoras de prótons que outras. Segundo Brønsted, por exemplo, o HCl é um bom doador de prótons e considerado um ácido forte. De acordo com Brønsted, pode-se afirmar:

- A) Quanto mais forte a base, mais forte é seu ácido conjugado.
- B) Quanto mais forte o ácido, mais fraca é sua base conjugada.
- C) Quanto mais fraco o ácido, mais fraca é sua base conjugada.
- D) Quanto mais forte a base, mais fraca é sua base conjugada.
- E) Quanto mais forte o ácido, mais fraco é seu ácido conjugado.

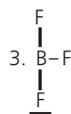
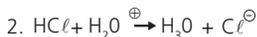
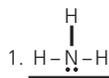
16. (UFSM) Considere as seguintes equações químicas:



Segundo os critérios de Lewis, a substância  $\text{AlCl}_3$  pode ser classificada como

- A) ácido em I e III, base em II.
- B) base em I e III, ácido em II.
- C) ácido em I, base em II e III.
- D) ácido em I, II e III.
- E) base em I, II e III.

17. (Unaerp) Considere as espécies sublinhadas contidas na coluna da esquerda com os conceitos enunciados na coluna da direita



5. base de Arrhenius

6. ácido de Arrhenius

7. base de Bronsted-Lowry

8. ácido de Bronsted-Lowry

9. base de Lewis

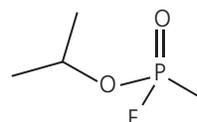
10. ácido de Lewi

Assinale a opção que apresenta, apenas, associações corretas:

- A) 1-10, 2-6, 3-10, 4-7.
- B) 1-9, 3-7, 3-9, 4-8.
- C) 1-7, 2-8, 3-9, 4-7.
- D) 1-7, 2-8, 3-9, 4-8.
- E) 1-9, 2-6, 3-10, 4-7.

18. (Acafe-SC) No jornal *Folha de São Paulo*, de 14 de junho de 2013, foi publicada uma reportagem sobre o ataque com armas químicas na Síria "[...] O gás é inodoro e invisível. Além da inalação, o simples contato com a pele deste gás organofosforado afeta o sistema nervoso e provoca a morte por parada cardiorrespiratória. A dose letal para um adulto é de meio miligrama. [...]".

**Fórmula estrutural da molécula do gás sarin.**



Baseado nas informações fornecidas e nos conceitos químicos é correto afirmar, exceto:

- A)  $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{FO}_2\text{P}$  é a fórmula molecular do gás sarin.
- B) A molécula do gás sarin é polar.
- C) A estrutura da molécula do gás sarin apresenta 7 ligações do tipo sigma e uma do tipo pi.
- D) A molécula do gás sarin pode atuar como base de Bronsted-Lowry.

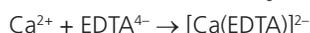
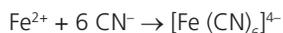
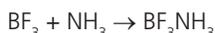
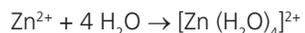
19. (UFSM) Observe as equações:

- I.  $H_3O^+ + CN^- \rightleftharpoons HCN + H_2O$
- II.  $NH_3 + CO_3^{2-} \rightleftharpoons NH_2 + HCO_3^-$
- III.  $C_2H_5O^- + NH_3 \rightleftharpoons C_2H_5OH + NH_2^-$

De acordo com Brønsted-Lowry, os compostos destacados são, respectivamente,

- A) base – ácido – ácido.
- B) base – base – ácido.
- C) ácido – ácido – base.
- D) ácido – base – ácido.
- E) base – ácido – base.

20. (UFSM) Considerando o conceito de Lewis para ácidos e bases nas equações químicas,



assinale a alternativa correta.

- A) Os íons  $Zn^{2+}$ ,  $CN^-$ ,  $Ca^{2+}$  e a molécula de  $BF_3$  são ácidos.
- B) Os íons  $Zn^{2+}$ ,  $Fe^{2+}$ ,  $EDTA^{4-}$  e a molécula de  $BF_3$  são ácidos.
- C) Tanto as moléculas  $H_2O$  e  $NH_3$  quanto os íons  $EDTA^{4-}$  e  $CN^-$  são bases.
- D) Tanto as moléculas  $H_2O$  e  $NH_3$  quanto os íons  $Fe^{2+}$  e  $Ca^{2+}$  são bases.
- E) Tanto as moléculas  $NH_3$  e  $H_2O$  quanto os íons  $Fe^{2+}$  e  $Ca^{2+}$  são ácidos.



### Fique de Olho

#### COMPARAÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS ÁCIDOS E BASES DE ARRHENIUS

Considerando os compostos que originam os ácidos e bases, podemos estabelecer as seguintes propriedades.

ÁCIDOS	BASES
São compostos moleculares.	Os hidróxidos formados por metais com nox baixo (+1 e +2, exceto o berílio) apresentam caráter acentuadamente iônico. As demais tendem a um caráter intermediário entre iônico e covalente.
Alguns são sólidos, como o $H_3BO_3$ , outros líquidos, como o $H_2SO_4$ , e outros gasosos, como o $HCl$ . Já o $H_2CO_3$ só existe em solução aquosa: $CO_{2(g)} + H_2O_{(l)} \rightarrow H_2CO_{3(aq)}$	Os hidróxidos metálicos são todos sólidos. $NH_3$ é um gás.
Em geral, suas soluções aquosas possuem sabor azedo (ácido cítrico, das frutas cítricas, ácido acético, do vinagre etc.). Ácidos inorgânicos não devem ser ingeridos, pois são corrosivos e tóxicos.	Em geral, suas soluções ou suspensões em água possuem sabor cáustico ou adstringente, como o leite de magnésia e o hidróxido de alumínio. A maioria não pode ser ingerida.

Conduzem a corrente elétrica em solução aquosa, mas não quando substâncias puras.	Os hidróxidos iônicos conduzem a corrente elétrica em solução aquosa ou quando fundidos.
Coloração em presença de indicadores: fenolftaleína — incolor metilorange — vermelho azul de bromotimol — amarelo tornassol — vermelho	Coloração em presença de indicadores: fenolftaleína — vermelho (rosa) metilorange — amarelo azul de bromotimol — azul tornassol — azul

### Seção Videoaula



#### Bases de Arrhenius



#### Teorias Modernas de Ácidos e Bases

### Aula 18

#### Estudo dos Sais

C-5	H-17, 18
C-7	H-24

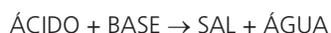
### Conceito de sal

**Sal** é um composto resultante da reação entre um ácido e uma base, chamada reação de neutralização.

#### Exemplos:

- 1)  $NaCl$  – cloreto de sódio, que é o sal de cozinha.
- 2)  $CaCO_3$  – carbonato de cálcio, principal constituinte do calcário e do mármore.
- 3)  $CaSO_4$  – sulfato de cálcio, constituinte do gesso.
- 4)  $NaHCO_3$  – bicarbonato de sódio, usado como antiácido e em comprimidos efervescentes.

### Reações de neutralização



### Neutralização total

Neste tipo de reação, o ácido libera todos os átomos de hidrogênio ionizáveis, e a base, todas as hidroxilas, os quais formarão moléculas de água. O sal resultante é chamado de **sal normal** ou **sal neutro**.

**Exemplos:**

- 1)  $2 \text{HBr} + \text{Ca(OH)}_2 \rightarrow \text{CaBr}_2 + 2 \text{H}_2\text{O}$
- 2)  $\text{H}_2\text{CO}_3 + \text{Mg(OH)}_2 \rightarrow \text{MgCO}_3 + 2 \text{H}_2\text{O}$
- 3)  $3 \text{H}_2\text{CrO}_4 + 2 \text{Fe(OH)}_3 \rightarrow \text{Fe}_2(\text{CrO}_4)_3 + 6 \text{H}_2\text{O}$
- 4)  $\text{H}_2\text{MnO}_4 + \text{Pb(OH)}_2 \rightarrow \text{PbMnO}_4 + 2 \text{H}_2\text{O}$

**Neutralização parcial do ácido**

Neste tipo de reação, o ácido não libera todos os átomos de hidrogênio ionizáveis. Como consequência, o sal resultante apresenta hidrogênio ionizável, sendo chamado de **sal ácido** ou **hidrogenossal**.

**Exemplos:**

- 1)  $2\text{H}_3\text{PO}_4 + \text{Ca(OH)}_2 \rightarrow \text{Ca(H}_2\text{PO}_4)_2 + 2\text{H}_2\text{O}$
- 2)  $\text{H}_3\text{PO}_4 + \text{Ca(OH)}_2 \rightarrow \text{CaHPO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$

**Neutralização parcial da base**

Reação em que a base não libera todas as suas hidroxilas. Como consequência, o sal resultante apresenta hidroxila, sendo chamado de **sal básico** ou **hidroxissal**.

**Exemplos:**

- 1)  $\text{HCl} + \text{Al(OH)}_3 \rightarrow \text{Al(OH)}_2\text{Cl} + \text{H}_2\text{O}$
- 2)  $2 \text{HCl} + \text{Al(OH)}_3 \rightarrow \text{Al(OH)Cl}_2 + 2 \text{H}_2\text{O}$

**Classificação e nomenclatura dos sais****Sais normais ou neutros****Características**

- Resultam da reação de neutralização total entre um ácido e uma base.
- Apresentam um único cátion ( $\neq \text{H}^+$ ) e um único ânion ( $\neq \text{OH}^-$ ).

**Nomenclatura****Cátions de nox fixo:**

nome do ânion + de + nome do cátion

**Exemplos:**

- 1)  $\text{MgBr}_2$  – brometo de magnésio
- 2)  $\text{CaSO}_4$  – sulfato de cálcio
- 3)  $\text{Al(NO}_3)_3$  – nitrato de alumínio
- 4)  $\text{Ba}_3(\text{PO}_4)_2$  – fosfato de bário
- 5)  $\text{Li}_2\text{S}$  – sulfeto de lítio

**Cátions de nox variável:**

nome do ânion + de + nome do cátion + nox em algarismos romanos ou nome do ânion + de + nome do cátion + oso (menor nox) / ico (maior nox)

**Exemplos:**

- 1)  $\text{FeBr}_3$  – brometo de ferro III ou brometo férrico.
- 2)  $\text{Pb}_3(\text{PO}_4)_2$  – fosfato de chumbo II ou fosfato plumboso.
- 3)  $\text{NiCO}_3$  – carbonato de níquel II ou carbonato níqueloso.
- 4)  $\text{AuBO}_3$  – borato de ouro III ou borato áurico.
- 5)  $\text{CoF}_3$  – fluoreto de cobalto III ou fluoreto cobáltico.

**Sais ácidos ou hidrogenossais****Características**

- Resultam da neutralização parcial de um ácido por uma base.
- Apresentam hidrogênio ionizável.

**Nomenclatura**

nome do ânion + prefixo + ácido + de + nome do cátion ou prefixo + hidrogeno + nome do ânion + de + nome do cátion

**Exemplos:**

- 1)  $\text{NaHCO}_3$  – hidrogeno-carbonato de sódio ou carbonato ácido de sódio ou bicarbonato de sódio.
- 2)  $\text{Ca(HSO}_4)_2$  – hidrogeno-sulfato de cálcio ou sulfato ácido de cálcio ou bissulfato de cálcio.
- 3)  $\text{KH}_2\text{BO}_3$  – di-hidrogeno-borato de potássio ou borato diácido de potássio.

**Sais básicos ou hidroxissais****Características**

- Resultam da neutralização parcial de uma base por um ácido.
- Apresentam hidroxila na fórmula.

**Nomenclatura**

nome do ânion + prefixo + básico + de + nome do cátion ou prefixo + hidróxi + nome do ânion + de + nome do cátion

**Exemplos:**

- 1)  $\text{Ca(OH)Cl}$  – hidróxi-cloreto de cálcio ou cloreto básico de cálcio.
- 2)  $\text{Sn(OH)}_2\text{SO}_4$  – di-hidróxi-sulfato de estanho IV ou sulfato dibásico de estanho IV.
- 3)  $[\text{Mg(OH)}]_2\text{CrO}_4$  – hidróxi-cromato de magnésio ou cromato básico de magnésio.

**Sais duplos ou mistos****Características**

- Resultam da neutralização de dois ácidos por uma base ou de duas bases por um ácido.
- Apresentam dois cátions ( $\neq \text{H}^+$ ) ou dois ânions ( $\neq \text{OH}^-$ ).

### Nomenclatura

prefixo + nomes dos ânions + de + prefixo + nomes dos cátions

#### Exemplos:

- 1)  $MgBrCl$  – brometo-cloreto de magnésio.
- 2)  $Pb(NO_2)_2SO_4$  – dinitrito-sulfato de chumbo IV.
- 3)  $Li_2FeSiO_4$  – silicato de ferro II e dilítio.

### Sais hidratados

#### Características

- Possuem moléculas de água incorporadas ao seu retículo cristalino, constituindo a chamada água de hidratação ou água de cristalização.

### Nomenclatura

nome do ânion + de + nome do cátion + prefixo + hidratado

#### Exemplos:

- 1)  $CaCl_2 \cdot 2H_2O$  – cloreto de cálcio di-hidratado.
- 2)  $CuSO_4 \cdot 5H_2O$  – sulfato de cobre II penta-hidratado.
- 3)  $Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$  – carbonato de sódio deca-hidratado.

## Propriedades dos sais

A maioria dos sais consta de compostos iônicos que, como tal, apresentam as seguintes propriedades:

- 1) São sólidos em condições ambientais;
- 2) Possuem estrutura cristalina definida;
- 3) Possuem altos pontos de fusão e ebulição;
- 4) Conduzem corrente elétrica em solução aquosa ou quando fundidos;
- 5) São, geralmente, solúveis em solventes polares.

Sofrem dissociação em presença de água.

#### Exemplos:

- 1)  $K_3PO_{4(s)} \rightarrow 3K^+_{(aq)} + PO^{3-}_{4(aq)}$
- 2)  $Mg(ClO_4)_{2(s)} \rightarrow Mg^{2+}_{(aq)} + 2ClO^-_{4(aq)}$
- 3)  $Al_2(SO_4)_{3(s)} \rightarrow 2Al^{3+}_{(aq)} + 3SO^{2-}_{4(aq)}$

Com relação à solubilidade em água (a 25 °C e 1 atm), podemos destacar os principais sais normais.

SAL	SOLUBILIDADE	EXCEÇÕES
Nitratos ( $NO_3^-$ ) Nitritos ( $NO_2^-$ ) Cloratos ( $ClO_3^-$ )	Solúveis	–
Acetatos ( $CH_3COO^-$ )	Solúveis	$Ag^+$ e $Hg_2^{2+}$
Fluoretos ( $F^-$ )	Solúveis	$Cu^+$ , $Hg_2^{2+}$ , $Pb^{2+}$ e metais alcalinoterrosos
Outros haletos ( $Cl^-$ , $Br^-$ , $I^-$ )	Solúveis	$Ag^+$ , $Cu^+$ , $Hg_2^{2+}$ e $Pb^{2+}$
Sulfatos ( $SO_4^{2-}$ )	Solúveis	$Ca^{2+}$ , $Sr^{2+}$ , $Ba^{2+}$ , $Ra^{2+}$ e $Pb^{2+}$
Sulfetos ( $S^{2-}$ )	Insolúveis	Metais alcalinos, alcalinoterrosos e $NH_4^+$
Carbonatos ( $CO_3^{2-}$ ) Oxalatos ( $C_2O_4^{2-}$ ) Fosfatos ( $PO_4^{3-}$ ) Boratos ( $BO_3^{3-}$ )	Insolúveis	Metais alcalinos e $NH_4^+$



## Exercícios de Fixação

01. (FGV) Uma solução obtida pela adição de sulfato de alumínio e nitrato de amônio sólidos em água contém os íons  $NH_4^+_{(aq)}$ ,  $Al^{3+}_{(aq)}$ ,  $SO_4^{2-}_{(aq)}$  e  $NO_3^-_{(aq)}$ . As citadas substâncias podem ser representadas pelas fórmulas  
 A)  $AlSO_4$  e  $(NH_4)_3NO_3$   
 B)  $Al_2SO_4$  e  $(NH_4)_3NO$   
 C)  $Al_2(SO_4)_3$  e  $NH_4NO_3$   
 D)  $Al_3SO_4$  e  $NH_4NO_3$   
 E)  $Al_3(SO_4)_2$  e  $NH_4(NO_3)_2$
02. (FEI) O “leite de magnésia” é o resultado da mistura de sulfato de magnésio com hidróxido de sódio e água destilada, aquecida ao fogo e submetida a várias lavagens. É usado como antiácido e laxante. No combate à acidez estomacal o “leite de magnésia” reage produzindo:  
 A)  $MgSO_4$   
 B)  $Na_2SO_4$   
 C)  $NaCl$   
 D)  $Mg(OH)_2$   
 E)  $MgCl_2$

03. (PUC-RS) Uma das maiores preocupações do ser humano é relativa à alimentação. As pessoas desejam alimentos não apenas saborosos, como também saudáveis e seguros. Nesse sentido, conservantes alimentícios desempenham um importante papel. Nitritos e nitratos, por exemplo, são usados em produtos cárneos para impedir a proliferação de bactérias como o *Clostridium botulinum*, causador de intoxicações alimentares perigosíssimas. Presuntos, salames e linguças são típicos produtos cárneos conservados com auxílio de nitritos e nitratos. Os nitritos e nitratos conferem a esses produtos uma coloração vermelha ou rosada intensa, que não desaparece mediante aquecimento, ao contrário do que ocorre com carnes frescas, que adquirem cor marrom. Em relação aos nitritos e nitratos, é correto afirmar que
- nitrato de sódio e nitrito de sódio são elementos químicos salinos.
  - nitrato de sódio e nitrito de sódio são constituídos pelos mesmos elementos.
  - íons nitrito e nitrito são representados, respectivamente, por  $\text{NO}_2^-$  e  $\text{NO}_3^-$ .
  - a quantidade de íons  $\text{NO}_3^-$  em um grama de  $\text{KNO}_3$  é maior do que em um grama de  $\text{NaNO}_3$ .
  - nitritos e nitratos são parcialmente removidos de alimentos pela fritura, pois o contato com o azeite solubiliza seus íons.

04. (PUC-RS) No mar existem vários sais dissolvidos, tais como cloreto de sódio, cloreto de magnésio, sulfato de magnésio e outros. Também se encontram sais pouco solúveis na água, como o carbonato de cálcio, que forma os corais e as conchas. As fórmulas químicas das substâncias destacadas estão reunidas, respectivamente, em:

- $\text{NaCl}$ ,  $\text{MgCl}_2$ ,  $\text{MgS}$  e  $\text{CaCO}_3$
- $\text{NaCl}_2$ ,  $\text{MgCl}_2$ ,  $\text{MgSO}_4$  e  $\text{Ca}_2\text{C}$
- $\text{NaCl}_2$ ,  $\text{MgCl}$ ,  $\text{Mg}_2\text{SO}_4$  e  $\text{Ca}(\text{CO}_3)_2$
- $\text{NaCl}$ ,  $\text{MgCl}_2$ ,  $\text{MgSO}_4$  e  $\text{CaCO}_3$
- $\text{NaCl}$ ,  $\text{Mg}_2\text{Cl}$ ,  $\text{MgS}$  e  $\text{Ca}_2\text{CO}_3$

05. (Uerj) O consumo inadequado de hortaliças pode provocar sérios danos à saúde humana. Assim, recomenda-se, após lavar as hortaliças em grande quantidade de água, imergi-las nesta sequência de soluções aquosas:
- hipoclorito de sódio;
  - vinagre;
  - bicarbonato de sódio.

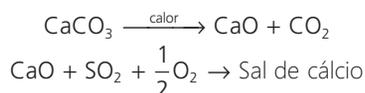
Dos quatro materiais empregados para limpeza das hortaliças, dois deles pertencem à seguinte função química:

- Sal.
- Ácido.
- Óxido.
- Hidróxido.
- Hidreto.



### Exercícios Propostos

01. (Enem) Os calcários são materiais compostos por carbonato de cálcio, que podem atuar como solventes do dióxido de enxofre ( $\text{SO}_2$ ), um importante poluente atmosférico. As reações envolvidas no processo são a ativação do calcário, por meio de calcinação, e a fixação do  $\text{SO}_2$  com a formação de um sal de cálcio, como ilustrado pelas equações químicas simplificadas.



Considerando-se as reações envolvidas nesse processo de dessulfurização, a fórmula química do sal de cálcio corresponde a

- $\text{CaSO}_3$ .
- $\text{CaSO}_4$ .
- $\text{CaS}_2\text{O}_8$ .
- $\text{CaSO}_2$ .
- $\text{CaS}_2\text{O}_7$ .

02. (Unesp) A amônia ( $\text{NH}_3$ ) pode ser biologicamente produzida, sendo encontrada em excrementos de seres humanos e de outros animais. Esta substância apresenta caráter alcalino, podendo reagir com outros gases presentes na atmosfera, responsáveis pela chuva ácida. As reações de neutralização desta base com os ácidos sulfúrico ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) e nítrico ( $\text{HNO}_3$ ) produzem, respectivamente, os sais:

- $\text{NH}_3\text{HSO}_4$  e  $\text{NH}_3\text{NO}_3$ .
- $\text{NH}_3\text{HSO}_3$  e  $(\text{NH}_3)_2\text{NO}_2$ .
- $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_3$  e  $\text{NH}_4\text{NO}_3$ .
- $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  e  $\text{NH}_4(\text{NO}_2)_2$ .
- $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  e  $\text{NH}_4\text{NO}_3$ .

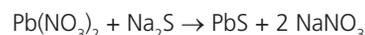
03. (Enem) De acordo com a legislação brasileira, são tipos de água engarrafada que podem ser vendidos no comércio para o consumo humano:

Água mineral: água que, proveniente de fontes naturais ou captada artificialmente, possui composição química ou propriedades físicas ou físico-químicas específicas, com características que lhe conferem ação medicamentosa;  
 Água potável de mesa: água que, proveniente de fontes naturais ou captada artificialmente, possui características que a tornam adequada ao consumo humano;  
 Água purificada adicionada de sais: água produzida artificialmente por meio da adição à água potável de sais de uso permitido, podendo ser gaseificada.

Com base nessas informações, conclui-se que

- os três tipos de água descritos na legislação são potáveis.
- toda água engarrafada vendida no comércio é água mineral.
- água purificada adicionada de sais é um produto natural encontrado em algumas fontes específicas.
- a água potável de mesa é adequada para o consumo humano porque apresenta extensa flora bacteriana.
- a legislação brasileira reconhece que todos os tipos de água têm ação medicamentosa.

04. (Fatec) Relatos históricos contam que, durante a Segunda Guerra Mundial, espões mandavam mensagens com uma "tinta invisível", que era essencialmente uma solução de nitrato de chumbo. Para tornar a escrita com nitrato de chumbo visível o receptor da mensagem colocava sobre a "tinta invisível" uma solução de sulfeto de sódio,  $\text{Na}_2\text{S}$ , bastante solúvel em água e esperava pela reação:



Com base nas informações, afirma-se que

- Essa reação formava o nitrato de sódio e sulfeto de chumbo;
- O sulfeto de chumbo  $\text{PbS}$  precipitava e possibilitava a leitura da mensagem;
- O sulfeto de chumbo por ser muito solúvel em água possibilitava a leitura da mensagem;
- O nitrato de sódio precipitava e possibilitava a leitura da mensagem.

É correto o que se afirma apenas em

- I e II.
- II e III.
- III e IV.
- I e III.
- II e IV.

05. (UTFPR) A cal extinta ou cal apagada ( $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ) é muito utilizada em construções de alvenaria (tijolo) para formar uma pasta que, misturada à areia e ao cimento, seca fazendo com que a parede de tijolos não caia. A maioria dos trabalhadores de construção civil não utiliza luvas para proteger as mãos após o manuseio da argamassa de cal. Se a pessoa ficar muito tempo com resíduos de cal na mão, isto faz com que as mãos fiquem ressecadas; isto ocorre devido a uma reação química que remove a oleosidade da pele. Após um dia de trabalho é muito comum o profissional, mesmo após lavar as mãos, estar com elas todas cheias de resíduos de cal, que continua removendo a oleosidade remanescente. Para neutralizar esta cal da mão lavada, das substâncias a seguir o profissional poderá utilizar:
- Vinagre.
  - Bicarbonato de sódio.
  - Pasta de dente.
  - Sal de cozinha.
  - Amido de milho.

06. (PUC-Rio) Considere as seguintes informações:
- Ácido clorídrico, hidróxido de sódio e cloreto de sódio são compostos solúveis em água, onde se ionizam ou se dissociam por completo;
  - Íons espectadores são espécies que, presentes numa reação química, não sofrem qualquer tipo de alteração;
  - Ácido clorídrico e hidróxido de sódio reagem em meio aquoso segundo a equação:
- $$\text{HCl}_{(aq)} + \text{NaOH}_{(aq)} \rightarrow \text{H}_2\text{O}_{(l)} + \text{NaCl}_{(aq)}$$

Considerando as informações e a reação anterior, é incorreto afirmar que:

- o cloreto de sódio em água encontra-se dissociado nas espécies  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$ .
  - ácido clorídrico em água encontra-se ionizado nas espécies  $\text{H}_3\text{O}^+$  e  $\text{Cl}^-$ .
  - hidróxido de sódio em água encontra-se dissociado nas espécies  $\text{Na}^+$  e  $\text{OH}^-$ .
  - as espécies  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$  não sofrem qualquer tipo de alteração durante a reação.
  - as espécies  $\text{H}_3\text{O}^+$  e  $\text{OH}^-$  são os íons espectadores na formação de água.
07. (Udesc) Alguns sais inorgânicos são utilizados na medicina no tratamento de doenças, são exemplos disso o bicarbonato de sódio como antiácido, o carbonato de amônio como expectorante, o permanganato de potássio como antimicótico e o nitrato de potássio como diurético. Assinale a alternativa que contém a fórmula química desses sais, respectivamente.
- $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ,  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ,  $\text{KMnO}_4$ , e  $\text{KNO}_3$
  - $\text{NaHCO}_3$ ,  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ,  $\text{KMnO}_4$  e  $\text{KNO}_3$
  - $\text{NaHCO}_3$ ,  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ,  $\text{KMnO}_4$  e  $\text{K}_2\text{NO}_3$
  - $\text{NaHCO}_3$ ,  $\text{NH}_4\text{CO}_3$ ,  $\text{KMnO}_4$  e  $\text{KNO}_3$
  - $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ,  $\text{NH}_4\text{CO}_3$ ,  $\text{KMnO}_4$  e  $\text{K}_2\text{NO}_3$

08. (UEL) Nitrogênio, fósforo e potássio são nutrientes para o desenvolvimento das plantas. A falta desses nutrientes em solos utilizados para a agricultura torna necessário o fornecimento de quantidades adequadas de fertilizantes N P K. O sulfato de amônio ( $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ ), o nitrato de amônio ( $\text{NH}_4\text{NO}_3$ ) e a ureia ( $\text{NH}_2\text{CONH}_2$ ) são exemplos de fertilizantes nitrogenados; o di-hidrogeno fosfato de cálcio ( $\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2$ ) é exemplo de fertilizante fosfatado e o cloreto de potássio ( $\text{KCl}$ ) é fonte de potássio. Com base nessas informações e nos conhecimentos

sobre os subtemas, considere as afirmativas.

- Dentre os fertilizantes nitrogenados, a ureia necessita de menor quantidade em massa para a aplicação adequada no solo;
- Os três fertilizantes nitrogenados citados são insolúveis em água;
- O potássio, em sua forma eletricamente neutra, é absorvido pela planta;
- O fósforo, no fertilizante citado, apresenta número de oxidação +5.

Assinale a alternativa correta.

- Somente as afirmativas I e III são corretas.
- Somente as afirmativas II e III são corretas.
- Somente as afirmativas I e IV são corretas.
- Somente as afirmativas I, II e IV são corretas.
- Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

09. (UFF) Até os dias de hoje e em muitos lares, a dona de casa faz uso de um sal vendido comercialmente em solução aquosa com o nome de água sanitária ou água de lavadeira. Esse produto possui efeito bactericida, fungicida e alvejante. A fabricação dessa substância se faz por meio da seguinte reação



Considerando a reação apresentada, os sais formados pelas espécies A e B são denominados, respectivamente:

- hipoclorito de sódio e cloreto de sódio
  - cloreto de sódio e clorato de sódio
  - clorato de sódio e cloreto de sódio
  - perclorato de sódio e hipoclorito de sódio
  - hipoclorito de sódio e perclorato de sódio
10. (Uerj) Nem todos os compostos classificados como sais apresentam sabor salgado. Alguns são doces, como os etanoatos de chumbo e berílio, e outros são amargos, como o iodeto de potássio, o sulfato de magnésio e o cloreto de cério. A alternativa que apresenta apenas fórmulas de sais com gosto amargo é:
- $\text{KI}$ ,  $\text{MgSO}_4$ ,  $\text{CsCl}$
  - $\text{K}_2\text{I}$ ,  $\text{MgSO}_3$ ,  $\text{CsCl}$
  - $\text{KI}$ ,  $\text{MgSO}_3$ ,  $\text{CsCl}_2$
  - $\text{K}_2\text{I}$ ,  $\text{MgSO}_4$ ,  $\text{CsCl}_2$
  - $\text{K}_2\text{I}_2$ ,  $\text{Mg}(\text{SO}_3)_2$ ,  $\text{CeCl}$

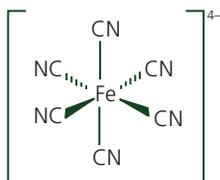


## Fique de Olho

### COMPOSTOS DE COORDENAÇÃO

**Composto de coordenação** ou **complexo** é uma espécie química formada por um átomo central (cátion, ânion ou átomo neutro) ligada a íons ou moléculas (ligantes) através de ligações covalentes coordenadas. O átomo central é, normalmente, um metal de transição e as ligações, na maioria dos casos, ocorrem com os orbitais **d** desse metal.

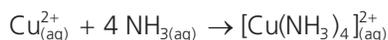
Exemplo:



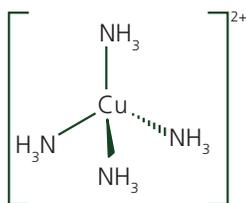
No íon ferrocianeto, o  $\text{Fe}^{2+}$  se encontra octaédricamente ligado a seis íons cianeto ( $\text{CN}^-$ ).

Os compostos de coordenação, constituem uma gama de substâncias com aplicações das mais variadas, tais como: transporte de oxigênio no sangue, fotossíntese, catálise biológica e industrial, tratamento de doenças, sequestro de íons metálicos e análise química.

Os compostos de coordenação são formados em reações ácido-base de Lewis envolvendo o átomo central, que atua como receptor de elétrons (ácido), e os ligantes, que atuam como doadores de elétrons (bases). A formação do íon tetra-aminocobre (II), que serve para a identificação do cobre II em solução aquosa é representada a seguir.



Adiciona-se solução de amônia concentrada à solução de íons cobre II (azul pálido), obtendo-se uma solução de cor azul intenso contendo o íon  $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$ . Nessa reação cada molécula de  $\text{NH}_3$  fornece 1 par de elétrons ao átomo de  $\text{Cu}^{2+}$  para a formação de ligações coordenadas.



Sais complexos são aqueles que possuem cátion ou ânion complexo. Esses sais recebem nomes de forma semelhante aos sais comuns: primeiro o nome do ânion, depois o nome do cátion, separados pela preposição “de”. O número de oxidação do átomo central é escrito entre parênteses.

Exemplos:

- A)  $[\text{Ag}(\text{NH}_3)_2]\text{Cl}$  = cloreto de diaminoprata (I).
- B)  $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_4]\text{SO}_4$  = sulfato de tetraaquacobre (II).
- C)  $\text{Na}[\text{AlF}_4]$  = tetrafluoroaluminato (III) de sódio.
- D)  $\text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6]$  = hexacianoferrato (II) de potássio.

### Seção Videoaula



Sais

**Aulas**  
19 e 20

Estudo dos Óxidos

C-5	H-17, 18
C-7	H-24, 26

## Conceito de óxido

**Óxido** é um composto binário no qual o oxigênio é o elemento mais eletronegativo.

Exemplos:

- 1)  $\text{H}_2\text{O}$  – água
- 2)  $\text{H}_2\text{O}_2$  – peróxido de hidrogênio, cuja solução aquosa é chamada de **água oxigenada**.
- 3)  $\text{CO}_2$  – dióxido de carbono, principal causador do Efeito Estufa.
- 4)  $\text{CO}$  – monóxido de carbono, gás altamente tóxico.
- 5)  $\text{N}_2\text{O}$  – monóxido de dinitrogênio, conhecido como **gás hilariante**.
- 6)  $\text{SiO}_2$  – dióxido de silício, conhecido também como sílica. É o principal constituinte da areia e do quartzo.
- 7)  $\text{CaO}$  – óxido de cálcio, também chamado de **cal viva** ou **cal virgem**.
- 8)  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  – óxido férrico, constituinte da ferrugem e de minerais como a **hematita** e a **limonita**, de onde se extrai o ferro metálico.
- 9)  $\text{Al}_2\text{O}_3$  – óxido de alumínio. Na forma de mineral bruto é conhecido como **bauxita**.
- 10)  $\text{SO}_2$  – dióxido de enxofre, poluente atmosférico que é um dos responsáveis pela chuva ácida.

## Nomenclatura

prefixo + óxido + de + prefixo + nome do elemento

Exemplos:

- 1)  $\text{N}_2\text{O}$  – monóxido de dinitrogênio (óxido nitroso, “gás hilariante”)
- 2)  $\text{NO}$  – monóxido de mononitrogênio (óxido nítrico)
- 3)  $\text{NO}_2$  – dióxido de mononitrogênio (dióxido de nitrogênio)
- 4)  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  – tetróxido de triferro (magnetita)
- 5)  $\text{CO}$  – monóxido de carbono
- 6)  $\text{CO}_2$  – dióxido de carbono
- 7)  $\text{SO}_2$  – dióxido de enxofre
- 8)  $\text{SO}_3$  – trióxido de enxofre

## Classificação e Propriedades dos óxidos

### Óxidos básicos

#### Características

- Apresentam metal alcalino, alcalinoterroso ou de transição (este com  $\text{nox} < +4$ ).
- Nos óxidos básicos o oxigênio tem  $\text{nox}$  igual a  $-2$ .

#### Nomenclatura

##### Elementos com $\text{nox}$ fixo:

óxido + de + nome do elemento

##### Exemplos:

- 1)  $\text{Na}_2\text{O}$  – óxido de sódio
- 2)  $\text{MgO}$  – óxido de magnésio
- 3)  $\text{Ag}_2\text{O}$  – óxido de prata
- 4)  $\text{BaO}$  – óxido de bário

##### Elementos com $\text{nox}$ variável:

óxido + de + nome do elemento +  $\text{nox}$  em algarismos romanos

ou

óxido + nome do elemento + oso (menor  $\text{nox}$ ) / ico (maior  $\text{nox}$ )

##### Exemplos:

- 1)  $\text{FeO}$  – óxido de ferro II ou óxido ferroso
- 2)  $\text{Cu}_2\text{O}$  – óxido de cobre I ou óxido cuproso
- 3)  $\text{HgO}$  – óxido de mercúrio II ou óxido mercúrico
- 4)  $\text{CoO}$  – óxido de cobalto II ou óxido cobaltoso

### Propriedades

- Os óxidos básicos são compostos iônicos.
- Os óxidos dos metais alcalinos e alcalinoterrosos reagem com a água formando bases:

óxido básico + água  $\rightarrow$  base

##### Exemplos:

- 1)  $\text{Na}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{NaOH}$
- 2)  $\text{MgO} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Mg(OH)}_2$

- Reagem com ácidos formando sal e água:

óxido básico + ácido  $\rightarrow$  sal + água

#### Exemplos:

- 1)  $\text{Na}_2\text{O} + 2\text{HCl} \rightarrow 2\text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$
- 2)  $\text{MgO} + \text{H}_2\text{CrO}_4 \rightarrow \text{MgCrO}_4 + \text{H}_2\text{O}$

### Óxidos ácidos ou anidridos

#### Características

- Apresentam um não metal, semimetal ou metal (este com  $\text{nox} \geq +6$ ).
- Nesses óxidos o oxigênio também tem  $\text{nox} = -2$ .

#### Nomenclatura

anidrido + prefixo + nomes do elemento + sufixo

nox do elemento	prefixo	sufixo
+1 ou +2	hipo	oso
+3 ou +4	-	oso
+5 ou +6	-	ico
+7	per	ico

##### Exemplos:

- 1)  $\text{SO}_2$  – ( $\text{nox} = +4$ )  $\Rightarrow$  anidrido sulfuro**so**
- 2)  $\text{SO}_3$  – ( $\text{nox} = +6$ )  $\Rightarrow$  anidrido sulfú**rico**
- 3)  $\text{N}_2\text{O}_3$  – ( $\text{nox} = +3$ )  $\Rightarrow$  anidrido nitro**so**
- 4)  $\text{N}_2\text{O}_5$  – ( $\text{nox} = +5$ )  $\Rightarrow$  anidrido nítr**ico**
- 5)  $\text{Cl}_2\text{O}$  – ( $\text{nox} = +1$ )  $\Rightarrow$  anidrido **hipocloroso**
- 6)  $\text{Mn}_2\text{O}_7$  – ( $\text{nox} = +7$ )  $\Rightarrow$  anidrido **permangânico**

#### Observações:

- Os estados de oxidação mais comuns para as famílias de elementos que formam anidridos são:

família	nox mais comuns em anidridos
3A	+ 3
4A	+ 4
5A	+ 3 ou + 5
6A	+ 2, + 4 ou + 6
7A	+ 1, + 3, + 5 ou + 7
metais de transição	+ 6 ou + 7

- Quando o  $\text{nox}$  do elemento coincide com a família da tabela periódica à qual ele pertence, o sufixo é sempre "ico", mesmo que o  $\text{nox}$  seja diferente de  $+5$  e  $+6$ .

##### Exemplos:

- 1)  $\text{B}_2\text{O}_3$  – ( $\text{nox} = +3$ )  $\Rightarrow$  anidrido bó**rico**
- 2)  $\text{CO}_2$  – ( $\text{nox} = +4$ )  $\Rightarrow$  anidrido carbô**nico**

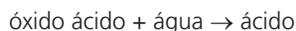
- Alguns anidridos recebem nomes duplos (anidridos mistos). Isso ocorre quando o elemento é de família ímpar e possui nox par.

**Exemplos:**

- 1)  $\text{NO}_2$  – (nox = +4)  $\Rightarrow$  anidrido nitroso-nítrico
- 2)  $\text{ClO}$  – (nox = +2)  $\Rightarrow$  anidrido hipocloroso-cloroso

**Propriedades**

- Os óxidos ácidos são formados por ligações covalentes.
- Reagem com água formando ácidos.



**Exemplos:**

- 1)  $\text{SO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_3$
- 2)  $\text{N}_2\text{O}_5 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{HNO}_3$
- 3)  $\text{Cl}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{HClO}_4$
- 4)  $\text{P}_2\text{O}_5 + 3 \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{H}_3\text{PO}_4$
- 5)  $2 \text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{HNO}_2 + \text{HNO}_3$

- Reagem com bases formando sal e água:



**Exemplos:**

- 1)  $\text{SO}_2 + 2 \text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_2\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
- 2)  $\text{N}_2\text{O}_5 + \text{Ca(OH)}_2 \rightarrow \text{Ca(NO}_3)_2 + \text{H}_2\text{O}$
- 3)  $\text{Cl}_2\text{O}_7 + 2 \text{KOH} \rightarrow 2 \text{KClO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 4)  $\text{P}_2\text{O}_5 + 6 \text{LiOH} \rightarrow 2 \text{Li}_3\text{PO}_4 + 3 \text{H}_2\text{O}$
- 5)  $2 \text{NO}_2 + 2 \text{NaOH} \rightarrow \text{NaNO}_2 + \text{NaNO}_3 + \text{H}_2\text{O}$

- Reagem com óxidos básicos originando sais.



**Exemplos:**

- 1)  $\text{SO}_3 + \text{CaO} \rightarrow \text{CaSO}_4$
- 2)  $\text{CO}_2 + \text{K}_2\text{O} \rightarrow \text{K}_2\text{CO}_3$
- 3)  $3 \text{MgO} + \text{P}_2\text{O}_5 \rightarrow \text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$

**Óxidos anfóteros**

**Características**

- São óxidos que possuem caráter intermediário entre ácido e básico. Podem se comportar ora como óxido ácido, ora como óxido básico.

- Os principais são:

BeO	SnO	As <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
ZnO	SnO <sub>2</sub>	As <sub>2</sub> O <sub>5</sub>
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	PbO	Sb <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
MnO <sub>2</sub>	PbO <sub>2</sub>	Sb <sub>2</sub> O <sub>5</sub>

**Nomenclatura**

- Semelhante à dos óxidos básicos.

**Exemplos:**

- 1) ZnO – óxido de zinco
- 2) Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – óxido de alumínio
- 3) As<sub>2</sub>O<sub>5</sub> – óxido de arsênio V ou óxido arsênico
- 4) PbO – óxido de chumbo II ou óxido plumboso

**Propriedades**

- Os óxidos anfóteros são, em geral, covalentes, sólidos e insolúveis em água.
- Reagem somente com ácido forte ou base forte, formando sal e água.

**Exemplos:**

- 1)  $\text{Al}_2\text{O}_3 + 6 \text{HCl} \rightarrow 2 \text{AlCl}_3 + 3 \text{H}_2\text{O}$
- 2)  $\text{Al}_2\text{O}_3 + 2 \text{NaOH} \rightarrow 2 \text{NaAlO}_2 + \text{H}_2\text{O}$

**Óxidos neutros ou indiferentes**

**Características**

- São óxidos que não reagem com água, nem com ácidos e nem com bases.
- São formados por não metais.

**Nomenclatura**

- Segue a regra de nomenclatura geral. São eles:
- 1) CO – monóxido de carbono.
  - 2) N<sub>2</sub>O – monóxido de dinitrogênio (óxido nitroso).
  - 3) NO – monóxido de mononitrogênio (óxido nítrico).

**Propriedades**

- São compostos moleculares e gasosos.

**Óxidos duplos ou mistos**

**Características**

- São óxidos formados pela associação de dois óxidos do mesmo elemento.
- Possuem fórmula geral M<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, na qual M é um metal.

### Nomenclatura

- Segue a regra de nomenclatura geral.

#### Exemplos:

- 1)  $\text{Fe}_3\text{O}_4 - (\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \text{FeO}) \Rightarrow$  tetróxido de triferro
- 2)  $\text{Pb}_3\text{O}_4 - (\text{PbO}_2 \cdot 2 \text{PbO}) \Rightarrow$  tetróxido de trichumbo

### Propriedades

- Os óxidos duplos são compostos iônicos, mas alguns possuem ligações químicas intermediárias à iônica e à covalente.
- Reagem como uma mistura de dois óxidos, formando dois sais.

#### Exemplos:

- 1)  $\text{Fe}_3\text{O}_4 + 8 \text{HCl} \rightarrow 2 \text{FeCl}_3 + \text{FeCl}_2 + 4 \text{H}_2\text{O}$
- 2)  $\text{Pb}_3\text{O}_4 + 6 \text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_2\text{PbO}_3 + 2 \text{Na}_2\text{PbO}_2 + 3 \text{H}_2\text{O}$

### Peróxidos

#### Características

- Exceto no caso do  $\text{H}_2\text{O}_2$ , que é molecular, apresentam o ânion  $\text{O}_2^{2-}$  (peróxido), no qual o oxigênio possui nox igual a -1.
- São formados principalmente pelo hidrogênio, metais alcalinos e alcalinoterrosos.

#### Nomenclatura

peróxido + de + nome do elemento

#### Exemplos:

- 1)  $\text{H}_2\text{O}_2$  – peróxido de hidrogênio
- 2)  $\text{Na}_2\text{O}_2$  – peróxido de sódio
- 3)  $\text{BaO}_2$  – peróxido de bário
- 4)  $\text{MgO}_2$  – peróxido de magnésio

#### Propriedades

- São compostos iônicos, à exceção do  $\text{H}_2\text{O}_2$ , que é molecular.
- Os peróxidos iônicos reagem com água produzindo bases e  $\text{H}_2\text{O}_2$ .

peróxido iônico + água  $\rightarrow$  base +  $\text{H}_2\text{O}_2$

#### Exemplos:

- 1)  $\text{Na}_2\text{O}_2 + 2 \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{NaOH} + \text{H}_2\text{O}_2$
- 2)  $\text{MgO}_2 + 2 \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Mg(OH)}_2 + \text{H}_2\text{O}_2$

- Os peróxidos iônicos reagem com ácidos formando sal e  $\text{H}_2\text{O}_2$ .

peróxido iônico + ácido  $\rightarrow$  sal +  $\text{H}_2\text{O}_2$

#### Exemplos:

- 1)  $\text{Na}_2\text{O}_2 + 2 \text{HCl} \rightarrow 2 \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}_2$
- 2)  $\text{MgO}_2 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MgSO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2$

### Superóxidos

#### Características

- Apresentam o ânion  $\text{O}_2^-$  (superóxido), em que o oxigênio possui nox igual a -1/2.
- São formados principalmente por metais alcalinos ou alcalinoterrosos.

#### Nomenclatura

superóxido + de + nome do elemento

#### Exemplos:

- 1)  $\text{NaO}_2$  – superóxido de sódio
- 2)  $\text{Mg(O}_2)_2$  – superóxido de magnésio
- 3)  $\text{KO}_2$  – superóxido de potássio
- 4)  $\text{Ca(O}_2)_2$  – superóxido de cálcio

#### Propriedades

- São compostos iônicos.
- Reagem com água produzindo bases,  $\text{H}_2\text{O}_2$  e  $\text{O}_2$ .

superóxido + água  $\rightarrow$  base +  $\text{H}_2\text{O}_2$  +  $\text{O}_2$

#### Exemplos:

- 1)  $2 \text{NaO}_2 + 2 \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{NaOH} + \text{H}_2\text{O}_2 + \text{O}_2$
- 2)  $\text{Mg(O}_2)_2 + 2 \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Mg(OH)}_2 + \text{H}_2\text{O}_2 + \text{O}_2$

- Reagem com ácidos formando sal,  $\text{H}_2\text{O}_2$  e  $\text{O}_2$ .

superóxido + ácido  $\rightarrow$  sal +  $\text{H}_2\text{O}_2$  +  $\text{O}_2$

#### Exemplos:

- 1)  $2 \text{NaO}_2 + 2 \text{HCl} \rightarrow 2 \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}_2 + \text{O}_2$
- 2)  $\text{Mg(O}_2)_2 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MgSO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2 + \text{O}_2$

## Temas ambientais

### Efeito Estufa

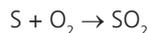
O Efeito Estufa é o fenômeno pelo qual a temperatura da Terra se mantém em níveis que possam permitir a vida como conhecemos, ou seja, uma temperatura ambiente média de 25 °C. Isso ocorre porque os raios solares incidem na superfície do Planeta, que se aquece e emite radiação infravermelha que é, então, absorvida pelos gases atmosféricos, especialmente o  $\text{CO}_2$ , ocasionando o aquecimento da atmosfera e consequentemente a manutenção da temperatura média.

O aumento da queima de combustíveis e a devastação das florestas têm feito o teor de gás carbônico na atmosfera subir assustadoramente. Com o aumento do teor de  $\text{CO}_2$ , maior quantidade de radiações infravermelhas é absorvida, proporcionando o acréscimo de temperatura da atmosfera. Isso acarreta muita instabilidade climática: secas intensas em algumas regiões, derretimento de geleiras nos polos e enchentes, entre outros distúrbios.

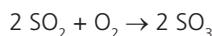
Por conta de tudo isso muitos governos, empresas e ONGs têm alertado as pessoas na tentativa de haver uma conscientização mundial acerca do problema. As indústrias deverão procurar novos combustíveis e formas de energia que não provoquem maior poluição atmosférica, como é o caso do hidrogênio, energia solar e eólica, entre outras.

### Chuva ácida

Em regiões industrializadas, as chaminés das fábricas lançam muitos poluentes na atmosfera. Entre esses poluentes está o gás dióxido de enxofre ( $\text{SO}_2$ ), que surge quando os combustíveis pesados derivados de petróleo são queimados. Esses combustíveis contêm enxofre, que se combina com o oxigênio atmosférico:



O  $\text{SO}_2$  no ar reage com o oxigênio, por ação de gases de nitrogênio ou partículas de poeira, e se transforma em  $\text{SO}_3$ :



O gás formado dissolve-se na água da chuva, produzindo a chamada chuva ácida, que contém  $\text{H}_2\text{SO}_4$ :



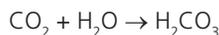
O  $\text{SO}_2$  pode também reagir diretamente com a água da chuva produzindo acidez:



A chuva ácida é altamente prejudicial ao solo, à vegetação, às instalações das fábricas, causando grande desgaste, em períodos não muito prolongados, pois o  $\text{H}_2\text{SO}_4$  é um ácido forte e corrosivo. As estátuas e monumentos de mármore também sofrem muita corrosão por ação da chuva ácida, pois o  $\text{H}_2\text{SO}_4$  reage com o  $\text{CaCO}_3$  que as constitui:

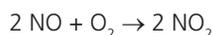


Processo semelhante ocorre com o gás carbônico que é lançado à atmosfera. Esse gás reage com a água produzindo um ácido fraco ( $\text{H}_2\text{CO}_3$ ):



Como o ácido carbônico é muito mais fraco que o ácido sulfúrico, o impacto ambiental é bem menor, mas em longo prazo pode ser significativo.

Durante as tempestades, pode ainda ocorrer formação de ácido nítrico, que também causa sérios danos ao meio ambiente. As reações que ocorrem são:



### Exercícios de Fixação

01. (Cesgranrio) O sonar, equipamento usado em submarinos para detectar a posição de objetos imersos em água, utiliza-se da emissão de ultra-som e da recepção e identificação do eco. Para tanto, ele é provido de uma pastilha de titanato de bário ( $\text{BaTiO}_3$ ), que pode ser obtido a partir da reação entre um óxido de titânio e o hidróxido de bário. Identifique, nas opções adiante, o óxido usado na reação citada e a sua devida classificação.
- A)  $\text{TiO}$  – básico  
B)  $\text{Ti}_2\text{O}_3$  – anfótero  
C)  $\text{TiO}_2$  – peróxido  
D)  $\text{TiO}_2$  – anfótero  
E)  $\text{TiO}_3$  – ácido
02. (Cesgranrio) As indústrias de produção de vidro utilizam a areia como principal fonte de sílica ( $\text{SiO}_2$ ) para conferir o estado vítreo. Utilizam, ainda, com a finalidade de reduzir a temperatura de fusão da sílica, os fundentes  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{K}_2\text{O}$  e  $\text{Li}_2\text{O}$ . A escolha dos óxidos de sódio, potássio e lítio para reagir com a sílica e dar origem a um produto vítreo de menor ponto de fusão deve-se ao fato de esses óxidos manifestarem caráter:
- A) básico.  
B) neutro.  
C) ácido.  
D) misto.  
E) anfótero.
03. (Cesgranrio) Discutem-se ultimamente os distúrbios ecológicos causados pelos poluentes ambientais. A chamada "chuva ácida" constituiu-se num exemplo das consequências da poluição na atmosfera, onde a formação de ácidos pode ser obtida a partir da dissolução de certas substâncias na água da chuva. Dentre as substâncias passíveis de formar ácidos quando adicionadas à água, podemos citar:
- A)  $\text{Na}_2\text{O}$   
B)  $\text{SO}_3$   
C)  $\text{Al}_2\text{O}_3$   
D)  $\text{CaO}$   
E)  $\text{BaO}$
04. (Fuvest) A respiração de um astronauta numa nave espacial causa o aumento da concentração de dióxido de carbono na cabine. O dióxido de carbono é continuamente eliminado através da reação química com reagente apropriado. Qual dos reagentes a seguir é o mais indicado para retirar o dióxido de carbono da atmosfera da cabine?
- A) Ácido sulfúrico concentrado.  
B) Hidróxido de lítio.  
C) Ácido acético concentrado.  
D) Água destilada.  
E) Fenol.
05. (Cesgranrio) O óxido de zinco é um óxido tipicamente anfótero. Considere as reações:
- I.  $\text{ZnO} + 2\text{HCl} \rightarrow \text{X} + \text{H}_2\text{O}$   
II.  $\text{ZnO} + 2\text{NaOH} \rightarrow \text{Y} + \text{H}_2\text{O}$
- A respeito de X e Y, podemos afirmar corretamente que:
- A) X é  $\text{ZnOCl}_2$  e Y,  $\text{Zn(OH)}_2$ .  
B) X é  $\text{ZnCl}_2$ , e Y,  $\text{Na}_2\text{ZnO}_2$ .  
C) X é  $\text{ZnOCl}_2$  e Y não existe porque não ocorre a reação II.  
D) X não existe porque a reação I não ocorre e Y é  $\text{Na}_2\text{ZnO}_2$ .  
E) X e Y não existem porque a reação I e II são impossíveis.



**Exercícios Propostos**

06. (Enem) Em um experimento, colocou-se água até a metade da capacidade de um frasco de vidro e, em seguida, adicionaram-se três gotas de solução alcoólica de fenolftaleína. Adicionou-se bicarbonato de sódio comercial, em pequenas quantidades, até que a solução se tornasse rosa. Dentro do frasco, acendeu-se um palito de fósforo, o qual foi apagado assim que a cabeça terminou de queimar. Imediatamente, o frasco foi tampado. Em seguida, agitou-se o frasco tampado e observou-se o desaparecimento da cor rosa.

MATEUS, A. L. *Química na cabeça*. Belo Horizonte: UFMG, 2001. Adaptado.

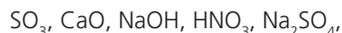
A explicação para o desaparecimento da cor rosa é que, com a combustão do palito de fósforo, ocorreu o(a)

- A) formação de óxidos de caráter ácido.
  - B) evaporação do indicador fenolftaleína.
  - C) vaporização de parte da água do frasco.
  - D) vaporização dos gases de caráter alcalino.
  - E) aumento do pH da solução no interior do frasco.
07. (PUC-SP) O elemento X forma com o oxigênio um óxido básico de fórmula XO, enquanto o elemento J forma com o oxigênio um óxido ácido de fórmula J<sub>2</sub>O. O composto formado pelos elementos X e J é
- A) metálico e apresenta fórmula mínima XJ.
  - B) molecular e apresenta fórmula molecular X<sub>2</sub>J<sub>3</sub>.
  - C) molecular e apresenta fórmula molecular XJ<sub>2</sub>.
  - D) iônico e apresenta fórmula mínima X<sub>2</sub>J.
  - E) iônico e apresenta fórmula mínima XJ<sub>2</sub>.
08. (Fuvest) Paredes pintadas com cal extinta (apagada), com o tempo, ficam recobertas por película de carbonato de cálcio devido à reação da cal extinta com o gás carbônico do ar. A equação que representa essa reação é:
- A) CaO + CO<sub>2</sub> → CaCO<sub>3</sub>
  - B) Ca(OH)<sub>2</sub> + CO<sub>2</sub> → CaCO<sub>3</sub> + H<sub>2</sub>O
  - C) Ca(HCO<sub>3</sub>)<sub>2</sub> → CaCO<sub>3</sub> + CO<sub>2</sub> + H<sub>2</sub>O
  - D) Ca(HCO<sub>3</sub>)<sub>2</sub> + CaO → 2 CaCO<sub>3</sub> + H<sub>2</sub>O
  - E) 2 CaOH + CO<sub>2</sub> → Ca<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> + H<sub>2</sub>O
09. (PUC-Camp) Em situações distintas, admita que ocorram vazamentos, para o meio ambiente, de:
- I. gás clorídrico (cloreto de hidrogênio);
  - II. resíduos radioativos;
  - III. anidrido sulfúrico;
  - IV. freon (composto cloro-flúor-carbonado).
- Para diminuir danos ambientais, pode-se, eventualmente, fazer uso de reagentes com propriedades básicas nas ocorrências:
- A) I e II
  - B) I e III
  - C) I e IV
  - D) II e III
  - E) II e IV
10. (Unesp) Para remover dióxido de carbono do ar respirado pelos astronautas nas espaçonaves utiliza-se hidróxido de lítio sólido. A fórmula, o nome e o estado físico do produto formado são, respectivamente:
- A) Li<sub>2</sub>C, carbeto de lítio, sólido.
  - B) LiHCO<sub>3</sub>, hidrogenocarbonato de lítio, sólido.
  - C) Li(OH)CO<sub>2</sub>, hidroxicarbonato de lítio, líquido.
  - D) Li<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>, carbonato de lítio, gasoso.
  - E) Li<sub>2</sub>HCO<sub>3</sub>, bicarbonato de lítio, líquido.

01. (Udesc-SC) Com relação às funções inorgânicas, assinale a alternativa incorreta:

- A) O acetato de sódio é um sal de características básicas, pois é resultante da reação entre um ácido fraco e uma base forte.
- B) O sal NH<sub>4</sub>Cl é classificado como sal de caráter ácido, pois sua dissolução em água diminui a concentração do íon hidrogênio em solução.
- C) O tetróxido de triferro é considerado um óxido misto, pois é resultante da união do monóxido de ferro com o trióxido de ferro.
- D) A reação do óxido de zinco com ácido clorídrico ou hidróxido de sódio gera, respectivamente, um sal cujo cátion é o íon Zn<sup>2+</sup> e um sal cujo ânion é o íon ZnO<sub>2</sub><sup>2-</sup>, caracterizando o óxido de zinco como óxido anfótero.
- E) As substâncias SO<sub>3</sub>, Na<sub>2</sub>O, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, KBr, CH<sub>3</sub>COONa podem ser classificadas como óxido ácido, óxido básico, óxido anfótero, sal neutro e sal básico, respectivamente.

02. (Cefet-MG) Sobre as seguintes espécies químicas:



é correto afirmar que

- A) o sal presente é o sulfeto de sódio.
  - B) o nitrogênio do ácido nítrico apresenta número de oxidação + 4.
  - C) a reação do trióxido de enxofre com a água produz ácido sulfuroso.
  - D) o óxido de cálcio e o hidróxido de sódio reagem com ácido produzindo sal.
  - E) SO<sub>3</sub> e CaO têm propriedades básicas.
03. (UEPG-PR – Modificada) Os derivados de petróleo e o carvão mineral utilizados como combustíveis podem conter enxofre, cuja queima produz dióxido de enxofre. As reações do dióxido de enxofre na atmosfera podem originar a chuva ácida. Sobre o sistema proposto, assinale o que for correto.
- A) A chuva ácida causa corrosão do mármore, do ferro e de outros materiais utilizados em monumentos e construções.
  - B) Na atmosfera, o dióxido de enxofre é oxidado pelo nitrogênio e se transforma em trióxido de enxofre (SO<sub>3</sub>).
  - C) O dióxido de enxofre e o trióxido de enxofre são óxidos básicos.
  - D) O único ácido formado na atmosfera é o ácido sulfúrico (H<sub>2</sub>SO<sub>3</sub>).
  - E) O ácido sulfúrico é classificado como ácido de Lewis, porque doa prótons na reação com uma base.

04. (UTFPR) Como o gás dióxido de enxofre é solúvel em água, ele pode ser incorporado às gotículas de água que formam as nuvens, formando o ácido sulfuroso.

*Química Nova na Escola*, 2002, v. 15, 39

Com relação ao dito no texto, fez-se as seguintes afirmações:

- I. O dióxido de enxofre possui fórmula SO<sub>3</sub>;
- II. Os átomos nas moléculas do dióxido de enxofre são unidos por ligações iônicas uma vez que o oxigênio possui uma eletronegatividade bem maior que a do enxofre;
- III. Uma solução contendo o referido ácido permanecerá incolor ao se adicionar algumas gotas de fenolftaleína;
- IV. O ácido sulforoso possui fórmula molecular H<sub>2</sub>SO<sub>3</sub>.

Estão corretas somente as afirmações:

- A) I e II
- B) I e III
- C) I, III e IV
- D) III e IV
- E) II e III

05. (Enem) Um dos problemas ambientais decorrentes da industrialização é a poluição atmosférica. Chaminés altas lançam ao ar, entre outros materiais, o dióxido de enxofre ( $\text{SO}_2$ ) que pode ser transportado por muitos quilômetros em poucos dias. Dessa forma, podem ocorrer precipitações ácidas em regiões distantes, causando vários danos ao meio ambiente (chuva ácida). Um dos danos ao meio ambiente diz respeito à corrosão de certos materiais.

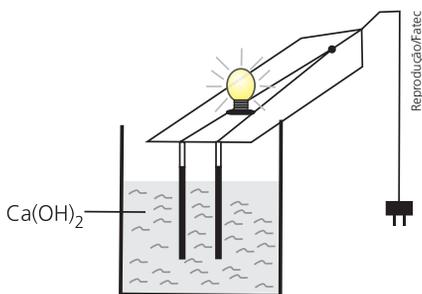
Considere as seguintes obras:

- I. monumento Itamarati – Brasília (mármore);
- II. esculturas do Aleijadinho – MG (pedra-sabão, contém carbonato de cálcio);
- III. grades de ferro ou alumínio de edifícios.

A ação da chuva ácida pode acontecer em

- A) I, apenas.
- B) I e II, apenas.
- C) I e III, apenas.
- D) II e III, apenas.
- E) I, II e III.

06. (Fatec) Dois eletrodos conectados a uma lâmpada são imersos em solução de  $\text{Ca(OH)}_2$  (água de cal). A lâmpada se acende com luz intensa. Com um canudo de plástico assopra-se o ar expirado nesta solução.



À medida que o ar é assoprado, um sólido branco vai-se depositando no fundo do béquer e a luz vai enfraquecendo, até apagar-se. Tais fatos são devidos

- A) à dissolução do gás  $\text{CO}$  do ar expirado.
- B) à evaporação dos íons  $\text{H}^+$  e  $\text{OH}^-$  provenientes da água.
- C) à precipitação do sólido  $\text{CaCO}_3$  que reduz a quantidade de íons na solução.
- D) à dissolução do gás  $\text{O}_2$  do ar expirado.
- E) ao aumento da concentração de íons  $\text{H}^+$  e  $\text{OH}^-$  da água.

07. (Cesgranrio) Os principais poluentes do ar nos grandes centros urbanos são o gás sulfuroso ( $\text{SO}_2$ ) e o monóxido de carbono ( $\text{CO}$ ). O  $\text{SO}_2$  é proveniente das indústrias que queimam combustíveis fósseis (carvão e petróleo). Já o  $\text{CO}$  provém da combustão incompleta da gasolina em veículos automotivos desregulados. Sabendo-se que o  $\text{SO}_2$  (causador da chuva ácida) e o  $\text{CO}$  (causador de inibição respiratória) são óxidos, suas classificações são, respectivamente:

- A) anfótero e neutro.
- B) básico e ácido.
- C) ácido e anfótero.
- D) ácido e básico.
- E) ácido e neutro.

08. (Enem) Suponha que um agricultor esteja interessado em fazer uma plantação de girassóis. Procurando informação, leu a seguinte reportagem:

**SOLO ÁCIDO NÃO FAVORECE PLANTIO**

Alguns cuidados devem ser tomados por quem decide iniciar o cultivo do girassol. A oleaginosa deve ser plantada em solos descompactados, com pH acima de 5,2 (que indica menor acidez da terra). Conforme as recomendações da Embrapa, o agricultor deve colocar, por hectare, 40 kg a 60 kg de nitrogênio, 40 kg a 80 kg de potássio e 40 kg a 80 kg de fósforo. O pH do solo, na região do agricultor, é de 4,8. Dessa forma, o agricultor deverá fazer a “calagem”.

Folha de S. Paulo, 25/09/1996.

Suponha que o agricultor vá fazer calagem (aumento do pH do solo por adição de cal virgem –  $\text{CaO}$ ). De maneira simplificada, a diminuição da acidez se dá pela interação da cal ( $\text{CaO}$ ) com a água presente no solo, gerando hidróxido de cálcio ( $\text{Ca(OH)}_2$ ), que reage com os íons  $\text{H}^+$  (dos ácidos), ocorrendo, então, a formação de água e deixando íons  $\text{Ca}^{2+}$  no solo.

Considere as seguintes equações:

- I.  $\text{CaO} + 2 \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Ca(OH)}_3$
- II.  $\text{CaO} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Ca(OH)}_2$
- III.  $\text{Ca(OH)}_2 + 2 \text{H}^+ \rightarrow \text{Ca}^{2+} + 2 \text{H}_2\text{O}$
- IV.  $\text{Ca(OH)}_2 + \text{H}^+ \rightarrow \text{CaO} + \text{H}_2\text{O}$

O processo de calagem descrito pode ser representado pelas equações:

- A) I e II
- B) I e IV
- C) II e III
- D) II e IV
- E) III e IV

09. (Fatec) São conhecidos vários óxidos de nitrogênio. A seguir listamos propriedades de alguns desses óxidos:

- I. Dissolve-se em água, formando  $\text{HNO}_2$  e  $\text{HNO}_3$ ;
- II. Forma-se pelo aquecimento de  $\text{N}_{2(g)}$  e  $\text{O}_{2(g)}$  e não reage com a água;
- III. Decompõe-se por aquecimento, em  $\text{NO}_2$ .

As propriedades I, II e III podem ser atribuídas, respectivamente, a

- A)  $\text{N}_2\text{O}$ ,  $\text{N}_2\text{O}_4$ ,  $\text{N}_2\text{O}$
- B)  $\text{NO}$ ,  $\text{NO}$ ,  $\text{N}_2\text{O}$
- C)  $\text{NO}$ ,  $\text{N}_2\text{O}$ ,  $\text{N}_2\text{O}_4$
- D)  $\text{NO}_2$ ,  $\text{N}_2\text{O}$ ,  $\text{NO}$
- E)  $\text{NO}_2$ ,  $\text{NO}$ ,  $\text{N}_2\text{O}_4$

10. (Ufes) Os escapamentos dos veículos automotores emitem gases como o monóxido ( $\text{CO}$ ) e o dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ), o óxido de nitrogênio ( $\text{NO}$ ), o dióxido de enxofre ( $\text{SO}_2$ ) e outros. Sobre esses gases, pode-se afirmar que:

- A) o  $\text{CO}_2$  é tóxico para os seres humanos porque se liga à hemoglobina, impedindo-a de carregar o oxigênio para as células do corpo.
- B) a camada de valência do átomo de nitrogênio, na molécula de  $\text{NO}$ , possui 8 elétrons.
- C) os gases  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{SO}_2$  e  $\text{NO}$  são classificados como óxidos ácidos.
- D) o  $\text{SO}_2$ , em contato com a umidade do ar, provoca a chuva ácida.
- E) o  $\text{CO}$  é o principal poluente causador do efeito estufa.

11. (Uniuibe-MG)

**QUAL É A DIFERENÇA ENTRE O CRISTAL E O VIDRO?**

Segundo Oscar Peitl Filho, professor de engenharia de materiais da Universidade Federal de São Carlos, a diferença entre o cristal e o vidro está na composição. Existe uma confusão entre o chamado vidro cristal, que é um material utilizado para a fabricação de lustres, taças e copos mais refinados, e o cristal, tipo de mineral encontrado na natureza, que abrange tanto o diamante quanto o quartzo. O vidro cristal e o vidro comum têm uma estrutura molecular considerada com o mesmo desenho, porém são formados por substâncias diferentes. Vidro comum, também conhecido como vidro de sodacal, é feito de areia (basicamente, sílica), óxido de cálcio e óxido de alumínio. O chamado vidro cristal é formado a partir de sílica e o óxido do chumbo, pois este favorece o brilho e promove um maior peso à peça formada.

Disponível em: <<http://super.abril.com.br>>. Acesso em 01 out. de 2014.)

Sobre as substâncias citadas no texto, é correto afirmar que:

- A) A fórmula do óxido de chumbo é  $Pb_2O$ .
- B) Os óxidos de cálcio e de alumínio são óxidos moleculares.
- C) Um dos óxidos ácidos citados no texto é o óxido de cálcio.
- D) A forma correta de escrita da fórmula do óxido de alumínio é  $Al_2O_3$ .
- E) Sílica é constituída por hidróxido de sílico.

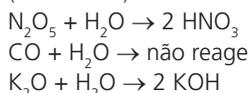
12. (PUC-Camp) Considere as seguintes substâncias:

- I. cal virgem,  $CaO$
- II. cal hidratada,  $Ca(OH)_2$
- III. gipsita,  $CaSO_4 \cdot 2H_2O$

De acordo com as regras de nomenclatura de substâncias inorgânicas, os nomes desses compostos são, respectivamente,

- A) peróxido de cálcio, hidreto de cálcio e sulfato de cálcio anidro.
- B) monóxido de cálcio, hidróxido de cálcio e sulfeto hidratado de cálcio.
- C) óxido de cálcio, hidreto de cálcio e sulfito de cálcio diidratado.
- D) peróxido de cálcio, hidreto de cálcio e sulfato de cálcio hidratado.
- E) óxido de cálcio, hidróxido de cálcio e sulfato de cálcio diidratado.

13. (Mackenzie) Considere as reações:



Nas equações anteriores, do comportamento mostrado pelos óxidos, conclui-se que

- A)  $CO$  é um óxido neutro ou indiferente.
- B)  $K_2O$  é um óxido ácido.
- C)  $N_2O_5$  é um óxido duplo ou misto.
- D)  $N_2O_5$  é um óxido básico.
- E)  $K_2O$  é um peróxido.

14. (PUC-Camp) As substâncias  $MgSO_4$  (sal amargo),  $NaOH$  (soda cáustica) e  $SiO_2$  (sílica), de acordo com suas funções químicas são chamadas, respectivamente, de

- A) sulfeto de magnésio, hidróxido de sódio e óxido de silício.
- B) bissulfato de magnésio, hidreto de sódio e peróxido de silício.
- C) sulfato de magnésio, hidróxido de sódio e dióxido de silício.
- D) bissulfito de magnésio, óxido de sódio e dióxido de silício.
- E) tiosulfato de magnésio, hidróxido de sódio e bióxido de silício.

15. (PUC-MG) O magnésio, quando submetido à combustão, forma o óxido A. Ao final da reação, esse óxido, em contato com a água, forma a base B. Essa base, quando reage com o ácido sulfúrico, forma o sal C. Com base na sequência de reações descritas anteriormente, as fórmulas químicas representadas pelas letras A, B e C são, respectivamente:

- A)  $MgO$ ,  $Mg(OH)_2$  e  $MgSO_4$
- B)  $Mg_2O_2$ ,  $Mg_2OH$  e  $MgSO_3$
- C)  $Mg(OH)_2$ ,  $MgSO_3$ ,  $MgO$
- D)  $MgSO_4$ ,  $Mg_2O_2$ ,  $Mg(OH)_2$

16. (Unesp - Modificada) Os elementos que:

- I. formam óxidos que em água produzem soluções básicas;
- II. têm a primeira energia de ionização pequena e a segunda muito maior;
- III. formam peróxidos e superóxidos.

São:

- A) halogênios.
- B) calcogênios.
- C) semimetais.
- D) metais de transição.
- E) metais alcalinos.

17. (Unesp) Num armário de drogas estão três frascos plásticos iguais contendo soluções diluídas de água oxigenada, amoníaco (hidróxido de amônio) e ácido sulfúrico. Como os frascos perderam os rótulos, para a identificação numerou-se ao acaso as soluções I, II, III e com os devidos cuidados fez-se as seguintes experiências:

- 1) misturou-se I com II e observou-se liberação de calor;
- 2) aqueceu-se II e III separadamente e observou-se desprendimento de gás.

As soluções numeradas I, II e III são, respectivamente:

- A) amoníaco, ácido sulfúrico e água oxigenada.
- B) amoníaco, água oxigenada e ácido sulfúrico.
- C) água oxigenada, amoníaco e ácido sulfúrico.
- D) ácido sulfúrico, amoníaco e água oxigenada.
- E) ácido sulfúrico, água oxigenada e amoníaco.

18. (Unirio) Os grãos arrancados das dunas do deserto do Saara, no continente africano, sobem para a atmosfera e formam um verdadeiro continente flutuante, de quilômetros de extensão. Ao refletir a radiação do Sol de volta para o espaço, a areia faz o papel de filtro solar, contrabalançando o aquecimento do Planeta, chamado de Efeito Estufa.

Revista *Superinteressante* nº 9, setembro 97, pág. 12.

Considerando que a areia é basicamente formada por  $SiO_2$ , assinale a opção que contenha o óxido com a mesma classificação do  $SiO_2$ .

- A)  $BaO$
- B)  $CaO$
- C)  $Cl_2O_7$
- D)  $H_2O_2$
- E)  $Li_2O$

19. (Udesc) Quando os derivados de petróleo e o carvão mineral são utilizados como combustíveis, a queima do enxofre produz dióxido de enxofre. As reações de dióxido de enxofre na atmosfera podem originar a chuva ácida. Sobre a chuva ácida, escolha a alternativa incorreta.

- A) O trióxido de enxofre reage com a água presente na atmosfera produzindo o ácido sulfúrico, que é um ácido forte.
- B) SO<sub>2</sub> reage com o oxigênio e se transforma lentamente em trióxido de enxofre. Essa reação é acelerada pela presença de poeira na atmosfera.
- C) A chuva ácida é responsável pela corrosão do mármore, do ferro e de outros materiais utilizados em monumentos e construções.
- D) Tanto o dióxido quanto o trióxido de enxofre são óxidos básicos.
- E) Na atmosfera, o SO<sub>2</sub> reage com o oxigênio e se transforma lentamente em trióxido de enxofre (SO<sub>3</sub>).

20. (Fuvest) Têm-se amostra de 3 gases incolores, X, Y e Z, que devem ser H<sub>2</sub>, He e SO<sub>2</sub>, não necessariamente nesta ordem. Para identificá-los, determinaram-se algumas de suas propriedades, as quais estão na tabela a seguir:

Propriedade	X	Y	Z
solubilidade em água	alta	baixa	baixa
reação com oxigênio na presença de catalisador	ocorre	ocorre	não ocorre
reação com solução aquosa de uma base	ocorre	não ocorre	não ocorre

Com base nessas propriedades, conclui-se que X, Y e Z são respectivamente:

- A) H<sub>2</sub>, He e SO<sub>2</sub>
- B) H<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub> e He
- C) He, SO<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>
- D) SO<sub>2</sub>, He e H<sub>2</sub>
- E) SO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub> e He



### Fique de Olho

## HIDRETOS E CARBETOS

### CONCEITO DE HIDRETO

**Hidreto** é qualquer composto binário formado pelo hidrogênio.

### HIDRETOS NÃO METÁLICOS E SEMIMETÁLICOS

Nestes hidretos o hidrogênio apresenta nox igual a +1.

#### Exemplos:

- 1) H<sub>2</sub>O — água
- 2) NH<sub>3</sub> — amônia
- 3) N<sub>2</sub>H<sub>4</sub> — hidrazina
- 4) PH<sub>3</sub> — fosfina ("fogo fátuo")
- 5) CH<sub>4</sub> — metano

- 6) SiH<sub>4</sub> — silano
- 7) BH<sub>3</sub> — borano
- 8) B<sub>2</sub>H<sub>6</sub> — diborano
- 9) HCl — cloreto de hidrogênio (cloridreto)
- 10) H<sub>2</sub>S — sulfeto de hidrogênio (sulfidreto)

### HIDRETOS METÁLICOS

#### HIDRETOS DE METAIS ALCALINOS E ALCALINOTERROSOS

O hidrogênio apresenta nox igual a -1.

A nomenclatura é feita do seguinte modo:

hidreto + de + nome do elemento

#### Exemplos:

- 1) NaH — hidreto de sódio
- 2) MgH<sub>2</sub> — hidreto de magnésio

Esses hidretos são iônicos (à exceção do BeH<sub>2</sub>) e reagem com água formando bases e H<sub>2</sub> gasoso.

#### Exemplos:

- 1) NaH + H<sub>2</sub>O → NaOH + H<sub>2</sub>
- 2) MgH<sub>2</sub> + 2 H<sub>2</sub>O → Mg(OH)<sub>2</sub> + 2 H<sub>2</sub>

#### HIDRETOS DE METAIS DE TRANSIÇÃO

Quando reage com um metal de transição, o hidrogênio penetra no retículo cristalino do metal formando um composto intersticial. O composto resultante não possui fórmula definida, por isso é dito **não estequiométrico**.

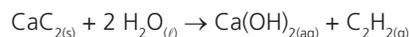
**Exemplos:** LaH<sub>2,76</sub>, ThH<sub>3,07</sub>.

### CARBETOS

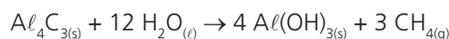
**Carbeto** é qualquer composto binário formado pelo carbono.

#### Exemplos:

- 1) (SiC)<sub>n</sub> — carbeto de silício (carborundum), substância semelhante ao diamante, de alto ponto de fusão e quase tão duro quanto o mesmo.
- 2) CaC<sub>2</sub> — carbeto de cálcio (carbureto), substância sólida que produz acetileno em reação com a água:



- 3) Al<sub>4</sub>C<sub>3</sub> — carbeto de alumínio, sólido que origina metano em reação com água:



### Seção Videoaula



### Nomenclatura de Sais e Óxidos

## Bibliografia

- ATKINS, P.; JONES, L. *Princípios de Química*. Porto Alegre. Bookman, 2001.
- BARROS, H.L.C. *Química Inorgânica, Uma Introdução*. UFMG. Belo Horizonte, 1992.
- BRADY, J.E. & HUMISTON, G.E. *Química Geral*. 2ª ed. vols. 1 e 2. LTC, 1986.
- CARVALHO, G.C. de. *Química Moderna*. vol. 1. Scipione. São Paulo, 1995.
- FELTRE, R. *Química*. 7ª ed. vol. 1. Moderna. São Paulo, 2008.
- KOTZ, J.C. & TREICHEL Jr., P. *Química e Reações Químicas*. 4ª ed. vols. 1 e 2. Editora LTC. Rio de Janeiro, 2002.
- LEE, J.D. *Química Inorgânica Não Tão Concisa*. 5ª ed. Edgard Blücher. São Paulo, 1999.
- RUSSEL, J.B. *Química Geral*. 2ª ed. vols. 1 e 2. Makron Books. São Paulo, 1994.



## Anotações

# QUÍMICA IV

## LIGAÇÕES, INTERAÇÕES E COLOIDES

### Objetivo(s):

- Entender a necessidade de um átomo sofrer hibridação para realizar suas ligações.
- Compreender que a teoria da hibridação é dividida em três etapas ou estados que o átomo passa: fundamental, excitado e híbrido.
- Explicar a valência ou geometria em torno de alguns elementos presentes nas moléculas ou íons, com a teoria da hibridação.
- Diferenciar polaridade de uma ligação e das moléculas.
- Entender a importância da diferença de eletronegatividade para o caráter de uma ligação química.
- Compreender a importância da geometria na previsão da polaridade de uma molécula.
- Estabelecer uma relação entre polaridade, força intermolecular, ponto de ebulição e solubilidade das substâncias.
- Diferenciar as forças intermoleculares.
- Entender a relação entre essas forças e as propriedades físicas de uma substância.
- Compreender que fatores como tamanho da cadeia, massa, área de contato e polaridade afetam a intensidade dessas forças.
- Relacionar a hidratação de um íon com a força intermolecular.
- Saber diferenciar os diversos tipos de dispersão.
- Entender a definição, classificação curiosidades e aplicações práticas dos coloides.

### Conteúdo:

#### **AULA 16: HIBRIDAÇÃO DE ORBITAIS**

Conceito.....	164
Objetivos.....	164
Exercícios.....	165

#### **AULA 17: POLARIDADE DAS LIGAÇÕES E DAS MOLÉCULAS**

Introdução.....	167
Polaridade das ligações.....	167
Convenção.....	168
Polaridade das moléculas.....	168
Considerações importantes.....	168
Exercícios.....	169

#### **AULAS 18 E 19: FORÇAS INTERMOLECULARES**

Introdução.....	171
Natureza das forças intermoleculares.....	171
Forças somente entre moléculas.....	171
Forças entre íons e moléculas.....	173
Fatores que influem na intensidade do íon dipolo.....	173
Propriedades que são influenciadas pelo tipo e intensidade das forças intermoleculares.....	173
Exercícios.....	174

#### **AULA 20: COLOIDES**

Introdução.....	180
Classificação de sistemas coloidais de acordo com a fase do dispersante e do disperso.....	180
Classificação dos coloides quanto à afinidade do disperso pelo dispersante.....	180
Propriedades dos coloides.....	180
Exercícios.....	181

**Aula**  
**16**

**Hibridação de Orbitais**

C-5	H-18
C-6	H-24

**Conceito**

A hibridação ou hibridização é a combinação linear de orbitais atômicos puros obtendo orbitais atômicos híbridos. A proposta da teoria da hibridização é que orbitais do mesmo átomo (e da mesma camada) poderiam se combinar uns com os outros, formando novos orbitais de energia intermediária entre eles, chamados orbitais híbridos. À primeira vista há uma contradição aí: se os orbitais híbridos têm energia intermediária entre os orbitais 2s e orbitais 2p, por exemplo, então haveria uma clara desvantagem energética na formação dos orbitais híbridos, pois os elétrons do orbital 2s teriam que passar para orbitais de maior energia.

A explicação é que a hibridização compensa porque a formação das ligações (os orbitais moleculares) conduz a uma maior estabilidade com orbitais híbridos do que com os orbitais atômicos originais. Desta maneira, não tem muito sentido pensar em um átomo de carbono hibridizado passeando por aí. A hibridização só deve ocorrer quando as ligações estiverem sendo formadas. Se o átomo estiver sozinho, deve manter a sua configuração não hibridizada, que é a mais estável (de menor energia). Em outras palavras, a formação de uma ligação, por ser um processo exotérmico, compensa a pequena energia absorvida para elevar alguns orbitais durante o processo de hibridação.

**Objetivos**

O principal objetivo da hibridação é explicar a valência (capacidade de combinação) de alguns elementos. Entretanto essa teoria pode ser usada para justificar a geometria em torno de um átomo em uma molécula ou íon.

**Como ocorre a hibridação?**

A teoria da hibridação parte do princípio de que o átomo passa por três estados energéticos diferentes:

**Fundamental, excitado e híbrido**

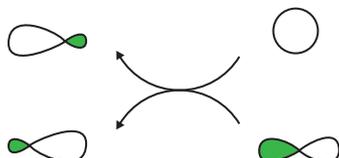
Vejamos um exemplo: o hidreto de berílio,  $\text{BeH}_2$ . Como a ligação química é formada?

A configuração eletrônica do berílio é  $1s^2 2s^2$ , estando todos os seus elétrons emparelhados. Alguém poderia pensar que este átomo não forma ligações químicas.

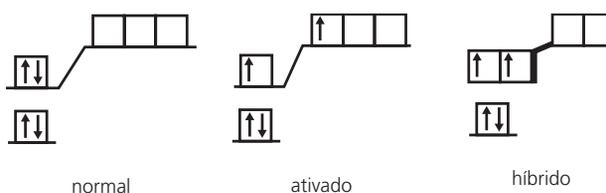
Observando a configuração eletrônica do Be é possível afirmar que a camada de valência (número quântico principal 2) apresenta outros três orbitais vazios, a saber: 2px, 2py e 2pz.

Um elétron do orbital 2s pode ser facilmente excitado para um dos orbitais 2p. Dessa forma o átomo de berílio teria dois elétrons desemparelhados, mas com energias diferentes, o que daria origem a duas ligações diferentes. Experimentalmente, as ligações Be-H são exatamente iguais. A explicação é que os orbitais de valência sofrem hibridação dando origem a dois orbitais híbridos do tipo **sp**. Veja a formação dos orbitais híbridos a partir dos orbitais puros **s** e **p**:

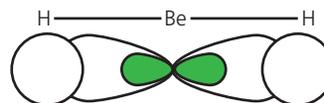
**Formato dos orbitais**



**Diagrama de energia**



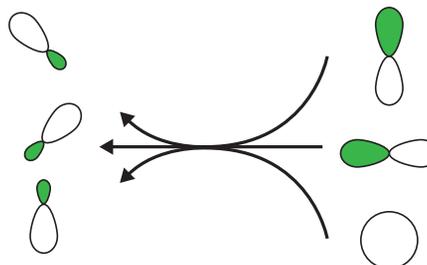
Dessa forma, o berílio utiliza orbitais híbridos **sp** para fazer suas ligações no  $\text{BeH}_2$ . Veja a molécula desenhada com os orbitais ligantes:



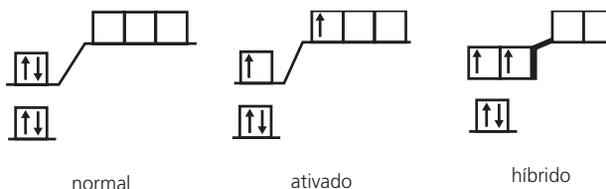
Outro exemplo muito importante é do elemento Boro no  $\text{BF}_3$ . Para a molécula de  $\text{BF}_3$ , o átomo de boro tem configuração eletrônica de valência  $2s^2 2p^1$ . Para que haja três ligações químicas com o boro, este tem que ter 3 orbitais disponíveis para formar a ligação química, ou seja, contendo apenas 1 elétron cada (elétron desemparelhado).

Ocorre um processo semelhante ao do  $\text{BeH}_2$ , onde um elétron do orbital 2s é promovido a um orbital 2p vazio. Os três orbitais contendo um elétron (2s, 2px, 2py) se misturam para formar três outros orbitais híbridos chamados de  $sp^2$ . Dessa forma, o boro é capaz de fazer 3 ligações. Veja a formação dos orbitais híbridos a partir dos orbitais puros **s** e **p**.

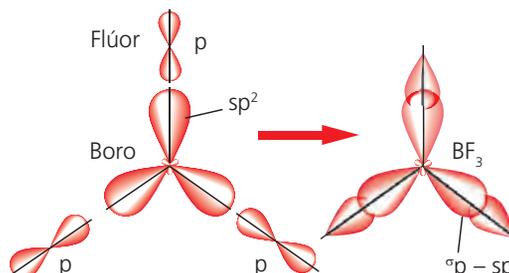
**Formato dos orbitais**



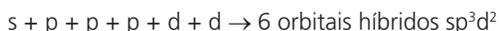
**Diagrama de energia**



Dessa forma, o boro utiliza 3 orbitais híbridos  $sp^2$ , orientados para o vértice de um triângulo (geometria trigonal), para realizar suas ligações com o elemento flúor. Veja a ilustração dos orbitais ligantes no  $\text{BF}_3$ :



Carbono, enxofre, fósforo, nitrogênio, oxigênio, entre outros elementos, sofrem diversos tipos de hibridação para explicar suas valências ou a geometria de suas moléculas. Veja outras possíveis combinações:



De acordo com a teoria das nuvens eletrônicas, existe uma relação entre a hibridação e a quantidade dessas nuvens em torno do átomo central. Pela quantidade de nuvens eletrônicas (NE), é possível saber a hibridação que o átomo sofreu.

**Observação:**

Uma nuvem eletrônica corresponde a qualquer quantidade de elétrons representada abaixo:

- Um elétron desemparelhado (alguns casos);
- Um par de elétrons livres;
- Uma ligação simples;
- Uma ligação dupla;
- Uma ligação tripla.

Veja as possíveis situações e o arranjo adquirido pelos seus orbitais híbridos:

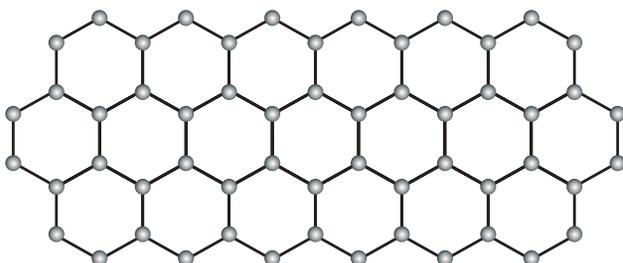


No caso de nuvens eletrônicas flutuantes (em ressonância), os elétrons ocupam orbitais **p** puros nos principais elementos. Dessa forma, não entram na contabilidade das NE para prever a hibridação.



**Exercícios de Fixação**

01. (Enem/2018) O grafeno é uma forma alotrópica do carbono constituído por uma folha planar (arranjo bidimensional) de átomos de carbono compactados e com a espessura de apenas um átomo. Sua estrutura é hexagonal conforme a figura.



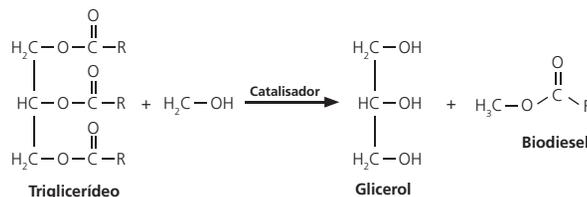
FB Resolve

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=17eqJg8ISdw&feature=youtu.be>

Nesse arranjo, os átomos de carbono possuem hibridação

- A)  $sp$  de geometria linear.
- B)  $sp^2$  de geometria trigonal planar.
- C)  $sp^3$  alternados com carbonos com hibridação  $sp$  de geometria linear.
- D)  $sp^3d$  de geometria planar.
- E)  $sp^3d^2$  com geometria hexagonal planar.

02. (Udesc) O biodiesel é um combustível biodegradável de fontes renováveis e pode ser produzido a partir de gorduras animais ou de óleos vegetais. Sabe-se que as gorduras e os óleos são ésteres do glicerol, chamados de glicerídeos. A reação geral de transesterificação para a obtenção do biodiesel a partir de um triglicerídeo é apresentada abaixo.



Reação geral de obtenção do biodiesel

Com relação aos seus reagentes e produtos, é correto afirmar que:

- A) o biodiesel, formado a partir da reação de transesterificação acima, apresenta a função éter em sua estrutura.
- B) a hibridização dos carbonos do glicerol e dos carbonos das carbonilas do triglicerídeo são  $sp^3$  e  $sp^2$ , respectivamente.
- C) o etanol, que é utilizado como reagente na reação acima, também é conhecido como álcool etílico.
- D) a nomenclatura oficial para a molécula de glicerol é 1, 2, 3-trimetoxipropano.
- E) balanceando corretamente a reação acima, verificar-se-á que uma molécula de triglicerídeo formará uma molécula de biodiesel.

03. (R.Paiva/2018) Caso não houvesse hibridação de orbitais, a fórmula mais provável do composto entre o boro ( $Z = 5$ ) e o flúor ( $Z = 9$ ) seria:

- A) BF
- B)  $\text{BF}_2$
- C)  $\text{BF}_3$
- D)  $\text{BF}_4$
- E)  $\text{B}_2\text{F}$

04. (R.Paiva/2017) O nitrogênio é um elemento que forma vários óxidos, entre eles: NO,  $\text{NO}_2$  e  $\text{N}_2\text{O}$ . A hibridação do átomo central será, respectivamente, igual a:

- A)  $sp^2$ ,  $sp$ ,  $sp^3$ .
- B)  $sp^2$ ,  $sp^2$ ,  $sp$ .
- C)  $sp^2$ ,  $sp^3$ ,  $sp^3$ .
- D)  $sp$ ,  $sp^2$ ,  $sp^3$ .
- E)  $sp$ ,  $sp$ ,  $sp^3$ .

05. (PUC) Com base na estrutura eletrônica do átomo central, sugira os tipos de orbital híbrido envolvidos nas ligações de cada uma das seguintes moléculas:

- A)  $\text{BF}_3$  e  $\text{CCl}_4$
- B)  $\text{PCl}_5$  e  $\text{SF}_6$



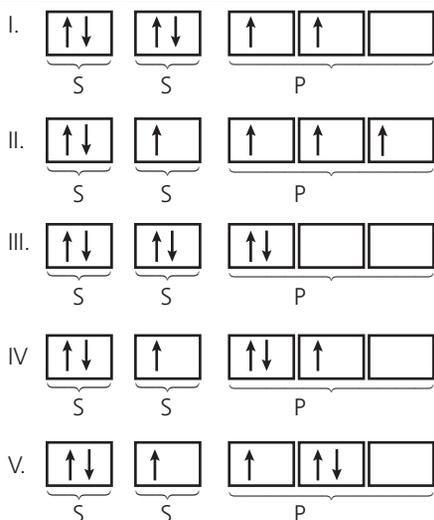
**Exercícios Propostos**

01. (Unioeste-PR) Para a constituição de seres vivos, é necessária a formação de moléculas e ligações químicas, formadas entre os orbitais atômicos e/ou os orbitais híbridos. Associado aos orbitais descritos nesta questão, é correto afirmar:  
 A) A hibridização não altera a forma dos orbitais.  
 B) Cada orbital **p** comporta no máximo 2 elétrons.  
 C) Todos os orbitais **s** possuem o mesmo tamanho e formato.  
 D) A hibridização de orbitais só ocorre no átomo de carbono.  
 E) Os orbitais  $sp^3$  formam moléculas planas.
02. (R. Paiva/2017) Existem diversas exceções à regra do octeto, dentre elas temos moléculas com deficiência de elétrons (A), moléculas ímpares (B) e moléculas com expansão de octeto (C). Assinale a alternativa em que aparecem moléculas dos tipos (A), (B) e (C), respectivamente:  
 A)  $CO$ ,  $NO$ ,  $NO_2$                       B)  $NH_3$ ,  $CO_2$ ,  $IF_7$   
 C)  $BF_3$ ,  $NO_2$ ,  $SF_6$                       D)  $N_2O_4$ ,  $BF_3$ ,  $SO_2$   
 E)  $NO$ ,  $SO_2$ ,  $SO_3$
03. (R. Paiva) Considerando os íons  $(NO_2)^+$  e  $(NO_2)^-$ , faça o que se pede.  
 A) Represente cada um dos íons através de pelo menos uma fórmula de Lewis.  
 B) Quais são as ordens da ligação N–O em cada um deles?  
**Obs.:** Ordem de uma ligação pode ser definida, apenas para comparar o comprimento das ligações, como sendo o número de pares de elétrons compartilhados entre dois átomos. Quanto maior a ordem de uma ligação, menor é o seu comprimento.  
 C) O comprimento da ligação N–O em um desses íons é 110 pm e no outro 124 pm.  
 D) Qual a hibridização do átomo central em cada íon?
04. (UFPB) O controle sobre a transformação da matéria culmina na obtenção de novos compostos e promove os avanços tecnológicos atuais. Isso é resultado da compreensão das teorias de ligações químicas, que permite esclarecer os aspectos referentes às interações entre orbitais atômicos, contemplando a orientação de orbitais que se misturam. De acordo com as estruturas moleculares e considerando a hibridização do átomo central, identifique a alternativa que apresenta corretamente a hibridização e o tipo de ligação correspondente:

Representação da estrutura molecular (modelo "de bolas")	Hibridização	Tipo de Ligação
A)	$sp^3d$	$\sigma$ e $\pi$
B)	$sp^3$	$\sigma$
C)	$sp^2$	$\sigma$ e $\pi$
D)	$sp$	$\sigma$ e $\pi$
E)	$sp^3$	$\pi$

05. (OBQ) Os cloretos são uma classe abundante de compostos. São conhecidos cloretos de diversos elementos e até mais de um cloreto de um mesmo elemento. Dentre os diversos cloretos conhecem-se os tetracloretos de silício, de enxofre e de xenônio. Nas moléculas desses compostos, os átomos centrais apresentam, respectivamente, hibridação do tipo  
 A)  $sp^3$ ,  $sp^3$  e  $sp^3$ .  
 B)  $sp^3$ ,  $sp^3$  e  $sp^3d$ .  
 C)  $sp^3$ ,  $sp^3d$  e  $sp^3d^2$ .  
 D)  $sp^3d^2$ ,  $sp^3$  e  $sp^3d$ .  
 E)  $sp^3d^2$ ,  $sp^3d$  e  $sp^3$ .
06. (R. Paiva) O tetrafluoreto de enxofre ( $SF_4$ ) é um gás nas condições ambientes que reage com água e forma ácido fluorídrico. Sobre a estrutura do  $SF_4$ , qual a hibridação do átomo central?  
 A)  $sp$   
 B)  $sp^2$   
 C)  $sp^3$   
 D)  $sp^3d$   
 E)  $sp^3d^2$
07. (FCM-PB) Muitas são as teorias existentes para explicar as ligações entre os elementos químicos como a teoria de ligação de valência (associada ao modelo da hibridização) e a teoria do orbital molecular. Estas teorias são propostas diferentes para descrever a estrutura molecular baseadas no modelo da mecânica quântica. Assim a existência de orbitais atômicos dando origem a orbitais moleculares, sua distribuição espacial, ângulos e comprimentos de ligação e a geometria de uma molécula são melhor compreendidos e explicados utilizando a teoria quântica. Baseando-se nestas teorias de ligação entre os elementos químicos  
 A) a molécula do  $BF_3$  apresenta 3 ligações utilizando orbitais moleculares  $s-sp^2$ .  
 B) a molécula de  $H_2O$  apresenta 2 orbitais moleculares  $s-sp^3$ .  
 C) a molécula do  $C_2H_4$  apresenta geometria molecular tetraédrica.  
 D) a molécula do  $SO_3$  apresenta ângulos de ligação menores que  $120^\circ$ .  
 E) a molécula do gás  $N_2$  apresenta dois orbitais moleculares sigma do tipo p–p.
08. (R. Paiva/2019) A hibridização de orbitais ocorre ao mesmo tempo em que o átomo faz a ligação. Durante esse processo, mudanças na energia e no formato dos orbitais são inevitáveis. Até a eletronegatividade do elemento é alterada. No caso do carbono, por exemplo, ele possui maior eletronegatividade em qual dos compostos abaixo?  
 A) Eteno.  
 B) Etano.  
 C) Etino.  
 D) Metanal.  
 E) Metanol.
09. (Udesc-SC) Dentre os produtos extraídos do petróleo, destaca-se a fração gasosa, composta principalmente pelos gases  $CH_4$ ,  $C_2H_6$ ,  $C_3H_8$  e  $C_4H_{10}$ . A molécula de metano ( $CH_4$ ) apresenta quatro ligações iguais, com geometria tetraédrica e ângulo de ligação igual a  $109^\circ 28'$ .

Assinale a alternativa que indica a correta possibilidade de ligação química entre o átomo de carbono com os átomos de hidrogênio para a molécula de metano, relativa a um dos esquemas a seguir:



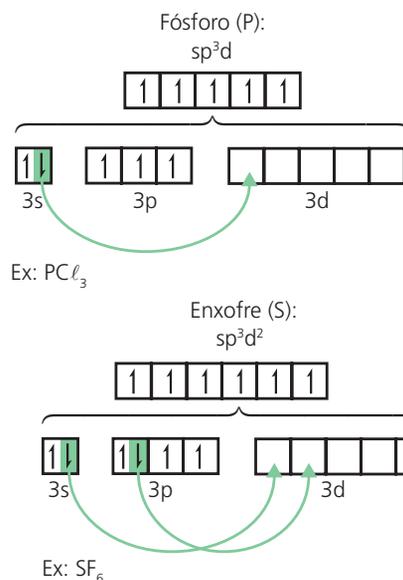
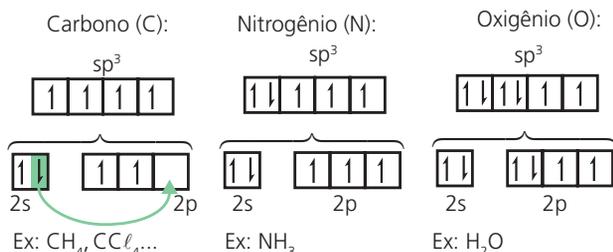
- A) O esquema I, onde está representado o modelo de hibridização sp.
- B) O esquema II, onde está representado o modelo de hibridização sp<sup>3</sup>.
- C) O esquema III, onde está representado o modelo de hibridização sp<sup>2</sup>.
- D) O esquema IV, onde está representado o modelo de hibridização sp<sup>3</sup>.
- E) O esquema V, onde está representado o modelo de hibridização sp.

10. (UCS) O hexafluoreto de enxofre (SF<sub>6</sub>) é um gás incolor, inodoro, não inflamável e inerte utilizado como isolante em transformadores de alta tensão elétrica e em equipamentos de distribuição de eletricidade. A respeito do SF<sub>6</sub>, é correto afirmar que:
- A) apresenta geometria molecular octaédrica.
- B) apresenta geometria molecular bipirâmide trigonal.
- C) apresenta átomos de flúor e de enxofre unidos entre si por meio de ligações iônicas.
- D) tem geometria molecular idêntica à da amônia (NH<sub>3</sub>).
- E) é uma substância simples.



**Fique de Olho**

**OUTROS CASOS DE HIBRIDAÇÃO**



**Observação:**

Em todos os casos que envolvem orbitais do tipo **d** temos expansão do octeto.

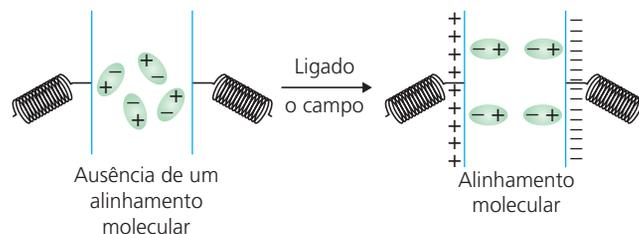
**Aula 17**

**Polaridade das Ligações e das Moléculas**

C-5	H-17, 18
C-7	H-24

**Introdução**

A polaridade de uma molécula é responsável por suas propriedades, principalmente a reatividade e a solubilidade. Na prática, é possível perceber que uma substância é formada por moléculas polares quando elas se orientam em um campo elétrico gerado por duas placas carregadas.



Para entender a polaridade de uma molécula, é preciso conhecer a sua geometria e a natureza de suas ligações.

**Polaridade das ligações**

A polaridade de uma ligação é consequência da diferença de eletronegatividade ( $\Delta E$ ) entre os átomos envolvidos. Não existem ligações 100% covalentes ou iônicas: elas exibem caráter das duas naturezas. Entretanto, à medida que cresce a diferença de eletronegatividade, a ligação adquire um maior caráter iônico, ou seja, torna-se mais polar.

Para efeitos didáticos, as ligações covalentes feitas entre átomos de um mesmo elemento são consideradas 100% covalentes. Isso resulta de um desprezível caráter iônico existente. Dessa forma, é possível concluir que:

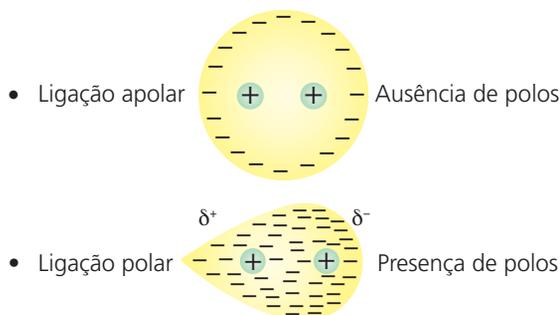
- Ligações covalentes apolares  $\Delta E = 0$   
**Exemplos:** H – H; O = O; N  $\equiv$  N; ...
- Ligações covalentes polares  $\Delta E > 0$   
**Exemplos:** H – Cl; H – Br; N – F; ...

**Observação:**

Existem ligações cuja diferença de eletronegatividade tende a zero. Nesse caso, a ligação é de baixa polaridade ou praticamente apolar.

**Ex.:** P – H; C – S; N – Cl...

Quando temos uma ligação covalente polarizada, a nuvem eletrônica que forma o compartilhamento encontra-se distorcida, deformada, deslocada mais para um lado do que para o outro. O átomo mais eletronegativo é sempre favorecido.



O símbolo ( $\delta$ ) é usado para representar uma carga parcial ou polo de uma ligação covalente.

**Observação:**

As ligações iônicas são sempre polares. É importante lembrar que a polaridade de uma ligação cresce com a diferença de eletronegatividade.

**Convenção**

A cada ligação polar e a cada par eletrônico isolado presente no átomo central (estereoativo) será associado um **vetor polaridade** denominado, cientificamente, de **momento dipolar** ( $\vec{\mu}$ ). O vetor para a ligação é justificado pela diferença de eletronegatividade. Para o "par estereoativo", o vetor se deve a uma diferença de probabilidade existente no orbital molecular. No entanto, de forma simplificada e na maioria dos casos, o momento dipolar ( $\vec{\mu}$ ) associado a um par estereoativo será desconsiderado.

Todo vetor possui uma direção, um sentido e uma intensidade (módulo). O momento dipolar ( $\vec{\mu}$ ) não será diferente.

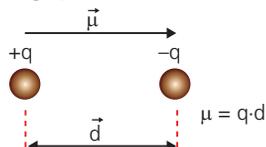
Direção  $\Rightarrow$  paralela à ligação.

Sentido  $\Rightarrow$  apontado para o átomo mais eletronegativo.

Módulo  $\Rightarrow |\vec{\mu}| = |q| \cdot d$

**q** = carga parcial de cada polo da ligação covalente.

**d** = comprimento da ligação (distância entre os polos).



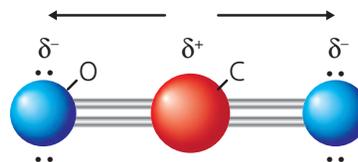
Unidade  $\Rightarrow$  C · m (SI) ou Debye (D) – unidade usual

1 Debye (D) =  $3,3 \cdot 10^{-30}$  C · m

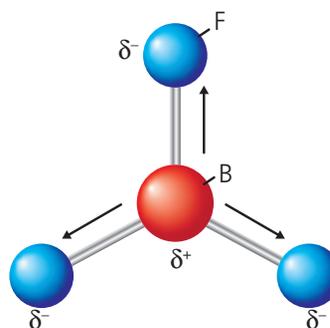
**Polaridade das moléculas**

- Associa-se a cada ligação polar um vetor polaridade de acordo com a geometria da molécula.
- Em seguida, verifica-se a resultante vetorial ( $\vec{\mu}_R$ ): nula ou não.
- De acordo com essa resultante é possível classificar a molécula em polar ou apolar.

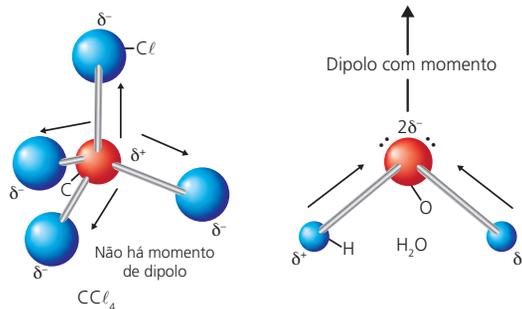
**Exemplos:**



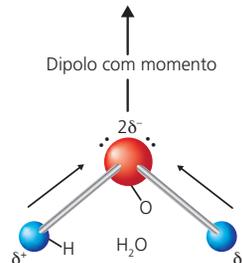
Não há momento de dipolo  
CO<sub>2</sub>



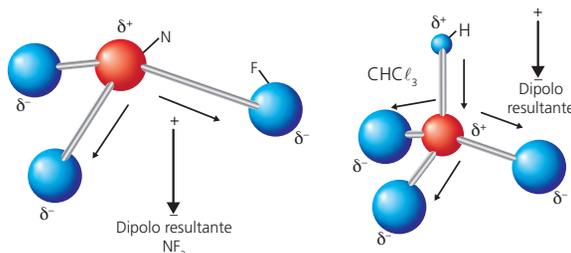
Não há momento de dipolo  
BF<sub>3</sub>



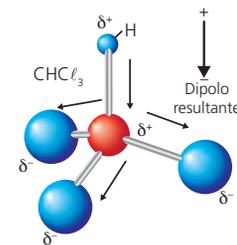
Não há momento de dipolo  
CCl<sub>4</sub>



Dipolo com momento  
H<sub>2</sub>O



Dipolo resultante  
NF<sub>3</sub>



Dipolo resultante  
CHCl<sub>3</sub>

**Considerações importantes**

Algumas dicas podem auxiliar na hora de decidir se uma molécula é polar ou apolar.

- Toda substância simples é apolar, **exceto o ozônio (O<sub>3</sub>)**.
- Todo íon (ou composto iônico) é polar.
- Moléculas do tipo AX (CO, NO, HCl...) são polares.
- De um modo geral, moléculas com elétrons livres no átomo central são polares.
- De um modo geral, moléculas sem elétrons livres no átomo central e com todos os ligantes iguais são apolares.
- De um modo geral, os hidrocarbonetos são apolares.



**Exercícios de Fixação**

01. (Unicesumar-PR) A amônia ( $\text{NH}_3$ ) é um gás muito tóxico, sendo corrosivo para a pele, olhos, vias aéreas superiores e pulmões. De acordo com a estrutura molecular da amônia, assinale a alternativa correta.

Dados: H ( $Z = 1$ ); N ( $Z = 7$ )

- A) Apresenta ligações essencialmente iônicas.
- B) O átomo central possui dois pares de elétrons desemparelhados.
- C) Sua geometria molecular é angular.
- D) Sua molécula é polar.
- E) Possui ligações duplas.

02. (UFG-GO) Observe o seguinte esquema de um experimento no qual utilizam-se princípios do eletromagnetismo para observar a polaridade de moléculas.



Reprodução/UFG 2009

Experimento	Carga do bastão	Líquido
1	+	$\text{C}_6\text{H}_{14}$
2	+	$\text{CCl}_4$
3	+	$\text{CHCl}_3$
4	-	$\text{CHCl}_3$
5	-	$\text{CCl}_4$

De acordo com o exposto, ocorrerá a atração do filete líquido pelo bastão em quais experimentos?

- A) 1 e 3
- B) 2 e 5
- C) 3 e 4
- D) 1 e 5
- E) 2 e 4

03. (UCS-RS) O hexafluoreto de enxofre ( $\text{SF}_6$ ) é um gás incolor, inodoro, não inflamável e inerte utilizado como isolante em transformadores de alta tensão elétrica e em equipamentos de distribuição de eletricidade. A respeito do  $\text{SF}_6$  é correto afirmar que

- A) é uma substância apolar, constituída de ligações covalentes polares.
- B) apresenta geometria molecular bipirâmide trigonal.
- C) apresenta átomos de flúor e de enxofre unidos entre si por meio de ligações iônicas.
- D) tem geometria molecular idêntica à da amônia e momento dipolar diferente de zero.
- E) é uma substância simples.

04. (Unitau/SP) A ligação covalente é um tipo de ligação química. Analise as afirmativas abaixo em relação a essa ligação.

- I. Quando a ligação covalente ocorre entre átomos de diferentes eletronegatividades, é denominada ligação covalente apolar;
- II. Os polos positivos e negativos da molécula, cujos átomos estão unidos por ligação covalente, são representados por  $\delta^+$  e  $\delta^-$ , respectivamente;
- III. Numa ligação que é 100 % covalente, a ligação entre dois átomos apresenta um valor de momento dipolar nulo.

Está correto o que se afirma em

- A) I, II e III.
- B) I e II, apenas.
- C) I e III, apenas.
- D) II e III, apenas.
- E) II, apenas.

05. (UEM/PR) Sobre a polaridade e a geometria de algumas moléculas é correto afirmar

- A) O diclorometano ( $\text{CH}_2\text{Cl}_2$ ) é um composto tetraédrico e apolar.
- B) O dissulfeto de carbono ( $\text{CS}_2$ ) é um composto angular e solúvel em água.
- C) O tetraclorometano ( $\text{CCl}_4$ ) é um composto apolar, portanto se dissolve em hexano.
- D) O dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) é um composto linear e polar.
- E) O trifluoreto de boro ( $\text{BF}_3$ ) é um composto piramidal e polar.

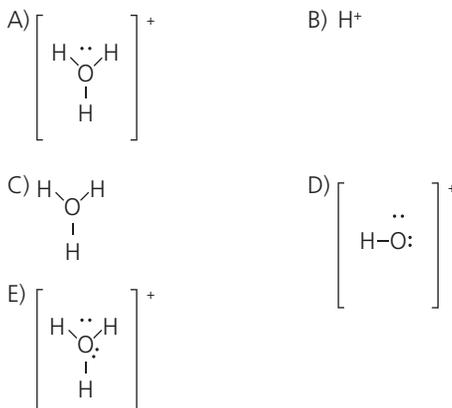


**Exercícios Propostos**

01. (Unesp-SP) Considere os hidretos formados pelos elementos do segundo período da classificação periódica e as respectivas geometrias moleculares indicadas:  $\text{BeH}_2$  (linear),  $\text{BH}_3$  (trigonal),  $\text{CH}_4$  (tetraédrica),  $\text{NH}_3$  (piramidal),  $\text{H}_2\text{O}$  (angular) e  $\text{HF}$  (linear). Quais destas substâncias são mais solúveis em benzeno ( $\text{C}_6\text{H}_6$ )?

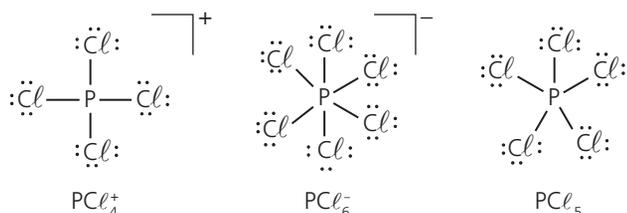
- A) Amônia, água e ácido fluorídrico.
- B) Hidreto de berílio, hidreto de boro e amônia.
- C) Hidreto de berílio, hidreto de boro e metano.
- D) Hidreto de boro, metano e fluoreto de hidrogênio.
- E) Metano, amônia e água.

02. (Fuvest) A reação de água com ácido clorídrico produz o ânion cloreto e o cátion hidrônio. A estrutura que representa corretamente o cátion hidrônio é



03. (UFC-CE) Uma característica dos halogênios é a formação de compostos com elementos do mesmo grupo, por exemplo, o  $ClF_3$  e o  $ClF_5$ . A geometria molecular e a hibridação do átomo central nessas duas espécies são respectivamente:
- trigonal plana, bipirâmide trigonal,  $sp^2$  e  $sp^3d$ .
  - em forma de T, bipirâmide trigonal,  $sp^3d$  e  $sp^3d$ .
  - pirâmide trigonal, bipirâmide trigonal,  $sp^3$  e  $sp^3d$ .
  - em forma de T, pirâmide de base quadrada,  $sp^3d$  e  $sp^3d^2$ .
  - pirâmide trigonal, pirâmide de base quadrada,  $sp^3$  e  $sp^3d^2$ .

04. (Unimontes-MG) Considere as estruturas a seguir:



Em relação às estruturas, é incorreto afirmar que

- o átomo de fósforo, no ânion  $PCl_6^-$ , expande sua camada de valência para 12 elétrons.
  - o cátion,  $PCl_4^+$ , é um íon poliatômico, e o átomo de P expande sua camada de valência.
  - o átomo de fósforo, no composto  $PCl_5$ , expande sua camada de valência para 10 elétrons.
  - a expansão da camada de valência, nas estruturas de  $PCl_6^-$  e  $PCl_5$ , ocorre nos orbitais 3d.
05. (UFRN) A atmosfera terrestre é uma mistura de gases. Uns presentes naturalmente nela e outros resultantes da ação do homem. Alguns gases, tais como  $N_2O$ ,  $SF_6$ ,  $CH_4$ ,  $CO_2$  e  $H_2O$ , absorvem radiação infravermelha, acentuando o efeito estufa, que tem como consequência o aquecimento global do planeta.
- Em relação às moléculas que formam esses gases do efeito estufa, atenda às seguintes solicitações.
- Apresente a estrutura de Lewis dessas moléculas e indique a que não segue a regra do octeto.
  - Indique as que são polares. Justifique.
06. (Cesgranrio)

### O PIOR DESASTRE EM 25 ANOS

(Maria Tereza Boccardi – Especial para *O Globo*)

Curitiba. Seis meses depois de um vazamento de 1,3 milhão de litros de óleo na Baía de Guanabara, quatro milhões de litros vazaram anteontem, por aproximadamente duas horas, da Refinaria Presidente Getúlio Vargas (Repar), no município de Araucária, Região Metropolitana de Curitiba. É o maior acidente ambiental em mar ou bacias hidrográficas do Brasil nos últimos 25 anos. Esse vazamento, que ameaça a região com a destruição da flora e da fauna ribeirinhas e a suspensão do abastecimento de água potável para a população de cidades próximas, é três vezes maior do que ocorreu em janeiro no Rio...

Os seguintes fatores levam óleo a boiar na água: a polaridade das moléculas do óleo e da água, e a densidade de uma substância em relação à outra.

Nesse sentido, a combinação que justifica o fenômeno descrito é o fato de a molécula do óleo ser \_\_\_\_\_, a da água ser \_\_\_\_\_, e a densidade do óleo ser \_\_\_\_\_ do que a da água.

A opção que preenche correta e respectivamente as lacunas acima é:

- apolar, polar e menor
  - apolar, polar e maior
  - apolar, apolar e maior
  - polar, polar e menor
  - polar, apolar e maior
07. (UEA-AM) A queima de florestas é uma das imagens mais negativas do Brasil no exterior. Durante a queima são liberadas toneladas de gás carbônico ( $CO_2$ ), um dos gases do efeito estufa. A derrubada de florestas altera o equilíbrio ecológico da região, interferindo no ciclo das chuvas (precipitação de  $H_2O$ ) e na fertilidade do solo. Pode-se afirmar corretamente que as geometrias moleculares e as polaridades das moléculas de água e de gás carbônico são, respectivamente,
- linear e polar; angular e apolar.
  - angular e apolar; linear e apolar.
  - angular e polar; linear e polar.
  - angular e polar; linear e apolar.
  - linear e apolar; angular e polar.
08. (R. Paiva) Considere as moléculas isoeletrônicas  $CH_4$ ,  $NH_3$  e  $H_2O$  e seus respectivos ângulos de ligação, iguais a  $109,5^\circ$ ,  $107^\circ$  e  $104,5^\circ$ . Essa tendência do ângulo reduzir do metano para a água é justificada pelo fato:
- de o número de pares de elétrons isolados, no átomo central, também decrescer nessa ordem.
  - de o número de pares de elétrons isolados, no átomo central, crescer nessa mesma ordem.
  - de crescer, nessa mesma ordem e de forma acentuada, o raio do átomo central.
  - de apresentarem diferentes quantidades de nuvens eletrônicas em torno do átomo central.
  - de apresentarem a mesma geometria molecular com átomos de elementos diferentes no centro.
09. (UFPB/2006) Os compostos  $O_3$ ,  $CO_2$ ,  $SO_2$ ,  $H_2O$  e  $HCN$  são exemplos de moléculas triatômicas que possuem diferentes propriedades e aplicações. Por exemplo, o ozônio bloqueia a radiação ultravioleta que é nociva à saúde humana; o dióxido de carbono é utilizado em processos de refrigeração; o dióxido de enxofre é utilizado na esterilização de frutas secas; a água é um líquido vital; e o ácido cianídrico é utilizado na fabricação de vários tipos de plásticos. Analisando as estruturas dessas substâncias, observa-se a mesma geometria e o fenômeno da ressonância apenas em
- $O_3$  e  $H_2O$
  - $O_3$  e  $SO_2$
  - $O_3$  e  $CO_2$
  - $H_2O$  e  $SO_2$
  - $H_2O$  e  $HCN$
10. (UFGD-MS) O carbono e o silício pertencem à mesma família da tabela periódica.
- Qual o tipo de ligação existente no composto  $SiH_4$ ?
  - Embora a eletronegatividade do silício seja 1,7 e a do hidrogênio 2,1 a molécula do  $SiH_4$  é apolar. Por quê?



**Fique de Olho**

**MAIS DETALHES SOBRE LIGAÇÕES**

**Comprimento da Ligação × Energia da Ligação**

Comparando ordem (número de ligações entre dois átomos\*), comprimento (distância internuclear) e energia necessária para quebrar algumas ligações, é possível concluir que, de um modo geral, quanto maior a ordem de uma ligação, menor seu comprimento e maior a energia de ligação. Vejamos um exemplo:

	Comprimento (pm)	Energia (kJ/mol)
C – C	153	376
C = C	134	610
C ≡ C	121	830

\*Esse conceito está sendo feito de forma bastante simplificada.

**Eletronegatividade na escala de Pauling**

Linus Pauling, em 1932, propôs um conceito para eletronegatividade: é a tendência, apresentada por um átomo em uma molécula, de atrair para si os elétrons compartilhados. É claro que só faz sentido esse conceito com átomos ligados. Abaixo, temos a tabela determinada por esse cientista.

**Momento dipolar (μ) resultante de algumas substâncias**

Substância	μ(D)
CH <sub>4</sub>	0
CH <sub>3</sub> F	1,858
O <sub>3</sub>	0,545
H <sub>2</sub> O	1,854
NH <sub>3</sub>	1,471
Lil	7,428
HF	1,826
HCl	1,109
HBr	0,827
HI	0,448

**Solubilidade × Polaridade**

A polaridade influi na solubilidade de uma substância em outra. Uma substância **polar tende** a se dissolver em outra substância **polar**.

Enquanto a substância **apolar tende** a se dissolver em outra substância **apolar**. Isso não é muito rigoroso, pois existem dipolos induzidos e substâncias anfipáticas ou anfífilas que contrariam essa tendência. Mas, de um modo geral, temos: “semelhante dissolve semelhante”.

**Aulas 18 e 19**

**Forças Intermoleculares**

C-5	H-17, 18
C-7	H-24

**Introdução**

Todas as propriedades físico-químicas das substâncias dependem direta ou indiretamente do tipo e intensidade da interação intermolecular existente. É fato que se não existissem essas forças de coesão, todas as substâncias químicas seriam gasosas. O que impede, por exemplo, as moléculas de água de se difundirem de um copo para o ambiente? O que justifica as diferentes propriedades da água em relação ao O<sub>2</sub>? O que justifica substâncias diferentes, nas mesmas condições de temperatura e pressão, possuírem estados físicos diferentes? O que explica uma lagartixa se manter “colada” na parede? Com certeza as respostas para essas e outras perguntas se encontram no tipo e magnitude da força intermolecular.

**Natureza das forças intermoleculares**

Todas as forças intermoleculares são de natureza elétrica entre polos permanentes ou induzidos. Elas são classificadas em duas categorias:

- Somente entre moléculas.
- Entre íons e moléculas.

**Observação:**

Na realidade, todas as forças envolvendo somente moléculas foram estudadas por Van Der Waals. Entretanto, o nome desse cientista é muito associado às forças existentes entre moléculas apolares.

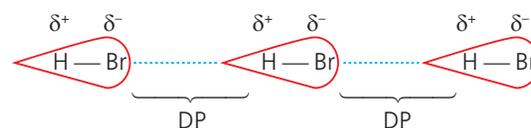
**Forças somente entre moléculas**

**Dipolo permanente (dipolo-dipolo)**

Forças de atração entre moléculas polares de uma mesma substância ou de substâncias diferentes.

**Exemplo:**

HBr<sub>(l)</sub> constituído por moléculas polares.



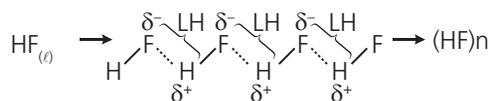
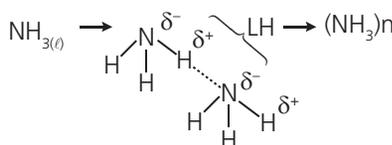
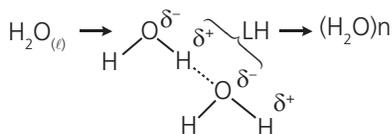
### Ligações de hidrogênio ("pontes" de hidrogênio)

É um caso particularmente forte de dipolo-dipolo. São forças de atração entre moléculas com ligações extremamente polares. Possuem intensidade mais alta que um dipolo permanente convencional. Os átomos que realizam esse tipo de força precisam ser pequenos e muito eletronegativos (alta densidade de carga). Os átomos de flúor, oxigênio e nitrogênio preenchem esses requisitos quando se encontram ligados ao átomo de hidrogênio.

#### Condição para ocorrer ligações de hidrogênio:

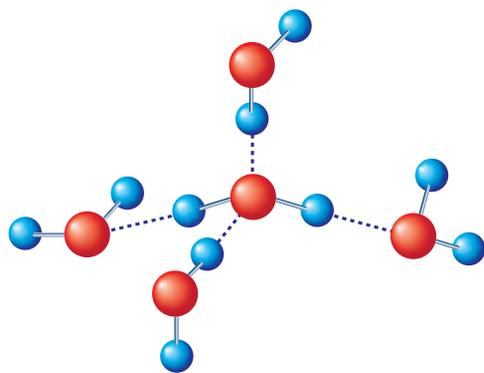
FON ---- ligado ao átomo de ---- HIDROGÊNIO

#### Exemplos:

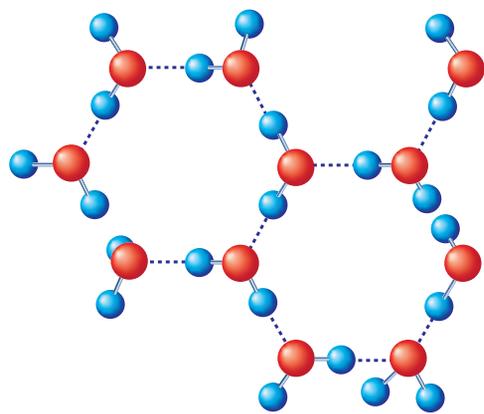


#### Nota:

Acompanhe a disposição espacial das moléculas de água na fase líquida e sólida (gelo).



Água líquida



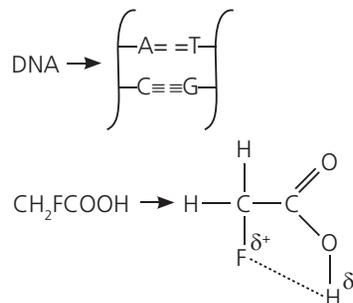
Gelo

#### Atenção:

Apesar do hábito de chamar essa interação de ponte de hidrogênio (PH), ela deve ser denominada **Ligação de Hidrogênio**.

Essa interação cria verdadeiras cadeias de moléculas que interagem muito bem umas com as outras.

É possível encontrar ligações de hidrogênio intramolecular (dentro da própria molécula).



Abaixo temos alguns casos de funções orgânicas que realizam ligações de hidrogênio:

### Funções orgânicas × Ligações de hidrogênio

Alcoóis → R — OH

Fenóis → Ar — OH

Ácidos carboxílicos → R — C(=O)OH

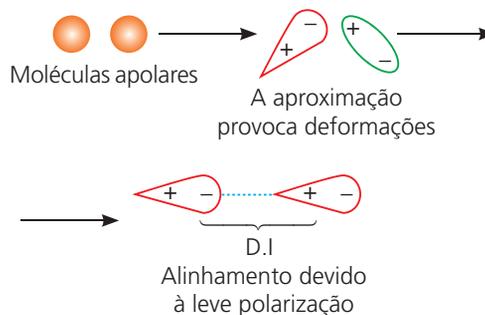
Aminas → R — NH<sub>2</sub>

Amidas → R — C(=O)NH<sub>2</sub>

### Dipolo induzido (dispersões de London)

Todas as moléculas podem ter, porém é a única força que une moléculas apolares.

Essa força é consequência de uma polarização momentânea que as moléculas possuem devido ao movimento dos elétrons. Essa polarização é induzida pela aproximação de outras moléculas. Desse modo, ocorre uma distorção na nuvem eletrônica produzindo, com isso, dipolos instantâneos.



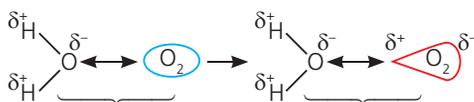
A capacidade de polarização de uma molécula apolar cresce com a quantidade de elétrons, a massa ou a área de contato.

**Exemplos:** hidrocarbonetos, gelo seco, O<sub>2</sub> liquefeito, Br<sub>2</sub> líquido...

### Dipolo-dipolo induzido

- Ocorre entre moléculas polares e apolares.
- É mais comum entre gases apolares dissolvidos na água.

Exemplo:  $O_{2(aq)}$



O processo de indução de um dipolo é chamado de **polarização** e o grau em que a nuvem eletrônica pode se deformar é chamado de **polarizabilidade**. Essa propriedade depende do "volume" ocupado pela nuvem eletrônica (massa, nº de elétrons).

Generalizando → massa: polarizabilidade.

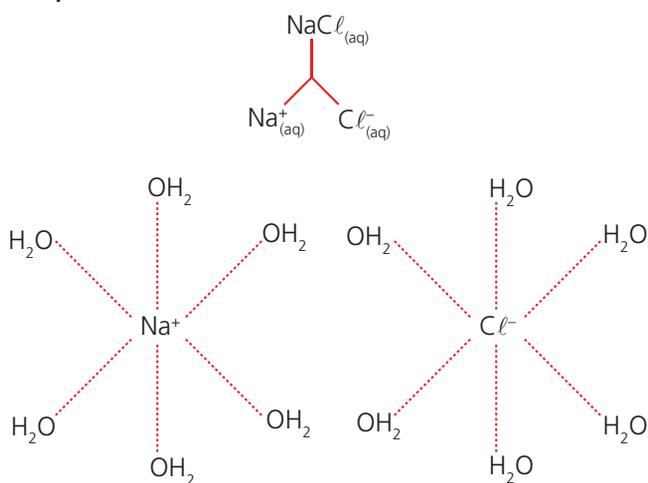
PE: facilidade de liquefação – solubilidade de gases apolares.

### Forças entre íons e moléculas

- Íon dipolo** → atração entre íons e moléculas polares.

É muito comum compostos iônicos se dissociarem em meio aquoso (por exemplo). A força que hidrata os íons (solvatação) é denominada de íon dipolo.

Exemplo:



O número de moléculas de água que cercam um íon é variável, mas normalmente é 6 (seis).

A camada de moléculas de água que rodeia os íons é denominada de **camada de solvatação**.

### Fatores que influem na intensidade do íon dipolo

#### Raio do íon

Quanto menor o íon, mais fácil a sua hidratação.

#### Carga do íon

Quanto maior a carga do íon, mais fácil a sua hidratação.

#### Observação:

Esse raciocínio obedece à Lei de Coulomb.

### Hidratação

É a energia liberada quando 1 mol de íons é hidratado. A maior liberação de energia é sinal de que o processo de hidratação é fácil e espontâneo.

Exemplos:

A intensidade do íon dipolo cresce no sentido das setas.



(Cresce a carga dos íons)

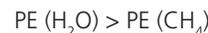
(Decresce o raio dos íons)

### Propriedades que são influenciadas pelo tipo e intensidade das forças intermoleculares

#### Ponto de Fusão (PF) e Ponto de Ebulição (PE)

De um modo geral, podemos afirmar que "para substâncias formadas por moléculas que possuem massas próximas, o PE cresce com a intensidade das forças intermoleculares".

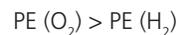
Exemplo:



O maior ponto de ebulição da água se deve às interações de hidrogênio que superam a única força existente entre as moléculas do metano: dipolo induzido, dispersão de London ou, ainda, Forças de Van Der Waals.

"Para substâncias formadas por moléculas com o mesmo tipo de força intermolecular, quanto maior a massa ou a superfície de contato (linearidade), maior o PE". Por exemplo, cadeias ramificadas apresentam menos interações do que cadeias lineares. Isso se reflete no ponto de ebulição.

Exemplos:



O oxigênio possui maior polarizabilidade por apresentar maior eletrosfera.



O butano apresenta maior número de interações por apresentar maior linearidade.

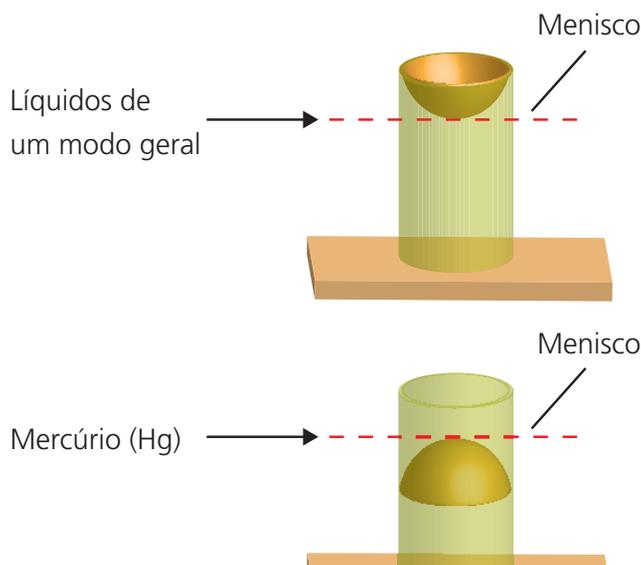
#### Volatilidade

É a facilidade com que um líquido evapora. Cresce no sentido contrário ao ponto de ebulição. Líquidos mais voláteis apresentam forças intermoleculares mais fracas ou em menor número.

### Capilaridade

Forças de adesão que permitem às moléculas de um líquido subirem pelas paredes do recipiente. Estão também relacionadas a esse fenômeno, a tensão superficial e a existência de menisco na superfície dos líquidos.

- **Tensão superficial:** consequência de um desequilíbrio entre as forças coesivas na superfície do líquido.
- **Menisco:** concavidade formada na superfície de um líquido.



### Viscosidade

- Resistência ao escoamento ou fluidez.
- Depende de 3 fatores:
  - tipo de força intermolecular;
  - tamanho das moléculas;
  - temperatura.

#### Exemplos:

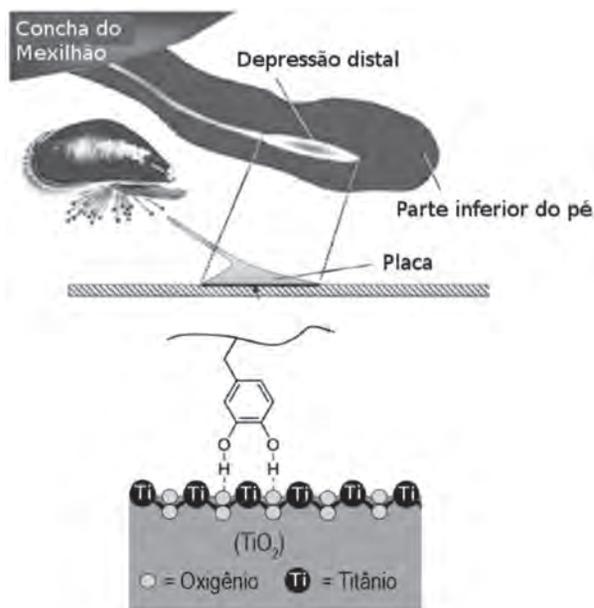
O óleo é mais viscoso do que a água por apresentar moléculas maiores. O óleo quente é menos viscoso do que o frio por apresentar moléculas mais agitadas. O propano-1,2,3-triol (glicerina) é mais viscoso do que a água por apresentar mais interações de hidrogênio.



### Exercícios de Fixação

01. (UFPR) Os mexilhões aderem fortemente às rochas através de uma matriz de placas adesivas que são secretadas pela depressão distal localizada na parte inferior do seu pé. Essas placas adesivas são ricas em proteínas, as quais possuem em abundância o aminoácido LDopa. Esse aminoácido possui, em sua cadeia lateral, um grupo catechol (dihidroxibenzeno), que tem papel essencial na adesão do mexilhão à superfície rochosa. A figura ilustra um esquema da placa adesiva do mexilhão e

um esquema da principal interação entre o grupo catechol e a superfície do óxido de titânio, que representa uma superfície rochosa.



Disponível em: Maier, G.P., Butler, A. J. Biol. Inorg. Chem., 22 (2017) 739 (Adaptado).

A adesão do mexilhão à rocha deve-se principalmente à interação intermolecular do tipo:

- A) ligação de hidrogênio.
  - B) interação íon-dipolo.
  - C) dispersão de London.
  - D) interação eletrostática.
  - E) dipolo permanente-dipolo induzido.
02. (Udesc-SC) As principais forças intermoleculares presentes na mistura de NaCl em água; na substância acetona (CH<sub>3</sub>COCH<sub>3</sub>) e na mistura de etanol (CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>OH) em água são, respectivamente:
- A) dipolo-dipolo; dipolo-dipolo; ligação de hidrogênio.
  - B) dipolo-dipolo; íon-dipolo; ligação de hidrogênio.
  - C) ligação de hidrogênio; íon-dipolo; dipolo-dipolo.
  - D) íon-dipolo; dipolo-dipolo; ligação de hidrogênio.
  - E) íon-dipolo; ligação de hidrogênio; dipolo-dipolo.
03. (UFT-TO) A ligação de hidrogênio era comumente chamada de "ponte de hidrogênio" devido a uma tradução inadequada do termo inglês *hydrogen bond*. O termo "ponte de hidrogênio", contudo vem sendo abandonado por gerar algumas confusões com outros tipos de ligações como a ligação covalente monoelétrica intramolecular do hidrogênio nas moléculas de diborana (B<sub>2</sub>H<sub>6</sub>).

Em qual dos processos abaixo a ligação de hidrogênio contribui de forma determinante?

- A) Na evaporação da hidrazina (N<sub>2</sub>H<sub>4</sub>).
- B) Na sublimação da naftalina (C<sub>10</sub>H<sub>8</sub>).
- C) No estado físico do sulfeto de hidrogênio (H<sub>2</sub>S).
- D) Na propriedade antiaderente do TEFLON, (C<sub>2</sub>F<sub>4</sub>)<sub>n</sub>.

04. (UFPA) Os insetos mostrados na figura não afundam na água devido ao (a)



Reprodução/UFPA 2016

- A) presença de pontes de hidrogênio, em função da elevada polaridade da molécula de água.
- B) fato de os insetos apresentarem uma densidade menor que a da água.
- C) elevada intensidade das forças de dispersão de London, em consequência da polaridade das moléculas de água.
- D) interação íon – dipolo permanente, originada pela presença de substâncias iônicas dissolvidas na água.
- E) imiscibilidade entre a substância orgânica que recobre as patas dos insetos e a água.

05. (Unesp-SP) A um frasco graduado contendo 50 mL de álcool etílico foram adicionados 50 mL de água, sendo o frasco imediatamente lacrado para evitar perdas por evaporação. O volume da mistura foi determinado, verificando-se que era menor do que 100 mL. Todo o processo foi realizado à temperatura constante. Com base nessas informações, é correto afirmar:

- A) os volumes das moléculas de ambas as substâncias diminuiram após a mistura.
- B) os volumes de todos os átomos de ambas as substâncias diminuiram após a mistura.
- C) a distância média entre moléculas vizinhas diminuiu após a mistura.
- D) ocorreu reação química entre a água e o álcool.
- E) nas condições descritas, mesmo que fossem misturados 50 mL de água a outros 50 mL de água, o volume final seria inferior a 100 mL.

06. (Udesc-SC) Forças intermoleculares são responsáveis pela existência de diferentes fases da matéria, em que fase é uma porção da matéria que é uniforme, tanto em sua composição química quanto em seu estado físico. Com base nestas informações, relacione os termos às afirmações que melhor os descrevem.

- (1) Ligações de hidrogênio
  - (2) Interações íon-dipolo
  - (3) Forças de London
  - (4) Interações dipolo-dipolo
- ( ) Podem ocorrer quando sólidos tais com  $KCl$  ou  $NaI$ , por exemplo, interagem com moléculas como a água.
  - ( ) Podem ocorrer quando elementos com eletronegatividade elevada estão ligados covalentemente com o átomo de hidrogênio.
  - ( ) São forças que estão presentes quando temos, por exemplo, uma amostra de acetona (propanona) dissolvida em etanoato de etila.
  - ( ) Ocorrem entre compostos não polares, sendo esta um interação bastante fraca.

Assinale a alternativa que contém a sequência correta, de cima para baixo.

- A) 2 – 4 – 3 – 1
- B) 4 – 3 – 2 – 1
- C) 2 – 1 – 4 – 3
- D) 4 – 2 – 3 – 1
- E) 3 – 1 – 4 – 2

07. (IFSC) A água é uma substância de grande importância para os seres vivos: cerca de três quartos da superfície terrestre são cobertos por água. Ela representa cerca de 75% das substâncias que compõem o corpo dos seres vivos. A perda de 20% de água corpórea (desidratação) pode levar à morte e uma perda de apenas 10% já causa problemas graves. A água também funciona como um moderador de temperatura e é indispensável ao metabolismo celular.

Assinale a alternativa que se refere corretamente a uma propriedades da água.

- A) A água pura é aquela constituída de sais minerais, como o sódio, o zinco e o magnésio.
- B) A capilaridade da água impede que plantas transportem até as folhas os líquidos que retiram do solo.
- C) Em clima seco a evaporação da água é menos rápida.
- D) A passagem da água do estado sólido para o estado líquido denomina-se evaporação.
- E) Um mosquito pousa sobre a superfície líquida da água de um rio porque suas moléculas são fortemente coesas.

08. (UCB-DF) Uma dona de casa preenche completamente um recipiente plástico de dois litros com água potável e o coloca em um congelador. Decorridas algumas horas, constata que o recipiente muda de volume após o congelamento da água.

Acerca das transformações físicas e químicas dos materiais, bem como do comportamento da água, assinale a alternativa correta.

- A) O congelamento da água faz com que o recipiente diminua de volume, por causa da ação das ligações de hidrogênio.
- B) O congelamento, ou solidificação, é uma transformação física endotérmica.
- C) O congelamento, também conhecido como sublimação, é um processo endotérmico.
- D) A água, ao solidificar-se, ocupa um volume maior em razão da estrutura cristalina formada pelas ligações hidrogênio que se formam.
- E) Na solidificação, o volume da água transforma-se, aumentando, portanto, a respectiva densidade.

09. (UFG GO) Analise o quadro a seguir.

Substâncias	$T_{\text{fusão}} (°C)$	Solubilidade em água
Cloreto de sódio	801	?
Glicose	186	?
Naftalina	80	?

Considerando-se as informações apresentadas:

- A) Explique as diferenças de ponto de fusão das substâncias em relação às suas forças intermoleculares;
- B) Classifique as substâncias apresentadas como solúvel, pouco solúvel ou insolúvel. Justifique sua resposta a partir da polaridade das moléculas.

10. (UFRGS-RS) Os modelos de forças intermoleculares são utilizados para explicar diferentes fenômenos relacionados às propriedades das substâncias.

Considere esses modelos para analisar as afirmações abaixo.

- As diferenças de intensidade das interações intermoleculares entre as moléculas da superfície de um líquido e as que atuam em seu interior originam a tensão superficial do líquido, responsável pelo arredondamento das gotas líquidas;
- A pressão de vapor da água diminui, ao dissolver um soluto em água pura, pois é alterado o tipo de interação intermolecular entre as moléculas de água;
- A grande solubilidade da sacarose em água deve-se ao estabelecimento de interações do tipo ligação de hidrogênio entre os grupos hidroxila da sacarose e as moléculas de água.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.                      B) Apenas II.  
 C) Apenas III.                  D) Apenas I e III.  
 E) I, II e III.



### Exercícios Propostos

01. (Acafe-SC) Assinale a alternativa que contém a ordem decrescente da temperatura de ebulição das seguintes espécies químicas:

$H_2$ ; Ne; CO e  $NH_3$ .

- A)  $NH_3 < CO < Ne < H_2$               B)  $NH_3 > CO > Ne > H_2$   
 C)  $NH_3 > CO > H_2 > Ne$               D)  $H_2 > Ne > CO > NH_3$

02. (Uncisal) As propriedades químicas das substâncias são explicadas em boa parte pelas interações entre as moléculas. As interações intermoleculares levam à formação de dipolos, ligações de hidrogênio, interações mais fracas que atuam à distância do tipo *Van der Waals*, interações do tipo dipolo-dipolo, entre outras. Tais interações geralmente explicam o comportamento químico e físico de muitas substâncias. Observando os compostos de nitrogênio, oxigênio e flúor formados com o hidrogênio, verificamos que a amônia ( $NH_3$ ) é um gás, a água ( $H_2O$ ) é líquida e o ácido fluorídrico (HF) é um gás em condições ambiente; já observando os compostos que os elementos do grupo do oxigênio formam com o hidrogênio, verifica-se também um comportamento anômalo da água, uma vez que o ácido sulfídrico ( $H_2S$ ) é um gás. Analisando a estrutura da água e dos demais compostos, é correto afirmar que
- as moléculas do ácido fluorídrico não apresentam ligações de hidrogênio e isso faz com que essa substância apresente-se como um gás em condições ambiente.
  - as moléculas de amônia não exibem ligações de hidrogênio, mas, como os hidrogênios estão em maior número nessa molécula, esse composto é um gás em condições ambiente.
  - as moléculas de ácido sulfídrico apresentam ligações de hidrogênio; contudo, muito mais fracas que as que ocorrem na água, o que faz com que, em condições normais, seja um gás.
  - as moléculas de água são líquidas, pois sua massa molar relativa é mais alta do que dos outros compostos; além disso, ela é a mais polar de todas as moléculas fazendo com que seja líquida e não gasosa.
  - as moléculas de água apresentam dois hidrogênios que podem ligar-se a átomos de oxigênio de outras duas moléculas, fato que garante esse comportamento anômalo para a molécula de água em condições ambiente.

03. A atividade contraceptiva dos DIUs (Diafragmas Intra-Uterinos) modernos é atribuída, em parte, à ação espermatocida de sais de cobre(II) que são gradativamente liberados por estes diafragmas no útero feminino. Quanto aos sais de cobre(II) em meio aquoso, assinale a alternativa correta.
- Apresentam interações íon-dipolo.
  - Permanecem no estado sólido.
  - Envolvem interações entre espécies apolares.
  - A configuração eletrônica do íon cobre(II) é  $[Ar]3d^8$ .
  - O íon cobre(II) encontra-se na forma reduzida,  $Cu^{2-}$ .

04. (UFG-GO) Analise o quadro a seguir.

Substância	T <sub>fusão</sub> (°C)	Solubilidade em água
Cloreto de sódio	801	?
Glicose	186	?
Naftalina	80	?

Considerando-se as informações apresentadas

- explique as diferenças de ponto de fusão das substâncias em relação às suas forças intermoleculares;
  - classifique as substâncias apresentadas como solúvel, pouco solúvel ou insolúvel. Justifique sua resposta a partir da polaridade das moléculas.
05. (UEG-GO) A hidrazina ( $NH_2NH_2$ ), o peróxido de hidrogênio ( $H_2O_2$ ) e a água apresentam tensão superficial excepcionalmente altas em comparação com outras substâncias de massas moleculares semelhantes. Nesse contexto, responda ao que se pede.
- Desenhe as estruturas de Lewis para os três compostos.
  - Descreva o motivo do comportamento dessas substâncias.
06. (Fatec-SP) Considere a tabela que apresenta os pontos de fusão (PF) e de ebulição (PE), a 25 °C e 1 atm.

SUBSTÂNCIA	PF (°C)	PE (°C)
Ácido acético (presente no vinagre)	16,6	118
Álcool etílico (bebidas alcoólicas e combustíveis)	-117	78,5
Amônia (presente em produtos de limpeza)	-78	-33
Cloreto de sódio (sal de cozinha)	801	1413
Ouro (presente em joias)	1064	3080

O composto molecular gasoso, a 25 °C e 1 atm, é

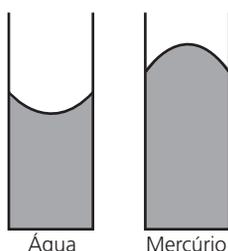
- ácido acético.
  - álcool etílico.
  - amônia.
  - cloreto de sódio.
  - ouro.
07. (UEG-GO) A hidrazina ( $NH_2NH_2$ ), o peróxido de hidrogênio ( $H_2O_2$ ) e a água apresentam tensão superficial excepcionalmente altas em comparação com outras substâncias de massas moleculares semelhantes. Nesse contexto, responda ao que se pede.
- Desenhe as estruturas de Lewis para os três compostos.
  - Descreva o motivo do comportamento dessas substâncias.

08. A tabela abaixo apresenta os valores das temperaturas de fusão ( $T_f$ ) e de ebulição ( $T_e$ ) de halogênios e haletos de hidrogênio.

	$T_f$ (°C)	$T_e$ (°C)
$F_2$	-220	-188
$Cl_2$	-101	-35
$Br_2$	-7	59
$I_2$	114	184
HF	-83	20
HCl	-115	-85
HBr	-89	-67
HI	-51	-35

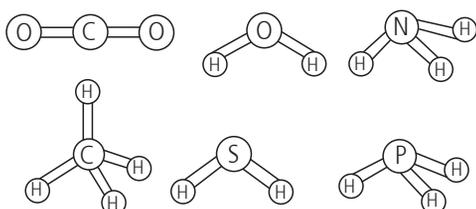
- A) Justifique a escala crescente das temperaturas  $T_f$  e  $T_e$  do  $F_2$  ao  $I_2$ .
- B) Justifique a escala decrescente das temperaturas  $T_f$  e  $T_e$  do HF ao HCl.
- C) Justifique a escala crescente das temperaturas  $T_f$  e  $T_e$  do HCl HI.

09. (Vunesp/2005) A ação capilar, a elevação de líquidos em tubos estreitos, ocorre quando existem atrações entre as moléculas do líquido e a superfície interior do tubo. O menisco de um líquido é a superfície curvada que se forma em um tubo estreito. Para a água em um tubo capilar de vidro, o menisco é curvado para cima nas bordas, forma côncava, enquanto que para o mercúrio as bordas do menisco possuem uma forma convexa. Levando em consideração as informações do texto e da figura,



- A) descreva as forças envolvidas na formação de meniscos;
- B) explique, com justificativas, a diferença na forma dos meniscos da água e do mercúrio quando em tubos de vidro estreitos.

10. (FGV-SP) O conhecimento das estruturas das moléculas é um assunto bastante relevante, já que as formas das moléculas determinam propriedades das substâncias, como odor, sabor, coloração e solubilidade. As figuras apresentam as estruturas das moléculas de  $CO_2$ ,  $H_2O$ ,  $NH_3$ ,  $CH_4$ ,  $H_2S$  e  $PH_3$ .

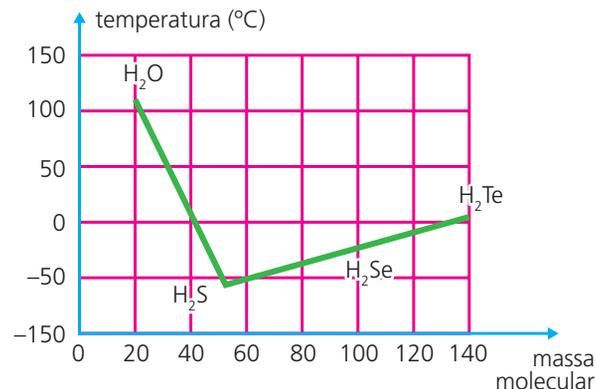


Estruturas de moléculas em exercícios sobre interações intermoleculares

Quanto às forças intermoleculares, a molécula que forma ligações de hidrogênio (pontes de hidrogênio) com a água é:

- A)  $H_2S$
- B)  $CH_4$
- C)  $NH_3$
- D)  $PH_3$
- E)  $CO_2$

11. Analise o gráfico, que apresenta as temperaturas de ebulição de compostos binários do hidrogênio com elementos do grupo 16 (coluna 6A), à pressão de 1 atm.



A partir das informações apresentadas, é incorreto afirmar que:

- A) a substância mais volátil é o  $H_2S$ , pois apresenta a menor temperatura de ebulição.
- B) a água apresenta maior temperatura de ebulição, pois apresenta ligações de hidrogênio.
- C) todos os hidretos são gases à temperatura ambiente, exceto a água, que é líquida.
- D) a 100 °C, a água ferve, rompendo as ligações covalentes antes das intermoleculares.

12. Os detergentes são formados por substâncias que têm uma parte polar que se liga às moléculas de água e uma parte apolar que se mistura com as gorduras. Os detergentes na água formam gotinhas muito pequenas, que são polares por fora e apolares por dentro. A parte polar (com carga) atrai as moléculas de água, e a gordura é atraída pela parte apolar (sem carga).

Qual alternativa explica por que o detergente despejado nos rios representa problemas para peixes e plantas aquáticas?

- A) Os detergentes têm a capacidade de diminuir a força que une as moléculas de água que ficam na superfície. Isso faz com que o oxigênio que está dissolvido, por exemplo, na água do rio saia e a água fique pobre em oxigênio.
- B) Os detergentes têm uma cadeia de carbono muito pequena, que as bactérias podem destruir. Por isso eles continuam nos rios, sem serem destruídos. Os detergentes modernos são feitos com substâncias que têm cadeias carbônicas que podem ser quebradas pelas bactérias.
- C) Os detergentes têm a capacidade de aumentar a força que une as moléculas de água que ficam na superfície. Isso faz com que o oxigênio que está dissolvido, por exemplo, na água do rio saia e a água fique pobre em oxigênio.
- D) Os detergentes têm uma cadeia de carbono muito pequena, que as bactérias não podem destruir. Por isso eles continuam nos rios, sem serem destruídos.

13. Há insetos que andam em cima da água. A agulha, a tacha e os insetos são mais densos do que a água e deveriam afundar como uma pedra. Não afundam porque, na superfície da água, as forças de atração entre as moléculas estão desbalanceadas. Marque a alternativa que explica esse fenômeno.

- A) Não afundam porque na superfície da água as forças de atração entre as moléculas estão balanceadas. As moléculas não são atraídas para os lados e para o interior do líquido, mas para fora. No interior do líquido, as moléculas são atraídas em todas as direções.
- B) Não afundam porque na superfície da água as forças de atração entre as moléculas estão desbalanceadas e assim vencem a tensão superficial da água.
- C) As moléculas são atraídas para os lados e para o interior do líquido, mas não para fora. No interior do líquido, as moléculas são atraídas em todas as direções. Essas forças desbalanceadas dão origem à tensão superficial, por esse motivo os insetos e alguns objetos não afundam.
- D) As moléculas são atraídas para os lados, para o interior do líquido e para fora. No interior do líquido, as moléculas são atraídas em todas as direções. Essas forças balanceadas dão origem à tensão superficial, por esse motivo os insetos e alguns objetos não afundam.

14. (Unifor-CE) Se fôssemos usar somente água para remover certos tipos de sujeira, por exemplo, manchas de óleos ou gorduras, certamente a limpeza não seria tão eficiente. No entanto, os sabões e detergentes apresentam melhor eficiência na limpeza porque possuem substâncias cujas estruturas apresentam

- A) grupos apolares que se ligam à sujeira (óleo), facilitando sua remoção.
- B) grupos polares que se ligam à sujeira (óleo), facilitando sua remoção.
- C) grupos polares capazes de reagirem com a água e apolares que se ligam à sujeira, facilitando sua remoção.
- D) grupos apolares capazes de reagirem com a água e polares que se ligam à sujeira (óleo), facilitando sua remoção.
- E) grupos iônicos, nas extremidades, capazes de reagirem com a água e a sujeira, facilitando sua remoção.

15. (Ufac) Dentre os gases dissolvidos na água, o oxigênio é um dos mais importantes indicadores da qualidade de água. O oxigênio é fundamental à sobrevivência dos organismos aquáticos. Além dos peixes, as bactérias aeróbicas consomem o oxigênio dissolvido, para oxidar matéria orgânica (biodegradável). A disponibilidade do oxigênio, em meio aquático, é baixa em virtude da sua limitada solubilidade em água devido às fracas interações intermoleculares entre as moléculas do gás (apolares) e as moléculas de água (polares). O lançamento de esgotos domésticos e efluentes industriais, ricos em matéria orgânica, nos corpos d'água, ocasiona uma maior taxa de respiração de microrganismos, causando uma substancial redução do oxigênio dissolvido.

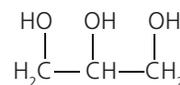
As interações intermoleculares, existentes entre a água e o gás oxigênio nela dissolvido, são do tipo:

- A) ligações de hidrogênio.
- B) dipolo-dipolo induzido.
- C) covalentes.
- D) dipolo-dipolo.
- E) iônica.

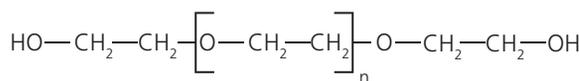
16. (Fatec-SP/2012) As propriedades específicas da água a tornam uma substância química indispensável à vida na Terra. Essas propriedades decorrem das características de sua molécula  $H_2O$ , na qual os dois átomos de hidrogênio estão unidos ao átomo de oxigênio por ligações

- A) iônicas, resultando em um arranjo linear e apolar.
- B) iônicas, resultando em um arranjo angular e polar.
- C) covalentes, resultando em um arranjo linear e apolar.
- D) covalentes, resultando em um arranjo angular e apolar.
- E) covalentes, resultando em um arranjo angular e polar.

17. (Enem) A pele humana, quando está bem hidratada, adquire boa elasticidade e aspecto macio e suave. Em contrapartida, quando está ressecada, perde sua elasticidade e se apresenta opaca e áspera. Para evitar o ressecamento da pele é necessário, sempre que possível, utilizar hidratantes umectantes, feitos geralmente à base de glicerina e polietilenoglicol:



glicerina



polietilenoglicol

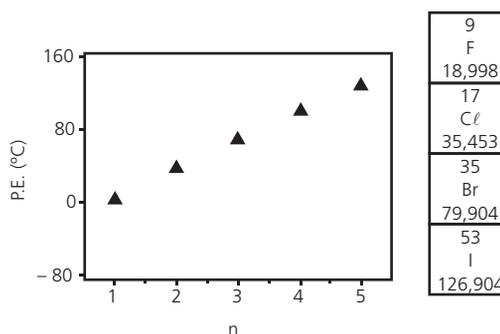
Disponível em: <http://www.brasilecola.com>.

Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

A retenção de água na superfície da pele promovida pelos hidratantes é consequência da interação dos grupos hidroxila dos agentes umectantes com a umidade contida no ambiente por meio de

- A) ligações iônicas.
- B) forças de London.
- C) ligações covalentes.
- D) forças dipolo-dipolo.
- E) ligações de hidrogênio.

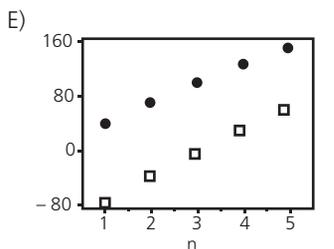
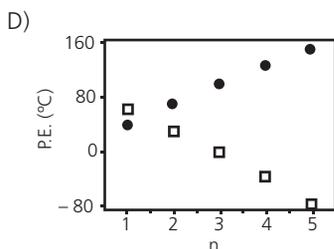
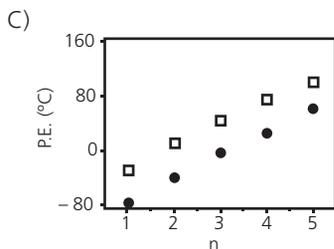
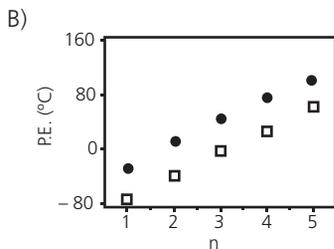
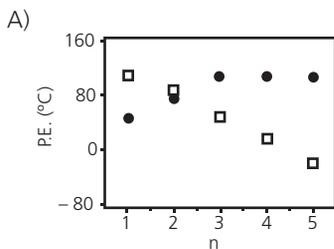
18. O gráfico a seguir indica a temperatura de ebulição de bromoalcanos ( $C_nH_{2n+1}Br$ ) para diferentes tamanhos de cadeia carbônica.



Considerando as propriedades periódicas dos halogênios, a alternativa que descreve adequadamente o comportamento expresso no gráfico de temperaturas de ebulição *versus* tamanho de cadeia carbônica para  $C_nH_{2n+1}F$  (□) e  $C_nH_{2n+1}I$  (●)

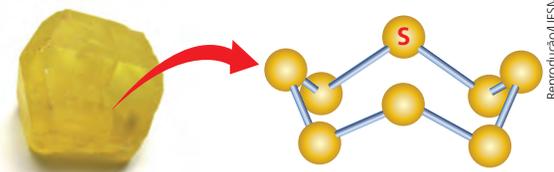
Note e adote:

P.E. = ponto de ebulição



19. (UFSM) Na atmosfera, as moléculas de  $N_{2(g)}$  podem interagir com o poluente  $SO_{2(g)}$ , por meio de interações do tipo
- ligações de hidrogênio.
  - dipolo induzido-dipolo permanente.
  - dipolo permanente-dipolo permanente.
  - forças de London.
  - ligações iônicas.

20. (UFSM) O enxofre existe em várias formas alotrópicas, sendo a mais comum e a mais estável o sólido amarelo, conhecido desde a Antiguidade, cuja fórmula molecular é  $S_8$ .



Considerando a informação, analise as afirmativas:

- A estrutura apresenta momento dipolar;
- A ligação iônica une os átomos de enxofre;
- Cada átomo de enxofre está com o octeto completo.

Está(ão) correta(s):

- apenas I.
- apenas II.
- apenas III.
- apenas I e II.
- apenas I e III.

**Seção Videoaula**



**Forças Intermoleculares**



**Fique de Olho**

**GRÁFICOS MOSTRANDO A INFLUÊNCIA DAS LIGAÇÕES DE HIDROGÊNIO NO PONTO DE EBULIÇÃO DE ALGUNS HIDRETOS**

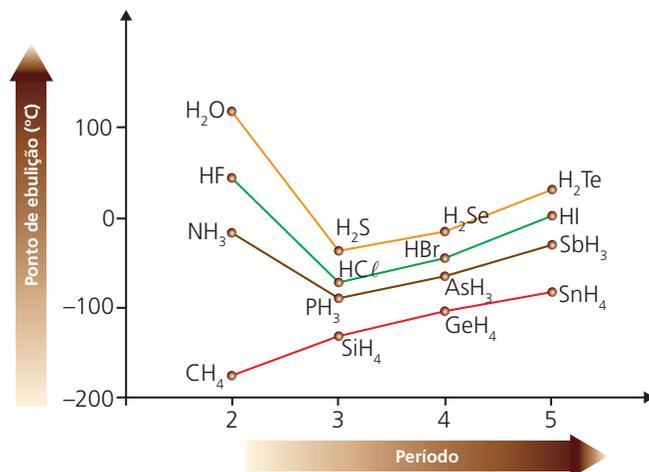
A interação de hidrogênio (conhecida como ligação de hidrogênio) apresenta um certo caráter covalente, o que a torna relativamente forte frente às outras forças intermoleculares.

Entretanto, é bem mais fraca que qualquer ligação química propriamente dita: covalente, iônica e metálica. Fazendo uma análise de como varia o ponto de ebulição dos hidretos dos grupos IVA, VA, VIA, e VIIA, é possível avaliar a influência dessa interação.

O primeiro hidreto dos grupos VA, VIA e VIIA ( $NH_3$ ,  $H_2O$  e  $HF$ ) realizam ligações de hidrogênio, e se destacam dos demais, mesmo apresentando menor massa molecular. Entre os demais o PE cresce de acordo com a massa molecular.

Entre os hidretos do grupo IVA não se verifica comportamento aparentemente irregular. Nenhum desses hidretos ( $CH_4$ ,  $SiH_4$ ,  $GeH_4$  e  $SnH_4$ ) realiza ligações de hidrogênio. Neste caso o efeito da massa é expressivo sobre o valor do PE.

É bom destacar a diferença entre uma ligação de hidrogênio e uma "ponte" de hidrogênio. No segundo caso temos uma ligação covalente propriamente dita.



**Aula**  
**20**

**Coloides**

C-5	H-17
C-7	H-24

**Introdução**

Diferenciar misturas homogêneas de heterogêneas nem sempre é simples. Não é uma distinção absoluta, pois existem sistemas que não são claramente homogêneos ou heterogêneos. Tais sistemas são classificados como intermediários e conhecidos como Dispersão Coloidal (ou, simplesmente Coloide).

Um sistema coloidal é aquele em que pelo menos um dos componentes tem dimensão entre 1 e 1000 nm (1 nm = 10<sup>-9</sup> m). Nesse intervalo, incluem-se os agregados de íons ou moléculas (micelas) e as macromoléculas (proteínas e polímeros). As dispersões coloidais situam-se entre as **soluções** (misturas homogêneas) e as **suspensões** (misturas heterogêneas mais grosseiras). O quadro a seguir faz uma comparação entre os tipos de dispersões.

Propriedade	Dispersões grosseiras	Dispersões coloidais	Soluções verdadeiras
Tamanho da partícula	Maiores do que 1000 nm	Entre 1 e 1000 nm	Menores do que 1 nm
Visibilidade	Partículas visíveis ao microscópio comum	Partículas invisíveis ao microscópio comum são identificáveis em microscópio eletrônico	Partículas invisíveis ao microscópio eletrônico
Filtração	Partículas retidas nos papéis de filtro comum	Partículas passam através dos poros de filtros comuns, mas são retidas em ultrafiltros – membranas semipermeáveis	Partículas passam mesmo em ultrafiltros
Difusão	As partículas não difundem	As partículas difundem lentamente	As partículas difundem rapidamente

As partículas que formam as dispersões coloidais são suficientemente grandes para que exista uma superfície de separação definida entre elas e o meio onde estão dispersas. As fases recebem os nomes de: **disperso** (é o agregado de partículas ou macromoléculas de dimensões coloidais) e o **meio dispersante** ou simplesmente **dispersante**.

**Classificação de sistemas coloidais de acordo com a fase do dispersante e do disperso**

Dispersante	Disperso	Denominação	Exemplo
Líquido	Sólido	<b>Sol</b>	Maisena em água, tintas
Sólido	Líquido	<b>Gel</b>	Gelatina, geleia
Sólido	Gás	<b>Espuma sólida</b>	Maria-mole, suspiro, pedra-pome

Líquido	Gás	<b>Espuma líquida</b>	Creme chantilly, creme de barbear
Gás	Sólido	<b>Aerossol sólido</b>	Fumaça, poeira suspensa no ar
Gás	Líquido	<b>Aerossol líquido</b>	Neblina, névoa
Sólido	Sólido	<b>Sol sólido</b>	Vidro colorido, rubi, safira
Líquido	Líquido	<b>Emulsão</b>	Maionese, creme hidratante

**Outros exemplos:**

- Plástico pigmentado (sol sólido);
- Poliestireno expandido (espuma sólida);
- Espuma em solução de sabão; Extintor de espuma (espuma líquida);
- Leite *in natura*, emulsão de asfalto, petróleo natural (emulsão);
- Marshmallow (espuma sólida).

**Observação:**

A transformação de sol em gel pode ocorrer por evaporação do dispersante e é denominada **pectização**. O inverso é **peptização**.

**Classificação dos coloides quanto à afinidade do disperso pelo dispersante**

**a) Coloides liófilos:** são coloides cujas partículas dispersas apresentam grande afinidade pelo dispersante. Quando o dispersante é a água, o coloide chama-se hidrófilo.

**Exemplo:** amido em água, proteína em água.

**b) Coloides liófilos:** são coloides cujas partículas dispersas apresentam pequena afinidade pelo dispersante. Se o meio de dispersão for a água, usa-se o termo hidrófobo.

**Exemplo:** enxofre em água, cloreto de prata.

**Propriedades dos coloides**

**a) Movimento Browniano:** é o movimento lento e desordenado das partículas coloidais devido ao constante choque com as moléculas do dispersante.

**b) Efeito Tyndall:** é a dispersão da luz pelas partículas coloidais.



Tejssvi Gannela/123RF/Gettyimages

- c) **Adsorção:** é a retenção superficial de substâncias presentes no meio pelas partículas coloidais (é muito comum na floculação da água para tratamento).
- d) **Eletroforese:** é o movimento das partículas coloidais em direção ao polo positivo ou negativo quando submetidas à passagem da corrente elétrica. Conforme o sentido da migração para um ou outro eletrodo, identifica-se a carga como negativa (anforese) ou positiva (cataforese) da partícula coloidal.
- e) **Diálise:** É a purificação (por filtração) de um coloide. A diálise baseia-se na propriedade que tem as membranas semipermeáveis de se deixarem atravessar pelos íons e moléculas e não deixarem atravessar as partículas coloidais.



### Exercícios de Fixação

01. (UFPR) Evidências científicas mostraram que a poluição produzida por navios de guerra durante a Segunda Guerra Mundial interferiram no crescimento das árvores na Noruega. Embarcações da Alemanha ficaram estacionadas boa parte da guerra na costa da Noruega, com a função de impedir uma possível invasão dos inimigos. Para camuflar as embarcações, era produzida uma névoa química, e foi essa névoa artificial a responsável por limitar o crescimento das árvores nesse período. Uma estratégia muito comum para gerar essa névoa artificial era por meio da queima incompleta de óleo combustível, mas também outros métodos foram empregados, como o lançamento na atmosfera de misturas que produziam cloreto de zinco, óxido de titânio ou pentóxido de fósforo.

Esses métodos capazes de produzir névoa artificial se baseiam em reações que:

- A) geram gases irritantes.  
 B) formam líquidos imiscíveis.  
 C) produzem compostos voláteis.  
 D) formam precipitados suspensos na atmosfera.  
 E) sintetizam compostos que absorvem a radiação eletromagnética no espectro visível.
02. (Uece) Em 1861 Thomas Graham (1805-1869) observou o comportamento de determinados sistemas comparando-os com as soluções e classificou tais sistemas como coloides, por causa de sua semelhança com as colas. A química dos coloides faz parte de nosso cotidiano estando presente na nossa alimentação, nos produtos de higiene, nos medicamentos, na poluição atmosférica etc. No que diz respeito a coloides, é correto afirmar que
- A) a diferença fundamental entre uma dispersão coloidal e uma solução verdadeira está na natureza das partículas.  
 B) o fenômeno que ocorre quando um raio infravermelho atravessa uma dispersão coloidal é conhecido como efeito Doppler.  
 C) o sol é um coloide constituído de partículas sólidas finamente divididas dispersas em meio líquido.  
 D) as partículas dispersas apresentam sempre o mesmo tamanho e por isso o sistema coloidal é chamado monodisperso.

03. (Unit-AL) O vulcão Popocatepetl, localizado no Centro do México, produziu uma série de explosões acompanhadas de lançamento de fragmentos incandescentes, lava e grandes quantidades de fumaça da cratera. O Centro Nacional de Prevenção de Desastres, Cenapred, alertou a população para não se aproximar do vulcão e esperar as atividades explosivas seguidas de precipitação de cinzas leves e moderadas em cidades próximas. O raio de segurança é de 12,0 km e o tráfego está sendo controlado entre localidades de Santiago e San Pedro Nexapa.

Considerando-se o fenômeno de erupção vulcânica relacionado aos conhecimentos de Química, é correto afirmar:

- A) As explosões ocorrem em virtude da existência de materiais inflamáveis na cratera do vulcão.  
 B) As cinzas vulcânicas são resíduos de combustão de enxofre sólido,  $S_{8(s)}$ , no interior da cratera.  
 C) A fumaça é uma dispersão coloidal de partículas de cinzas, vapor de água e de gases na atmosfera.  
 D) O fenômeno de precipitação de cinzas tem como fundamento a baixa densidade de material particulado arrastado pelo vento.  
 E) Os fragmentos incandescentes lançados e as lavas são oriundas da combustão de rochas inflamáveis ricas em hidrocarbonetos de ponto de ebulição elevados.
04. (UFTM-MG) Uma solução coloidal é uma dispersão cujas partículas dispersas têm tamanho médio entre 1 e 100 nm. Quanto aos sistemas coloidais, é correto afirmar que
- A) as partículas dispersas nos coloides moleculares são agregadas de átomos e nos coloides iônicos são agregadas de íons.  
 B) pectização é o nome dado ao processo que ocorre quando se adiciona um dispersante na fase gel, resultando a fase sol.  
 C) adsorção é a retenção de moléculas e de íons na superfície do dispersante.  
 D) movimento Tyndall é o movimento em ziguezague das partículas coloidais observado em ultramicroscópio, que decorre dos choques entre partículas coloidais e moléculas do dispersante.  
 E) coloides liófilos apresentam propriedades físicas bastante diferentes quando comparadas com o dispersante puro; por exemplo, a goma-arábica torna a água mais densa.
05. (PUC-RS) Um dos cuidados básicos em relação à prevenção da gripe A, cujo vírus é conhecido como H1N1, consiste em fazer vacina. Entretanto, também é fundamental lavar as mãos com frequência e usar o álcool gel. Em relação a esse produto, pode-se afirmar que é uma
- A) solução diluída de etanol.  
 B) suspensão de álcool etílico.  
 C) dispersão coloidal contendo etanol.  
 D) mistura homogênea de álcool etílico e metanol.  
 E) mistura homogênea de etanol e um tensoativo.



### Exercícios Propostos

01. (Centro Universitário São Camilo-SP) A asma é uma das doenças crônicas mais comuns, afetando tanto crianças quanto adultos. A fumaça do cigarro é prejudicial aos asmáticos, mesmo se o doente não fumar. "Bombinha" é como as pessoas chamam os dispositivos que contêm medicações inalatórias na forma líquida, utilizadas no tratamento da asma.

Disponível em: <www.sbpt.org.br>. Adaptado.

A fumaça do cigarro e a medicação inalatória, na forma como é aplicada pelas bombinhas, são coloides que recebem as classificações, respectivamente, de

- A) aerossol e sol.
- B) aerossol e gel.
- C) sol e aerossol.
- D) aerossol e aerossol.
- E) sol e sol.

02. (UEFS-BA) A tragédia que ocorreu no incêndio da Boate Kiss, em Santa Maria, RG, na qual morreram centenas de jovens por consequência de asfixia por monóxido de carbono, CO(g), substância capaz de impedir a oxigenação do sangue, e por cianeto de hidrogênio, HCN(g), p.e. = 26 °C. Os sobreviventes sujeitos aos efeitos tardios, indolores e possivelmente fatais das queimaduras das vias respiratórias e do acúmulo de fuligem da fumaça nos pulmões, que produzem obstrução dos brônquios, também foram a óbito.

A partir dessas informações, associadas aos conhecimentos de Química, é correto afirmar que óbitos ocorreram por motivo

- A) de o monóxido de carbono impedir a oxigenação do sangue, que, ao reagir com oxigênio transportado pelo ferro da hemoglobina, se transforma em dióxido de carbono.
- B) de as ligações de hidrogênio existentes entre moléculas de cianeto de hidrogênio, acima de 26 °C, produzirem bloqueios do aproveitamento de oxigênio pelo organismo.
- C) de inalação de grandes quantidades de aerossol sólido, formado pela fuligem da fumaça em suspensão no ar.
- D) de as moléculas de cianeto de hidrogênio se transformarem no ácido conjugalado, H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>, causar asfixia, ao entrar em contato com as vias respiratórias.
- E) de queimaduras fatais das vias respiratórias causadas pela presença de grandes concentrações da base CN<sub>(aq)</sub><sup>-</sup> e vapor de água na fumaça.

03. (Unichristus/2019) A pedra-pomes, um dos instrumentos mais clássicos para a remoção da pele morta, asperezas e calos dos pés, comumente usada por pedicures, é uma lava expelida por um vulcão em que ocorreu um rápido desenvolvimento de gás na forma de bolhas, que provocaram a dilatação do material, tornando sua densidade tão pequena que, muitas vezes, chega a flutuar na água.

Disponível em: <<https://www.shopfisio.com.br>>. Acesso em: 2 ago. 2018. Adaptado.

De acordo com as informações do texto, pode-se inferir que a pedra-pomes pode ser classificada como

- A) uma espuma.
- B) uma emulsão.
- C) um aerossol.
- D) um sol.
- E) um gel.

04. (Acafe-SC) Sobre o sistema coloidal, analise as afirmações a seguir:

- I. O diâmetro médio das moléculas de glicose em uma solução aquosa é maior que as partículas dispersas em um sistema coloidal;
- II. Creme de leite e maionese são exemplos de sistemas coloidais;
- III. Micelas podem ser representadas por um agregado de moléculas anfipáticas dispersas em um líquido, constituindo uma das fases de um sistema coloidal;
- IV. O Efeito Tyndall pode ocorrer quando há a dispersão da luz pelas partículas dispersas em um sistema coloidal.

Todas as afirmações corretas estão em

- A) II – IV
- B) III – IV
- C) I – II – III
- D) II – III – IV

05. (UFTM-MG) A nanotecnologia e as nanociências contemplam o universo nanométrico, no qual a dimensão física é representada por uma unidade igual a 10<sup>-9</sup> m. O emprego da nanotecnologia tem trazido grandes avanços para a indústria farmacêutica e de cosméticos. As nanopartículas são, contudo, velhas conhecidas, uma vez que, nas dispersões coloidais, elas são as fases dispersas.

	Fase dispersa	Fase dispersante
I	gás	gás
II	líquido	líquido
III	sólido	sólido
IV	gás	líquido
V	sólido	gás

Analisando-se as combinações, podem constituir dispersões coloidais apenas

- A) II e IV
- B) I, II e III
- C) I, IV e V
- D) I, II, IV e V
- E) II, III, IV e V

06. (Enem) A obtenção de sistemas coloidais estáveis depende das interações entre as partículas dispersas e o meio onde se encontram. Em um sistema coloidal aquoso, cujas partículas são hidrofílicas, a adição de um solvente orgânico miscível em água, como etanol, desestabiliza o coloide, podendo ocorrer a agregação das partículas preliminarmente dispersas.

A desestabilização provocada pelo etanol ocorre porque

- A) a polaridade da água no sistema coloidal é reduzida.
- B) as cargas superficiais das partículas coloidais são diminuídas.
- C) as camadas de solvatação de água nas partículas são diminuídas.
- D) o processo de miscibilidade da água e do solvente libera calor para o meio.
- E) a intensidade dos movimentos brownianos das partículas coloidais é reduzida.

07. (Ufes) Quando se dispersam, em água, moléculas ou íons que têm em sua estrutura extremidades hidrofóbicas e hidrofílicas, a partir de uma determinada concentração, há agregação e formação de partículas coloidais, denominadas micelas, tal propriedade é típica de moléculas de

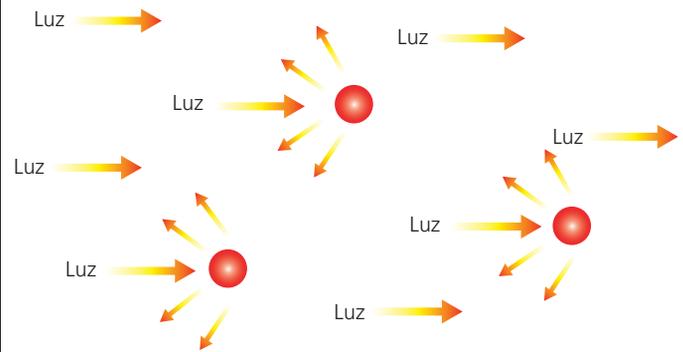
- A) lipídio.
- B) aminoácido.
- C) hidrocarboneto alifático.
- D) sabão.
- E) hidrogênio.

08. (UFMG-MG) A condução de eletricidade através de uma solução aquosa de cloreto de sódio é realizada pelo movimento de

- A) elétrons.
- B) íons cloreto e sódio.
- C) moléculas de água.
- D) moléculas de cloreto de sódio.
- E) prótons.

09. Em relação às soluções verdadeiras, é correto afirmar que
- A) as partículas dispersas sofrem sedimentação por meio de ultracentrífugas.
  - B) as partículas dispersas são separadas do dispersante por meio de filtros comuns.
  - C) as partículas dispersas são visíveis ao ultramicroscópio.
  - D) constituem sistema heterogêneo.
  - E) suas partículas dispersas são, em média, menores do que 10 Angstrom.
10. (Rpaiva/2018) Temos um exemplo de coloide, sistema heterogêneo e solução, respectivamente:
- A) Safira, solução saturada com precipitado e maionese.
  - B) Gelatina, solução supersaturada e vinagre.
  - C) Água gaseificada, creme de barbear e água sanitária.
  - D) Vinagre, água barrenta e geleia.
  - E) Poliestireno expandido, solução saturada com corpo de fundo e ouro 18k.

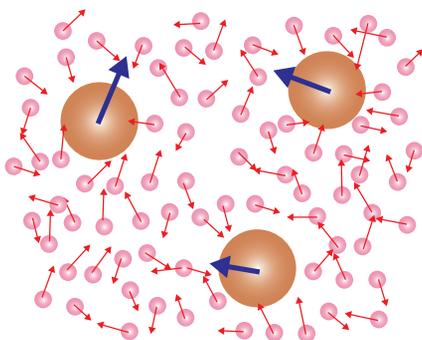
As partículas coloidais possuem uma dimensão capaz de provocar esse espalhamento da luz. As soluções, por outro lado, são invisíveis à luz enquanto as suspensões são opacas.



**Fique de Olho**

**MOVIMENTO BROWNIANO E EFEITO TYNDALL**

O movimento Browniano foi primeiro observado pelo botânico escocês Robert Boyle (1773-1858), quando estudava grãos de pólen que caíam na água e continuavam em movimento frenético. Albert Einstein entre outros cientistas, elaboraram estudos sobre esse movimento. Ele acreditava que esse fenômeno era o resultado de colisões em uma escala molecular. Hoje sabemos que os coloides e os gases apresentam essa característica. Na realidade, o movimento Browniano é o movimento aleatório de partículas em um fluido (água ou ar – líquido ou gás) como consequência dos choques entre todas as moléculas ou átomos presentes nesse meio (disperso e dispersante).



O efeito Tyndall é a dispersão da luz ao atravessar um meio coloidal.



Nikita Sobolikov/123RF/EasyPix

**Bibliografia**

- ATKINS, Peter. *Princípios de Química*. 3ª edição.  
 FELTRE, Ricardo. *Química Geral*. vol. 1. 6ª edição.



**Anotações**



Anotações

# BIOLOGIA I

## REPRODUÇÃO E FISIOLOGIA HUMANA I

### Objetivo(s):

- Descrever os principais tipos de processos reprodutivos sexuais e assexuais, dando ênfase às suas particularidades.
- Descrever a estrutura e função dos órgãos constituintes do sistema reprodutor masculino, bem como a localização destes. Explicar as principais consequências de suas alterações fisiológicas para os homens.
- Descrever a estrutura e função dos órgãos constituintes do sistema reprodutor feminino, bem como a localização deles. Explicar todas as fases do ciclo menstrual. Mostrar as principais consequências das alterações fisiológicas desse sistema para as mulheres.
- Descrever os principais métodos contraceptivos, dando ênfase à sua relevância social no processo de redução das gestações indesejadas.
- Descrever a estrutura e função dos órgãos constituintes do sistema respiratório, bem como a localização destes.

### Conteúdo:

#### **AULA 16: REPRODUÇÃO GERAL**

Considerações gerais .....	186
Reprodução assexuada .....	186
Reprodução sexuada.....	188
Exercícios .....	191

#### **AULA 17: SISTEMA REPRODUTOR MASCULINO**

Determinação genética do sexo em humanos.....	193
Anatomia e fisiologia do sistema reprodutor masculino .....	195
Exercícios .....	199

#### **AULA 18: SISTEMA REPRODUTOR FEMININO**

Anatomia e fisiologia do sistema reprodutor feminino .....	201
Ciclo reprodutivo feminino (ciclo sexual mensal feminino) .....	204
Exercícios .....	207

#### **AULA 19: MÉTODOS CONTRACEPTIVOS**

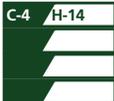
Considerações iniciais .....	210
Métodos naturais ou de abstinência periódica.....	211
Métodos primitivos .....	211
Métodos de barreira .....	211
Métodos hormonais .....	213
Métodos cirúrgicos.....	214
Métodos atuais .....	214
Exercícios .....	215

#### **AULA 20: SISTEMA RESPIRATÓRIO**

Considerações iniciais.....	218
Cavidade nasal.....	218
Faringe e Laringe.....	218
Traqueia e brônquios .....	218
Alterações celulares do tecido respiratório .....	219
Pulmões .....	220
Hematose.....	220
Movimentos respiratórios .....	220
Pressões gasosas no sistema respiratório .....	221
Transporte de gases no organismo.....	221
Intoxicação por monóxido de carbono .....	222
Fatores que afetam a afinidade da hemoglobina pelo O <sub>2</sub> .....	222
Regulação do ritmo respiratório.....	224
Doenças do sistema respiratório .....	225
Exercícios .....	226

Aula  
16

Reprodução Geral



Considerações gerais

Reprodução é a capacidade de os seres vivos darem origem a outros seres vivos, perpetuando sua espécie. Na reprodução dos seres vivos, distinguem-se duas vias: a **assexuada** (ou agâmica) e a **sexuada** (ou gâmica). A reprodução assexuada – também chamada de reprodução vegetativa – caracteriza-se por ser **individual**, não envolvendo gônadas nem gametas. É, portanto, mais simples e evita as dificuldades envolvidas na busca de parceiro (exposição a predadores, competição com outros da mesma espécie etc.). O indivíduo simplesmente fragmenta-se em unidades menores, as quais dão origem a descendentes **geneticamente idênticos** ao organismo antecessor. É vantajosa, por exemplo, no caso de existirem poucos representantes da espécie disponíveis no *habitat* do indivíduo, sendo raros os encontros. Além disso, por ser simples e “econômica”, permite uma **alta** taxa de **crescimento** populacional. Todavia, ela impõe uma limitação que não é interessante do ponto de vista evolutivo: os seres assim produzidos **não** possuem **variabilidade genética** – exceto se sofrem mutações. Havendo variações bruscas no meio ambiente, podem surgir condições desfavoráveis e, conseqüentemente, novas pressões de **seleção natural**. Por serem geneticamente idênticos, as chances de adaptação dos indivíduos daquela população serão as mesmas, o que poderá levá-los à extinção. Assim, é importante para o ser que se reproduz de forma assexuada que sua prole se disperse pelo maior número de ambientes que for possível. As alterações adversas que ocorrerem em uma região poderão, não necessariamente, ocorrer em outra. Isso aumentará a probabilidade de sobrevivência da espécie.

A reprodução sexuada é bem mais conveniente do ponto de vista evolutivo, pois a geração de variabilidade genética é uma de suas características marcantes. No entanto, se, por um lado, essa forma de reprodução aumenta as chances de sobrevivência de uma população – intensificando seu processo evolutivo –, por outro, também apresenta desvantagens, pois envolve:

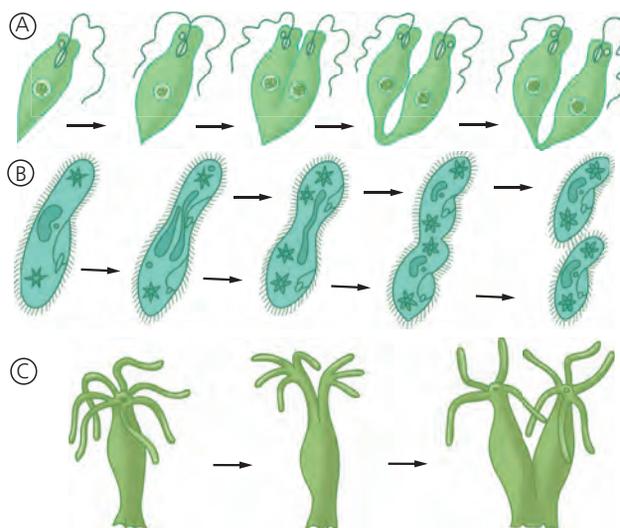
- Divisão celular meiótica;
- Recombinação;
- Gasto de energia e riscos na procura de parceiros;
- Reconhecimento e atração entre parceiros;
- Seleção sexual;
- Cuidado parental;
- Baixa taxa de crescimento populacional;
- Possibilidade de doenças sexualmente transmissíveis;
- Compatibilidade de gametas;
- Diferenças morfológicas e fisiológicas entre os sexos;
- Estágios delicados como ovos, embriões, larvas e filhotes;
- Custo dos machos (que não produzem prole).

Comparando as reproduções assexuada e sexuada, concluímos que a primeira pode ser vantajosa em certas condições – ambiente estável e população bem adaptada, por exemplo. No entanto, como a maioria dos ambientes muda com o tempo, a reprodução sexuada acaba prevalecendo. Assim, as duas coexistem, às vezes, na mesma forma de vida. De fato, alguns seres se reproduzem, até hoje, tanto pela via sexuada como pela assexuada, por exemplo: algas, fungos e alguns animais.

Reprodução assexuada

A reprodução assexuada subdivide-se em dois processos: a divisão **binária** e a divisão **múltipla**.

A divisão binária, conforme mostra o nome, consiste na divisão do organismo em dois (bipartição), de forma direta e simples, os indivíduos assim gerados são geneticamente idênticos àqueles que lhes deram origem, como ocorre em cnidários. Pode ocorrer em seres **uni** ou **pluricelulares**. No caso dos unicelulares – bactérias, algas e protozoários – chamamos de **cissiparidade**.



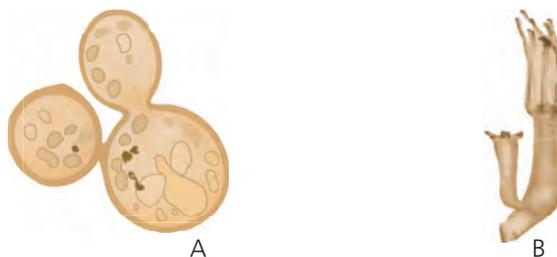
Exemplos de divisão binária:

- A. Cissiparidade longitudinal em *Euglena viridis* (protista);
- B. Cissiparidade transversal em *Paramecium caudatum* (protozoário ciliado);
- C. Bipartição em *Hydra viridis* (celenterado).

A divisão múltipla, como mostra o nome, consiste na capacidade de um ser vivo originar vários fragmentos que se desenvolvem e tornam-se outros organismos. Existem vários subtipos, assim denominados: brotamento, esporulação, esquizogonia, esquizogênese, fragmentação e estrobilização.

Brotamento, gemiparidade ou gemulação

Consiste na capacidade do ser vivo de fazer crescer em seu corpo brotos que podem ou não dele soltar-se em certa época de sua vida. Ocorre em seres **uni** e em **multicelulares**. Muitos organismos que vivem em colônias se reproduzem por essa via. É o caso, por exemplo, de certos tipos de fungos, como o levedo de cerveja, e de pólipos de cnidários antozoários, como os corais.



Exemplos de brotamento:

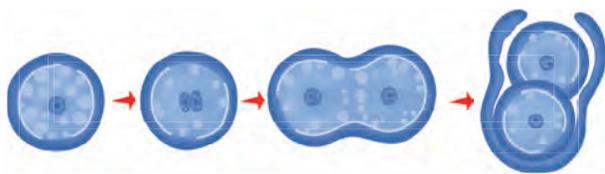
- A – Levedura de cerveja (*Saccharomyces cerevisiae*);
- B – Pólipo de celenterado (*Hydra viridis*).

Vale ressaltar que deve ser feita uma distinção entre brotamento e gemulação. Por exemplo, as esponjas de água doce, durante períodos de seca ou frio, formam bolsas contendo células indiferenciadas (arqueócitos), as quais se desenvolvem quando as condições são favoráveis, dando origem a outras esponjas. Essas bolsas são chamadas de gêmulas e contêm uma abertura denominada de micrópila por onde as células saem. Por essas particularidades, alguns autores usam o termo gemulação e não brotamento, já outros, os usam como sinônimos.

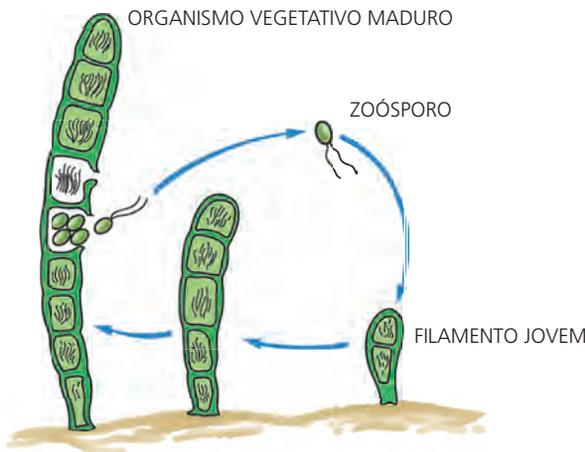
**Esporulação**

Consiste na capacidade de o organismo produzir e liberar células especiais, que não dependem de fecundação para se desenvolverem, sendo estas denominadas de esporos. Diferentemente dos gametas, os esporos não são produzidos em gônadas nem se distinguem por gênero. Esses, por sucessivas mitoses, acabam por gerar um novo organismo. Com relação à locomoção, classificamos os esporos em **zoósporos** – quando possuem flagelo – e **aplanósporos**, quando não possuem capacidade própria de se movimentar. A esporulação também pode ocorrer em seres **uni** e **pluricelulares**. No caso dos primeiros, ela ocorre quando as condições ambientais são desfavoráveis, fazendo com que as **bactérias** ou os **protozoários** assumam forma esférica e desenvolvam um revestimento externo altamente resistente a fatores agressivos do meio. A formação de esporos sempre se acompanha de divisão celular. Quando as condições externas melhoram, o envoltório se rompe e dois ou quatro novos indivíduos são liberados. Vale lembrar que tal processo também é realizado por organismos pluricelulares, como plantas, algas e fungos.

Há dois tipos de esporos, os **assexuados** e os **sexuados**. Embora nenhum dos dois tipos possa ser fecundado, os primeiros são produzidos por **mitoses**, salvo em bactérias que sofrem **amitose**, e os últimos por **meiose** (ocorrendo variedade genética), sendo, por essa razão, chamados de **meiósporos**. Os fungos e as algas produzem tanto um tipo como o outro. Já as **plantas**, em seu ciclo de vida diplobionte, produzem meiósporos, os quais dão origem aos seus gametófitos haploides. Não devemos confundir esporos assexuados com sexuados, por isso, enfatizamos que a esporulação abordada nesse tópico é a assexuada.



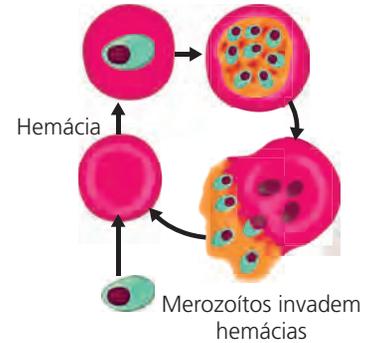
Formação de esporo (cisto) em protozoário



Esporulação em alga verde (*Ullothrix sp.*)

**Esquizogonia**

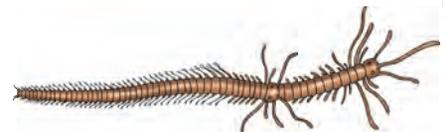
Tipo de divisão múltipla em que a célula passa por dois eventos sucessivos: primeiro, a multiplicação de núcleos (cariocinese) e, segundo, a divisão do citoplasma (citocinese). O exemplo típico é o do protozoário causador da malária, o *Plasmodium malariae*. Este no interior da hemácia humana, um origina numerosos outros, acabando por rompê-la.



O protozoário causador da malária reproduz-se por esquizogonia no interior da hemácia, causando sua ruptura e, por consequência, os picos de febre do doente devido à liberação de fatores pirógenos.

**Esquizogênese**

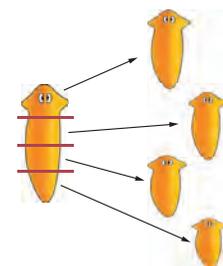
Nesta o ser vivo fragmenta seu corpo em dois ou mais segmentos, originando outros seres vivos idênticos a ele. O processo não é traumático, não havendo assim sangramento no local da separação, sendo que os fragmentos, uma vez separados, desenvolvem-se completamente até formar o indivíduo adulto. É o caso de alguns anelídeos poliquetos, os quais são carnívoros e habitantes de áreas banhadas pelo mar. Podemos citar os organismos *Eunice viridis* e *Neanthes virens*, os quais se reproduzem tanto assexuadamente por esquizogênese como sexuadamente.



Esquizogênese em anelídeo poliqueta marinho (*Neanthes virens*)

**Fragmentação ou laceração**

É um processo similar ao anterior, cuja diferença está no fato de ser traumático, com exposição de líquidos internos do animal. Conforme o próprio nome, o organismo tem seu corpo fragmentado por movimentos convulsivos, produzindo pedaços, nos quais a regeneração é que acabará por restaurar a forma original. O processo ocorre em equinodermos, como a estrela-do-mar e em platelmintos, como a planária (*Euplanaria dorotocephala*), a qual tem seu corpo partido em diversos segmentos, alguns regenerando a cabeça, outros a cauda e, ainda outros, cabeça e cauda.

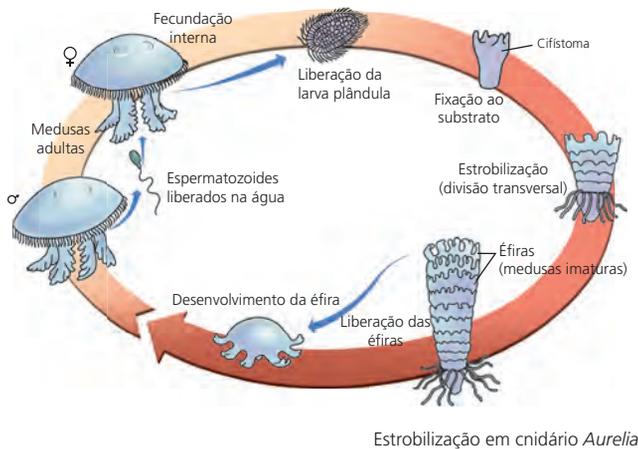


Fragmentação em planária

Alguns autores classificam como **regeneração** a forma de reprodução das planárias. Contudo, essa nos parece uma classificação indevida, já que a regeneração é, na verdade, uma **fase** que consta em diversas formas de reprodução assexuada. Além disso, a regeneração acontece frequentemente nos animais sem qualquer função reprodutiva, objetivando apenas o reparo tecidual. Na verdade, a regeneração é uma fase **complementar** de algumas formas de reprodução assexuada.

### Estrobilização

Ocorre em alguns pólipos de cnidários, consistindo na segmentação do corpo do animal em unidades regularmente espaçadas, que por lembrarem os segmentos de uma tênia, denominam-se de estrobilos. Cada unidade é chamada **éfira** e destaca-se, dando origem à outra forma do cnidário, a de medusa. A estrobilização, na verdade, constitui frequentemente uma **etapa** de um processo mais complexo denominado **metagênese**, que representa a variação morfológica ao longo do ciclo vital do organismo.



### Reprodução sexuada

As principais características da reprodução sexuada são:

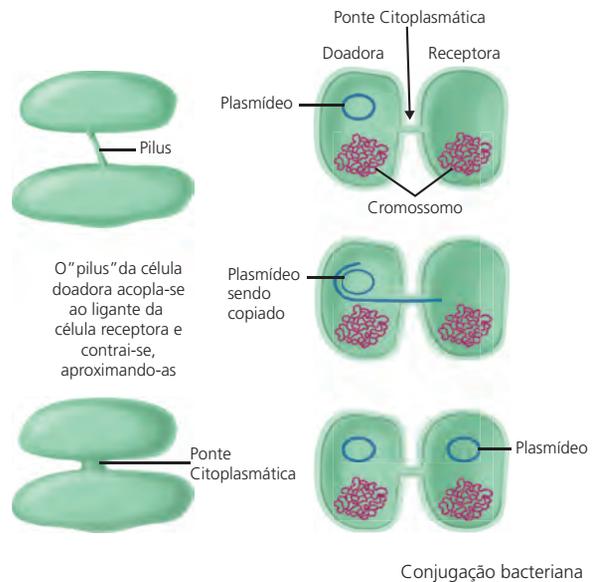
- geralmente requer **parceiro**;
- geralmente envolve a produção de **gametas** e;
- **variedade genética**.

Em geral, é a que a união dos gametas masculino e feminino dará origem a um novo ser. Contudo, conforme veremos, em alguns casos, o novo organismo tem origem a partir de um único gameta. A participação de **gônadas** (ovários e testículos) é mais um indicador dessa modalidade de reprodução. A castração de um animal o deixa sem se reproduzir, enquanto a reprodução assexuada não depende de gônadas. No entanto, a característica principal da reprodução sexuada continua a ser a **variedade genética**. A reprodução sexuada apresenta vários subtipos: **fecundação**, **partenogênese**, **pedogênese** e **neotenia**. Descreveremos a seguir cada forma dessa reprodução.

Difícilmente a reprodução sexuada teria sido aquela dos organismos primitivos, pois apresenta um grau bem mais acentuado de complexidade. Ela é, na verdade, um grande avanço evolutivo, pois permite a ocorrência de variabilidade genética, um fator decisivo no processo de seleção natural. A formação de gametas envolve **meiose** e, nesta, há a troca de segmentos de cromossomos (permutação), resultando em uma **recombinação gênica** dos gametas. Assim, a união dos gametas materno e paterno origina um ser com características **distintas** de seus ancestrais. Tal combinação gera uma população de indivíduos geneticamente variada, cada uma com seu potencial individual. Esse é um fator decisivo na perpetuação daquela forma de vida, pois, por exemplo, em caso de uma epidemia por vírus, alguns indivíduos seriam naturalmente resistentes, possibilitando a sobrevivência da espécie. Já no caso de indivíduos geneticamente idênticos, tal ameaça poderia resultar, como já comentamos, na sua extinção.

É provável que tenha havido uma transição ou um estágio intermediário entre as formas assexuada e sexuada de reprodução, sendo este estado transicional denominado de **conjugação**. Ocorre entre bactérias, protozoários e algas. Embora não existam gônadas nem gametas envolvidos, ocorre uma troca de material genético entre indivíduos, proporcionando alguma **recombinação** gênica e, portanto, variedade. Essa troca ocorre por meio de "pontes" citoplasmáticas – no caso das bactérias tais pontes se formam a partir de estruturas denominadas fimbrias (ou *pili*). Assim, alguns autores consideram a conjugação como uma forma **primitiva** de reprodução **sexuada**.

A conjugação pode ser de duas formas: **isogâmica** e **anisogâmica** (ou heterogâmica). Podemos encontrar ambas entre as algas, por exemplo. Na conjugação isogâmica, **ambas** as células transferem seu material genético, acabando por produzir um zigoto no espaço entre elas. Na forma anisogâmica, apenas **uma** das células transfere seu material nuclear, que passa para a outra. É como se uma célula se comportasse como o "macho" transmitindo seu DNA para uma célula que se comporta como "fêmea".



### Fecundação

Constitui a forma mais comum de reprodução sexuada. Nela, há a participação de gônadas, seu produto de secreção, os gametas, resulta da união destes últimos, o zigoto, cujo desenvolvimento originará o novo organismo. É a forma de reprodução típica de plantas e animais.

Classifica-se de acordo com as diferenças entre os gametas masculino e feminino, em três categorias: a **isogamia**, em que os gametas são **iguais** e se buscam mutuamente (alga *Ulothrix*); a **heterogamia**, em que os gametas são diferentes na **forma e tamanho**, ainda que se busquem mutuamente (alga *Cuthalaria*) e, finalmente, a **oogamia**, em que, além da **forma e tamanho**, os gametas têm **comportamento** diferente, o gameta masculino deslocando-se em busca do feminino. Esta última modalidade de fecundação ocorre na maioria dos animais e plantas.

Podemos, ainda, classificar a fecundação como **externa** ou **interna**. Na primeira, os gametas encontram-se no próprio meio ambiente, isto é, a água. É comum às algas, aos cnidários, aos peixes e aos anfíbios. Estes são também considerados espécies **ovulíparas**, isto é, liberam seus gametas no meio externo.

A fecundação pode ocorrer de três formas:

- **Fecundação cruzada**: o macho fecunda a fêmea, como em tubarões.
- **Fecundação cruzada recíproca**: dois hermafroditas se fecundam um ao outro, como em minhocas.
- **Autofecundação**: um hermafrodita fecunda a si mesmo, como as *Taenia solium*.

Quanto à forma de desenvolvimento do embrião, os animais podem ser classificados em **ovíparos**, **vivíparos** e **ovovivíparos**. Os ovíparos terrestres, como insetos, répteis e aves protegem seus ovos da dessecação com uma casca impermeável à água. Contudo, esses ovos revestidos devem ser permeáveis ao oxigênio e ao dióxido de carbono. Animais ovíparos apresam várias formas de cuidado com seus ovos, estruturas vitais para o desenvolvimento com sucesso desses seres. A única espécie de mamífero ovípara é a dos monotremados, como exemplos: as equídnas e os ornitorrincos.

Os animais vivíparos retêm o embrião dentro do corpo da mãe durante certos estágios do desenvolvimento. Muitos mamíferos são vivíparos. Há exemplos de viviparidade em todos os outros grupos de vertebrados, com exceção dos crocodilos, das tartarugas e das aves. Dessa forma, algumas serpentes retêm os ovos fertilizados no corpo e a prole é liberada no ambiente por ocasião da eclosão dos ovos. Mas há uma grande diferença entre a viviparidade em mamíferos e em outras espécies. Os mamíferos – com exceção dos monotremados – possuem útero, que mantém o embrião e habilita-o a retirar nutrientes e liberar excretas no sangue materno.

Em muitos vivíparos simplesmente retêm os ovos fertilizados no corpo da fêmea até sua eclosão, caracterizando um processo de desenvolvimento por **ovoviviparidade**. Certamente, transportar os ovos no próprio corpo é mais seguro do que depositá-los em algum lugar, onde estariam sujeitos ao ataque de predadores. No entanto, o embrião ainda recebe nutrição dos estoques do ovo, **não** do corpo da mãe. No final, a fêmea dá à luz o ovo, sendo que o filhote já está plenamente formado. Essa adaptação reprodutiva ocorre, por exemplo, em escorpiões, tubarões e algumas espécies de serpentes.

Entre os mamíferos, há vários graus de adaptação uterina. Nos **placentários** ou **eutérios**, os filhotes completam seu desenvolvimento no interior do útero e nascem formados. Já nos **marsupiais** ou **metatérios**, como cangurus e coalas, o útero pouco desenvolvido, em relação ao dos eutérios, retém o embrião por um curto período – os filhotes nascem em um estágio de desenvolvimento muito precoce, arrastam-se para o interior de uma bolsa, o marsúpio, fixam-se a um mamilo e completam seu desenvolvimento.

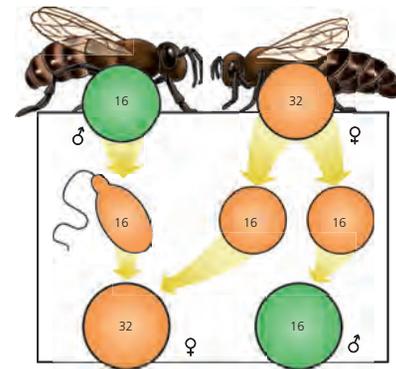
A fecundação interna é a forma mais frequente de reprodução sexuada. No caso dos vegetais, o gameta masculino é levado ao encontro do feminino por meios, como a água, o vento ou animais, não existindo a necessidade de cópula. Todavia, na maioria das vezes, a fecundação interna envolve a cópula, a partir da qual o macho deposita seu esperma no interior do corpo da fêmea, através ou não de um pênis. É o caso de répteis, aves e mamíferos.

**Poliovulação:** é a situação em que encontramos mais de um filhote em cada ninhada, cada uma originada por múltiplos óvulos fecundados por diferentes espermatozoides. Muitos dos mamíferos que geram mais de uma cria apresentam-se com esse processo reprodutivo, inclusive na espécie humana, quando nascem os gêmeos fraternos ou **dizigóticos**.

**Poliembrionia:** a fecundação ocorre em um único óvulo, que origina um zigoto, o qual, após sofrer as primeiras clivagens se fragmenta, originando dois ou mais novos indivíduos. Ocorre sempre com o tatu e raramente na espécie humana, originando os gêmeos **monozigóticos** ou idênticos. Esses apresentarão sempre o mesmo sexo e o mesmo material genético (DNA)

**Partenogênese**

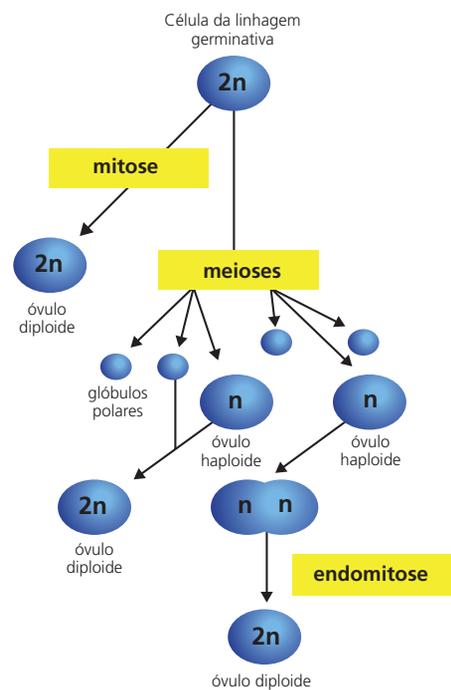
Este termo designa um tipo de reprodução sexuada em que um gameta, sem necessidade de fecundação, dá origem a um indivíduo. **Não** há participação de um gameta masculino, portanto, não há parceiro (situação atípica quando se trata de reprodução sexuada). No entanto, envolve geralmente meiose e depende de gametas. Existem três tipos de partenogênese: **arrenótoca**, quando origina apenas machos (abelhas, por exemplo); **telítoca**, quando origina apenas fêmeas (certos insetos e vermes aquáticos) e **deuterótoca**, quando pode originar machos e fêmeas (a “pulga-d’água”, por exemplo). A partenogênese é mais comum em invertebrados, contudo, pode ocorrer em vertebrados, como em certas espécies de lagartos.



As abelhas são um caso curioso em que os sexos são determinados pelo número de lotes cromossômicos. Os machos são sempre haploides ( $n = 16$ ), gerados partenogeneticamente, quer dizer, a partir de ovócitos não fecundados. Já as fêmeas são diploides ( $2n = 32$ ) e, ao acasalarem, produzem sempre outras fêmeas, as quais podem se tornar operárias estéreis ou rainhas férteis, a depender da dieta durante o desenvolvimento da larva.

O zigoto gerado por partenogênese tanto pode ser **haploide** como **diploide**. No último caso, explica-se da seguinte forma: o ovócito, haploide, funde-se com o segundo corpúsculo polar, também haploide. Esse fenômeno, um tanto raro, ocorre, por exemplo, em certas espécies de répteis, como o lagarto “cauda-de-chicote” (gênero *Cnemidophorus*). Todos os seus representantes são fêmeas, e se reproduzem partenogeneticamente. Elas realizam rituais simulados de acasalamento entre si e produzem ovócitos que não são fecundados, pois não há espermatozoides. Muito embora a cópula seja apenas simulada, tal comportamento é necessário para estimular a liberação dos ovócitos.

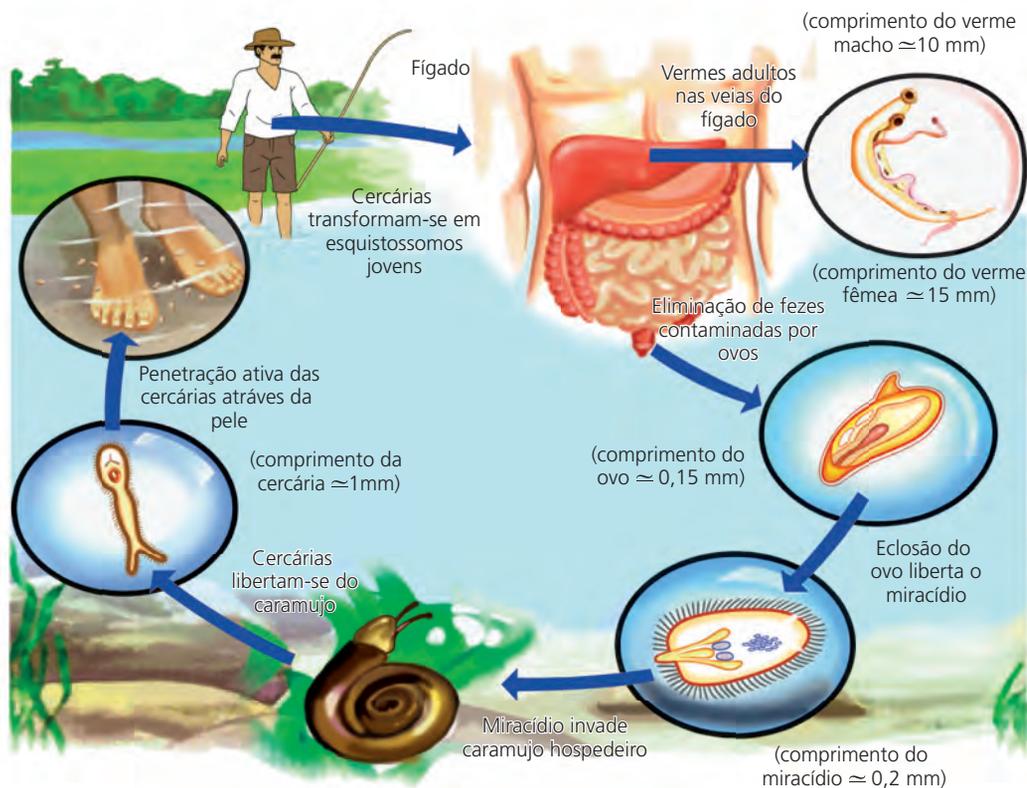
Vale ressaltar que outros autores formularam outras hipóteses para o zigoto diploide na partenogênese. Ele decorreria do que chamamos de **endomitose**, processo em que o material genético é duplicado, a célula germinativa até inicia a divisão mitótica, mas devido a um abortamento do processo de divisão, há citocinese mas não citocinese. Outra explicação é a formação de ovócitos por mitose e não por meiose a partir de células germinativas precursoras diploides.



Variante do processo de partenogênese.

**Pedogênese**

Tipo de reprodução no qual larvas sexualmente maduras e sem fecundação originam novos indivíduos, tratando-se de uma partenogênese na fase larval. Ocorre, por exemplo, em vermes como o *Schistosoma mansoni*, pois suas larvas originam gametas e esses, por pedogênese, originam novas larvas. Verifica-se também em insetos, como na mosca *Miastor metraloa*, que após realizar a fecundação, seus ovos podem originar larvas que, ao invés de se desenvolverem diretamente, dão origem a cerca de 40 ovócitos, que originam novas larvas, estas, por sua vez, devoram as anteriores, continuando tal mecanismo por várias gerações, até que os membros de uma geração de larvas, finalmente, tornem-se insetos adultos.



É comum a ocorrência de pedogênese nas larvas de platelmintos. É o caso do *Schistosoma mansoni*, cuja larva, o miracídio, aloja-se no interior de um caramujo e produz gametas que se desenvolvem sem fecundação, originando grande número de cercárias.

**Neotenia**

Representa um processo de fecundação em larvas, ocorrendo, por exemplo, na espécie de salamandra *Ambystoma mexicanum*.

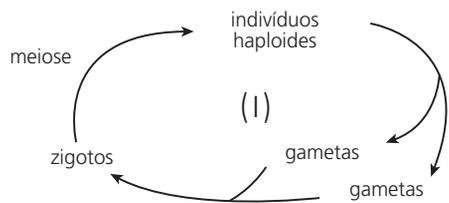


O caso clássico de neotenia: acima, a larva sexualmente madura (axolotl); abaixo, a salamandra adulta.

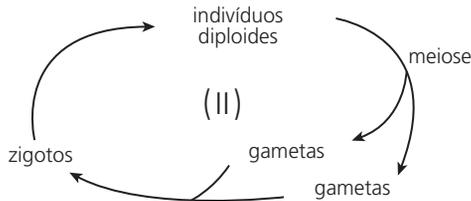
**Leitura Complementar**

**CICLOS VITAIS**

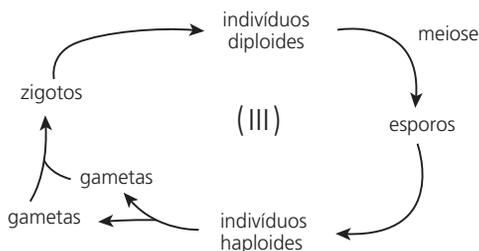
Os ciclos vitais sexuados podem ser de dois tipos, segundo as ploidias dos organismos. Se há apenas uma ploidia, diz-se que o ciclo é **haplobionte**, havendo duas, é **diplobionte**. O ciclo haplobionte subdivide-se em dois: se os indivíduos são haploides, é dito haplobionte haplonte, como exemplo, em protistas e fungos; se são diploides, é dito haplobionte **diplonte**, clássico em animais. Já o ciclo diplobionte implica indivíduos maduros haploides convivendo com indivíduos diploides, como ocorre em plantas, havendo o gametófito, haploide, e o esporófito, diploide. Em cada um desses ciclos, a meiose ocorre em momentos distintos da ontogênese do indivíduo. As figuras, a seguir, mostram os ciclos, numerados de I a III, sendo esclarecedoras para o aluno:



Ciclo haplobionte haplonte: a meiose é inicial ou zigótica.



Ciclo haplobionte diplonte: a meiose é final ou gamética.



Ciclo diplobionte: a meiose é intermediária ou esporica.



**Exercícios de Fixação**

01. (Fuvest) Diversas espécies de seres vivos se reproduzem assexuadamente quando o ambiente é favorável e estável. Quando as condições ambientais se tornam desfavoráveis, esses organismos passam a se reproduzir sexuadamente. Justifique a importância da mudança do tipo de reprodução na sobrevivência dessas espécies.
02. (Unesp) Que conceito está implícito na frase: "O óvulo não fecundado desenvolveu-se dando origem ao zangão." Justifique sua resposta.
03. (Uece/2017) Considerando a reprodução animal, escreva (V) ou (F) conforme seja verdadeiro ou falso o que se afirma nos itens abaixo.
  - ( ) A partenogênese consiste no desenvolvimento de uma prole de ovos não fertilizados que ocorre em alguns peixes, anfíbios e répteis.
  - ( ) A gametogênese é um processo que envolve a divisão celular meiótica e ocorre nas gônadas: testículos nos machos e ovários nas fêmeas.
  - ( ) A pedogênese consiste no desenvolvimento de uma prole através da fecundação, típica da reprodução sexuada.
  - ( ) A neotenia é um fenômeno reprodutivo que ocorre após o organismo passar pelo estágio larval.

Está correta, de cima para baixo, a seguinte sequência:

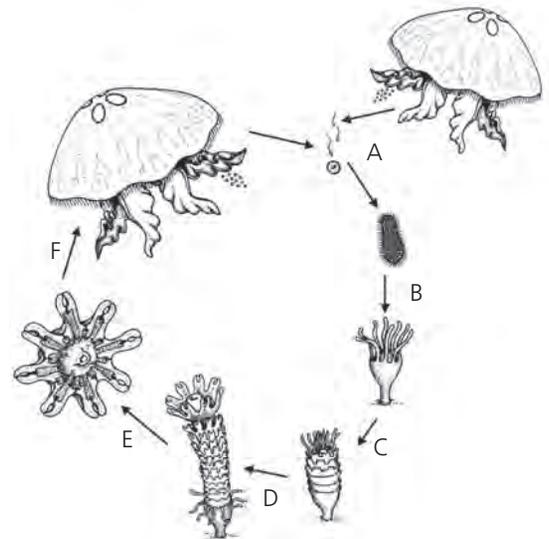
- A) V, V, F, F.
- B) V, F, V, F.
- C) F, V, F, V.
- D) F, F, V, V.

04. (UEL/2015) Leia o texto a seguir.

*Turritopsis dohrnii* é uma espécie de hidrozoário conhecida atualmente como "água-viva imortal". Seu curioso ciclo de vida foi descoberto em 1988 por Christian Sommer, um biólogo marinho alemão. Sommer manteve espécimes de *Turritopsis dohrnii* no laboratório e, após vários dias, notou que os animais estavam se comportando de uma maneira muito peculiar... eles se "recusavam" a morrer. Aparentemente, eles estavam revertendo o envelhecimento e rejuvenescendo progressivamente, até alcançarem seu estágio inicial de desenvolvimento, ponto em que novamente iniciavam seu ciclo de vida. Em 1996, os cientistas descreveram como a espécie pode se transformar novamente em um pólipo a partir da fase de medusa. Um dos cientistas comparou a água-viva a uma borboleta que pudesse novamente se tornar uma lagarta. Hoje sabemos que o rejuvenescimento de *Turritopsis dohrnii* é desencadeado por estresse ambiental ou agressão física. Essas descobertas apareceram para desbancar a lei mais fundamental da natureza – "você nasce e então você morre".

RICH, N. "Can a Jellyfish Unlock the Secret of Immortality?". In: *The New York Times*. nov. 2012.

Disponível em: <<http://www.nytimes.com/>>. Acesso em: 18 jun. 2014. Adaptado.



Disponível em: <<http://bioidiac.bio.uottawa.ca>>. Acesso em: 18 jun. 2014. Adaptado.

- O esquema acima ilustra o ciclo de vida de uma água-viva.
- A) Utilizando as letras do esquema, determine as etapas que podem se reverter em situações de estresse ambiental durante a vida de um indivíduo de *Turritopsis dohrnii* e justifique usando as informações do texto.
  - B) Embora, entre os animais, o ciclo de vida ilustrado ocorra apenas no filo *Cnidaria*, entre os vegetais, como os musgos (*Bryophyta*), um tipo de ciclo de vida semelhante a este é comum. Entre os cnidários e os musgos, existem diferenças marcantes em relação ao teor cromossômico das células em cada fase dos ciclos e, também, em relação ao tipo de divisão celular responsável pela produção de gametas. Explique essas diferenças.

05. (Uerj/2015) As populações de um caramujo que pode se reproduzir tanto de modo assexuado quanto sexuado são frequentemente parasitadas por uma determinada espécie de verme. No início de um estudo de longo prazo, verificou-se que, entre os caramujos parasitados, foram selecionados aqueles que se reproduziam sexuadamente. Observou-se que, ao longo do tempo, novas populações do caramujo, livres dos parasitas, podem voltar a se reproduzir de modo assexuado por algumas gerações.

Explique por que a reprodução sexuada foi inicialmente selecionada nos caramujos e, ainda, por que a volta à reprodução assexuada pode ser vantajosa para esses moluscos.



### Exercícios Propostos

01. (Ufes/2001) As minhocas participam ativamente da produção de húmus e, quanto maior o número desses animais, maior é a fertilidade do solo. Sobre as minhocas, pode-se dizer que

- são animais dioicos, com dimorfismo sexual, fecundação interna e desenvolvimento direto.
- têm um sistema reprodutor masculino bem desenvolvido, que apresenta testículos, receptáculos seminais e glândulas prostáticas.
- emparelham-se no processo reprodutivo, mas apenas uma transfere esperma para a outra, separando-se logo em seguida.
- armazenam nas vesículas seminais o esperma recebido de outra minhoca no momento da cópula.
- liberam o esperma quando o casulo contendo óvulos passa pelas aberturas dos receptáculos seminais, momento em que ocorre a fecundação.

02. (Unicamp) Em muitos organismos unicelulares, como as amebas, as células filhas resultantes da divisão mitótica funcionam como organismos independentes; novas plantas podem surgir a partir de raízes ou mesmo de folhas; em certos animais como a hidra, novos indivíduos surgem por brotamento.

- A que tipo geral de reprodução se referem esses exemplos?
- Dê duas vantagens e uma desvantagem desse tipo de reprodução.

03. (Unesp/2005) Analise as oito informações seguintes, relacionadas com o processo reprodutivo.

- A união de duas células haploides para formar um indivíduo diploide caracteriza uma forma de reprodução dos seres vivos;
- O brotamento é uma forma de reprodução que favorece a diversidade genética dos seres vivos;
- Alguns organismos unicelulares reproduzem-se por meio de esporos;
- Gametas são produzidos pela gametogênese, um processo que envolve a divisão meiótica;
- Brotamento e regeneração são processos pelos quais novos indivíduos são produzidos por meio de mitoses;
- Fertilização é um processo que não ocorre em organismos monoicos;
- A regeneração de um pedaço ou secção de um organismo, gerando um indivíduo completo, não pode ser considerada uma forma de reprodução;
- Gametas são produzidos a partir de células somáticas.

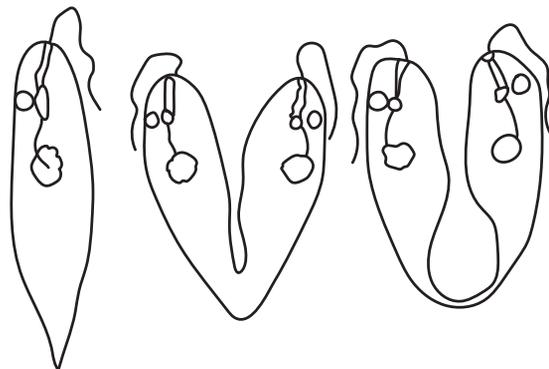
- Elabore um quadro com duas colunas. Relacione, em uma delas, os números, em algarismos romanos, correspondentes às afirmações corretas que dizem respeito à reprodução assexuada; na outra, os números correspondentes às afirmações corretas relacionadas à reprodução sexuada.
- Qual a maior vantagem evolutiva da reprodução sexuada? Que processo de divisão celular e que eventos que nele ocorrem contribuem para que essa vantagem seja promovida?

04. (Fuvest/2008) Suponha três espécies de organismos, 1, 2 e 3, que têm exatamente o mesmo número de cromossomos. A espécie 1 tem reprodução sexuada e na meiose ocorre permutação entre os cromossomos homólogos. A espécie 2 tem reprodução sexuada, porém, na meiose, não ocorre permutação entre os cromossomos homólogos. A espécie 3 se reproduz assexuadamente por meio de esporos.

Com base na constituição genética das células reprodutivas, explique se as afirmativas **a** e **b** estão corretas ou não.

- O número de tipos de células reprodutivas, produzido pelos indivíduos das espécies 1 e 2, deve ser igual.
- O número de tipos de células reprodutivas, produzido pelos indivíduos das espécies 2 e 3, deve ser diferente.

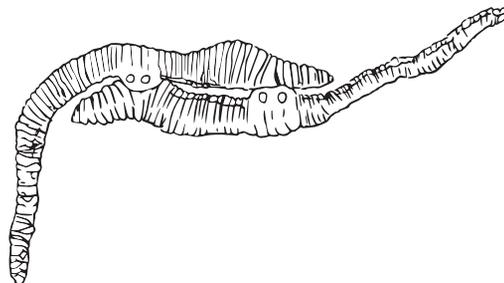
05. (UEL – Modificada) A figura a seguir mostra um protozoário em reprodução.



Essa reprodução é por

- cissiparidade.
- divisão múltipla.
- esporogonia.
- conjugação.
- gamogonia.

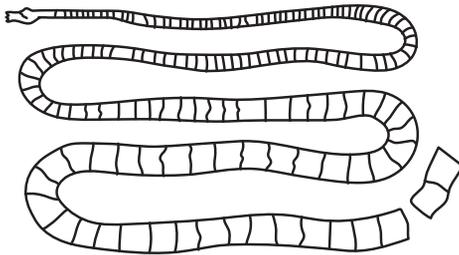
06. (UFMG) Observe a figura em que se representa um fenômeno biológico.



Todas as alternativas apresentam benefícios resultantes desse fenômeno, exceto:

- Aumento da aeração no solo.
- Aumento da eficiência na ciclagem dos nutrientes na agricultura.

- C) Aumento do número de consumidores favorecendo o fluxo de energia.  
 D) Maior disponibilidade de alimento para os peixes.  
 E) Manutenção da diversidade no ecossistema.
07. (Cesgranrio) No processo evolutivo foram selecionados os seres de fecundação externa que liberam uma grande quantidade de gametas para o meio ambiente. As hidras, no entanto, reproduzem-se rapidamente, embora lancem um pequeno número de gametas na água. A explicação para esse fato é que as hidras apresentam um acelerado processo de reprodução:  
 A) assexuada por divisão binária.  
 B) assexuada por esporulação.  
 C) assexuada por brotamento.  
 D) sexuada por autofecundação.  
 E) sexuada por partenogênese.
08. (Unitau) Alguns seres vivos, como as abelhas e os pulgões, conseguem produzir indivíduos sem que a fêmea receba o espermatozoide para fecundar o óvulo. Este fenômeno é chamado de:  
 A) poliembrionia.                      B) partenogênese.  
 C) metagênese.                         D) nidação.  
 E) filogenia.
09. (UFMG/2000) Observe as figuras.



Os animais representados nessas figuras possuem sistema reprodutor masculino e feminino. Portanto um único indivíduo dessas espécies que sobreviva é capaz de reconstituir toda a população.

Assim sendo, esses animais devem apresentar todas as seguintes características, exceto:

- A) Autofecundação  
 B) Fecundação interna  
 C) Hermafroditismo  
 D) Reprodução assexuada
10. (Acafe/2017)

**TUBARÃO FÊMEA TEM CRIAS APÓS PASSAR QUATRO ANOS SEM MACHO**

— Mesmo sem fecundação, Leonie, um tubarão-zebra fêmea, colocou ovos com embriões em seu interior. O que intrigou os cientistas foi o fato de que ela estava separada de seu parceiro desde 2012. Os pesquisadores tentaram incubá-los, mas os embriões não se desenvolveram. Leonie é a primeira da espécie a apresentar esse tipo de reprodução.

Veja, 17 jan. 2017.  
 Disponível em: <<http://veja.abril.com.br>>.

- Assim, analise as afirmações a seguir.
- I. Na reprodução sexuada ocorre variabilidade genética e consiste, habitualmente, na união de dois gametas sexualmente opostos. Os gametas masculinos e femininos podem ou não apresentar diferenças quanto à forma e ao tamanho, sendo que na oogamia eles são idênticos em forma e tamanho;
  - II. A estrobilação é uma forma de reprodução assexuada observada em alguns pólipos do grupo dos cnidários, os quais formam numerosos fragmentos chamados éfiras;
  - III. A conjugação é uma forma de reprodução observada, por exemplo, em algas unicelulares e protozoários, acarretando um certo grau de variabilidade entre os indivíduos envolvidos.
  - IV. Na partenogênese ocorre a formação de um embrião a partir de um único gameta. Nas abelhas (*Apis mellifera*) ocorre a partenogênese denominada arrenótoca, pois o óvulo não fecundado origina, partenogeneticamente, apenas machos.
- Todas as afirmações estão corretas em:  
 A) II – III  
 B) III – IV  
 C) I – II – III  
 D) II – III – IV

Aula

17

Sistema Reprodutor Masculino

C-4 H-14

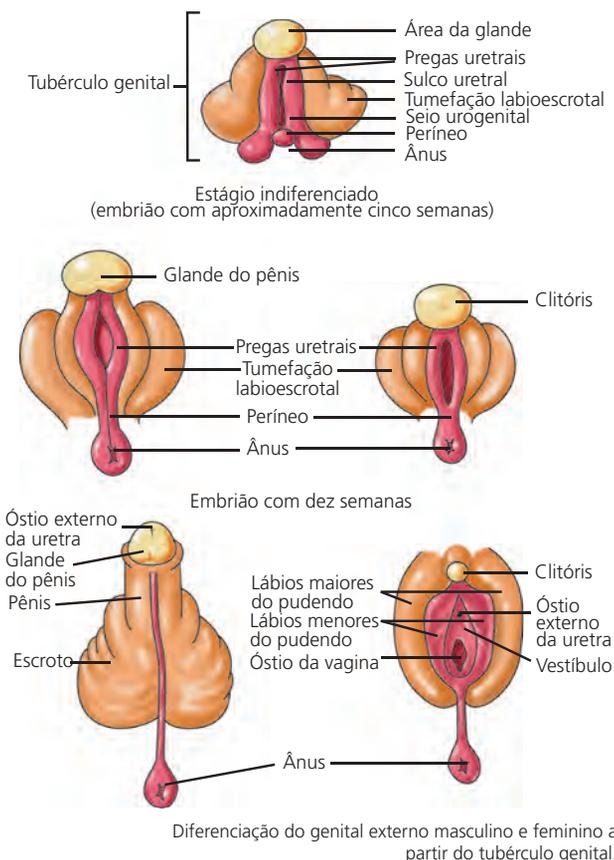
**Determinação genética do sexo em humanos**

Em mamíferos, incluindo humanos, a determinação genética do sexo ocorre através do sistema XY. Indivíduos com 44 autossomos e 2 cromossomos sexuais X são do sexo feminino (44A + XX); indivíduos com 44 autossomos e 2 cromossomos sexuais, um X e outro Y, são do sexo masculino (44A + XY). A presença ou a ausência do cromossomo Y determinará o sexo masculino e feminino, respectivamente. Por isso, em todos os casos de alterações numéricas dos cromossomos sexuais, constata-se que indivíduos com Y são machos, independentemente do número de cromossomos X. Já qualquer alteração cromossômica sem a presença do Y, o indivíduo será fêmea. Dessa forma, convém nos lembrar de que durante o desenvolvimento, a determinação do sexo passa pelos seguintes estágios:

1. **Sexo genético ou cromossômico:** dependendo dos cromossomos sexuais.
2. **Sexo gonadal e ductal:** no início do desenvolvimento, as gônadas são indiferenciadas, podendo transformar-se em testículos ou ovários. O que determina a diferenciação testicular é a produção nos machos de um antígeno produzido pela expressão do gene SRY localizado no cromossomo Y. Na ausência desse antígeno, as gônadas diferenciadas serão os ovários. Em seguida, pela presença ou ausência de testosterona, diferenciam-se os dutos (ou canais) das gônadas, e os órgãos genitais externos em masculinos ou femininos, respectivamente. No homem, a presença de testículos permite a produção de testosterona e

di-hidrotestosterona (andrógenos). Estes esteroides masculinos diferenciarão os órgãos genitais externos em pênis e saco escrotal que acomodarão os testículos que descerão do abdome pelos canais inguinais. Os canais de Wolff formarão os canais deferentes e os canais de Müller degenerarão. Assim, teremos os caracteres sexuais primários masculinos, pênis e saco escrotal, visíveis ao nascer. Na mulher, a ausência de esteroides masculinos levará à formação de vulva (pudendo feminino). Os canais de Wolff degenerarão e os canais de Müller formarão as tubas uterinas, o útero e vagina. Assim, teremos os caracteres sexuais primários femininos, vulva, visível ao nascer.

**3. Sexo fenotípico ou genital:** manifesta-se na puberdade, induzido pelos hormônios masculinos ou femininos, determinando as características sexuais secundárias. Os caracteres sexuais secundários são aqueles que se manifestam na puberdade, quando ocorre a maturação sexual, ou seja, a transição para a idade adulta, e corresponde ao sexo fenotípico. No homem, sob influência do ICSH (hormônio estimulante das células intersticiais de Leydig), os testículos produzem grandes quantidades de andrógenos (esteroides masculinos). O aumento na produção de testosterona na puberdade leva ao crescimento do pênis, aumento da produção de espermatozoides, surgimento de pelos axilares, faciais, peitorais e pubianos, aumento de massa muscular, bem como o espessamento das pregas vocais, tornando a voz grave, os quais caracterizam os caracteres sexuais secundários masculinos. Na mulher, sob influência do FSH (hormônio foliculeestimulante) que estimulará a produção de estrógenos e do LH que promoverá a produção de progesterona pelos ovários, a partir da puberdade, levarão ao desenvolvimento de mamas, crescimento da vulva e vagina, surgimento de pelos axilares e pubianos, e ativação dos ciclos ovarianos, os quais caracterizam os caracteres sexuais secundários femininos.



Adendo I

Hermafroditismo e pseudo-hermafroditismo em humanos

O termo hermafrodita verdadeiro implica a presença tanto de tecido ovariano quanto testicular. Em contraste, o pseudo-hermafrodita representa uma discordância entre os sexos fenotípico e gonadal (p. ex., uma mulher pseudo-hermafrodita tem ovários, mas também tem genitália externa masculina; um homem pseudo-hermafrodita tem tecido testicular, mas também tem genitália feminina).

O hermafroditismo verdadeiro, com a presença de tecidos ovariano e testicular, é uma condição extremamente rara. Em alguns casos, há um testículo de um lado e um ovário do outro lado, enquanto em outros casos pode haver a combinação dos tecidos ovariano e testicular, condição chamada de ovotestículo. O cariótipo é 46,XX em 50% dos pacientes; a maioria dos 50% restantes são mosaicos com um cariótipo 46,XX/46,XY. A constituição cromossômica 46,XY ocorre raramente em casos de hermafroditismo verdadeiro. A presença de testículo implica que os indivíduos com o cariótipo 46,XX podem possuir material do cromossomo Y, em particular o gene SRY, gene que dita a diferenciação testicular. De fato, a análise molecular revelou que o gene SRY se expressa no ovotestículo de hermafroditas verdadeiros 46,XX, indicando possivelmente uma translocação entre um autossomo e o cromossomo Y.

O pseudo-hermafroditismo feminino é bem menos complexo. O sexo genético em todos os casos é XX e o desenvolvimento das gônadas (ovários) e da genitália interna é normal. Somente as genitálias externas são ambíguas ou virilizadas. A base do pseudo-hermafroditismo feminino é uma exposição excessiva e inapropriada a esteroides androgênicos durante o início da gestação. Esses esteroides são, em sua maioria, derivados de uma glândula suprarrenal fetal afetada por hiperplasia adrenal congênita que é transmitida como um fenótipo autossômico recessivo. Estão presentes nesses pacientes defeitos biossintéticos na via de síntese de cortisol, que causam a síntese secundária e excessiva de esteroides androgênicos pelo córtex da suprarrenal fetal.

O pseudo-hermafroditismo masculino representa a mais complexa de todas as doenças de diferenciação sexual. Esses indivíduos possuem um cromossomo Y e, portanto, suas gônadas são exclusivamente os testículos; porém, os ductos genitais ou as genitálias externas são incompletamente diferenciados para o fenótipo masculino. As genitálias externas desses indivíduos são ambíguas ou completamente femininas. O pseudo-hermafroditismo masculino é extremamente heterogêneo, com múltiplas causas. O que é comum a todas as formas dessa condição é a virilização defeituosa do embrião masculino, causada por defeitos determinados geneticamente na ação ou na síntese de andrógenos ou em ambas. A forma mais comum, chamada de síndrome da insensibilidade ao andrógeno completa (feminização testicular), é resultante de mutações no gene que codifica o receptor de andrógeno, sendo este gene herdado como uma doença recessiva ligada ao X.

KUMAR, V; ABBAS, AK; FAUSTO, N; ASTER, J. Robbins e Cotran: *Patologia: Bases Patológicas das Doenças*. 8 ed. Elsevier: Rio de Janeiro, 2010. Página 167.

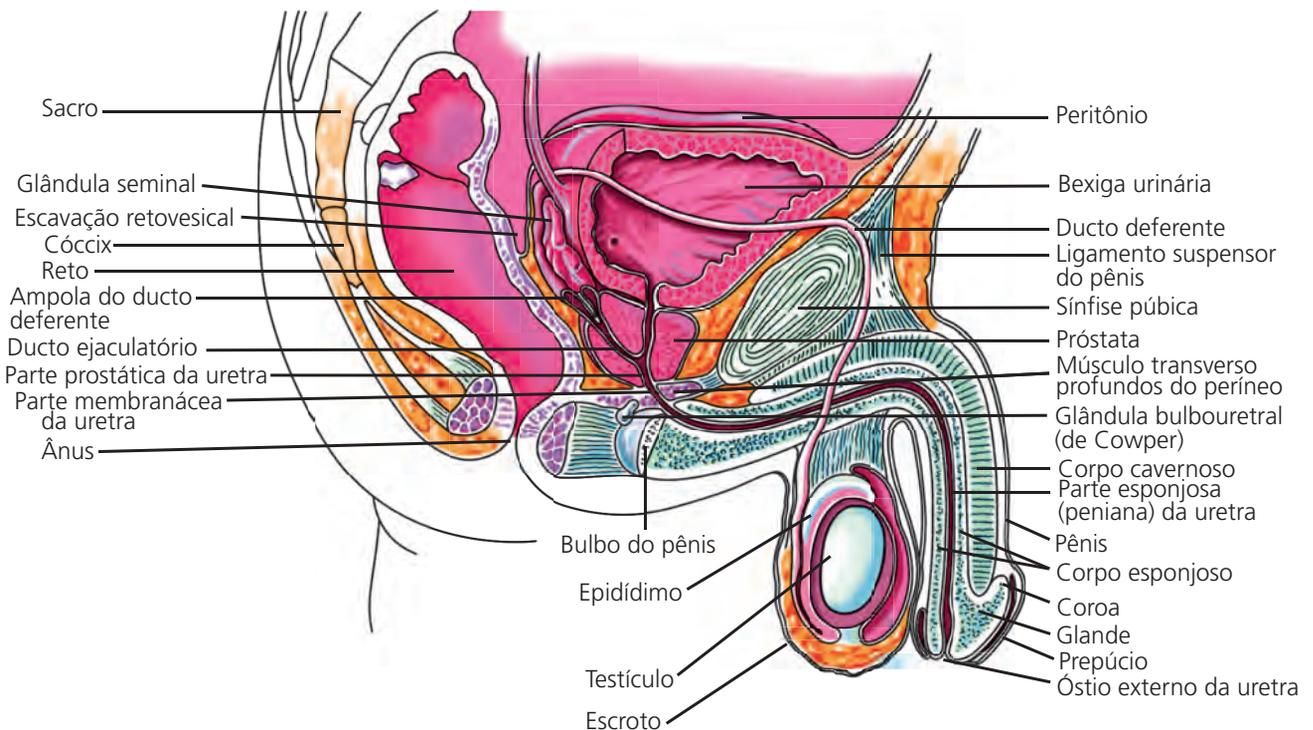
## Anatomia e fisiologia do sistema reprodutor masculino

O sistema reprodutor masculino representa um conjunto de órgãos especializados não apenas na produção dos gametas, mas em todos os processos e fenômenos que irão possibilitar o mecanismo de reprodução. Baseia-se no processo de formação de gametas pelas gônadas, como também em outros órgãos relacionados ao ato sexual em si.

Esta aula trata da descrição anatômica e funcional dos órgãos do sistema reprodutor masculino e do processo de gametogênese masculina ou espermatogênese.

### Composição

1. Testículos e saco escrotal;
2. Epidídimo;
3. Canais deferentes;
4. Canal ejaculatório;
5. Vesículas seminais;
6. Próstata;
7. Glândulas de Cowper;
8. Uretra;
9. Pênis.

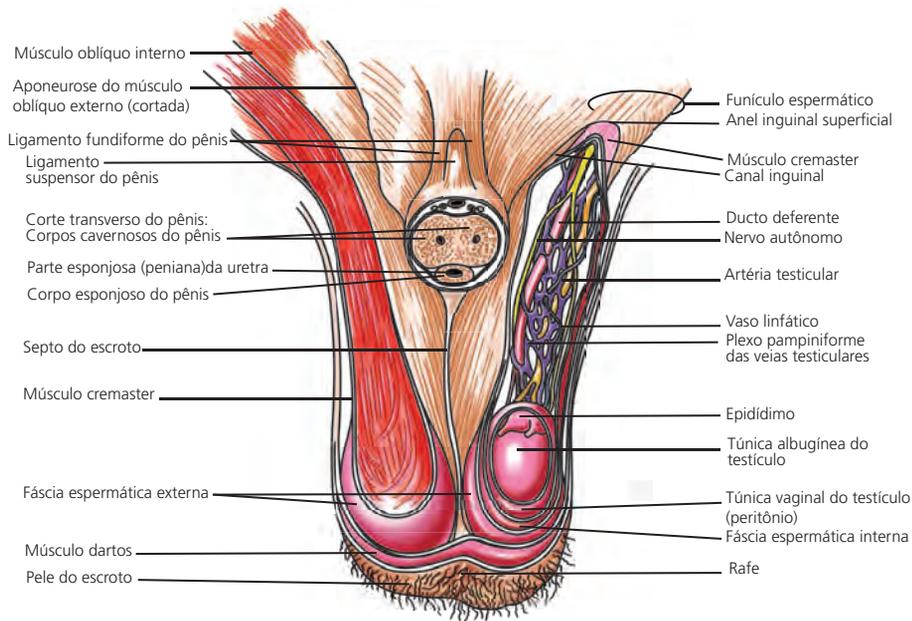


### Testículos e saco escrotal

Constituem as gônadas ou glândulas sexuais masculinas. No embrião, são geradas dentro da cavidade abdominal, migrando posteriormente (antes do final da gestação), através do canal inguinal, para a bolsa escrotal. Isto ocorre, pois, para haver a produção de espermatozoides, os testículos, que são glândulas termossensíveis, necessitam de uma temperatura um pouco menor que a temperatura corporal média que é de 37 °C. Dessa forma, os testículos, que se formam no interior do abdome, passam a ocupar uma bolsa fora do abdome onde encontram uma temperatura cerca de 4 °C menor que a temperatura corporal, sendo tal bolsa denominada de saco escrotal.

O saco escrotal possui uma musculatura lisa (músculos cremaster e dartos) capaz de controlar a temperatura dos testículos para proporcionar as condições ideais à espermatogênese. Assim, quando o clima está frio, a musculatura se contrai, aproximando os testículos do abdome e aumentando sua temperatura. Quando o clima está quente, a musculatura se relaxa, afastando os testículos do abdome e diminuindo sua temperatura.

Em alguns indivíduos, os testículos não saem da cavidade abdominal. Esta situação é denominada **criptorquidia** ou **criptorquia**. Esses indivíduos são estéreis devido à alta temperatura do abdome impedir a espermatogênese. É necessária uma cirurgia corretora para descer os testículos até o saco escrotal.



Detalhe da estrutura muscular e das túnicas envoltórias dos testículos e do saco escrotal.

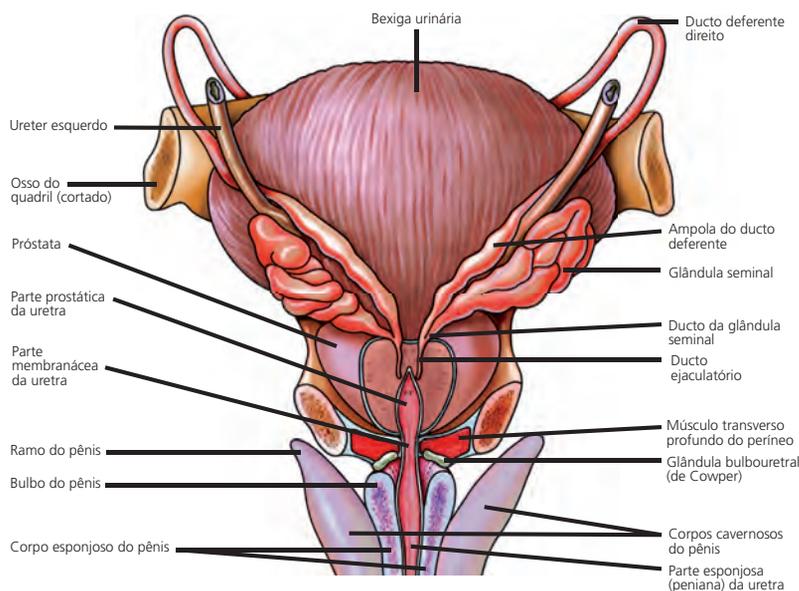
Os testículos são glândulas **mistas**: produzem os espermatozoides, que representam 10% do volume do sêmen, os quais são secretados externamente através de ductos específicos e hormônios androgênicos, liberados diretamente no sangue. No interior dos testículos há três tipos de **células**: **as germinativas**, responsáveis pela produção constante dos espermatozoides, as **células intersticiais de Leydig**, produtoras dos androgênios, testosterona e a di-hidrotestosterona (DHT), hormônios virilizantes, relacionados à produção de caracteres sexuais primários e secundários, e as **células de Sertoli**, responsáveis pela nutrição e sustentação das células germinativas.

### Epidídimo

É uma estrutura alongada e enovelada, disposta sobre o testículo em uma forma que lembra a de um capuz. Sua função é prover um ambiente adequado à maturação dos espermatozoides, até que estejam prontos para a próxima ejaculação. Este período de amadurecimento dura em média 15 dias, variando em função do indivíduo e da temperatura ambiente. Trata-se de estrutura densamente inervada e sensível.

### Canais (ductos) deferentes

Os canais ou ductos deferentes são responsáveis pelo transporte dos espermatozoides armazenados nos epidídimos. São condutos finos e longos, os quais seguem a trilha dos antigos canais inguinais, contornando a bexiga e alargando-se, de modo a formarem, cada um, uma ampola, que desembocam no canal ejaculador.



Vista posterior do genital interno masculino.

## Canal (ducto) ejaculador

Corresponde à continuação dos canais deferentes. Ele recebe a secreção das vesículas seminais (fluido seminal), da próstata (fluido prostático), os quais vão unir-se aos espermatozoides provenientes dos ductos deferentes. Por fim, desemboca na uretra.

## Vesículas seminais

As vesículas seminais são glândulas pares que produzem um fluido ou líquido seminal, uma secreção de consistência mucosa que representa 60% do volume do sêmen. Contém o carboidrato frutose que serve de fonte energética para os espermatozoides, fibrinogênio para a coagulação do sêmen, tornando-o gelatinoso o que cria um tampão vaginal impedindo o seu retorno, e prostaglandinas que colaboram para as contrações uterinas objetivando o deslocamento dos espermatozoides para as tubas. Essa secreção mais os espermatozoides, o líquido prostático e o líquido das glândulas bulbouretrais formam o esperma.

## Próstata

É um órgão que envolve a uretra, abaixo da bexiga e das vesículas seminais. Apresenta a função de secretar um fluido leitoso e alcalino, que representa 25% do volume do sêmen, o qual neutraliza a acidez da uretra masculina e da vagina, garantindo a mobilidade dos espermatozoides. O fluido prostático também contém enzimas como pró-fibrinolisa que ao ser ativada desfaz o coágulo seminal, fluidificando o sêmen, função também exercida pela serina-protease denominada de antígeno prostático específico (PSA). Possui também uma substância antibiótica denominada de semiplasmina, importante protetora dos espermatozoides. Vale ressaltar que odor característico do sêmen provém da secreção prostática.

Tal glândula aumenta lentamente de tamanho, do nascimento até a puberdade. Em seguida, expande-se rapidamente até por volta dos 30 anos; após esse tempo seu tamanho permanece normalmente estável, até por volta dos 45 anos, quando tende a sofrer um novo aumento.

## Adendo II

### Distúrbios da Próstata

Como a próstata envolve parte da uretra, qualquer infecção, aumento ou tumor obstrui o fluxo de urina. Infecções agudas ou crônicas da próstata são comuns em homens pós-pubescentes, muitas vezes em associação com inflamação da uretra. Os sintomas podem incluir febre, calafrios, frequência urinária, micção frequente à noite, dificuldade à micção, queimação ou micção dolorosa, dor na parte inferior do dorso (lombalgia), dor articular ou muscular ou ejaculação dolorosa. Contudo, frequentemente, não existem sintomas. Os antibióticos são usados para tratar a maioria dos casos que resultam de uma infecção bacteriana. Na **prostatite aguda**, a próstata torna-se inchada e sensível. A **prostatite crônica** é uma das infecções crônicas mais comuns nos homens de meia-idade e idosos. Ao exame, a próstata parece aumentada, mole e muito sensível, e o contorno de sua superfície é irregular.

O **câncer de próstata** é a causa principal de morte por câncer, em homens, nos Estados Unidos, tendo superado o câncer de pulmão em 1991. Todos os anos é diagnosticado em quase 200.000 norte-americanos e provoca aproximadamente 40.000 mortes. A quantidade de antígeno prostático específico (PSA), que é produzido apenas pelas células epiteliais da próstata aumenta com o aumento da próstata e pode indicar infecção, aumento benigno

ou câncer de próstata. Um exame de sangue pode medir o nível de antígeno prostático específico no sangue. Homens acima dos 40 anos devem fazer um exame anual da próstata. No **toque retal**, o médico palpa a próstata com os dedos, através do reto. Muitos médicos também recomendam um exame de PSA anual para homens acima de 50 anos. O tratamento para o câncer de próstata pode abranger cirurgia, crioterapia, radiação, terapia hormonal e quimioterapia. Como muitos cânceres de próstata crescem muito lentamente, alguns urologistas recomendam uma “espera cautelosa” antes de tratar pequenos tumores em homens com mais de 70 anos.

**Obs.: o câncer de próstata é o segundo mais incidente nos homens no Brasil.**

TORTORA, G. J.; DERRICKSON, B. *Princípios de Anatomia e Fisiologia*. 12ª Edição. Guanabara Koogan. Rio de Janeiro, 2012. Página 1112.

## Glândulas bulbouretrais (Cowper)

Essa glândula produz um fluido transparente, ligeiramente viscoso e alcalino, o qual é eliminado já na fase de excitação e tem duas funções: tornar a uretra menos hostil aos espermatozoides, já que normalmente essa se encontra acidificada por causa da urina; e prover lubrificação, facilitando o ato sexual. Essa secreção pode conter espermatozoides, havendo um pequeno risco de gravidez, mesmo que não haja ejaculação. Também é liberada no sêmen em pequenas quantidades, representando em média 5% do seu volume total.

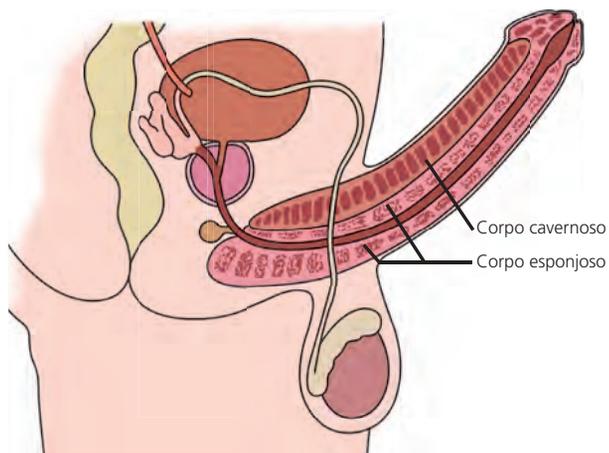
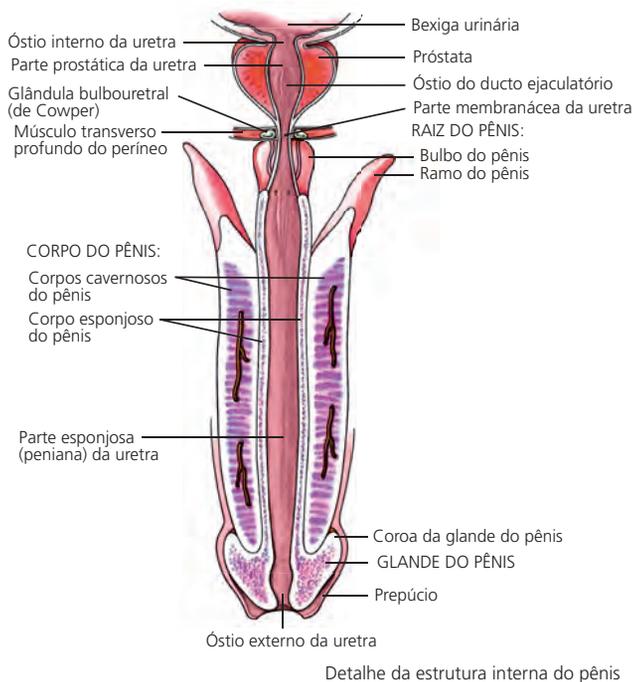
## Uretra

É um conduto músculo epitelial, através do qual passam o esperma e a urina (a uretra masculina faz parte tanto do sistema reprodutor como do excretor, já a feminina, só faz parte do sistema excretor). Subdivide-se em três seguimentos: o prostático, o membranoso e o esponjoso. A uretra exhibe forte peristaltismo durante o ato sexual, garantindo a emissão e a ejaculação, que é atingido no clímax por ocasião do orgasmo. Ela inicia-se na bexiga, atravessa todo o pênis e termina na glândula. A força de ejeção do esperma visa a que os espermatozoides alcancem o colo do útero de forma precisa, escapando do pH ácido vaginal, o qual lhes é prejudicial.

## Pênis

É o órgão copulador masculino, composto de um par de cilindros lacunosos chamados corpos cavernosos e, subjacente a eles, uma estrutura denominada corpo esponjoso. Por estímulos do sistema nervoso autônomo parassimpático (SNAP), os vasos modificados no interior dos corpos cavernosos e esponjosos dilatam-se, aumentando grandemente o fluxo sanguíneo no interior do órgão. Com o fluxo arterial aumentado e uma capacidade de retorno venoso inferior, o sangue fica represado, aumentando a pressão interna e produzindo o fenômeno da ereção. Drogas para tratamento da disfunção erétil como o viagra (princípio ativo – Sildenafil) também promovem vasodilatação, contudo, o mecanismo ocorre através da inibição da enzima fosfodiesterase, prolongando o armazenamento de  $Ca^{2+}$  e o relaxamento da musculatura lisa ao redor dos vasos penianos.

Vale ressaltar que o SNAP também é responsável pela lubrificação, já o sistema nervoso autônomo simpático (SNAS) pela emissão e ejaculação. A região anterior do pênis, denominada glândula, faz parte do corpo esponjoso e nela desemboca a uretra, no óstio uretral. A glândula é recoberta por uma dobra de pele denominada prepúcio, a qual a protege do calor e da secura. Nos casos de prepúcio muito estreito, dificultando a higienização, ou mesmo, causando desconforto ao urinar ou durante a ereção, recomenda-se sua remoção cirúrgica (circuncisão ou postectomia).



Processo de ereção peniana.

### Gametogênese masculina (ou espermatogênese)

Os espermatozoides são produzidos nos testículos a partir das células germinativas.

Esses gametas apresentam diminutas dimensões e grande mobilidade, isto se deve ao fato de possuírem um **flagelo**, com o qual eles nadam pelas estruturas do sistema reprodutor feminino até encontrarem o ovócito II e fecundarem o mesmo.

Além disso, os espermatozoides possuem uma bolsa derivada do complexo golgiense, o **acrossoma**, que abriga enzimas hidrolíticas que permitem ao espermatozoide vencer as barreiras que envolvem o ovócito II e promoverem a fecundação.

Apesar de apenas um espermatozoide fecundar o óvulo, milhões de espermatozoides devem ser produzidos para o homem poder ser fértil. Como parâmetro, numa única ejaculação, o homem libera de 2,5 a 5,0 ml, contendo de 50 a 250 milhões de espermatozoides por mililitro de sêmen. Se o homem possuir apenas cerca de 20 milhões de espermatozoides por ml de esperma, ele será estéril.

Por essa grande necessidade de espermatozoides, cada célula germinativa envolvida na espermatogênese origina quatro espermatozoides funcionais.

O processo de espermatogênese completo dura cerca de **74 dias**. Ao fim desse tempo, os espermatozoides são lançados na luz do túbulo seminífero e armazenados no epidídimo até o momento da ejaculação.

O processo de espermatogênese começa na puberdade entre 12 e 14 anos e, a partir daí, mantém-se constante durante **toda a vida** fértil do indivíduo do sexo masculino, estimulado pelos hormônios hipofisários. Assim, há um número praticamente ilimitado de gametas masculinos que podem ser produzidos por um único indivíduo ao longo de sua vida. A espermatogênese compreende quatro etapas:

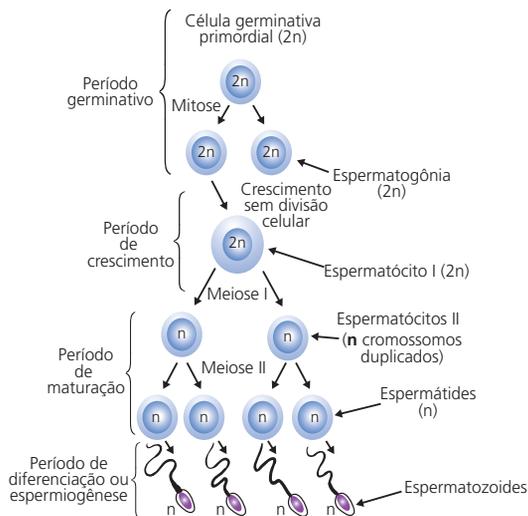
**1. Fase de multiplicação (ou germinativa):** o exame microscópico de um testículo revelará uma rede de pequenos tubos enovelados chamados túbulos seminíferos. Esses condutos têm paredes formadas por camadas de células, sendo que aquelas mais distantes da luz dos túbulos, são as células **germinativas primordiais**. Estas são **diploides** (2n), quer dizer, contêm, na espécie humana, 46 cromossomos. As células germinativas permanecem inalteradas durante a infância. Todavia, a partir da puberdade, elas entram na fase de multiplicação, período em que as células são identificadas como espermatogônias de primeira ordem, as quais iniciam uma longa sucessão de gerações celulares (indo da ordem 1 até "n", um número indeterminado), produzindo **espermatogônias de ordem "n"**. Este processo continua por toda a vida do indivíduo e, como se trata de uma sequência de **mitoses**, todas as espermatogônias permanecem diploides.

**2. Fase de crescimento:** é uma fase de curta duração. Nesta haverá um aumento da atividade dessa célula nutridora de Sertoli que promoverá um aumento do volume das espermatogônias (após pararem de se reproduzirem), caracterizando a etapa de crescimento. Nessa fase não há divisões mitóticas. As células simplesmente crescem e convertem-se em um novo tipo de célula denominado **espermatócito primário** (ou espermatócito I). Como não houve divisão celular, os espermatócitos primários continuam, como seus antecessores, **diploides**. A partir daí, passam logo à fase seguinte.

**3. Fase de maturação:** é aquela em que os espermatócitos primários sofrem uma **meiose**. Como este tipo de divisão celular constitui-se de duas subfases – reducional e equacional – cada célula produzida nesses estágios receberá nomes distintos. A partir da divisão reducional da **meiose**, um espermatócito de primeira ordem, diploide, origina dois **espermatócitos de segunda ordem**, qualitativamente **haploides**. Finalmente, com a fase equacional, estes dão origem a quatro **espermátides** – células **haploides**. Essas últimas, sem mais divisões, passam por transformações até atingirem o estágio de espermatozoide.

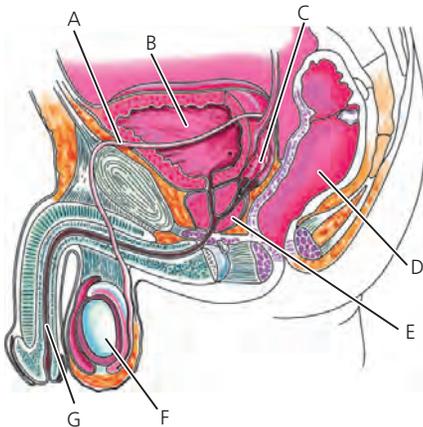
**4. Espermiogênese:** as espermátides, embora haploides, não são gametas maduros. Elas ainda passarão por um processo de **diferenciação** que modificará sua forma significativamente – as vesículas de Golgi unem-se para formar o **acrossoma**, o citoplasma é reduzido, a célula assume uma forma alongada, o núcleo migra para a região anterior, as mitocôndrias migram para a região central e forma-se um **flagelo**.

A figura, a seguir, representa as diversas fases da espermatogênese:



**Exercícios de Fixação**

01. (UFPB/2001) A figura a seguir evidencia a organização anômica dos órgãos reprodutivos masculinos, bem como sua posição em relação a outros órgãos viscerais.



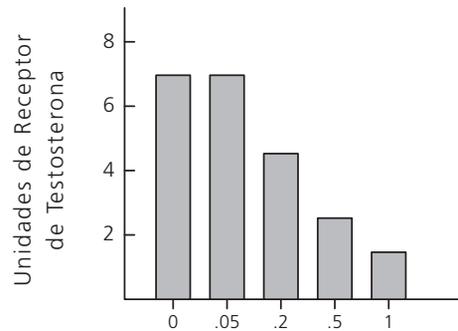
- A) Indique as letras referentes a estruturas ou órgãos exclusivos do sistema reprodutor.
- B) Denomine as estruturas ou órgãos indicados pelas letras B, D, E e G.

02. (UFRJ) Suspeita-se que um produto de degradação do DDT, um pesticida que é comumente usado nas lavouras, produza anormalidades no desenvolvimento sexual masculino.

Para testar essa hipótese, o produto de degradação (DDE), foi administrado a camundongos machos e vários parâmetros foram medidos. Os resultados estão resumidos a seguir:

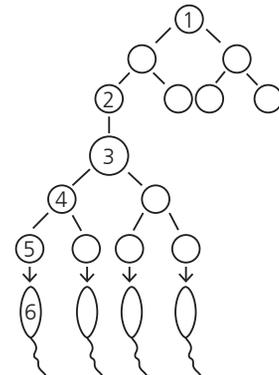
- I. Camundongos machos que nasceram de mães injetadas com DDE retinham mamilos torácicos, uma anormalidade que não foi encontrada nos animais machos controle (cujas mães foram injetadas com um placebo, isto é, um produto inócuo);
- II. Níveis de testosterona (hormônio masculino) no soro (em mg/ml):
  - animais controle: 2.850;
  - animais injetados com DDE: 2.849.

III. O nível de biossíntese de receptores de testosterona (unidade arbitrária) está representado no gráfico a seguir, em função do DDE administrado. É importante lembrar que os receptores de testosterona são essenciais para que o hormônio exerça seu efeito.



Explique o mecanismo de ação do DDE.

- 03. (Uepa/2014) O aparecimento de características sexuais secundárias no menino, a partir da puberdade, resulta da ação da testosterona sobre o organismo em desenvolvimento. No sistema reprodutor, a estrutura que abriga as células responsáveis pela síntese do referido hormônio é denominada:
  - A) uretra.
  - B) próstata.
  - C) testículo.
  - D) vesícula seminal.
  - E) glândula bulbouretral.
- 04. Em relação ao esquema a seguir, que representa o processo de espermatogênese humana, assinale a alternativa correta:

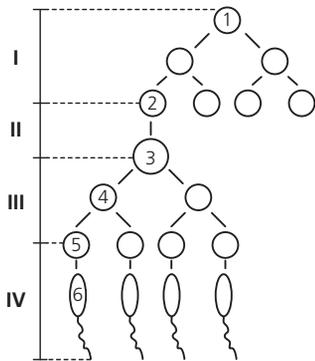


- A) 1 representa uma célula germinativa diploide.
  - B) 2 representa um espermatócito primário diploide.
  - C) 3 representa um espermatócito secundário haploide.
  - D) 5 representa uma espermatíde diploide.
  - E) 6 representa um espermatozoide diploide
05. (Uepa/2014) A caxumba é uma doença viral que acomete as glândulas salivares parótidas e, mas, em alguns homens, a infecção alcança os **testículos e epidídimo**, promovendo distúrbios na função destas estruturas, podendo resultar na esterilidade. Os elementos em destaque no enunciado são responsáveis, respectivamente, pelas seguintes funções:
- A) produção de hormônio folículo estimulante e ereção peniana.
  - B) produção de espermatozoides e armazenamento dos espermatozoides.
  - C) produção de hormônio luteinizante e produção do líquido seminal.
  - D) espermiogênese e produção do líquido prostático.
  - E) ejaculação e produção do hormônio luteinizante.



**Exercícios Propostos**

01. Em relação ao esquema a seguir, que representa o processo de espermatogênese humana, responda:



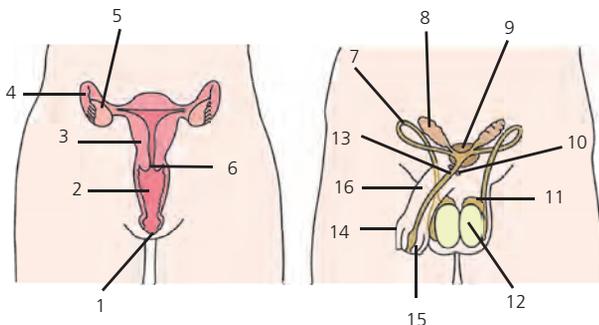
- A) Como são denominadas e qual o nível de ploidia das células numeradas de 1 a 6, respectivamente?
- B) Quais são os mecanismos celulares envolvidos nas etapas I, II, III e IV, respectivamente?

02. (Uece/2017) Os anabolizantes esteroides são drogas derivadas do hormônio testosterona. De acordo com a Sociedade Brasileira de Endocrinologia e Metabologia, um em cada dezesseis estudantes já usou anabolizantes esteroides, sem prescrição médica, ignorando seus efeitos colaterais perigosos, tanto físicos como psicológicos.

Disponível em: <<http://www.endocrino.org.br/anabolizantesesteroides-e-os-jovens/>>.

- Do que diz respeito aos hormônios humanos, é correto afirmar:
- A) São substâncias produzidas e liberadas por células, geralmente reunidas em glândulas exócrinas.
  - B) Testosterona e progesterona são os principais hormônios sexuais masculinos enquanto o estrógeno é o feminino.
  - C) As principais glândulas endócrinas humanas são: hipófise, tireoide, paratireoides, pâncreas, suprarrenais ou adrenais e gônadas.
  - D) A testosterona, produzida durante a puberdade, é responsável pelo aparecimento das características sexuais secundárias masculinas.

03. (CFTMG/2012) A figura abaixo refere-se aos sistemas reprodutores humanos.



Disponível em: <<http://www.prof2000.pt>>. Acesso em: 19 abr. 2011.

- Os órgãos que produzem espermatozoides e óvulos, respectivamente, são os de número
- A) 8 e 4.
  - B) 9 e 2.
  - C) 10 e 3.
  - D) 12 e 5.

04. (UFC/2010) Os seres humanos reproduzem-se sexualmente, com os gametas masculinos, presentes no sêmen, fertilizando os óvulos no sistema genital feminino. Além de espermatozoides, o sêmen humano é formado por secreções de glândulas anexas (ou acessórias) do sistema genital masculino.

- A) Cite os nomes dos três tipos de glândulas anexas presentes no sistema genital masculino.
- B) Relacione quatro diferentes funções exercidas pelas secreções das glândulas anexas.

05. (Udesc) Considere uma espécie animal em que o número haploide de cromossomos é 20. Durante o processo de espermatogênese normal, um macho dessa espécie produzirá:

- A) espermatogônias com 20 cromossomos.
- B) espermátides com 10 cromossomos.
- C) espermatócitos secundários com 20 cromossomos.
- D) espermatócitos primários com 10 cromossomos.
- E) espermatozoides com 5 cromossomos.

06. (Unesp) Uma revista publicou uma reportagem com o título "Atleta com anomalia genética faz operação para definir seu sexo e poder competir na classe feminina de judô". A matéria dizia, ainda, que a jovem era um caso de pseudo-hermafroditismo, pois apresentava órgãos sexuais internos masculinos e órgãos sexuais externos femininos. Os testículos da atleta fora extirpados para que ela pudesse competir na equipe feminina de judô.

- A) Que vantagem a atleta levaria sobre as demais competidoras se tivesse os testículos durante a competição?
- B) Sabendo-se que ela foi considerada do sexo feminino, que testes citogenéticos você faria para comprovar esta afirmação?

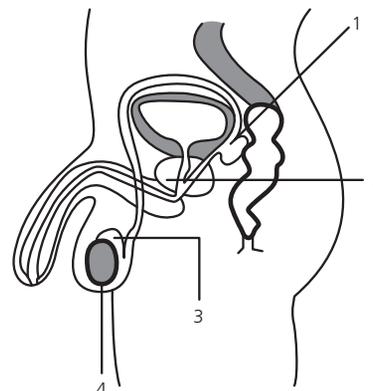
07. (Uece/2009) Coloque nos parêntesis M ou F, conforme a estrutura pertença, respectivamente, ao sistema reprodutor masculino ou feminino.

- ( ) Grandes lábios
- ( ) Glândula
- ( ) Uretra
- ( ) Útero
- ( ) Endométrio
- ( ) Escroto

Assinale a opção que contém a sequência correta de letras, de cima para baixo.

- A) M, F, M, F, M, F
- B) F, M, F, F, M, M
- C) F, M, M, F, F, M
- D) F, F, M, M, F, M

08. (UFTPR/2008) De acordo com o aparelho reprodutor masculino representado, quais são os órgãos respectivamente designados pelos números 1, 2, 3 e 4?



- A) Vesícula seminal, próstata, epidídimo e testículo.
  - B) Próstata, epidídimo, vesícula seminal e testículo.
  - C) Epidídimo, próstata, vesícula seminal e testículo.
  - D) Próstata, vesícula seminal, testículo e epidídimo.
  - E) Vesícula seminal, epidídimo, próstata e testículo.
09. (UFU/2006) Com relação à reprodução humana, marque a alternativa correta.
- A) Indivíduos vasectomizados têm os ductos seminíferos seccionados, o que impede a passagem dos espermatozoides.
  - B) Na criptorquidia, a temperatura do local onde os testículos se alojam é maior que a ideal para a espermatogênese, o que leva à esterilidade masculina.
  - C) A fecundação, que em condições normais acontece na cavidade uterina dois dias antes da nidação, depende da ação de enzimas hidrolíticas.
  - D) Os ovários localizam-se atrás do útero. Para a produção constante de ovócitos é necessário que os ovários estejam 2 °C abaixo da temperatura abdominal.
10. (FGV/2006) Trata-se de um líquido constituinte do esperma que apresenta aspecto leitoso e é alcalino, contribui para neutralizar a acidez das secreções vaginais além de promover um aumento da motilidade dos espermatozoides. Esse líquido é produzido
- A) pelo epidídimo.
  - B) pelo testículo.
  - C) pela próstata.
  - D) pela vesícula seminal.
  - E) pelas glândulas bulbouretrais.

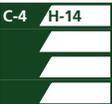
**Seção Videoaula**



**Sistema Reprodutor Masculino**

**Aula 18**

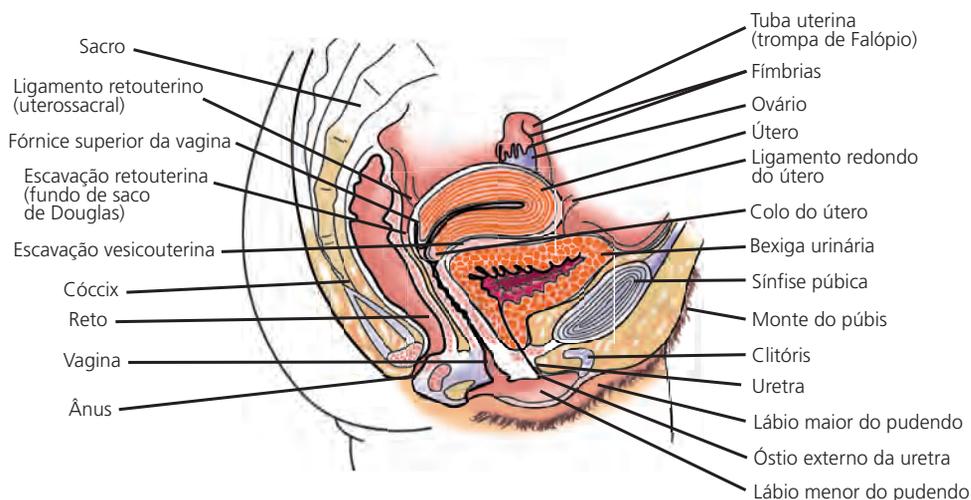
**Sistema Reprodutor Feminino**



**Anatomia e fisiologia do sistema reprodutor feminino**

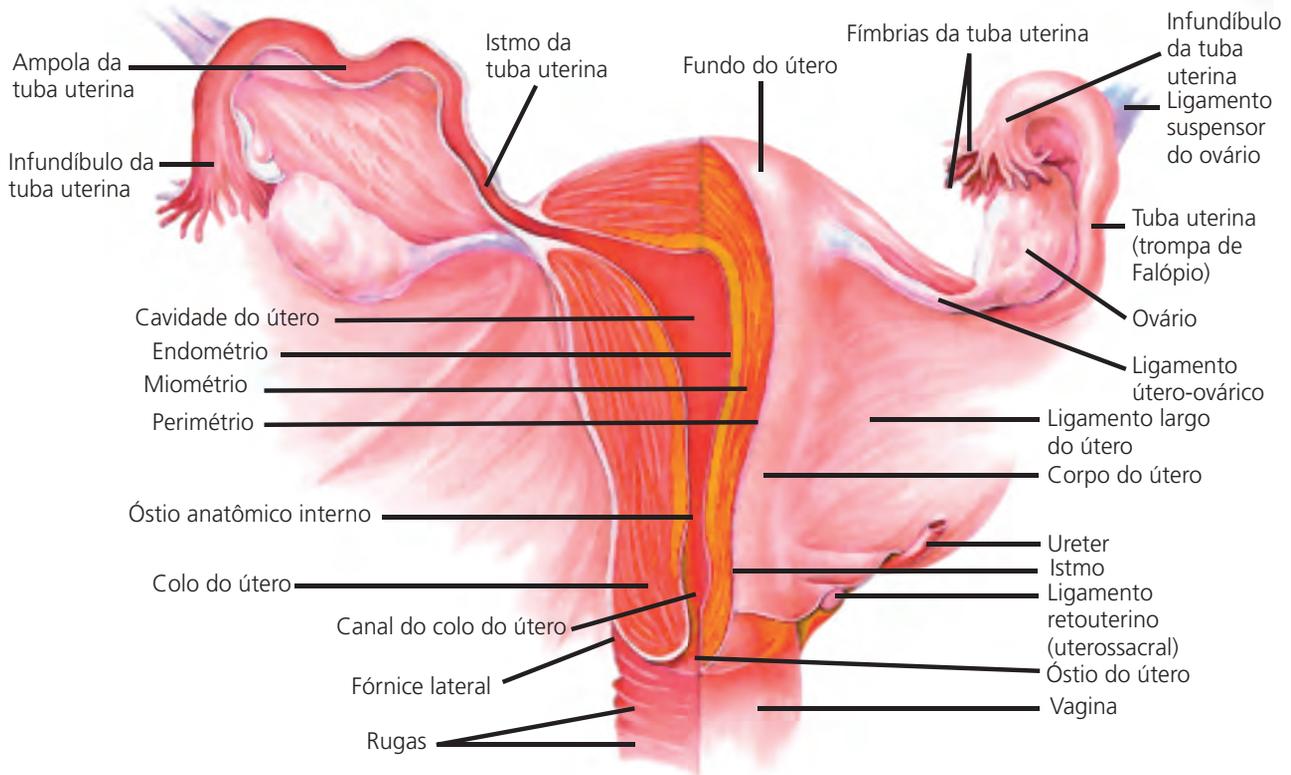
O aparelho reprodutor feminino é formado por:

- ovários;
- tubas uterinas;
- útero;
- vagina;
- vulva.



Corte lateral (sagital) da pelve feminina.

**Ovários**



Genitália interna feminina, destacando os ovários, tubas uterinas, útero e parte da vagina.

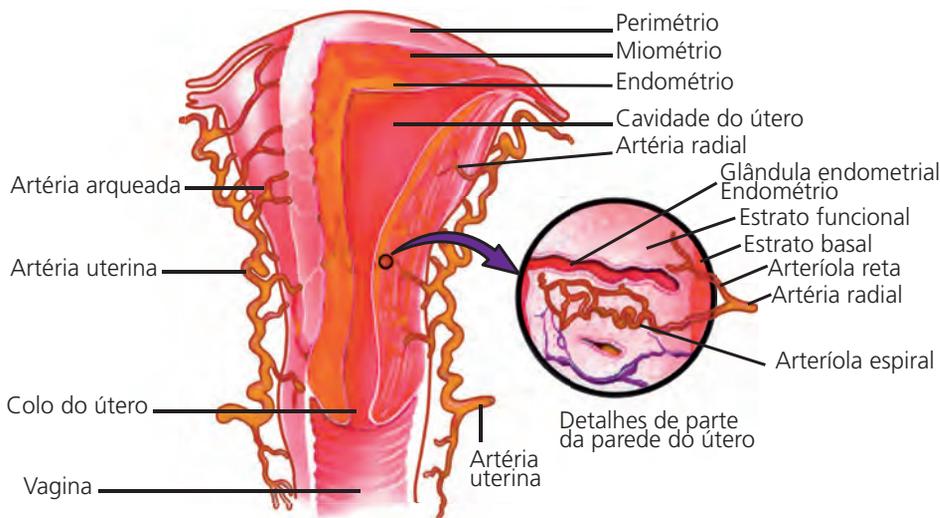
Os ovários são as gônadas femininas e estão presentes na mulher em número de dois. Têm o formato de amêndoa e, em média, pesam 7 g, cada um, medindo cerca de 2,5 x 1,5 x 1,0 cm. Assim como os testículos no homem, os ovários são glândulas **mistas** ou anfícrinas. Seus produtos de secreção externa são os óvulos e os de secreção interna, os hormônios femininos – **estrógeno e progesterona**. Durante a vida intrauterina os ovários produzirão um número definido de folículos ovarianos primordiais, os quais serão eliminados ao longo da vida fértil da mulher, sob forma de ovulação. A mulher nasce com aproximadamente 2 milhões de folículos ovarianos em cada ovário. Todavia, até a puberdade, a maioria deles sofrerá **atresia**, reduzindo o número para uns 400 mil, dos quais apenas cerca de 400 serão liberados. Na superfície dos ovários podem ser vistos os assim chamados **folículos de Graaf**, na forma de vesículas de diferentes tamanhos, variando em função do estágio de maturação. A cada período de aproximadamente 28 dias, em cada ovário há a maturação e ruptura de um único folículo, liberando um óvulo (na verdade, ovócito secundário). Assim, os ovários se revezam, de modo que cada um cumpre um ciclo completo de ovulação de dois em dois meses.

**Tubas uterinas**

Também conhecidas como ovidutos (trompas de falópio), são dois condutos que servem de via de ligação entre os ovários e o útero. Em suas extremidades, as tubas uterinas são dotadas de uma espécie de “franjas” – as fimbrias – que exibem grande atividade no período de ovulação. São elas que captam o óvulo expulso do folículo de Graaf, conduzindo-o ao interior da tuba. Aí, uma corrente ondulatória, promovida pelo **revestimento ciliar** da tuba impulsionará o óvulo na direção do útero. É no terço **distal** da tuba uterina que ocorre o encontro dos espermatozoides com o ovócito II, resultando na fecundação.

**Útero**

É um órgão com formato semelhante ao de uma pera invertida, cujo peso está em torno de 45 g em mulheres adultas, medindo de 6 a 7 cm de comprimento por 4 cm de largura, aproximadamente. Sendo constituído de paredes musculares bastante espessas e elásticas, durante a gravidez pode aumentar o seu volume e peso, chegando a medir 30 cm e a pesar mais de 1 kg. Cerca de 40 dias após o parto, o útero retorna às suas dimensões originais. Divide-se em três partes: 1) o **colo** do útero, onde conecta-se ao canal vaginal, possuindo um canal por onde passam os espermatozoides e o fluxo menstrual; 2) o **fundo** do útero, onde conectam-se as tubas e 3) o **corpo** do útero, formado por uma membrana externa – o **perimétrio** – uma camada intermediária – o **miométrio** – e uma camada interna chamada **endométrio**. Durante o ciclo menstrual, o endométrio se torna mais espesso, de modo a prover o ambiente adequando à nidação e manutenção do conceito.



Detalhe da vascularização uterina

## Adendo I

### Câncer de colo de útero

O **câncer de colo de útero** começa com **displasia do colo do útero**, uma alteração na forma, no crescimento e na quantidade de células do colo. As células podem retornar ao normal ou evoluir para câncer. Na maioria dos casos, o câncer de colo do útero pode ser detectado nos estágios mais iniciais, por meio do teste de esfregaço de Papanicolaou.

Um forte indício liga o câncer de colo do útero ao vírus que provoca rugas genitais, o papilomavírus humano (HPV). O aumento no risco está associado ao aumento no número de parceiros sexuais, à primeira relação sexual na adolescência e ao tabagismo.

TORTORA, G. J.; DERRICKSON, B. *Princípios de Anatomia e Fisiologia*. 12ª Edição. Guanabara Koogan. Rio de Janeiro, 2012. Página 1113.

## Adendo II

### Endometriose

A endometriose é caracterizada pelo crescimento de tecido endometrial fora do útero. O tecido entra na cavidade pélvica através das aberturas das tubas uterinas e pode ser encontrado em qualquer dos seguintes locais – nos ovários, na escavação retouterina, na face externa do útero, no colo sigmoide, nos linfonodos pélvicos e abdominais, no colo do útero, na parede do abdome, nos rins e na bexiga urinária. O tecido endometrial responde às flutuações hormonais tanto dentro quanto fora do útero. Com cada ciclo reprodutivo, o tecido se prolifera e, em seguida, degenera-se e sangra. Quando isso ocorre fora do útero, provoca inflamação, dor, cicatrização e infertilidade. Os sintomas incluem dor pré-menstrual ou dor menstrual intensa incomum.

TORTORA, G. J.; DERRICKSON, B. *Princípios de Anatomia e Fisiologia*. 12ª Edição. Guanabara Koogan. Rio de Janeiro, 2012. Página 1112.

### Vagina

Situada entre o colo do útero e a vulva, a vagina é um canal muscular com comprimento médio de cerca de 8 cm. Sendo muito elástica, adapta-se muito bem aos diversos tamanhos de pênis. Suas paredes contêm ondulações. A função da vagina é receber o espermatozoide durante o ato sexual, dando condições de sobrevivência aos espermatozoides. Em razão de sua grande elasticidade, a vagina pode distender-se de modo a ceder lugar ao nascituro, sem lesões à sua estrutura anatômica. Em pouco tempo, retorna ao seu tamanho original. A vagina apresenta grande número de terminações nervosas que dão a sensação de prazer por ocasião do ato sexual. A entrada da vagina é mais ricamente inervada, reduzindo-se a densidade de inervações à medida que o canal aproxima-se do útero. Esse aspecto anatômico faz com que o comprimento do pênis não seja muito relevante para o prazer sexual feminino.

### Vulva

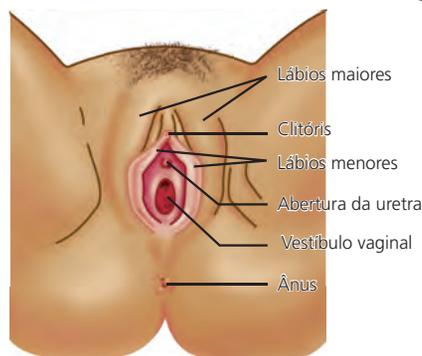
Corresponde à genitália feminina ou pudendo feminino, comunicando o canal vaginal com o meio externo. Na vulva localizam-se os grandes e os pequenos lábios, o clitóris e o hímen.

Os grandes lábios são a parte mais externa da vulva, sendo recobertos por pelos para maior proteção, sendo duas pregas curvas de pele que se originam no assim chamado monte do púbis, indo até o períneo, onde se unem, delimitando a fenda vulvar.

Os pequenos lábios são dobras de tecido delgado que delimitam a região onde estão os óstios uretral e vaginal. Uma vez rebatidos os pequenos lábios, visualizamos o vestíbulo. Dos lados do óstio vaginal existem as aberturas das glândulas vestibulares maiores (de Bartholin), e dos lados do óstio uretral existem as aberturas das glândulas para-uretrais (de Skene), estas secretam um fluido lubrificante natural, cujas propriedades facilitam o ato sexual.

O clitóris apresenta um grande número de terminações nervosas e é o principal responsável pelo prazer sexual feminino. Ele possui tecido erétil e aumenta de volume durante a excitação.

O hímen é uma membrana delgada e pouco vascularizada, a qual encontra-se na entrada da vagina. Existem diversos tipos de hímen, alguns com vários orifícios (tipo crivoso) e outros com apenas um. O mais comum é o anelar ou em forma de anel. Algumas mulheres possuem um hímen bastante elástico, o qual não se rompe durante o coito – é o tipo complacente. Uma minoria, porém, apresenta hímen imperfurado, carecendo de ato cirúrgico antes da primeira menstruação.



Vulva ou pudendo feminino

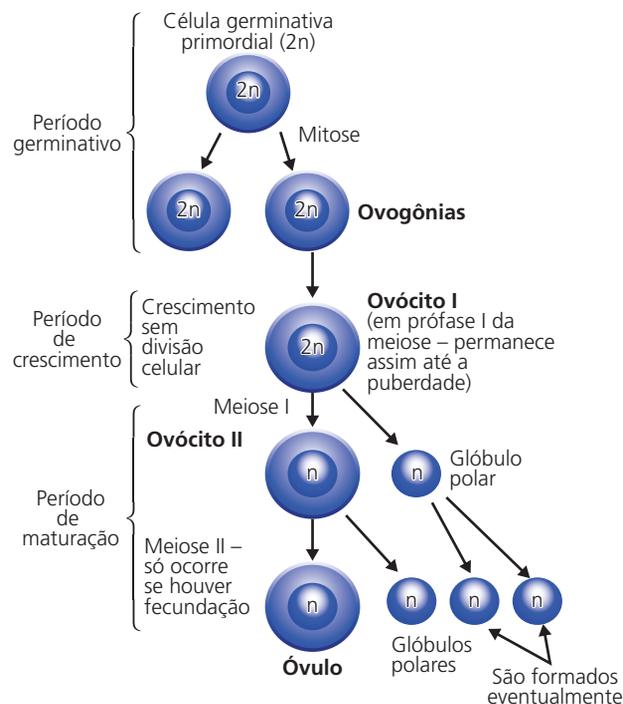
### Gametogênese feminina (ou Ovogênese)

Também chamada oogênese, esse processo passa por três fases: multiplicação, crescimento e maturação, não ocorrendo o período de diferenciação como na espermatogênese. Todavia, elas ocorrem segundo épocas e durações bem diferentes daquelas da gametogênese masculina.

A fase de multiplicação tem início ainda na vida intrauterina. Por volta da 15ª semana, as ovogônias do feto já se multiplicaram várias vezes e então interrompem definitivamente esse estágio. A seguir, os ovócitos de primeira ordem são produzidos na fase de crescimento, a qual prolonga-se por cerca de 4 meses, alcançando o 7º mês de gestação. Tal período extenso explica as dimensões do óvulo – cerca de 1.000 vezes maior do que o espermatozoide. A partir do 7º. mês da vida intrauterina, os ovócitos primários entram na fase de maturação, ou seja, os ovócitos primários iniciam simultaneamente uma meiose. Entretanto, ocorre um fato curioso: ao invés de completar a meiose, as células estacionam no diplóteno da prófase I (ou reducional), não realizando a diacinese. Essa situação perdurará até a puberdade. Isso quer dizer que um bebê do sexo feminino, ao nascer, já possui um grande número de ovócitos primários em meiose interrompida – fenômeno chamado dictióteno. A partir da puberdade, hormônios gonadotróficos, oriundos da adeno-hipófise, estimularão a conclusão do processo meiótico. O ovócito primário conclui a divisão I da meiose, gerando duas células de tamanhos diferentes: uma grande, o ovócito secundário (ou ovócito II), e outra pequena, o primeiro corpúsculo polar (ou corpúsculo polar I). O ovócito secundário logo inicia a segunda divisão meiótica, porém estacionando em metafase II, enquanto o corpúsculo polar geralmente degenera logo após sua formação. O ovócito secundário fica disponível para a fecundação por cerca de 24 horas após sua formação. Caso ela não ocorra dentro desse período, ele sofrerá degeneração. Todavia, se for fecundado, concluirá a segunda divisão meiótica, da qual surgirá o óvulo e em seguida o zigoto, e um segundo corpúsculo polar (ou corpúsculo polar II), que, assim como o primeiro, degenerará logo após sua formação.

Como cada ovócito primário, por assim dizer, espera por sua vez, é óbvio que muitos não chegarão a se desenvolver durante a vida reprodutiva de uma mulher. Além disso, se uma mulher tiver 40 anos de idade, seus ovócitos primários estarão estacionados no dictióteno há 4 décadas, o que faz com que estejam mais sujeitos a

falhas de divisão celular (não disjunções cromossômicas). Isso explica o maior risco de má-formações nas gestações tardias. Dessa forma, o risco de uma gestante acima de 40 anos ter um filho portador da síndrome de Down é cerca de 20 vezes maior do que aquele de uma mulher jovem. Agora, o aluno deve revisar o processo, representado na figura a seguir:



### Ciclo reprodutivo feminino (ciclo sexual mensal feminino)

#### Considerações gerais

O **ciclo sexual mensal feminino** corresponde a alterações rítmicas mensais controladas por hormônios hipofisários gonadotrópicos e esteroides gonadais, modificando os ovários (ciclo ovariano) e o útero (ciclo uterino ou menstrual), respectivamente, a partir da puberdade. O **ciclo ovariano** tem duas fases: a folicular e a lútea, já o **ciclo uterino ou menstrual** possui quatro fases: a menstrual, a proliferativa, a secretora e a pré-menstrual. Durante a primeira fase do ciclo ovariano, de 6 a 12 folículos, nos dois ovários, começam a amadurecer, contudo, um só ovócito secundário se destaca dos demais, sendo liberado na tuba uterina (ovulação).

O ciclo sexual mensal feminino tem como objetivo preparar o endométrio para uma possível gravidez, além de dar condições para a sobrevivência do conceito após a nidação. Comumente possui 28 dias, mas pode variar de 20 a 45 dias.

#### Mecanismos de feedback no ciclo sexual mensal feminino

A regulação dos hormônios sexuais no ciclo sexual mensal feminino é controlada por sistemas de **feedback** ou **retro-alimentação**. O **feedback negativo** compreende um processo regulatório do organismo em que o **aumento** da concentração sanguínea de um hormônio **final**, **diminui** a produção e secreção do hormônio **inicial** que controla a sua produção, ou que a **diminuição** da concentração sanguínea de um hormônio **final**, **aumenta** a produção e a secreção de um hormônio **inicial** que controla a sua produção. Já o **feedback positivo** compreende um processo regulatório do organismo em que o **aumento** da

concentração sanguínea de um hormônio **final**, também  **aumenta** a concentração do hormônio **inicial**, ou que a **diminuição** da concentração sanguínea do hormônio **final**, também **diminui** a concentração do hormônio **inicial**. Em resumo, o **feedback negativo** promove efeitos de **sentidos opostos**, já o **feedback positivo** promove efeitos de **mesmos sentidos**.

### Maturação dos folículos ovarianos e produção de esteroides femininos

A mulher chega à puberdade com aproximadamente 400 mil ovócitos primários (com a meiose I suspensa devido ao dictióteno) e, todos, dentro de **folículos ovarianos primordiais**.

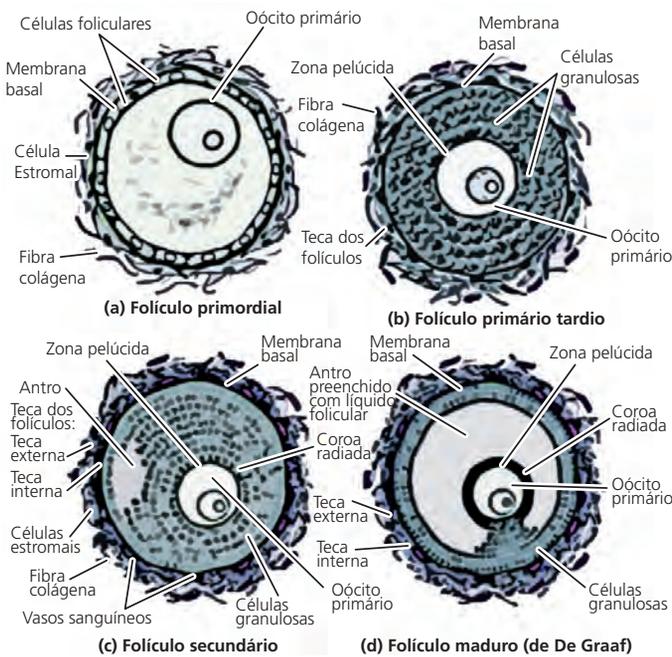
Considerando um ciclo sexual mensal feminino de 28 dias, sendo o seu início a data do primeiro dia da menstruação, período em que há uma redução da concentração sanguínea de estrógenos (estadiol, estrona e estriol). Fato este que induz por **feedback negativo** a secreção pela adeno-hipófise do hormônio folículoestimulante (FSH) que estimula a maturação dos folículos **primordiais**.

Com a liberação de FSH, cerca de 6 a 12 folículos primordiais, nos dois ovários, entram em maturação, apesar de normalmente apenas um deles amadurecer por completo.

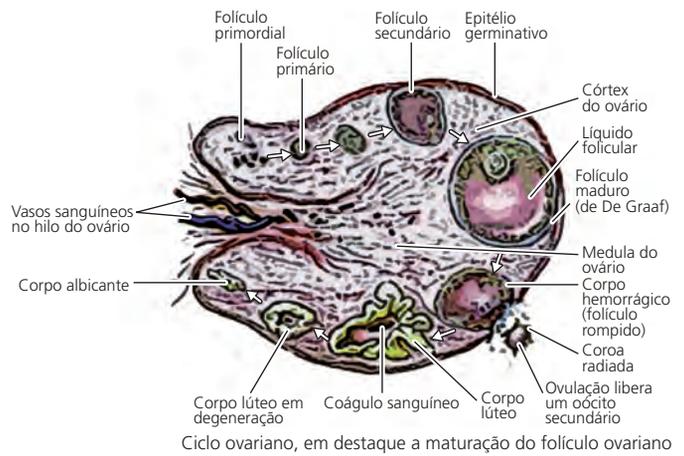
Com a maturação, observa-se que as células foliculares, antes dispostas em uma única camada de células achatadas, começam a se apresentar com diversas camadas de células colunares e cúbicas, chamadas células da granulosa. O folículo passa a ser dito **folículo primário**. É nessa época que começa a se formar uma camada glicoproteica denominada de **zona pelúcida** do futuro ovócito secundário.

Com o prosseguimento da maturação, as células foliculares começam a secretar líquido folicular que se acumula numa cavidade interna do folículo denominada de **antro**. O ovócito primário permanece envolvido pelas células foliculares da granulosa, nas quais sua camada interna presa à zona pelúcida, passa a ser denominada de **corona radiata**.

Nessa fase, o folículo começa a ser considerado como **secundário**, e suas células estromais, que ficam na porção periférica do folículo, origina a **teca dos folículos** se dispendo em duas camadas: a **teca externa** que garante revestimento do folículo, e a **teca interna** que se apresenta como um tecido glandular, responsável pela secreção de **estrogênios**.



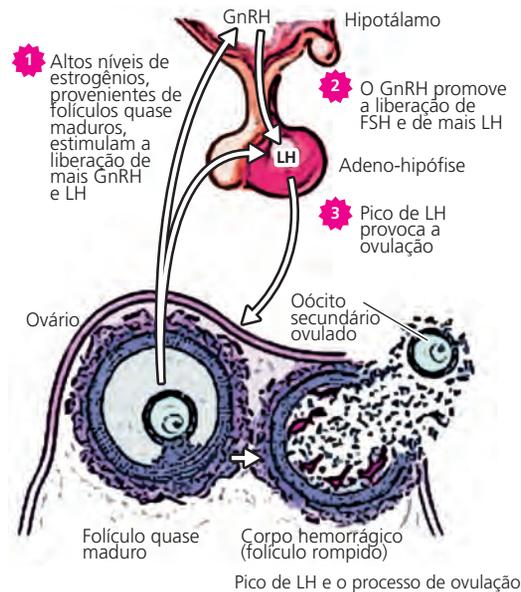
Desenvolvimento dos folículos ovarianos.



Ciclo ovariano, em destaque a maturação do folículo ovariano

O folículo secundário, finalmente, aumenta de tamanho, transformando-se em folículo maduro ou **De Graaf**. Enquanto neste folículo e logo antes da ovulação, o ovócito primário (ovócito I) diploide completa a meiose I, produzindo duas células haploides de tamanhos diferentes. A célula menor, denominada de corpúsculo polar, e a maior, denominada de ovócito secundário (ovócito II). Este inicia a meiose II, mas em seguida, para na metáfase.

O aumento da concentração de estrógenos no sangue da mulher, induz a um mecanismo de **feedback positivo**, promovendo um pico de secreção, pela adeno-hipófise, do hormônio luteinizante (LH) 16 horas antes da ovulação. Este promoverá o rompimento do folículo maduro (De Graaf), liberando o ovócito II na tuba uterina, por volta do 14º dia do ciclo menstrual, caracterizando o processo de ovulação. O folículo rompido gera o corpo hemorrágico na superfície do ovário, mas logo se transforma em corpo lúteo ou amarelo, sob efeito do LH. As células da granulosa do corpo lúteo passam a secretar grandes quantidades de **progesterona**, além de continuar produzindo **estrogênios**.



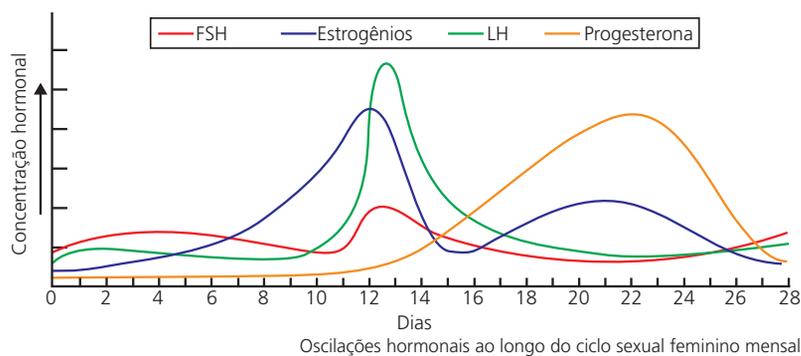
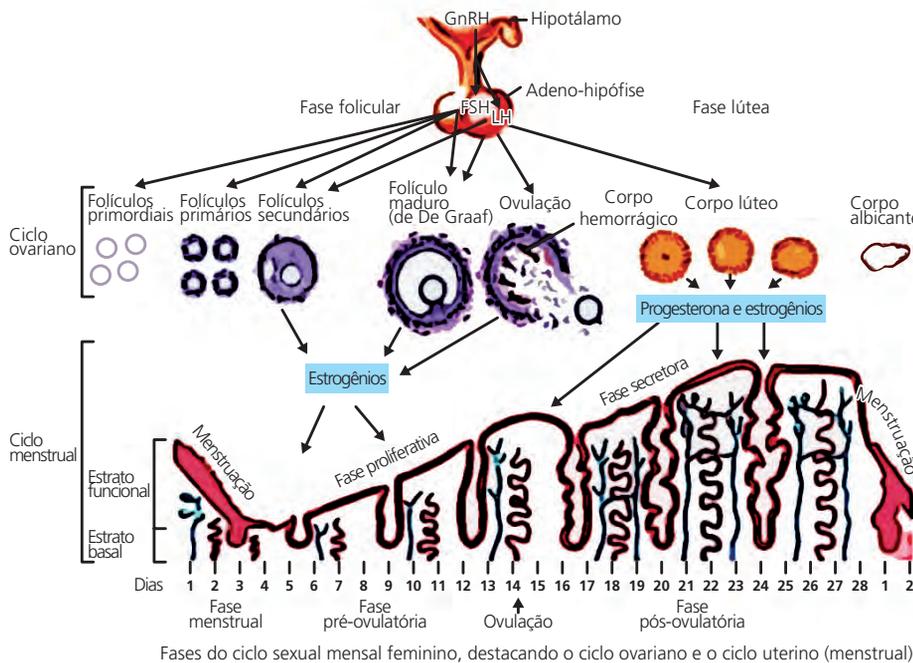
Após a ovulação, na segunda metade do ciclo, a ausência de fecundação e nidadação, e o aumento da secreção de estrógenos, progesterona e inibina (também liberado pelas células de Sertoli dos testículos) pelo corpo lúteo promoveram uma redução da secreção dos hormônios hipofisários FSH e LH. Fato que levará a uma involução do corpo lúteo após 12 dias de atividade fisiológica (por volta do 26º dia do ciclo sexual mensal feminino) transformando-o em corpo **albicans** ou branco. Este não mais secreta estrógenos e progesterona, o que levará a uma nova menstruação. Independente do tamanho do ciclo, a mulher ovula, geralmente, duas semanas antes do seu término.

### Ação dos estrogênios

Estes estrogênios atuam no útero, iniciando a preparação das camadas externas de endométrio que preparam o mesmo para uma possível nidação, o que caracteriza a gravidez. Vale também ressaltar que os estrogênios começam a ser liberados no início da puberdade, promovendo o aparecimento dos caracteres sexuais secundários femininos nessa época.

### Ação da progesterona

Depois da ovulação, a progesterona produzida pelo corpo lúteo trabalha junto dos estrogênios para preparar o endométrio para uma possível nidação. Também é responsável pelo desenvolvimento das glândulas endometriais, importantes para a manutenção do concepto implantado no útero.



### Menstruação

O fluxo menstrual do útero consiste em 50 a 150 ml de sangue, líquido tecidual, muco e células epiteliais degeneradas desprendidas do endométrio. Este processo resulta da redução da concentração de estrogênios e progesterona na corrente sanguínea, o que leva a um aumento da produção de prostaglandinas, responsáveis pela constrição das arteríolas uterinas. Como resultado, as células que elas mantêm ficam sem gás oxigênio e nutrientes e começam a morrer, e conseqüentemente, todo tecido mais superficial do endométrio necrosa. Nessa ocasião, o endométrio fica delgado, com aproximadamente 2 a 5 mm, porque apenas o estrato basal permanece. O fluxo menstrual ou mensturo passa através do canal do colo uterino e da vagina para o meio externo ao corpo.

### Adendo III

#### Menopausa e Andropausa

Nas mulheres, o ciclo reprodutivo normalmente ocorre uma vez por mês, a partir da **menarca**, a primeira menstruação, até a **menopausa**, a cessação permanente da menstruação. Portanto, o sistema genital feminino possui um tempo de vida limitado de fertilidade, entre a menarca e a menopausa. Nos primeiros 1 a 2 anos após a menarca, a ovulação ocorre em apenas aproximadamente 10% dos ciclos e a fase lútea é curta. Gradualmente, a porcentagem dos ciclos ovulatórios aumenta e a fase lútea atinge sua duração normal de 14 dias. Com o avanço da idade, a fertilidade diminui. Entre 40 e 50 anos de idade, o conjunto de folículos ovarianos restantes está exaurido. Como resultado, os ovários tornam-se menos responsivos à estimulação hormonal. A produção de estrogênios diminui, apesar da copiosa secreção dos hormônios foliculestimulante luteinizante pela adeno-hipófise. Muitas mulheres experimentam ondas de calor e sudorese acentuada,

o que coincide com as rajadas de liberação do hormônio liberador das gonadotropinas. Outros sintomas da menopausa são dor de cabeça, perda de cabelo, dores musculares, ressecamento vaginal, insônia, depressão, ganho de peso e alterações de humor. Uma certa atrofia dos ovários, tubas uterinas, útero, vagina, órgãos genitais externos e mamas ocorre nas mulheres na pós-menopausa. Em consequência da perda de estrogênios, a maioria das mulheres experimenta um declínio na densidade mineral óssea após a menopausa. O desejo sexual (libido) não apresenta um declínio paralelo; pode ser mantido pelos esteroides sexuais da glândula suprarrenal. O risco de câncer de útero atinge o ponto máximo aproximadamente aos 65 anos de idade, mas o câncer de colo do útero é mais comum em mulheres jovens.

Nos homens, o declínio da função reprodutiva é muito mais sutil do que nas mulheres. Homens saudáveis frequentemente conservam a capacidade reprodutiva até os 80 ou 90 anos de idade. Por volta dos 55 anos, um declínio na síntese da testosterona leva a uma redução da força muscular, menos espermatozoides viáveis e diminuição do desejo sexual. Embora a produção de espermatozoides diminua 50 a 70%, entre 60 e 80 anos, espermatozoides em profusão ainda podem estar presentes, mesmo na velhice.

TORTORA, G. J.; DERRICKSON, B. *Princípios de Anatomia e Fisiologia*. 12ª Edição. Guanabara Koogan. Rio de Janeiro, 2012. Página 1110.

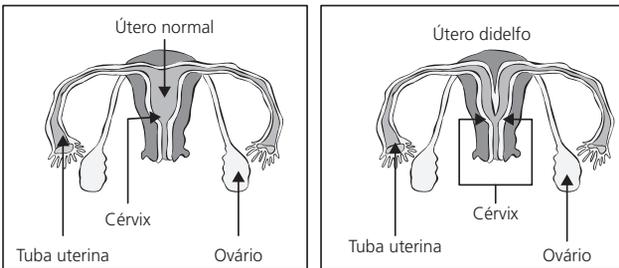


**Exercícios de Fixação**

01. (UFPE/2012) Leia a notícia a seguir, observe a figura e considere as proposições que vêm a seguir.

“Uma mulher de 38 anos, que mora em Três Pontas, na Região Sul de Minas Gerais, tem uma gravidez inusitada. Ela possui uma má-formação chamada “útero didelfo”, que fez com que ela tivesse dois órgãos. Há oito meses, Jucéa Maria de Andrade espera por gêmeos, uma menina e um menino, e cada um deles foi formado em um útero diferente”.

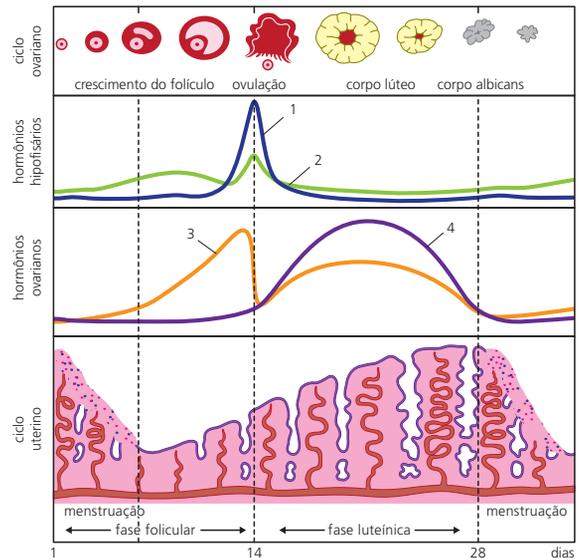
Disponível em: <g1.globo.com>.



Sobre o ocorrido com Jucéa, assinale a opção incorreta:

- A) A diferenciação anatômica do útero de Jucéa permite concluir que cada ovário libera um ovócito secundário a cada mês de forma independente, aumentando a chance de gerar gêmeos.
- B) A ovulogênese de Jucéa iniciou quando ela estava no útero de sua mãe, e foi continuada na puberdade, após seus ovócitos primários serem ativados pelos hormônios hipofisários.
- C) O desenvolvimento do ovócito secundário na segunda divisão da meiose estaciona na metáfase II e, assim, somente é completado após a fecundação.
- D) Jucéa gerou gêmeos fraternos ou dizigóticos, pois óvulos distintos foram fecundados cada qual por um espermatozoide.
- E) O gêmeo do sexo masculino pode possuir alelos localizados no cromossomo X sem alelos correspondentes no cromossomo Y.

02. (UEMG/2017 – Modificada) Analise a representação gráfica do ciclo ovariano regular de 28 dias, mostrado a seguir.



Disponível em: <http://drasilvasouza.files.wordpress.com/2011/08/menstrual\_cycle.jpg>. Acesso em: 05 set. 2016

O hormônio 4 tem como função

- A) liberar o ovócito
- B) estimular a libido feminina.
- C) desenvolver o folículo ovariano.
- D) desenvolver glândulas endometriais.

03. (UPF/2016) Os processos reprodutivos na espécie humana, desde a formação da genitália até o desenvolvimento das características sexuais secundárias e a produção dos gametas, estão sob controle de vários hormônios. Em relação a esse tema, analise as afirmativas abaixo.

- I. O hormônio FSH estimula os folículos ovarianos na mulher e a espermatogênese nos homens;
- II. A progesterona estimula o desenvolvimento das glândulas mamárias e atua na preparação do endométrio para receber o embrião;
- III. O alto nível do LH e da somatotrofina são os fatores determinantes da maturação do óvulo;
- IV. O hormônio dosado pelos testes de gravidez mais comuns é o HCG, o qual mantém o corpo lúteo no ovário durante o primeiro trimestre da gestação.
- V. A testosterona, produzida nos testículos e na adenoipófise, estimula a maturação dos espermatozoides, garantindo-lhes a mobilidade necessária à fecundação.

Está correto o que se afirma em:

- A) I, II e III apenas.
- B) II, III, IV e V apenas.
- C) I e V apenas.
- D) I, II, III, IV e V.
- E) I, II e IV apenas.

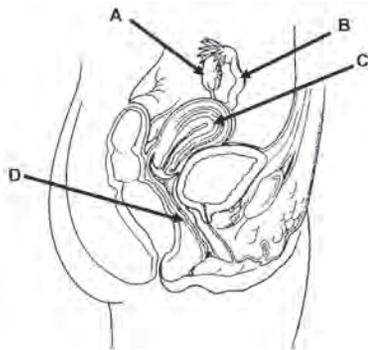
04. (UFMS/2015) Uma alimentação com deficiência de vitaminas ou de minerais pode influenciar todas as etapas do processo reprodutivo. Seguem alguns exemplos que não podem faltar na dieta.

- Vitamina A: regula a síntese de **progesterona** e, durante a gestação, previne a imunodeficiência da mãe e do bebê.
- Vitamina C: é um potente antioxidante que protege os **óvulos e espermatozoides**.
- Vitamina D: influencia a **formação do endométrio**.

Considerando os eventos envolvidos na reprodução humana, os segmentos destacados relacionam-se, respectivamente, com o(a)

- A) fecundação – fecundação – ciclo menstrual.
- B) ciclo menstrual – gametogênese – ciclo menstrual.
- C) gametogênese – fecundação – fecundação.
- D) fecundação – gametogênese – fecundação.
- E) ciclo menstrual – gametogênese – fecundação.

05. (Mackenzie/2013)



A respeito do esquema acima, assinale a alternativa correta.

- A) A parede interna do órgão B é descamada durante o período de ovulação.
- B) Estrógeno e progesterona são hormônios produzidos em A e agem em C.
- C) Se em uma cirurgia o órgão B for removido, a mulher não menstruará mais.
- D) A laqueadura é uma cirurgia em que é feita a remoção do canal indicado em D.
- E) A produção de gametas e a fecundação são eventos que ocorrem em A.



### Exercícios Propostos

01. (Unigranrio - Medicina/2017)

#### “NASCE 1º BEBÊ DO MUNDO COM DNA DE 3 PAIS”

“Cientistas americanos anunciaram o nascimento do primeiro bebê do mundo por meio de uma técnica de reprodução assistida que usa o DNA de três pessoas: do pai, da mãe e de um terceiro doador. De acordo com um artigo publicado na revista científica *New Scientist*, a polêmica técnica permite progenitores com mutações genéticas raras a conceberem filhosãos. Usada para prevenir doenças mitocondriais provocadas por defeitos genéticos transmitidos pela mãe.”

Veja, Ciência e Saúde: Disponível em: <<http://veja.abril.com.br/saude/nasce-1o-bebe-do-mundo-com-dna-de-3-pais/>>. Adaptado.

A chamada da notícia acima se refere ao DNA de três pessoas porque:

- A) Houve recombinação entre o DNA das três pessoas.
- B) A doadora tinha DNA compatível com a mãe receptora.
- C) Não há presença de DNA na mitocôndria da doadora, apenas no núcleo do ovócito.

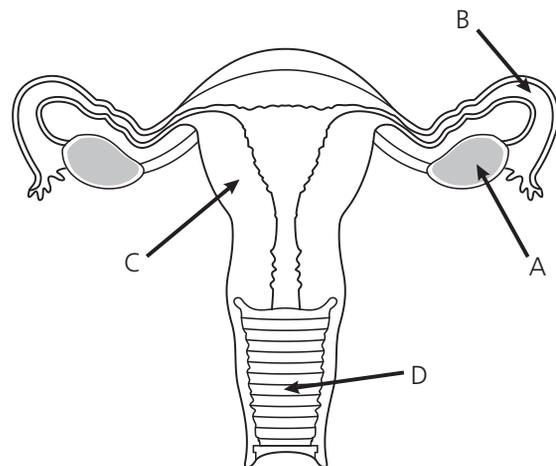
- D) Houve fecundação do ovócito da mãe e depois aproveitamento do RNA.
- E) Há presença de DNA na mitocôndria da doadora.

02. (Uepg/2016 – Modificada) Os ovários são duas estruturas com cerca de 3 cm de comprimento, localizados na cavidade abdominal, na região das virilhas. Na porção ovariana mais externa, chamada córtex ovariano, localizam-se as células que darão origem aos óvulos.

No processo de formação dos óvulos,

- A) a formação de gametas femininos é chamada de ovulogênese e tem início antes do nascimento de uma mulher, em torno do primeiro mês de vida intrauterina.
- B) as ovogônias param de se dividir por mitoses por volta do nono mês de vida intrauterina, crescendo, e, posteriormente, entrando na prófase da I, da meiose I, mas parando no diplóteno, passando a ser chamadas de ovócitos I.
- C) as células precursoras dos gametas femininos, as ovogônias, multiplicam-se por mitose somente após o primeiro ciclo menstrual feminino.
- D) os ovócitos I permanecem estacionados na fase de metáfase II da meiose. Estes terminam o ciclo meiótico por volta do décimo quarto dia do ciclo menstrual. Se não houver fecundação, degeneram e são eliminados.
- E) o ovócito I termina a segunda divisão da meiose e produz duas células de tamanhos iguais: o ovócito secundário ou ovócito II e o primeiro corpúsculo polar ou corpúsculo polar I.

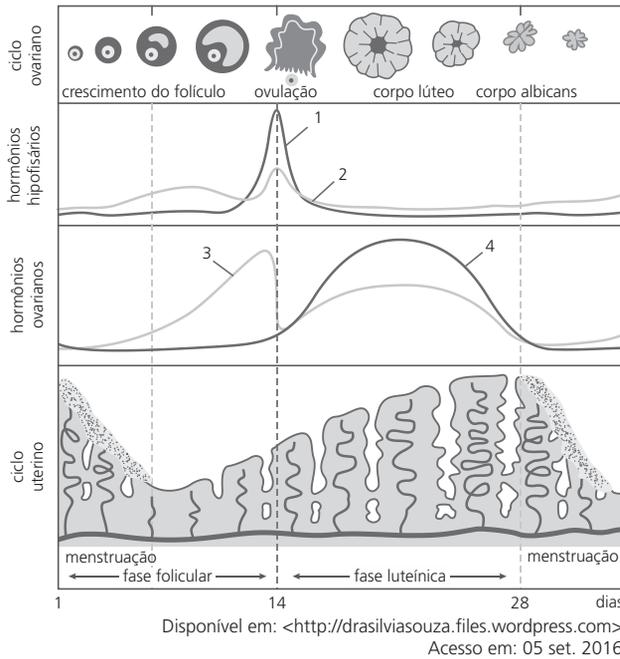
03. (Mackenzie/2017) O esquema a seguir representa o aparelho reprodutor feminino humano.



Assinale a alternativa correta.

- A) O FSH é um hormônio que age no órgão A enquanto que o LH age no órgão C.
- B) O órgão C é responsável por abrigar o embrião durante o desenvolvimento e também por ser o local onde ocorre a fecundação.
- C) O estrógeno é um hormônio produzido no órgão A e tem como função provocar o espessamento da camada interna do órgão C.
- D) A laqueadura é um método que consiste na obstrução do órgão D.
- E) No período fértil é quando a parede interna do órgão D se encontra mais espessada.

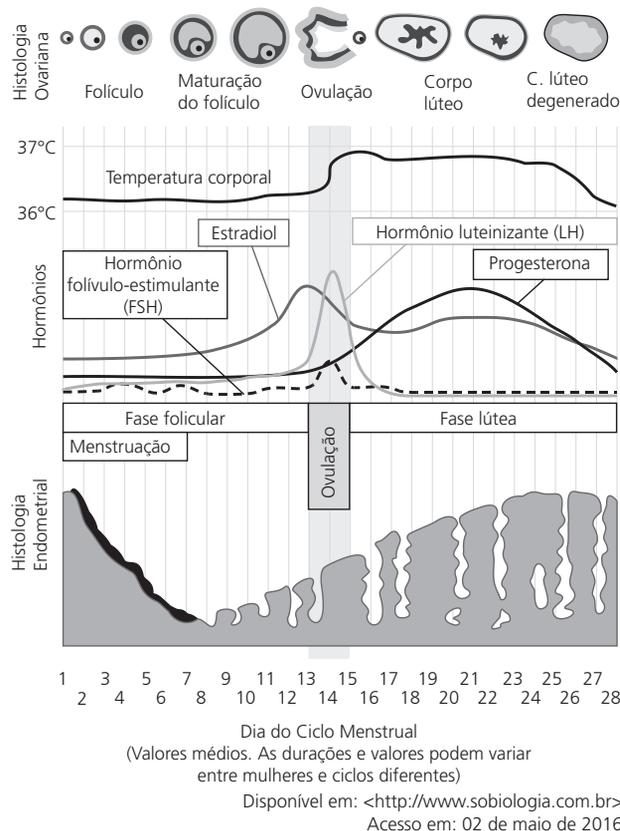
04. (UEMG/2017) Analise a representação gráfica do ciclo ovariano regular de 28 dias, mostrado a seguir.



O hormônio 4 tem como função

- A) liberar o ovócito II.
- B) estimular a libido feminina.
- C) desenvolver o folículo ovariano.
- D) aumentar a espessura do endométrio.

05. (PUC-PR/2017) A duração de um ciclo menstrual é, em média, de 28 dias. Convencionou-se designar o primeiro dia da menstruação como o primeiro dia do ciclo. A regulação do ciclo depende de hormônios gonadotróficos (FSH e LH) e de hormônios esteroides (estrógeno e progesterona). É possível identificar nos gráficos a seguir dois ciclos femininos integrados: o ovariano e o uterino.



Considerando que os gráficos representados referem-se a uma mulher adulta com ciclo menstrual regular de 28 dias, infere-se que

- A) ela não está grávida, pois houve uma queda de progesterona e estrógeno no final do ciclo.
- B) ela está grávida, pois, na fase lútea, há um aumento dos hormônios gonadotróficos.
- C) ela está utilizando regularmente pílula contraceptiva composta por derivados de estrógeno e progesterona.
- D) não está grávida, pois, na fase folicular, há diminuição de hormônios gonadotróficos.
- E) na fase folicular, por ação da progesterona, houve uma retração do endométrio sugerindo gravidez.

06. (Fuvest/2016) Considere as informações seguintes, relativas a mulheres e homens saudáveis.

- Tempo de viabilidade do óvulo, após sua liberação pelo ovário: 24 horas.
- Tempo de viabilidade do espermatozoide no corpo de uma mulher, após a ejaculação: 72 horas.
- Período fértil: período do ciclo sexual mensal feminino em que a mulher apresenta maiores chances de engravidar.

Com base nessas informações,

A) no calendário abaixo, assinale com X os dias que correspondem ao período fértil de uma mulher que tenha ovulado no dia 15 do mês;



B) considerando as taxas dos hormônios luteinizante (LH), folículo-estimulante (FSH) e progesterona no sangue, indique aquele(s) hormônio(s) que atinge(m) seu nível mais alto no período fértil da mulher.

07. (Unesp/2015) Márcia, Juliana e Ana Cristina são três amigas. Uma delas está amamentando, outra está entrando em seu período fértil e a terceira está no final de seu ciclo menstrual.

Os gráficos 1 e 2 apresentam os níveis dos hormônios luteinizante (LH) e ocitocina no sangue dessas mulheres.

GRÁFICO 1

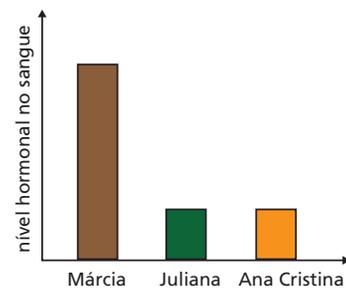
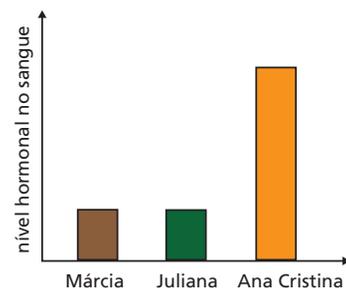


GRÁFICO 2

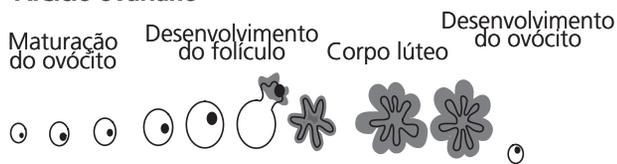


Se o gráfico 1 referir-se aos níveis de

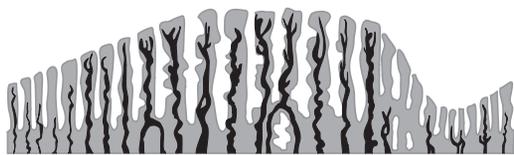
- A) LH e o gráfico 2 aos níveis de ocitocina, Ana Cristina está entrando em período fértil, Márcia está no final de seu ciclo menstrual e Juliana está amamentando.
- B) LH e o gráfico 2 aos níveis de ocitocina, Juliana está entrando em período fértil, Ana Cristina está no final de seu ciclo menstrual e Márcia está amamentando.
- C) ocitocina e o gráfico 2 aos níveis de LH, Ana Cristina está entrando em período fértil, Márcia está no final de seu ciclo menstrual e Juliana está amamentando.
- D) ocitocina e o gráfico 2 aos níveis de LH, Márcia está entrando em período fértil, Juliana está no final de seu ciclo menstrual e Ana Cristina está amamentando.
- E) LH e o gráfico 2 aos níveis de ocitocina, Márcia está entrando em período fértil, Juliana está no final de seu ciclo menstrual e Ana Cristina está amamentando.

08. (Fuvest/2012)

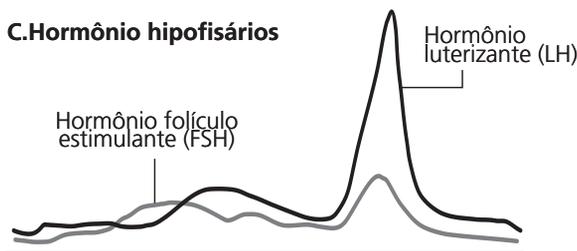
**A.Ciclo ovariano**



**B.Ciclo uterino: desenvolvimento do endométrico**



**C.Hormônio hipofisários**

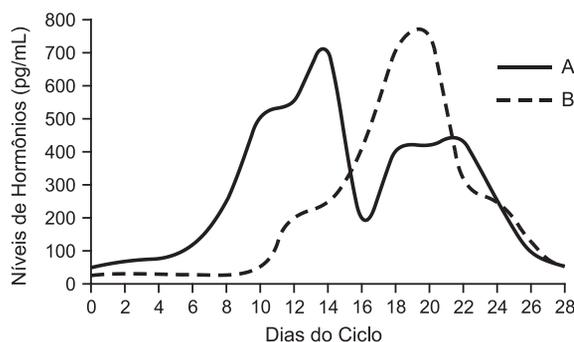


As figuras acima mostram os ciclos ovariano e uterino e as variações dos hormônios hipofisários relacionadas com esses ciclos, na mulher. Em cada figura, a representação dos eventos se inicia em tempos diferentes. As figuras estão reproduzidas na página de resposta.

- A) Nas linhas horizontais abaixo das figuras A e B, indique, com a letra M, o início da menstruação.
- B) Na linha horizontal abaixo da figura C, indique, com a letra O, o momento da ovulação.
- C) Na gravidez, o que ocorre com a produção dos hormônios representados na figura C?

09. (Unicamp/2010) O gráfico a seguir mostra a variação na concentração de dois hormônios ovarianos, durante o ciclo menstrual em mulheres, que ocorre aproximadamente a cada 28 dias.

28 dias.



- A) Identifique os hormônios correspondentes às curvas A e B e explique o que acontece com os níveis desses hormônios se ocorrer fecundação e implantação do ovo no endométrio.
- B) Qual a função do endométrio? E da musculatura lisa do miométrio?

10. (Unesp/2005) Muito recentemente, os debates sobre os benefícios e os riscos da reposição hormonal ou “terapia hormonal”, prescrita a mulheres em fase de menopausa, foram intensificados com a divulgação de resultados de pesquisas que questionam toda a eficiência antes atribuída a esse tratamento. Segundo os resultados das pesquisas realizadas, parece claro que a terapia hormonal é indicada para tratar os desagradáveis sintomas da menopausa, mas não para prevenir algumas doenças, como antes se acreditava.

- A) Considerando os resultados das pesquisas mais recentes, cite uma doença que se acreditava ser prevenida e outra cuja incidência vem sendo associada à terapia hormonal indicada para mulheres em fase de menopausa.
- B) Que hormônios são administrados nesse tipo de terapia e qual o órgão do corpo humano responsável pela sua produção?

**Seção Videoaula**



**Sistema Reprodutor Feminino**

**Aula**  
**19**

**Métodos Contraceptivos**

C-4 H-14

**Considerações iniciais**

A partir da puberdade, os jovens passam por mudanças físicas e psicológicas que despertam um interesse crescente pelo sexo. Nesta fase, um número significativo de jovens inicia seu contato com a sexualidade pelo método de tentativa e erro, o que é preocupante, pois, sem contar com o benefício de uma informação confiável sobre as diversas formas de evitar a

concepção, muitos acabam por criar graves problemas em suas vidas. O preço da desinformação tem sido alto – no Brasil, dados do Ministério da Saúde apontam para índices alarmantes de gravidez na adolescência. As estatísticas revelam que, ao passo que, na faixa acima de 20 anos de idade, a fecundidade da mulher brasileira tem diminuído nas últimas décadas, infelizmente, entre as adolescentes, os números só têm subido. Este certamente é um dos fatores que contribuem para os cerca de 1.500.000 abortos realizados todos os anos em nosso território. Por ser uma prática ilegal, boa parcela desses procedimentos é feita por automedicação ou em clínicas clandestinas, às mãos de pessoas inabilitadas. As consequências são devastadoras – aproximadamente 50.000 mulheres morrem a cada ano em razão de abortos malsucedidos, enquanto muitas outras acabam estéreis. Uma triste realidade que poderia ser evitada caso a população em geral tivesse acesso tanto intelectual quanto econômico aos diversos métodos anticoncepcionais. Ademais, o conhecimento dessa matéria, habilita a pessoa a se proteger não apenas da gravidez inoportuna, mas, principalmente, de uma ameaça maior – as doenças sexualmente transmissíveis, entre elas a AIDS. Nesta aula, abordaremos todos os métodos atualmente disponíveis, mencionando suas aplicações, vantagens e desvantagens. Para isso, recorreremos a um sistema de classificação geral como segue a seguir.

## Métodos naturais ou de abstinência periódica

### Tabela (ou Ogino-Knauss)

Consiste em observar os sinais e sintomas orgânicos da mulher ao longo do ciclo menstrual, de modo a prever, com margem de segurança, a época mais provável da ocorrência da ovulação, período em que o casal abster-se-á de relações sexuais, exceto se recorrer a outros métodos. Os métodos naturais consideram uma vida útil de 2 a 3 dias para os espermatozoides. Primeiramente, é preciso dizer que este método **não** é recomendável para pessoas com ciclos menstruais **irregulares**. O procedimento básico consiste em a mulher registrar a duração de, pelo menos, seus últimos 6 ciclos, isto é, o intervalo entre o 1º dia de um ciclo e o 1º dia do ciclo seguinte, ao longo de 6 meses, anotando o mais curto e o mais longo. A partir desses valores, busca-se prever o período provável da próxima ovulação, estabelecendo uma margem de segurança de cerca de 5 dias antecedendo essa data e cerca de 4 dias após ela, como período em que a abstinência é compulsória. As ovulações precoces ou tardias costumam ser a causa mais comum para a falha desse método, de modo que se recomenda sua associação com outros dois. Vejamos a seguir.

### Método do muco cervical (ou método de Billings)

Esse método baseia-se no fato de o aspecto e a consistência do muco cervical feminino apresentar alterações em períodos específicos do ciclo menstrual, dando sinais da proximidade da ovulação. A mulher deve fazer observações diárias do muco, de modo a familiarizar-se com suas variações. Podemos distinguir 5 períodos distintos: 1) Dias “secos”, logo após a menstruação, onde o muco está ausente; 2) Dias com secreção branco amarelada, úmida e pegajosa, o que indica proximidade da ovulação; 3) Dias em que o muco se torna muito abundante, límpido (semelhante a clara de ovos) e bastante viscoso, permitindo formar fios de uns 5 cm, um claro indicativo de dias férteis; 4) dias em que o muco

diminui em quantidade e torna-se menos transparente e 5) Dias em que o muco torna-se aquoso, próximo à menstruação. O período de abstinência iria da fase 2 até uns 4 dias após a fase 4. Recomenda-se o uso desse método em associação ao da tabela.

### Temperatura corporal basal

Este método baseia-se no fato de que há certas variações específicas na temperatura corporal durante o ciclo menstrual. Ela permanece praticamente constante durante a maior parte do ciclo, sendo que, poucos dias antes, mostra uma ligeira queda, seguida de uma elevação de cerca de 0,3 °C. O período de abstinência começa a partir do início das variações de temperatura e estende-se por até 4 dias após estas variações. As medições de temperatura devem ser feitas pela manhã, ao acordar. Um fator de distúrbio nesse método é que podem ocorrer variações de temperatura por outros fatores orgânicos. Assim sendo, como no caso do muco cervical, recomenda-se a associação desse método ao da tabela.

A combinação dos três métodos anteriores chama-se método **sintotérmico**.

## Métodos primitivos

### Coito interrompido

Este é, provavelmente, o mais antigo método contraceptivo adotado pela humanidade. Acha-se registrado na Bíblia, na pessoa de Onã, o qual já o praticava há milênios. O termo onanismo tem sido empregado erroneamente para designar a automasturbação masculina. Na verdade, ele corresponde à prática de remover o pênis da vagina pouco antes da ejaculação. Está entre os métodos contraceptivos mais falhos, pois, durante a excitação, as glândulas bulbouretrais liberam um fluido transparente, o qual pode já conter espermatozoides, havendo o risco de gravidez mesmo sem a ejaculação. Não é um método recomendável, pois, além da baixa eficácia, requer um controle muito rigoroso por parte do homem e, frequentemente, interrompe o prazer do casal.

### Ducha vaginal

Conforme indica o próprio nome, consiste na lavagem do canal vaginal com substâncias que visem a retirada e/ou eliminação dos espermatozoides. Tem-se usado desde água pura até soluções antissépticas. Todavia, trata-se de uma medida muito pouco eficaz, visto que, cerca de 90 segundos após a ejaculação, já podem ser encontrados espermatozoides nas tubas uterinas.

## Métodos de barreira

### Preservativos masculino e feminino

Há evidências arqueológicas de que os antigos egípcios, há milênios, já utilizavam preservativos confeccionados à base de intestino de carneiro. O preservativo masculino, conhecido como “camisa de Vênus” ou simplesmente “camisinha”, consiste num invólucro de borracha ou látex, o qual, sendo colocado no pênis já ereto, colhe o esperma, evitando que alcance o canal vaginal. O preservativo feminino é bem mais recente no mercado e consiste em um invólucro com dois anéis situados em suas extremidades – um externo e outro cuja função é facilitar sua colocação no interior da vagina.

Uma grande vantagem desse método é que, além da contracepção em si, protege os parceiros contra as temíveis DST's – incluindo a AIDS. Todavia, falhas de fabricação ou o uso incorreto podem resultar em danos à superfície do preservativo, acarretando ineficácia. Além disso, esse método encontra, entre os usuários, alguma rejeição por certa medida de desconforto, por supostamente influir na sensibilidade do casal e por exigir a interrupção das práticas sexuais preliminares, a fim de colocar o preservativo.



Anka Grzywacz/Wikimedia Foundation



Vladimir Yudin/123RF/Getty Images

## Diafragma

Consiste em uma membrana de borracha com um anel flexível nas bordas. É colocado no interior da vagina e fixado junto ao colo do útero. A colocação deve ser feita 20 min antes da relação sexual e a retirada, de 6 a 8 h após. Caso não seja removido em 24 h, pode ocasionar infecções na mulher. Era um método bastante comum na década de 40 (século XX), tendo caído em desuso após o advento do anticoncepcional oral. Existindo em diversas dimensões, a escolha do diâmetro errado ou a falha na colocação são os responsáveis pela falha do método. Para melhorar sua eficiência, recomenda-se o uso em associação com gel espermicida.



AxelFanz/Wikimedia Foundation

## Capuz cervical

Poder-se-ia chamar de um aperfeiçoamento do diafragma, consistindo em um dispositivo flexível, em forma de um dedal, o qual é aplicado, sob pressão, no colo do útero, onde deverá se fixar.

Apesar da semelhança com o diafragma, apresenta as seguintes vantagens: pode ser deixado no local por até 36 h e o uso do espermicida não é tão imperativo. Todavia, só é fabricado em 4 tamanhos, sendo contraindicado para um número maior de mulheres.



Ceridwen CC BY-SA 2.0 fr/Wikimedia Foundation

Capuz cervical

## Esponjas

Pouco conhecidas do público em geral, as esponjas são discos de poliuretano, com pequenas depressões e contendo certa quantidade de espermicida. São aplicadas de forma semelhante a um diafragma ou um capuz cervical. Além disso, contêm uma alça flexível que facilita sua remoção. A fim de ativar o espermicida, a usuária deve umedecer a esponja antes da colocação, a qual deve ser realizada pouco antes do ato sexual. Não deve permanecer no local por mais de 24 h em razão dos riscos de infecção ou reações alérgicas. Se usada de modo correto, a esponja anticoncepcional raramente causa efeitos colaterais.

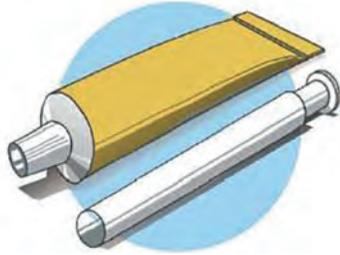


CC BY-SA 2.0 fr/Wikimedia Foundation

Esponja anticoncepcional

## Espermicidas

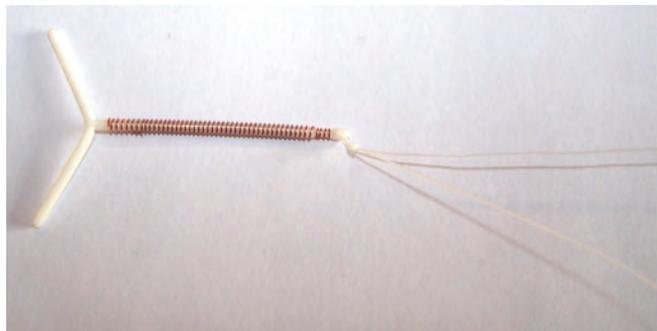
São indicados para a utilização em conjunto com preservativos, diafragmas e esponjas, pois os espermicidas têm baixa eficiência quando utilizados isoladamente. Ao longo da história, uma grande variedade de substâncias com propriedades espermicidas foram identificadas e catalogadas. Até fezes de crocodilo já foram utilizadas. Na Antiga Grécia, Soranus (98 DC), um ginecologista, registrou mais de 40 combinações de substâncias que poderiam ser usadas para este fim. A maioria compunha-se de soluções à base de frutas ácidas, associadas a uma barreira feita de lã. Na atualidade, os espermicidas estão disponíveis na forma de gel, pastas, tabletes efervescentes, supositórios ou películas solúveis. Alguns vêm acompanhados de dispositivo aplicador. O alvo principal dessas substâncias é a membrana celular dos espermatozoides, causando-lhes morte, contudo, os espermicidas não são úteis na prevenção de DST's, por não serem efetivos na eliminação dos patógenos causadores de doenças transmitidas pelo ato sexual.



### Dispositivo intrauterino (DIU)

Conforme sugere o nome, o DIU é um artefato que, uma vez colocado no interior do útero, impede, por mecanismos diversos, a concepção. Ao longo da história, diversas tentativas fracassadas de criar tal dispositivo resultaram em dano à saúde de muitas mulheres. Nos EUA, por exemplo, vários fabricantes foram à falência em razão da verdadeira ‘avalanche’ de processos judiciais que sofreram. Todavia, os dispositivos atuais são bastante seguros e eficazes. Atualmente, há dois tipos disponíveis: DIU com cobre e DIU com hormônios. Todo DIU, na condição de corpo estranho, produz uma reação inflamatória no interior do útero, alterando a consistência do muco e impedindo o deslocamento dos espermatozoides ou, em último caso, a fixação do conceito. O DIU com cobre, além da ação anterior, libera sais de cobre, diminuindo a mobilidade dos espermatozoides. Por último, o modelo com o hormônio progesterona, este atua espessando o muco cervical, o que dificulta o deslocamento dos espermatozoides até o ovócito II e impede a fixação do conceito no endométrio. Há controvérsias sobre a capacidade abortiva do DIU. Contudo, sabe-se que é um dos métodos anticoncepcionais mais seguros, em torno de 99%.

Só pode ser colocado por profissional médico e pode permanecer no corpo por até 5 anos. Entre as desvantagens, temos o custo, o desconforto da colocação, a necessidade de exames periódicos para verificar o posicionamento do DIU e a pequena possibilidade de sangramentos vaginais.



DIU colocado

### Métodos hormonais

#### Contraceção oral e injetável

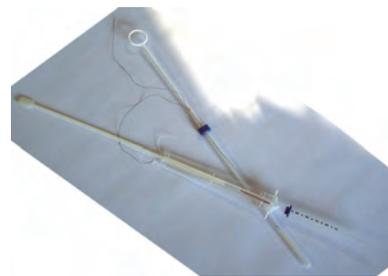
O ciclo menstrual e a gravidez são estados fisiológicos regulados por “alças” de *feedback* negativo e positivo, pelas quais os hormônios se regulam mutuamente, cada um estimulando ou inibindo a liberação de outro. Desse modo, se introduzirmos um agente externo (ou exógeno) similar a um desses hormônios, podemos impedir a deflagração do ciclo ovulatório, pois a presença desse agente no sangue, em concentrações ideais, inibirá a liberação dos hormônios responsáveis pelo amadurecimento do folículo ovariano e a liberação do ovócito II. No início do século XX,

os pesquisadores haviam constatado que a administração de hormônios femininos evitava a concepção. É exatamente nesse princípio que os anticoncepcionais orais e injetáveis se baseiam. Eles contêm doses bem determinadas de estrógenos e progesterônio. O primeiro tipo inibe a liberação de FSH e, portanto, o amadurecimento do folículo; o segundo inibe a liberação de LH e, por consequência, a ovulação, através de *feedback* negativo. Além disso, há outros efeitos promovidos por tais agentes, os quais impedem a concepção: a inadequação das paredes uterinas para receber o conceito e alterações no muco cervical, tornando lenta a mobilidade dos espermatozoides.

A partir das propriedades dos agentes acima, existem dois tipos de pílulas anticoncepcionais: as **combinadas**, ou seja, aquelas que possuem os dois tipos de hormônios e as **não combinadas** (ou minipílulas), as quais utilizam apenas progesterônio. Estas últimas são indicadas para as mulheres que, por alguma razão, não podem receber estrogênio.

Quanto aos contraceptivos injetáveis, existem os **mensais** e os **trimestrais**. A composição dos primeiros é similar à das pílulas – hormônios estrogênicos e progesteragênicos (semelhantes à progesterona). A diferença é a forma de administração, a qual permite que tais agentes sejam lentamente liberados na corrente sanguínea a partir do local onde são injetados. Os contraceptivos trimestrais utilizam apenas um princípio ativo, isto é, um tipo particularmente potente de fármaco da família dos progesteragênicos, o qual é liberado em pequenas doses ao sangue durante cerca de três meses.

As desvantagens dos anticoncepcionais orais ou injetáveis estão relacionadas às inúmeras contraindicações, aos efeitos colaterais (o que pode ser contornado pela escolha adequada entre os diversos tipos disponíveis), ao fato de não impedirem a aquisição de DST's e, no caso das pílulas, a necessidade da adesão diária ao tratamento.



CC BY-SA 2.0 fr/Wikimedia Foundation



Matthew Bowden/Wikimedia Foundation

Contraceptivos de uso parenteral (Intramuscular) e oral

#### Contraceção de emergência ou pós-coital

Conforme sugere o próprio nome, é a terapia administrada em um curto período após as relações sexuais nas quais o método administrado (tal como o preservativo) falhou ou método nenhum foi utilizado.

Erroneamente chamado de “pílula do dia seguinte”, pois o uso não está restrito apenas a esse dia, o tratamento consiste na administração de um derivado sintético de progesterona – o **levonorgestrel**. A droga está disponível na forma de comprimidos, os quais devem ser ingeridos o mais rapidamente possível – no máximo, 72 h após a relação desprotegida, podendo ser tomados em duas doses, com intervalo de 12 h entre elas, ou formulações com apenas um comprimido.

O levonorgestrel age de três formas: a) inibindo a secreção de LH (*feedback* negativo) e, por consequência, evitando ou retardando a ovulação; b) alterando as características do endométrio, que se torna inadequado à implantação do embrião, evitando a nidação; c) aumentando a viscosidade do muco uterino, tornando lenta a mobilidade dos espermatozoides, impedindo a fecundação. No entanto, a droga será ineficaz se a implantação já tiver ocorrido.

Salientamos que esse método é menos eficaz do que os contraceptivos hormonais orais regulares, além de apresentar fortes efeitos colaterais – geralmente na forma de náusea, vômitos, cefaleia, tontura, dores abdominais e nas mamas. Portanto, seu uso deve se restringir aos casos de emergência, jamais em substituição ao contraceptivo regular. Pacientes com histórico de doença cardiovascular, enxaqueca, hipertensão e diabetes devem ter acompanhamento médico.

## Métodos cirúrgicos

A contracepção cirúrgica foi proposta em 1823 e oficialmente realizada em 1881 por Samuel Lungren de Toledo, em Ohio, EUA. Nesta cirurgia, as tubas uterinas de uma paciente foram ligadas durante uma cesariana. A partir da década de 30, tal procedimento popularizou-se como método de controle e planejamento familiar. De lá para cá, houve grande evolução na técnica de esterilização, tanto masculina quanto feminina. Na década de 70, por exemplo, com o advento da laparoscopia – técnica que encurta bastante o pós-operatório – a contracepção cirúrgica difundiu-se mais ainda.

### Laqueadura

A esterilização cirúrgica feminina ou laqueadura é conseguida mais frequentemente com a realização da ligadura tubária, na qual ambas as tubas uterinas são amarradas e depois seccionadas. Outras técnicas fazem, no lugar de amarrar, uso de cliques de titânio ou de cauterizadores nas tubas. Em qualquer caso, o resultado é que o ovócito secundário não passa pelas tubas uterinas e o espermatozoide não consegue chegar até o ovócito. A ligadura tubária reduz o risco de doença inflamatória da pelve nas mulheres que são expostas a DSTs, reduz o risco de câncer nos ovários, mas eleva o fluxo menstrual.

Apesar de ser considerada um método contraceptivo cirúrgico definitivo, o procedimento pode ser revertido, sendo considerado tecnicamente complexo.

### Vasectomia

A esterilização cirúrgica masculina é a vasectomia, na qual uma parte de cada ducto deferente é removida. É realizada uma incisão em ambos os lados do escroto, os ductos são localizados e cortados, cada um é amarrado (ligado) em dois lugares com suturas e a parte livre entre as amarras é removida. Embora a produção de espermatozoides continue nos testículos, elas não podem mais alcançar o exterior. Os espermatozoides degeneram-se e são destruídos por fagocitose. Como os vasos sanguíneos não são cortados, os níveis de testosterona no sangue permanecem normais, e, assim, a vasectomia não apresenta qualquer efeito em relação ao desejo e ao desempenho sexual. Se feita corretamente, se aproxima de 100% de eficiência.

Apesar de ser considerada um método contraceptivo cirúrgico definitivo, o procedimento pode ser revertido, mas a chance de recuperar a fertilidade é de apenas 30 a 40%.

## Métodos atuais

Visando a redução dos efeitos colaterais (sem prejuízo da eficácia e da comodidade), a medicina tem continuamente desenvolvido novos dispositivos anticoncepcionais, de modo que os casais têm diante de si um número crescente de opções para o planejamento familiar. Dentre as novidades recentes, estão:

### Anel vaginal



Sakky/Wikimedia Foundation

É um pequeno anel flexível de superfície lisa, não porosa e não absorvente, que é inserido na parte superior da vagina, uma região bastante elástica e não sensível ao toque. Ele contém os hormônios etonogestrel e etinilestradiol e deve ser colocado na vagina no 5º dia da menstruação, permanecendo nessa posição durante três semanas. É colocado pela mulher e é tão eficaz quanto as pílulas, combinadas com doses baixas de hormônios.

### Adesivo anticoncepcional

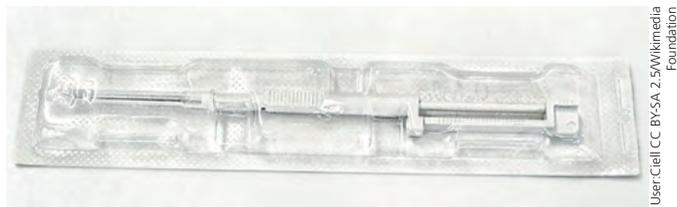


Tomazs Trojanowski/123RF/Gettyimages

Deve ser colado na pele permanecendo nessa posição durante uma semana, sendo substituído em seguida. Na quarta semana suspende-se o uso para a menstruação. A maior vantagem é que a mulher não precisará tomar a pílula todo dia e nem esquecerá. Outra vantagem é que os hormônios serão absorvidos diretamente pela circulação evitando alguns efeitos colaterais desagradáveis da pílula oral. Pode ser colocado em diversos locais do corpo.

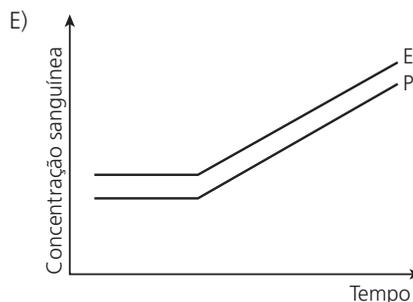
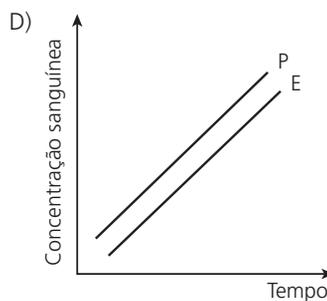
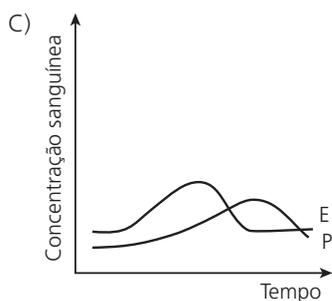
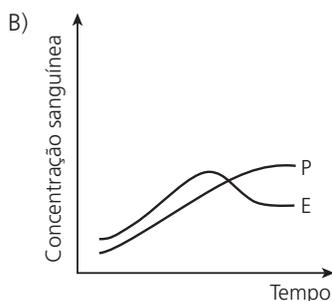
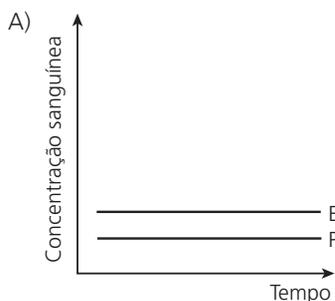
### Implantes anticoncepcionais

São pequenas cápsulas contendo etonogestrel, um hormônio anticoncepcional, as quais são introduzidas (pelo médico) sob a pele, através de um aplicador descartável, com uso de anestesia local. A duração do implante é de aproximadamente três anos, funcionando como inibidor da ovulação.



### Exercícios de Fixação

01. (UFRJ) A pílula anticoncepcional é um dos métodos contraceptivos de maior segurança, sendo constituída basicamente de dois hormônios sintéticos semelhantes aos hormônios produzidos pelo organismo feminino, o estrogênio (E) e a progesterona (P). Em um experimento médico, foi analisado o sangue de uma mulher que ingeriu ininterruptamente um comprimido desse medicamento por dia durante seis meses. Qual gráfico representa a concentração sanguínea desses hormônios durante o período do experimento?



02. Explique como funcionam os métodos anticoncepcionais a seguir, indicando vantagens e desvantagens do uso de cada um deles:
- A) diafragma.
  - B) pílula anticoncepcional.
03. (CFTMG/2017) Existe uma infinidade de métodos contraceptivos que apresentam eficácias variadas. Um método contraceptivo considerado como um dos de menor eficácia é a utilização de
- A) substâncias químicas que simulam alguns hormônios, impedindo a liberação do gameta feminino na tuba uterina.
  - B) controle voluntário durante a relação sexual, retirando-se o pênis de dentro da vagina alguns instantes antes da ejaculação.
  - C) envoltório geralmente de silicone que encobre totalmente o pênis, evitando a passagem de espermatozoides para o canal vaginal.
  - D) pequeno aparelho colocado dentro do útero, impedindo a passagem de espermatozoides para as tubas uterinas e liberando hormônios que impedem a ovulação.
04. (IFCE/2014) Um problema que tem aumentado consideravelmente, nos últimos anos, é a gravidez na adolescência. O uso e o conhecimento adequado de métodos contraceptivos pelos jovens podem reverter este quadro. Sobre os métodos contraceptivos, é incorreto afirmar-se que
- A) para maior segurança nas relações sexuais, deve-se utilizar a camisinha masculina ou feminina, pois elas previnem a transmissão do vírus da AIDS e uma possível gravidez.
  - B) o DIU (dispositivo intrauterino) é um método contraceptivo que previne uma gravidez indesejada, mas não previne a transmissão de doenças sexualmente transmissíveis.
  - C) o diafragma é o método contraceptivo que deve ser utilizado com uma pomada ou gel espermicida.
  - D) o método da tabelinha é eficaz, se forem evitadas relações sexuais somente no dia da ovulação.
  - E) a pílula, método hormonal feminino, impede a ovulação.

05. (UFSC/2011 – Modificada) As figuras seguintes mostram procedimentos cirúrgicos no aparelho reprodutor masculino e feminino denominados de vasectomia (Figura 1) e ligação tubária (Figura 2).

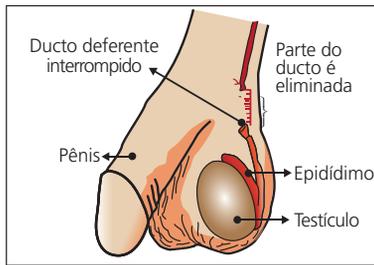


Figura 1

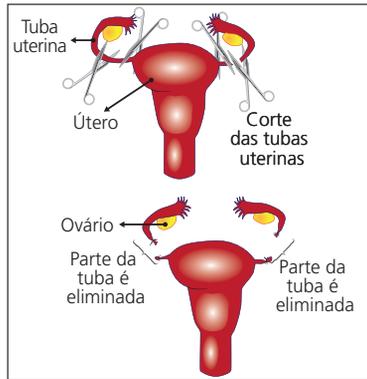


Figura 2

AMABIS e MARTHO. *Biologia das células*. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2004, p. 369.

Em relação a esses métodos é verdade o que se afirma em

- A) Os ovários continuarão produzindo os hormônios FSH (hormônio estimulante do foliculo), LH (hormônio luteinizante), estrogênio e progesterona mesmo depois da cirurgia.
- B) O homem vasectomizado mantém a produção normal do hormônio testosterona, uma vez que este é lançado diretamente na corrente sanguínea.
- C) Ambos os procedimentos cirúrgicos são considerados métodos anticoncepcionais e são eficientes na prevenção de doenças sexualmente transmissíveis.
- D) Como um homem vasectomizado não mais elimina espermatozoides, não pode mais transmitir o vírus da AIDS para seus parceiros sexuais.
- E) No caso da mulher submetida ao procedimento de ligação tubária (mostrada na Figura 2), com o passar dos anos, os óvulos (ovócitos secundários) acharão um novo caminho até o útero, por isso este procedimento cirúrgico deve ser sempre repetido a cada dez anos.



### Exercícios Propostos

01. (CFTMG/2017) Existe uma infinidade de métodos contraceptivos que apresentam eficácias variadas. Um método contraceptivo considerado como um dos de menor eficácia é a utilização de
- A) substâncias químicas que simulam alguns hormônios, impedindo a liberação do gameta feminino na tuba uterina.
  - B) controle voluntário durante a relação sexual, retirando-se o pênis de dentro da vagina alguns instantes antes da ejaculação.

- C) envoltório geralmente de silicone que encobre totalmente o pênis, evitando a passagem de espermatozoides para o canal vaginal.
- D) pequeno aparelho colocado dentro do útero, impedindo a passagem de espermatozoides para as tubas uterinas e liberando hormônios que impedem a ovulação.

02. (CPS/2006) No Carnaval, o Ministério da Saúde aumenta a distribuição de preservativos para a população e intensifica ainda mais as ações de prevenção às doenças sexualmente transmissíveis. Durante a festa, por tradição, alguns fatores acentuam os comportamentos que deixam os foliões mais vulneráveis à infecção, como o aumento do consumo de bebidas alcoólicas e um clima de maior liberação sexual. O uso adequado de preservativo, em todas as relações sexuais, é apontado pelas pesquisas como a forma mais eficiente de prevenir doenças sexualmente transmissíveis (DST) como a AIDS, herpes, sífilis, gonorréia e outras.

As frases a seguir se referem a essas doenças. Leia-as com atenção, procurando verificar a veracidade do conteúdo científico.

- I. Nas DST, o contágio ocorre durante a relação sexual, quando um dos parceiros está contaminado;
- II. Qualquer pessoa sexualmente ativa pode contrair essas doenças. O risco pode ser maior para aqueles que trocam frequentemente de parceiros;
- III. Os preservativos, além de prevenirem contra essas doenças podem também impedir gravidez indesejada;
- IV. Todas essas doenças são provocadas por fungos e bactérias.

Assinale a alternativa que contém todas as afirmações cientificamente válidas.

- A) Apenas I e II.
  - B) Apenas II e III.
  - C) Apenas III e IV.
  - D) Apenas I, II e III.
  - E) Apenas I, II e IV.
03. (UFPR/2007) Após a fecundação, o embrião humano recém-formado sofrerá sucessivas clivagens e levará de 5 a 7 dias para chegar ao útero, onde ocorre a nidação. O medicamento conhecido como a "pílula do dia seguinte" pode ser utilizado, em casos de urgência, para evitar uma gravidez depois de uma relação sexual não protegida ou mal protegida, e possivelmente fértil. Os promotores dessa técnica propõem-na não como um método de uso regular, pois ela não impede a fertilização, mas sim como um recurso alternativo. Com base nisso, assinale a alternativa correta.
- A) A chamada "pílula do dia seguinte" é um método contraceptivo.
  - B) A implantação do zigoto no útero ocorre 72 horas após a fertilização.
  - C) A gestação pode continuar mesmo que não se complete a nidação do embrião no útero.
  - D) A "pílula do dia seguinte" interrompe a gestação ao impedir a implantação do embrião no útero.
  - E) A utilização da chamada "pílula do dia seguinte" não permite a gestação por impedir a ovulação.

04. (Unifesp/2007) Um homem dosou a concentração de testosterona em seu sangue e descobriu que esse hormônio encontrava-se num nível muito abaixo do normal esperado. Imediatamente buscou ajuda médica, pedindo a reversão da vasectomia a que se submetera havia dois anos. A vasectomia consiste no seccionamento dos ductos deferentes presentes nos testículos. Diante disso, o pedido do homem
- A) não tem fundamento, pois a testosterona é produzida por glândulas situadas acima dos ductos, próximo à próstata.
  - B) não tem fundamento, pois o seccionamento impede unicamente o transporte dos espermatozoides dos testículos para o pênis.
  - C) tem fundamento, pois a secção dos ductos deferentes impede o transporte da testosterona dos testículos para o restante do corpo.
  - D) tem fundamento, pois a produção da testosterona ocorre nos ductos deferentes e, com seu seccionamento, essa produção cessa.
  - E) tem fundamento, pois a testosterona é produzida no epidídimo e dali é transportada pelos ductos deferentes para o restante do corpo.

05. (CPS/2006) No Carnaval, o Ministério da Saúde aumenta a distribuição de preservativos para a população e intensifica ainda mais as ações de prevenção às doenças sexualmente transmissíveis. Durante a festa, por tradição, alguns fatores acentuam os comportamentos que deixam os foliões mais vulneráveis à infecção, como o aumento do consumo de bebidas alcoólicas e um clima de maior liberação sexual. O uso adequado de preservativo, em todas as relações sexuais, é apontado pelas pesquisas como a forma mais eficiente de prevenir doenças sexualmente transmissíveis (DST) como a AIDS, herpes, sífilis, gonorreia e outras.

As frases a seguir se referem a essas doenças. Leia-as com atenção, procurando verificar a veracidade do conteúdo científico.

- I. Nas DST, o contágio ocorre durante a relação sexual, quando um dos parceiros está contaminado;
- II. Qualquer pessoa sexualmente ativa pode contrair essas doenças. O risco pode ser maior para aqueles que trocam frequentemente de parceiros;
- III. Os preservativos além de prevenirem contra as doenças podem também impedir gravidez indesejada;
- IV. Todas essas doenças são provocadas por fungos e bactérias.

Assinale a alternativa que contém todas as afirmações cientificamente válidas.

- A) Apenas I e II.
- B) Apenas II e III.
- C) Apenas III e IV.
- D) Apenas I, II e III.
- E) Apenas I, II e IV.

06. (Unesp/2004) Considere a tabela seguinte, que contém diversas formas de contraceptivos humanos e três modos de ação.

MODOS DE AÇÃO			
	Impede o encontro de gametas	Impede a implantação do embrião	Previne a ovulação
I.	Camisinha masculina	Dispositivo intrauterino (DIU)	Pílula comum
II.	Coito interrompido	Laqueadura tubária	Camisinha feminina
III.	Diafragma	Pílula do dia seguinte	Pílula comum
IV.	Dispositivo intrauterino (DIU)	Laqueadura tubária	Camisinha feminina
V.	Vasectomia	Camisinha masculina	Diafragma

A relação entre tipos de contraceptivos e os três modos de ação está correta em

- A) I, apenas.
- B) I e II, apenas.
- C) I e III, apenas.
- D) III e IV, apenas.
- E) III e V, apenas.

07. (UFRJ/2001) A maior parte dos métodos anticoncepcionais que utiliza uma abordagem bioquímica ou fisiológica aplica-se à mulher. Um exemplo muito conhecido é a pílula anticoncepcional que lança mão de misturas de estrogênio e progesterona para inibir a ovulação. Por que é mais difícil elaborar uma estratégia semelhante para o homem?

08. (UFSM) Sabe-se que um óvulo pode sobreviver cerca de 48 horas e um espermatozoide, cerca de 72 horas. Um casal cuja mulher possui um ciclo menstrual padrão e que deseja evitar, com boa margem de segurança, a gravidez, não deve manter relações sexuais durante
- A) o 10° e o 18° dia do ciclo.
  - B) o 12° e o 20° dia do ciclo.
  - C) o 8° e o 16° dia do ciclo.
  - D) o 1° e o 8° dia do ciclo.
  - E) o 20° e o 28° dia do ciclo.

09. (PUCMG) As pílulas anticoncepcionais femininas possuem substâncias que
- A) provocam a morte dos espermatozoides na entrada do colo do útero.
  - B) inibem o batimento flagelar dos espermatozoides.
  - C) tornam a parede do óvulo impenetrável para o espermatozoide.
  - D) provocam o fechamento das tubas uterinas.
  - E) impedem a ocorrência do fenômeno da ovulação.

10. (UFRJ) A pílula anticoncepcional feminina é composta de estrógenos e progestacionais sintéticos que impedem a formação do óvulo (ovócito II) pelo ovário. Em geral, a mulher toma a pílula por 21 dias consecutivos, interrompe o uso da pílula por alguns dias e, em seguida, inicia uma nova série. Alguns médicos, entretanto, prescrevem o uso continuado da pílula, sem interrupções. Que diferença no ciclo feminino, particularmente no útero, terá esse segundo procedimento, quando comparado ao uso interrompido do medicamento?

## Considerações iniciais

O sistema respiratório humano compõe-se de: fossas nasais, faringe, laringe, traqueia, brônquios, bronquíolos e pulmões (envolvidos pela pleura).

A passagem da faringe para a laringe se faz pela glote, que é recoberta pela epiglote. Na laringe se situam as cordas vocais. Os movimentos respiratórios de inspiração e expiração em repouso dos pulmões são processos ativos e passivos respectivamente, na dependência do aumento ou da diminuição dos diâmetros horizontal e vertical da caixa torácica, sendo essas variações controladas por fibras nervosas do sistema nervoso autônomo, que comandam as contrações dos músculos intercostais e do diafragma. Há também um controle voluntário do córtex cerebral sobre os movimentos respiratórios, contudo o comando habitual é involuntário realizado pelo centro respiratório localizado no bulbo e na ponte.

## Cavidade nasal

A entrada e a saída do ar normalmente ocorrem pelas narinas, as quais se comunicam com as cavidades nasais, em cujo interior há dobras, chamadas de **cornetos nasais (conchas nasais)**, que forçam o ar a rodopiar, lançando partículas suspensas contra a mucosa, que as retêm para posterior eliminação.

O revestimento das cavidades nasais apresenta células produtoras de muco e células ciliadas, cujos cílios batem em direção à faringe, varrendo a camada de muco. Isso evita que impurezas cheguem aos pulmões. Esse revestimento protetor é o epitélio **mucociliar ou pseudoestratificado cilíndrico ciliado**, encontrado também em porções inferiores das vias aéreas, como a traqueia e os brônquios.

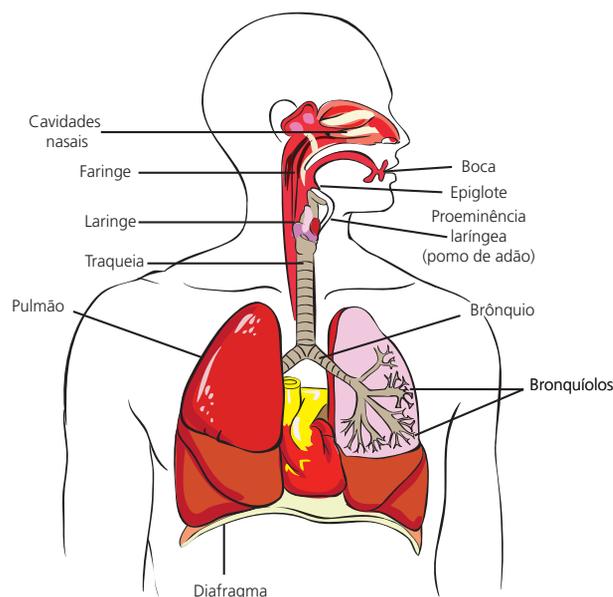
A área olfatória situa-se no teto da cavidade nasal e constitui-se de células sensoriais acopladas a neurônios sensitivos especializados – a reunião delas forma o **nervo olfatório**, o qual penetra na caixa craniana através de uma fina lâmina crivosa do osso etmoide.

## Faringe e Laringe

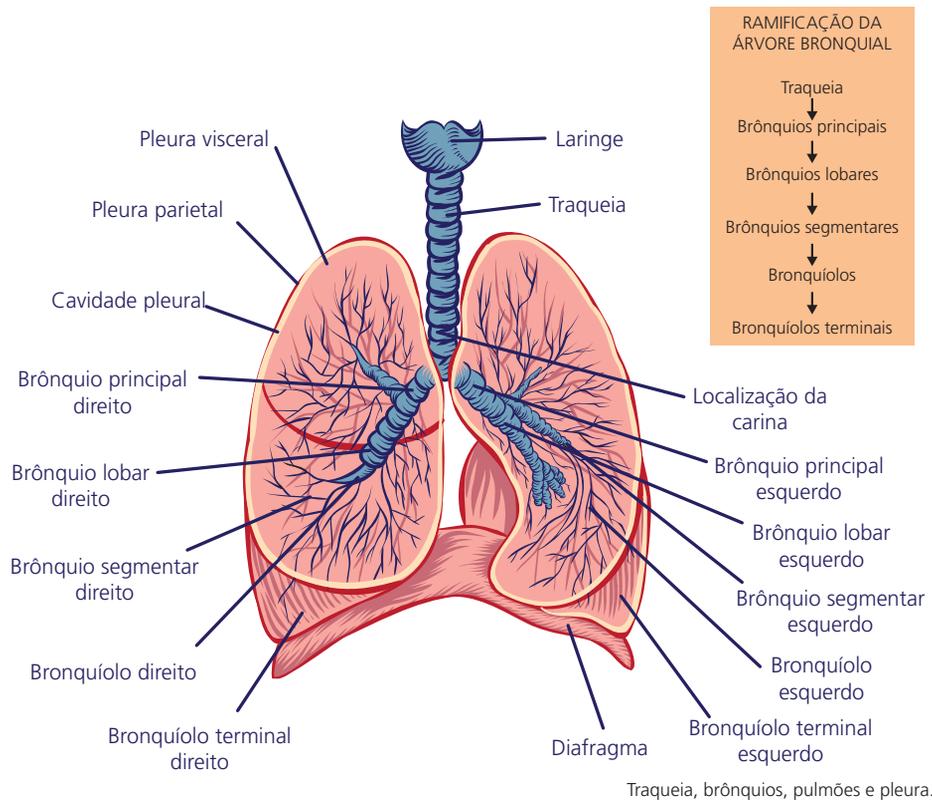
As fossas nasais são ricamente vascularizadas e revestidas de muco. Após atravessá-las, o ar passa para a faringe e entra na laringe pela glote. Na laringe se encontra uma válvula denominada epiglote (cartilagem elástica), a qual impede que os alimentos penetrem nas vias aéreas durante a deglutição. Na laringe também estão as pregas vocais – a fala (ou fonação) deve-se aos movimentos sincronizados da língua, dos lábios e das pregas vocais. Estas últimas posicionam-se em forma de “V” quando abertas (abdução); ao se fecharem (adução), funcionam como as cordas de um instrumento musical, vibrando com a passagem do ar e emitindo sons. Durante infecções da garganta, é comum a rouquidão – consequência direta do edema nas cordas vocais, que, deformadas, deixam uma fenda ao se ocluírem.

## Traqueia e brônquios

A traqueia, um tubo mantido aberto por anéis cartilagosos em forma de “C” (cartilagem hialina), bifurca-se na carina e origina dois brônquios que penetram nos pulmões tanto a traqueia quanto os brônquios são revestidos internamente por um epitélio mucociliar pseudoestratificado cilíndrico ciliado. Os brônquios ramificam-se em tubos progressivamente menos calibrosos, chegando aos bronquíolos, que se abrem nos alvéolos pulmonares, cuja parede contém uma única camada de células de epitélio simples pavimentoso.

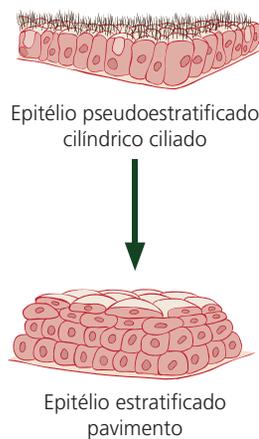


Visão geral do sistema respiratório humano.



### Alterações celulares do tecido respiratório

A limpeza das vias aéreas depende do bom funcionamento dos cílios e das características do muco produzido pelo epitélio pseudoestratificado cilíndrico ciliado, pode ser afetada por alterações ambientais, infecciosas ou hereditárias. A inalação de ar frio, por exemplo, promove uma diminuição na velocidade dos batimentos ciliares, com prejuízo para a remoção de partículas sólidas. A fumaça de cigarros diminui a eficiência dos batimentos ciliares, o que se traduz na maior frequência de doenças respiratórias entre os fumantes e seus filhos. A incidência de pneumonia é três vezes maior nos filhos de mulheres fumantes que nos filhos das não fumantes. Por outro lado, o tabagismo crônico acaba produzindo uma relevante alteração no revestimento respiratório, chamada de **metaplasia**, a saber, a substituição do epitélio pseudoestratificado cilíndrico ciliado por outro tipo – estratificado pavimentoso, mais espesso, porém inadequado à função respiratória. Desse modo, fica comprometida a capacidade filtradora das vias aéreas, com as partículas inaladas chegando aos brônquios, bronquíolos e alvéolos. Isto traz consequências patológicas na forma de bronquites, enfisema pulmonar e pneumonia. Em alguns casos, ocorre uma alteração celular mais grave como processo neoplásicos (tumoris).



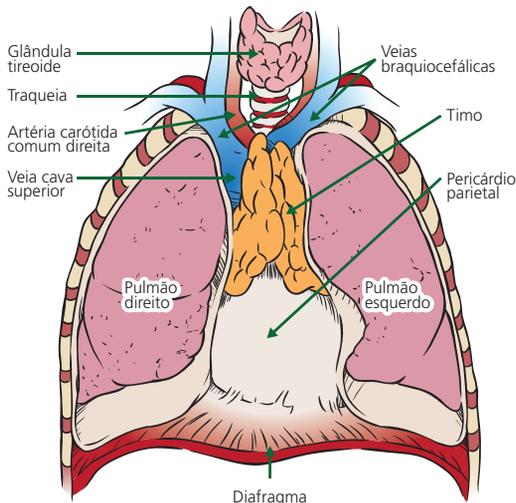
Metaplasia do epitélio ciliado respiratório devido a fatores agressivos.

Além do epitélio pseudoestratificado cilíndrico ciliado, as vias aéreas contam com outros mecanismos contra a entrada de micro-organismos e de outros materiais: anticorpos (proteínas de defesa) e macrófagos (células que fagocitam partículas estranhas, como bactérias), além da tosse e do espirro (reflexos que eliminam partículas sólidas inaladas). Durante processos infecciosos há uma maior produção de muco nas vias aéreas, já que este participa da defesa contra patógenos, sendo um mecanismo de barreira. Além de filtrado por pelos na entrada das narinas e pelo próprio epitélio pseudoestratificado cilíndrico ciliado, o ar que passa pelas cavidades nasais é aquecido e umedecido, tornando-se saturado de vapor de água, evitando o ressecamento da mucosa respiratória.

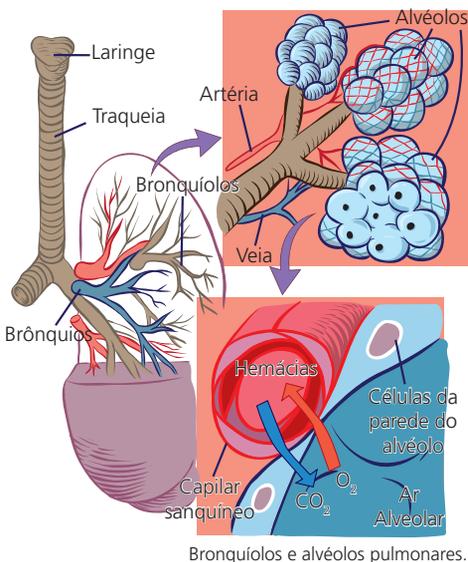
## Pulmões

Os pulmões são órgãos de consistência esponjosa e coloração vermelho-escuro, sendo revestidos externamente por uma serosa, a **pleura**, constituída por dois folhetos justapostos, um mais externo, pleura parietal, e outro mais interno, pleura visceral. O pulmão esquerdo apresenta dois lobos e o direito, três lobos. Os pulmões dos mamíferos são ditos alveolares, e garantem uma superfície de trocas gasosas quase 100 vezes maior do que a superfície corporal, sendo, portanto, muito mais eficientes. Vale também ressaltar que cada pulmão tem mais de 200 milhões de alvéolos.

Nos alvéolos pulmonares, as trocas entre o ar e o sangue dos capilares ocorrem por difusão, sendo tal processo denominado de hematose, ocorrendo através de dois epitélios pavimentosos simples, o dos alvéolos e o dos capilares sanguíneos.



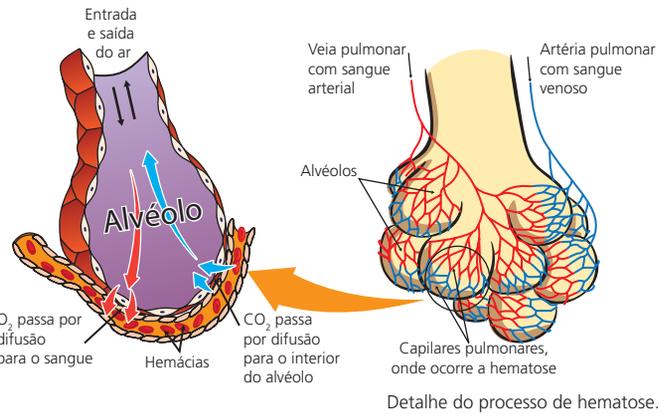
Caixa torácica, destacando os pulmões, o coração coberto pelo pericárdio e o timo.



Bronquíolos e alvéolos pulmonares.

## Hematose

O sangue que chega aos pulmões provém da circulação sistêmica, sendo rico em CO<sub>2</sub> e pobre em O<sub>2</sub>, ao passo que o ar no interior dos alvéolos provém da atmosfera, sendo pobre em CO<sub>2</sub> e rico em O<sub>2</sub>. Devido a tais diferenças relativas de concentração e pressão, a troca gasosa se processa através das finas paredes do alvéolo e da rede capilar. O CO<sub>2</sub> se difunde para o ar alveolar, sendo expelido, e o O<sub>2</sub> se difunde para o sangue.



Detalhe do processo de hematose.

## Movimentos respiratórios

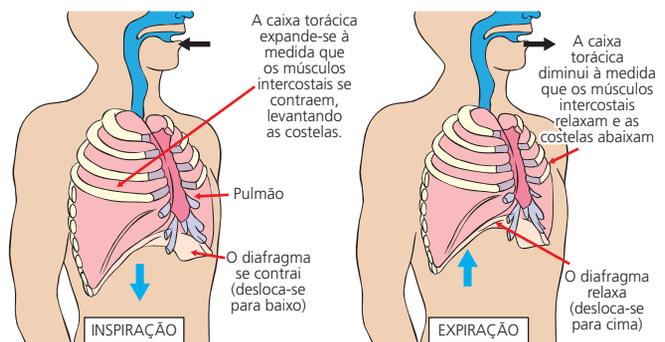
O principal músculo da respiração é o **diafragma** (é do tipo músculo estriado esquelético, sendo exclusivo dos mamíferos), mas há outros músculos, que comprimem o abdômen ou que elevam ou abaixam a parede anterior do tórax, contribuindo para o processo da ventilação pulmonar, especialmente durante a ventilação profunda, sendo eles, os **intercostais** e os **abdominais**.

A inspiração não forçada (involuntária) dura em torno de dois segundos, sendo um processo fisiológico ativo, ocorrendo da seguinte forma: a contração do diafragma alonga verticalmente os pulmões, e a elevação das costelas, pela contração dos músculos intercostais externos, desde a posição oblíqua, para baixo, até a posição horizontal, aumenta o diâmetro ântero-posterior ou horizontal do tórax, elevando a parede torácica anterior, promovendo um aumento do volume torácico, reduzindo a pressão interna, abaixo da atmosférica, o que leva a entrada de ar nos pulmões.

A expiração não forçada (involuntária) dura em torno de três segundos, sendo um processo fisiológico passivo, ocorrendo da seguinte forma: o relaxamento do diafragma comprime verticalmente os pulmões, e o abaixamento das costelas, pelo relaxamento dos músculos intercostais externos, desde a posição horizontal até a posição oblíqua, para baixo, reduz o diâmetro ântero-posterior do tórax, promovendo uma redução do volume torácico, aumentando a pressão interna, acima da atmosférica, o que leva à saída de ar dos pulmões.

Assim, num processo respiratório não forçado, um ciclo respiratório dura cinco segundos, dois segundos de inspiração e três de expiração. Então, por minuto, um adulto apresenta doze ciclos respiratórios, sendo este valor caracterizado como frequência respiratória.

Na expiração forçada (voluntária) contraem-se os músculos abdominais que empurram o diafragma para cima, e os intercostais internos que puxam as costelas para baixo, ocorrendo uma rápida diminuição do volume torácico e aumento da pressão interna, forçando a saída do ar dos pulmões com uma maior velocidade.



Movimentos respiratórios de inspiração e expiração

Não existem ligações físicas entre os pulmões e a parede torácica. Em vez disso, os pulmões são mantidos como que empurrados contra essa parede por pequeno vácuo no espaço intrapleural que é o espaço extremamente reduzido entre os pulmões e a parede do tórax.

Quando a cavidade torácica se expande, esse vácuo faz com que os pulmões também aumentem de volume, concomitantemente. A expansão dos pulmões, por sua vez, produz discreta pressão negativa no seu interior, o que puxa o ar para dentro, causando a inspiração. Durante a expiração, a pressão intraalveolar torna-se ligeiramente positiva, o que empurra o ar para fora. Qualquer lesão perfurante torácica pode levar o indivíduo à asfixia, pois, com a entrada de ar externo pelo ferimento, há alteração na pressão interna e os pulmões tendem a colapsar, murchando sua estrutura, uma condição conhecida como **pneumotórax**. Essa situação de trauma pode ser revertida pela aspiração do ar que penetrou e o fechamento da ferida.

**Obs.:** Sob a tensão superficial do fluido intersticial, os pulmões tenderiam a colapsar ou colabar (adesão das paredes do alvéolo, algo similar ao que ocorre com um saco plástico molhado). Contudo, os alvéolos, através de células denominadas de pneumócitos tipo II, produzem uma substância chamada **surfactante**, a qual reduz a tensão superficial desse fluido, mantendo os pulmões distendidos. Nos bebês prematuros, há deficiência dessa substância, levando a um quadro conhecido como síndrome da angústia respiratória, situação que pode ser tratada com injeções de corticoides no neonato.

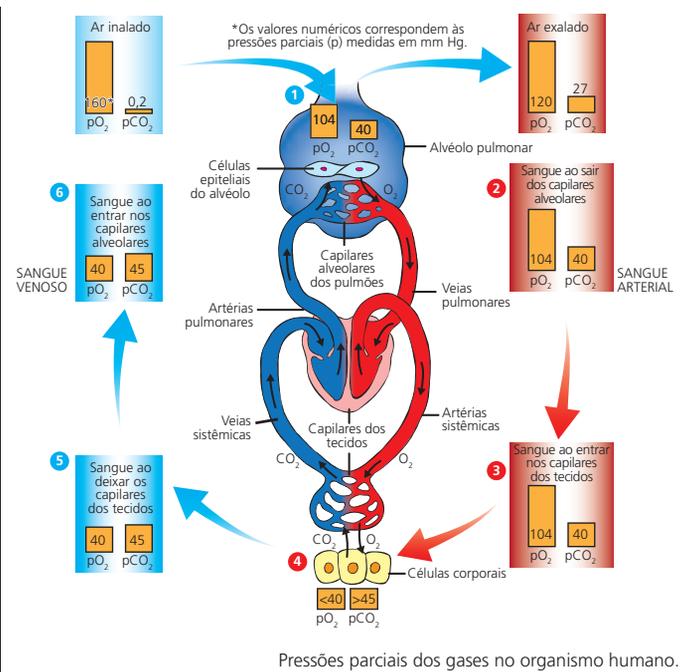
### Pressões gasosas no sistema respiratório

A inspiração força o ar a passar pelas fossas nasais, faringe, traqueia, brônquios e bronquíolos, até os alvéolos. Uma vasta rede de capilares pulmonares circunda todas as paredes dos alvéolos, o que permite a rápida difusão do oxigênio, do alvéolo para o sangue pulmonar, e do gás carbônico, do sangue para os alvéolos.

As concentrações dos diferentes gases nos alvéolos são apresentadas em termos da pressão exercida por esse gás isoladamente, o que é denominado de pressão parcial. As pressões parciais aproximadas dos gases respiratórios de importância, para uma pessoa ao nível do mar, são as seguintes: oxigênio, 104 mm Hg; gás carbônico, 40 mm Hg; vapor de água, 47 mm Hg e nitrogênio, 569 mm Hg.

A pressão do oxigênio no sangue que penetra nos capilares pulmonares é baixa, de apenas 40 mm Hg. Como resultado, o oxigênio difunde para o sangue pulmonar, até que sua pressão iguale os 104 mm Hg da pressão parcial do oxigênio no ar alveolar. Já, a pressão do gás carbônico, no sangue que chega aos capilares pulmonares, é alta, de cerca de 45 mm Hg, de modo que o gás carbônico difunde desse sangue para os alvéolos, até que sua concentração iguale os 40 mm Hg de pressão parcial de gás carbônico no ar alveolar. Dessa forma, o sangue pulmonar absorve oxigênio e elimina gás carbônico.

Quando o sangue arterial sistêmico atinge os capilares dos tecidos periféricos, o oxigênio difunde para suas células, visto que elas estão utilizando o oxigênio de forma contínua, o que mantém o teor de oxigênio muito baixo, da ordem de alguns poucos milímetros de mercúrio. De modo inverso, essas células produzem gás carbônico, também de modo contínuo, de forma que a pressão celular do gás carbônico é maior do que a do sangue capilar; por conseguinte, o gás carbônico difunde das células para o sangue, por onde é transportado para os pulmões.



Pressões parciais dos gases no organismo humano.

## Transporte de gases no organismo

### Transporte de gás oxigênio

Cerca de 98% de todo o oxigênio transportado pelo sangue, dos pulmões para os tecidos periféricos, o são em combinação química com a hemoglobina, formando um composto denominado de oxiemoglobina, e apenas 2% em solução no plasma. Entretanto, a ligação entre oxigênio e a hemoglobina é **instável**, de modo que ele pode ser facilmente deslocado da hemoglobina ao chegar aos capilares periféricos, sendo, então, liberado para as células.

### Transporte de gás carbônico

Pequena proporção do gás carbônico, apenas 7%, é transportada pelo plasma sanguíneo.

Uns 70% são transportados, principalmente, em combinação com a água, no interior das hemácias, formando íons **bicarbonato**.

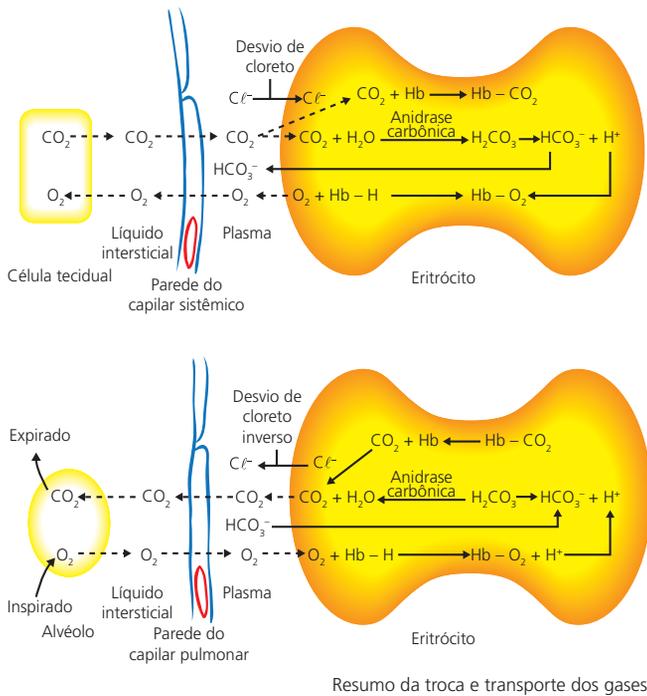
O CO<sub>2</sub> deixa os tecidos e passa para o interior da hemácia, onde se combina com a água, pela ação da enzima **anidrase carbônica**, originando ácido carbônico; esse se dissocia em íons bicarbonato e H<sup>+</sup>. O bicarbonato deixa a hemácia e vai ao plasma, enquanto o íon H<sup>+</sup> se liga à hemoglobina. Nos alvéolos o processo se inverte com o retorno do bicarbonato à hemácia, a liberação de H<sup>+</sup> pela hemoglobina e a formação de ácido carbônico, o qual se dissocia em gás carbônico e água. O gás é, finalmente, eliminado do organismo. O equilíbrio de cargas no interior da hemácia é alcançado pela liberação ou captação de íons Cl<sup>-</sup>.

Os 23% de CO<sub>2</sub> restante combina-se a molécula da hemoglobina, formando um composto denominado de carboaminoemoglobina ou carboemoglobina, no interior dos glóbulos vermelhos, sendo transportada nessa forma. Essa ligação não ocorre no mesmo sítio de ligação do oxigênio, de modo que a hemoglobina pode transportar, ao mesmo tempo, os dois gases. A ligação do CO<sub>2</sub> com a hemoglobina, a exemplo do que ocorre com o O<sub>2</sub>, é instável, permitindo seu desligamento.

Por outro lado, o monóxido de carbono (CO) tem altíssima afinidade pela hemoglobina, formando com ela uma ligação estável (210 vezes mais estável que a ligação do O<sub>2</sub> com a hemoglobina), a carboxiemoglobina. A troca gasosa fica, pois, bloqueada, o que confere o caráter de alta toxicidade a esse gás, levando uma pessoa à morte por asfixia.

## Intoxicação por monóxido de carbono

O monóxido de carbono (CO) é um gás incolor e inodoro, encontrado em vapores exalados do cano de descarga dos carros, de fornos a gás, de aquecedores de interiores e da fumaça do fumo. É um subproduto da combustão de materiais contendo carbono, tais como carvão, gás e madeira. O monóxido de carbono, assim como o gás oxigênio, se combina com o grupo heme da hemoglobina, formando a carboxi-hemoglobina, entretanto, a ligação do monóxido de carbono à hemoglobina é 210 vezes mais forte que a ligação do gás oxigênio com a hemoglobina. Portanto, em concentração tão pequena quanto 0,1% ( $P_{CO} = 0,5$  mm Hg), o CO se combinará com metade das moléculas disponíveis de hemoglobina e reduzirá a capacidade do corpo de transportar oxigênio em 50% vale também ressaltar que o monóxido de carbono (CO) também reduz a liberação de gás oxigênio já ligado à hemoglobina, pois aumenta a afinidade do  $O_2$  ao grupo Heme, agravando ainda mais a asfixia. Níveis elevados de CO no sangue causam intoxicação por monóxido de carbono, sinalizada por uma cor vermelho-cereja brilhante dos lábios e na mucosa bucal. A condição pode ser tratada administrando-se  $O_2$  puro, que acelera a separação do monóxido de carbono da hemoglobina.

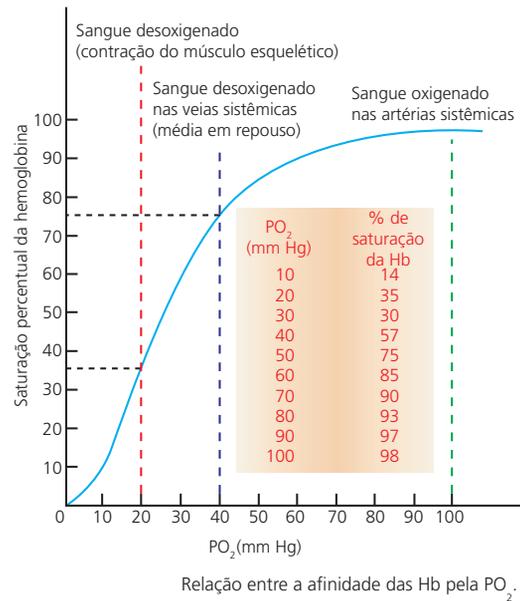


## Fatores que afetam a afinidade da hemoglobina pelo $O_2$

A  $PO_2$  é o fator mais importante que determina o percentual de saturação de  $O_2$  da hemoglobina, entretanto há diversos outros fatores que influenciam a afinidade com que a hemoglobina se liga ao gás oxigênio. Deveras, esses fatores deslocam toda a curva para a esquerda (afinidade mais alta) ou para a direita (afinidade mais baixa).

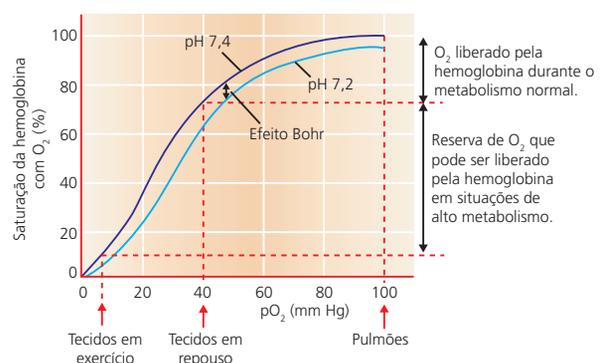
A variação da afinidade da hemoglobina pelo  $O_2$  é outro exemplo de como os mecanismos homeostáticos ajustam as atividades do corpo às necessidades celulares. Cada uma faz sentido se você lembrar de que células teciduais, metabolicamente ativas, necessitam de  $O_2$ , liberando  $CO_2$  e calor. Os fatores seguintes afetam a afinidade da hemoglobina pelo  $O_2$ , são eles: a acidez, a pressão parcial do  $CO_2$  e a temperatura.

## À medida que a $PO_2$ aumenta, mais $O_2$ se combina com a hemoglobina.



## Acidez (pH)

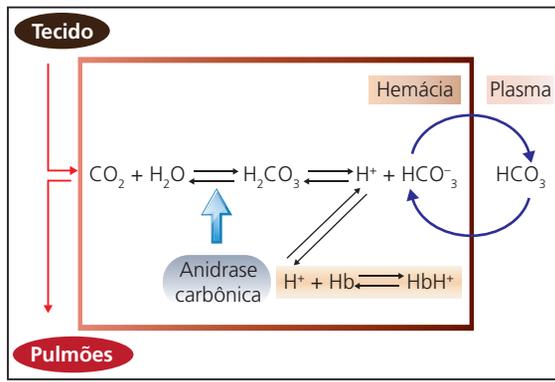
À medida que o pH diminui, a afinidade da hemoglobina pelo  $O_2$  também diminui, e o  $O_2$  se separa mais facilmente da hemoglobina. Em síntese, aumentando a acidez aumenta a descarga de oxigênio a partir da hemoglobina. Os ácidos principais, produzidos pelos tecidos metabolicamente ativos, são os ácidos láctico e carbônico. Quando o pH diminui, toda a curva de dissociação oxigênio-hemoglobina se desloca para a direita (em qualquer  $P_{O_2}$  dada, a Hb fica menos saturada com  $O_2$ ), sendo tal variação denominada de "Efeito Bohr". A explicação para o Efeito Bohr é que a hemoglobina pode atuar como um tampão dos íons hidrogênio ( $H^+$ ). Mas quando o  $H^+$  se liga a aminoácidos da hemoglobina, alteram sua estrutura, e conseqüentemente, reduzem sua capacidade de transportar oxigênio. Assim, pH mais baixo força  $O_2$  para fora da hemoglobina, tornando disponível, para as células teciduais, mais  $O_2$ .



Efeito do pH sobre a afinidade Hb pelo  $O_2$  (Efeito Bohr).

## Pressão parcial do dióxido de carbono.

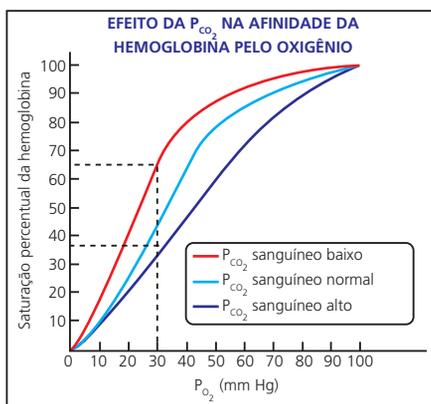
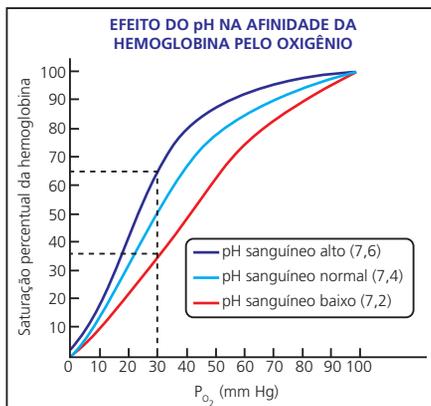
O  $CO_2$  também pode ligar-se à hemoglobina e o efeito é similar ao do  $H^+$  (deslocando a curva para a direita). À medida que a  $P_{CO_2}$  aumenta, a hemoglobina libera  $O_2$  mais facilmente para os tecidos. A  $P_{CO_2}$  e o pH são fatores relacionados, porque o pH baixo do sangue (acidez) pode resultar alta  $P_{CO_2}$ . À medida que o  $CO_2$  entra no sangue, muito dele é temporariamente convertido para ácido carbônico ( $H_2CO_3$ ), reação catalisada por uma enzima das hemácias, denominada de **anidrase carbônica**.



Ação da anidrase carbônica nas hemácias.

O ácido carbônico, assim formado nas hemácias, dissocia-se em íons hidrogênio e íons bicarbonato. À medida que a concentração de H<sup>+</sup> aumenta, o pH diminui. Assim, a P<sub>CO<sub>2</sub></sub> aumentada produz um meio mais ácido, que ajuda a liberar O<sub>2</sub> da hemoglobina. Durante a atividade física intensa, o ácido láctico, produto do metabolismo anaeróbico dentro dos músculos, também diminui o pH do sangue. Já a P<sub>CO<sub>2</sub></sub> diminuída, e consequentemente, o pH elevado, desloca a curva de saturação para a esquerda.

**À medida que o pH diminui ou a P<sub>CO<sub>2</sub></sub> aumenta, a afinidade da hemoglobina pelo O<sub>2</sub> diminui; assim, menos O<sub>2</sub> se combina com a hemoglobina e fica mais disponível para os tecidos.**

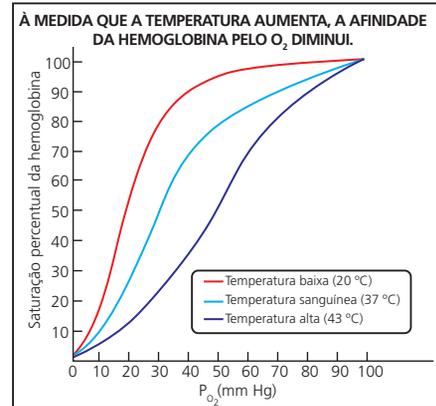


Relação das curvas de efeito do pH e da P<sub>CO<sub>2</sub></sub> com a afinidade da hemoglobina pelo oxigênio.

### Temperatura

Dentro de limites, à medida que a temperatura aumenta, aumenta a quantidade de O<sub>2</sub> liberado da hemoglobina. O calor é produto das reações metabólicas de todas as células, e, associado ao calor liberado pela contração das fibras musculares, tende a elevar a temperatura corporal. Células metabolicamente ativas necessitam de mais O<sub>2</sub>, liberando CO<sub>2</sub> e calor, que, por sua vez, promove a

liberação de O<sub>2</sub> da oxiemoglobina. Isto ocorre em processos febris, consequência, por exemplo, de processos infecciosos, em que o organismo necessita de mais O<sub>2</sub>, objetivando produzir mais ATP para o sistema imunológico. Ao contrário, em situações de hipotermia, o metabolismo celular diminui, e, a necessidade de O<sub>2</sub> é reduzida, permanecendo mais O<sub>2</sub> ligado à hemoglobina.



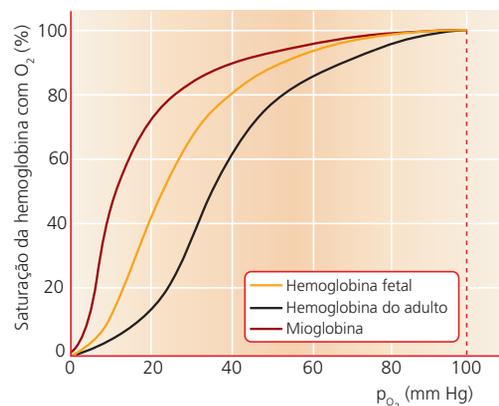
Efeito da temperatura sobre a afinidade da Hb pelo O<sub>2</sub>.

### Afinidade do oxigênio da hemoglobina fetal e adulta

A hemoglobina fetal (HbF) difere da hemoglobina adulta (HbA) em estrutura e em afinidade pelo O<sub>2</sub>. A HbF tem maior afinidade pelo O<sub>2</sub>, portanto, quando a P<sub>O<sub>2</sub></sub> é baixa, a HbF pode transportar até 30% mais de O<sub>2</sub> que a HbA materna. À medida que o sangue materno entra na placenta, o O<sub>2</sub> é prontamente transferido para o sangue fetal. Isso é muito importante porque a saturação de O<sub>2</sub> no sangue materno, na placenta, é muito baixa e o feto poderia sofrer hipóxia se não fosse pela maior afinidade da hemoglobina fetal pelo O<sub>2</sub>. No final da vida fetal observa-se uma substituição gradual das hemoglobinas fetais pela a do adulto, contudo, somente no início da infância, esse processo se completa.

### Afinidade do oxigênio da mioglobina e da hemoglobina do adulto

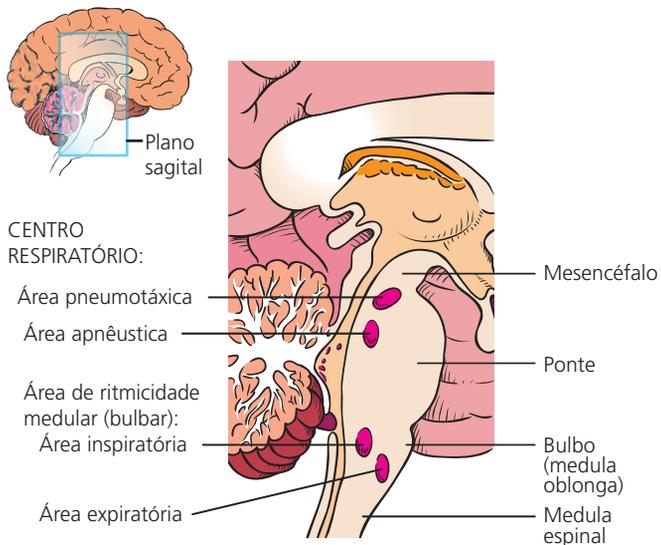
A afinidade da mioglobina muscular pelo O<sub>2</sub> é maior que a da hemoglobina do adulto (HbA), como podemos observar, no desvio para a esquerda da curva de saturação da mioglobina em relação à curva da hemoglobina do adulto. Dessa forma, quando o sangue circula pelos capilares dos músculos, as fibras musculares captam O<sub>2</sub> com maior intensidade, sendo, tal mecanismo, muito importante para a transferência desse gás para o tecido muscular em atividade.



Comparação da afinidade pelo O<sub>2</sub> da hemoglobina fetal com a mioglobina dos músculos e com a hemoglobina do adulto.

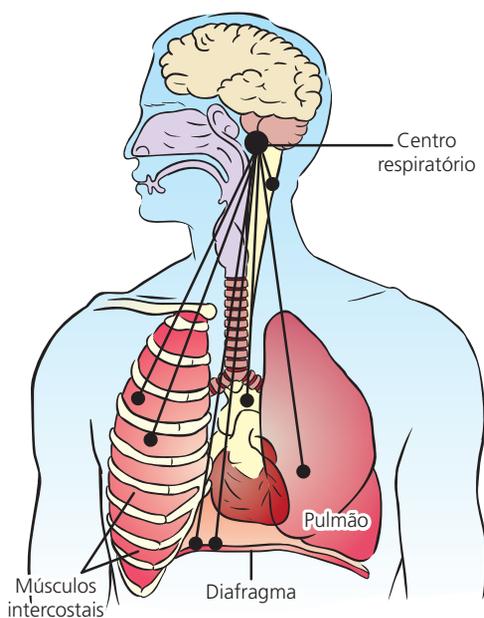
## Regulação do ritmo respiratório

O controle sobre a atividade respiratória é tão preciso que, mesmo diante de grandes variações nas concentrações ambientais de gás carbônico e de oxigênio ou durante atividades físicas intensas, as concentrações desses gases no sangue permanecem praticamente constantes. O ritmo básico da respiração é gerado pelo **centro respiratório (CR)**, situado na substância reticular do **bulbo raquidiano** e da **ponte**. Esse centro é formado por quatro grupos principais de neurônios, chamados de (1) a área **inspiratória**, (2) a área **expiratória**, (3) a área **pneumotóxica** e (4) a área **apnêustica**. No bulbo, o centro respiratório recebe informações sobre parâmetros respiratórios e os processa. Dele partem nervos responsáveis pela contração dos músculos respiratórios, por cuja ação, aumentam ou diminuem tanto a frequência como a amplitude dos movimentos respiratórios, ou seja, o volume de ar renovado. Essa capacidade permite que os tecidos recebam a quantidade de oxigênio de que necessitam, além de remover adequadamente o gás carbônico.



Corte sagital do tronco encefálico

Áreas do centro respiratório da ponte e do bulbo.

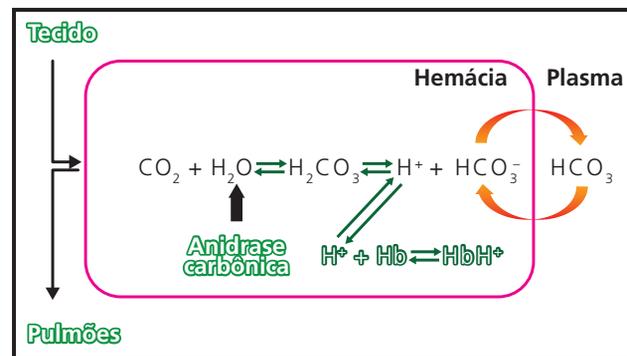


Centro respiratório atuando sobre os músculos respiratórios.

Na respiração normal (repouso ou não forçada), a área inspiratória é ativada a cada 5 segundos, produzindo a inspiração, com duração de 2 segundos. Isto é, a respiração normal é causada quase que inteiramente pela contração dos músculos inspiratórios, com contribuição mínima dos músculos expiratórios. Entretanto, na respiração profunda (forçada), o centro expiratório entra em atividade nos períodos intercalados entre os de atividade inspiratória e, nessas condições, os músculos expiratórios têm contribuição equivalente à dos músculos inspiratórios. Por sua vez, a área pneumotóxica controla a frequência e a amplitude dos movimentos respiratórios, controlando a transição entre a inspiração e a expiração. Já a área apnêustica tem um papel importante no prolongamento da inspiração.

A frequência e a amplitude da respiração são controladas por quatro fatores diferentes: (1) a **pressão do gás carbônico** ( $P_{CO_2}$ ) no sangue, (2) a **concentração dos íons hidrogênio** (pH) no sangue, (3) a **pressão do gás oxigênio** ( $P_{O_2}$ ) no sangue, e (4) **sinais neurais das áreas cerebrais controladoras dos músculos**. Para o controle respiratório, a pressão sanguínea do gás carbônico e a concentração sanguínea dos íons hidrogênio têm importância muito maior que a pressão do oxigênio, o que é contrário ao que poderia ser esperado. Entretanto, é muito bom que isso aconteça, visto que as concentrações de gás carbônico e de íons hidrogênio nas células dos tecidos são determinadas, quase que exclusivamente, pela capacidade pulmonar de eliminar o gás carbônico (o que também reduz o ácido carbônico do sangue e a concentração dos íons hidrogênio ao mesmo tempo). Por outro lado, a hemoglobina do sangue funciona como um “tampão de oxigênio” muito potente, que ajuda a regular a concentração do oxigênio nos tecidos, de modo que um controle preciso da respiração não é necessário para a manutenção das quantidades normais de oxigênio nas células desses tecidos. Durante o exercício intenso, quando é necessária uma respiração muito aumentada, os sinais neurais, com origem nas áreas cerebrais controladoras dos músculos, exercem efeito estimulante direto sobre o centro respiratório, no sentido de aumentar a respiração, o que permite que as concentrações do gás carbônico, dos íons hidrogênio e do oxigênio sejam mantidas quase que exatamente normais durante esse exercício.

À base do que vimos até aqui, a respiração é também um mecanismo controlador do pH do sangue. Eis a reação entre a água e o gás carbônico:

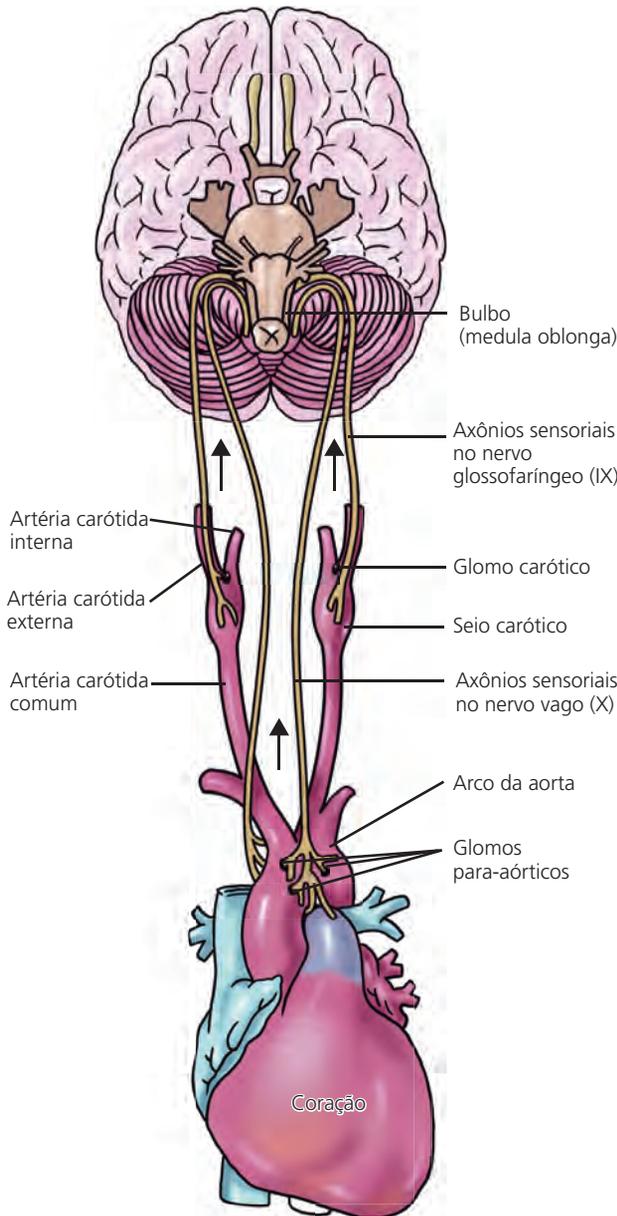


O aumento na concentração de gás carbônico no sangue provoca aumento na liberação de íons  $H^+$ , mais que a capacidade das hemoglobinas tamponá-lo, assim parte desses  $H^+$  vão para o plasma, tornando-o ácido. Se a concentração de gás carbônico diminui, o pH do plasma sanguíneo tende a se tornar mais básico. Há, portanto, duas situações:

- Se o pH do plasma está abaixo do normal (o que se chama acidose respiratória), o centro respiratório é **excitado**, aumentando a frequência e a amplitude dos movimentos respiratórios. O aumento na ventilação pulmonar determina a eliminação de maior quantidade de gás carbônico, e, conseqüentemente, menor teor de  $H^+$  no plasma, elevando-se o pH do plasma até o valor normal (entre 7,35 a 7,45).

• Caso o pH esteja acima do normal (alcalose respiratória), o centro respiratório é **deprimido**, diminuindo a frequência e a amplitude dos movimentos respiratórios. Com a diminuição da ventilação pulmonar, há retenção de gás carbônico e maior produção de íons H<sup>+</sup>, determinando a queda do pH plasmático até seu valor normal (entre 7,35 a 7,45).

Os **quimiorreceptores do centro respiratório** são bastante sensíveis ao pH do plasma e à concentração de gás carbônico. Aumentos na concentração de gás carbônico estimulam diretamente o bulbo, causando aumento na frequência respiratória, enquanto a diminuição em sua concentração tem efeito contrário. Na parede da artéria aorta e nas artérias carótidas, existem quimiorreceptores denominados de **corpos ou glomos aórticos e carotídeos** sensíveis ao pH do plasma, à concentração de gás carbônico, mais também à concentração de gás oxigênio no sangue. Desta forma, mede-se o teor de O<sub>2</sub> já no início da **grande circulação**, bem como nos vasos que levam sangue ao encéfalo, sendo um local estratégico para verificar a eficiência da função pulmonar. Se essa concentração de O<sub>2</sub> diminui, tais receptores enviam estímulos ao centro respiratório, o que determina elevação da ventilação pulmonar.



Quimiorreceptores periféricos do centro respiratório, os glomos aórticos e carotídeos

Apresentamos agora um quadro onde estão resumidos os efeitos do PH sanguíneo e das concentrações de oxigênio e dióxido de carbono sobre o centro respiratório:

PH do sangue		Concentração de CO <sub>2</sub>		Concentração de O <sub>2</sub>	
Acidose (pH < 7,35)	Alcalose (pH > 7,45)	Alta	Baixa	Alta	Baixa
Excita	Deprime	Excita	Deprime	Deprime	Excita

## Doenças do sistema respiratório

### Sinusite e coqueluche

Sinusite é a inflamação de cavidades existentes nos ossos da face, os seios da face ou sinus (seios paranasais, frontal e esfenoidal). Essas cavidades têm comunicação com as fossas nasais e podem ser invadidas por bactérias, que desencadeiam um processo infeccioso. Contudo, a doença também pode ter causas alérgicas.

Na sinusite aguda a pessoa tem dor em diversas regiões da face, na região frontal e paranasal, e há corrimento nasal mucoso e, às vezes, purulento.

A coqueluche é uma das mais famosas doenças da infância, causada pela bactéria *Bordetella pertussis*, que se instala na mucosa das vias respiratórias (laringe, traqueia, brônquios e bronquíolos. A proliferação das bactérias causa forte inflamação local, com grande produção de muco (catarro). Toxinas geradas pelas bactérias irritam terminações nervosas, desencadeando acessos de tosse típicos da doença.

A coqueluche é prevenida pela vacina tríplice, que protege também contra a difteria e o tétano. A vacina tríplice faz parte do Calendário Oficial de Vacinação do Ministério da Saúde e deve ser ministrada aos dois, quatro e seis meses de idade, com doses de reforço aos 15 meses e aos 5 anos.

### Resfriado comum e gripe

Centenas de vírus podem provocar resfriado comum, mas um grupo de vírus chamado de rinovírus é responsável por, aproximadamente, 40% de todos os resfriados nos adultos. Os sintomas comuns incluem espirro, excesso de secreção nasal (coriza), tosse seca e congestão. O resfriado comum simples não é geralmente acompanhado por febre. As complicações incluem sinusite, asma, bronquite, infecções da orelha e laringite. Investigações recentes mostram uma associação entre estresse emocional e resfriado comum. Quanto maior o nível de estresse, maior a frequência e a duração dos resfriados.

A gripe também é provocada por vírus, pertencentes ao grupo Influenza. Seus sintomas incluem calafrios, febre (geralmente próximo ou mesmo superior a 39°C), dor de cabeça (cefaleia), dores musculares (mialgia) e ardor nos olhos. A gripe pode se tornar potencialmente letal, com o surgimento de novas formas mutantes virais, como exemplo, a variantes de influenza H5N1 (gripe aviária) e H1N1 (gripe suína ou "A").

### Pneumonia e tuberculose pulmonar

Pneumonia é uma infecção pulmonar causada por ação de bactérias (como exemplo a *Streptococcus pneumoniae*), vírus, fungos (*Pneumocystis jiroveci*, causador de pneumonia em pessoas com AIDS) e até vermes. A bactéria se instala nos pulmões, provocando aumento da secreção de muco e ruptura das paredes dos alvéolos. Os sintomas da doença são febre alta, falta de ar, dores no peito e expectoração de catarro viscoso e, às vezes, sanguinolento. Em geral, a pneumonia atinge pessoas com baixa imunidade.

Tuberculose é uma infecção causada pela bactéria *Mycobacterium tuberculosis*, que se instala geralmente nos pulmões. Os alvéolos pulmonares inflamam-se e sofrem necrose (morte celular). A região necrosada é circundada por um tecido fibroso, que limita e isola o foco infeccioso. Em geral, as lesões de uma primeira infecção tuberculosa regridem espontaneamente. No caso de uma reinfeção, pode ocorrer de os focos infecciosos atingirem, além dos pulmões, outros tecidos e órgãos (como ossos, intestino, pele, meninges).

Os sintomas da tuberculose pulmonar são fadiga, febre baixa, dispneia, dor torácica, hemoptise, letargia, anorexia, perda de peso, sudorese noturna, mas tais sintomas não aparecem até que a doença esteja avançada. A prevenção contra a tuberculose consiste em evitar o contato próximo com pessoas doentes e só consumir leite pasteurizado ou adequadamente fervido, pois a bactéria pode estar presente no leite. O tratamento é feito com antibióticos e perdura por meses.

### Rinite alérgica e asma brônquica

Rinite alérgica é uma inflamação das mucosas que revestem as cavidades nasais, devido a processos alérgicos. Como consequência da inflamação, as células passam a produzir excesso de muco, escorrendo parte deste pelas narinas. Surto repetidos de rinite alérgica em crianças podem causar obstrução nasal definitiva, que leva a alterações ósseas na base do crânio, por consequências das alterações de pressões de ar nas cavidades da cabeça. Como as rinites são influenciadas por fatores emocionais, afeto e boas condições psicológicas fazem parte do tratamento da doença.

A asma brônquica é uma doença pulmonar que se caracteriza pela diminuição de calibre (constricção) dos bronquíolos. A asma pode ter diversas causas, sendo a mais comum a alérgica, associada a mediadores químicos como as prostaglandinas, leucotrienos e tromboxanos. Há, porém, forte componente emocional no desencadeamento da crise de asma. A crise asmática ocorre quando a musculatura lisa dos bronquíolos se contrai espasmodicamente. A mucosa que reveste internamente os bronquíolos edemacia e passa a produzir mais secreção, o que contribui para diminuir ainda mais o calibre dos ductos respiratórios. A obstrução dos bronquíolos causa falta de ar, com aumento do esforço respiratório. A dificuldade respiratória prejudica a oxigenação do sangue e, em casos muito graves, pode ocorrer cianose (coloração azulada da pele e das mucosas), provocada pelo acúmulo de CO<sub>2</sub> no sangue.

### Bronquite crônica, enfisema e câncer de pulmão

Bronquite crônica e enfisema pulmonar são doenças obstrutivas crônicas e estão ligadas ao tabagismo e à poluição do ar. Mais de 75% dos pacientes com bronquite crônica são ou foram fumantes. O enfisema é muito raro em pessoas que nunca fumaram.

Na bronquite crônica os bronquíolos secretam quantidade excessiva de muco, tornando-se obstruídos e inflamados. Os cílios do epitélio bronquiolar deixam de bater, o muco e partículas de sujeira vão-se acumulando. Com isso a passagem de ar é dificultada, a respiração torna-se ruidosa (silbilos) e são constantes os acessos de tosse.

O enfisema é um distúrbio caracterizado pela destruição das paredes dos alvéolos, produzindo espaços de ar anormalmente grandes, que permanecem cheios de ar durante a expiração. Isso diminui a eficiência dos pulmões em absorver oxigênio, e há sobrecarga do coração como forma de compensar a deficiência pulmonar. A sobrecarga leva a maioria dos pacientes com enfisema a morrer de insuficiência cardíaca.

O tabagismo é a principal causa do câncer de pulmão, sendo o carcinoma broncogênico o tipo mais comum. Estima-se que 85% desse tipo de câncer poderia ser evitado se as pessoas suspendessem o hábito de fumar. Há várias substâncias contidas no cigarro que são comprovadamente cancerígenas, como exemplo o alcatrão.

Células cancerosas originadas nos pulmões multiplicam-se rápida e descontroladamente, podendo invadir outros tecidos do corpo, onde originam novos tumores, processo denominado de metástase.

### Embolia pulmonar

Embolia pulmonar é o fechamento súbito da artéria pulmonar ou de um de seus ramos, provocado por bolhas de ar, fragmentos de tumores ou, mais frequentemente, por trombos (coágulos do sangue). O fechamento de uma artéria de pequeno calibre pode passar despercebido, mas, se uma grande artéria for atingida, a pessoa é acometida por dor súbita no peito, dispneia, aumento da transpiração, palpitações, cianose e, casualmente, é levada a óbito.

### Fibrose cística

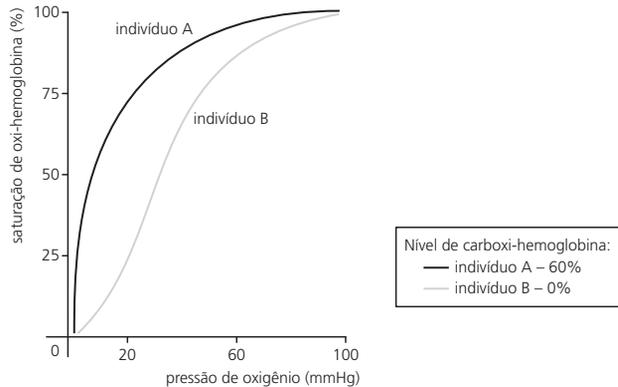
Fibrose cística (FC) é uma doença hereditária dos epitélios secretores que afeta as vias respiratórias, o fígado, o pâncreas, o intestino delgado e as glândulas sudoríferas. É a doença genética letal mais comum em pessoas brancas: acredita-se que 5% da população sejam portadores genéticos. A causa da fibrose cística é uma mutação genética que afeta a proteína transportadora que carrega íons cloro através das membranas plasmáticas de muitas células epiteliais. Como a disfunção das glândulas sudoríferas provoca perspiração (transpiração) com conteúdo excessivo de cloreto de sódio (sal), a medida do excesso de cloreto é um indicador para o diagnóstico da fibrose cística. A mutação também interrompe o funcionamento normal de diversos órgãos, fazendo com que os ductos dentro deles sejam obstruídos por secreções espessas de muco que não drenam facilmente pelas vias. O acúmulo dessas secreções leva à inflamação e à substituição das células comprometidas com tecido conjuntivo, que bloqueia ainda mais os ductos. O entupimento e a infecção das vias respiratórias levam à dificuldade na respiração e à eventual destruição do tecido pulmonar. A doença pulmonar responde por grande parte das mortes em consequência da fibrose cística. A obstrução de pequenos ductos condutores de bile no fígado interfere na digestão e interrompe a função hepática; o entupimento dos ductos pancreáticos impede que as enzimas digestivas cheguem ao intestino delgado. Como o suco pancreático contém a principal enzima digestora de gordura, a pessoa não absorve gorduras ou vitaminas lipossolúveis e, assim, sofre de doenças por deficiência de vitaminas E, A, D e K. Com relação ao sistema reprodutor, o bloqueio dos canais deferentes leva à infertilidade masculina; a formação de tampões mucosos densos, na vagina, restringe a entrada de espermatozoides no útero e leva à infertilidade feminina. Uma criança que sofre de fibrose cística recebe extrato pancreático e grandes doses de vitaminas E, A, D e K. A dieta recomendada é alta em calorias, gorduras e proteínas, com suplementação de vitamina e uso liberado de sal. Um dos tratamentos mais recentes para fibrose cística são os transplantes de coração-pulmão.



### Exercícios de Fixação

01. (Uerj/2017) Em todo o mundo, o tabagismo é considerado a principal causa de morte evitável. Além dos prejuízos causados pela nicotina e outros componentes, os fumantes apresentam um acúmulo de monóxido de carbono (CO) no sangue, que pode levar à hipóxia, ou seja, menor oxigenação dos tecidos.

Considere, no gráfico, as curvas de saturação da oxi-hemoglobina de dois indivíduos, A e B, de mesmo sexo, idade, peso e altura. Um desses indivíduos não fuma e o outro é fumante crônico.

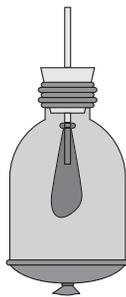


Com base na análise das curvas, identifique o indivíduo fumante. Explique, ainda, por que o acúmulo de CO pode levar à hipóxia nos tecidos.

Sabendo que o CO pode se ligar à enzima citocromo-c-oxidase e inibi-la, indique a etapa do metabolismo aeróbico que será prejudicada pela presença desse gás e uma consequência direta de seu acúmulo para as células afetadas.

02. (Unicid – Medicina/2016) A figura representa um modelo artificial para demonstrar como ocorrem os movimentos respiratórios no ser humano.

Uma garrafa tem seu fundo cortado e substituído por uma borracha, no interior dela há uma bexiga amarrada em um tubo oco que atravessa uma rolha acoplada à boca da garrafa.



- A) A bexiga interna e a borracha do fundo da garrafa representam no experimento, respectivamente, quais órgãos do sistema respiratório?
- B) A inspiração e expiração são controladas pelo bulbo. Qual o principal estímulo que faz com que o bulbo aumente a frequência respiratória? Indique como fica a pressão interna nos pulmões durante a expiração.

03. (IFPE/2018) O ronco é um ruído provocado pelo estreitamento ou obstrução nas vias respiratórias superiores durante o sono. Esse estreitamento dificulta a passagem do ar e provoca a vibração dessas estruturas. A sequência correta da passagem do ar pelo sistema respiratório a partir das cavidades nasais é

- A) laringe, faringe, traqueia, brônquios, bronquíolos, alvéolos.
- B) faringe, laringe, traqueia, brônquios, bronquíolos, alvéolos.
- C) laringe, faringe, bronquíolos, brônquios, traqueia, alvéolos.
- D) alvéolos, faringe, laringe, traqueia, bronquíolos, brônquios.
- E) faringe, laringe, bronquíolos, brônquios, alvéolos, traqueia.

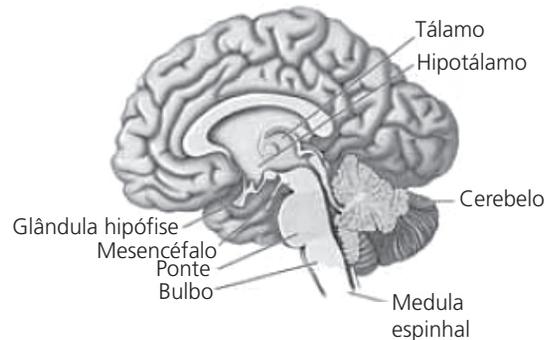
04. (Fuvest/2018) Analise as três afirmações sobre o controle da respiração em humanos.

- I. Impulsos nervosos estimulam a contração do diafragma e dos músculos intercostais, provocando a inspiração;
- II. A concentração de dióxido de carbono no sangue influencia o ritmo respiratório;
- III. O ritmo respiratório pode ser controlado voluntariamente, mas na maior parte do tempo tem controle involuntário.

Está correto o que se afirma em

- A) I, apenas.
- B) I e III, apenas.
- C) III, apenas.
- D) II e III, apenas.
- E) I, II e III.

05. (Unisa – Medicina/2017) A figura ilustra alguns órgãos do sistema nervoso central humano.



Barbara Herlihy e Nancy K. Maebius. *Anatomia e fisiologia do corpo humano saudável e enfermo*, 2002. Adaptado.

- A) Suponha que uma pessoa que não ingere nenhum tipo de medicamento apresente dificuldade em se manter em pé e baixa temperatura corporal. Cite os dois órgãos indicados na figura que estariam relacionados com as funções prejudicadas, associando-os aos sintomas mencionados.
- B) O excesso de gás carbônico no sangue desencadeia um mecanismo de controle que, com a participação de um importante órgão do sistema nervoso central (SNC), reduz a concentração desse gás. Explique esse mecanismo de controle e cite o nome do importante órgão do SNC que participa dessa autorregulação.

## Exercícios Propostos

01. (IFPE/2017 – Modificada) No dia 15 de setembro de 2016, o ator brasileiro Domingos Montagner, intérprete do personagem “Santo” na novela *Velho Chico*, morreu afogado enquanto nadava no rio São Francisco, nas imediações do município de Canindé de São Francisco, em Sergipe. Seu corpo foi encontrado a cerca de 30 metros de profundidade, preso nas pedras, perto da Usina Hidrelétrica de Xingó.

Ao saber do fato, um telespectador poderá fazer as seguintes afirmações.

- I. O afogamento é uma forma de asfixia, pela substituição do ar atmosférico por água ou outro líquido, que pode resultar em uma parada cardiorrespiratória;
- II. Se as funções respiratórias não forem restabelecidas dentro de três a quatro minutos, as atividades cerebrais cessarão totalmente, causando a morte;

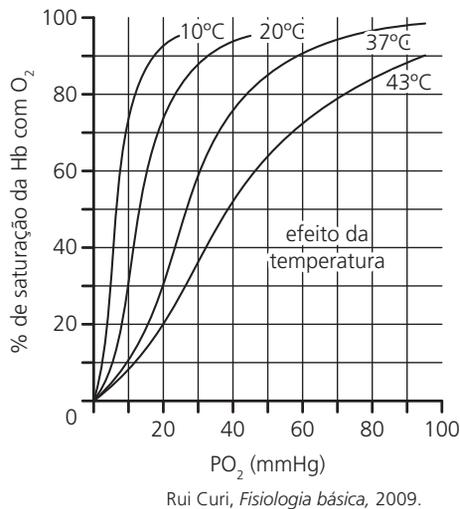
- III. A respiração pulmonar é o processo de trocas gasosas entre o ar atmosférico e o sangue que ocorre nos pulmões;
- IV. Todas as células do corpo humano executam a respiração celular que ocorre no interior das mitocôndrias;
- V. Os produtos da respiração celular são água (H<sub>2</sub>O) e gás carbônico (CO<sub>2</sub>) a água formada é reutilizada pelas células e o gás carbônico é eliminado do corpo.

Estão corretas as afirmações

- A) II e IV, apenas.
- B) III, IV e V, apenas.
- C) I, II e V, apenas.
- D) II, IV e V, apenas.
- E) I, II, III e V.

02. (Unifesp/2017) Em uma maratona ocorrem diversas alterações no corpo do maratonista. A pressão parcial de O<sub>2</sub>(PO<sub>2</sub>) nos tecidos musculares pode cair de 14 mmHg para 12mmHg. A temperatura corporal sofre elevação no início da corrida e depois se mantém estável, com ligeiras variações. Ao longo da prova, ocorre diminuição do pH no interior das hemácias (cujos valores normais variam entre 7,35 e 7,45), embora o pH do plasma não sofra grandes variações.

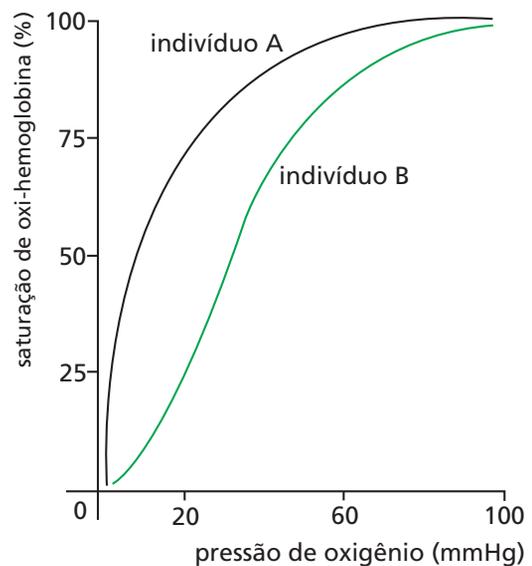
O gráfico experimental representa o efeito da temperatura corporal humana sobre a porcentagem de saturação da hemoglobina com O<sub>2</sub>.



- A) Por que ocorre elevação da temperatura corporal durante a maratona? Qual o efeito dessa elevação sobre a oferta de O<sub>2</sub> para os tecidos musculares?
- B) O que provoca a redução de pH no interior das hemácias? Por que, apesar dessa redução, o pH sanguíneo não diminui a ponto de se tornar ácido?

03. (UERJ/2017) Em todo o mundo, o tabagismo é considerado a principal causa de morte evitável. Além dos prejuízos causados pela nicotina e outros componentes, os fumantes apresentam um acúmulo de monóxido de carbono (CO) no sangue, que pode levar à hipóxia, ou seja, menor oxigenação dos tecidos.

Considere, no gráfico, as curvas de saturação da oxihemoglobina de dois indivíduos, A e B, de mesmo sexo, idade, peso e altura. Um desses indivíduos não fuma e o outro é fumante crônico.

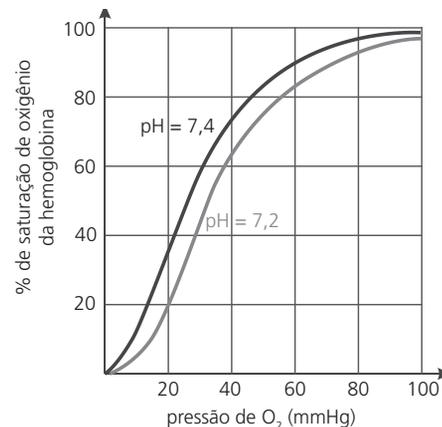


Nível de caboxi-hemoglobina:  
 — indivíduo A – 60%  
 — indivíduo B – 0%

Com base na análise das curvas, identifique o indivíduo fumante. Explique, ainda, por que o acúmulo de CO pode levar à hipóxia nos tecidos.

Sabendo que o CO pode se ligar à enzima citocromo-c-oxidase e inibi-la, indique a etapa do metabolismo aeróbico que será prejudicada pela presença desse gás e uma consequência direta de seu acúmulo para as células afetadas.

04. (PUC-RJ/2017) O gráfico a seguir mostra a influência do pH na combinação do oxigênio com a hemoglobina. Em condições normais, o pH do sangue humano é 7,4, mas pode baixar durante exercício intenso, em função da liberação de ácido lático e de gás carbônico.



- A) Durante exercício intenso, é maior a saturação da hemoglobina.
- B) A saturação de oxigênio na hemoglobina é maior em pH mais ácido.
- C) Em pH mais ácido, a hemoglobina libera mais oxigênio para as células musculares.
- D) Em pH mais básico, a hemoglobina libera mais oxigênio para as células musculares.
- E) A saturação da hemoglobina varia de acordo com o pH, mas independe da pressão de oxigênio no sangue.

05. (FCMMG/2017)

**UMA VEZ, EM BOGOTÁ**

Cheguei ao hotel sentindo-me lânguido. Resolvi dar uma volta no quarteirão, para ver as modas. Sobravam ponchos aconchegantes que ajudavam artificialmente a homeostase da temperatura do corpo.

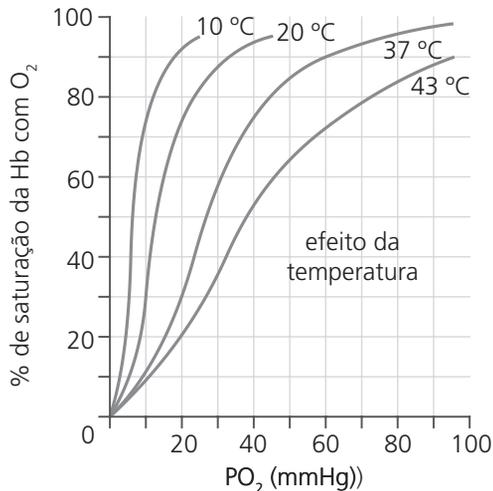
Quando voltei e fui para a cama, notei que quase não respirava! Forcei os pulmões e me senti melhor. Bogotá fica a uma altitude de 2.630 metros, de modo que o ar rarefeito trazia-me O<sub>2</sub> escasso, mesmo para minhas necessidades em repouso. Se eu fosse jogar futebol, não faria um gol. É por isso que os atletas chegam a esses lugares semanas antes da competição para que o organismo possa adaptar-se à altitude."

PESSOA, Oswaldo Frota. *Biologia* vol. 1, ed. Scipione, 2008.

Constitui um dos fatores de adaptabilidade às altitudes:

- A) Produção de um número maior de hemácias.
  - B) Aumento da rede capilar dos alvéolos pulmonares.
  - C) Elevação do pH sanguíneo para acelerar o ritmo respiratório.
  - D) Diminuição da via glicolítica anaeróbia com menor produção de ácido láctico.
06. (Unifesp/2017) Em uma maratona ocorrem diversas alterações no corpo do maratonista. A pressão parcial de O<sub>2</sub>(PO<sub>2</sub>) nos tecidos musculares pode cair de 14 mmHg para 12 mmHg. A temperatura corporal sofre elevação no início da corrida e depois se mantém estável, com ligeiras variações. Ao longo da prova, ocorre diminuição do pH no interior das hemácias (cujos valores normais variam entre 7,35 e 7,45), embora o pH do plasma não sofra grandes variações.

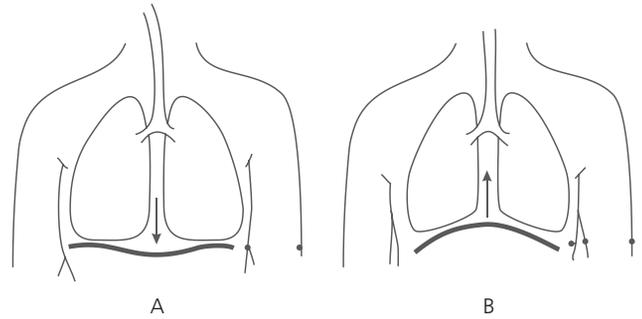
O gráfico experimental representa o efeito da temperatura corporal humana sobre a porcentagem de saturação da hemoglobina com O<sub>2</sub>.



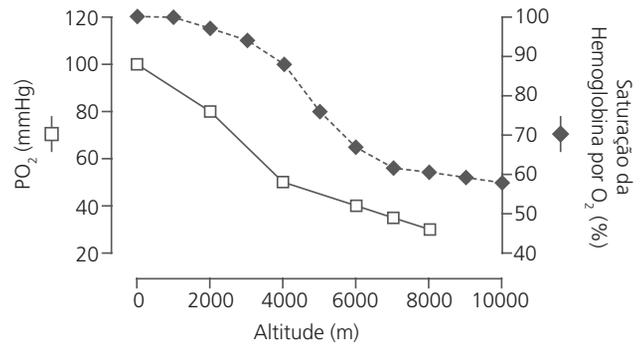
Rui Curi. *Fisiologia básica*, 2009.

- A) Por que ocorre elevação da temperatura corporal durante a maratona? Qual o efeito dessa elevação sobre a oferta de O<sub>2</sub> para os tecidos musculares?
- B) O que provoca a redução de pH no interior das hemácias? Por que, apesar dessa redução, o pH sanguíneo não diminui a ponto de se tornar ácido?

07. (PUC-RJ/2017) Explique, com base nas figuras seguintes, o papel desempenhado pelo diafragma humano durante a inspiração (A) e a expiração (B) do ar.



08. (Unicamp/2008) A FIFA, entidade que dirige o futebol mundial, há alguns meses, proibiu inicialmente jogos de futebol em altitudes acima de 2500 m e, posteriormente, acima de 3000 m. Essa medida foi tomada em função de tontura, cansaço, enjoo e dificuldades respiratórias sentidas pelos jogadores provindos de locais de baixas altitudes, o que provoca menor rendimento esportivo dos atletas.



- A) Observe o gráfico e explique o baixo rendimento dos jogadores de futebol em altitudes elevadas.
  - B) No período de aclimação dos jogadores visitantes às altas altitudes, ocorre aumento da frequência respiratória. Que estímulo, recebido pelo centro respiratório do sistema nervoso central, acarreta tal fenômeno e como ele foi gerado?
09. (Unicamp/2012) A pressão parcial do gás O<sub>2</sub> (pO<sub>2</sub>) e a do gás CO<sub>2</sub> (pCO<sub>2</sub>) foram medidas em duas amostras (I e II) de sangue colhidas simultaneamente de um homem normal. A amostra I teve pO<sub>2</sub> = 104 mm Hg e pCO<sub>2</sub> = 40 mm Hg, enquanto a amostra II teve pO<sub>2</sub> = 40 mm Hg e pCO<sub>2</sub> = 45 mm Hg. Em relação ao caso em análise, é correto afirmar que:
- A) A amostra I corresponde a sangue arterial, que pode ter sido obtido de artéria pulmonar, que cede O<sub>2</sub> para as células corporais com baixa concentração desse gás.
  - B) A amostra II corresponde a sangue venoso, que pode ter sido obtido de veias pulmonares, que levam sangue do pulmão ao coração.
  - C) A amostra II pode ter sido obtida de uma artéria pulmonar, que leva sangue do coração ao pulmão, onde a pO<sub>2</sub> do ar é menor que a do sangue que chega a esse órgão.
  - D) A amostra I pode ter sido obtida de veias pulmonares, que chegam ao coração trazendo sangue oxigenado, que será usado para irrigar o próprio coração e outros órgãos.

10. (Unesp/2013) O volume total de ar que cabe no sistema respiratório de um homem adulto, ao nível do mar, é cerca de 6 litros. Nessas condições, os pulmões de um indivíduo em repouso, a cada movimento respiratório, trocam com o meio exterior, em média, apenas 0,5 litro de ar. Essa quantidade de ar inspirado mistura-se ao ar retido nas vias aéreas e apenas parte dessa mistura chega aos alvéolos.

Desse modo, considerando a fisiologia e a anatomia do aparelho respiratório humano, é correto afirmar que, durante a inspiração, o ar que chega aos alvéolos possui

- A) maior concentração de CO<sub>2</sub> que aquela do sangue venoso.
- B) menor concentração de CO<sub>2</sub> que o ar atmosférico.
- C) maior concentração de O<sub>2</sub> que aquela do sangue arterial.
- D) maior concentração de CO<sub>2</sub> que aquele que havia sido expirado.
- E) menor concentração de O<sub>2</sub> que aquele que havia sido expirado.



### Fique de Olho

<http://www.brasil.gov.br/sobre/saude/saude-da-mulher/metodos-anticoncepcionais>

[http://mmspf.msdonline.com.br/pacientes/manual\\_merck/secao\\_22/cap\\_231.html](http://mmspf.msdonline.com.br/pacientes/manual_merck/secao_22/cap_231.html)

[http://mmspf.msdonline.com.br/pacientes/manual\\_merck/secao\\_04/cap\\_031.html](http://mmspf.msdonline.com.br/pacientes/manual_merck/secao_04/cap_031.html)

### Bibliografia

AMABIS; MARTHO. *Biologia da célula*, v. 1. São Paulo: Moderna, 2007.

GUYTON, A. C. *Fisiologia Humana*. 11ª ed. Guanabara Koogan, 2006.

JUNQUEIRA & CARNEIRO. *Histologia Básica*. 11ª ed. Guanabara Koogan, 2008.

KUMAR, V; ABBAS, AK; FAUSTO, N; ASTER, J. Robbins e Cotran. *Patologia: Bases Patológicas das Doenças*. 8ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

LOPES, Sônia. *Bio 1*. São Paulo: Saraiva, 2006.

NEWMANN, Robert. *Atlas de Métodos Anticoncepcionais*. Grupo Saúde e Vida, 1996.

PURVES, William. K; SADAVA, David; ORIAN, Gordon H.; HELLER, H. Craig. *Vida – A Ciência da Biologia*. 6ª ed. Artmed, 2002.

TORTORA, G. J.; DERRICKSON, B. *Princípios de Anatomia e Fisiologia*. 12ª Edição. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2012.



### Anotações

# BIOLOGIA II

## INVERTEBRADOS II

### Objetivo(s):

- Descrever as características gerais, anatomia, fisiologia, classificação e reprodução dos nematódeos, moluscos e anelídeos. Explicar as características das principais verminoses causadas por nematódeos que afetam a população brasileira.

### Conteúdo:

#### **AULAS 16 E 17: NEMATÓDEOS E VERMINOSES**

Parte I – Nematódeos .....	232
Considerações Iniciais .....	232
Características Gerais.....	233
Anatomia e Fisiologia .....	233
Reprodução .....	235
Parte II – Principais Verminoses Causadas Por Nematódeos .....	236
Ascariíase.....	236
Ancilostomose .....	237
Larva migrans cutânea.....	239
Filariose.....	239
Oxiurose.....	241
Exercícios .....	246

#### **AULAS 18 E 19: MOLUSCOS**

Considerações Iniciais .....	253
Características Gerais.....	255
Classificação .....	255
Anatomia e Fisiologia .....	261
Reprodução .....	268
Exercícios .....	268

#### **AULA 20: ANELÍDEOS**

Considerações Iniciais .....	275
Características Gerais.....	276
Classificação .....	276
Anatomia e Fisiologia .....	279
Reprodução.....	286
Exercícios .....	289

**Aulas**  
16 e 17

**Nematódeos e Verminoses**

C-4	H-13, 14
	H-15, 16
C-8	H-28, 30

## Parte I – Nematódeos

### Considerações Iniciais

O filo Nematoda, também denominado de filo Nemata, dos nematódeos, dos nematoides ou dos nematelmintos (do grego *nematos* = fio; *helminthes* = verme), estimando-se por volta de 100 mil espécies, mas há relatos de que possam existir mais de um milhão de espécies. Esses animais podem ser de vida livre, sendo encontrados em água doce, salgada ou mesmo no solo. Podem ainda viver como parasitos de plantas ou animais, e até apresentar parte de sua existência como um organismo de vida livre e em outra, parasito.

Seus hábitos alimentares variam de acordo com a espécie e o tipo de ambiente em que vivem quando adultos. Espécies de vida livre ingerem matéria orgânica e outros microrganismos. Espécies de parasitos se nutrem de substâncias do hospedeiro. Os parasitos de plantas sugam seiva e tecidos vegetais. Os de animais ingerem, por exemplo, nutrientes do sangue ou alimentos digeridos no trato gastrointestinal.



*Ascaris lumbricoides* (lombriga), nematoide parasita humana.



Boca de um *Ancylostoma duodenale* mostrando os dois pares denticulos quitinosos na boca.

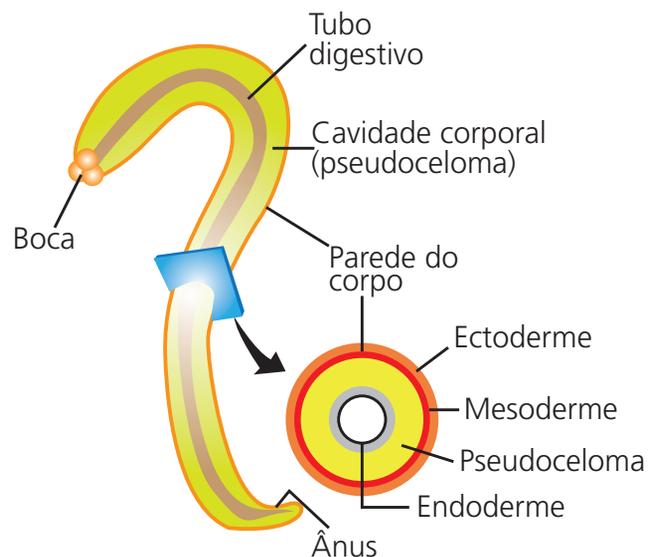


Dominio Público

*Pratylenchus coffeae*, nematoide fitopatogênico que infecta vários hospedeiros, incluindo batata, banana, batata-doce, morango, violeta-persa, amendoim e frutas cítricas

As dimensões desses vermes podem variar de alguns microns até metros de comprimento. Por exemplo, uma das menores espécies conhecidas é a *Greeffilla minutum*, uma espécie que vive em recifes de coral, que mede apenas 80 µm de comprimento. Num outro extremo de tamanho está a *Placentonema gigantissima*, o nematódeo encontrado na baleia cachalote, sendo o maior verme arredondado conhecido, que pode chegar a medir 10 m de comprimento. Em relação a nematódeos parasitas humanos, o macho do *Ascaris lumbricoides* chega até 30 cm comprimento e a fêmea, até 40 cm. Em geral, os nematódeos de vida livre são microscópicos, enquanto os parasitos atingem maiores dimensões.

São vermes arredondados e filiformes (em forma de “fio”), tendo como características marcante o fato de possuírem em geral um corpo organizado como um “tubo dentro de um outro tubo”, com referência ao fato de haver um tubo externo, a parede corporal, e um interno, o tubo digestório, havendo entre esses tubos a cavidade blastocelômica (ou pseudocelômica). Essa cavidade é preenchida por fluidos que auxiliam na distribuição de nutrientes e oxigênio para os tecidos, além de funcionar como um esqueleto hidrostático.



Os nematoides são vermes arredondados e filiformes com um corpo organizado como um “tubo dentro de um outro tubo”.

O corpo é coberto por uma cutícula protetora acelular de colágeno secretada pela epiderme subjacente. A cutícula é trocada periodicamente em um processo chamada de ecdise, o que permite o crescimento do animal. Essa característica, entre outras, permite agrupar os nematóides, os artrópodes e alguns outros filos menores em um grupo denominado de *Ecdysozoa*.

A parede corporal dos nematódeos apresenta, sob a epiderme, uma única camada de fibras musculares dispostas longitudinalmente. Por estarem dispostas em um único sentido, essas fibras só garantem movimentos de flexão no animal.

Ao contrário dos demais animais, os nematóides não possuem centríolos, cílios e flagelos. Por este motivo, seus espermatozoides se deslocam por movimento ameboide.

A maioria dos nematódeos tem cor amarela ou esbranquiçada, mas parasitos de vasos sanguíneos podem ser vermelho escuros ou marrons, e os intestinais podem ser transparentes.

A maioria dos nematódeos são dioicos, com nítido dimorfismo sexual. A fêmea, em geral, é maior que o macho, e este possui a extremidade posterior do corpo curvada ventralmente (formato de gancho), sendo útil na cópula para envolver a fêmea.

Os nematódeos apresentam como novidade evolutiva em relação aos platelmintos, a existência de um tubo digestório completo, com duas aberturas, boca e ânus, uma em cada extremidade do corpo. A boca localiza-se na extremidade anterior, é circundada por lábios e papilas sensoriais e serve exclusivamente para a tomada de alimento. Já o ânus localiza-se na extremidade posterior, sendo usado para a saída dos resíduos (nutrientes não digeridos). Nas fêmeas, o tubo digestório termina em um ânus que se abre na superfície corporal; nos machos, o tubo digestório termina em um ânus que se abre na cloaca, abertura comum aos sistema digestório e reprodutor. Eles não têm sistemas respiratório e circulatório.

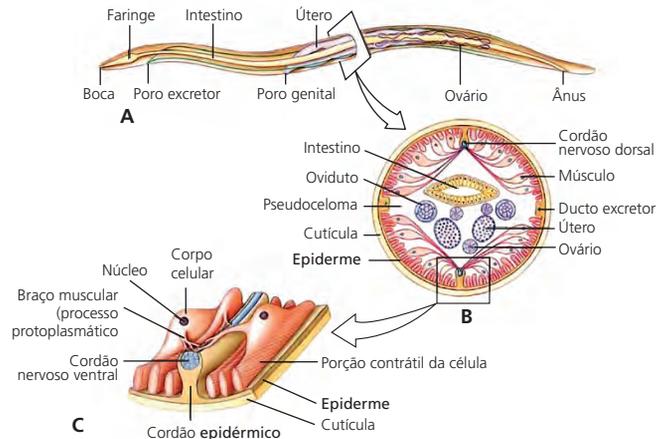
### Características Gerais

1. Triblásticos e pseudocelomados (ou blastocelomados);
2. Simetria bilateral;
3. Não segmentados (metamerizados);
4. Corpo fino cilíndrico, revestido com cutícula acelular de colágeno; epiderme subcuticular;
5. Tubo digestório completo;
6. Parede do corpo com apenas fibras musculares longitudinais; espaço interno do corpo um pseudoceloma (blastoceloma) preenchido por um fluido;
7. Ausência de sistemas circulatório e respiratório; respiração cutânea direta, ocorrendo trocas gasosas na superfície da pele (entrada de O<sub>2</sub> e saída de CO<sub>2</sub>), havendo difusão do gás oxigênio (O<sub>2</sub>) diretamente da pele até às células do corpo com a ajuda do fluido pseudocelômico e, no sentido inverso, do gás carbônico (CO<sub>2</sub>) diretamente das células do corpo para a pele, também com o auxílio do fluido pseudocelômico; **(Obs.: lembre-se que a respiração cutânea direta também ocorre nos platelmintos, cnidários e poríferos, sem a presença de um fluido pseudocelômico e, no caso dos poríferos, que não possuem "pele", o termo "cutânea" pode ser usado para o processo de respiração, por analogia, com o processo de respiração que ocorre com o filo dos cnidários, seus parentes evolutivos mais próximos);**
8. Presença de sistema excretor (uma ou duas células renetes ou células renetes mais célula gigante em formato de "H")
9. Anel nervoso ao redor do esfago ligado a seis cordões nervos anteriores e a seis cordões nervosos posteriores.
10. Geralmente dioicos (sexos separados); dimorfismo sexual (macho mais curto que a fêmea); reprodução sexuada com fecundação interna (algumas espécies fazem partenogênese);

ovos microscópicos revestidos com casca quitinosa (única estrutura com quitina dos nematóides); desenvolvimento indireto com cinco estádios larvais e quatro mudas (ecdises);

11. Órgãos internos geralmente com número definido de células (constância celular ou "eutelia");
12. Os nematódeos diferem dos platelmintos pela forma, ausência de centríolos, cílios e flagelos; ausência de ventosas; presença de tubo digestório completo; presença de camada muscular com apenas fibras dispostas longitudinalmente (sem fibras musculares circulares e transversais).

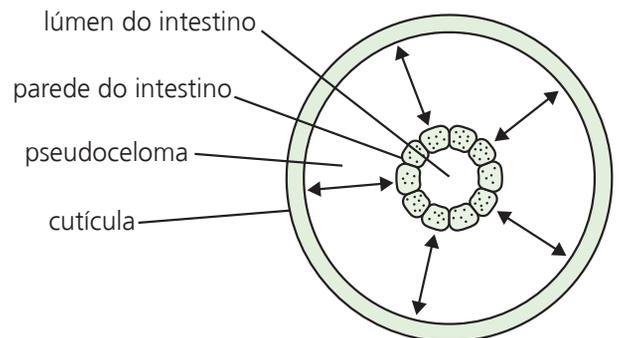
### Anatomia e Fisiologia



Estrutura de um nematódeo ilustrada por uma fêmea de *Ascaris lumbricoides*. B. Seção transversal. C. Braço de células musculares estendendo-se ao nervo dorsal ou ventral.

#### • Tegumento

O tegumento dos nematódeos é composto por camadas de cutícula flexível acelular de colágeno, secretada pelas células da epiderme, que também reveste internamente a cavidade bucal, a faringe, o reto e a cloaca. Este revestimento tem como funções principais a proteção das estruturas internas do organismo contra o meio externo e a locomoção, pois serve de suporte para a ação dos músculos longitudinais e a contenção da alta pressão hidrostática produzida pelo fluido do pseudoceloma.



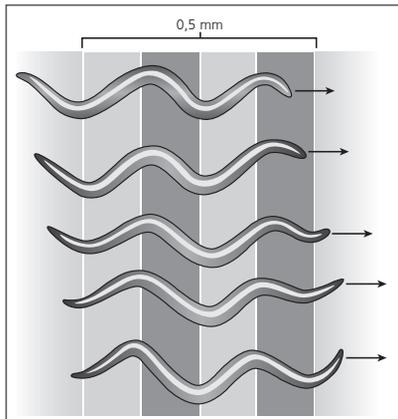
Representação diagramática de um nematódeo em seção transversal. As setas representam a alta pressão dentro do pseudoceloma, atuando para manter a forma arredondada do corpo e pressionar o intestino.

#### • Músculos e movimentos

Associada à epiderme dos nematóides há uma camada muscular composta apenas por fibras longitudinais, dispostas em quatro faixas, cada uma ocupando uma área entre dois cordões epidérmicos. Tais fibras musculares são típicas do grupo, pois se dispõem apenas no sentido longitudinal e emitem projeções citoplasmáticas (ou braços) que entram em contato com os

nervos dorsais e ventrais, recebendo estímulo para a contração muscular. A associação do esqueleto hidrostático (formado por um fluido incompressível pseudocelômico) a essas contrações de fibras musculares longitudinais promovem movimentos apenas de flexão (tipo de um "chicote").

A cutícula, nos nematóides, exerce um papel de antagonismo à contração das fibras musculares longitudinais, já que esses animais não possuem fibras musculares dispostas circularmente. Na locomoção, as fibras musculares longitudinais se antagonizam com a cutícula flexível, garantindo o retorno do corpo para a posição alongada (de descanso) quando os músculos relaxam.



Locomoção de nematódeos em uma superfície sólida. Contraindo os músculos de cada lado de seu corpo, alternadamente, o animal forma uma série de ondas sinusoidais, as quais impulsionam o animal contra o substrato, empurrando o animal para a frente.

• **Digestão**

Apresentam tubo digestório completo. A boca conecta-se ao esôfago (frequentemente chamado de faringe). O esôfago possui células glandulares responsáveis pela liberação de enzimas digestivas. Do esôfago (ou faringe) o alimento é deslocado para o intestino, local também de secreção de enzimas digestivas; degradação de proteínas, carboidratos e lipídios; absorção de nutrientes (otimizada por microvilosidades); e armazenamento de proteínas, glicogênio e lipídios.

A digestão inicia-se extracelularmente no lúmen intestinal (cavidade intestinal), sendo finalizada intracelularmente no epitélio intestinal. O intestino termina no ânus na fêmea e em uma cloaca no macho. A cloaca corresponde a uma região terminal comum do sistema digestório e reprodutor, mas não do excretor, que tem um poro individualizado que se abre na parte mais anterior do corpo.

Os nematóides podem ter hábitos alimentares carnívoros ou herbívoros. As formas parasitas alimentam-se de resíduos da digestão, microrganismos ou mesmo sangue (para isso liberam substâncias anticoagulantes por células glandulares do esôfago).

• **Respiração e circulação**

Os nematódeos não apresentam órgãos especializados nas trocas gasosas e na circulação de fluidos corporais.

As trocas gasosas, entrada de gás oxigênio e eliminação de gás carbônico, ocorrem pela superfície corporal, portanto, eles apresentam respiração cutânea.

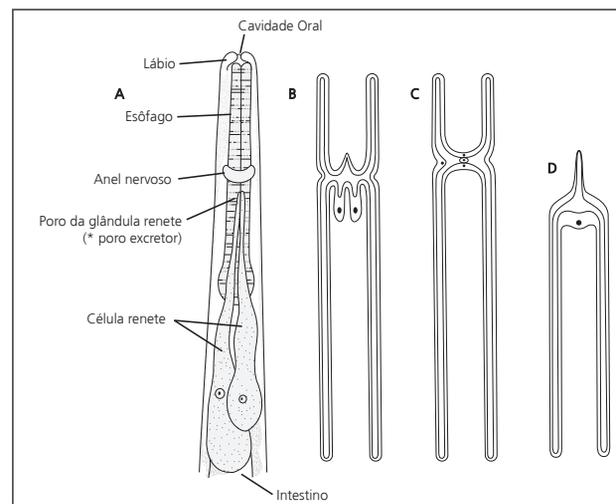
Os nutrientes absorvidos pela parede do tubo digestório e o gás oxigênio captado pela cutícula são distribuídos para as células corporais pelo fluido pseudocelômico. Excretas nitrogenadas lançadas no fluido pseudocelômico são liberadas para o meio externo majoritariamente com outros resíduos metabólicos pelo intestino ou pela superfície corporal por difusão.

Uma menor parte dessas excretas nitrogenadas sai do corpo pelo sistema excretor.

Determinadas espécies de nematódeos parasitas de vasos sanguíneos de hospedeiros vertebrados se alimentam principalmente de sangue e utilizam o oxigênio presente nas hemácias. Contudo, outras espécies que vivem em ambientes em que há baixa concentração de oxigênio (p. ex., parasitos intestinais), produzem um pigmento respiratório semelhante à hemoglobina, que provavelmente transporta e armazena oxigênio. A atividade aeróbica ou anaeróbica dos nematóides depende, sobretudo, das concentrações de oxigênio do meio, de modo que alguns destes vermes estão aptos a mudar de um mecanismo para o outro de acordo com a concentração desse gás.

• **Excreção**

Os nematódeos apresentam estruturas excretoras únicas. Elas consistem em uma ou mais glândulas excretoras (células renete) e sistema de canal excretor (sistema "H" ou célula "H"), ou ambos. A célula "H" é a maior célula do corpo do animal. Entretanto, algumas espécies de nematóides podem não apresentar nenhum tipo de estrutura excretora.



Sistema excretor dos nematódeos. **A.** Um par de células renete (glândula renete) levando ao poro excretor medioventral. **B.** Células renete estão associadas a um sistema de canais excretores (sistema "H" ou célula "H"). **C.** Sistema de canais excretores (sistema "H" ou célula "H") após a perda dos corpos glandulares das células renete. **D.** Variação do sistema "H" (Y invertido) com um poro excretor anterior e canais laterais.

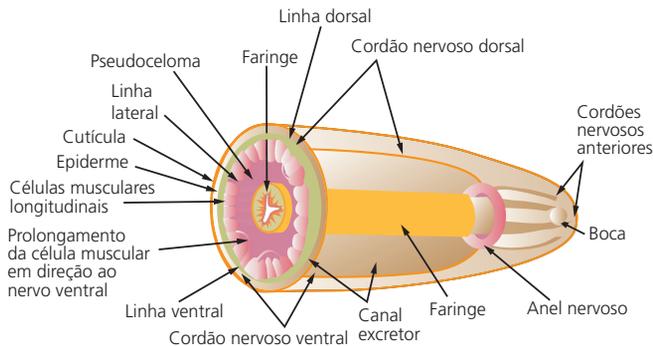
Um par de células renete podem se encontrar sozinha, projetando-se no pseudoceloma e abrindo-se para o exterior por um poro excretor medioventral (figura A anterior).

O sistema de canal excretor encontra-se em uma única célula elaborada (a maior do corpo do animal), podendo estar associada às células renete em algumas espécies de nematódeos (figura B e C anterior). Consiste na maior célula do corpo do animal e comumente apresenta-se sob a forma da letra H, com dois canais longos (região superior do H) incluídos nos cordões epidérmicos laterais, sendo unidos por meio de um curto canal transversal (linha transversal do H). Um ducto excretor curto conduz anteriormente do canal transversal a um poro medioventral na região da faringe.

Os nematódeos excretam principalmente amônia, embora alguns excretem quantidades maiores de ureia quando estão em um ambiente hipertônico. O principal papel do sistema excretor é a osmorregulação, dessa forma, a maior parte dos excretas nitrogenadas eliminados sai pela parede do trato digestório médio ou pela superfície corporal.

**Controle nervoso**

Os nematódeos apresentam um anel nervoso que circunda a faringe e está associado aos nervos longitudinais, os quais se estendem anteriormente e posteriormente. Os nervos (ou cordões nervosos) longitudinais anteriores (seis no total) conectam-se aos órgãos sensoriais cefálicos (sensilas) e às papilas labiais na extremidade anterior. Além do anel ganglionar, há também diversos gânglios associados, os nervos longitudinais também se estendem posteriormente por cordões epidérmicos (projeções da epiderme em direção ao pseudoceloma). O cordão nervoso ventral inclui fibras sensoriais e motoras. O cordão nervoso dorsal é motor e os cordões nervosos laterais menos desenvolvidos são predominantemente sensoriais.



Detalhe da estrutura do sistema nervoso de um nematódeo.

**Percepção sensorial**

Presença de quimiorreceptores do tipo anfídeos na região anterior do corpo e fasmídeos na região posterior. Podem também possuir mecanorreceptores, papilas cefálicas e caudais, respectivamente, nas extremidades anterior e posterior do corpo. Muitas espécies possuem cerdas em várias partes do corpo, também realizando função de mecanorreceptor. Alguns nematódeos de vida livre, dulcícolas ou marinhos, podem apresentar um par de ocelos, fotorreceptores que apenas percebem intensidade e a direção da luz, não formando imagens. Os ocelos têm um papel importante na fuga do animal de locais iluminados para sombreados, buscando não ser notado por predadores. Um ocelo corresponde a uma pequena taça com uma camada de células pigmentadas e outra de células fotorreceptoras conectadas a fibras nervosas.

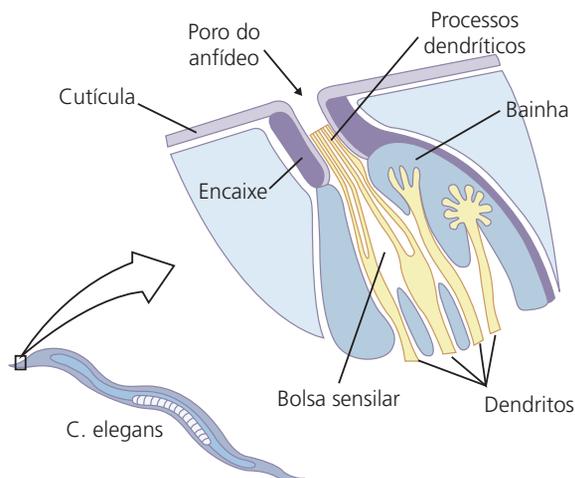
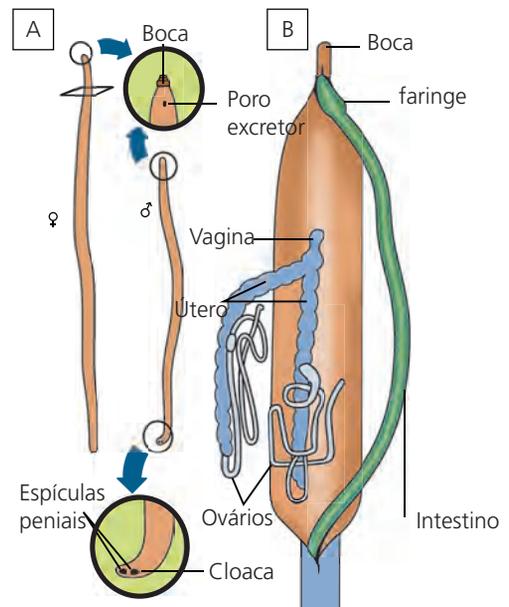


Diagrama de um anfídeo do nematódeo *Caenorhabditis elegans*.

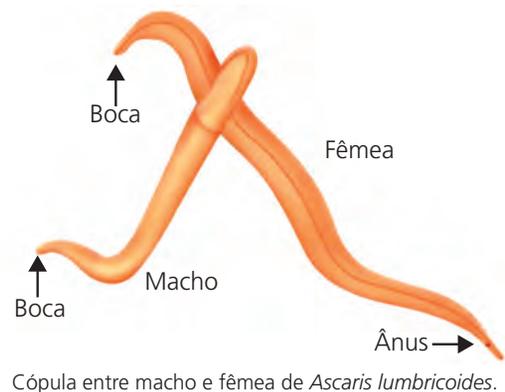
**Reprodução**

A maioria das espécies é dioica, com dimorfismo sexual, sendo os machos normalmente menores (mais curtos) e com a extremidade posterior do corpo curvada ventralmente, formando um gancho com o qual seguram a fêmea durante a cópula. Em relação aos órgãos reprodutores, tanto os machos como as fêmeas podem ter uma ou duas gônadas. Os nematódeos apresentam reprodução sexuada, havendo geralmente cópula com fecundação interna.

O sistema reprodutor das fêmeas pode ter dois ovários e cada um apresenta um oviduto, cuja extremidade proximal mais dilatada forma um receptáculo seminal. Cada oviduto forma um útero tubular alongado e alargado que se unem para formar a vagina, a qual se abre externamente por meio de um gonópodo (poro genital feminino), situada na região ventral do terço anterior do corpo. O sistema reprodutor masculino é relativamente simples e compreende um ou dois testículos tubulares contínuos com o ducto deferente. Este se expande posteriormente para formar a vesícula seminal, onde os espermatozoides ficam armazenados até o momento da cópula. A vesícula seminal se conecta com a cloaca, denominação da câmara na qual desembocam os sistemas reprodutor e digestório. Na cloaca do macho de lombrigas há estruturas pontiagudas que lembram espinhos, as espículas copulatórias (peniais), que são inseridas no orifício genital feminino durante a cópula.



**A:** Aspecto morfológico superficial da fêmea e do macho de *Ascaris lumbricoides*. **B:** Detalhe do sistema reprodutor de *Ascaris lumbricoides* fêmea.



Cópula entre macho e fêmea de *Ascaris lumbricoides*.

Ocorre o hermafroditismo em poucas espécies, havendo produção dos espermatozoides antes da produção dos ovócitos, caracterizando um processo de protandria.

O desenvolvimento entre nematódeos de vida livre tipicamente é direto, contudo, nos parasitos, o desenvolvimento indireto com cinco estádios larvais e quatro mudas (ecdises). As fêmeas fecundadas liberam os ovos no ambiente onde as primeiras divisões se processam e o ovo se torna embrionado. Independentemente do estímulo externo, inicia-se o desenvolvimento embrionário que origina a larva do primeiro estágio de desenvolvimento (L1) dentro do ovo. Posteriormente, este estágio sofre uma ecdise (troca de cutícula), transformando-se em larva de segundo estágio (L2), a qual poderá permanecer latente por muito tempo dentro do ovo até que as condições externas estejam favoráveis e estimulem a eclosão. Após a eclosão, o estágio L2 sofre ecdise e origina uma larva migrante ou infectiva (L3) que penetra no hospedeiro (ciclo com transmissão ativa como observada em *Ancylostoma duodenale*, por exemplo). Para outros nematoides, a L3 se forma ainda dentro do ovo e ali permanece, até que o ovo seja ingerido pelo hospedeiro (ciclo com mecanismo transmissão passiva como observada em *Ascaris lumbricoides*, por exemplo). Após se estabelecer, a L3 sofre duas novas ecdises, passando para as formas L4 e L5, respectivamente, e depois passa para o estágio adulto. Muitos nematoides parasitos têm estádios larvais de vida livre. Outros necessitam um hospedeiro intermediário para completar seu ciclo de vida.



Processo de muda ou ecdise em nematódeo. Observe o descolamento da cutícula velha do corpo do animal.

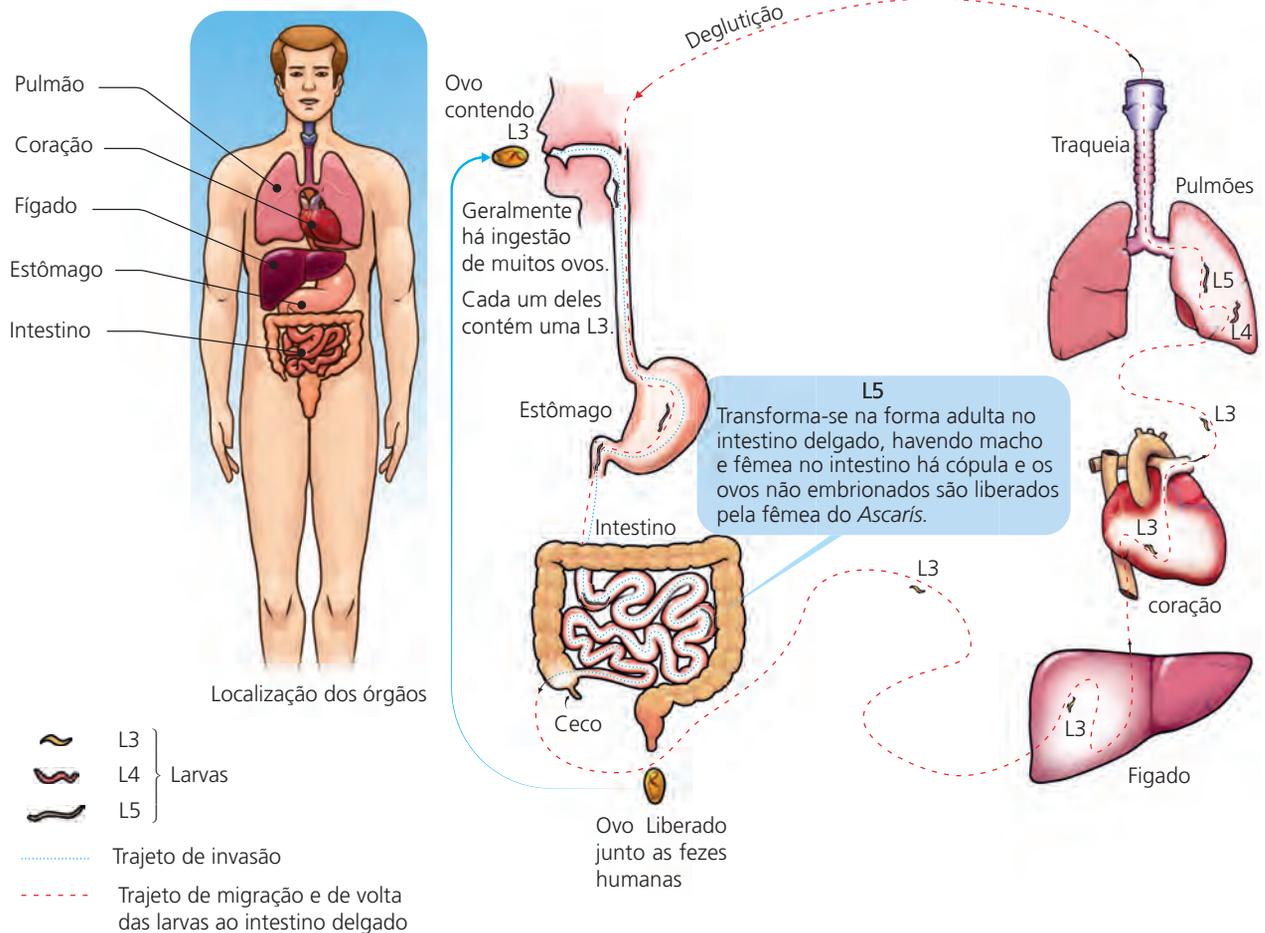
## Parte II – Principais Verminoses Causadas Por Nematódeos

### Ascaridíase

- **Considerações gerais:** a “ascaridíase” também é denominada de “ascaridose” ou “ascaridiose”. Essa é uma das verminoses mais comuns em todo o mundo e a mais frequente no Brasil, com uma prevalência que alcança até 55% da população, dependendo da região geográfica analisada (como no caso das regiões Norte e Nordeste). Entretanto, a melhoria das condições sanitárias em comunidades menos favorecidas

economicamente tem ajudado a diminuir o número de pessoas infestadas nas últimas décadas. Em muitos casos a infestação não apresenta complicações clínicas, porém, estas, quando ocorrem, são devido a acidentes de natureza obstrutiva provocados pelos vermes.

- **Agente causador:** causada pelo nematódeo *Ascaris lumbricoides*, popularmente conhecido como “lombriga” ou “bicha” (*Bases da Parasitologia Médica – 3ª edição – Rey*). É um parasito monoxeno, ou seja, completa seu ciclo em um único hospedeiro. Esse verme é encontrado em quase todos os países do mundo e ocorre com frequência variada em virtude das condições climáticas, ambientais e, principalmente, do grau de desenvolvimento socioeconômico da população. O verme se apresenta, de modo geral, numerosamente no interior do intestino delgado do paciente. O macho do *Ascaris lumbricoides* chega até 30 cm de comprimento e a fêmea, até 40 cm, sendo o maior nematódeo parasita humano. Os vermes foram encontrados infestando, além de humanos, outros animais, como cães e porcos.
- **Modo de transmissão:** de forma passiva, através da ingestão de alimentos e de água contaminados por ovos embrionados com a larva de terceiro estágio (L3). Nas zonas rurais do nosso país, pela ausência de saneamento básico, é comum as pessoas defecarem no solo, o que pode levar à contaminação de reservatórios aquáticos (rios, lagos, lagoas, açudes, entre outros). A água contaminada pode ser usada no consumo doméstico (para beber, para lavar louças e talheres), na irrigação de hortaliças, nas lavouras, favorecendo o contágio das pessoas.
- **Ciclo de vida:** uma fêmea fecundada pode colocar, por dia, cerca de 200 a 240 mil ovos não embrionados (sem larva) que chegam ao ambiente com as fezes, tornando-se embrionados (com larva) dentro de 15 dias (por influência de fatores como temperatura, umidade e concentração de gás oxigênio). A larva de primeiro estágio (L1) forma-se dentro do ovo e é do tipo rhabditoide, pois apresenta um esôfago com duas dilatações, uma em cada extremidade e uma constrição no meio. Após 7 dias, ainda dentro do ovo, essa larva sofre muda transformando-se em uma larva de segundo estágio (L2), logo depois, sofre mais uma muda e transforma-se em uma larva de terceiro estágio (L3), que é considerada como a larvas infectante (antes a L2 era a considerada infectante), possuindo um esôfago tipicamente filarioide, por ser retilíneo. Estas formas permanecem infectantes no solo por vários meses, podendo ser ingeridas pelo hospedeiro. Após a ingestão, os ovos embrionados contendo a L3 percorrem todo o tubo digestório e as larvas eclodem no intestino delgado (por influência da presença de gás carbônico). As larvas, já liberadas, transpassam a parede do intestino na região do ceco e entram nos vasos linfáticos e na veia mesentérica superior, chegando ao fígado pela veia porta hepática entre 18 e 24 horas após a infestação. Em dois a três dias chegam ao lado direito do coração, através da veia cava inferior ou superior e quatro a cinco dias após são encontradas nos pulmões, realizando o ciclo pulmonar ou ciclo de LOSS. Cerca de oito dias da infecção as larvas sofrem muda para larvas de quarto estágio (L4), rompem os capilares e caem nos alvéolos, onde sofrem mais uma muda para larvas de quinto estágio (L5). Sobem pelos brônquios, traqueia, laringe e chegam à faringe. Neste local, podem então ser expelidas pelo nariz (por ação de tosse ou espirro), pela boca ou serem deglutidas, atravessando intactas o estômago e instalando-se no intestino delgado. Transformam-se, sem realizarem muda, em adultos jovens 20 a 30 dias após a infestação. Em 65 dias atingem a maturidade sexual, fazem a cópula, ovipostura (liberação de ovos no meio) e já são encontrados ovos nas fezes do hospedeiro.



Ciclo de vida do *Ascaris lumbricoides*, agente causador da ascariíase.

- **Manifestações clínicas:** a maioria das infestações é assintomática. O maior dano ocorre durante a migração larval, e não pela presença do verme adulto no intestino. As larvas, ao passarem pelo fígado, provocam lesões hepáticas. A migração das larvas pelos alvéolos pulmonares e bronquíolos, dependendo do número, pode determinar pneumonia, bronquite, febre, tosse, manifestações alérgicas, dispneia (falta de ar) e eosinofilia, a este conjunto de sinais e sintomas quando as larvas passam pelas vias respiratórias denomina-se síndrome de Löeffler. Na tosse produtiva (com muco) o catarro pode ser sanguinolento e apresentar larvas do verme. Estas manifestações geralmente ocorrem em crianças e estão associadas ao estado nutricional e imunitário delas. Os vermes adultos no intestino estão associados à desconforto abdominal (que se manifesta geralmente sob a forma de cólicas intestinais, dor epigástrica e má digestão), náuseas, perda de apetite e emagrecimento. Os vermes adultos podem promover quadros clínicos graves como obstrução mecânica da luz intestinal, das vias biliares (do ducto colédoco), da traqueia (levando à asfixia), do apêndice (levando à apendicite aguda) e do canal pancreático (levando à pancreatite aguda). Os vermes adultos no intestino consomem grande quantidade de proteínas, carboidratos, lipídios e vitaminas A e C, levando o paciente, principalmente crianças, à subnutrição e esgotamento físico e mental. Outros sintomas como sensação de coceira no nariz, irritabilidade, sono intranquilo, manchas na pele, ranger de dentes à noite (bruxismo) e otites (pela presença de vermes na tuba auditiva e orelha média) também podem ocorrer.
- **Tratamento:** com drogas anti-helmínticas, albendazol ou mebendazol. Em casos raros, o número de vermes dentro do intestino pode se tornar elevado, ocorrendo obstrução intestinal, exigindo intervenção cirúrgica imediata.
- **Prevenção:** saneamento básico; lavar bem os alimentos; tratar com cloro ou ferver a água antes de consumi-la; lavar as mãos antes das refeições; tratamento de doentes.

### Ancilostomose

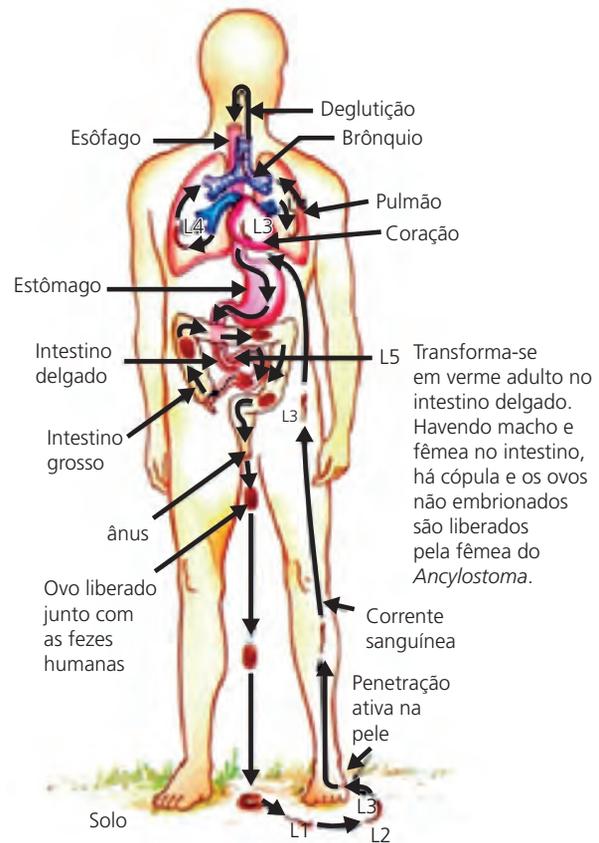
- **Considerações gerais:** a "ancilostomose" também é denominada de "ancilostomíase", "amarelão", "opilação" ou "anemia dos mineiros". Essa verminose é prevalente no mundo todo, especialmente em regiões tropicais. Nos Estados Unidos é endêmica nos estados rurais do sul. A ancilostomíase, popularmente conhecida como amarelão, foi muito prevalente no Brasil, a ponto de ser referenciada na literatura nacional pelo personagem de Monteiro Lobato, Jeca Tatu. Hoje, contudo, as taxas de prevalência decresceram enormemente, principalmente em função da melhoria das condições sanitárias. Estima-se que a prevalência tenha caído de 74%, no início do século XX, para 5,5% no início deste século, na zona rural. Ainda assim, algumas comunidades rurais de Minas Gerais e da região Nordeste apresentam índices de infestações superiores a 60%.

- **Agente causador:** há dois ancilostomídeos que afetam os humanos são *Ancylostoma duodenale* (ancilostomídeo do Velho Mundo) e *Necator americanus* (ancilostomídeo do Novo Mundo). Eles diferem apenas na distribuição geográfica, estrutura das partes da cápsula bucal e tamanho relativo. Os dois vermes são parasitos monóxenos, ou seja, completam seus ciclos em um único hospedeiro. A denominação de “necatorose” ou “necatoríase” dada a esta verminose é correta para o parasitismo apenas do nematódeo *Necator americanus*. O humano é o único hospedeiro para esses dois tipos de vermes, os outros mamíferos possuem ancilostomídeos de outras espécies que não completam seu ciclo no organismo humano, como é o caso dos nematódeos *Ancylostoma braziliense* e *Ancylostoma caninum*, parasitos do intestino delgado de cães e gatos. Larvas destes ancilostomídeos de animais (cão, gato) e algumas outras larvas de nematódeos que, tendo penetrado na pele humana, não conseguem completar suas migrações normais, ficam abrindo túneis entre a epiderme e a derme, até morrer, promovendo a “larva migrans cutânea”, “bicho-geográfico” ou “dermatite serpiginosa”. Há também espécies de ancilostomídeos como o *Ancylostoma ceylanicum*, que tem por hospedeiros comuns cães e gatos, mas podem também parasitar frequentemente os humanos em regiões do Sudeste Asiático e, raramente, em outras áreas. Os machos de *Ancylostoma duodenale* medem 8 a 11 mm de comprimento por 400 µm de largura, já as fêmeas apresentam 10 a 18 mm de comprimento por 600 µm de largura. Os machos de *Necator americanus* medem 5 a 9 mm de comprimento por 300 µm de largura, já as fêmeas apresentam 9 a 11 mm de comprimento por 350 µm de largura.

- **Modo de transmissão:** no caso do *Necator americanus*, somente de forma ativa, pela penetração da larva de terceiro estágio (L3) através da pele ou mucosas. No caso do *Ancylostoma duodenale* de forma ativa através da penetração da L3 através da pele ou mucosas, mas também de forma passiva, pela ingestão de água ou alimentos contaminados com L3. Na forma passiva de penetração do *Ancylostoma duodenale*, as larvas de terceiro estágio completam seu ciclo biológico no tubo digestório, sem fazer ciclo pulmonar (ciclo de Loss).

- **Ciclo de vida:** os vermes adultos depositam de 10 mil a 20 mil ovos não embrionados (sem larvas) por dia, que são liberados nas fezes. No meio exterior, os ovos necessitam de um ambiente propício, principalmente boa oxigenação, elevada umidade e temperatura, para que se inicie a embrionia com a formação da larva de primeiro estágio (L1), do tipo rabditoide, no interior do ovo e sua eclosão. No ambiente, a L1 recém-eclodida, apresenta movimentos e se alimenta de matéria orgânica e microrganismos (por via oral), sofre a primeira muda, transformando-se em larva de segundo estágio (L2), que é também do tipo rabditoide. Em seguida, a L2, que também tem movimentos e se alimenta de matéria orgânica e microrganismos, sofre a segunda muda, transformando-se em larva de terceiro estágio (L3), do tipo filarioide, após 5 dias da liberação dos ovos juntamente com as fezes e de condições ambientais adequadas. A L3, denominada larva infectante, não se alimenta (por ter a boca coberta pela cutícula externa), mas tem movimentos que facilitam a sua locomoção. Quando à infecção é ativa, as L3, ao entrarem em contato com o hospedeiro iniciam o processo de penetração pela pele ou mucosas, auxiliadas pelos seus movimentos e pela ação de enzimas secretadas. A penetração dura cerca de 30 minutos. Da pele, as larvas alcançam a circulação sanguínea e/ou linfática, e chegam ao coração, indo pelas artérias pulmonares para os pulmões. As larvas atravessam os capilares pulmonares, auxiliada pelos seus movimentos, e atingem

os alvéolos. Nestes locais, as L3 sofrem a quarta muda e transformam-se em larvas de quarto estágio (L4). As L4 migram através dos bronquíolos, brônquios, traqueia e alcançam a laringe, sendo em seguida deglutidas, chegando ao intestino delgado, seu local preferencial no hospedeiro. Ao chegar no intestino delgado, após 8 dias da infestação, a larva começa a exercer o parasitismo hematófago (alimentar-se de sangue) ao morder a mucosa intestinal. Neste local, as L4 sofrem a quarta muda transformando-se em larvas de quinto estágio (L5), aproximadamente 15 dias após a infestação, sem haver muda. Os vermes adultos, ao realizarem o hematofagismo, iniciam a cópula entre o macho e a fêmea. Em seguida, a fêmea libera seus ovos fecundados e não embrionados (sem larvas) que são eliminados para o ambiente, com as fezes.



Ciclo de vida do *Ancylostoma duodenale*, agente causador da ancilostomíase.

- **Manifestações clínicas:** no intestino, os vermes adultos aderem às vilosidades intestinais com suas placas cortantes bucais (*Necator*) ou com seus denticulos quitinosos (*Ancylostoma*) e se alimentam de sangue e tecidos com o auxílio de anticoagulantes. Dependendo do número de vermes adultos presentes no intestino (a partir de 40 segundo Neves – *Parasitologia Humana* – 12ª edição), pode ocorrer anemia ferropriva que justifica o nome popular dessa verminose de “amarelão”. Devido à anemia, os vermes adultos levam a um quadro clínico de desnutrição, por causa da perda de sangue e de seus nutrientes. Os sintomas intestinais dos vermes adultos podem também incluir desconforto abdominal, diminuição do apetite, indigestão, cólicas intestinais, náuseas, vômitos, flatulência, diarreia sanguinolenta ou não, e, menos frequente, constipação (prisão de ventre). Devido à perda de ferro, por consequência da anemia, algumas pessoas acometidas pela ancilostomíase podem apresentar gíngiva,

isto é, a ingestão de barro em busca de repor o ferro perdido. A penetração da larva pela pele provoca prurido (coceira). Os pés e os tornozelos são locais comuns de infestação devido à exposição pelo hábito de andar descalço. Nas infecções mais graves, durante o período migratório das larvas através dos pulmões e das vias respiratórias, é possível que ocorram as mesmas alterações que caracterizam a síndrome de Löeffler (já descrita na ascariíase), porém, menos frequente e mais branda.

- **Tratamento:** com drogas anti-helmínticas, albendazol ou mebendazol. Além da erradicação dos vermes com os fármacos anti-helmínticos, para se interromper a perda sanguínea, a terapia com ferro é indicada para elevar os níveis de hemoglobina ao normal. A transfusão de sangue pode ser necessária em casos graves de anemia.
- **Prevenção:** saneamento básico; tratamento de doentes; uso de calçados fechados (não sandálias) em áreas endêmicas para evitar contato da pele com solos contaminados com larvas infectantes (L3) devido à forma de transmissão ativa tanto do *Necator americanus* como do *Ancylostoma duodenale* pela pele ou mucosas; deve-se lavar bem os alimentos, tratar com cloro ou ferver a água antes de consumi-la e lavar as mãos antes das refeições devido a forma de transmissão passiva de L3 de *Ancylostoma duodenale*.

### Larva migrans cutânea

- **Considerações gerais:** é uma zoonose relacionada a larvas de nematódeos que tem como hospedeiros naturais (normais) animais como cães e gatos. Estas larvas, ao penetrarem na pele humana, cavam túneis subcutâneos, sem poder completar seu ciclo biológico, por estarem em um hospedeiro não natural (anormal). O quadro clínico resultante é a “larva migrans cutânea”, também conhecida por “bicho-geográfico”, “bicho das praias” ou “dermatite serpiginosa”. Outros de tipos de larvas específicas de nematódeos também podem infestar outras partes do corpo humano (p. ex.: fígado, encéfalo, meninges, olhos), promovendo a “larva migrans visceral”, “larva migrans neural” e a “larva migrans ocular”.
- **Agente causador:** principalmente as larvas de terceiro estágio (L3 ou larvas infectantes) de *Ancylostoma braziliense* ou de *Ancylostoma caninum*, parasitos do intestino delgado de cães e gatos (hospedeiros naturais ou normais). Ocasionalmente, outros tipos de larvas também estão envolvidos nessa zoonose. As L3 possuem em média 600 µm de comprimento.
- **Modo de transmissão:** de forma ativa, através da penetração das larvas de terceiro estágio de *Ancylostoma braziliense* ou de *Ancylostoma caninum* na pele humana.
- **Ciclo de vida:** As fêmeas de *Ancylostoma caninum* ou *Ancylostoma braziliense* realizam a postura de milhares de ovos, que são eliminados diariamente com as fezes dos cães e gatos infestados. No meio exterior, em condições ideais de umidade, temperatura e oxigenação, ocorre desenvolvimento de larva de primeiro estágio (L1) dentro do ovo, que eclodem e se alimentam no solo de matéria orgânica e microrganismos. Em um período de aproximadamente sete dias, a L1 realiza duas mudas, atingindo o terceiro estágio, que é o de L3 (larva infectante). Esta não se alimenta, mas pode sobreviver no solo por várias semanas. Caso estas larvas penetrem na pele do cão ou do gato (podem também contaminar o animal por via oral), elas sofrem duas mudas nesses hospedeiros, chegam ao intestino delgado e, por volta de quatro

semanas, tornam-se maduras sexualmente. Porém, esse ciclo pode não se completar, caso as L3 penetrem na pele de humanos (hospedeiro não natural). As L3 desses ancilostomídeos na pele humana migram através do tecido subcutâneo durante semanas ou meses e então morrem.

- **Manifestações clínicas:** elevada irritação na pele, vermelhidão (eritema) e intensa coceira (prurido), especialmente à noite, o que pode causar insônia. O deslocamento subcutâneo das L3 deixa atrás de si um rastro sinuoso avermelhado visível (por promoverem inflamação), conhecido popularmente como “bicho geográfico”.



Domínio Público

*Ancylostoma caninum* – agente causador larva migrans cutânea em humanos. Observa-se a erupção serpiginosa no pé.

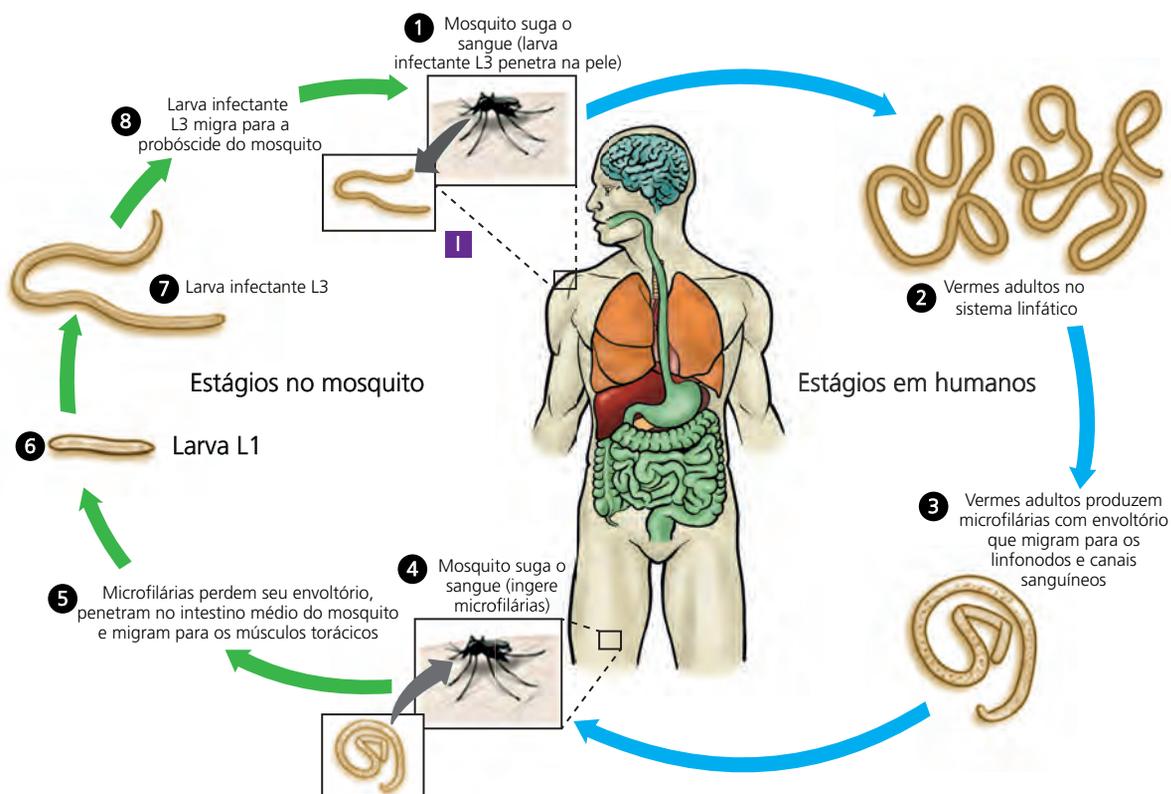
LEVINSON, Warren. *Microbiologia médica e imunologia* – Porto Alegre: Artmed, 2014; p. 459.

- **Tratamento:** com drogas anti-helmínticas, albendazol, ivermectina ou tiabendazol. Anti-histamínicos podem ser úteis no controle da coceira (prurido).
- **Prevenção:** evitar contato com o solo ou areia contaminados com larvas de terceiro estágio do parasito. Evitar contato de cães e gatos com areia de praia ou de tanques.

### Filariose

- **Considerações gerais:** é uma verminose endêmica em várias regiões de muita pobreza e com clima tropical ou subtropical na Ásia, África e Américas, sendo sério problema de saúde pública em países, como China, Índia, Indonésia e partes leste, central e oeste da África. Devido a uma de suas manifestações clínicas graves na fase crônica, é também conhecida como “elefantíase”.
- **Agente causador:** causada no continente americano exclusivamente pelo nematódeo *Wuchereria bancrofti*. Esse verme infesta exclusivamente os humanos, que são suas únicas fontes de infestação pelos mosquitos vetores, dessa forma, não há outros vertebrados reservatórios. É um parasito heteroxeno, necessitando de dois hospedeiros para completar seu ciclo, o mosquito do gênero *Culex* (hospedeiro intermediário) e o humano (único hospedeiro definitivo). Os machos medem entre 3,5 a 4 cm de comprimento e 0,1 mm de diâmetro, já as fêmeas medem entre 7 a 10 cm de comprimento e 0,3 mm de diâmetro. O *Wuchereria bancrofti*, também conhecida como filária de Bancroft, em homenagem ao seu descobridor Joseph Bancroft, médico inglês que viveu na Austrália, 1836-1894.

- **Modo de transmissão:** pela picada do mosquito vetor do gênero *Culex*, infestado pela larva de terceiro estágio (L3 ou larva infectante). Esse mosquito também é chamado de “pernilongo”, “muriçoca” ou “carapanã”. Somente as fêmeas são hematófagas obrigatórias. Esse inseto tem hábitos noturnos, por isso costuma picar as pessoas durante o sono. À noite, também corresponde ao momento em que há maior número de microfilárias no sangue humano, com o pico da microfilaremia por volta de meia-noite. O sangue colhido durante o dia, comumente, não revela a presença de microfilárias. As microfilárias são ingeridas pelas fêmeas do *Culex*, dando prosseguimento ao ciclo biológico do nematódeo.
- **Ciclo de vida:** é um parasito heteroxeno, necessitando de dois hospedeiros para completar seu ciclo, o mosquito do gênero *Culex* (hospedeiro intermediário) e o humano (único hospedeiro definitivo). Os mosquitos fêmeas do gênero *Culex* alimentam-se de sangue (repasto infectante ou hematofagismo) de pessoas parasitadas, ingerindo microfilárias (também denominadas de embriões). Do estômago migram para os músculos torácicos do inseto e transformam-se em uma larva de primeiro estágio (L1 ou larva salsichoide). Seis a dez dias após o repasto infectante, ocorre a primeira muda, originando a larva de segundo estágio (L2). Esta cresce muito e, dez a quinze dias depois, sofre a segunda muda, transformando-se em larva de terceiro estágio (L3 ou larva infectante), medindo aproximadamente 2 mm, que migra pelo inseto até atingir a probóscide (aparelho picador), concentrando-se no lábio do mosquito. O ciclo no hospedeiro invertebrado ocorre entre 15 a 20 dias. Quando o inseto vetor vai fazer novo repasto sanguíneo, as larvas L3 escapam do lábio, penetram através do fluido gerado pelo ferimento na pele humana, provocado por ação do hematofagismo. Isto é, as L3 não são inoculadas pelos mosquitos. Em seguida, migram para os vasos linfáticos, sofrem mais duas mudas, tornando-se larvas de quinto estágio (L5) que, por sua vez, transformam-se em vermes adultos. Sete a nove meses depois, as fêmeas grávidas produzem as primeiras microfilárias que são liberadas na linfa e migram, à noite, para o sangue de hospedeiro vertebrado.



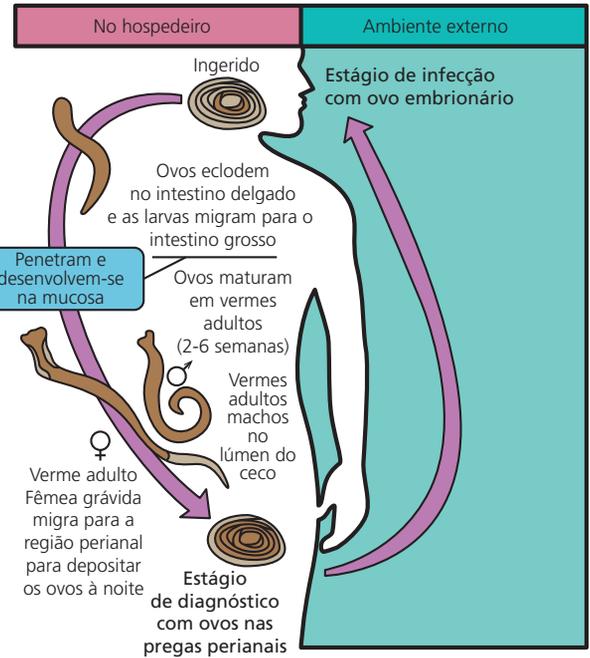
Ciclo de vida do *Wuchereria bancrofti*, agente causador da filariose.

- **Manifestações clínicas:** em alguns pacientes pode ser assintomática, havendo nestes microfilaremia (microfilárias no sangue), mas sem sintomatologia aparente. Observa-se que as microfilárias não causam sintomas, mas sim, os vermes adultos. Em outros pacientes, os sintomas agudos iniciais são febre, calafrios, mal-estar, linfangite (inflamação nos vasos linfáticos) e linfadenite (inflamação nos linfonodos ou gânglios linfáticos) e inflamação nos testículos e nos epidídimos. À medida que a infecção progride, verifica-se a presença de vermes adultos nos linfonodos e nos vasos linfáticos, causando inflamação que pode causar obstrução parcial ou total da circulação linfática, levando à linfedema (edema linfático). A elefantíase representa um quadro crônico grave por consequência do edema linfático, caracterizando-se por alargamento deformante dos membros inferiores, do escroto, dos testículos e, menos comum, dos membros superiores e das mamas. Infecções externas bacterianas ou fúngicas secundárias agravam o quadro da elefantíase. As lesões crônicas hipertrofiadas, endurecidas e fibróticas da elefantíase podem tornar-se irreversíveis, provocando incapacidade, e expondo seus portadores ao preconceito social. Outra manifestação crônica comum no paciente é a hidrocele (acúmulo de líquido no testículo).
- **Tratamento:** até o momento não há drogas anti-helmínticas eficazes contra os vermes adultos, como o fármaco dietilcarbamazina, que é efetivo apenas contra as microfilárias. As terapias de suporte (como a drenagem linfática) e cirurgia para a obstrução linfática promovem melhora estética.

- **Prevenção:** controle da população do vetor; uso de repelentes de insetos; uso de telas em janelas e portas para evitar a entrada do mosquito nas residências; tratamento de doentes.

## Oxiurose

- **Considerações gerais:** também chamada “oxiuríase” ou “enterobiase”, é uma parasitose com incidência bem maior em crianças, pois estas são mais susceptíveis de autoinfecção. A infestação costuma ser benigna, mas incômoda, pelo intenso prurido (coceira) anal que produz e por suas complicações (ferimentos na região perianal), sobretudo em crianças.
- **Agente causador:** causada pelo nematódeo *Enterobius vermicularis*, conhecido popularmente como oxiúro (do nome, *Oxyuris vermicularis*, termo sinônimo). É um parasito monoxeno, com a infestação ocorrendo apenas em humanos, não havendo reservatório vertebrado ou vetor invertebrado. Os machos medem cerca de 5 mm de comprimento e 0,2 mm de diâmetro, já as fêmeas medem cerca de 1 cm de comprimento e 0,4 mm de diâmetro.
- **Modo de transmissão:** pela ingestão de ovos desse parasito, que pode ser direta, da região perianal para a boca, ou indireta, pela ingestão de alimentos ou inalação de ar contaminados com ovos. Abaixo temos o detalhamento dos mecanismos de transmissão dessa parasitose:
  - **Heteroinfecção:** através de ovos presentes no ar ou em alimentos que alcançam um novo hospedeiro;
  - **Autoinfecção:** normalmente ocorre em crianças quando levam os ovos da região perianal à boca através dos dedos. Isto dificulta a cura completa do paciente, tornando a infestação crônica;
  - **Retroinfecção:** as larvas eclodem externamente na região perianal, penetram pelo ânus e migram pelo intestino grosso chegando até o ceco, onde se transformam em vermes adultos.
- **Ciclo de vida:** os machos e as fêmeas adultos vivem no ceco e no apêndice. Machos e fêmeas vivem aderidos à mucosa ou livres na cavidade intestinal, alimentando-se de resíduos orgânicos locais. Após a cópula, os machos morrem e são eliminados com as fezes. As fêmeas fecundadas não põem os ovos no intestino (ceco), mas acumulam de 5.000 a 16.000 ovos, tornando-se um “saco de ovos”. Elas abandonam do ceco e dirigem-se para a região perianal (principalmente à noite). As fêmeas realizam a oviposição nessa região, morrendo em seguida. Outras vezes, ao chegarem à região perianal, as fêmeas morrem, ficam ressecadas e se rompem, liberando milhares de ovos cada uma. Os ovos eliminados, já embrionados, se tornam infectantes em poucas horas e são ingeridos pelo hospedeiro. No intestino delgado, as larvas rhabditóides eclodem e sofrem duas mudas no trajeto intestinal até o ceco. Aí chegando, transformam-se em vermes adultos. Um a dois meses depois as fêmeas são encontradas na região perianal. Na ausência de reinfecções, o parasitismo cessa, espontaneamente, em poucas semanas.



Ciclo de vida do *Enterobius vermicularis*, agente causador da oxiurose.

- **Manifestações clínicas:** em geral, a infestação não causa comumente complicações. O principal sintoma é o prurido anal, causado por uma reação de hipersensibilidade aos ovos que são depositados ao redor da região perianal por vermes fêmeas, que migram para essa região principalmente à noite. Coçar a região anal ou perianal promove a autoinfecção, ao levar os dedos à boca. Ocorrem irritabilidade, fadiga, pela perda do sono e, em casos de os órgãos genitais serem infestados pelos vermes, pode haver excitação sexual, principalmente em meninas. A presença de vermes nos órgãos genitais femininos pode levar a vaginite (inflamação na vagina), metrite (inflamação no útero), salpingite (inflamação na tuba uterina) e ovarite (inflamação no ovário). Em casos raros, pode ocorrer alterações inflamatórias (granulomas) no fígado, no rim, na próstata, no ceco e no apêndice cecal.
- **Tratamento:** com drogas anti-helmínticas, mebendazol ou pamoato de pirantel. Esses fármacos matam os vermes adultos no colo, mas não os ovos, de modo que é indicado novo tratamento após duas semanas. Como em qualquer verminose, o exame de fezes (exame coprológico) identifica com precisão o tipo de parasito, mas nesse caso, há até a possibilidade de exame microscópico direto, usando-se uma técnica da fita adesiva (método de Graham). Este consiste em se tocar com uma fita adesiva (transparente) o ânus do paciente, retirando-a imediatamente e colocando-a sobre uma lâmina. A observação ao microscópio mostrará os ovos do verme.
- **Prevenção:** banhos de chuveiro pela manhã ao levantar-se; lavagem cuidadosa das mãos, após a defecação, antes de comer e antes de preparar alimentos; manter as unhas cortadas; evitar roer unhas; não coçar a região perianal; mudar diariamente as roupas íntimas, as roupas de dormir, os lençóis de cama e as toalhas; lavá-las em água fervente para eliminar os ovos; evitar a superlotação de quartos e alojamentos, que devem ser amplamente arejados, durante o dia; manter as instalações sanitárias adequadas para uso e assegurar eficiente limpeza do ambiente; remover o pó por meio de aspiradores; usar desinfetantes na limpeza doméstica; educação sanitária deve ser promovida nas escolas, nas instituições que abrigam crianças, nos clubes e nos domicílios; tratamento de doentes.

Leitura Complementar

OUTROS NEMATÓDEOS CAUSADORES DE VERMINOSES

*Dracunculus medinensis*

O nome *Dracunculus medinensis* significa “pequeno dragão de Medina”. Esta é uma infecção por vermes bastante antiga e alguns estudiosos acreditam que seja a “serpente de fogo”, notada por Moisés com os Israelitas no Mar Vermelho.

Fisiologia e Estrutura

*Dracunculus medinensis* não é um filarídeo, mas sim um nematoídeo com capacidade de invadir tecidos e de importância médica em muitas partes do mundo. Os vermes têm um ciclo de vida bastante simples, dependendo de água doce e microcrustáceos (copépodes) do gênero *Cyclops*. Quando as espécies de *Cyclops* abrigando larvas de *D. medinensis* são ingeridas em água de beber, a infecção é iniciada com a liberação das larvas no estômago. Estas larvas penetram na parede do trato digestivo e migram para o espaço retroperitoneal, onde sofrem maturação. Estas larvas não são microfilárias e não aparecem no sangue ou outros tecidos. Vermes machos e fêmeas copulam no retroperitônio e a fêmea fecundada então migra para os tecidos subcutâneos, normalmente nas extremidades. Quando a fêmea fecundada se torna gravídica, uma vesícula é formada no tecido do hospedeiro, que irá ulcerar. Quando a úlcera estiver completamente formada o verme projeta uma alça do útero através da úlcera. Em contato com a água, as formas larvares do verme são liberadas. As larvas são então ingeridas por espécies de *Cyclops* em água doce, onde são então infectantes para humanos ou animais que irão ingerir a água contendo as espécies de *Cyclops*.

Epidemiologia

*D. medinensis* ocorre em muitas partes da Ásia e África equatorial, infectando uma estimativa de 10 milhões de pessoas. Hospedeiros reservatórios incluem cães e muitos animais peludos, que entram em contato com água contendo espécies infectantes de *Cyclops*.

As infecções humanas normalmente resultam da ingestão de água dos denominados “poços em degraus”, onde pessoas ficam em pé ou se banham, nas quais a fêmea gravídica libera larvas, a partir das lesões nos braços, pernas, pés e tornozelos, para infectar espécies de *Cyclops* presentes na água. Águas de poços e águas paradas são ocasionalmente a fonte de infecção quando humanos as utilizam como água para ingestão.

Síndromes Clínicas

Os sintomas da infecção normalmente não aparecem até que a fêmea gravídica crie a vesícula e a úlcera na pele para a liberação das formas larvares. Isto ocorre normalmente 1 ano após a exposição inicial. No local da úlcera há eritema e dor, assim como uma reação alérgica ao verme. Também existe a possibilidade de formação de abscesso e infecção bacteriana secundária, levando, posteriormente, à destruição tecidual e à reação inflamatória, com dor intensa e descamação da pele.

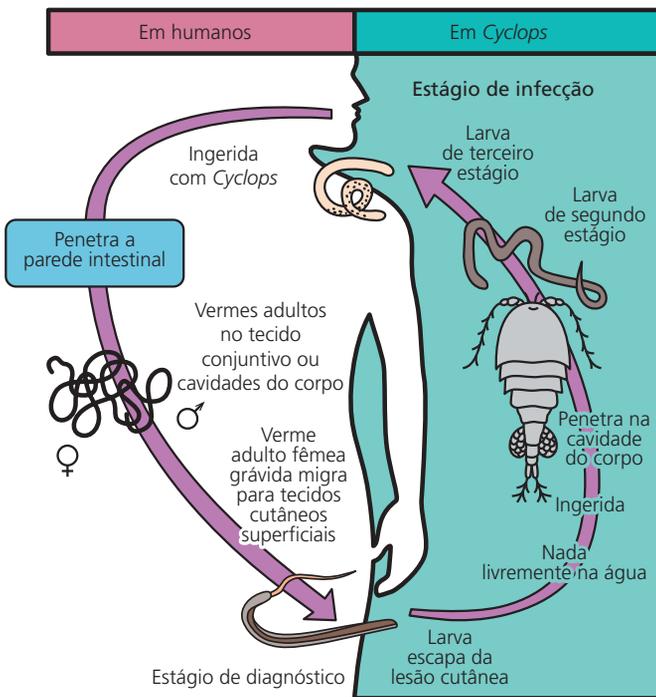
Se o verme for rompido na tentativa de remoção, podem ocorrer reações tóxicas, e se o verme morrer e calcificar-se, pode haver formação de nódulos e alguma reação alérgica. Uma vez tendo liberado todas as larvas, a fêmea do verme pode se retrair para tecidos mais profundos, onde é gradualmente absorvida, ou pode simplesmente ser expelida do local.

Tratamento, Prevenção e Controle

O método antigo de enrolar lentamente o verme em um palito ainda é utilizado em muitas áreas endêmicas.

A remoção cirúrgica também é um procedimento prático e confiável para o paciente. Não existem evidências de que qualquer agente quimioterápico tenha efeito direto no *D. medinensis*, apesar de vários benzimidazóis poderem ter efeito anti-inflamatório e poderem ou eliminar o verme ou tornar a remoção cirúrgica fácil. O tratamento com mebendazol tem sido associado à migração aberrante dos vermes, tendo como resultado uma maior propensão dos vermes a emergirem em locais anatômicos diferentes dos membros inferiores.

A educação acerca do ciclo biológico do verme e de se evitar água contaminada por espécies de *Cyclops* é crítica. Proteção da água para ingestão por meio da proibição de banhos e lavagem de roupas em poços é essencial. Pessoas que vivem ou viajam para áreas endêmicas devem ferver a água antes de ingeri-la. O tratamento da água com químicos e o uso de peixes que consomem espécies de *Cyclops* como alimento também ajudam a controlar a transmissão. O diagnóstico e tratamento imediato dos casos também limitam posteriores transmissões. Essas medidas preventivas foram incorporadas em um esforço global em andamento para eliminar a dracunculose, obtendo sucesso expressivo. A incidência anual da doença mundial foi reduzida em 98% com completa erradicação em sete países.

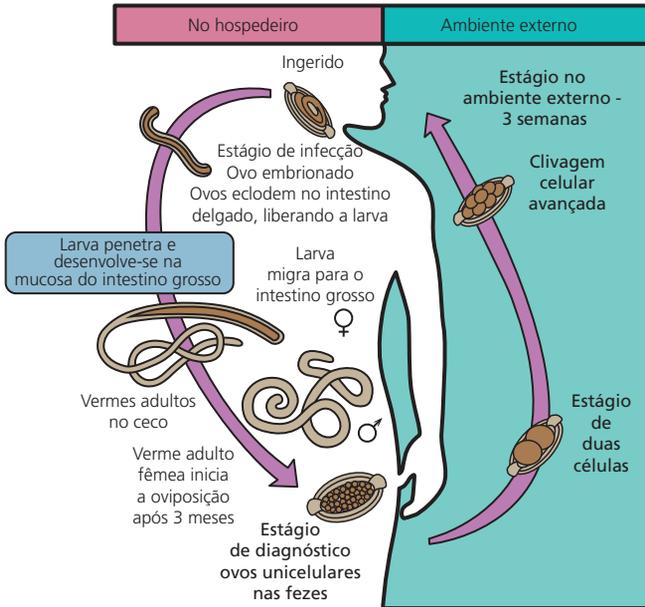


Ciclo de vida do *Dracunculus medinensis*, agente causador da dracunculose.

*Trichuris trichiura*

Fisiologia e Estrutura

Comumente denominado verme em forma de chicote, devido à sua semelhança ao cabo e ao açoite de um chicote, *Trichuris trichiura* apresenta um ciclo biológico simples. Os ovos ingeridos eclodem liberando larvas no intestino delgado, que migram para o ceco, onde penetram na mucosa e sofrem maturação para adultos. Em torno de 3 meses após a infecção inicial, a fêmea fecundada inicia a postura dos ovos e pode produzir de três mil a 10 mil ovos por dia. As fêmeas dos vermes podem viver por até 8 anos. Os ovos liberados no solo sofrem maturação e se tornam infectantes em 3 semanas. Os ovos de *T. trichiura* são característicos, com coloração escura pela bile, têm forma de barril e apresentam espessamentos polares na casca.



Ciclo de vida do *Trichuris trichiura*, agente causador da tricuriase ou tricocefalose.

Epidemiologia

Da mesma forma que *A. lumbricoides*, *T. trichiura* apresenta uma distribuição cosmopolita e sua prevalência está diretamente relacionada ao saneamento precário e ao uso de fezes humanas como fertilizante. Nenhum animal é reconhecido como reservatório.

Síndromes Clínicas

As manifestações clínicas da tricuriase estão geralmente relacionadas à intensidade da carga parasitária. A maioria das infecções ocorre com pequenos números de *Trichuris* e é normalmente assintomática, apesar de infecções bacterianas secundárias poderem ocorrer devido à cabeça dos vermes penetrarem profundamente na mucosa intestinal. Infecções por muitas larvas podem produzir dor e distensão abdominais, diarreia sanguinolenta, fraqueza e perda de peso. A apendicite pode ocorrer à medida que os vermes preenchem o lúmen, e o prolapso retal é observado em crianças devido à irritação e ao esforço durante a defecação. A anemia e a eosinofilia também são encontradas em infecções graves.

Tratamento, Prevenção e Controle

O fármaco de escolha é o albendazol ou mebendazol. Assim como na infecção por *A. lumbricoides*, a prevenção do *T. trichiura* depende da educação, boa higiene pessoal, saneamento adequado e da não utilização de fezes humanas como fertilizantes.

*Strongyloides stercoralis*

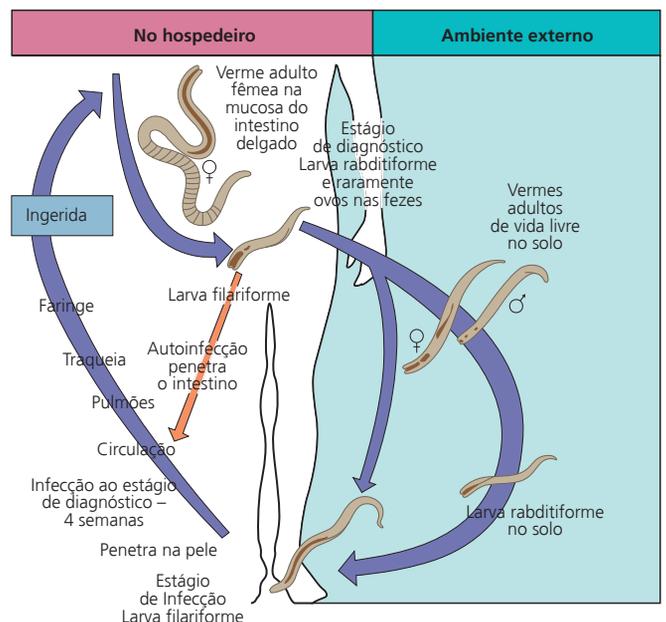
Fisiologia e Estrutura

Apesar de a morfologia destes vermes e de a epidemiologia de suas infecções serem similares às dos ancilostomídeos, o ciclo biológico de *Strongyloides stercoralis* difere em três aspectos: (1) os ovos eclodem liberando larvas no intestino antes de serem eliminadas nas fezes; (2) as larvas podem maturar para a forma filarióide no intestino e causar autoinfecções; e (3) um ciclo de vida livre, não parasitário, pode se estabelecer fora do hospedeiro humano.

No desenvolvimento direto, como nos ancilostomídeos, uma larva de *S. stercoralis* penetra na pele e entra na circulação, seguindo o curso pulmonar. Ela migra para a traqueia e é deglutida, e adultos se desenvolvem no intestino delgado. Fêmeas adultas penetram no interior da mucosa do duodeno e se reproduzem por partenogênese. Cada fêmea produz cerca de uma dúzia de ovos por dia, que eclodem na mucosa e liberam larvas rhabditiformes no lúmen do intestino. As larvas **rhabditiformes** são distinguidas das larvas de ancilostomídeos pelas sua cápsula bucal curta e por um grande primórdio genital. As larvas rhabditiformes são eliminadas nas fezes e podem continuar o ciclo direto, por meio da transformação em larvas **filariiformes** infectantes, ou podem se desenvolver em vermes adultos de vida livre e iniciar o ciclo indireto.

No desenvolvimento indireto, as larvas no solo se desenvolvem em adultos de vida livre, que produzem ovos e larvas. Diversas gerações dessa existência não parasitária podem ocorrer antes de uma nova larva se tornar um parasito capaz de penetrar em tecido.

Finalmente, na **autoinfecção**, as larvas rhabditiformes no intestino não são eliminadas nas fezes e se tornam larvas filarióides. Estas penetram na mucosa intestinal ou pele perianal e seguem o curso através da circulação e estruturas pulmonares, são tossidas e então deglutidas; neste ponto se tornam adultas, produzindo mais larvas no intestino. Este ciclo pode persistir por anos e levar à **hiperinfecção** e à infecção massiva ou disseminada, frequentemente fatal.



Ciclo de vida do *Strongyloides stercoralis*, agente causador da estrogiloidose.

**Epidemiologia**

Semelhante aos ancilostomídeos que necessitam de temperaturas quentes e umidade, *S. stercoralis* demonstra baixa prevalência, mas de certa forma uma ampla distribuição geográfica, incluindo partes do norte dos Estados Unidos e Canadá. A transmissão sexual também ocorre. São reconhecidos reservatórios animais, como animais de estimação.

**Síndromes Clínicas**

Indivíduos com **estrongiloidíase** são frequentemente acometidos por pneumonite devido à migração das larvas, semelhante à encontrada na ascariíase e ancilostomíase. A infecção intestinal é normalmente assintomática. Entretanto, cargas parasitárias altas podem envolver os ductos biliares e pancreáticos, todo o intestino delgado e o cólon, causando inflamação e ulceração que leva à dor e sensibilidade epigástricas, vômito, diarreia ocasionalmente sanguinolenta e má absorção. Sintomas que imitam a úlcera péptica, em conjunto com eosinofilia periférica, devem sugerir fortemente o diagnóstico de estrongiloidíase.

A autoinfecção pode levar à estrongiloidíase crônica, que pode durar anos, mesmo em áreas não endêmicas. Apesar de muitas dessas infecções crônicas poderem ser assintomáticas, em torno de 2/3 dos pacientes apresentam sintomas episódicos recorrentes referentes ao envolvimento da pele, pulmões e trato intestinal. Indivíduos com estrongiloidíase crônica estão sob risco de desenvolver síndrome de hiperinfecção grave e ameaçadora à vida, se o equilíbrio hospedeiro-parasito for quebrado por qualquer fármaco ou doença que comprometa o estado imune do hospedeiro. A **síndrome da hiperinfecção** é observada mais comumente em indivíduos imunocomprometidos por malignidades (especialmente malignidades hematológicas), terapia com corticosteroides, ou ambas. A síndrome da hiperinfecção também já foi observada em pacientes que foram submetidos ao transplantes de órgãos sólidos e em pessoas desnutridas. A perda da função imunocelular pode estar associada à conversão de larvas rabditiformes em filariformes, seguida da disseminação da larva via circulação para praticamente qualquer órgão. Mais comumente, a infecção extraintestinal envolve o pulmão e inclui broncospasmo, infiltrados difusos, e ocasionalmente cavitação. A disseminação que envolve os linfonodos abdominais, fígado, baço, rins, pâncreas, tireoide, coração, cérebro e meninges é comum. Os sintomas intestinais da síndrome de hiperinfecção incluem diarreia intensa, má absorção e anormalidades eletrolíticas. Notavelmente, a síndrome de hiperinfecção está associada à taxa de mortalidade de aproximadamente 86%. Sepses bacteriana, meningite, peritonite e endocardite secundárias à dispersão das larvas a partir do intestino são complicações frequentes e geralmente fatais da síndrome de hiperinfecção.

**Tratamento, Prevenção e Controle**

Todos os pacientes infectados devem ser tratados para prevenir autoinfecção e uma potencial disseminação (hiperinfecção) do parasito. A droga de escolha é a ivermectina, com albendazol ou mebendazol como alternativa. Pacientes em áreas endêmicas, que estejam se preparando para se submeterem à terapia imunossupressora devem realizar ao menos três exames de fezes para excluir a infecção por *S. stercoralis* e, portanto, evitar riscos de síndrome de hiperinfecção. Medidas rígidas de controle da infecção devem ser reforçadas quando os médicos cuidam de pacientes com síndrome de hiperinfecção, pois as fezes, saliva, vômito e fluidos corpóreos podem conter larvas filarioides infectantes. Assim como para os ancilostomídeos, o controle das espécies de *Strongyloides* requer educação, saneamento adequado e tratamento imediato de infecções existentes.

MURRAY, Patrick R.; ROSENTHAL, Ken S.; PFALLER, Michael A.. *Microbiologia médica* – 7. ed. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2014; p. 1405 a 1430.

**Leitura Complementar**

**CARACTERÍSTICAS DE NEMATÓDEOS DE IMPORTÂNCIA MÉDICA**

Localização primária	Espécies	Denominação comum ou doença	Modo de transmissão	Regiões endêmicas	Diagnóstico	Tratamento
Intestinos	<i>Enterobius</i>	Oxiúro	Ingestão de ovos	No mundo todo	Ovos na pele	Mebendazol ou pamoato de pirantel
	<i>Trichuris</i>	Verme-chicote	Ingestão de ovos	No mundo todo, especialmente nos trópicos	Ovos nas fezes	Mebendazol
	<i>Ascaris</i>	Ascariíase	Ingestão de ovos	No mundo todo, especialmente nos trópicos	Ovos nas fezes	Mebendazol ou pamoato de pirantel
	<i>Ancylostoma e Necator</i>	Ancilóstomo	Penetração de larvas na pele	No mundo todo, especialmente nos trópicos ( <i>Ancylostoma</i> ), Estados Unidos ( <i>Necator</i> )	Ovos nas fezes	Mebendazol ou pamoato de pirantel

	<i>Strongyloides</i>	Estrongiloidíase	Penetração de larvas na pele, também por autoinfecção	Principalmente nos trópicos	Larvas nas fezes	Ivermectina
	<i>Trichinella</i>	Triquinose	Larvas em carne malcozida	No mundo todo	Larvas encistadas nos músculos; sorologia	Tiabendazol contra vermes adultos
	<i>Anisakis</i>	Anisaquíase	Larvas em frutos do mar malcozidos	Japão, Estados Unidos, Holanda	Clínico	Não há fármaco disponível
Tecido	<i>Wuchereria</i>	Filariose	Picada de mosquito	Principalmente nos trópicos	Esfregaço de sangue	Dietilcarbama-zina
	<i>Onchocerca</i>	Oncocercose (cegueira dos rios)	Picada da mosca-negra	África, América Central	Biópsia de pele	Ivermectina
	<i>Loa</i>	Loíase	Picada da mosca-do-cervo	África Tropical	Esfregaço de sangue	Dietilcarbama-zina
	<i>Dracunculus</i>	Verme-da-Guiné	Ingestão de copépodes de água	África Tropical e Ásia	Clínico	Tiabendazol antes da extração do verme
	<i>Toxocara larvae</i>	Larva migrans visceral	Ingestão de ovos	No mundo todo	Clínico e sorológico	Albendazol ou mebendazol
	<i>Ancylostoma larvae</i>	Larva migrans cutânea	Penetração na pele	No mundo todo	Clínico	Tiabendazol

LEVINSON, Warren. *Microbiologia médica e imunologia* – 12. ed. – Porto Alegre: Artmed, 2014; p. 444.

**ESTÁGIO DE IMPORTÂNCIA MÉDICA DO CICLO DE VIDA DE NEMATÓDEOS INTESTINAIS (VERMES CILÍNDRICOS)**

Organismos	Inseto-vetor	Estágio em que infecta humanos	Estágio(s) mais associado(s) à doença em humanos	Importante(s) estágio(s) fora de humanos
<i>Enterobius</i>	Nenhum	Ovos	O verme fêmea migra para fora do ânus e deposita ovos na pele perianal, causando prurido	Nenhum
<i>Trichuris</i>	Nenhum	Ovos	Vermes no colo podem causar prolapso retal	Os ovos sobrevivem no meio ambiente
<i>Ascaris</i>	Nenhum	Ovos	Larvas migram para os pulmões, causando pneumonia	Os ovos sobrevivem no meio ambiente
<i>Ancylostoma e Necator</i>	Nenhum	Larvas filariformes penetram na pele	Vermes no colo causam perda de sangue (anemia)	Ovo → larva rãbitiforme → larva filariforme
<i>Strongyloides</i>	Nenhum	Larvas filariformes penetram na pele	Vermes disseminam-se para vários tecidos em indivíduos imunocomprometidos (autoinfecção)	Ovo → larva rãbitiforme → larva filariforme, também o ciclo de “vida livre” no solo
<i>Trichinella</i>	Nenhum	Larvas na carne ingerida	Larvas encistam no músculo, causando mialgia	Larvas no músculo de porcos, ursos e outros animais
<i>Anisakis</i>	Nenhum	Larvas em peixes ingeridos	Larvas na submucosa do trato GI	Larvas no músculo do peixe

LEVINSON, Warren. *Microbiologia médica e imunologia* – 12. ed. – Porto Alegre: Artmed, 2014; p. 445.

ESTÁGIO DE IMPORTÂNCIA MÉDICA DO CICLO DE VIDA DE NEMATÓDEOS DE TECIDOS (VERMES CILÍNDRICOS)

Organismos	Inseto-vetor	Estágio em que infecta humanos	Estágio(s) mais associado(s) à doença em humanos	Importante(s) estágio(s) fora de humanos
<i>Wuchereria</i>	Mosquito	Larvas	Vermes adultos no sistema linfático (elefantíase)	O mosquito ingere microfíliárias no sangue humano → larvas
<i>Onchocerca</i>	Mosca-negra	Larvas	Vermes adultos na pele; microfíliárias nos olhos (cegueira)	A mosca-negra ingere microfíliárias na pele humana → larvas
<i>Loa</i>	Mosca-do-cervo (mosca-da-manga)	Larvas	vermes adultos em tecidos (pele, conjuntivas)	A mosca-do-cervo ingere microfíliárias → larvas
<i>Dracunculus</i>	Nenhum	Larvas em copépodes são deglutidas na água potável	Vermes fêmeas causam vesículas cutâneas; observação da cabeça do verme	Copépodes ingerem larvas
<i>Toxocara canis</i>	Nenhum	Ovos nas fezes caninas	Larvas em órgãos internos	Vermes adultos no intestino do cão → ovos
<i>Ancylostoma caninum</i>	Nenhum	Larvas filariformes penetram na pele	Larvas em tecidos subcutâneos	Verme adultos no intestino do cão → ovos → larvas

LEVINSON, Warren. *Microbiologia médica e imunologia* – 12. ed. – Porto Alegre: Artmed, 2014; p. 445.



Exercícios de Fixação

01. (Unicid – Medicina) Materiais aparentemente pouco atrativos, fezes humanas desidratadas e mineralizadas ao longo de milhares de anos, presentes em resquícios arqueológicos denominados coprólitos, ajudam os cientistas a compreender a dispersão dos parasitas no ambiente e as migrações de nossa espécie no passado. De acordo com os resultados de uma pesquisa da Fundação Instituto Oswaldo Cruz, certos parasitas como o *Ascaris lumbricoides* e o *Enterobius vermicularis* eram encontrados nas Américas bem antes da época colonial. Os dados geológicos e arqueológicos analisados sugerem que parasitas cujo ciclo de vida tem etapas no solo se espalharam pelo mundo, chegando ao continente americano em consequência de viagens marítimas feitas há milhares de anos.

Disponível em: <<http://parasitobiomed.blogspot.com.br>>. Adaptado.

- A) Os exames de fezes frescas e de coprólitos detectam qual estrutura de dispersão dos parasitas citados no texto? Cite o reino e o filo a que pertencem esses parasitas.
- B) O desenvolvimento do agente etiológico *Ascaris lumbricoides* no ser humano ocorre em função da passagem desse parasita por três sistemas fisiológicos diferentes. Explique resumidamente essa passagem, citando, na sequência, os três sistemas fisiológicos.

02. (Unesp) Considere a ilustração publicitária, publicada na revista Almanaque do Biotônico, de 1935.



Reprodução/Unesp 2015

Disponível em: <[historiadesaopaulo.wordpress.com](http://historiadesaopaulo.wordpress.com)>.

Na ilustração, Monteiro Lobato diagnostica o caipira com a doença conhecida popularmente como “amarelão”. Cite um dos vermes que causa essa doença e uma medida para sua prevenção, justificando-a. Explique a razão do nome popular da doença e o que isso tem a ver com a “canseira do caipira”, tal como retratado por Monteiro Lobato.

03. (Unicamp) Depois da descoberta dos restos mortais do rei Ricardo III em um estacionamento na Inglaterra, em 2012, e do início de um movimento para rever a péssima imagem do monarca – cristalizada pela peça *Ricardo III*, de Shakespeare –, um novo achado volta a perturbar sua memória. Foram encontrados, nos restos mortais do rei, ovos de lombriga (*Ascaris lumbricoides*). Os ovos estavam na região intestinal do rei e não foram encontrados em nenhum outro local dos restos mortais e nem em torno da ossada.

Folha de São Paulo, 04 set. 2013, Caderno Ciência, edição online. Adaptado.

- A) Os *Ascaris lumbricoides* até os dias de hoje causam problemas graves, principalmente em crianças desnutridas. Qual é a forma de transmissão desse parasita ao homem e como podemos evitá-lo?
- B) Os *Ascaris lumbricoides* são nematódeos que possuem sexos separados. É possível uma pessoa ter vermes de apenas um sexo? Justifique.

04. (Fuvest) O nematelminto *Ascaris lumbricoides* (lombriga) é um parasita que provoca graves danos à saúde humana.

- A) Quantos hospedeiros o *Ascaris lumbricoides* tem durante seu ciclo de vida?
- B) Em que fase de seu ciclo de vida o *Ascaris lumbricoides* entra no corpo humano?
- C) Em que parte do corpo humano ocorre a reprodução do *Ascaris lumbricoides*?
- D) Que medidas podem evitar a contaminação do ambiente por *Ascaris lumbricoides*?

05. (Unifesp)

**CANTIGA PARA ADORMECER LULU**

Lulu, lulu, lulu, lulu,  
vou fazer uma cantiga  
para o anjinho de São Paulo  
que criava uma lombriga.

[...]

A lombriga devorava  
seu pão,  
a banana, o doce, o queijo,  
o pirão.

[...]

Lulu, lulu, lulu, lulu,  
pois eu faço esta cantiga  
para o anjinho de São Paulo  
que alimentava a lombriga.

Cecília Meireles. *Ou isto ou aquilo*.

No poema, a autora descreve a lombriga (*Ascaris lumbricoides*) no singular, como se fosse um único indivíduo, como ocorrem com as solitárias (*Taenia solium*). Diz, também, que a lombriga devorava todo alimento ingerido por Lulu.

- A) Lombrigas e solitárias (tênias) não pertencem ao mesmo filo animal. Ao comparar o processo digestivo das lombrigas e da solitária, constata-se que o mais parecido com o dos seres humanos é o das lombrigas. Que características do filo das lombrigas e do filo da solitária permitem tal constatação?
- B) Em geral, o alimento do hospedeiro já chega digerido até a lombriga e a solitária. Uma vez ingeridos, de que maneira os nutrientes são distribuídos a todas as partes do corpo desses animais?

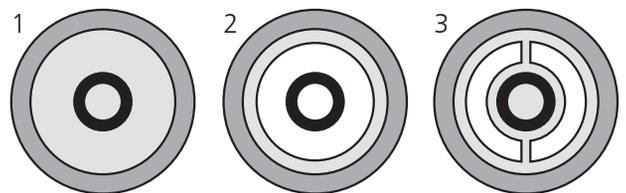
06. (UFF) A ascaridíase e a ancilostomose, causadas respectivamente pelo *Ascaris lumbricoides* e pelo *Ancylostoma duodenale*, são consideradas parasitoses intestinais. No entanto, essas parasitoses podem também causar lesões pulmonares.

- A) Considerando o ciclo desses parasitas, explique por que eles são capazes de causar lesões pulmonares.
- B) Cite um método profilático para prevenir cada uma dessas parasitoses e justifique a eficácia do método citado.

07. (Ufes) Um turista veio para Vitória pela primeira vez em sua vida para conhecer o mar. Quando chegou à praia, observou cada detalhe e notou, entre tantas coisas, que havia placas com o indicativo de proibição de cachorros na praia, de acordo com uma lei municipal. Ele não entendeu bem o significado daquilo, mas, independentemente disso, aproveitou ao máximo seus dias de lazer. Alguns dias após retornar para sua cidade, ele percebeu o surgimento de uma pequena ferida na pele de sua perna, que se desenvolveu na forma de linhas tortuosas. Essa ferida foi diagnosticada como uma doença parasitária. Com base nessas informações, faça o que se pede.

- A) Indique o nome da doença parasitária (ou do parasita) de que trata o texto anterior.
- B) Indique a relação existente entre a proibição da lei municipal mencionada e essa parasitose.
- C) Esse parasita pertence a um filo que apresenta o preenchimento da cavidade corporal bastante típico, quando comparado com a cavidade corporal de outros parasitas humanos. Explique como a cavidade corporal do parasita em questão está preenchida e indique uma de suas funções.

08. (UFPR) A figura abaixo representa esquematicamente cortes do corpo de três diferentes grupos de animais multicelulares: anelídeos, platelmintos e nematelmintos (não necessariamente nessa ordem). Elas representam o processo evolutivo que levou ao surgimento de cavidades no corpo dos animais.



- Revestimento do corpo
- Tecido intermediário
- Trato digestivo
- Cavidade

A) Correlacione cada figura com os grupos animais apresentados no enunciado.

Figura 1:  
Figura 2:  
Figura 3:

B) Discorra sobre duas vantagens trazidas pelo surgimento de cavidades corpóreas.

Vantagem 1:  
Vantagem 2:

09. (Ufes) Jeca Tatu, personagem de Monteiro Lobato, era um matuto que vivia descalço, magro, cansado, desanimado e com pele amarelada de tanto verme que tinha. Mas, segundo o autor, o Jeca não era daquele jeito, apenas estava assim. Esse personagem foi criado para criticar a falta de atenção do poder público para com o homem do campo, que em grande parte era acometido de verminose muito comum nos trópicos. Pode-se inferir o tipo de verminose com base na aparência física, na falta de ânimo e nos pés descalços do personagem.

- A) Identifique a verminose que acometia o Jeca Tatu e o verme causador da mesma. Com base nas características do personagem Jeca Tatu, descritas no texto e relacionadas à verminose, explique por que chegou a essa conclusão.
- B) Enumere duas medidas profiláticas que poderiam ser implantadas para diminuir ou resolver a incidência dessa verminose.

10. (Unifesp) Em um centro de saúde, localizado em uma região com alta incidência de casos de ascaridíase (lombriga, '*Ascaris lumbricoides*'), foram encontrados folhetos informativos com medidas de prevenção e combate à doença. Entre as medidas, constavam as seguintes:

- I. Lave muito bem frutas e verduras antes de serem ingeridas;
- II. Ande sempre calçado;
- III. Verifique se os porcos – hospedeiros intermediários da doença – não estão contaminados com larvas do verme;
- IV. Ferva e filtre a água antes de tomá-la.

O diretor do centro de saúde, ao ler essas instruções, determinou que todos os folhetos fossem recolhidos, para serem corrigidos. Responda:

- A) Quais medidas devem ser mantidas pelo diretor, por serem corretas e eficientes contra a ascaridíase? Justifique sua resposta.
- B) Se nessa região a incidência de amarelão também fosse alta, que medida presente no folheto seria eficaz para combater tal doença? Justifique sua resposta.



### Exercícios Propostos

01. (Enem PPL) Uma idosa, residente em uma cidade do interior do país, foi levada a um hospital por sua neta. Ao examiná-la, o médico verificou que a senhora apresentava um quadro crônico de edema linfático nos membros inferiores e nos seios, concluindo ser um caso de elefantíase ou filariose linfática. Preocupada com a possibilidade de adquirir a mesma doença, a neta perguntou ao médico como era possível se prevenir.

Qual foi a orientação dada à jovem pelo médico?

- A) Usar repelentes e telas em janelas, já que a doença é transmitida por mosquito.
- B) Evitar nadar em rios, lagos e lagoas da região, já que a doença é transmitida pela água contaminada.
- C) Evitar contato com animais de zoológicos, uma vez que se trata de uma zoonose veiculada por grandes mamíferos.
- D) Realizar exames médicos periódicos para detectar precocemente a doença, já que se trata de uma enfermidade hereditária.
- E) Manter uma dieta balanceada e prática regular de atividades físicas, uma vez que a doença está associada ao sedentarismo.

02. (FMP) As verminoses formam um grupo de doenças causadas por vermes parasitas que se instalam no organismo. São causadas especialmente pela falta de saneamento básico e hábitos de higiene. Os vermes geralmente se alojam nos intestinos, mas podem abrigar-se também em órgãos, como o fígado, pulmões e cérebro. [...]

Algumas das verminoses mais comuns são a ancilostomose, uma infecção intestinal causada por nematódeos e a teníase, provocada pela presença da forma adulta da *Taenia solium* ou da *Taenia saginata* no intestino delgado do homem.

Disponível em: <<http://www.blog.saude.gov.br/>>.

Acesso em: 17 jul. 2017. Adaptado.

Os vermes citados no texto têm em comum a presença de

- A) cavidade geral do corpo, durante o desenvolvimento embrionário, totalmente revestidos pelo mesoderma.
- B) três folhetos embrionários, ectoderma, mesoderma e endoderma que surgem no processo de gastrulação.
- C) tubo digestório incompleto, com a cavidade digestória possuindo uma única abertura.
- D) sistema circulatório aberto com a hemolinfa circulando dentro e fora de vasos sanguíneos.
- E) túbulos de Malpighi que excretam cristais sólidos de ácido úrico, substância praticamente insolúvel em água.

03. (Acafe)

#### BIOINSETICIDA FEITO DE MICRO-ORGANISMOS

Depois de 15 anos de pesquisa, uma nova tecnologia para o controle biológico de pragas está pronta para uso comercial. Trata-se de um bioinseticida feito a partir de nematoides, vermes milimétricos que vivem no solo, para uso no combate a insetos e outros organismos que atacam cultivos como os de cana-de-açúcar, plantas ornamentais e eucalipto. O novo inseticida biológico foi desenvolvido pelo engenheiro agrônomo e entomologista Luís Garrigós Leite, da unidade de Campinas do Instituto Biológico, vinculado à Secretaria de Agricultura e Abastecimento do Estado de São Paulo.

A comercialização dos nematoides será feita com os vermes envoltos em diatomita, um pó de origem mineral, que deixa os vermes úmidos e em estado de latência. Só voltam à atividade quando o produto é diluído em água.

G1. GLOBO, 11 out. 2016. Disponível em: <<http://g1.globo.com/>>.

Nesse sentido, marque (V) para as afirmações verdadeiras e (F) para as falsas.

- ( ) Controle biológico é um fenômeno que pode acontecer espontaneamente na natureza e consiste na regulação do número de indivíduos de uma determinada espécie por inimigos naturais.
- ( ) Os nematódeos ou nematodes são vermes cilíndricos, com simetria bilateral, triblásticos e celomados.
- ( ) O controle biológico é um componente fundamental do equilíbrio da Natureza, cuja essência está baseada no mecanismo da densidade recíproca, isto é, com o aumento da densidade populacional da presa ou do hospedeiro poderá aumentar, também, o número dos predadores ou dos parasitos. Dessa maneira, os inimigos naturais causam um declínio na população predada ou parasitada.
- ( ) Controle biológico artificial é quando o homem interfere de modo a proporcionar um aumento de seres predadores, parasitos ou patógenos, podendo esses serem insetos, fungos, vírus, bactérias, nematoides e ácaros.

A sequência correta é:

- A) V – F – V – V
- B) V – V – F – V
- C) F – F – V – F
- D) F – V – V – F

04. (Fatec) Segundo dados de 2017 da Organização Mundial de Saúde, um quarto da população mundial sofre com ascaridíase, ancilostomose ou tricuriíase. Esse contingente de enfermos afeta também a economia dos países, que investem nos tratamentos e perdem em produtividade. Isso porque as pessoas parasitadas rendem menos no trabalho, particularmente quando apresentam anemia, diarreia e cansaço. Assim, o dinheiro público investido em profilaxia (como saneamento básico) apresenta melhores resultados do que o investido no tratamento das doenças.

As doenças em questão são causadas por

- A) nematódeos, que absorvem nutrientes nos intestinos dos hospedeiros.
- B) bactérias, que se instalam nas articulações dos hospedeiros.
- C) cnidários, que digerem a parede celular dos hospedeiros.
- D) anelídeos, que se alimentam dos tecidos nervosos dos hospedeiros.
- E) equinodermos, que se instalam nos músculos esqueléticos dos hospedeiros.

05. (Fuvest)

Procurando bem  
 Todo mundo tem peroba  
 Marca de bexiga ou vacina  
 E tem piriri, tem lombriga, tem ameoba  
 Só a bailarina que não tem

Edu Lobo e Chico Buarque, *Ciranda da bailarina*.

A bailarina dos versos não contrai as doenças causadas por dois parasitas de importância para a saúde pública: a lombriga (*Ascaris lumbricoides*) e a ameoba (*Entamoeba histolytica*). Todo mundo, porém, pode-se prevenir contra essas parasitoses, quando

- A) não nada em lagos em que haja caramujos e possibilidade de contaminação com esgoto.
- B) lava muito bem vegetais e frutas antes de ingeri-los crus.
- C) utiliza calçados ao andar sobre solos em que haja possibilidade de contaminação com esgoto.
- D) evita picada de artrópodes que transmitem esses parasitas.
- E) não ingere carne bovina ou suína contaminada pelos ovos da lombriga e da ameoba.

06. (UEFS) As protozooses são doenças causadas por protozoários parasitas que envolvem, basicamente, dois locais de parasitismo: o sangue e o tubo digestório. No entanto, a pele, o coração, os órgãos do sistema genital e o sistema linfático também constituem locais em que os parasitas podem se instalar. Essas doenças envolvem, em seu ciclo, hospedeiros, isto é, organismos vivos em que os parasitas se desenvolvem.

Das parasitoses mais frequentes em nosso país, aquela que não é causada por um protozoário é

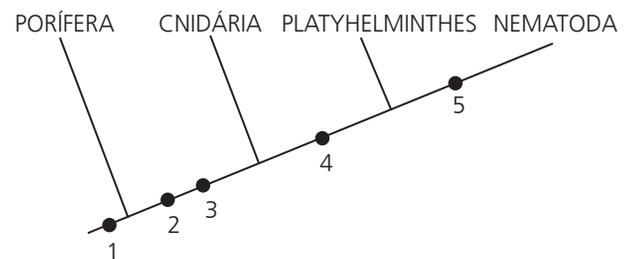
- A) Giardíase.
- B) Tricomoníase.
- C) Calazar.
- D) Tripanossomíase.
- E) Filariose.

07. (G1 – CPS) O ser humano pode conseguir muitos benefícios por meio do solo, mas também pode contrair vários tipos de doenças, se o solo estiver contaminado. Entre essas doenças, destacam-se as verminoses, causadas por diferentes vermes parasitas que se instalam no organismo do hospedeiro. Uma das verminoses mais comuns em todo o mundo é a ascaridíase, doença causada pelo verme *Ascaris lumbricoides*, conhecido popularmente como lombriga.

Para prevenir a contaminação do organismo humano por esse verme, é importante

- A) vacinar anualmente as crianças e os adultos.
- B) evitar regiões com focos de pernilongos transmissores.
- C) lavar bem as mãos e os alimentos antes das refeições.
- D) evitar comer carne de porco ou de boi mal passada ou crua.
- E) andar sempre calçado, para impedir a penetração das larvas através da pele.

08. (PUCRS) Para responder à questão, analise o cladograma a seguir.

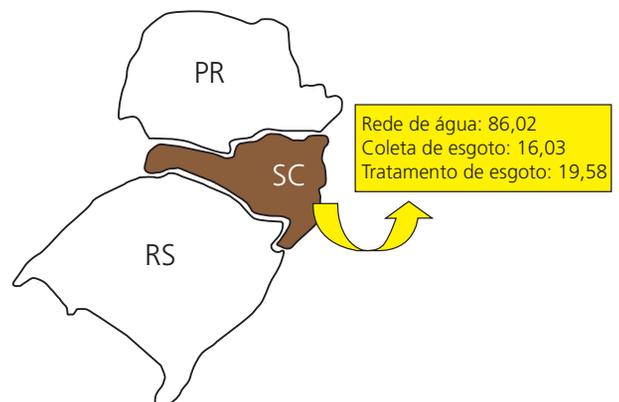


Com base no cladograma, é correto afirmar que o \_\_\_\_\_ corresponde à presença de \_\_\_\_\_.

- A) ponto 1 – células nervosas
- B) ponto 2 – pseudoceloma
- C) ponto 3 – simetria bilateral
- D) ponto 4 – exoesqueleto
- E) ponto 5 – tubo digestório completo

09. (Acafe) Segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS), saneamento é o conjunto de medidas adotadas em um local para melhorar a vida e a saúde dos habitantes, impedindo que fatores físicos de efeitos nocivos possam prejudicar as pessoas no seu bem-estar físico, mental e social.

A figura a seguir representa o percentual da população do Estado de Santa Catarina que, em 2013, teve acesso à água tratada, coleta e tratamento de esgoto.

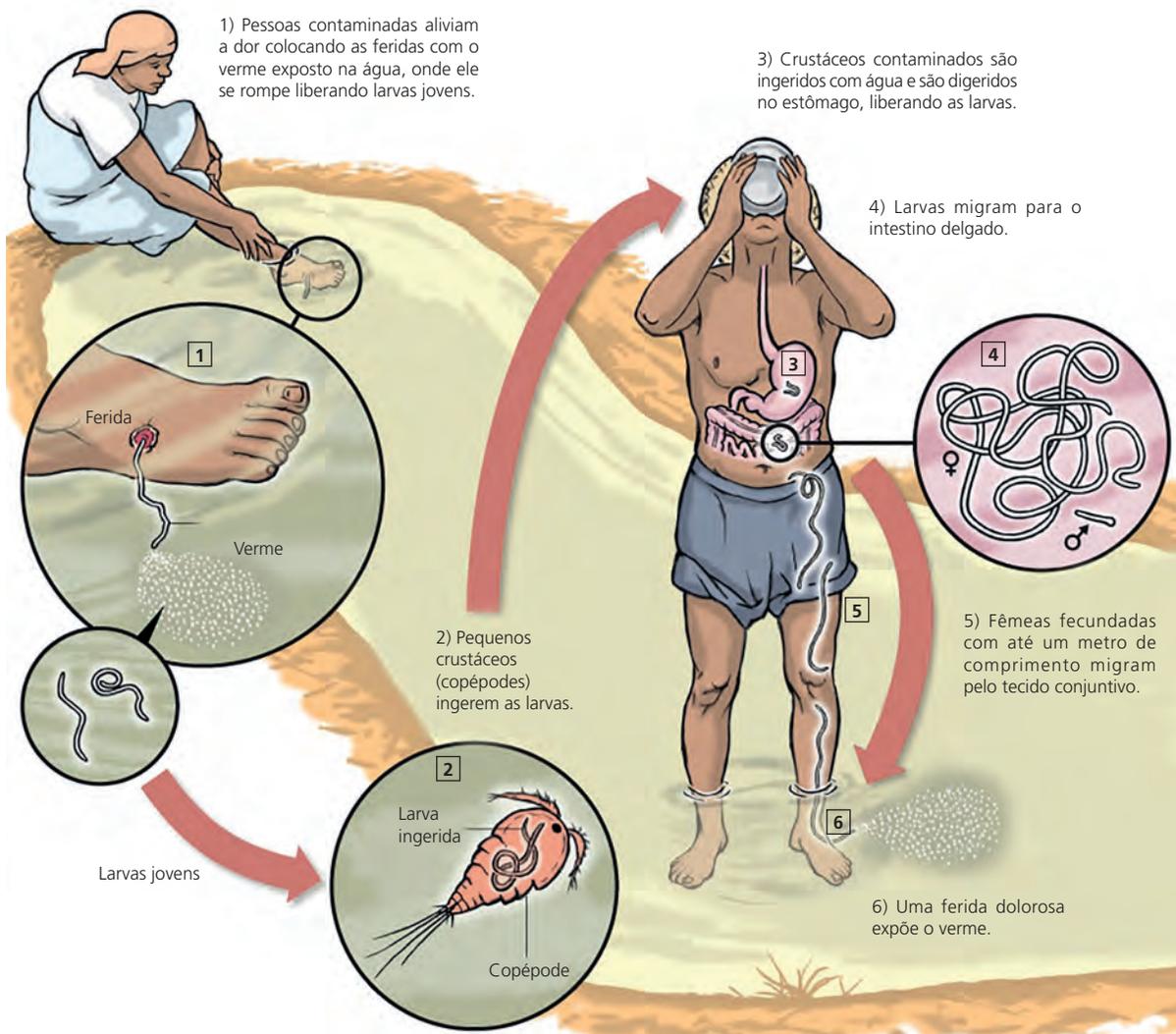


Sistema Nacional e informações sobre Saneamento (SNIS) 2013. Disponível em: <<http://www.tratabrasil.org.br>>. Adaptado.

Acerca do tema, é correto afirmar:

- A) A esquistossomose é uma doença causada pelo parasita *Schistosoma mansoni*, pertencente ao Filo Nematelminthes (nematelmintos). Além do saneamento básico, outra medida preventiva é o combate ao hospedeiro intermediário, que são os caramujos, onde o embrião presente nos ovos passa a forma larvária (cercária).
- B) A falta de saneamento básico pode trazer várias consequências tanto para o meio ambiente quanto para a saúde da população. Uma das doenças decorrentes da falta de saneamento básico é a amebíase. Essa doença é causada por uma bactéria que acomete o homem, tendo como principais sintomas a diarreia, o vômito, podendo ou não causar febre.
- C) A ascariíase é uma verminose intestinal causada pelo parasita *Ascaris lumbricoides*. É uma doença parasitária popularmente conhecida como lombriga. A contaminação ocorre pela ingestão de água ou alimentos contaminados por seus ovos. Entre os sintomas dessa verminose pode-se citar: dor abdominal, flatulência, cólica, diarreia, náuseas, vômito, entre outras.
- D) A elefantíase ou filariose é uma doença parasitária causada pelos vermes *Wuchereria bancrofti*, *Brugia malayi* e *Brugia timori*. Afeta a circulação linfática promovendo uma reação inflamatória nos vasos linfáticos, atingindo, principalmente, as extremidades inferiores, embora a extensão dos sintomas dependa da espécie do verme envolvido. Esta infecção é causada por vermes do Filo Nematelminthes, transmitida por alimentos contaminados por ovos dos parasitas.

10. (G1 – CFTMG) Analise o ciclo do nematódeo *Dracunculus medinensis*, causador da dracunculíase em Guiné, na África, cujos casos têm-se reduzido drasticamente.



Reprodução/G1 - cftmg 2015

Disponível em: <<http://www.cartercenter.org>>. Acesso em: 05 set. 2014. Adaptado.

A estratégia que vem permitindo essa diminuição de casos da doença é a

- A) descontaminação dos cursos d'água poluídos.
- B) vacinação em massa nas regiões contaminadas.
- C) implantação do saneamento básico nas áreas de risco.
- D) construção de aterro sanitário nos municípios afetados.

**11.** (UPE) Leia o texto a seguir:

A elevada prevalência de parasitos intestinais nos países subdesenvolvidos se deve, principalmente, às precárias condições de saneamento básico e ao baixo nível de escolaridade da população. Num estudo realizado com 200 escolares da periferia de Salvador (BA), os pesquisadores identificaram cinco parasitos com maior frequência. São eles: *Entamoeba coli* (43,5%), *Ascaris lumbricoides* (25%), *Endolimax nana* (22%), *Entamoeba histolytica/E. dispar* (21,5%) e *Giardia duodenalis* (12,0%). O resultado apontou para a necessidade de implantação de programas de educação em saúde para a prevenção de infecções parasitárias e para a adoção de medidas que melhorem o estado nutricional das crianças.

Disponível em: <<http://www.revistas.ufg.br>>. Adaptado.

Sobre os parasitas mencionados no texto, observe a sequência a seguir que representa o seu ciclo de vida.

1. Ingerir água ou alimento contaminado.
2. Haver liberação dos ovos no intestino delgado.
3. As larvas penetram no revestimento intestinal e caem na corrente sanguínea, atingindo fígado, coração e pulmões, onde sofrem algumas mudanças de cutícula e aumentam o tamanho.
4. As larvas permanecem nos alvéolos pulmonares, podendo causar sintomas semelhantes de pneumonia.
5. Ao abandonar os alvéolos, as larvas passam para os brônquios, a traqueia, laringe e faringe.
6. Em seguida, as larvas são deglutidas e atingem o intestino delgado, no qual crescem e se transformam em vermes adultos.
7. Após o acasalamento, a fêmea inicia a liberação dos ovos.
8. Os ovos são eliminados com as fezes. Dentro de cada ovo ocorre o desenvolvimento de um embrião que, após algum tempo, origina uma larva.
9. Ovos contidos nas fezes contaminam a água de consumo e os alimentos utilizados pelo ser humano.

É correto afirmar que o ciclo de vida anterior pertence, exclusivamente, à

- A) *Entamoeba coli*.
- B) *Ascaris lumbricoides*.
- C) *Entamoeba histolytica/E. dispar*.
- D) *Endolimax nana*.
- E) *Giardia duodenalis*.

**12.** (Uece) O *Ascaris lumbricoides* é causador da verminose mais difundida no mundo: a ascariíase. Sobre esses vermes, pode-se afirmar corretamente que

- A) possuem coloração que varia entre o branco e o amarelado, corpo liso e brilhante, alongado e achatado.
- B) os machos são maiores do que as fêmeas e apresentam a extremidade posterior do corpo fortemente encurvada para a face ventral.
- C) a intensidade das alterações provocadas independe do número de larvas presente no hospedeiro e mesmo as pequenas infecções causam sintomas graves, como lesões hepáticas e perfuração de órgão, levando à morte.
- D) em consequência de sua elevada prevalência e de sua ação patogênica, esse verme pode ser considerado uma das causas do subdesenvolvimento nutricional de grande parte da população de países subdesenvolvidos.

**13.** (UPF – Modificada) Alguns vermes são parasitas e infestam milhões de pessoas em todo o mundo, causando vários agravos à saúde. Associe cada verme da primeira coluna do quadro à(s) sua(s) característica(s) na segunda coluna, e, na terceira coluna, ao(s) órgão(s) do corpo humano parasitado(s) por esses vermes.

<b>Vermes</b>	<b>Características</b>	<b>Órgãos parasitados pelo verme na fase adulta</b>
1. <i>Taenia solium</i>	( ) alojamento da fêmea em sulco no corpo do macho.	( ) vasos sanguíneos do fígado.
2. <i>Schistosoma mansoni</i>	( ) simetria bilateral, corpo achatado e não segmentado.	( ) vasos linfáticos.
3. <i>Enterobius vermicularis</i>	( ) transmissão das larvas por mosquitos hematófagos.	( ) intestino grosso.
4. <i>Wuchereria bancrofti</i>	( ) simetria bilateral e corpo cilíndrico.	( ) intestino delgado.

Entre as alternativas a seguir, assinale aquela que apresenta, de cima para baixo, as sequências corretas da segunda e da terceira coluna.

- |                  |                 |
|------------------|-----------------|
| Segunda coluna   | Terceira coluna |
| A) 2 – 1 – 3 – 4 | 3 – 2 – 1 – 4   |
| B) 4 – 2 – 3 – 1 | 2 – 1 – 4 – 3   |
| C) 2 – 4 – 1 – 3 | 4 – 2 – 3 – 1   |
| D) 3 – 1 – 4 – 2 | 3 – 4 – 1 – 2   |
| E) 2 – 1 – 4 – 3 | 2 – 4 – 3 – 1   |

14. (G1 – IFSP) Na tabela seguinte, estão relacionadas algumas verminoses que afetam o organismo humano, seu agente etiológico, sua forma de contaminação e um método de prevenção. Assinale a alternativa em que todos os itens foram preenchidos corretamente.

	Parasitose	Agente etiológico	Contaminação	Prevenção
A)	Esquistossomose	<i>Biomphalaria</i>	Contato direto da pele com terra contaminada pelas larvas do verme.	Saneamento básico adequado construção de fossas sépticas.
B)	Teníase	<i>Taenia solium</i>	Ingestão de água ou verduras contaminadas com os ovos do verme.	Lavar bem verduras e legumes antes de consumi-los crus e ferver a água não tratada.
C)	Ascariíase	<i>Ascaris lumbricoides</i>	Ingestão de água e verduras contaminadas com os ovos do verme.	Ferver água não tratada e lavar frutas, verduras e legumes antes do consumo.
D)	Amarelão	<i>Schistosoma mansoni</i>	Penetração de larvas através da pele ao nadar em lagoas infestadas.	Evitar andar descalço e nadar em lagoas nos horários mais quentes do dia.
E)	Cisticercose	<i>Taenia saginata</i>	Ingestão de carne crua ou mal cozida.	Saneamento básico adequado e não ingestão de carne de procedência desconhecida.

15. (Fatec) No Brasil, há muitas cidades onde não há saneamento básico. Nesses locais, a população é obrigada a se servir de fossas sépticas ou de alternativas mais rudimentares, como fossas a céu aberto ou lançamento de dejetos em cursos d'água, o que aumenta a incidência de inúmeras doenças parasitárias.

Para evitar essas doenças, a população deve pôr em prática medidas profiláticas simples, que envolvem desde hábitos básicos de higiene pessoal até medidas preventivas, que variam de acordo com a doença a se prevenir.

Assinale a alternativa que associa corretamente a doença parasitária com sua específica medida profilática.

	Doença parasitária	Medida profilática (preventiva)
A)	<i>Giardíase</i>	Tomar vacinas.
B)	<i>Amarelão</i>	Usar calçados.
C)	<i>Teníase</i>	Lavar bem as frutas e verduras.
D)	<i>Ascariíase</i>	Combater os mosquitos transmissores.
E)	<i>Esquistossomose</i>	Evitar comer carne crua ou mal cozida.

16. (IFSP) A tabela hipotética a seguir apresenta dados sobre a ocorrência de doenças parasitárias em três cidades do interior do Brasil, entre janeiro de 2009 e julho de 2010.

	<i>Esquistossomose</i>	<i>Ascariíase</i>	<i>Filariose</i>	<i>Ancilostomose</i>
Cidade A	241	42	0	0
Cidade B	0	56	139	48
Cidade C	52	347	32	71

Diante dessa situação, para diminuir a ocorrência das doenças na população, as prefeituras locais estabeleceram algumas medidas profiláticas, tais como o controle da população do vetor das doenças e o uso de telas em portas e janelas.

Essas medidas foram eficientes para a(s) cidade(s)

- A) A, apenas.  
 B) B, apenas.  
 C) A e B, apenas.  
 D) B e C, apenas.  
 E) A, B e C.
17. (Fuvest) Um determinado animal adulto é desprovido de crânio e apêndices articulares. Apresenta corpo alongado e cilíndrico. Esse animal pode pertencer ao grupo dos
- A) répteis ou nematelmintos.  
 B) platelmintos ou anelídeos.  
 C) moluscos ou platelmintos.  
 D) anelídeos ou nematelmintos.  
 E) anelídeos ou artrópodes.

18. (G1 – CPS)

As verminoses são doenças causadas por vermes parasitas que se instalam no organismo do hospedeiro.

Uma dessas verminoses que afeta milhões de pessoas em todo o mundo caracteriza-se pelo fato de os vermes, no estágio de larvas, penetrarem através da pele, geralmente quando caminhamos descalços em solos contaminados. Dentro do ser humano, os vermes ficam adultos e se fixam à mucosa do intestino delgado. Com suas placas dentárias cortantes, rasgam as paredes intestinais e sugam sangue, provocando hemorragias, anemia, fraqueza, tonturas, desânimo e dores musculares no hospedeiro.

- A doença parasitária descrita é conhecida como
- A) doença de Chagas.
  - B) esquistossomose.
  - C) leptospirose.
  - D) amarelão.
  - E) teníase.

19. (G1 – IFPE)

**JECA TATU**

Jeca Tatu era caboclo que vivia no campo, na maior pobreza. Sua rotina baseava-se em ficar o dia inteiro sem fazer tarefa alguma. As pessoas tinham uma péssima imagem do Jeca, bêbado e preguiçoso.

Um dia, um médico passou em frente à casa e espantou-se com tanta miséria. Percebendo que o caboclo estava amarelado e muito magro, resolveu examiná-lo. Jeca disse a ele que sentia muito cansaço e dores pelo corpo. O médico constatou que se tratava de uma doença chamada ancilostomose, o amarelão. Receitou-lhe, então, remédios e um par de botas.

Meses depois do tratamento, Jeca já era outra pessoa. A moleza tinha desaparecido e ele passava o dia inteiro trabalhando. Arrumava a casa, plantava, pescava, carregava madeira, cuidava do gado. Não exagerava mais na bebida. Ninguém mais o reconhecia, trabalhava tanto que até preocupava as pessoas. Ele, a mulher e os filhos andavam agora calçados.

LOBATO, M. *Jeca Tatu*. Disponível em: <<http://www2.ibb.unesp.br>>. Acesso: 09 de mai. 2017. Adaptado.

De acordo com o texto, Jeca Tatu estava doente, com ancilostomose, que é uma doença causada por

- A) uma bactéria e a contaminação ocorre por meio da ingestão de alimentos contaminados.
  - B) um protozoário e a contaminação ocorre por meio do contato direto com solo contaminado.
  - C) um verme e a contaminação ocorre por meio do contato direto com solo contaminado.
  - D) um vírus e a contaminação ocorre por meio da ingestão de água e alimentos contaminados.
  - E) um verme e a contaminação ocorre por meio da ingestão de água e alimentos contaminados.
20. (Ulbra) Muitas parasitoses na África e América do Sul ainda são negligenciadas pelas políticas públicas de saúde. Estas doenças atingem milhões de pessoas. As crianças sofrem as maiores consequências, podendo ter o desenvolvimento e desempenho escolar afetados, pois alguns parasitos apresentam ciclos biológicos complexos, envolvendo os sistemas digestório, circulatório e respiratório do hospedeiro definitivo.

Considerando o exposto anterior, é possível afirmar que os representantes das espécies de nematoides abaixo, que apresentam ciclo vital complexo, são

- A) *Ascaris lumbricoides* e *Taenia solium*.
- B) *Ascaris lumbricoides* e *Necator americanus*.
- C) *Onchocerca volvulus* e *Enterobius vermicularis*.
- D) *Onchocerca volvulus* e *Giardia intestinalis*.
- E) *Ascaris lumbricoides* e *Taenia saginata*.

**Aulas**  
18 e 19

**Moluscos**

C-4	H-13, 14
	H-15, 16
C-8	H-28

**Considerações Iniciais**

Os moluscos são animais de corpo mole (do latim *molluscus* = mole), geralmente protegido por uma concha calcária e orgânica, resistente, com uma ou mais partes. Representa o segundo maior filo do reino animal, atrás apenas dos artrópodes, havendo mais de 150 mil espécies na fauna atual adaptadas aos mais diversos meios. Há espécies que vivem em ambientes marinhos (ex.: ostras, lulas e polvos), dulcícolas (ex.: caramujos) e terrestres úmidos (ex.: caracóis e lesmas). São animais de simetria bilateral, triblásticos, celomados, protostômios e clivagem em espiral, diferindo dos anelídeos e artrópodes pela ausência de segmentação.

A maioria das espécies são marinhas, vivendo presas às rochas, entre algas, corais, cracas e outros seres; arrastando-se no fundo arenoso, caso dos caramujos; nadando livremente, como os polvos e as lulas; flutuando, como o *Nautilus*. Além da grande diversidade de formas, o tamanho dos moluscos varia desde animais com milímetros, como algumas formas marinhas de Caudofoveatas, até metros, como a lula do gênero *Architeuthis*, com cerca de 20 metros de comprimento e 450 kg de massa. O tempo de vida dos moluscos pode durar de 2 meses a 200 anos, sendo os bivalves os que possuem espécies com maior longevidade.

Alguns moluscos têm grande importância econômica para os humanos por servirem como fontes de alimento ricos em proteínas. Anualmente, do ambiente marinho, são retiradas para o consumo humano milhares de toneladas de mariscos, ostras, vieiras, polvos e lulas. Além disso, as conchas são utilizadas na fabricação de botões, bijuterias, corretivo de solo, argamassa de casas e pavimentação de ruas, além de serem aproveitadas como complemento de cálcio na alimentação humana (pó de ostra). Alguns moluscos bivalves possuem importância médica, como a *Anomalocardia brasiliiana*, são fonte do fármaco heparina, um anticoagulante utilizado no tratamento da trombose e de outros distúrbios de coagulação sanguínea excessiva.

Os moluscos possuem manto, cavidade do manto (ou cavidade palial) e rádula (exceto bivalves e na maioria dos solenogastres). O manto corresponde uma dobra da epiderme preenchida de tecido conjuntivo, recobrimdo o corpo do animal e sendo responsável pela formação da concha. A cavidade do manto geralmente abriga as brânquias em forma de pente, chamadas de ctenídeos, e, comumente, serve como porta de saída dos sistemas excretor, digestório e reprodutivo. Um ctenídeo, quando presente, pode ter uma função além da função respiratória, também a capacidade de coletar partículas alimentares. Um quimiorreceptor, chamado de osfrádio, está geralmente localizado junto ao ctenídeo. A rádula corresponde a uma língua raspadora, encontrada na maioria dos moluscos.

A semelhança no desenvolvimento embrionário entre anelídeos e moluscos (em ambos há um esquizoceloma), entre suas larvas (a larva trocócfora é praticamente idêntica nos dois grupos) e entre seus órgãos excretores (metanefrídios) são indícios de que os dois grupos se formaram a partir de um ancestral comum. A maioria dos moluscos perdeu sua segmentação, que, no entanto, ainda é visível na classe dos poliplacóforos.



A

B

Caracol pulmonado terrestre. Note os dois pares de tentáculos; o segundo par, maior, é dotado de olhos. **B.** Lesma banana, *Ariolimax columbianus*. Note o pneumostômio.



*Elysia crispata*, a chamada "lesma-do-mar alface", evoluiu como uma notável combinação de animal e planta. A lesma alimenta-se de algas e possui células digestivas especiais, que assimilam cloroplastos intactos; estes continuam a realizar fotossíntese por semanas, provendo a lesma com carbono fixado fotossinteticamente como fonte de energia. Estas lesmas são relativamente grandes, atingindo até 5 cm, e são encontradas frequentemente ao sol, em águas rasas do Caribe, colhendo os benefícios desta inovação evolutiva que as tornou as derradeiras vegetarianas.



A



B



C



D



E

Moluscos: **A.** Um quiton (*Tonicella lineata*), classe Polyplacophora. **B.** Um caramujo marinho (*Calliostoma*), classe Gastropoda. **C.** Um nudibrânquio (*Chromodoris sp.*) classe Gastropoda. **D.** As "amêijoas Geoduck" do Estreito de Puget, Washington, estendem seus grandes sifões, classe Bivalvia. **E.** O polvo (*Octopus briareus*), classe Cephalopoda.



SeaTops/Getty Images

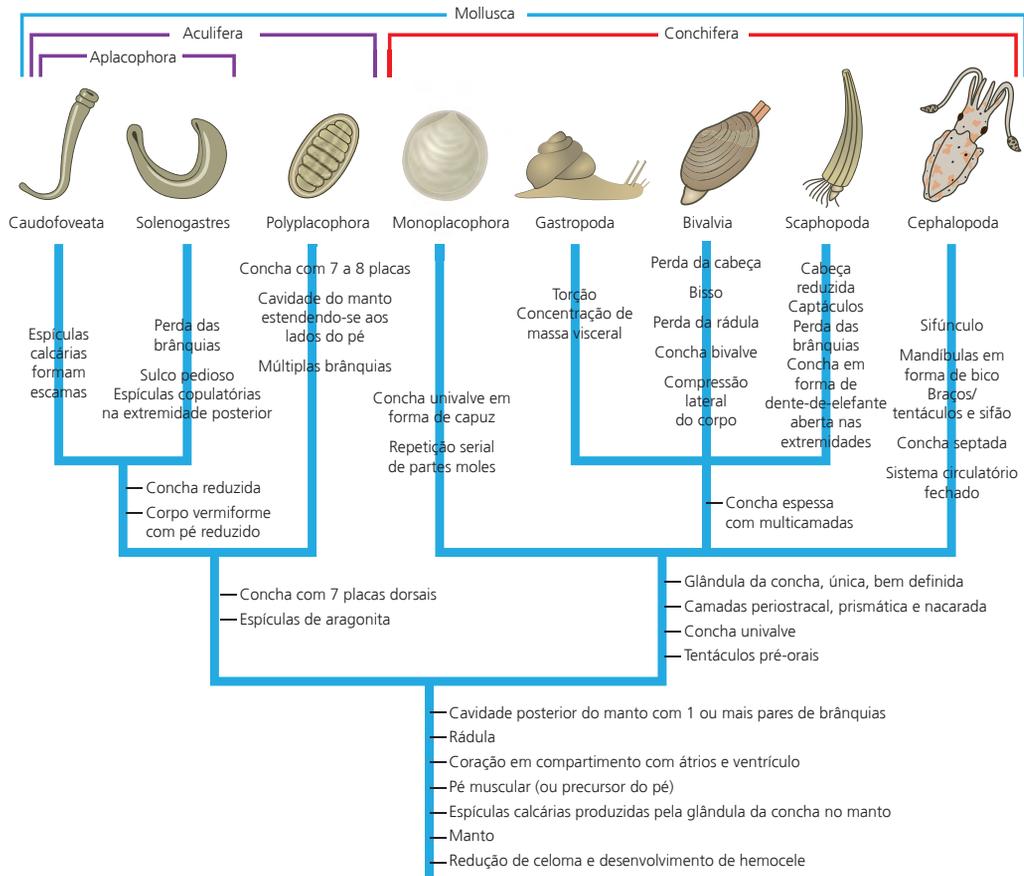
*Nautilus*, um cefalópode.

## Características Gerais

1. Triblásticos e celomados;
2. Simetria bilateral;
3. Não segmentados (metamerizados);
4. Presença de uma dobra da epiderme preenchida de tecido conjuntivo denominada de “manto”, recobrimdo o corpo do animal e sendo responsável pela formação da concha. Entre o manto e a massa visceral existe a “cavidade do manto” ou “cavidade palial”, contendo componentes de diversos sistemas;
5. Uma concha, quando presente, secretada pelo manto e composta de uma, duas ou oito partes; cabeça e pé muscular ventral adjacentes, sendo o pé modificado de diversas formas (para rastejar, cavar, nadar ou capturar alimento);
6. Sistema digestório completo; com boca apresentando a rádula (salvo em bivalves e na maioria dos solenogastres), língua raspadora composta por várias fileiras de dentes quitinosos que raspam o alimento; presença de glândulas secretoras de enzimas; ânus abrindo-se na cavidade do manto;
7. Sistema circulatório aberto (salvo nos cefalópodes) com “lacunas” ou “hemocelas” (para as trocas gasosas); coração dorsal com três câmaras (dois átrios e um ventrículo), geralmente na cavidade pericárdica (celoma reduzido);
8. Sistema respiratório com brânquias (ou ctenídios) nos moluscos aquáticas ou com pulmões (cavidade do manto altamente vascularizada) nos moluscos terrestres (caracóis e lesmas); Obs.: alguns autores afirmam que as lesmas também realizam respiração cutânea indireta;
9. Sistema excretor composto por grandes metanefrídios, aos pares, com uma abertura (nefróstoma) na cavidade pericárdica (celoma reduzido) e outra (nefridióporo) na cavidade do manto;
10. Sistema nervoso ganglionar, com a presença de pares de gânglios nervosos ligados por pares de cordões nervosos longitudinais interconectados por comissuras transversais, criando um sistema nervoso em forma de escada;
11. Sistema sensorial com quimiorreceptores (osfrádios), fotorreceptores (estetos, ocelos e olhos), receptores de equilíbrio (estatocistos), entre outros;
12. Dioicos (alguns monoicos, poucos protândricos); fecundação externa ou interna; a maioria ovíparos; clivagem do ovo em espiral; desenvolvimento indireto (com larvas trocófora, véliger ou gloquídeo) ou desenvolvimento direto.

## Classificação

Os moluscos atualmente, apesar de questionamentos por certos taxonomistas, são classificados em oito classes: Solenogastres, Caudofoveata, Polyplacophora, Monoplacophora, Scaphopoda, Bivalvia, Gastropoda e Cephalopoda. A presença de concha, bem como o desenvolvimento relativo da cabeça, do pé e massa visceral são os principais critérios para essa classificação em oito classes.



Cladograma mostrando relações filogenéticas hipotéticas entre as classes do filo Mollusca.

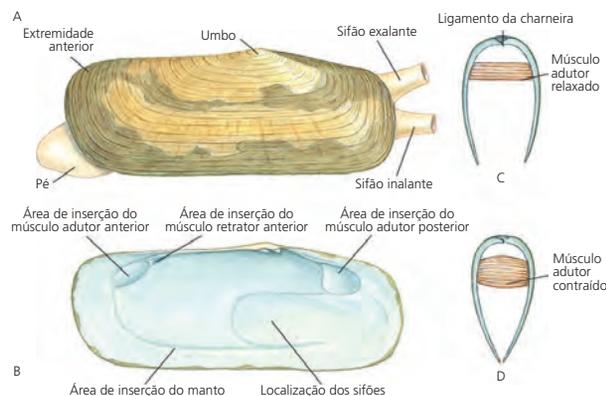
HICKMAN Jr., Cleveland P...[et al.]. *Princípios integrados de zoologia* – 16. ed. – Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2016; p. 535.

As classes Caudofoveata, Solenogastres, Polyplacophora, Monoplacophora e Scaphopoda serão destacadas num “Resumo da classificação dos moluscos” (ver mais adiante). Destacaremos a seguir, de forma mais detalhada, os membros das classes Bivalvia, Gastropoda e Cephalopoda, por serem os mais representativos do filo dos moluscos.

• **Classe Bivalvia**

A classe Bivalvia (bivalves) é representada pelas ostras, mexilhões e mariscos (ou vieiras), havendo atualmente em torno de 20 mil espécies. São exclusivamente aquáticos, podendo ser de ambiente dulcícola ou marinho. Nestes últimos, eles se encontram desde a zona entremarés até grandes profundidades. Eles habitam diversos tipos de substrato, podendo viver sobre o substrato (epifauna) ou enterrados nele (infauna). Os bivalves não têm rádula, são filtradores e apresentam cefalização reduzida. Apresentam o tamanho corporal variando entre 1 mm e 1 m de comprimento (*Tridacna*).

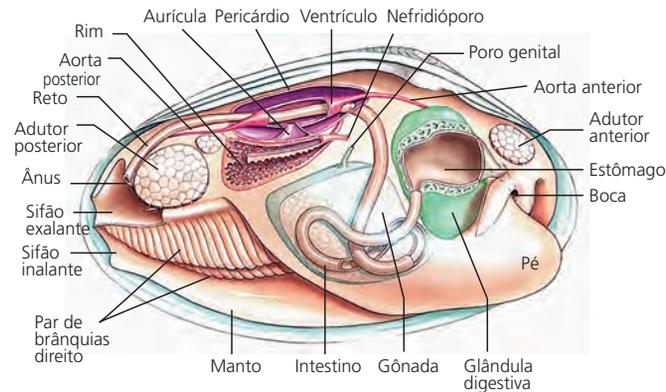
Os bivalves possuem a concha dividida em duas valvas, daí o nome da classe ser Bivalvia (do latim *bi*, duplicado, e, *valva*, porta de duas folhas), que são unidas por um ligamento e fechadas por músculos adutores. A tendência do ligamento elástico é manter as valvas abertas. Os músculos adutores, muito fortes, promovem fechamento das valvas. A charneira é o ponto de união das duas valvas.



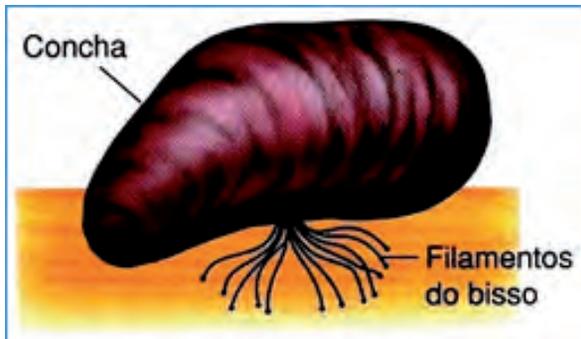
*Tagelus plebius*, a unha-de-velha (classe Bivalvia). **A.** Vista externa de uma das valvas. **B.** Interior de uma valva mostrando as marcações nas quais os músculos estavam fixados. **C e D.** Seções que mostram a função do músculo adutor e do ligamento da charneira. Em **C**, o músculo adutor está relaxado, mantendo as valvas separadas. Em **D**, o músculo adutor está contraído, mantendo as valvas unidas.

Na maioria dos bivalves o pé tem uma forma afilada, o que lembra um machado. Por esse motivo, o nome antes usado para essa classe era "Pelecypoda" (do grego *pelekys*, machado, e, *podos*, pé).

Diversos representantes dos bivalves, como ostras e mexilhões, adotam um estilo de vida epifaunal, fixando-se a substratos como rochas, cascos de navios, pilares de pontes, entre outros. As ostras-da-rocha ficam permanentemente fixados ao substrato, cimentando uma das valvas a uma superfície rígida. Ostras perliíferas (formadoras de pérolas), ostras aladas e mexilhões usam filamentos de ancoragem especiais (fios do bisso). Os fios do bisso são secretados em sua forma líquida pela glândula do bisso, localizada no pé. O líquido flui ao longo de um sulco do pé para o substrato, onde cada fio torna-se firmemente fixado e endurecido.



Anatomia de um bivalve, com uma das valvas e o manto removidos.



Mexilhão com seus "filamentos do bisso". Estas estruturas promovem a fixação do animal a substratos.

As espécies de bivalves dos gêneros *Teredo* e *Neoteredo* fazem perfurações na madeira de cascos de navios e pilares de cais, chegando, às vezes, a destruí-los. Estes bivalves possuem uma associação mutualística com uma bactéria que, ao mesmo tempo, fixa gás nitrogênio e produz celulase.



*Psiloteredo healdi*. Bivalve que perfura cascos de embarcações de madeira por ser capaz de digerir celulose, devido a uma associação mutualística com bactérias produtoras de celulase.

Certos bivalves, como o *Pecten sp.* (ou vieira, ou marisco na linguagem popular), vivem no fundo do oceano e deslocam-se por jatos de água, promovidos pela abertura e fechamento de suas conchas.



*Pecten*.

Alguns bivalves são responsáveis pela formação das pérolas, fenômeno que ocorre principalmente em espécies das famílias Pteriidae (marinhas) e Anodontidae (dulcícolas), sendo o um mecanismo de defesa do animal (como já descrito no tópico "Concha").

Como os bivalves são importantes fontes alimentares para os humanos, o consumo desses animais merece uma atenção especial. Pelo fato de que, sendo filtradores e bioacumuladores (por esta razão, ostras e mexilhões são utilizados mundialmente como indicadores de poluição química e biológica da água), podem acumular substâncias químicas (como metais pesados e resíduos de pesticidas) e microrganismos, levando a intoxicações alimentares quando ingeridos "crus", isto é, sem nenhum tratamento prévio.

Os bivalves também podem causar desequilíbrio ecológico, como no caso do mexilhão dourado (*Limnoperna fortunei*), uma espécie exótica invasora. Trazido acidentalmente da Ásia com água de lastro de navios (a água de lastro é usada para estabilizar as embarcações, sendo comumente despejada em portos). Ele obstrui tubulações de usinas hidrelétricas, em razão da sua capacidade de se incrustar em superfícies submersas.

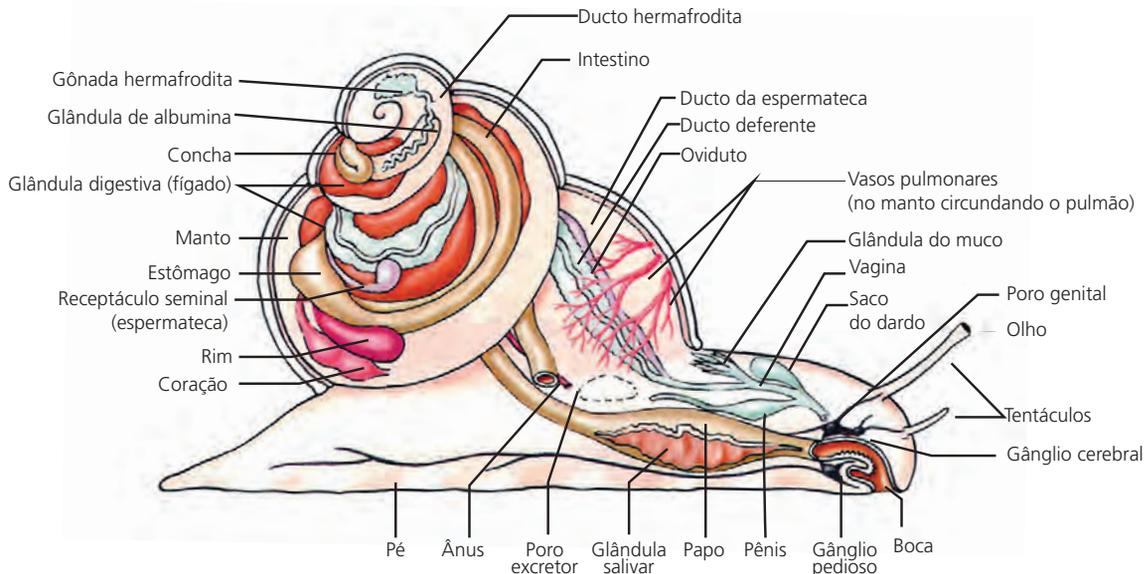
• **Classe Gastropoda**

A classe Gastropoda (gastropodes) possui o maior número de espécies entre os moluscos, havendo atualmente em torno de 70 mil, além de ter a maior diversidade de ambientes, sendo a única com exemplares nos três tipos de habitats: marinho, dulcícola e terrestre. Os gastropodes mais característicos são os caramujos, que vivem em ambientes marinhos ou dulcícolas, e os caracóis e as lesmas, que vivem em ambientes terrestres.

A maioria dos gastropodes apresenta uma concha única (univalve) formada a partir do carbonato de cálcio assimilado do meio pela ingestão de água e pela dieta. A concha é secretada pela glândula conchilífera (ou glândula da concha), localizada no manto. Algumas espécies apresentam concha interna e reduzida, como as lebres-do-mar, já outras não têm concha, como as lesmas.

O corpo de um gastropode consiste em um amplo pé musculoso, com a cabeça e a massa visceral na parte superior. A massa visceral dispõe-se sobre o pé musculoso, daí o nome da classe ser Gastropoda (do grego *gastros*, estômago, e, *podos*, pé). O pé é bem desenvolvido, sendo utilizado para o animal se locomover. O animal desloca-se num substrato deslizante, pois secreta um muco viscoso pela "glândula pediosa" localizada na parte inferior da cabeça. Outros fatores também favorecem o deslizamento do animal sobre um substrato, como a presença de cílios e de numerosas células glandulares secretoras de muco solo do pé.

Um fenômeno ímpar no reino animal, associado ao desenvolvimento embrionário dos gastrópodes é o processo de “torção da massa visceral”. A torção ocorre durante o desenvolvimento de todos os gastrópodes, geralmente durante o estágio avançado de larva véliger. Trata-se de uma rotação anti-horária (vista pelo dorso do animal) de cerca de 180° da massa visceral, acompanhada do manto e da concha que a recobrem, em relação com a cabeça e o pé. Durante a torção, a cavidade do manto e o ânus são deslocados da posição posterior para a anterior, um pouco acima e atrás da cabeça.



Anatomia de um caracol, gastrópode pulmonado. Observe a massa visceral torcida, fazendo com que o ânus fique localizado atrás da cabeça.

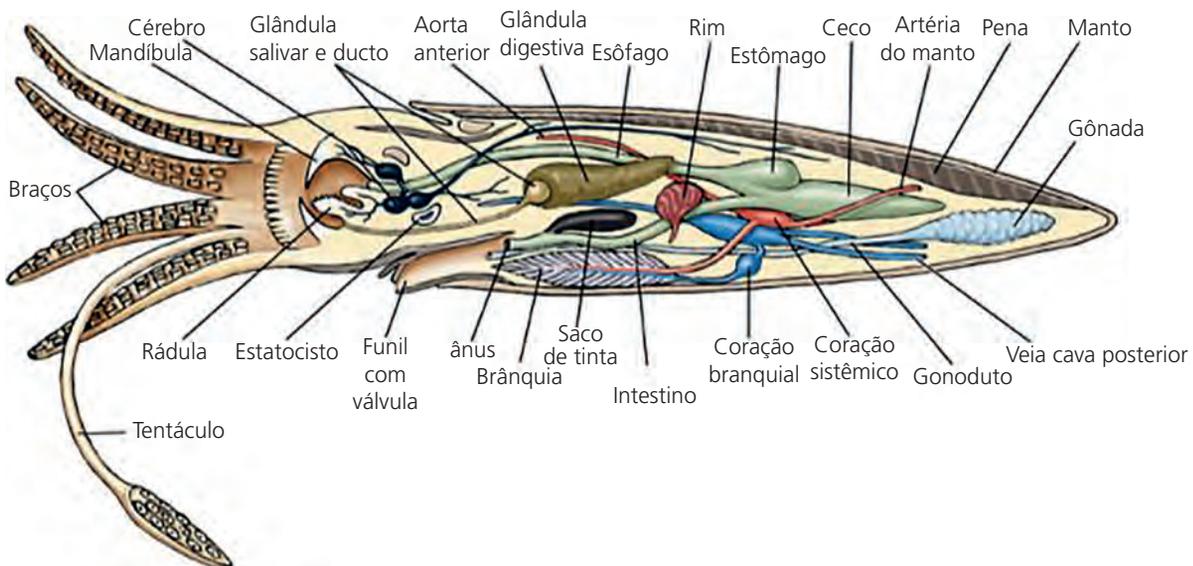
Alguns gastrópodes pulmonados causam prejuízos aos humanos, como os caramujos planorbídeos que servem de hospedeiros para o platelminto trematódeo da espécie *Schistosoma mansoni*, responsável pela verminose conhecida como esquistossomose. Outros pulmonados são considerados pragas para a agricultura, como o caramujo gigante africano da espécie *Achatina fulica*, uma espécie exótica invasora.

• Classe Cephalopoda

A classe Cephalopoda (cefalópodes) é formada pelos moluscos exclusivamente marinhos, havendo atualmente em torno de 1000 espécies. Entre os cefalópodes há exemplares com concha externa (*Nautilus*), com concha interna reduzida (lulas) e concha ausente (polvos).

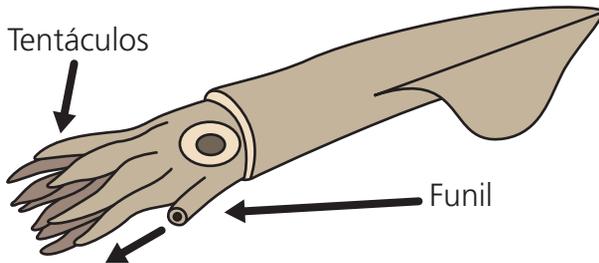
Os cefalópodes diferem das outras classes por terem representantes entre maiores e mais inteligentes de todos os invertebrados, além de possuírem sistema circulatório fechado e digestão exclusivamente extracelular.

Nos cefalópodes o pé encontra-se ligado à cabeça, daí o nome da classe ser Cephalopoda (do grego *Kephalos*, cabeça, e, *podos*, pé). Nestes moluscos, os pés foram, ao longo da evolução, modificados em tentáculos ou braços dispostos circularmente ao redor da boca. Os polvos têm cabeça simples e arredondada, com oito braços com ventosas musculares. As lulas têm a cabeça grande e alongada, com boca central e ventral cercada por oito braços e dois tentáculos, todos eles providos de ventosas musculares.

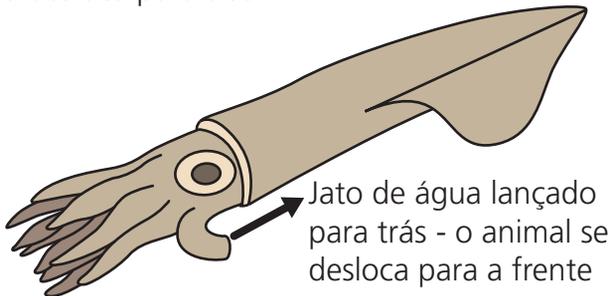


Anatomia de uma lula, em vista lateral, com a metade esquerda do manto removida.

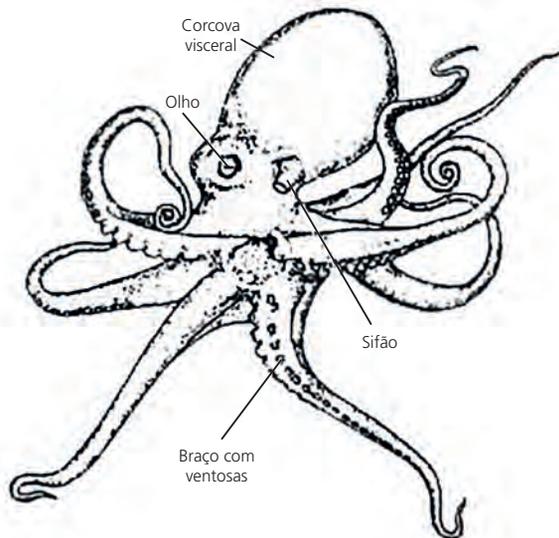
Outra estrutura derivada do pé, o funil (ou sifão) é usado para a sua locomoção por jatopropulsão, pois elimina intensamente jatos de água da cavidade do manto. O funil é extremamente móvel e pode ser manipulado praticamente em qualquer direção, permitindo, desse modo, que o animal gire e avance. Por causa da jatopropulsão, as lulas podem nadar em uma velocidade de até 40 km/h, sendo os mais velozes entre os invertebrados aquáticos. Embora os polvos também utilizem a jatopropulsão, como para fugir de predadores, eles mais comumente dependem de seus braços longos dotados de ventosas para rastejar no fundo do oceano.



Jato de água lançado para a frente - o animal se desloca para trás



Deslocamento por jatopropulsão em lulas.



Polvos usam seus braços para se deslocarem no fundo do oceano.

Diversos cefalópodes possuem a capacidade de mudarem de cor devido a presença de cromatóforos, células na epiderme que contêm grânulos de pigmento. Por meio dos cromatóforos, controlados pelo sistema nervoso e provavelmente pelo endócrino, torna-se possível um elaborado sistema de mudanças de cores e padrões. A camuflagem permite aos cefalópodes tornarem-se menos visíveis aos predadores e às presas. Também tem uma

importância reprodutiva, pois favorece a ocorrência de rituais de acasalamento. Outra função é a transmissão de informação para outros indivíduos do grupo através de diferentes padrões de cores em diferentes partes do corpo. Provavelmente nenhum outro sistema de comunicação em invertebrados pode transmitir tanta informação tão rapidamente.

Além da camuflagem como mecanismo de defesa, os cefalópodes (salvo nos nautilóides, como a exemplo o *Nautilus*) produzem uma tinta escura que fica armazenada em uma bolsa na massa visceral. Em situações de perseguição, essa tinta pode ser lançada para o meio externo pelo funil, com o jato de água, formando uma "cortina" que bloqueia a visão do predador, permitindo a fuga do cefalópode.

### Resumo da Classificação Atual dos Moluscos

**Classe Caudofoveata** (*L. cauda, caua, + fovea, fossa, depressão*) Vermiforme; concha, cabeça e órgãos excretores ausentes; rádula geralmente presente; manto com cutícula quitinosa e esclerites calcárias; escudo pedioso oral adjacente à boca anterior; cavidade do manto com um par de brânquias, situada na extremidade posterior; sexos separados; anteriormente reunida com os solenogásters na classe Aplacophora. Exemplos: *Chaetoderma, Limifossor*.

**Classe Solenogastres** (*Gr. solen, tubo, + gaster, estômago*): solenogásters. Vermiforme; concha, cabeça e órgãos excretores ausentes; rádula presente ou ausente; manto geralmente coberto com esclerites ou espículas calcárias; cavidade do manto rudimentar posterior, sem brânquias verdadeiras, mas algumas vezes com estruturas respiratórias secundárias; pé representado por um sulco pedioso ventral, estreito e longo; hermafroditas. Exemplo: *Neomenia*.

**Classe Polyplacophora** (*Gr. polys, muitas, várias, + plax, placa, + phora, portador*): **quítons**. Corpo alongado, achatado dorsoventralmente, com cabeça reduzida; bilateralmente simétrico; rádula presente; concha de sete ou oito placas dorsais; pé amplo e achatado; múltiplas brânquias, nas laterais do corpo entre o pé e a margem do manto; sexos geralmente separados, com larva trocófora, mas véliger ausente. Exemplos: *Mopalia, Tonicella*.

**Classe Monoplacophora** (*Gr. monos, um, + plax, placa, + phora, portador*). Corpo bilateralmente simétrico com um pé achatado, amplo; concha única, similar à das lapas; cavidade do manto com três a seis pares de brânquias; grandes cavidades celomáticas; rádula presente; três a sete pares de nefrídios, dois dos quais servem de gonodutos; sexos separados. Exemplo: *Neopilina*.

**Classe Scaphopoda** (*Gr. skaphe, bote, + pous, podos, pé*): dente-de-elefante. Corpo encerrado no interior de uma concha tubular, de peça única, aberta em ambas as extremidades; pé cônico; boca com rádula e tentáculos contráteis (captáculos); cabeça ausente; respiração através do manto; sexos separados; larva trocófora. Exemplo: *Dentalium*.

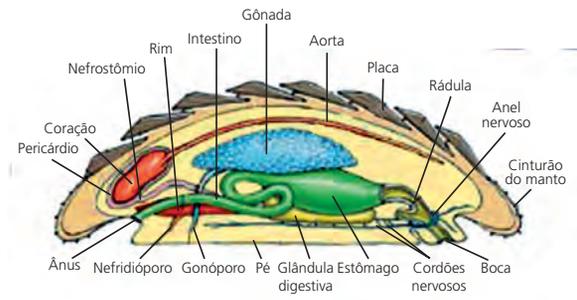
**Classe Bivalvia** (*L. bi, duplicado, + valva, porta de duas folhas, valva*) (Pelecypoda): bivalves. Corpo envolvido por um manto bilobado; concha de duas valvas laterais, de tamanho e forma variáveis, com charneira dorsal; cabeça muito reduzida, mas boca dotada de palpos labiais; sem rádula; sem olhos cefálicos, uns poucos com olhos nas margens do manto; pé geralmente em forma de machadilha; brânquias laminares; sexos geralmente separados, com larvas trocófora e véliger, típicas. Exemplos: *Anodonta, Venus, Tagelus, Teredo*.

**Classe Gastropoda** (*Gr. gaster, estômago, + pous, podos, pé*): caramujos, caracóis e lesmas. Corpo assimétrico demonstra os efeitos da torção; corpo geralmente abrigado em uma concha enrolada (concha não enrolada ou ausente em algumas formas); cabeça bem desenvolvida, com rádula; pé grande e achatado; uma ou duas brânquias, ou com o manto modificado em brânquias secundárias ou um pulmão; maioria com um único átrio e único nefrídio; sistema nervoso com gânglios cerebral, pleural; pedioso e visceral; dioicos ou monoicos, alguns com trocófora, tipicamente véliger, alguns sem larva pelágica. Exemplos: *Busycon*, *Polinices*, *Physa*, *Helix*, *Aphysia*.

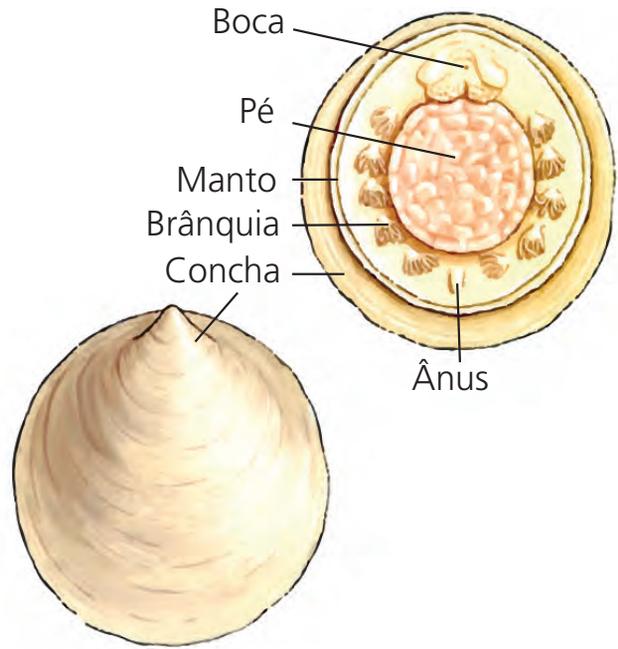
**Classe Cephalopoda** (*Gr. kephale, cabeça, + pous, podos, pé*): lulas, sibas, náutilos e polvos. Concha frequentemente reduzida ou ausente; cabeça bem desenvolvida com olhos e uma rádula; cabeça com braços ou tentáculos; pé modificado em sifão; sistema nervoso com gânglios bem desenvolvidos, centralizados, que formam um cérebro; sexos separados, desenvolvimento direto. Exemplos: *Sepioteuthis*, *Octopus*, *Sepia*.

**Obs.:** As classes Solenogastres e Caudofoveata eram antes reunidas na classe Aplacophora.

HICKMAN Jr., Cleveland P...[et al.]. *Princípios integrados de zoologia* – 16. ed. - Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2016; p. 577.



Anatomia de um quíton (classe Polyplacophora).



Anatomia de um Neopilina (classe Monoplacophora). Espécimes vivos variam de 3 mm a cerca de 3 cm de comprimento. **A.** Vista ventral. **B.** Vista dorsal.



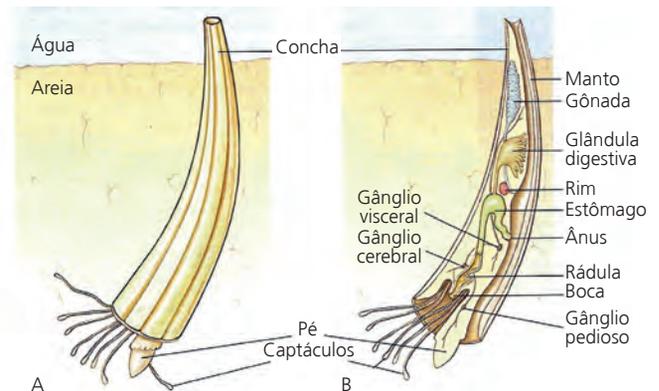
Elena Gerasimova/Wikimedia Foundation

Anatomia de um aplacóforo Caudofoveata (*Chaetoderma productum*).



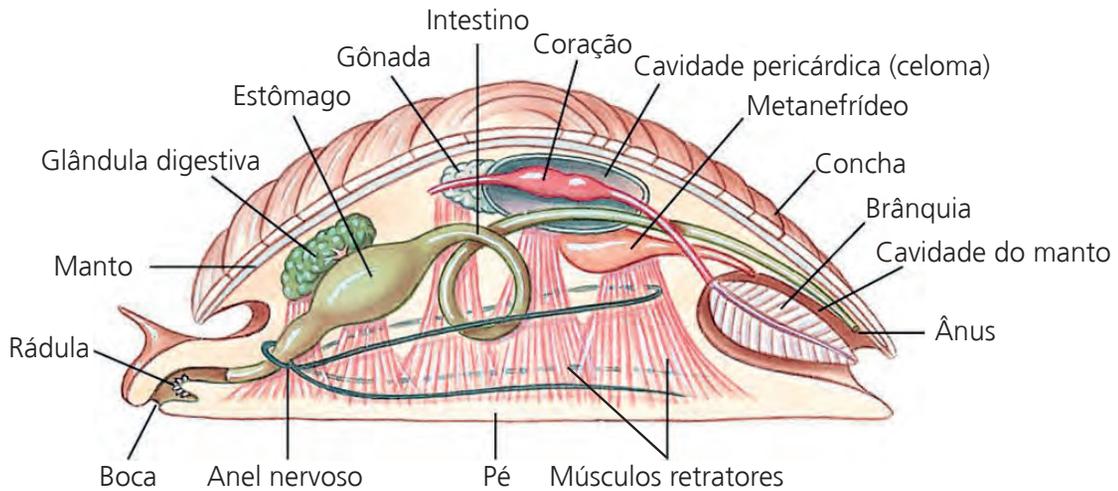
Helt's Mini/Wikimedia Foundation

Anatomia de um aplacóforo Solenogastres (*Kruppomenia minima*).



Anatomia de um Dentalium (classe Scaphopoda). **A.** com concha. **B.** com concha parcialmente removida. O animal enterra-se no lodo ou areia e se alimenta por meio de seus tentáculos preênses (captáculos). Correntes de água para a respiração são promovidas por ação ciliar, entrando através da abertura na extremidade menor da concha e então expelida pela mesma abertura por ação muscular.

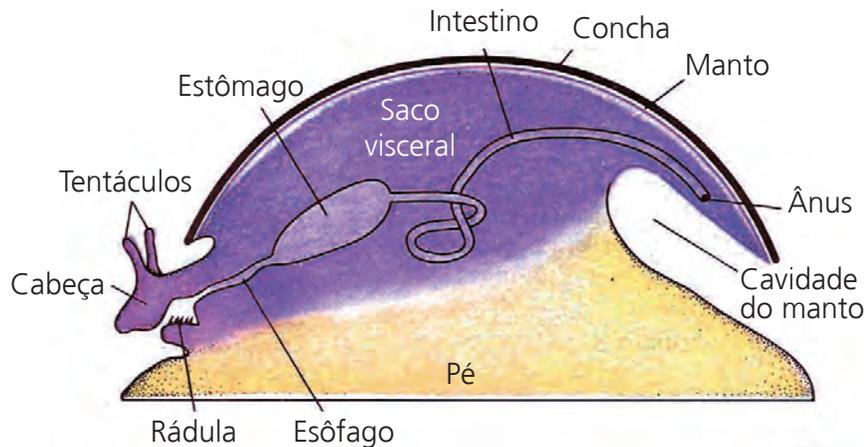
Anatomia e Fisiologia



"Molusco ancestral hipotético", destacando a sua anatomia e seus sistemas fisiológicos.

• Cabeça, pé e massa visceral

Embora imensamente diversificados, os moluscos têm em comum um plano corporal básico, com suas três partes identificáveis: cabeça, pé e massa (saco) visceral.



"Molusco ancestral hipotético", para facilitar a descrição do plano corporal básico dos moluscos.

De acordo com a classe, estas partes encontrar-se-ão diferentemente desenvolvidas, refletindo a sua adaptação a um modo de vida particular.

A maioria dos moluscos tem cabeça bem desenvolvida, a qual é portadora da boca e de alguns órgãos sensoriais especializados. Nos cefalópodes (lulas e polvos) e gastrópodes (caramujos, caracóis e lesmas) a cabeça é desenvolvida, já que são animais que procuram ativamente o alimento no meio em que vivem. Nos bivalves (mariscos e ostras) ela não é desenvolvida, devido ao modo de vida sésil e filtrador.

O pé dos moluscos pode estar diversamente adaptado para locomoção, para fixação a um substrato ou para uma combinação de funções. O pé é uma estrutura que apresenta músculos, com função que difere de acordo com o grupo de molusco. Nos cefalópodes, os pés (transformados em tentáculos) apresentam a capacidade de nadar, caminhar ou capturar presas. Nos gastrópodes, os pés promovem locomoção por deslizamento em substratos. Nos bivalves, os pés são especializados em cavar ou fixar a superfícies.

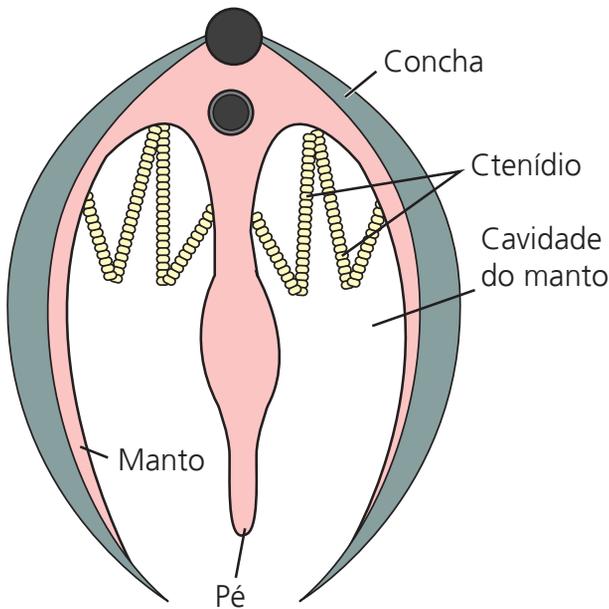
A massa visceral fica unida ao pé, sendo o local onde ficam os órgãos viscerais internos do animal. É revestida pelo manto (ou pálio), uma dobra epidérmica preenchida por tecido conjuntivo, responsável por produzir a concha. Em diversos moluscos, o manto origina uma cavidade entre ele e a massa visceral, a cavidade do manto (ou cavidade palial), local da abertura do ânus e o nefrídioporo do metanefrídeo (estrutura excretora).

• Concha

A concha, presente na maioria dos moluscos, é secretada pelo manto, sendo o exoesqueleto do animal. O manto tem três camadas de tecidos: um epitélio secretor, que produz a concha e que, portanto, está diretamente em contato com ela; um tecido conjuntivo e, mais internamente, voltado para a cavidade do manto, um epitélio ciliado.

A maioria dos moluscos tem concha externa, que pode ser única ou dividida em duas ou oito partes, já, em outros, a concha é interna. A concha funciona para proteção do animal e serve como área de inserção para os músculos. Ela é constituída por três

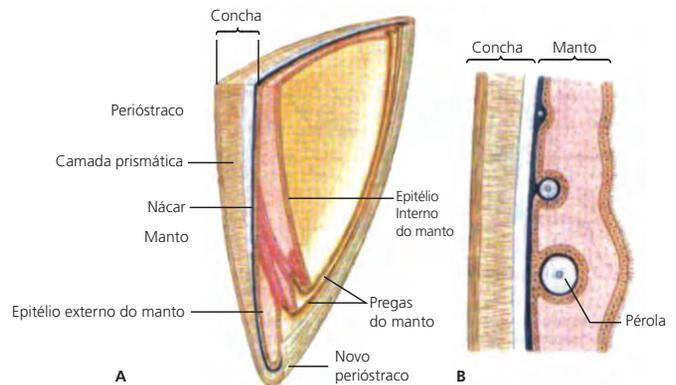
camadas: o perióstraco, o óstraco e o hipóstraco. A camada mais externa é o perióstraco, formado por uma proteína esclerotizada conhecida como conquiolina. A camada mediana é a prismática (ou óstraco), constituída por prismas de carbonato de cálcio (CaCO<sub>3</sub>) intercalados com conquiolina. A camada nacarada (ou nácar, ou hipóstraco ou madreperla) é a mais interna, formada por lamelas de calcário e por conquiolina.



Concha externa com duas valvas de um bivalve.

• **Produção de pérolas**

As ostras perliíferas são as capazes de produzir pérolas de alto valor comercial. Quando um parasito ou pequeno grão de areia se introduz acidentalmente entre o manto e a concha, inicia-se um mecanismo natural de defesa, buscando isolar o intruso, ocorrendo secreção camadas de madreperla que envolve o corpo estranho, formando uma pequena esfera que cresce envolta numa bolsa do próprio manto. O formato da pérola depende do corpo estranho. Especialmente no Japão, foram desenvolvidas técnicas de "cultivo" de pérolas, removendo-se um fragmento do manto de uma ostra perliíferas jovem e, com ele, envolve-se uma pequena esfera de nácar denominada "núcleo". Esse "núcleo" é colocado entre o manto e a concha de ostras perliíferas, estimulando localmente o manto a secretar camadas de nácar envolvendo o "núcleo". Na maioria das vezes, as pérolas naturais se formam incrustadas na camada nacarada da concha; raramente a pérola fica encaixada nos tecidos do bivalve. Essas pérolas não devem ser confundidas com as artificiais, produzidas com materiais sintéticos.

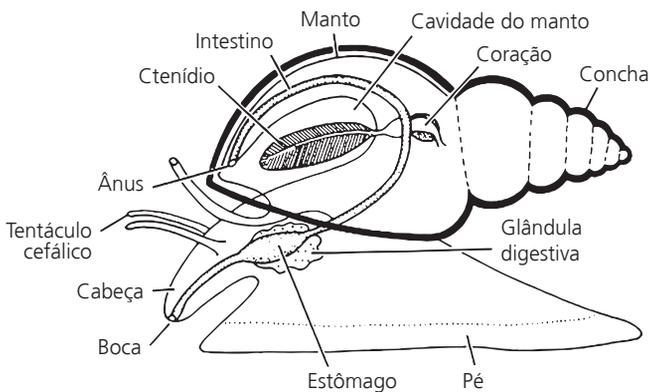


**A.** Seção vertical da concha e manto de um bivalve. O epitélio externo do manto secreta a concha; o epitélio interno é geralmente ciliado; entre os dois epitélios há um tecido conjuntivo. **B.** Formação de pérola entre o manto e a concha à medida que um parasito ou fragmento de areia sob o manto torna-se coberto com nácar.

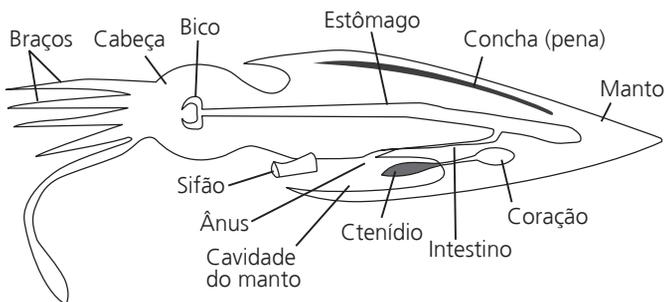
• **Digestão**

Os moluscos possuem sistema digestório completo, ou seja, com boca e ânus. O tubo digestório possui regiões especializadas para a realização de funções específicas: boca, esôfago, estômago, intestino e ânus. Também possui glândulas anexas ao tubo digestório, como a glândulas salivares conectadas à parte anterior do tubo digestório (boca ou esôfago) e as glândulas digestivas (ou cecos digestivos, ou fígado, ou hepatopâncreas) conectados à parte mediana do tubo digestório (estômago). As glândulas salivares secretam um muco lubrificante sobre a rádula, envolvendo o alimento em um cordão mucoso, além de enzimas digestivas. As glândulas digestivas secretam enzimas, podendo se dispor em vários grupos no tubo digestório do animal. Em muitas espécies herbívoras pode haver uma "moela" muscular para triturar a matéria vegetal. A "moela" pode ter placas (ou dentes) quitinosas ou calcárias. Polvos, *Nautilus* e muitos gastrópodes possuem um "papo", região expandida do esôfago responsável pelo armazenamento.

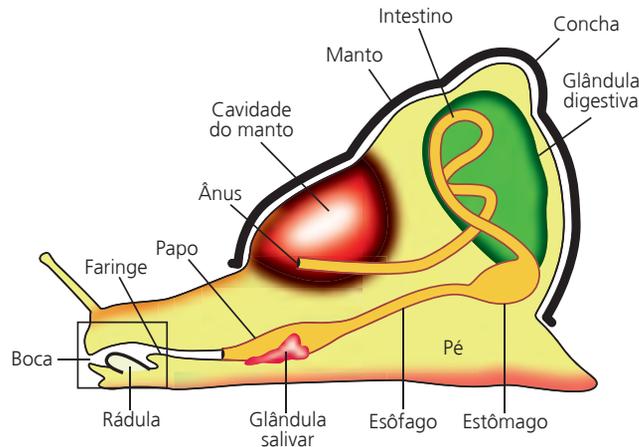
Na boca dos moluscos, exceto bivalves e na maioria dos solenogastres, há uma estrutura denominada de rádula, que corresponde a uma língua raspadora. A rádula é formada por uma membrana em forma de esteira, sobre a qual estão fixadas fileiras de pequenos dentes quitinosos. Músculos especiais movem a rádula e respectivas cartilagens de suporte (odontóforo) para dentro e para fora, levando à raspagem (fragmentação) do alimento.



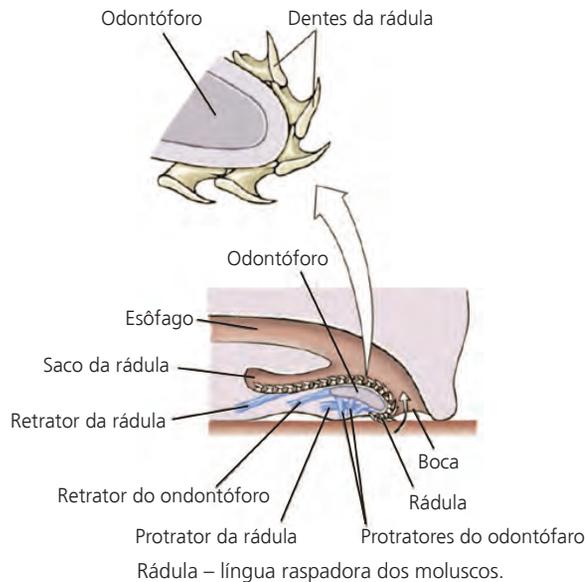
Concha externa de um caracol, gastrópode terrestre.



Concha interna de uma lula, cefalópode.

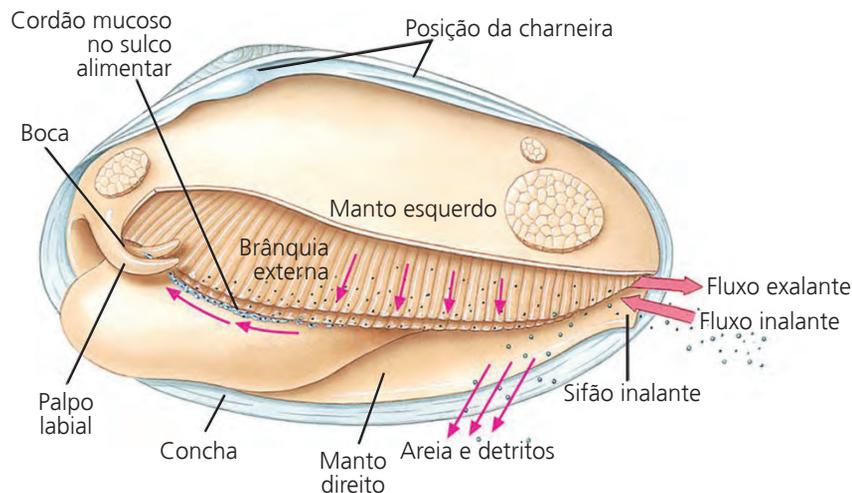


Sistema digestório completo de gastrópode.



Rádula – língua raspadora dos moluscos.

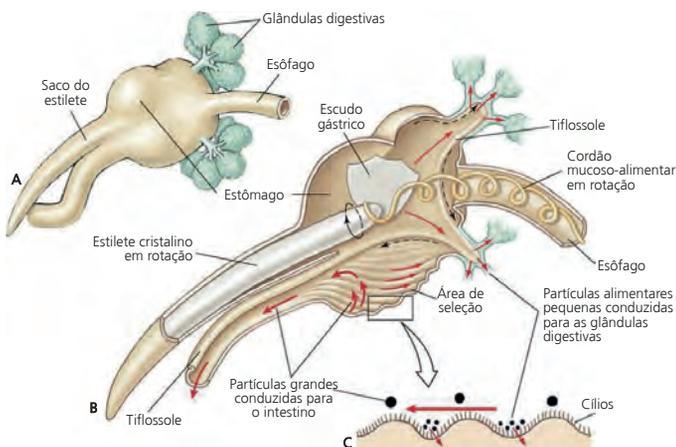
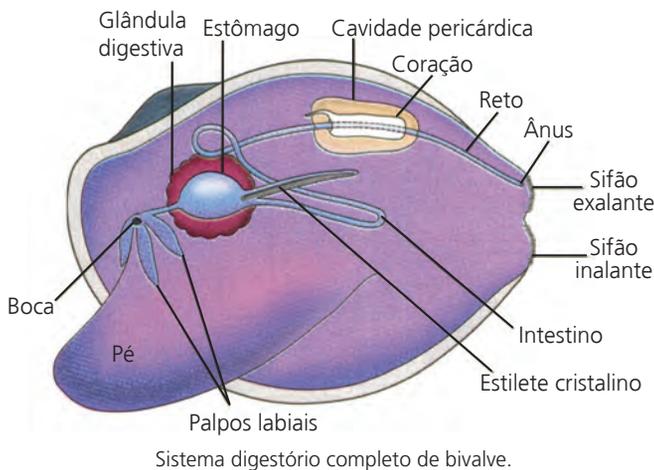
Os bivalves são animais filtradores, utilizando as brânquias para capturar alimento (partículas orgânicas e microrganismos planctônicos) trazido pela água que circula entre suas conchas. O batimento dos cílios que reveste o epitélio interno do manto e as brânquias (ctenídios) faz a água entrar pelo "sifão inalante", abertura posterior da concha. Ao entrar, a água traz o alimento que se fixa ao muco que recobre as brânquias. O muco e o alimento são deslocados pela ação dos cílios em direção a um par de palpos labiais carnosos (apêndices bucais), localizados na periferia da boca. Os palpos conduzem a massa de muco e alimento para a boca. A água é eliminada para o exterior do corpo pelo "sifão exalante", abertura também posterior da concha, situada sobre o "sifão inalante".



Fluxo de água pelas brânquias de um bivalve. A corrente de água traz tanto gás oxigênio como nutrientes para as brânquias, que apresentam um papel tanto nas trocas gasosas como na alimentação do molusco.

Os cefalópodes, como os polvos e as lulas, são ativos predadores que se alimentam de vermes, crustáceos e peixes, possuindo na cavidade bucal duas fortes mandíbulas quitinosas curvas. Estas estruturas são usadas para remover partes das presas, que serão deglutidas com a colaboração da rádula. Nos cefalópodes o alimento é misturado à secreção com muco lubrificante das glândulas salivares, segue pelo esôfago e chega ao estômago, por peristaltismo da musculatura do tubo digestório. No estômago, recebe secreções com enzimas das glândulas digestivas. A digestão nos cefalópodes é exclusivamente extracelular, e a absorção do alimento ocorre nas glândulas digestivas. Após o estômago, a massa de alimento segue pelo intestino através de peristaltismo, terminando o tubo digestório no ânus, que se abre próximo ao sifão.

Em vários bivalves e gastrópodes, o estômago possui uma evaginação chamada de "saco do estilete", responsável pela produção do "estilete cristalino". Este é constantemente produzido e desgastado no interior do estômago. O "estilete cristalino" é um bastão gelatinoso, translúcido e enzimas digestivas (especialmente a amilase). O batimento de cílios presentes em determinadas regiões do estômago faz o "estilete cristalino" realizar um movimento de rotação. Ao girar, ele atrita-se contra o escudo gástrico quitinoso (uma placa áspera também em uma posição específica do estômago), liberando enzimas digestivas que os constituía. O movimento de rotação faz o alimento envolvido pelo cordão mucoso (ou proto-estilete) se enrolar com o "estilete cristalino". Associado a esses processos, o pH ácido do estômago provoca desagregação desse muco e os fragmentos de alimento são liberados, tornando mais fácil a ação das enzimas digestivas.



Estômago e estilete cristalino generalizado de um bivalve. O estilete cristalino gira contra o escudo gástrico, liberando enzimas digestivas e puxando o cordão de mucoso-alimento do esôfago.

Salvo nos cefalópodes, em todas as outras classes de moluscos, a massa alimentar é impulsionada pelo movimento ciliar das células do revestimento do tubo digestório. A digestão extracelular ocorre no estômago e no interior das glândulas digestivas, enquanto a absorção e a digestão intracelular acontecem nas células das glândulas digestivas e nas paredes intestinais. Nos grupos de moluscos mais primitivos, a digestão intracelular tende a predominar.

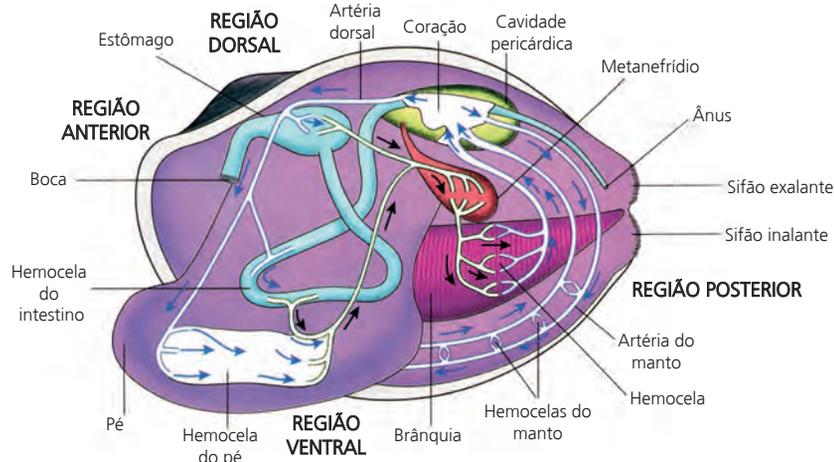
• **Circulação**

O sistema circulatório é formado por vasos, coração e um fluido, denominado preferencialmente de hemolinfa, quando sistema circulatório é aberto (maioria dos moluscos), ou de sangue, quando o sistema circulatório é fechado (cefalópodes).

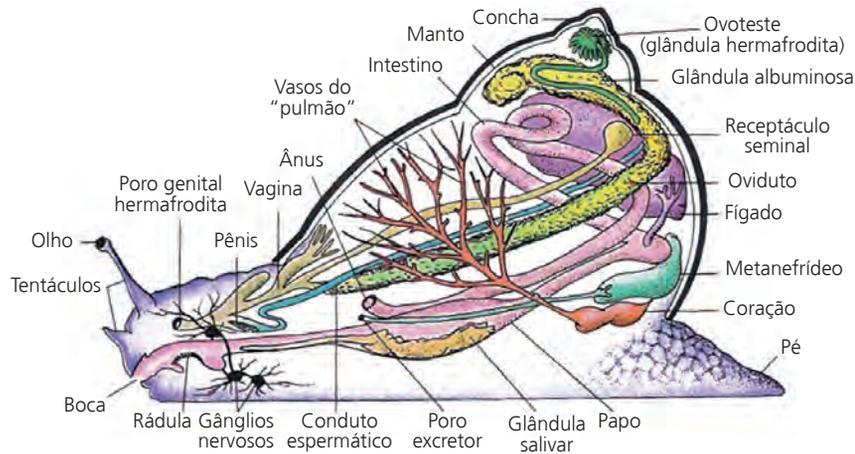
O coração é composto por dois átrios e um ventrículo, localizando-se na "cavidade pericárdica", que representa a cavidade celômica reduzida. Esta cavidade permite que coração possa contrair e relaxar suas câmaras, o que não seria possível caso ele estivesse envolto por órgãos. A contração cardíaca impulsiona a hemolinfa para vasos, e, no sistema circulatório aberto (ou lacunar), esse fluido sai dos vasos e cai em cavidades denominadas de "hemocelos" ou "lacunas", que banham as células, havendo nelas as trocas gasosas e transferência de nutrientes. A hemolinfa é oxigenada quando passa por estruturas adaptadas para as trocas gasosas como as brânquias, pulmões ou pele. O sistema circulatório aberto também pode realizar outra importante função para os moluscos. Por exemplo, nos bivalves e nos gastrópodes as hemocelos funcionam como um esqueleto hidrostático, auxiliando na locomoção e em atividades como a de escavação.

Nos cefalópodes (polvos, lulas, sépias e *Nautilus*), o sistema circulatório é fechado. O sangue é bombeado do coração para os vasos, havendo, nos capilares, as trocas gasosas e a transferência de nutrientes. Como o sangue sempre circula dentro de vasos, a pressão vascular é maior que no sistema circulatório aberto, havendo, por isso, retorno mais rápido do sangue ao coração. Isto representa uma adaptação que tornou mais ativo os animais de sistema circulatório fechado, como os cefalópodes, pelo fato de uma maior oxigenação dos tecidos. Muitos invertebrados com sistema circulatório fechado dependem dos movimentos corporais e da aplicação da pressão celômica nos vasos (que frequentemente contêm valvas unidirecionais) para movimentar seu sangue.

A hemolinfa da maioria dos moluscos possui um pigmento respiratório transportador de gás oxigênio e carbônico denominado de hemocianina, proteína conjugada que contém cobre (Cu). Ao se ligar ao gás oxigênio, a hemocianina torna-se azulada, quando se desliga desse gás fica incolor. A hemocianina é sempre encontrada dispersa na hemolinfa, nunca no interior de células, isto representa uma característica possivelmente relacionada com a necessidade de liberar oxigênio rapidamente.



Sistema circulatório de um bivalve. As setas vermelhas correspondem ao fluxo de hemolinfa oxigenada, e as pretas de hemolinfa desoxigenada.

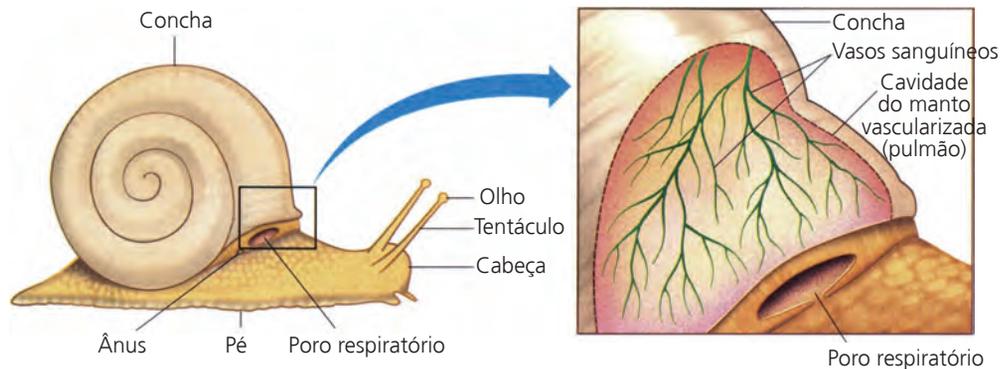


Anatomia de um caracol. Em "vermelho" o coração conectado a vasos. Em "verde" o metanefrídio com o túbulo excretor terminando em "poro excretor" ou "nefridiópore".

• **Respiração**

Na maioria dos moluscos, a respiração se faz através de brânquias, chamadas ctenídios. Localizadas na cavidade palial (do manto), elas retiram oxigênio dissolvido na água, que é levado pela hemolinfa para todas as células do corpo. O gás carbônico segue caminho inverso. Nos moluscos, salvo em cefalópodes, as brânquias são ciliadas. O batimento desses cílios faz a água circular na cavidade palial, o que favorece a entrada constante de água com maior concentração de gás oxigênio nessa região do animal. Nos cefalópodes, a circulação de água pela cavidade palial ocorre devido a ação da musculatura associada ao manto, que nesses animais é bastante desenvolvida. Essa mudança de renovação da água da cavidade palial por ação de músculos do manto, e não pelos cílios das brânquias, foi fundamental para que os cefalópodes pudessem apresentar um hábito mais ativo que os demais moluscos. As trocas gasosas passaram a ser realizadas de forma mais rápida, pelo fato de haver maior velocidade da corrente de água renovada e com maior concentração de gás oxigênio na cavidade palial.

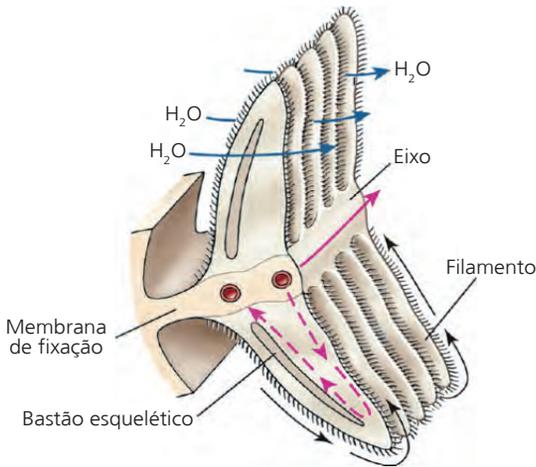
Os gastrópodes terrestres (caracóis e lesmas) não há brânquias e trocas gasosas, ocorrem por meio de uma cavidade do manto altamente vascularizada (pulmão). Essa cavidade é fechada, com apenas um pequeno orifício diminuto conhecido como "pneumostômio". Através de contrações e dilatações da cavidade do manto, o ar entra e sai do pulmão pelo "pneumostômio".



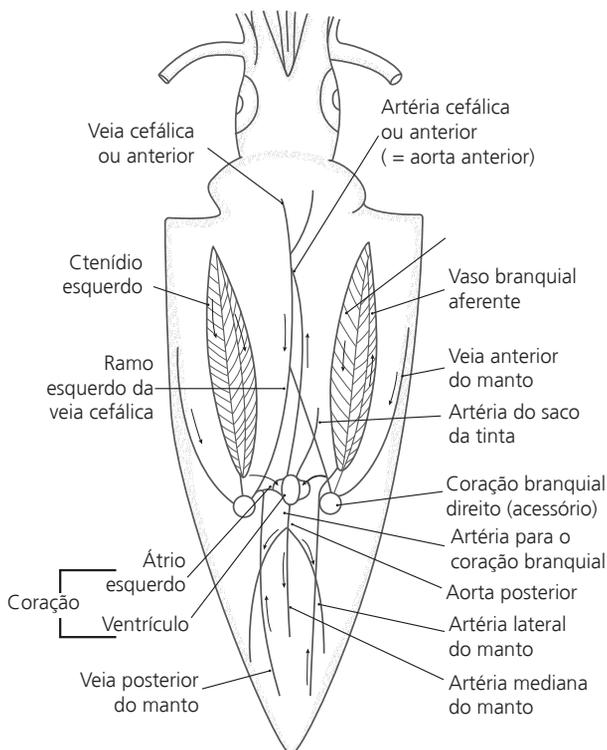
Caracol, gastrópode terrestre, na imagem à direita. O "poro respiratório" ou "pneumostômio" em destaque na imagem à esquerda.

Os caramujos planorbídeos, hospedeiros do verme *Schistosoma mansoni*, são gastrópodes aquáticos com respiração pulmonar, isto os obriga a fazer incursões repetidamente à superfície da água para realizarem trocas gasosas.

Alguns zoólogos também afirmam que em certos gastrópodes terrestres, como as lesmas, fazem respiração cutânea indireta. Nesse processo ocorre difusão de gases pela pele, com entrada de gás oxigênio e saída de gás carbônico, sendo esses gases transportados pela hemolinfa do sistema circulatório.



O ctenídio (brânquia) ciliado de molusco não cefalópode. Essa estrutura consiste em um eixo longo, achatado, prolongando-se a partir da parede da cavidade do manto. A circulação da água entre os filamentos branquiais é promovida por cílios, e a hemolinfa difunde-se através do filamento vindo do vaso aferente (estrutura circular vermelha mais à direita no eixo central) e passando para o vaso eferente (estrutura circular vermelha mais à esquerda no eixo central). As setas pretas indicam correntes ciliares. As setas vermelhas indicam o fluxo de hemolinfa.



O ctenídio (brânquia) não ciliado de molusco cefalópode.

**Excreção**

As estruturas excretoras básicas dos moluscos são os metanefrídios tubulares únicos ou duplos (geralmente conhecidos como nefrídios, ou rins), que são semelhantes aos dos anelídeos. O metanefrídio possuem duas aberturas conectadas por um "túbulo", uma das aberturas é ciliada, sendo denominada de "nefróstoma" que se abre na cavidade pericárdica (celoma reduzido), e a outra o "nefridióporo", que se abre na cavidade do manto, geralmente próximo ao ânus. Os fluidos pericárdicos são filtrados pelo nefróstoma e entram nos túbulos do metanefrídio, onde ocorre reabsorção e secreção seletivas de substâncias ao longo da parede do túbulo, até que a urina final esteja pronta para ser eliminada pelo nefridiόporo.

Os moluscos aquáticos excretam principalmente amônia, e os terrestres (gastrópodes) conservam água, convertendo excretando majoritariamente ácido úrico. A maioria das espécies marinhas é representada por osmoconformadores, isto é, produzem urina na mesma concentração da hemolinfa (isosmótica). Já nas espécies de água doce os metanefrídios são capazes de excretar urina menos concentrada que a hemolinfa (hiposmótica) devido a reabsorção ativa de íons e pela liberação de grandes quantidades de água na urina.

**Controle nervoso**

Na maior parte dos moluscos, o sistema nervoso é formado por três pares de gânglios nervosos principais (cerebrais, pleurais e pediosos) que se ligam a pares de cordões nervosos longitudinais conectados por comissuras transversais, criando um sistema nervoso em forma de escada. Além da presença de pares de gânglios nervosos secundários (buciais, esofágicos e viscerais).

Dois pares, os gânglios cerebrais e pleurais, estão em posição dorsal ou lateral ao esôfago e um par, o gânglio pedal, está situado em posição ventral ao tubo digestório, na parte anterior do pé. Nos cefalópodes, bivalves e gastrópodes, os gânglios cerebrais e pleurais geralmente estão fundidos. A partir dos gânglios cerebrais, os cordões nervosos inervam os tentáculos, olhos, estatocistos e superfície da região cefálica. Nesta, também podemos observar a presença de gânglios bucais que controlam a boca, rádula e esôfago.

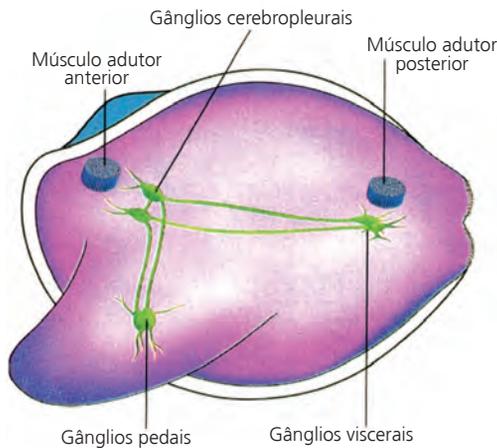
Os gânglios pleurais controlam, através de cordões nervosos, órgãos da massa visceral e manto. O par de gânglios pleurais se conecta também através de cordões nervosos ao par de gânglios esofágicos (ou intestinais, ou paliais) que se estendem até os gânglios viscerais pareados. Os gânglios esofágicos controlam através de cordões nervosos as brânquias e o osfrádio, enquanto os gânglios viscerais também controlam órgãos da massa visceral. Os gânglios pedais também originam um par de cordões de nervos que controlam os músculos do pé.

O nível de desenvolvimento do sistema nervoso dos cefalópodes é único dentro dos moluscos e dos invertebrados em geral. Os gânglios pareados encontrados nos outros moluscos não são identificáveis nos cefalópodes, nos quais a cefalização extrema concentrou os gânglios em um "cérebro" volumoso em volta do tubo digestório anterior. Desse cérebro partem algumas fibras nervosas gigantes, não encontradas em outros moluscos. Por conta dessa organização nervosa, cefalópodes como as lulas apresentam um comportamento de fuga rápida, que depende de um sistema de fibras motoras gigantes encarregadas de controlar as contrações sincrônicas e potentes dos músculos do manto.

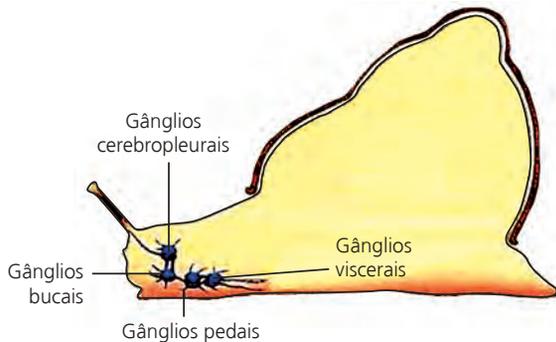
Esse avançado sistema nervoso deu aos cefalópodes o título de "mais inteligentes" dos invertebrados, sendo um polvo capaz de aprender rapidamente algumas atividades muito complexas, dependentes da memória.

Por várias décadas os neurobiólogos utilizaram os axônios

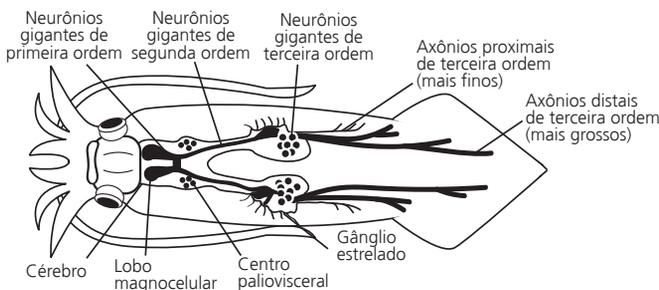
gigantes de *Loligo* como um sistema experimental para estudar a fisiologia e a mecânica nervosa, e grande parte de nosso conhecimento básico sobre como os neurônios funcionam está baseada na neurologia da lula.



Sistema nervoso de bivalve. Note que nesse molusco houve uma fusão dos gânglios cerebrais com os pleurais, formando os gânglios cerebropleurais. Observe pares de cordões nervosos unindo os três pares de gânglios (cerebropleurais, pedais e viscerais).



Sistema nervoso de um gastrópode (caracol).



Sistema nervoso de um cefalópode (lula). Observe a presença de um "cérebro" de "neurônios gigantes".

• **Percepção sensorial**

A maior parte dos moluscos apresenta diversas estruturas sensoriais, dentre elas destacam-se tentáculos, quimiorreceptores (osfrádios, rinóforos, órgãos olfatórios), receptores de equilíbrio (estatocistos) e fotorreceptores (estetos, ocelos, olhos).

A maioria dos gastrópodes tem um par de tentáculos cefálicos sensoriais que podem ter olhos, células quimiorreceptoras e táteis. As lesmas marinhas têm um par de quimiorreceptores anterodorsais, que são conhecidos como rinóforos (função análoga à do osfrádio de outros gastrópodes).

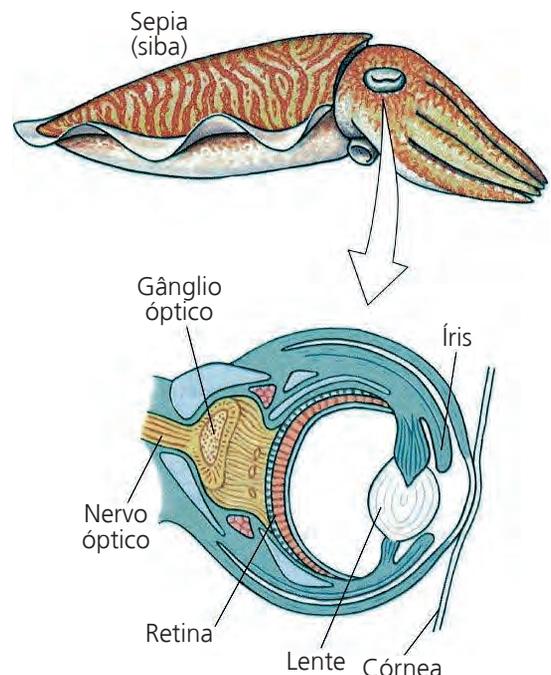
Os osfrádios são pequenos quimiorreceptores presentes

sobre ou próximas às brânquias, ou mesmo na parede do manto, com a função de identificar e analisar as substâncias dissolvidas na água. Os osfrádios estão presentes em polioplacóforos, bivalves, gastrópodes e nos cefalópodes foi identificado somente em nautilóides, como o *Nautilus*. Cefalópodes, como os polvos, possuem em seus braços células táteis e quimiorreceptoras, e os órgãos olfatórios, quimiorreceptores próximos dos olhos.

Os cefalópodes têm, na cabeça e nos braços, linhas epidérmicas com células mecanorreceptoras que detectam movimentos da água. Essas linhas são análogas à linha lateral dos peixes.

Os estatocistos são órgãos que servem para detectar a orientação de corpo em relação à gravidade. O estatocisto corresponde a uma vesícula esférica, preenchida por líquido, com estatólitos (grânulos de carbonato de cálcio), revestida por uma camada de células mecanorreceptoras ciliadas ligadas a fibras nervosas sensoriais. Alterações na postura do corpo do animal em relação ao sentido da gravidade causará mudança na posição dos estatólitos em relação aos mecanorreceptores ciliados, sendo essa alteração percebida pelo sistema nervoso do animal. Nos gastrópodes localiza-se no pé, já nos cefalópodes, na cabeça. Experimentos de remoção dos estatocistos em determinadas espécies de caracóis (*Pomacea*) demonstraram que o animal tem dificuldade em permanecer sobre superfícies verticais.

Os estetos correspondem a fotorreceptores não formadores de imagens (salvo no quíton *Acanthopleura*, que possuem estetos com olhos), mas também podem atuar como quimiorreceptores ou mecanorreceptores. Bivalves podem ter olhos, com córnea e lente, como ocorre no *Pecten* (ou vieira, ou marisco). Gastrópodes primitivos (arqueogastrópode do gênero *Haliotis*) podem ter ocelos, em forma de taça pigmentar, enquanto alguns grupos mais recentes (caracóis e caramujos) possuem olhos, com córnea e lente. Cefalópodes como o polvo e a lula têm olhos bem desenvolvidos, com córnea, lente e retina, semelhantes aos dos vertebrados e capazes de formar imagens. Os olhos desses cefalópodes representam um exemplo clássico de convergência evolutiva. A perfeita visão de lulas e polvos garantem a eles eficiência do processo de predação.



Olho de uma siba (*Sepia*). A estrutura dos olhos dos cefalópodes é muito similar àquela dos olhos dos vertebrados.

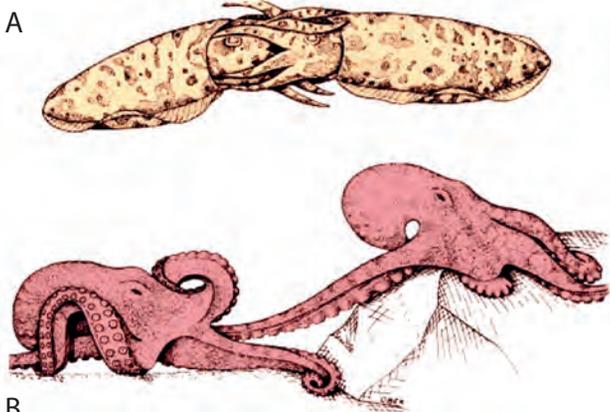
## Reprodução

Os moluscos apresentam reprodução sexuada. Havendo exemplares monoicos (gastropodes pulmonados, que correspondem à minoria dos gastrópodes) e outros dioicos (maioria dos bivalves, demais gastrópodes e cefalópodes). A fecundação pode ser interna (maior parte dos bivalves dulcícolas, gastrópodes pulmonados, cefalópodes) ou externa (maioria dos bivalves, gastrópodes basais). O desenvolvimento pode ser direto (gastropodes pulmonados, cefalópodes) ou indireto (bivalves, gastrópodes basais).

Nos monoicos, a fecundação cruzada (cópula) é a regra (mas pode haver autofecundação), com um indivíduo atuando como macho e o outro como fêmea, ou com permuta mútua de espermatozoides entre os dois. As espécies sedentárias (como a lapa terrestre, um gastrópode marinho), geralmente são hermafroditas protândricas (ou seja, produzem gametas masculinos quando são jovens e gametas femininos quando mais velhos). Os gastrópodes pulmonados aquáticos depositam seus ovos em massas gelatinosas, já os terrestres depositam em grupos, no solo ou próximo às plantas. Seus ovos são grandes, ricos em vitelo e, em geral, possuem casca calcária. Algumas espécies terrestres podem incubar seus ovos.

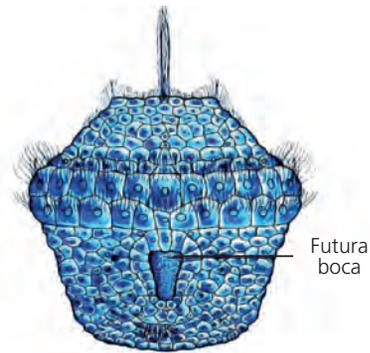
Nos dioicos, como os cefalópodes polvo e lula, o macho tem um dos braços modificado (hectocótilo) para transferir uma bolsa de espermatozoides (o espermatóforo) na cavidade do manto da fêmea ou em uma saliência que tem sob a boca.

No desenvolvimento indireto dos moluscos, forma-se inicialmente uma larva semelhante à dos anelídeos, a trocófora, que, em alguns moluscos, transforma-se em larva véliger ou larva gloquídeo. Esta última ocorre em bivalves, sendo parasita de peixes dulcícolas, fixando-se na pele ou nas brânquias. Alguns bivalves também possuem um tipo de larva exclusiva denominada de pericálma.

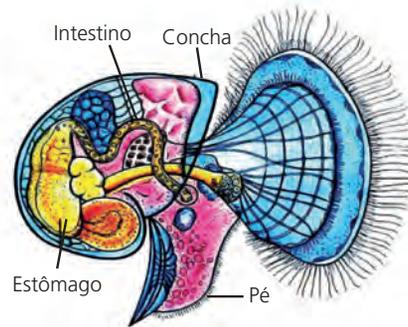


Cópula em cefalópodes. **A.** Sépias (ou chocos, ou sibas) acasalando.

**B.** O polvo macho usa um braço modificado para depositar espermatóforos na cavidade do manto da fêmea, para fecundar seus ovos.

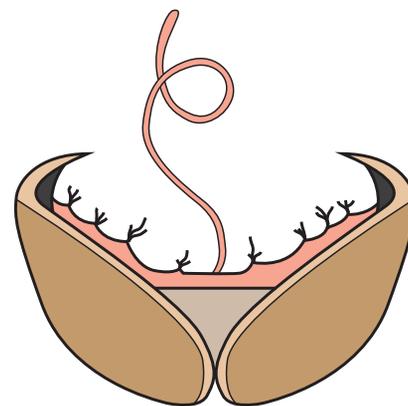


LARVA TROCÓFORA



LARVA VÉLIGER

Larvas de típicos moluscos.



Larva gloquídeo, exclusiva de bivalves.



### Exercícios de Fixação

01. (Unesp) Os microplásticos representam aproximadamente 92,4% da contagem global de partículas de lixo plástico. Estes pequenos plásticos de até 5 mm de tamanho estão entrando no ambiente marinho, contaminando um sistema já vulnerável.

Disponível em: <www.arocha.org>. Adaptado.

Os mexilhões estão entre os invertebrados marinhos diretamente afetados pela presença de partículas de microplásticos nas águas, uma vez que, para se alimentarem,

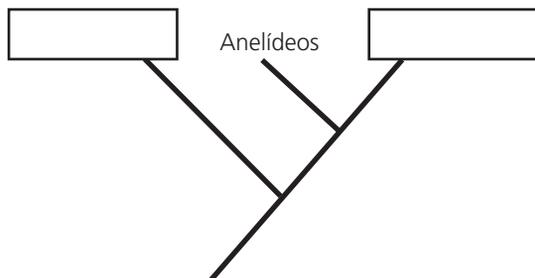
- A) capturam micropartículas batendo os flagelos dos coanócitos.
- B) raspam com a rádula a superfície do substrato marinho.
- C) trituram com dentes calcários outros animais menores.
- D) filtram partículas de alimento na água circundante.
- E) circulam a água pelos canais do sistema ambulacrário.

02. (Unicamp) Organismos vivos são classificados em grupos taxonômicos que devem, preferencialmente, refletir as relações de parentesco evolutivo entre as espécies.

A) A tabela apresentada a seguir contém características presentes em anelídeos, platelmintos e moluscos. Preencha corretamente todos os espaços em cinza na tabela, referentes às características listadas na primeira coluna, de acordo com as opções indicadas na segunda coluna. Atenção: há duas colunas denominadas X e Y; uma representa moluscos e a outra representa platelmintos.

Característica	Opções	X	Anelídeos	Y
Celoma	Acelomados, Pseudocelomados ou Celomados	Celomados		Acelomados
Simetria	Radial, Pentarradial ou Bilateral	Bilateral		Bilateral
Larva		Trocófora	Trocófora	Tipo varia com a espécie
Sistema circulatório	Ausente ou presente		Presente	
Sistema digestório	Incompleto ou completo (com boca e ânus)	Completo (com boca e ânus)		Incompleto
Carapaça calcárea	Ausente ou presente	Presente (algumas espécies)	Ausente	Ausente
Eixo ântero-posterior	Indefinido, definido ou variável	Variável	Definido	
Segmentação	Ausente ou presente	Ausente		Ausente
Exemplo de organismo (nome comum)				

B) Um dos critérios para a construção do diagrama a seguir é o número de características compartilhadas entre pares de grupos taxonômicos. Preencha os retângulos em branco do diagrama com o nome de um dos dois grupos – moluscos ou platelmintos. Utilize as linhas em branco para explicar o que representa esse tipo de diagrama.



03. (G1 – UTFPR) Assinale a alternativa correta.

Uma pessoa que tenha alergia a crustáceos vai a um restaurante onde servem frutos do mar.

Ela pode consumir apenas pratos com:

- A) mexilhões e lulas.
- B) lagostas e polvos.
- C) caranguejos e camarões.
- D) ostras e lagostas.
- E) caranguejos e polvos.

04. (G1 – CFTMG) (...) Mas, sem saber, a odeia: deseja que ela suma, que um disco voador a rapte e que, por um encanto ou até, quem sabe, por obra de algum poderoso veneno, se dissolva, assim como ocorre com as lesmas, quando ele as cobre de sal.

RITER, Caio. *Eu e o silêncio de meu pai*. São Paulo, Biruta, 2011. p.14.

Essa substância depositada sobre as lesmas causa sua morte porque, em nível celular, provoca

- A) desnaturação das proteínas, impedindo suas funções.
- B) absorção de água do citoplasma, desidratando o organismo.
- C) bloqueio da absorção de oxigênio, intoxicando esses animais.
- D) acidificação do meio intracelular, dissolvendo esses moluscos.

05. (UFRGS) O cardápio a seguir descreve alguns pratos da culinária brasileira.

Cardápio de Frutos do Mar	
Espaguete com mexilhão	R\$ 69,30
Risoto de polvo	R\$ 72,60
Risoto de camarão	R\$ 74,80
Risoto de mexilhão	R\$ 63,80
Polvo ao coco	R\$ 91,90
Camarão ao queijo	R\$ 99,30
Camarão ao molho de tomate	R\$ 82,50
Camarão ao coco	R\$ 91,90

Em relação aos animais citados no cardápio, é correto afirmar que

- A) polvos e mexilhões pertencem à classe dos gastrópodes.  
 B) camarões pertencem à classe dos aracnídeos.  
 C) polvos e mexilhões pertencem ao Filo Mollusca.  
 D) camarões e mexilhões pertencem ao Filo Arthropoda.  
 E) todos os animais citados são crustáceos.

06. (Acafe)

**TIME BRASILEIRO MAPEIA DNA DE MOLUSCO PARA FREAR PRAGA EM RIOS**

Um grupo de cientistas brasileiros sequenciou o genoma de uma espécie invasora de molusco que chegou ao Brasil nos anos 1990, vindo da China em navios, e estuda agora uma modificação genética no animal para frear sua proliferação em rios e lagos. Como não tem predadores naturais e se reproduz já a partir do primeiro mês de vida, o mexilhão-dourado (*Limnoperna fortunei*) virou uma verdadeira praga de água doce, que gruda em cascos de embarcações, entope turbinas de hidrelétricas e desequilibra todo um ecossistema. A metodologia consiste na busca pelos genes envolvidos no sistema reprodutivo do animal para realizar a alteração genética, produzindo fêmeas inférteis a partir da segunda geração, o que deve fazer com que a espécie entre em colapso e desapareça com o tempo.

CIB, 29/08/2017.

Disponível em: <<http://cib.org.br>>.

Considere as informações contidas no texto e os conhecimentos relacionados ao tema, marque (V) para as afirmações verdadeiras e (F) para as falsas, e assinale a alternativa com a sequência correta.

- ( ) Os moluscos constituem um grande filo de animais invertebrados, podendo ser encontrados em ambientes marinhos, de água doce, ou terrestres. A classe dos bivalves, por ser na maioria de animais filtradores, é muito utilizado como indicador ambiental por acumular substâncias, tais como metais pesados.  
 ( ) Espécies exóticas são espécies de animais ou vegetais que se instalam em locais onde não são naturalmente encontradas. Muitas dessas espécies, por possuírem determinadas característica, como ciclo reprodutivo rápido, baixa demanda nutricional, ausência de predadores, entre outros, tornam-se invasoras. Assim, acabam por se tornar pragas, crescendo e multiplicando-se rapidamente e alocando recursos que antes eram suficientes para o bem-estar das espécies nativas, alterando o equilíbrio ecológico do local.

- ( ) O molusco conhecido como caracol-gigante africano (*Achatina fulica*), também denominado *escargot* africano, é uma espécie exótica que foi introduzida no Brasil para fins alimentícios. Como espécie invasora, pode ocupar casas, se alimentar de várias espécies vegetais, causando danos à agricultura, e pode transmitir doenças às diferentes espécies, inclusive à humana, tais como esquistossomose ou barriga d'água, meningoencefalite eosinofílica e a estrongiloidíase.

- ( ) A invasão de espécies exóticas muito adaptáveis e competitivas em áreas distintas do globo terrestre tende a empobrecer e homogeneizar os ecossistemas, ocasionando declínios populacionais e extinções de espécies nativas.

- A) V – V – F – V  
 B) V – V – V – V  
 C) F – V – V – F  
 D) F – F – V – V

07. (Udesc) “Moluscos são animais do Filo Mollusca, do latim *molluscus* significa ‘mole’, portanto, molusco é um animal de corpo mole que pode ser recoberto por uma concha, ou não, apresenta uma simetria bilateral e, em idade adulta, um corpo não segmentado.”

RUPPERT & BARNES, 2005.

Analise as proposições em relação aos moluscos, e assinale (V) para verdadeira e (F) para falsa.

- ( ) As lesmas são cefalópodes com o corpo constituído por manto, pé e cabeça, com um par de tentáculos ópticos e um par de tentáculos sensoriais. São adaptadas ao ambiente terrestre e possuem respiração cutânea.  
 ( ) As ostras do mangue são bivalves marinhos com respiração branquial e filtradores, que se alimentam principalmente de fitoplâncton.  
 ( ) Os polvos são cefalópodes marinhos, sem presença de concha e apresentam respiração branquial.  
 ( ) Os caramujos possuem concha em espiral, com voltas ou giros no mesmo plano, esses gastrópodes terrestres apresentam respiração pulmonar.  
 ( ) Os mexilhões são gastrópodes sésseis que vivem fixos pelo bisso às rochas costeiras e têm o hábito alimentar herbívoro raspador de algas.

Assinale a alternativa correta, de cima para baixo.

- A) V – V – V – F – V  
 B) F – V – V – V – V  
 C) F – V – V – V – F  
 D) V – F – F – F – V  
 E) F – V – F – V – F

08. (Unioeste) Em uma viagem à Espanha, Ana foi a um típico restaurante e pediu um prato de *Paella*, muito tradicional na região. Gostou tanto do sabor que, ao voltar para o Brasil, resolveu fazer a receita para a sua família. Ao pesquisar na internet, encontrou a seguinte receita:

**PAELLA TRADICIONAL – INGREDIENTES**

- 1 kg de polvo
- 1 kg de lula
- 1 kg de mexilhões
- 1/2 kg de camarão médio
- 1/2 kg de arroz
- 400 g de pimentões
- 400 g tomates
- Sal, pimenta, azeite e açafrão a gosto.

Assim, pode-se dizer que esta receita

- A) tem como ingredientes representantes dos filos Mollusca e Arthropoda.
  - B) tem como ingredientes apenas crustáceos e moluscos cefalópodes.
  - C) tem como ingredientes apenas moluscos bivalves e crustáceos.
  - D) tem como ingredientes moluscos gastrópodes e bivalves, além de crustáceos.
  - E) tem como ingredientes apenas representantes do filo Mollusca.
- 09.** (Uerj) Esponjas e mexilhões podem ser considerados bioindicadores, uma vez que a análise de seus tecidos revela a concentração de poluentes na água.

Isso ocorre porque, no meio aquático, esses animais são caracterizados, em sua maioria, como:

- A) filtradores.
- B) raspadores.
- C) predadores.
- D) decompositores.

- 10.** (Uerj) Os moluscos são animais de corpo mole que, em sua maioria, possuem sistema circulatório aberto e concha calcária, movimentam-se lentamente e se restringem a ambientes aquáticos. Entretanto, modificações nesse padrão são encontradas em cefalópodos, como as lulas, e em alguns gastrópodos, como o caramujo, conforme se observa na tabela.

Moluscos	Habitat	Preferência alimentar	Modificações
Cefalópodos	marinhos	peixes	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Concha interna reduzida ou ausente.</li> <li>– Sistema circulatório fechado.</li> </ul>
Gastrópodos	terrestres	vegetais	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Desenvolvimento sem passagem pela etapa de larva.</li> <li>– Maior produção de muco.</li> </ul>

Indique uma contribuição de cada uma das modificações apresentadas na última coluna da tabela, para que os respectivos grupos de moluscos sobrevivam em seus ambientes.



**Exercícios Propostos**

- 01.** (Unisinos)



Indivíduo de dragão-azul (*Glaucus sp.*)

Disponível em: <<https://s-media-cache-ak0.pinimg.com>>. Acesso em: 29 abr. 2017.

No último verão, o aparecimento do dragão-azul (*Glaucus sp.*) no litoral gaúcho impressionou, e até assustou, alguns veranistas. Embora o animal não produza toxinas, ele se alimenta de pequenos cnidários flutuantes (*Velella velella* e *Porpita porpita*) sem ser afetado por suas estruturas urticantes, que ficam armazenadas em seu corpo. Entretanto, o dragão-azul não oferece sérios riscos de acidentes com humanos. Este animal é um molusco pequeno, com dimensões de 3 a 4 cm de comprimento, pertencente ao grupo das lesmas-do-mar (nudibrânquios).

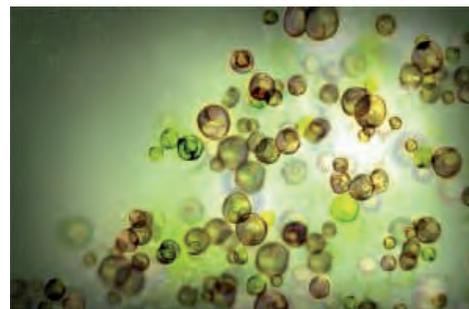
Sobre os moluscos, considere as proposições a seguir.

- I. Os moluscos possuem sistema excretor formado por metanefrídeos;
- II. O sistema respiratório dos moluscos pode ser pulmonar, cutâneo ou branquial;
- III. Os moluscos podem se reproduzir de forma sexuada ou assexuada.

Sobre as proposições anteriores, é correto afirmar que

- A) apenas I está correta.
- B) apenas II está correta.
- C) apenas I e II estão corretas.
- D) apenas I e III estão corretas.
- E) I, II e III estão corretas.

- 02.** (Unicid – Medicina) A fotomicroscopia mostra algas zooxantelas pertencentes ao gênero *Symbiodinium*, um dinoflagelado protista.



Disponível em: <<http://ecoevolab.com>>.

A interação endossimbiótica dessa espécie de alga com animais marinhos, tais como poríferos, cnidários e moluscos, é bastante frequente.

- A) Cite um benefício para as zooxantelas e um benefício para o animal marinho, decorrentes da interação endossimbiótica.
- B) Entre todos os grupos de seres vivos citados, qual apresenta maior desenvolvimento quanto à complexidade dos tecidos e órgãos? Justifique sua resposta.
03. (Unioeste) O filo Mollusca é constituído por um grande número de espécies. Dentre seus representantes, podemos citar caracóis, ostras, mariscos, polvos e lulas. Embora possuam ampla diversidade morfológica, compartilham as seguintes características:
- A) simetria radial, protostômios, acelomados, diblásticos e sistema circulatório fechado.
- B) simetria bilateral, protostômios, celomados, triblásticos e excreção por metanefrídeos.
- C) simetria bilateral, deuterostômios, celomados e triblásticos e sistema nervoso ganglionar.
- D) simetria radial, deuterostômios, celomados, triblásticos e hermafroditas.
- E) simetria radial, protostômios, pseudocelomados, diblásticos e respiração pulmonar.
04. (Unesp) Considere as seguintes características de um determinado animal: hermafroditismo, celomado, pulmão simples, um par de nefrídios, dois pares de tentáculos sensoriais, glândula pedal secretora de muco e rádula.
- A) A que classe pertence o animal que apresenta todas as características descritas? Cite um exemplo.
- B) Qual é a função do muco secretado pela glândula pedal? Cite uma classe, do mesmo filo, onde esta glândula não existe.
05. (Unicid – Medicina) Lesma, caracol, lula e polvo pertencem ao Filo Mollusca.
- A) Quais os dois tipos de sistema circulatório encontrados nos animais citados?
- B) As lesmas e os caracóis deixam um rastro viscoso por onde se locomovem. A lula e o polvo expelem um jato de tinta em determinadas situações. Explique as vantagens adaptativas destas duas ações.
06. (Uece) Nas areias das praias de todo o mundo, as conchas, estruturas de proteção típicas dos moluscos, são objetos de desejo de muitas pessoas fascinadas por sua beleza e diversidade. Sobre os moluscos, pode-se afirmar corretamente que
- A) suas conchas são produzidas por glândulas localizadas sob a pele, em uma região denominada umbo.
- B) todos os moluscos possuem uma estrutura chamada rádula, que é formada por vários dentes de quitina, os quais servem para raspar o substrato para obtenção de alimentos.
- C) dentre os moluscos, os cefalópodes possuem representantes com uma concha interna, como as lulas; representantes com uma concha externa, como os náutilos; e representantes sem concha, como o polvo.
- D) os bivalves, representados por espécies exclusivamente marinhas, são conhecidos por sua capacidade de produzir pérolas, como resposta à entrada de partículas estranhas no interior de suas valvas.

07. (G1 – CFTMG) O mexilhão dourado, originário da Ásia, chegou acidentalmente ao continente sul-americano trazido pela água de lastro dos navios. Por ter uma grande capacidade reprodutiva e dispersiva e pela ausência de predadores na fauna brasileira, causa desequilíbrios ambientais e prejuízos econômicos. Esse molusco é considerado uma espécie
- A) exótica.
- B) parasita.
- C) comensal.
- D) predadora.

08. (FGV)

O mexilhão dourado, *Limnoperna fortunei*, é um bivalente originário da Ásia. A espécie chegou à América do Sul provavelmente de modo acidental na água de lastro de navios cargueiros.

Durante a fase larval, o bivalente é levado pela água até que termina por se alojar em superfícies sólidas, onde se fixa e cresce formando grandes colônias.

Podemos citar como prejuízos causados pelo mexilhão dourado: a destruição da vegetação aquática; a ocupação do espaço e a disputa por alimento com os moluscos nativos; o entupimento de canos e dutos de água para irrigação e geração de energia elétrica, dentre outros.

Disponível em: <<http://www.ibama.gov.br>>. Adaptado.



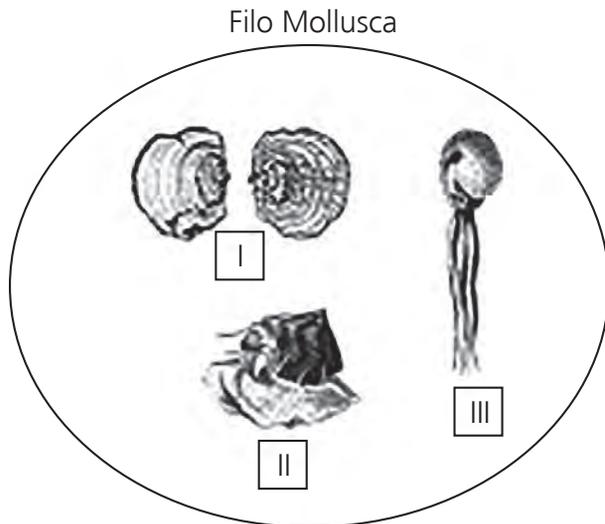
Reprodução/FGV, 2015

Disponível em: <[www.ebanataw.com.br](http://www.ebanataw.com.br)>.

É correto afirmar que o mexilhão dourado

- A) é uma espécie pertencente ao filo dos moluscos, cuja classe é a mesma dos caramujos, lesmas, polvos e lulas.
- B) demonstra elevada capacidade de dispersão em função da reprodução assexuada de sua fase larval aquática.
- C) estabelece uma relação de inquilinismo e comensalismo com os moluscos nativos dos ecossistemas da América do Sul.
- D) ao destruir a vegetação nativa ocupa o primeiro nível trófico das cadeias e teias alimentares anteriormente equilibradas.
- E) representa elevado impacto ambiental, por ser uma espécie exótica capaz de ocupar novos nichos ecológicos.

09. (UFJF-PISM) A figura a seguir é uma representação das principais características corporais encontradas no Filo Mollusca. Os números I, II e III representam algumas classes de moluscos.



- A) Denomine uma classe da figura anterior que inclui moluscos com rádula e outra sem rádula.  
 B) Como os moluscos sem rádula se alimentam?  
 C) Cite um exemplo que demonstra a importância ecológica dos bivalves.
10. (UFRGS) Com base nas características dos moluscos, assinale com (V) (verdadeiro) ou (F) falso as afirmações seguintes.  
 ( ) Os moluscos apresentam simetria radial.  
 ( ) O corpo é constituído por cabeça, pé e massa visceral.  
 ( ) Os bivalves possuem sífões para a entrada e a saída de água.  
 ( ) A composição da concha externa é calcária ou celulósica.
- A sequência correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é  
 A) F – F – V – F  
 B) V – F – F – V  
 C) F – V – V – F  
 D) V – V – F – V  
 E) V – V – F – F
11. (Unicamp) O filo Mollusca é o segundo maior do reino animal em número de espécies. É correto afirmar que os moluscos da classe Gastropoda  
 A) são exclusivamente marinhos.  
 B) possuem conchas, mas não rádula.  
 C) são exclusivamente terrestres.  
 D) possuem pé desenvolvido e rádula.
12. (UFJF-PISM) Espécies invasoras, introduzidas acidentalmente ou propositalmente, como no caso do escargot, causam muitos danos, provocando prejuízos econômicos e ambientais. Em 1991, o mexilhão-dourado (*Limnoperna fortunei*), um bivalve de água doce, originário da Ásia, chegou à América do Sul, provavelmente vindo de Hong Kong ou da Coreia por água de lastro de navios. Espalhou-se rapidamente e tornou-se uma espécie invasora, inclusive no Brasil, onde chegou em 1998, e já infestou rios, lagos e reservatórios da Região Sul e do Pantanal.

- É correto afirmar que essa espécie invasora é capaz de:  
 A) alocar recursos suficientes para sua sobrevivência, sem afetar o bem-estar de todas as espécies naquele habitat.  
 B) proliferar de forma controlada, sem ameaçar o equilíbrio dos ecossistemas, o qual ela vai ocupando e transformando em seu benefício.  
 C) instalar-se no novo habitat, sem qualquer perturbação dos ciclos físicos, químicos, biológicos e climáticos.  
 D) invadir determinadas áreas do globo, tendendo a enriquecer os ecossistemas, sem perda de biodiversidade.  
 E) levar à extinção as espécies nativas, pois, ocupando o mesmo nicho ecológico, compete por alimento.

13. (UPF) Animais de corpo mole, sem esqueleto, mas geralmente protegidos por uma concha calcária, são denominados \_\_\_\_\_. A Classe dos \_\_\_\_\_ vive exclusivamente no mar e tem a cabeça diretamente ligada aos pés. A Classe que compreende as ostras e os mexilhões corresponde aos \_\_\_\_\_, enquanto os animais com representantes marinhos, de água doce e terrestres, cuja concha é espiralada, denominam-se \_\_\_\_\_. E ainda há a Classe dos \_\_\_\_\_, cuja concha lembra uma pequena presa de elefante, oca e aberta nas duas extremidades. A sequência de termos que completa corretamente o texto anterior está na alternativa:  
 A) Moluscos – Gastrópodes – Poliplacóforos – Cefalópodes – Crustáceos.  
 B) Cefalópodes – Crustáceos – Bivalves – Gastrópodes – Escafópodes.  
 C) Gastrópodes – Cefalópodes – Poliplacóforos – Moluscos – Escafópodes.  
 D) Poliplacóforos – Anelídeos – Cefalópodes – Bivalves – Gastrópodes.  
 E) Moluscos – Cefalópodes – Bivalves – Gastrópodes – Escafópodes.

14. (UEL) Leia o texto a seguir.

*Elysia chlorotica* (um tipo de lesma-do-mar) é um molusco híbrido de animal e vegetal, considerado o primeiro animal autotrófico. Cientistas identificaram que o *Elysia* incorporou o gene das algas *Vaucheria litorea* – o *psbO* – das quais ele se alimentava, por isso desenvolveu a capacidade de fazer fotossíntese por aproximadamente nove meses. Os últimos estudos revelam que o molusco marinho também desenvolveu capacidades químicas, permitindo-lhe sintetizar clorofila, produzindo, assim, seu alimento. Essa capacidade é a mais nova proeza do *Elysia*, cujas habilidades evolutivas têm chamado a atenção da comunidade científica.

*Superinteressante*. mar. 2010.  
 Disponível em: <<http://super.abril.com.br/mundo-animal/criatura-fusao-animal-vegetal-543145.shtml>>. Acesso em: 20 jun. 2012. Adaptado.

- A) Explique a função da clorofila na fotossíntese.  
 B) Pelo fato de realizar fotossíntese, qual seria uma possível vantagem adaptativa do *Elysia chlorotica* em relação a outros moluscos que são heterotróficos?

15. (PUCSP) Analise a tira dos quadrinhos a seguir.

**NÍQUEL NÁUSEA - Fernando Gonsales**



Reprodução/Pucsp 2012

Folha de S. Paulo.

- Embora hermafroditas, os caramujos normalmente têm fecundação cruzada, mecanismo que leva a descendência a apresentar
- aumento de variabilidade genética em relação à autofecundação e maior chance de adaptação das espécies ao ambiente.
  - diminuição da variabilidade genética em relação à autofecundação e maior chance de adaptação das espécies ao ambiente.
  - variabilidade genética semelhante à da autofecundação e as mesmas chances de adaptação das espécies ao ambiente.
  - diminuição de variabilidade genética em relação à autofecundação e menor chance de adaptação das espécies ao ambiente.
  - variabilidade genética semelhante à da autofecundação e menor chance de adaptação das espécies ao ambiente.

16. (UFMG) O caramujo africano (*Achatina fulica*), mostrado na figura a seguir, foi introduzido no Brasil, ilegalmente, na década de 1980, com o intuito de se explorar comercialmente essa espécie como iguaria gastronômica. De lá para cá, o *Achatina fulica* espalhou-se por vários estados brasileiros, mas não como uma alternativa econômica, pois seu gosto não foi tão apreciado como o *escargot* verdadeiro (*Helix aspersa*).



Reprodução/Ufmg 2011

*Achatina fulica*

- Explique** por que uma espécie exótica como essa pôde se tornar rapidamente uma praga em diversos ecossistemas brasileiros.
- Cite duas** consequências da introdução de espécies exóticas num ecossistema.
- Um hábito popular para matar lesmas e caramujos consiste em jogar sal de cozinha sobre seus corpos.

- Explique** o processo pelo qual, nesse caso, o sal leva à morte.
- Apesar de popular, o extermínio de lesmas e caramujos por adição de sal não é uma prática recomendada para uso em hortas e jardins.

**JUSTIFIQUE** essa afirmativa.

17. (UFU) Considere as afirmativas seguintes.

- Animal que excreta por células-flama;
- Animal com corpo metamerizado e com simetria bilateral;
- Animal de corpo mole com concha interna.

É correto afirmar que os animais anteriores são, respectivamente:

- planária, lula e minhoca
- minhoca, planária e polvo
- planária, minhoca e lula
- polvo, minhoca e planária

18. (Mackenzie) A respeito dos moluscos, é correto afirmar que:

- são de simetria bilateral, celomados e não segmentados.
- são encontrados, unicamente, no ambiente marinho.
- todos apresentam sistema circulatório aberto.
- a maioria é hermafrodita (monoicos).
- têm excreção por túbulos de Malpighi.

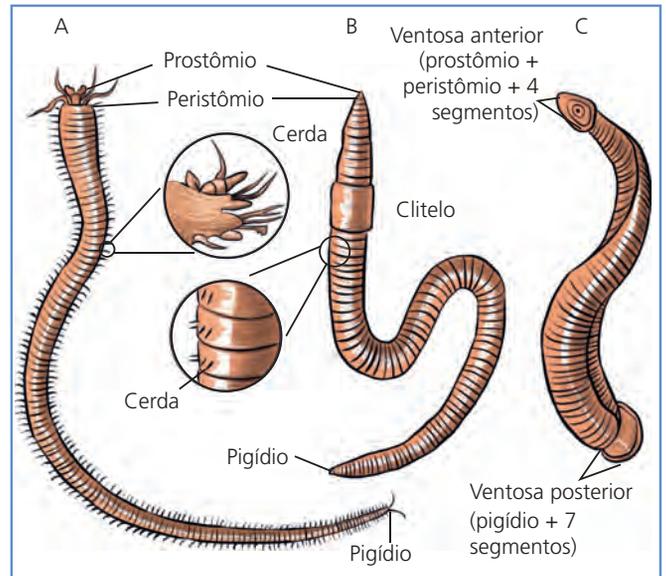
19. (Uece) Nos moluscos, o órgão constituído de uma membrana epidérmica, que possui glândulas responsáveis pela secreção da concha, é o(a)
- A) rádula.                                  B) papo.  
 C) manto.                                  D) pé.
20. (UFRRJ)

Ao realizar um teste para a criação de moluscos bivalves em cativeiro, os técnicos de um laboratório utilizaram três modelos de aquários, todos com mecanismos de aeração semelhantes.

Em um deles (A), os animais foram colocados em água marinha reconstituída a partir de água destilada onde se adicionou sais em quantidades suficientes para reproduzir a água com as mesmas características químicas da água do mar.

Nos outros dois aquários, utilizou-se água bombeada diretamente do mar, sendo que, em um deles (B), a água passava por filtros antes de chegar ao aquário. No terceiro aquário (C), a água era bombeada diretamente para o aquário.

Com base nessas informações, indique em qual dos aquários os bivalves têm as maiores chances de sobreviver e o porquê disso.



Aspecto geral dos principais grupos de anelídeos. **A.** poliqueto. **B.** oligoqueto. **C.** hirudíneo.

Os oligoquetos e os poliquetos possuem estruturas filamentosas quitinosas denominadas de "cerdas", ausentes em hirudíneos. As cerdas curtas e em forma de agulha auxiliam os segmentos a se ancorarem durante a locomoção, e cerdas longas, na forma de pelos, auxiliam na natação de formas aquáticas. Pelo fato de muitos anelídeos viverem em tubos secretados ou em galerias escavadas, cerdas rígidas também evitam que esses organismos sejam arrancados de seus habitats.

Os anelídeos são organismos que apresentam celoma, cavidade revestida por "músculos" e preenchida por "fluido", sendo estes responsáveis pela sustentação do animal, por comporem um "esqueleto hidrostático". Além do mais, esse fluido celomático atua como um meio de transporte de substâncias (como gases, nutrientes e excretas) no interior do corpo.

Possuem tamanhos variados que vão de 1 milímetro a mais de 3 metros. As formas gigantes do filo correspondem a algumas minhocas da Austrália (*Megascolides*) e alguns poliquetos marinhos com cerca de 3 metros. No Brasil, destaca-se o minhocoçu (*Rhinodrilus fafneri*), que chega a 2 metros de comprimento e 2,5 centímetros de largura, espécie inclusive ameaçada de extinção.

Os anelídeos possuem comumente tubo digestório completo, sistema circulatório fechado e órgãos excretores denominadas de metanefrídios. Possuem também larvas trocóforas como os moluscos, sugerindo-se provável origem evolutiva comum.



**A.**

**Aula**  
**20**

**Anelídeos**

C-4	H-13, 14
	H-15, 16
C-8	H-28

**Considerações Iniciais**

Os anelídeos (do latim, *annelus* = pequeno anel) é formado por vermes com simetria bilateral, protostômios, celomados e segmentados. Abundantes e muito diversificados em todos os tipos de habitats, terrestres, dulcícolas e marinhos. Apresentam em torno de 15.500 espécies, sendo as mais conhecidas as minhocas (oligoquetos – classe *Clitellata*) e as sanguessugas (hirudíneos – classe *Clitellata*), ambas presentes em ambientes terrestres e dulcícolas. Porém, o maior número de espécies do filo é composto por vermes marinhos (poliquetos – classe Polichaeta), seres menos conhecidos.

A segmentação (ou metamerismo, ou metamerização) corresponde a uma divisão do corpo em uma série de anéis, segmentos ou metâmeros (meta = sucessão; meros = parte) repetidos e separados por septos. Cada segmento possui unidades independentes do celoma e de alguns dos sistemas de funcionamento do corpo, por exemplo, nervoso, circulatório, muscular e excretor.

Nos anelídeos da classe Clitellata, oligoquetos e hirudíneos, alguns metâmeros diferenciam-se em "clitelo", estrutura importante durante a reprodução sexuada, por formar um casulo gelatinoso dentro do qual ocorre a fecundação dos óvulos.

A extremidade anterior dos anelídeos apresenta um "prostômio" e um "peristômio", este último portando a boca e ambos formando uma "cabeça". O "prostômio" corresponde a uma projeção musculosa semelhante a um lábio utilizado para cavar. Na extremidade posterior encontra-se o pigídio, região na qual geralmente se localiza o ânus. Os metâmeros ficam localizados entre o peristômio e o pigídio. Estas estruturas não considerados metâmeros, já estando presentes antes mesmo da segmentação do animal, isto é, na sua forma juvenil.



Ken Lucas / Visuals Unlimited, Inc. / Glow Images

B.



consuello123RF/Getty Images

C.

Representantes dos principais grupos de anelídeos. A. Minhoca (Oligochaeta). B. Poliqueto (Polychaeta). C. Sanguessuga (Hirudínea)

### Características Gerais

1. Triblásticos e celomados;
2. Simetria bilateral;
3. Corpo segmentado (metamerizado) e alongado;
4. Presença de muitas cerdas em poliquetos, poucas cerdas em oligoquetos e ausência de cerdas em hirudíneos;
5. Corpo revestido por uma cutícula fina e úmida sobre epitélio composto por células cúbicas e prismáticas e apresentando células glandulares e sensoriais;
6. Parede do corpo e tubo digestório com camadas de músculos circulares e longitudinais;
7. Tubo digestório completo, com áreas especializadas;
8. Sistema circulatório fechado; com os pigmentos respiratórios hemoglobina, clorocruorina e hemoeritrina;
9. Respiração cutânea indireta ou branquial;
10. Sistema excretor formado comumente por um par de metanefrídeos;
11. Sistema nervoso bem desenvolvido, presença de gânglio cerebroides ou supra-esofágico unidos por conectivos pareados que circundam o tubo digestório e conectam-se ventralmente a um par de gânglios sub-esofágicos ligados um par de cordões nervosos ventrais que se conectam um par de gânglios por segmento corporal;
12. Sistema sensorial com receptores mecânicos, químicos e luminosos;
13. Poliquetos e oligoquetos apresentam capacidade de regenerar partes perdidas do corpo;
14. Poliquetos são dioicos e com desenvolvimento indireto (larva trocófora); oligoquetos e hirudíneos são monoicos e com desenvolvimento direto; ocorre reprodução assexuada em alguns poliquetos e oligoquetos, mas não verifica em hirudíneos (Brusca e Brusca – 2ª edição);

### Classificação

A classificação que vamos adotar nesta aula divide os anelídeos em duas classes: Polychaeta e Clitellata. A classe "Polychaeta" (do grego *polys*, muito, e *chaité*, pelo, cerda) é representada por vermes na maioria marinhos sedentários ou errantes (váveis). A classe Clitellata possui duas subclasses, "Oligochaeta" (do grego *oligos*, pouco, e *chaité*, pelo, cerda) representada pelas minhocas, e "Hirudínea" o "Achaeta" (do grego "a", sem, e *chaité*, pelo, cerda) representada pelas sanguessugas.

O critério de classificação usado para dividir os anelídeos nessas duas classes baseia-se na presença ou ausência do clitelo (estrutura responsável pela secreção de um casulo dentro do qual ocorre a fecundação e se desenvolve o embrião) e na quantidade de cerdas (estruturas filamentosas pontiagudas compostas pelo polissacarídeo quitina, que funcionam como âncoras, dando suporte ao animal).

Apesar de essa classificação em duas classes (Polychaeta e Clitellata) não ser a mais atual (a mais recente é de 2011), é a que vamos adotar nessa aula, por ser mais didática e a mais cobrada em vestibulares e no ENEM.

#### • Classe Polychaeta

A classe Polychaeta (poliquetos), representada por vermes na maioria marinhos sedentários ou errantes (váveis), possui o maior número de espécies dentre os anelídeos, com mais de 10.000. Apesar de muitos medirem entre 5 e 10 centímetros de comprimento, algumas espécies são menores do que 1 milímetro, enquanto outras podem atingir até 3 metros.

Os poliquetos diferem basicamente dos clitelados por não terem clitelo, mas também pelo fato de possuírem uma região cefálica bem diferenciada, com estruturas sensoriais bem especializadas. A maioria dos segmentos possui apêndices pares denominados parapódios ("quase pés"), estruturas importantes para a locomoção e trocas gasosas em alguns grupos. Cada parapódio possui várias cerdas epidérmicas, o que explica o nome da classe dos poliquetos (várias cerdas).

São didaticamente divididos em dois grupos: os poliquetos sedentários e os errantes (ou váveis). Os poliquetos sedentários passam toda a vida, ou a maior parte dela, em tubos ou galerias permanentes. Muitos deles, especialmente os que vivem em tubos, dispõem de elaborados dispositivos utilizados na alimentação e respiração. Essas espécies tubícolas (maioria dos sedentários), como os sabelídeos, constroem seus tubos com a mistura de muco com areia e conchas quebradas. Outros, como o poliqueta "árvore-de-natal", constroem seus tubos usando somente suas secreções. Os poliquetos errantes (do latim, *errare*, errar, vaguear) incluem formas pelágicas livre-natantes, cavadores ativos, rastejadores, bem como vermes tubícolas que saem de seus tubos para capturar alimento e para se reproduzir. Dentre as espécies errantes destacamos o *Nereis*, um predador que caça suas presas usando sua faringe muscular protraível (que pode ir para frente) composta por denticulos.



bluebeat7123RF/Getty Images

*Nereis diversicolor*, um poliqueto errante. Observe os segmentos bem definidos, os parapódios lobados e o prostômio, com tentáculos.



Ethan Daniels/Getty Images

*Chloeia sp.*, um poliqueta errante com grandes feixes de cerdas.



bluesaez/123RF.com

O verme árvore-de-natal, *Spirobranchus giganteus*. As duas espirais em forma de árvore deste sedentário são tentáculos que o verme usa para trocas gasosas e para remover pequenas partículas de alimento da água ao redor. Os tentáculos emergem de um tubo de carbonato de cálcio, secretado pelo verme, que protege e sustenta seu corpo mole.



Arne Nygren/Wikimedia Foundation

Um errante, o predador *Nereimyra punctata*. Este anelídeo marinho embosca as presas a partir de tocas que ele constrói no fundo do mar. *Nereimyra punctata* caça por contato, detectando sua presa com longos órgãos sensoriais chamados cirros, que se estendem da toca.

• **Classe Clitellata**

Os clitelados possuem uma região de tecido glandular especializada para a reprodução na superfície corporal, denominada clitelo. Em ambas as classes o clitelo secreta um casulo dentro do qual ocorre a fecundação e se desenvolve o embrião. Ele também secreta um muco que auxilia na transferência de espermatozoides entre os indivíduos, e produz albumina, que serve como uma reserva de alimento para os embriões, enquanto eles se desenvolvem dentro do casulo. A maior parte das espécies clitelados são oligoquetos, algo em torno de 85%.

A subclasse Oligochaeta (oligoquetos), representada pelas minhocas, apresentam diversidade de habitats. A maior parte desses organismos encontra-se em ambiente terrestre úmido ou dulcícola. Eles têm cabeça reduzida, poucas cerdas e não possuem parapódios.

A maioria das minhocas é pequena, medindo apenas alguns centímetros de comprimento e vivem geralmente em galerias ramificadas e intercomunicantes que elas mesmas escavam no solo. No Brasil é encontrada no solo a “minhoca louca” (*Pheretima hawayana*), assim chamada por se contorcer violentamente quando incomodada. Nos Estados Unidos e na Europa é muito comum a espécie *Lumbricus terrestris*, considerada modelo no estudo dos anelídeos, medindo cerca de 12 a 30 centímetros de comprimento. Em relação às formas gigantes, destaca-se no Brasil o minhocucu *Rhinodrilus fahneri*, que chega a 2 metros de comprimento, espécie inclusive ameaçada de extinção. Minhocas tropicais australianas podem apresentar cerca de 3 metros de comprimento. Existem também espécies de minhocas aquáticas, do gênero *Tubifex*, que vivem em tubos cavados no fundo de lagos e rios.

As minhocas, que escavam solos úmidos e férteis, saindo à noite para explorar os arredores. Durante os períodos chuvosos ou de muita umidade elas se posicionam próximo à superfície, muitas vezes com a boca ou o ânus protraindo da galeria. Durante as estações muito secas elas podem enterrar-se até alguns metros no solo, enrolar-se em câmaras mucosas e entrar em dormência.

A subclasse Hirudinea (hirudíneos), representada pelas sanguessugas, habitam comumente ambientes dulcícolas, mas umas poucas são marinhas, enquanto outras se adaptaram, inclusive, à vida terrestre em locais úmidos e quentes. São mais abundantes nas regiões tropicais do que nas zonas temperadas. Os hirudíneos têm corpo geralmente achatado com celoma e segmentação reduzidos, cerdas ausentes, ventosas nas partes anterior e posterior, e podem ser parasitas, predadores ou necrófagos.

A maioria das sanguessugas mede entre 2 e 6 centímetros de comprimento, mas existem outras menores. Algumas, incluindo a sanguessuga “medicinal” *Hirudo medicinalis*, com um tamanho médio de 2 a 5 centímetros, contudo a gigante do grupo é a *Haementeria ghilianii*, encontrada na Guiana Francesa na América do Sul, chegando a atingir 30 centímetros. Em geral, apresentam uma coloração mais escura e são achatadas dorsoventralmente.

Algumas sanguessugas adaptaram-se a introduzir as faringes ou probóscides em tecidos moles, como as brânquias dos peixes. Entretanto, as mais especializadas possuem mandíbulas quitinosas com bordo serrilhado com as quais podem cortar peles mais grossas. As sanguessugas verdadeiras, ou seja, aquelas que sugam sangue ou fluidos corporais de hospedeiros ou de presas, incluem mais da metade das espécies conhecidas. As demais espécies são predadoras, necrófagas e algumas detritívoras. Podem causar transtornos aos humanos, devido ao hábito hematofágico.

A terapia medicinal com sanguessugas, comum no início do século XIX, retornou na década de 1970 em microcirurgia, usadas em enxertos de pele e outros tecidos ameaçados por bloqueio circulatório pós-cirúrgico, particularmente na recolocação de dedo e cirurgia reconstrutiva da orelha, nariz, lábio e pálpebra.

Em relação aos hábitos alimentares, as sanguessugas são muito mais especializadas do que as minhocas. Na condição de hematófagas e sugadoras de fluidos, perderam as cerdas utilizadas pelas minhocas para a locomoção e desenvolveram ventosas para fixação enquanto sugam o sangue da presa. Além de terem desenvolvido um tubo digestório capaz de armazenar grandes quantidades de sangue.



Michael Linnenbach/Wikimedia Foundation

*Lumbricus terrestris*, a minhoca usada como parâmetro no estudo dos anelídeo.



Aleksandr Frolov/123RF/EasyPix

As minhocas são importantes para aumentar a fertilidade do solo, pois colaboram na produção do húmus, terra misturada à esterco rico em substâncias nitrogenadas do oligoqueto, que atua como adubo para a agricultura.



Fabio Colombini

Minhocário para a produção de húmus.



Martin PHOTORIP/123RF/EasyPix

Uma sanguessuga da espécie *Hirudo medicinalis* sob a pele de uma pessoa. Esse hirudíneo ectoparasito atinge em média 2 a 5 centímetros, mas podem alcançar maiores dimensões. Elas foram usadas pela medicina do passado, voltaram agora a ser usadas em tratamentos médicos, principalmente para remover hematomas produzidos por ferimentos traumáticos ou por cirurgia. A sanguessuga fixa-se ao hospedeiro, com suas mandíbulas potentes, corta a pele, secretando continuamente anticoagulantes (hirudina), vasodilatadores e analgésicos (ou anestésicos), permanecendo ligada ao hospedeiro até que se sinta saciada.



*Haementeria ghilianii*, a maior sanguessuga do mundo, podendo alcançar 45 centímetros de comprimento e 100 centímetros de largura. São encontradas na Guiana Francesa, na América do Sul.

**Resumo da Classificação Atual dos Anelídeos**

Os anelídeos são formas vermiformes que compartilham um ancestral segmentado com cerdas epidérmicas pareadas. A classificação está baseada na morfologia com foco na presença de parapódios e muitas cerdas nas poliquetas e na ausência de parapódios e uma redução das cerdas nos oligoquetos e nas sanguessugas. Uma vez que oligoquetos e hirudíneos (sanguessugas) têm clitelo esses dois grupos são frequentemente posicionados sob a denominação Citellata, e seus membros são chamados clitelados.

**Anelídeos basais.** Os anelídeos que divergem dos ancestrais recentes mais comuns dos anelídeos antes dos ancestrais dos Pleistoannelida. Exemplo: *Cahetopterus*.

**Pleistoannelida.** Anelídeos marinhos, terrestres e de água doce, maioria com corpos segmentados.

**Errantia.** Poliquetas que circulam livremente (*Gr. polys*, muitos + *chaité*, longo pelo). Maioria marinha; cabeça distinta, com olhos e tentáculos; maioria dos segmentos com parapódios (apêndices laterais) com tufos compostos por muitas cerdas; clitelo ausente; geralmente com sexos separados; gônadas transitórias; brotamento assexuado em alguns; larva trocófora geralmente presente. Exemplos: *Nereis*, *Aphrodita*, *Glycera*.

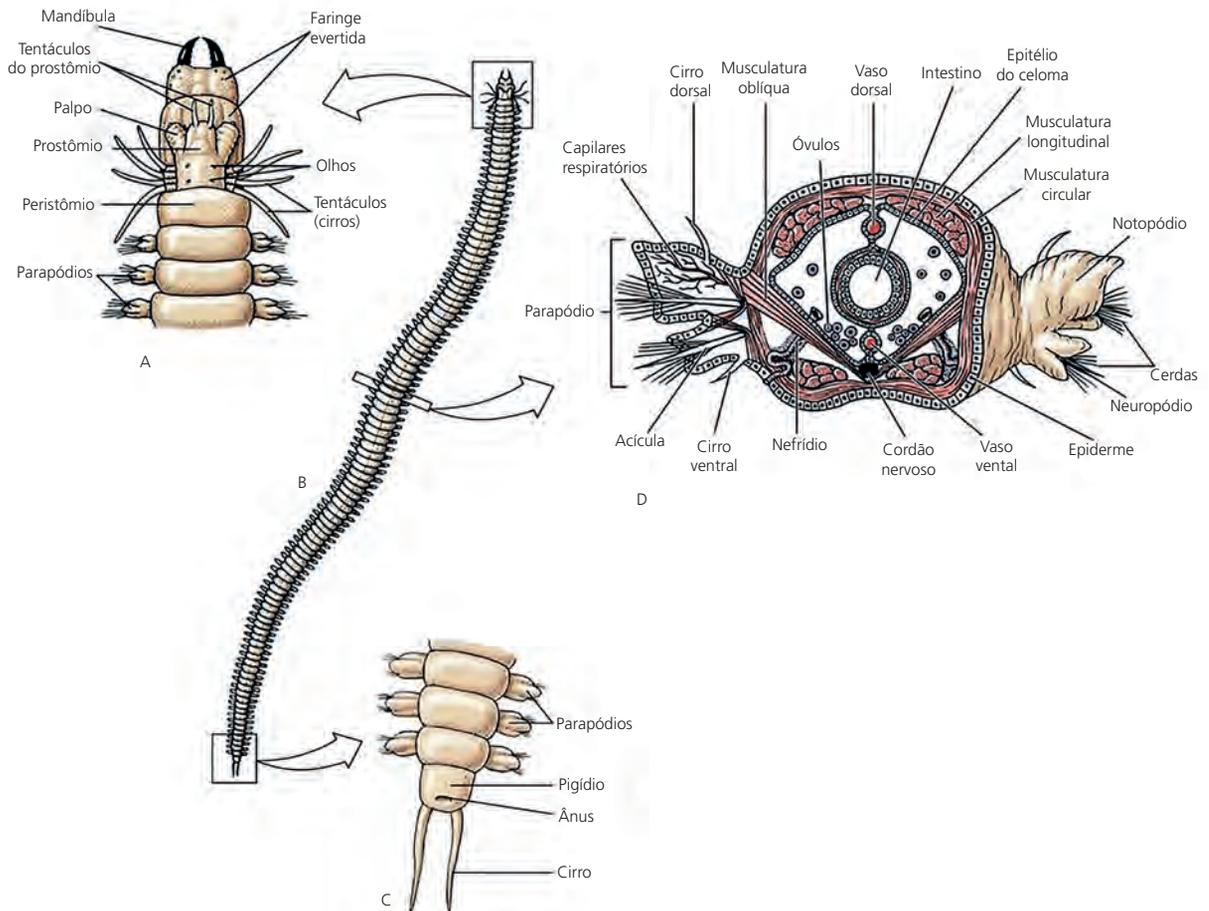
**Sedentaria.** Anelídeos sedentários, incluindo os poliquetas que vivem em tubos e em tocas, bem como membros dos Citellata (oligoquetos e sanguessugas com um clitelo em alguma fase do ciclo de vida). Exemplos com um plano corporal do poliqueta: *Arenicola*, *Amphitrite* e *Riftia*; exemplos com um plano corporal não segmentado: *Urechis* e *Bonellia*. Os animais dos Citellata com um plano corporal dos oligoquetos têm segmentação conspícua; número variável de segmentos; poucas cerdas por segmento; sem parapódios; cabeça ausente; celoma amplo e geralmente dividido por septos intersegmentares; hermafroditas; desenvolvimento direto, sem larva; principalmente terrestres e de água doce. Exemplos: *Lumbricus*, *Stylaria*, *Aeolosoma*, *Tubifex*.

**Classe Hirudinida** (*L. hirudo*, sanguessuga + *ida*, sufixo plural): sanguessugas. Corpo com um número fixo de segmentos (normalmente 34; 15 ou 27 em alguns grupos) com muitos ânulos; ventosa oral e ventosa posterior geralmente presentes; clitelo presente; sem parapódios; cerdas ausentes (exceto em *Acanthobdellida*); celoma firmemente preenchido com tecido conjuntivo e musculatura; desenvolvimento direto; hermafroditas; terrestres, de água doce e marinhos. Exemplos: *Hirudo*, *Placobdella*, *Macrobdella*.

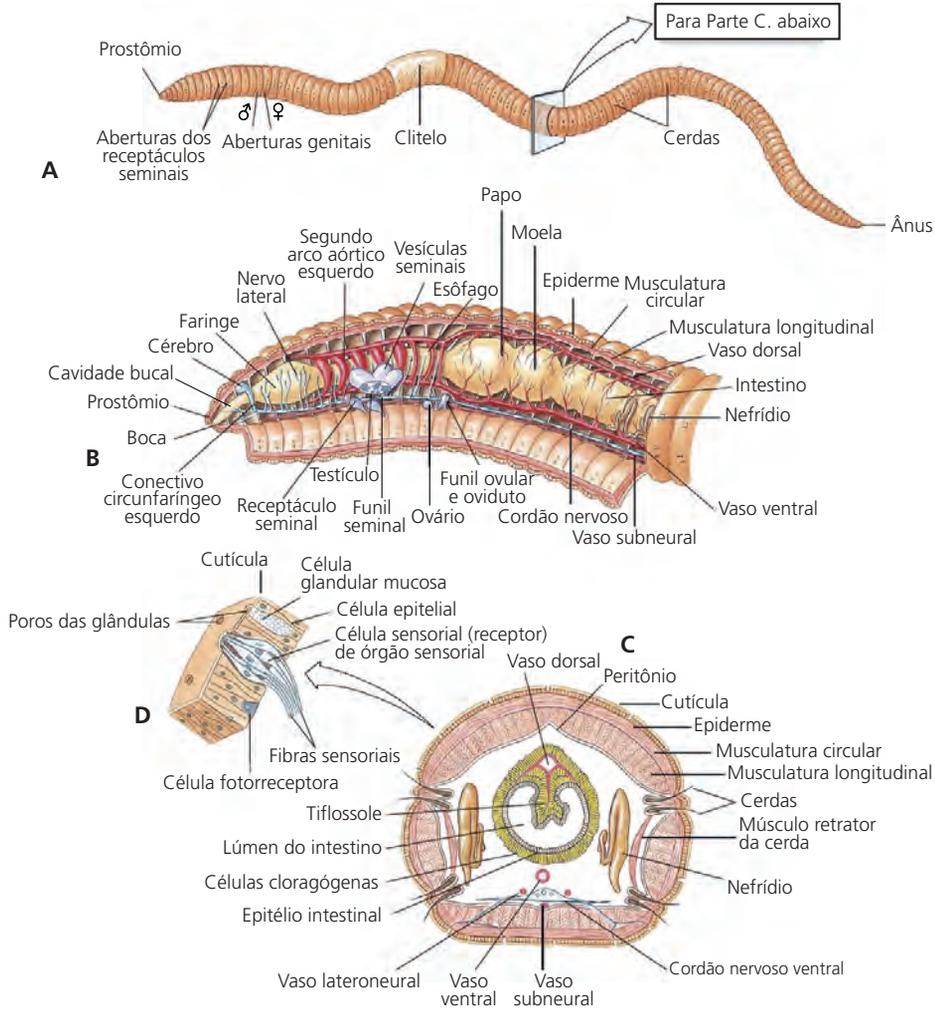
As sanguessugas são muito sensíveis a estímulos associados à presença de uma presa ou um hospedeiro. São atraídas ou tentarão fixar-se a um objeto besuntado com substâncias apropriadas do hospedeiro, como escamas de peixes, secreções oleosas ou suor. As espécies que se alimentam de sangue de vertebrados são atraídas pelo calor; representantes tropicais terrestres da família *Haemadipsidae* vão convergir para uma pessoa que permanecer parada em determinada posição.

HICKMAN Jr., Cleveland P...[et al.]. *Princípios integrados de zoologia* – 16. ed. – Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2016; p. 577.

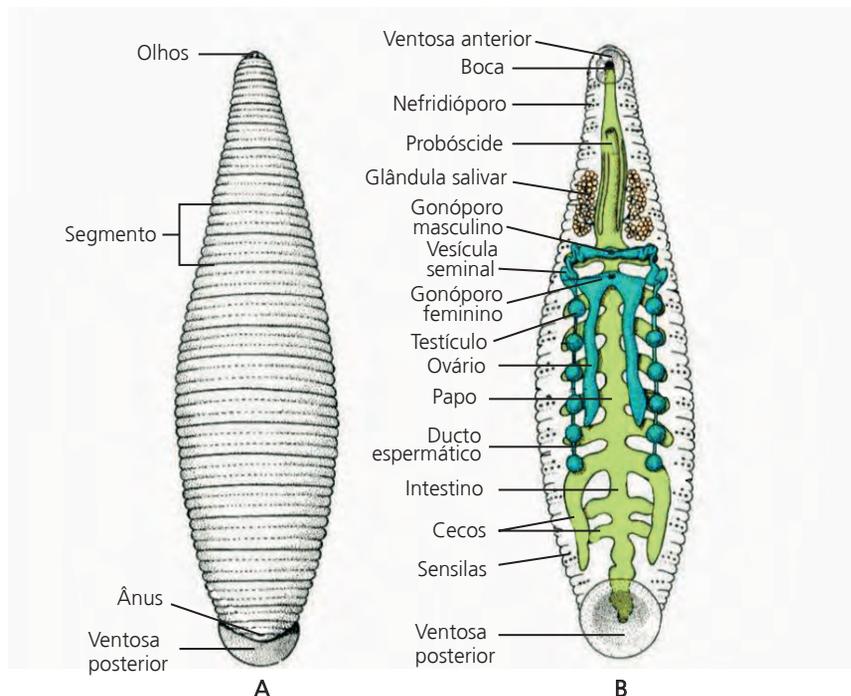
**Anatomia e Fisiologia**



Anatomia de um poliqueto errante *Nereis virens*. **A, B e C.** Anatomia superficial. **D.** Seção transversal do corpo do anelídeo.



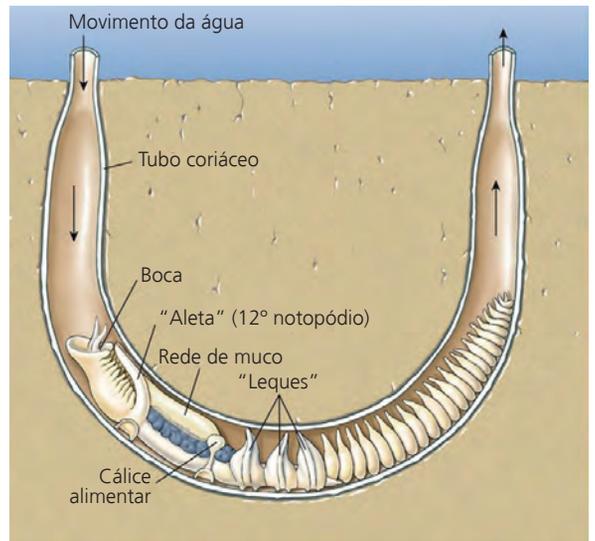
Anatomia de uma minhoca, um oligoqueto. **A.** Anatomia superficial. **B.** Anatomia interna. **C.** Seção transversal do corpo do anelídeo. **D.** Parte da epiderme, destacando as células sensoriais, glandulares e epiteliais.



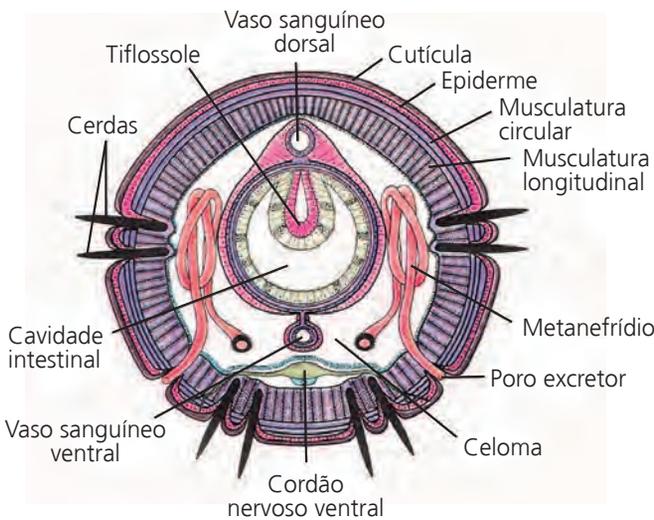
Anatomia de uma sangüessuga, um hirudíneo. **A.** Anatomia superficial. **B.** Anatomia interna. As sangüessugas são popularmente consideradas ectoparasitas, mas muitas são predadoras.

**• Tegumento**

Os anelídeos apresentam uma superfície corporal formada por uma epiderme glandular composta por células cúbicas e prismáticas e revestidas por uma cutícula externa de fibrilas de colágeno. A epiderme também possui células sensoriais e muitas células glandulares secretoras de muco para a proteção da porção externa do corpo e outras responsáveis pela produção de secreções para a construção de tubos no fundo do mar (por algumas espécies de poliquetos marinhos tubícolas) e galerias (oligoquetos e poliquetos cavadores). A epiderme possui ainda uma rede de vasos capilares que desempenham importante papel nas trocas gasosas (respiração cutânea indireta). Esse tegumento pode apresentar cerdas, estruturas filamentosas pontiagudas compostas pelo polissacarídeo quitina, que funcionam como âncoras, dando suporte ao animal. Nos poliquetos estas cerdas, numerosas e desenvolvidas, estão implantadas em expansões laterais denominadas de parapódios (*para* = ao lado de; *podas* = pé). Estes podem atuar como "patas rudimentares".



O poliqueto sedentário *Chaetopterus* vive em um tubo em forma de U no fundo dos oceanos. Esse anelídeo bombeia água através do tubo coriáceo, objetivando a captação de oxigênio e nutrientes.



Secção transversal do corpo de uma minhoca. Observe sua superfície corporal com a presença de cutícula, epiderme e cerdas eriçadas.

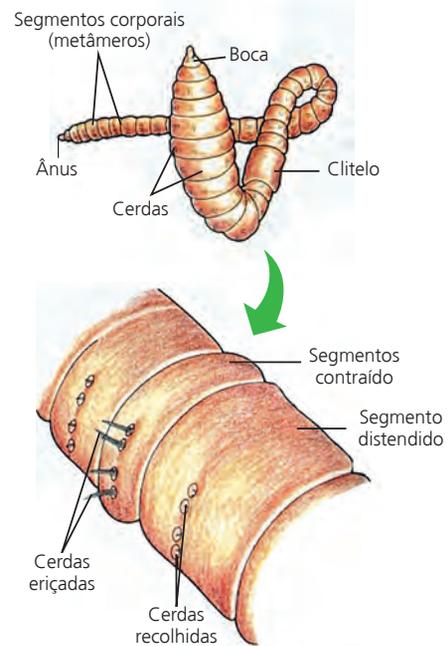
**• Músculos e Movimentos**

Sob a epiderme encontra-se uma musculatura circular e longitudinal, nesta ordem, e, finalmente, um fino peritônio, revestindo uma ampla cavidade celômica.

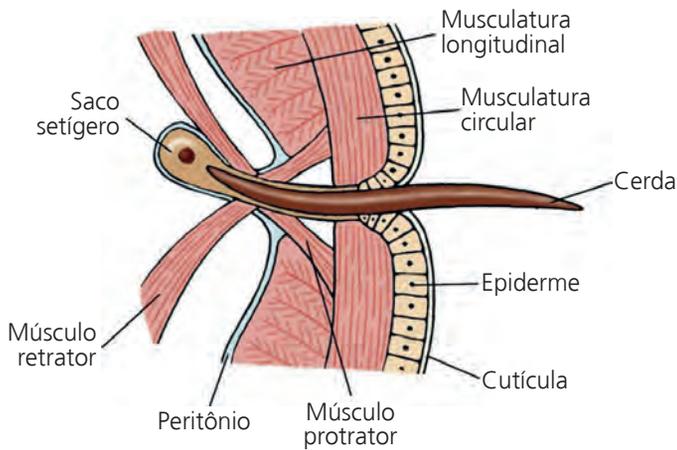
Os poliquetos de vida livre (errantes) como o *Nereis* apresentam musculatura mais desenvolvida que os tubícolas (sedentários) como o *Chaetopterus*. Estes poliquetos vivem dentro de tubos que eles mesmos constroem com grãos de areia cimentados ou com material calcário. Os tubícolas alimentam-se de organismos microscópicos como larvas de microcrustáceos filtrados do ambiente marinho. Esses tubos, além de proporcionar abrigo e proteção contra predadores, podem servir como camuflagem e esconderijo para a captura de presas.

Os parapódios e as cerdas de poliquetas têm importante função na locomoção, qualquer que seja a estratégia adotada. Os parapódios atuam como remos, empurrando o substrato para que o animal se mova na direção contrária, no caso dos errantes, ou projetando as cerdas de encontro ao tubo ou à parede da galeria para dar a ancoragem, possibilitando a projeção da extremidade anterior para fora ou para dentro do tubo, no caso dos sedentários. Um modo de locomoção bastante estudado entre os poliquetas errantes é o serpenteante, realizado por meio de ondulações em forma de "S".

Para se locomoverem, os oligoquetos geram uma série contínua de ciclos de contrações e relaxamentos localizados da musculatura circular e longitudinal, denominados de "ondas peristálticas". A contração da musculatura circular (externa) faz o metâmero alongar-se, enquanto a contração da musculatura longitudinal (interna) faz o metâmero encurtar. Nos anéis relaxados, as cerdas corporais se retraem; nos anéis contraídos, elas se eriçam. As cerdas eriçadas se apoiam no solo, seja no interior das galerias, seja na superfície, atuando como minúsculas pernas. São esses relaxamentos e contrações sincronizados que garantem aos oligoquetos rastejamento e penetração rápida em suas galerias. Vale ressaltar que as minhocas penetram no substrato ingerindo terra, por meio de uma faringe bulbosa eversível.



Estrutura corporal de uma minhoca. Observe seus metâmeros expondo as cerdas. A contração do metâmero eriça as cerdas que se fixam ao solo, favorecendo a locomoção.



Estrutura de uma cerda com sua musculatura associada. As cerdas perdidas com o uso são trocadas por novas, que se formam a partir do saco setigero (célula produtora).



A sanguessuga utiliza suas ventosas anterior e posterior como âncora para progredir no movimento medepalmo, que ocorre por contrações alternadas das musculaturas circular e longitudinal.

• **Sustentação**

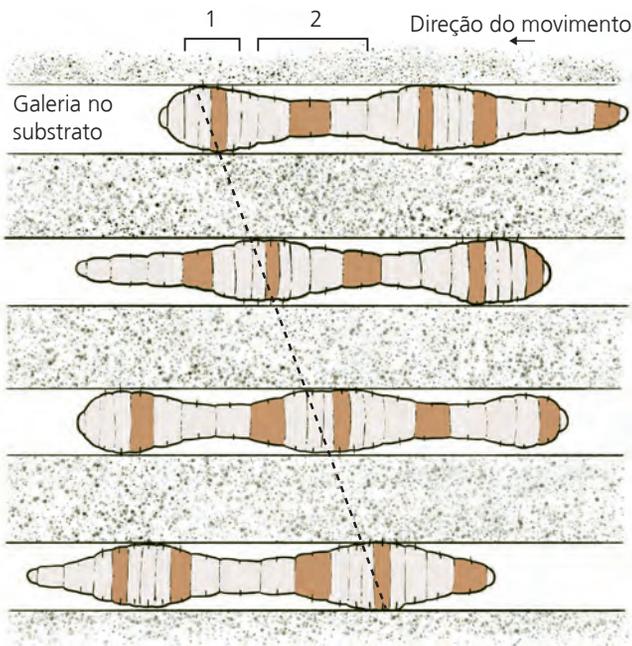
Os anelídeos são organismos que apresentam celoma, cavidade revestida por músculos e preenchida por fluido. As contrações dessa musculatura pressionam o fluido que preenche o celoma, gerando fortes pressões sobre a parede corporal. O celoma funciona então como um verdadeiro "esqueleto hidrostático", que dá rigidez à estrutura corporal do verme. O celoma também é importante para a locomoção, através de ondas de contração muscular da região posterior para a anterior do verme, garantindo-lhe arrastamento ou natação. Isso lhes permite eficiência na perfuração de buracos no solo úmido, como no caso dos oligoquetos.

• **Digestão**

Os hábitos alimentares são diversos nos anelídeos, principalmente em poliquetas. De forma geral, os poliquetas podem ser predadores (carnívoros), detritívoros, ou mesmo filtradores de suspensões (tubícolas). Algumas espécies de poliquetas também vivem em simbiose com bactérias quimiossintetizantes.

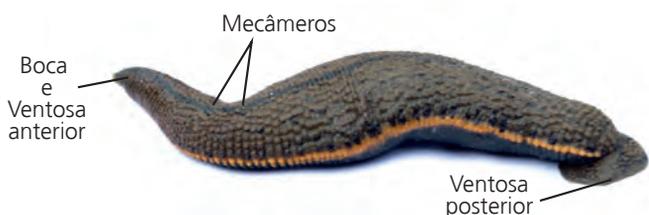
Nos clitelados há uma menor diversidade alimentar. Entre os oligoquetos existem algumas formas predadoras e detritívoras. As minhocas predadoras alimentam-se de protozoários e pequenos invertebrados, tais como amebas, outros vermes, rotíferos, larvas de peixes, pequenos moluscos e crustáceos, já as detritívoras ingerem sedimento e material orgânico, à medida que cavam para construir as galerias onde habitam. Os hirudíneos podem ser predadores ou ectoparasitas. As sanguessugas predadoras alimentam-se de pequenos invertebrados, já as ectoparasitas alimentam-se de fluidos corporais de seus hospedeiros, incluindo humanos. Apesar de raras, há sanguessugas detritívoras, ingerindo material orgânico animal.

Anelídeos possuem digestão, é extracelular e um tubo digestório completo, com regiões especializadas, sendo formado por boca, faringe, esôfago, intestino e ânus.



Deslocamento em uma minhoca. A locomoção ocorre por meio de "ondas peristálticas", com contrações das musculaturas circular e longitudinal em cada segmento, da região anterior para a posterior.

Os hirudíneos não cavam, como os poliquetas e oligoquetos, contudo, movem-se sobre o substrato por meio de um movimento de medepalmo, com as ventosas anterior e posterior promovendo a ancoragem ao substrato e sendo as únicas partes do corpo em contato com o mesmo. Além do mecanismo de medepalmo, algumas sanguessugas são capazes de nadar.

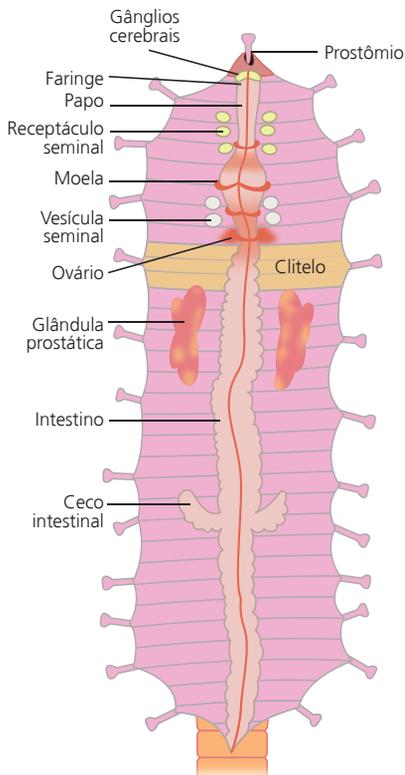


Estrutura corporal de uma sanguessuga. Observe a presença de ventosa anterior e posterior.

Nos oligoquetos há um “papo” que corresponde a uma câmara de armazenamento de alimento, e uma região com a musculatura bem desenvolvida, a “moela”, que tritura o alimento (pode haver mais de uma moela). O alimento digerido é absorvido pelo epitélio intestinal. Na altura do trigésimo anel há duas projeções do intestino, os “cecos”, e daí para trás há uma dobra, o “tiflosole”. Tanto os cecos intestinais como o tiflosole aumentam a superfície de absorção do alimento que será levado pelo sangue para todo o corpo.

As minhocas são muito importantes para o solo, pois processam e incorporam nele matéria orgânica. Estes oligoquetos ingerem a terra, que percorre todo o trato digestório. Parte do material orgânico contido originalmente no sedimento é absorvida ao longo da região mediana do intestino, mas as fezes ainda apresentam uma quantidade relativamente grande de nutrientes, que são devolvidos ao solo para a ação dos microrganismos, que irão prosseguir na decomposição e reciclagem de matéria orgânica. Por este fato, as fezes das minhocas são conhecidas como “húmus” de minhoca.

Em muitos oligoquetos, a parede do esôfago apresenta evaginações lamelares denominadas “glândulas calcíferas”. A função delas é eliminar o excesso de cálcio obtido na alimentação com o excesso de gás carbônico proveniente da respiração celular de microrganismos do solo, produzindo carbonato de cálcio, que é liberado no lúmen do esôfago na forma de cristais de calcita, os quais não são absorvidos pelo intestino e sim liberados nas fezes.



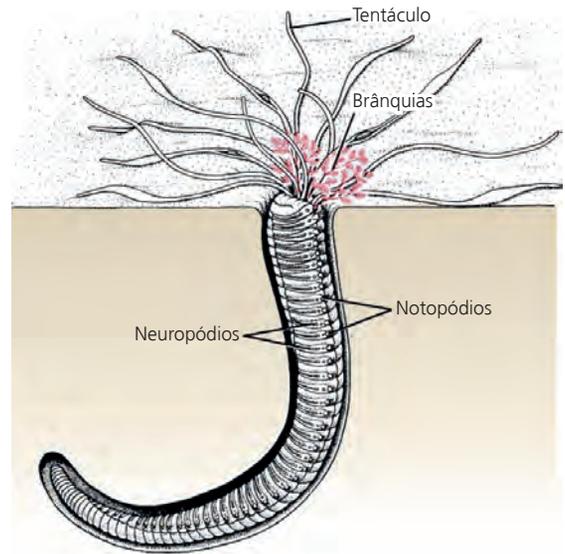
Uma minhoca dissecada. Observe as regiões especializadas do tubo digestório: a faringe, o papo, a moela, o intestino e o ceco intestinal.

**Observação:**

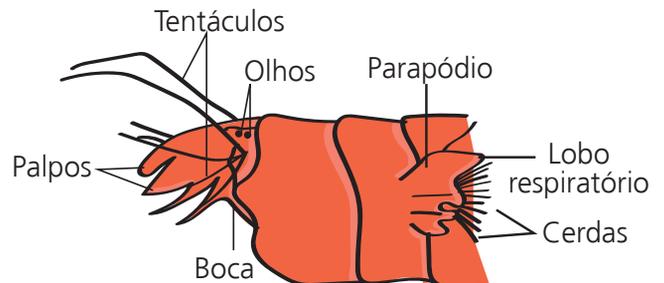
os oligoquetos possuem um tecido especializado análogo ao fígado de vertebrados, denominado de “tecido cloragógeno”, que envolve o vaso sanguíneo dorsal e o intestino, principalmente em seu lado dorsal, tendo as funções de armazenamento de nutrientes (glicogênio e lipídios), detoxificação de substâncias nocivas, síntese de amônia e ureia.

**Respiração**

Várias espécies de poliquetos usam brânquias e parapódios para trocas gasosas. Entretanto, em alguns poliquetos não existe um órgão especial para respiração, e as trocas gasosas ocorrem através da superfície corporal, caracterizando-se como um processo de respiração cutânea indireta. Neste, o gás oxigênio atravessa a pele e é distribuído pelo sangue dos vasos para as demais células do corpo e, no sentido inverso, o gás carbônico sai das células do corpo, passando pelo sangue dos vasos, atravessa a pele, sendo eliminado para o meio externo.

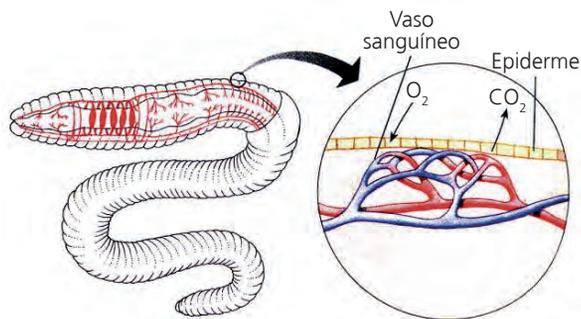


*Amphitrite*, um poliqueto tubícola que constrói seu tubo em lodo ou areia, estende longos tentáculos com canais para fora do lodo para capturar pedaços de matéria orgânica. Suas brânquias plumosas têm cor vermelho-sangue.



Detalhe da cabeça do poliqueto marinho *Nereis virens*. Neste, os parapódios achatados funcionam como brânquias. Esse anelídeo alcança 40 centímetros de comprimento.

Nos oligoquetos terrestres, a respiração também é do tipo cutânea indireta, como em alguns poliquetos. Para a ocorrência desse tipo de respiração, a pele das minhocas terrestres deve possuir cutícula permeável aos gases e manter-se sempre úmida, através da produção de um muco secretado pelas células glandulares epidérmicas. Esses anelídeos também apresentam um comportamento que favorece as trocas gasosas e impedem a desidratação, subindo, com maior frequência, à superfície à noite ou durante as chuvas. Em épocas frias ou secas, as minhocas enterram-se no solo e permanecem inativas. Como a água contém menos oxigênio do que o ar, as minhocas terrestres são incapazes de realizar as trocas gasosas em meio aquático.



Respiração cutânea indireta em minhocas.

Na maioria das sanguessugas, a respiração também é cutânea indireta, com brânquias em algumas espécies parasitas de peixes e de répteis.

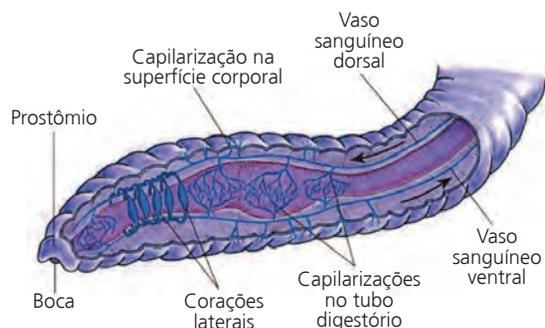
**• Circulação**

O sistema circulatório dos anelídeos é fechado, permanecendo o sangue no interior dos vasos, ocorrendo as trocas de substâncias (gases, nutrientes e excretas) nos capilares. Esse sistema é formado por um vaso dorsal, que transporta o sangue em direção anterior, e um vaso ventral, que o transporta em direção posterior, além de capilares segmentares, ou seja, que se repetem a cada metâmero. Não há um coração propriamente dito em anelídeos, mas o vaso dorsal tem espessa camada muscular e impulsiona o sangue oxigenado com alta pressão à região da cabeça.

Em oligoquetos há vasos laterais grandes e musculosos que circundam o esôfago, conectando o vaso dorsal e o ventral, funcionando como "corações laterais" (num total de dois a cinco pares). Esses "corações" ajudam a propelir o sangue como o "vaso dorsal". O sangue é direcionado para os capilares da pele, absorvendo gás oxigênio e liberando gás carbônico, e, ao chegar nos capilares dos diversos tecidos e órgãos, libera gás oxigênio e nutrientes para as células, recolhe gás carbônico e excretas.

Os anelídeos possuem, em geral, pigmentos respiratórios no sangue. Estes são proteínas ligadas ao ferro, que, por terem afinidade com o oxigênio, aumentam a capacidade de transporte desse gás pelo sangue. O pigmento mais comum é a hemoglobina (cor vermelha), mas em poliquetas também podem ser encontradas a clorocruonina (cor verde diluída e vermelha quando concentrada) e a hemoeritrina (cor violeta ou cor-de-rosa). No sangue esses pigmentos encontram-se dissolvidos no plasma sanguíneo, mas, quando no fluido celômico, encontram-se no interior de células (celomócitos). Essa diferença ocorre para não acarretar alterações osmóticas no fluido celômico, que, diferentemente do sangue, se comunica com o meio externo.

Não há hemocianina, pigmento respiratório com cobre, em anelídeos. No entanto, nas formas menores de poliquetos não há pigmentos, já que a quantidade de oxigênio dissolvida em seus fluidos é suficiente para as necessidades do animal.



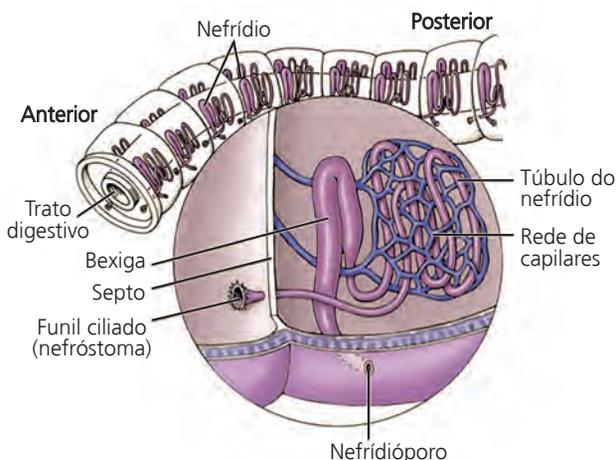
Sistema circulatório de uma minhoca. Observe a presença de "corações laterais", estruturas responsáveis pela propulsão de sangue pelos vasos do animal.

**• Excreção**

A maioria dos anelídeos possuem por segmento corporal um par de metanefrídios (ou simplesmente nefrídios), estruturas excretoras compostas por um par de túbulos abertos nas extremidades. Uma das aberturas do tubo tem a forma de um funil ciliado, sendo denominada de nefróstoma, ficando localizada num metâmero anterior, e a outra, o nefridiôporo, abre-se na superfície do metâmero imediatamente posterior.

O processo de excreção pelos metanefrídios consiste em duas etapas: a ultrafiltração dos fluidos corporais e a reabsorção seletiva de determinadas substâncias. Na ultrafiltração, os excretas nitrogenados são retirados do fluido celômico pelo batimento ciliar do nefróstoma, porém, junto a eles, são removidos diversos outros itens dos quais o organismo não pode dispensar, tais como carboidratos, aminoácidos, vários íons e água. Dessa forma, na reabsorção seletiva, essas substâncias são removidas do ultrafiltrado pela parede do túbulo do metanefrídico e devolvidas a uma rede de capilares sanguíneos adjacentes (ver imagem a seguir), muitas vezes por meio de transporte ativo e outros processos que demandam gasto energético. Os excretas excretados compõem a urina final. Em geral, os anelídeos excretam amônia, mas oligoquetos terrestres também excretam parcialmente ureia.

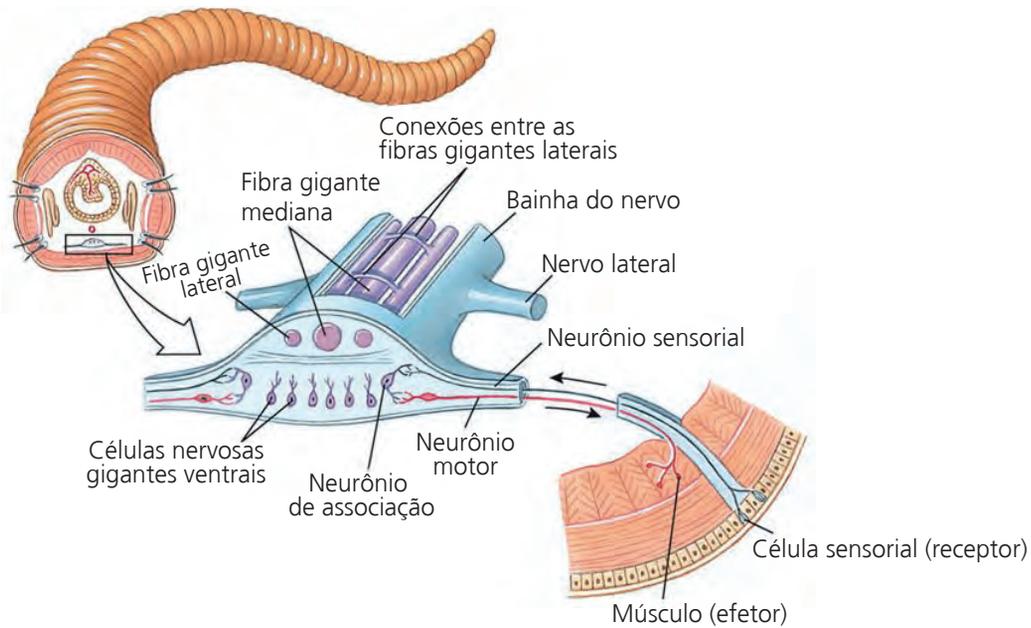
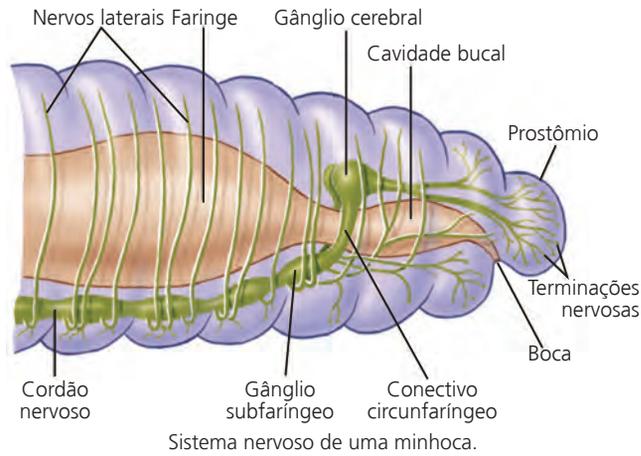
Os metanefrídios não apenas eliminam as excretas nitrogenadas, mas também ajudam a controlar a concentração de água e íons no corpo, sendo importantes para a osmorregulação, principalmente em certos poliquetos estuarinos e sanguessugas dulcícolas. As minhocas não são osmorreguladoras, elas regulam a quantidade de água do corpo através de adaptações fisiológicas e comportamentais.



Metanefrídio de uma minhoca. As excretas são carregadas para dentro do nefróstoma ciliado de um segmento, passam pelas voltas do nefrídio e são expelidas pelo nefridiôporo do segmento seguinte.

**• Controle Nervoso**

O sistema nervoso dos anelídeos é composto por um par de gânglios cerebrais (o "cérebro"), localizado sobre a faringe; um par de conectivos, que circundam a faringe e conectam o cérebro ao primeiro par de gânglios do cordão nervoso; um cordão nervoso ventral sólido, verdadeiramente duplo, percorre longitudinalmente o assoalho do celoma até o último segmento; e um par de gânglios fundidos no cordão nervoso em cada segmento. De cada par de gânglios fundidos saem nervos que se direcionam para as estruturas do corpo como órgãos sensoriais e fibras musculares.



Cordão nervoso ventral de uma minhoca. Detalhe, à direita inferior da imagem, de um arco reflexo, envolvendo um neurônio sensorial, um neurônio de associação e um neurônio motor.

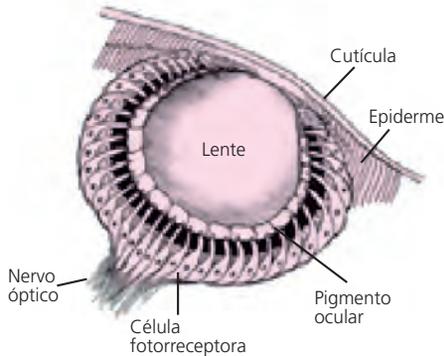
• **Percepção Sensorial**

Os poliquetas, ao contrário dos demais grupos de anelídeos, possuem uma grande variedade de órgãos sensoriais. Em geral, apresentam órgãos nucais que consistem em um par de buracos ou fendas ciliadas sensoriais, compreendidas atualmente como quimiorreceptoras, localizadas na cabeça e invadidas diretamente da parte posterior dos gânglios cerebrais. Eles possuem comumente fotorreceptores, desde estruturas mais simples, como manchas oclares (estruturas unicelulares) e ocelos (estruturas multicelulares não formadoras de imagens), até mais complexas, como olhos (estruturas multicelulares formadoras de imagens). Ocorre a presença de estruturas sensoriais quimiorreceptores concentrados nos apêndices (antenas e nos cirros) e também dispersos por todo o tegumento. Os estatocistos (órgãos do equilíbrio) são encontrados em muitos escavadores sedentários e tubícolas.

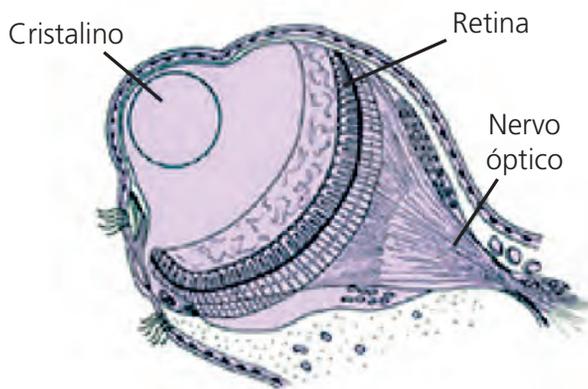
Os oligoquetos apresentam uma menor diversidade de estruturas sensoriais, e sem o grau de complexidade observado em poliquetos. Possuem proprioceptores que informam o grau de tensão dos músculos circulares e longitudinais. Apresentam na superfície corporal os "órgãos sensoriais epiteliais" (quimiorreceptores e mecanorreceptores) que consistem em uma variedade de unidades receptoras (terminações nervosas livres ou células receptoras especiais) distribuídas sobre a maior parte do corpo. Os quimiorreceptores detectam variações de pH, composição química do meio e nutrientes e os mecanorreceptores atuam como sensores táteis importantes durante a escavação e o rastejamento. Eles também possuem fotorreceptores distribuídos por todo o tegumento, principalmente na superfície dorsal, produzindo respostas fototáticas negativas (ou seja, fogem da luz) à luz intensa. Raramente, em alguns oligoquetos aquáticos ocorrem ocelos pareados na região anterior.

Os hirudíneos possuem "órgãos sensoriais epiteliais" similares aos dos oligoquetos. Possuem fotorreceptores, sendo compostos por pares de ocelos, localizados dorsalmente na região da ventosa anterior. Podem ocorrer de um a diversos de dois a dez olhos dorsais de complexidade variável. De maneira geral, as sanguessugas são fototáticas negativas, mas isto pode mudar quando o animal procura alimento, o que deve ser uma resposta comportamental, fazendo a sanguessuga se mover para áreas onde haja maior probabilidade de encontrar um hospedeiro ou presa. Apresentam mecanorreceptores (de tato, para a percepção de vibração) e a quimiorreceptores (para percepção de secreções dos hospedeiros ou presas) também são muito desenvolvidos nas sanguessugas, assim como a termorrecepção, no caso das parasitas de vertebrados endotérmicos. Eles também são particularmente eficientes na

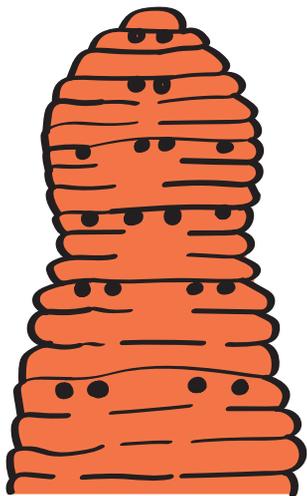
deteção de movimentos, seja por variações na intensidade de luz e percepção das sombras que passam por elas, ou por vibrações na água ou no solo.



Ocelo do tipo cálice pigmentado do poliqueto *Mesochaetopterus*.



Olho complexo de poliqueto *Torrea*.



Ocelos (pontos pretos) na região anterior do hirudíneo *Theromyzon*.

## Reprodução

### • Assexuada

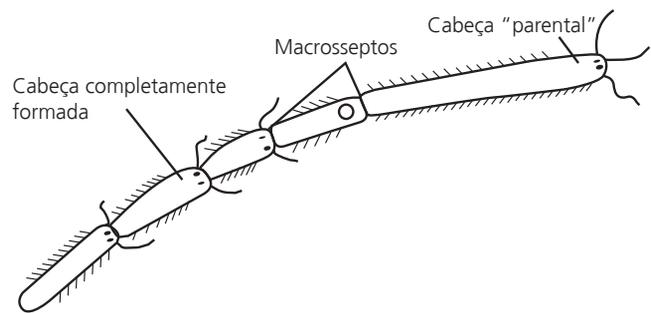
Ocorre reprodução assexuada em alguns poliquetos e oligoquetos, mas não é observada em hirudíneos.

Uns poucos poliquetos se reproduzem assexuadamente por "fragmentação transversal espontânea múltipla. O poliqueto *Dodecaceria* é capaz de regenerar indivíduos completos a partir de segmentos isolados.

A reprodução assexuada por fragmentação transversal espontânea em um menor número de partes do corpo, a partir de dois ou vários grupos de segmentos, também ocorre em certos poliquetos (como em silídeos, quetopterídeos, cirratúlídeos e sabelídeos). No ponto (ou nos pontos) no qual o corpo se fragmenta é formado o macrosseto, que isola os segmentos posteriores daqueles anteriores ao seto. Sucessivos macrossetos podem ser formados ao longo do corpo parental, gerando cadeias de indivíduos em diferentes estágios de formação. Os novos indivíduos vão liberando-se do corpo parental na medida em que a sua formação está completa.

Embora mais frequente em poliquetos, a reprodução assexuada também ocorre na maioria dos oligoquetos aquáticos por fragmentação transversal espontânea. Em algumas espécies ocorre a partição corporal em um ou vários pontos ao longo do corpo, seguido por regeneração de cada fragmento, até formar um novo animal.

A reprodução assexuada resulta em vários padrões de regeneração, incluindo cadeias de indivíduos, brotamento ou crescimento direto para formar novos indivíduos a partir de fragmentos isolados.



Reprodução assexuada por fragmentação transversal espontânea num poliqueto silídeo.

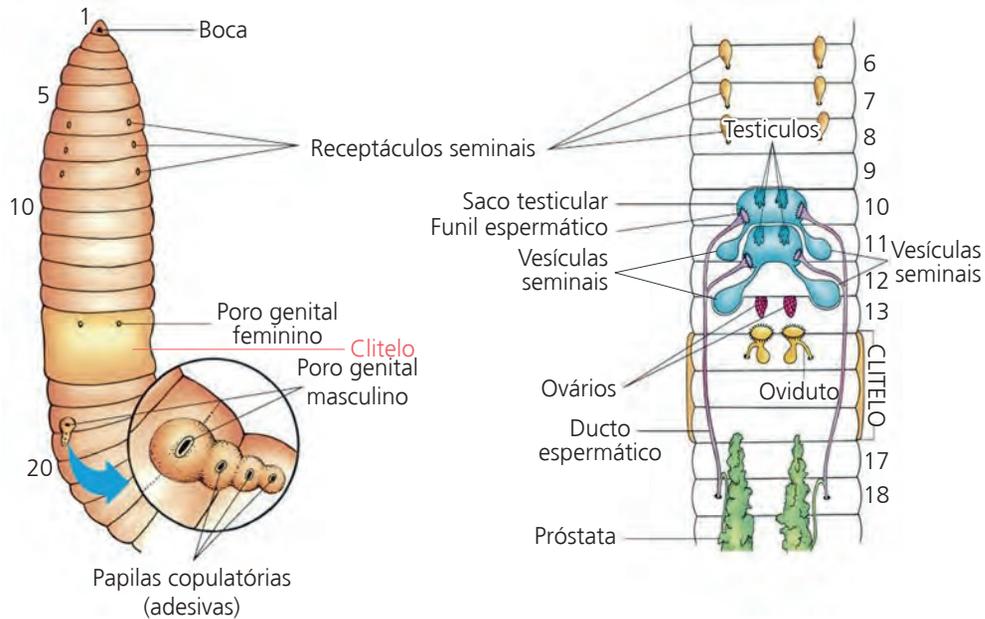
### • Sexuada

Poliquetos são dioicos e com desenvolvimento indireto, produzindo uma larva ciliada, a trocófora, presente em diversos grupos de invertebrados. Já os oligoquetos e hirudíneos são monoicos e com desenvolvimento direto, produzindo um organismo jovem similar ao adulto.

### • Reprodução Sexuada das Minhocas

Nas minhocas, a fecundação é cruzada recíproca, pois, apesar de elas serem monoicas, os óvulos e os espermatozoides do mesmo indivíduo são produzidos em glândulas que não se comunicam, inviabilizando a autofecundação.

Nos oligoquetos e nos hirudíneos há uma região de tecido glandular, denominada de clitelo, característica dos clitelados. Na maioria dos oligoquetos, o clitelo é sempre evidente, ocupando de dois até 60 segmentos, mas, em algumas espécies, ele somente é aparente em períodos reprodutivos. O clitelo de uma minhoca apresenta três tipos de células glandulares, as que produzem muco para a cópula, outras que produzem a parede do casulo em que serão depositados os gametas e, finalmente, as encarregadas de secretar albumina, que será o alimento do embrião.

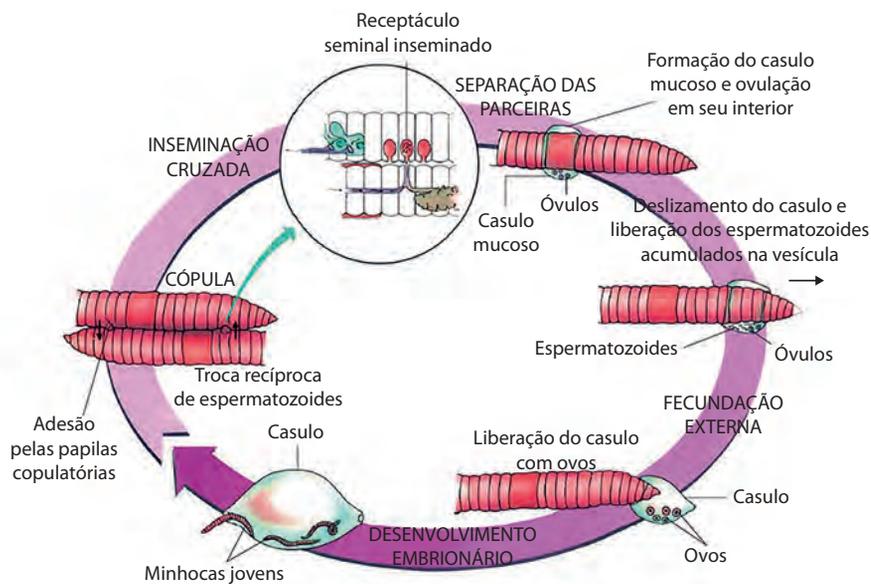


Sistema reprodutor de uma minhoca. Observe a presença tanto de testículos como de ovários, pois os oligoquetos são monoicos. Veja o tecido glandular clitelo, nele estão presentes os poros genitais femininos.

Na cópula (ou acasalamento), as duas minhocas alinham os seus corpos em direções opostas, de maneira que os poros genitais (ou gonóporos) masculinos de uma se alinhem às aberturas dos receptáculos seminais (espermatecas) da outra e vice-versa. Os animais são mantidos unidos por meio das secreções da camada superficial de células do clitelo, assim como, muitas vezes, por encaixes de cerdas copulatórias especializadas, localizadas nos segmentos masculinos ou próximo a eles, e pela eversão de estruturas semelhantes a pênis. Os dois anelídeos separam-se quando os receptáculos seminais de ambos estiverem cheios de espermatozoides do parceiro.

De diversas horas a uns poucos dias após a cópula, o clitelo produz um casulo contendo albumina. Em seguida, o casulo é deslocado em direção à extremidade anterior do verme por ação de ondas, contrações musculares, e pelo movimento do corpo para trás. À medida que se move ao longo do corpo, o casulo recebe primeiramente os óvulos dos poros genitais (ou gonóporos) femininos e depois os espermatozoides, recebidos previamente do parceiro e armazenados nos receptáculos seminais. A fecundação ocorre no interior do casulo, sendo, portanto, externa. O casulo contendo ovos é deslocado para a porção anterior do corpo da minhoca e é expelido, havendo o selamento de suas extremidades abertas. Em minhocas terrestres, o casulo é depositado no interior de solos úmidos. O desenvolvimento é direto, saindo do casulo formas jovens semelhantes aos adultos.

O sistema reprodutor de hirudíneos é semelhante ao de oligoquetos, na medida em que estes animais também apresentam clitelo e são monoicos. Contudo, na maioria das sanguessugas, o clitelo só é evidente em períodos reprodutivos. Além disso, são protândricos, ou seja, o sistema reprodutor masculino amadurece primeiro.



Ciclo reprodutivo em minhoca. A fecundação é externa, no interior do casulo, e o desenvolvimento é direto, sem estágio larval.

## Leitura Complementar I

### USO DE SANGUESSUGAS NA MEDICINA

*Hirudo medicinalis*, a sanguessuga europeia, é uma das espécies melhor conhecidas, dada a sua importância médica. No passado, em uma época em que se acreditava que todas as doenças estavam no sangue e bastava “sangrar” um doente para curá-lo, esta sanguessuga foi amplamente utilizada. Há diversos casos registrados na história, de pacientes cuja morte talvez tenha ocorrido em decorrência da aplicação de enormes quantidade de sanguessugas, em vez das próprias doenças originais. Por outro lado, atualmente esta espécie retornou ao cenário médico, em virtude das substâncias analgésicas, anticoagulantes (hirudina) e vasodilatadoras que produz. Além disso, ela é utilizada para reduzir hematomas em regiões do corpo com difícil tratamento cirúrgico, para evitar que se formem cicatrizes em certos tipos de lesões e para estimular o restabelecimento da irrigação sanguínea, no caso de reimplantes de partes do corpo. Neste último caso, as sanguessugas têm-se mostrado particularmente efetivas. Aplicando-se um destes animais na ponta de um dedo reimplantado, por exemplo, a sucção realizada pela sanguessuga restabelece a irrigação sanguínea no mesmo, acelerando muito o processo de cicatrização.

**Obs.:** Segundo Fransozo (*Zoologia dos Invertebrados/1ª edição*), a hirudina é uma substância anticoagulante, e, além dela, também podem ser encontrados compostos vasodilatadores e analgésicos nas secreções das glândulas salivares de sanguessugas. Brusca (*Invertebrados/3ª edição*), afirma que as sanguessugas liberam hirudina (anticoagulante), vasodilatadores e anestésicos (isto é, ela não libera um analgésico, mas sim um anestésico). Sugiro considerar os dois termos corretos, analgésico e anestésico, caso seja citado, um ou outro, em alguma questão de vestibular ou ENEM sobre as sanguessugas, pois, apesar de farmacologicamente atuarem de modo diferente em nosso organismo, têm em comum o fato de inibirem a dor.

Fransozo, Adilson; Negreiros-Fransozo, Maria Lúcia. *Zoologia dos Invertebrados*. 1. ed. Rio de Janeiro: Roca, 2017; p. 338.

## Leitura Complementar II

### MINHOCULTURA

Minhocultura é a criação de minhocas para comercialização dos animais ou de suas fezes (figura). Elas podem ser criadas em caixas de madeira, canteiro etc. Mas é preciso orientação especializada para montar um minhocário, mesmo porque não é qualquer espécie de minhoca que pode ser utilizada e são necessários cuidados com a saúde, como o uso de luvas de borracha no trato com o solo.

Qual a utilidade das minhocas para o ser humano?

Além de servir para complementação de reação animal e de iscas para a pesca esportiva, as minhocas são importantíssimas para a fertilidade do solo. Ao abrirem caminho por ele, comendo terra e restos vegetais e construindo túneis, elas tornam o solo mais poroso e arejado, o que facilita a circulação de ar e permite que a água se infiltre melhor. Com isso, as raízes das plantas conseguem oxigênio e água com mais facilidade.

Charles Darwin, o famoso cientista criador da seleção natural, dizia que, antes de o ser humano inventar o arado, a terra já era arada pelas minhocas. Elas digerem a matéria orgânica dos detritos e eliminam fezes, que servem de adubo para o solo. Produzem, assim, uma parte do húmus (matéria orgânica em decomposição), rica em sais minerais necessários às plantas, o que

diminui a necessidade de se usar adubo químico. Em 1881 Darwin publicou um artigo com o título *A formação do húmus através da ação das minhocas*.

Na criação de minhocas podem ser utilizados restos orgânicos (lixo doméstico, restos vegetais, esterco etc.) que serão transformados em adubo (húmus de minhoca), colaborando, assim, na reciclagem desses materiais.



Fig. Canteiros de criação de minhocas em São Paulo.

**Obs.:** O húmus é a matéria orgânica depositada no solo, resultante da decomposição de animais e plantas mortas, ou de seus subprodutos, sendo um importante adubo orgânico para as plantas. O processo de formação do húmus é chamado humificação e pode ser natural, quando produzido espontaneamente por bactérias e fungos do solo (os organismos decompositores), ou artificial, quando o homem induz a produção de húmus, adicionando produtos químicos e água a um solo pouco produtivo. A incorporação de minhocas ao solo também colabora para a formação de húmus, nesse caso, é denominado de “húmus de minhoca” (ou “vermicomposto”, produzido pelo processo de vermicompostagem), não sendo essa a única forma de produzi-lo, por isso, o texto “Minhocultura” afirma que as minhocas produzem “parte do húmus”, mas não ele todo.

LINHARES, Sérgio; GEWANDSZNAJDER, Fernando. *Biologia Hoje*. V. 2. São Paulo: Ática, 2009; p. 281.

## Leitura Complementar III

### A PRÁTICA DE USO DO HÚMUS TORNA AGRICULTURA MAIS SUSTENTÁVEL

A pesquisa agropecuária recomenda a prática do húmus, uma alternativa ambiental e agroecológica, capaz de ajudar a reciclar nutrientes nas propriedades rurais. O húmus é técnica e economicamente viável e o seu método de utilização depende da mão de obra do produtor e da dinâmica de produção de resíduos na propriedade. Na “Semana dos Alimentos Orgânicos” e da chegada do “Junho Ambiental”, nada melhor que indicar práticas que tragam mais benefícios para o solo.

O húmus possui características físicas, químicas e biológicas que nutrem o solo. Isso ocorre porque ele possui uma grande gama de compostos como enzimas e microrganismos que são conhecidos como “componentes não nutricionais do húmus. Em geral, quando se fala em húmus de minhoca as pessoas associam esse processo a basicamente a um fertilizante natural, e de fato, o húmus de minhoca possui um gama de nutrientes como nitrogênio, fósforo e potássio. Porém, a quantidade desses nutrientes, que estão presentes no húmus, é relativamente baixa quando comparada com outros componentes.

O pesquisador Gustavo Schiedeck explica que quando as pessoas utilizam o húmus de minhoca na sua horta ou no seu pomar, mesmo com quantidades pequenas de nutrientes, as plantas

respondem positivamente. Isso acontece porque o húmus de minhoca é rico em propriedades conhecidas como “componentes não nutricionais do húmus”. Esses componentes são hormônios vegetais, microrganismos e enzimas que estão presentes nesses materiais e que compensam o menor teor de nutrientes. Segundo ele, as evidências científicas apontam que muito mais importantes que os nutrientes são justamente essas substâncias, esses hormônios e microrganismos que estão presentes no húmus. “São elas que vão fazer o diferencial e o grande efeito positivo que o húmus traz para a horta e para o pomar”, diz o pesquisador.

A atividade biológica presente em espaços, que utilizam o húmus, ajudam a reduzir os problemas fitossanitários que podem ocorrer em sistemas de produção tradicionais como doenças. “Por que quando se fomenta a presença e a diversificação de organismos no solo as chances de um organismo patogênico prosperar nesse ambiente se torna muito menor; então, quando são adicionados elementos biológicos no processo de produção ocorre uma dinâmica similar à que ocorre na natureza”, explica Schiedeck.

O húmus ainda é tecnicamente e economicamente viável e o seu método de utilização é inclusivo, uma vez que depende da demanda e da mão de obra disponível pelo produtor. Segundo o pesquisador, se não há muita mão de obra disponível, o recomendado é que se estimule a presença de minhocas e organismos do solo através da presença de matéria orgânica, para que elas, de forma natural, desenvolvam um trabalho muito parecido com o que acontece no minhocário. “Já há um pouco mais de disponibilidade de mão de obra e acúmulo de matéria orgânica na propriedade, o produtor pode produzir o húmus em um minhocário (sistema fechado onde as minhocas transformam resíduos orgânicos em dois tipos de adubo), e ao invés de utilizá-lo como um fertilizante tradicional, pode utilizá-lo na fertirrigação, em quantidades menores. Essa prática é possível, pois os elementos não nutricionais do húmus ainda vão estar presentes nessa substância. O pesquisador explica os benefícios dessa utilização, “Então, ao invés de utilizar 1k X m2 de húmus, que seria uma quantidade gigantesca para um hectare de horta, por exemplo, com essa prática poderia ser utilizado um terço dessa quantidade de húmus na forma líquida, sendo pulverizada em cima da biomassa do solo”, diz o pesquisador.

Thais Boa Nova (Colaboradora)  
Disponível em: <<https://www.embrapa.br>>. Acesso em: 05 out. 2019.



**Exercícios de Fixação**

01. (Unicamp) Nos quadrinhos a seguir, o personagem Garfield questiona a relevância ecológica do animal representado à direita.



Garfield, Jim Davis © 2000 Paws, Inc. All Rights Reserved / Dist. by Andrews McMeel Syndication

Assinale a alternativa que descreve corretamente aspectos zoológicos e ecológicos referentes a esse animal.

- A) As minhocas são invertebrados do filo dos anelídeos, possuem corpo celomado e segmentado, convertem detritos ingeridos em matéria orgânica e melhoram o arejamento do solo.
  - B) As cobras-cegas são vertebrados do filo dos anelídeos, possuem corpo pseudocelomado e reprodução sexuada, são predadoras de pragas agrícolas e melhoram o arejamento do solo.
  - C) As cobras-cegas são invertebrados do filo dos cordados, possuem corpo celomado e não segmentado e são capazes de controlar ervas daninhas, pois consomem suas raízes.
  - D) As minhocas são invertebrados do filo dos anelídeos, possuem pseudoceloma e reprodução assexuada, são predadoras de pragas agrícolas e melhoram o arejamento do solo.
02. (PUCRS) Considerando os filios da escala evolutiva zoológica, pode-se afirmar que \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_ são simultaneamente celomados, protostômios e segmentados.
- A) caracol-de-jardim – lombriga
  - B) sanguessuga – mosca
  - C) tênia – esponja-do-mar
  - D) estrela-do-mar – cavalo
03. (UEFS) A sustentação do corpo é fundamental para que um animal possa interagir no seu hábitat e atuar em seu nicho ecológico. A minhoca é um organismo integrante do grupo dos anelídeos e apresenta sustentação corporal por intermédio de um esqueleto
- A) calcário.
  - B) quitinoso.
  - C) ósseo.
  - D) hidrostático.
  - E) cartilaginoso.
04. (UPF) As minhocas desempenham importante papel ecológico nos ecossistemas, reciclando materiais e atuando como verdadeiros arados que revolvem os solos. Sobre as minhocas, podemos afirmar corretamente que
- A) são monoicas, de reprodução cruzada, apresentam sistema circulatório fechado, respiração pulmonar e excreção por túbulos de Malpighi.
  - B) são dioicas, de reprodução cruzada, apresentam sistema circulatório aberto do tipo lacunoso, respiração cutânea e excreção por nefrídios.
  - C) são dioicas, de reprodução cruzada, apresentam sistema circulatório aberto, respiração pulmonar e excreção por túbulos de Malpighi.
  - D) são monoicas, se autofecundam, apresentam sistema circulatório fechado, respiração pulmonar e excreção por túbulos de Malpighi.
  - E) são monoicas, de reprodução cruzada, apresentam sistema circulatório fechado, respiração cutânea e excreção por nefrídios.
05. (UFJF-PISM) Estudo que contou com a participação de um pesquisador brasileiro revela que a presença das minhocas no solo aumenta a produtividade agrícola. O resultado mostra que a presença das minhocas aumentou a produtividade de grãos e a biomassa aérea de plantas, afirma George Brown, pesquisador em ecologia do solo da Embrapa Florestas (PR). “O resultado era esperado”, afirma Brown. “Há centenas de anos as minhocas são consideradas aliadas do agricultor, ajudando no crescimento das plantas. Contudo, o que não sabíamos ainda era a dimensão do efeito positivo, nem como ele funcionava”.

Disponível em: <<https://www.embrapa.br>>. Acesso em 04 out. 2016. Adaptado.

Leia as afirmativas a seguir:

- I. As minhocas vivem em galerias escavadas no solo e a sua atividade de escavação melhora a textura e a estrutura do solo, tornando-o mais poroso e aerado;
- II. As minhocas se alimentam da matéria orgânica disponível no substrato, acelerando a sua decomposição e reincorporação ao solo;
- III. As minhocas são predadores que se alimentam de invertebrados do solo prejudiciais para as plantas, ajudando, assim, no controle de pragas de plantações;
- IV. Os excrementos das minhocas são ricos em nitrogênio, um dos nutrientes mais importantes para o crescimento das plantas;
- V. As fezes das minhocas, quando incorporadas ao substrato, formam o húmus, um excelente adubo natural.

Assinale a alternativa com as afirmativas corretas.

- A) Somente I, II, IV, V.
- B) Somente II, IV, V.
- C) Somente I, II, III, IV.
- D) Somente I, III, IV, V.
- E) Somente I, III, IV.



### Exercícios Propostos

01. (Unisa – Medicina) Analise os seguintes animais invertebrados.



Reprodução/Unisa 2017

- A) Qual desses animais possui uma estrutura que, visivelmente, dificulta a ação de um predador? Cite outra vantagem que essa estrutura traz ao animal em questão.
- B) O minhocucu e o caracol são animais celomados e a planária é um animal acelomado. O que é celoma e qual a importância do líquido contido em seu interior?

02. (G1 – CPS)

Os vegetais precisam respirar. Para tanto, eles absorvem gás oxigênio do ambiente. Essa absorção ocorre principalmente através de suas folhas e de suas raízes. Assim, o solo precisa ter certa quantidade de ar para que as raízes possam absorver o gás oxigênio. Considerando esse aspecto, podemos afirmar que as minhocas prestam um importante serviço ecológico, pois contribuem para o arejamento do solo.

As minhocas estão sempre cavando túneis e revolvendo a terra a procura de restos orgânicos, dos quais se alimentam, deixando a terra fofa e arejada. Além disso, esses túneis facilitam a drenagem das águas das chuvas.

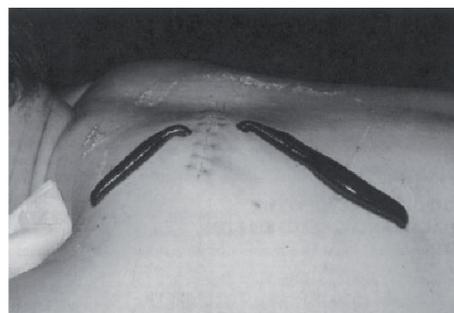
Em solos muito duros normalmente não há minhocas, principalmente porque ali elas não conseguem cavar as suas galerias. Não existindo esses animais, a terra terá menos húmus e menos gás oxigênio e, portanto, oferecerá menos recursos para a vida vegetal.

Sobre esses animais, é correto afirmar que

- A) são invertebrados, de vida parasitária, como as lombrigas e as sanguessugas.
  - B) possuem corpo cilíndrico, não segmentado e respiram por meio de brânquias.
  - C) favorecem a agricultura, pois produzem o gás oxigênio necessário à respiração das raízes dos vegetais.
  - D) sintetizam a matéria orgânica de que necessitam para sobreviver a partir dos minerais que absorvem do solo.
  - E) rastejam e cavam túneis graças à contração e distensão coordenadas dos músculos de cada segmento do corpo.
03. (Imed) A alternativa que contempla a principal novidade evolutiva dos anelídeos em relação aos moluscos, platelmintos, nematelmintos e cnidários é:
- A) Metameria.
  - B) Brânquias.
  - C) Gânglios nervosos.
  - D) Rádula.
  - E) Celoma.

04. (UFPR) Dentre as cerca de 8,5 milhões de espécies de organismos vivos presentes hoje em nosso planeta, mais de 7,5 milhões são animais. Essa enorme diferença em número parece estar vinculada à enorme flexibilidade conferida por características da arquitetura do corpo dos animais, que os tornam aptos a viver nos mais diferentes habitats do planeta, o que certamente deve ter contribuído para a diversificação do grupo. Dentre as grandes mudanças ocorridas no processo evolutivo, podemos destacar três importantes: aquisição da multicelularidade, aquisição do trato digestivo e aquisição de segmentação corporal. Apresente uma consequência favorável que cada uma dessas mudanças trouxe aos organismos.

05. (UFTM) A foto mostra sanguessugas sendo utilizadas para retirada de um hematoma no local onde foi realizada uma cirurgia.



Reprodução/Uftm 2012

Sônia Lopes. *Bio 2*, 2006.

- A) A qual filo pertence a sanguessuga? Ao sugar o sangue de uma pessoa, esses animais podem absorver os nutrientes através do tiflosole, cuja função é semelhante à das microvilosidades intestinais humanas. Explique a função do tiflosole.
- B) Após o corte cirúrgico, o sangue que extravasa coagula. Na coagulação, atuam substâncias como o fibrinogênio, a protrombina e uma substância plaquetária, a tromboplastina (ou tromboquinase). Explique como essas substâncias participam desse processo.

**06.** (Udesc) No ambiente agrícola há organismos benéficos e há organismos nocivos, ao homem e às plantas; é importante o seu correto reconhecimento.

Em relação a isso:

- A) O solo é o habitat das minhocas (anelídeos) e dos nematoides (nematelmintos). Explique uma característica da morfologia externa desses organismos que possibilite o seu reconhecimento.
- B) As minhocas são hermafroditas (monoicas). Explique a sua reprodução.
- C) A teníase e a cisticercose humana podem ser causadas pela *Taenia solium*. Explique a diferença entre elas e a forma de aquisição desse verme.

**07.** (UEL) É comum, quando pessoas entram em lagoas do Pantanal, anelídeos sanguessugas se fixarem na pele para se alimentarem. Para isso, utilizam uma ventosa oral que possui pequenos dentes afiados que raspam a pele, provocando hemorragia.

Com relação às sanguessugas, considere as afirmativas a seguir.

- I. Contêm um par de nefrídio individualizado para cada segmento corporal;
- II. São celomados com inúmeros segmentos iguais separados internamente por septos transversais membranosos;
- III. Da mesma forma que as minhocas, as sanguessugas apresentam cerdas para a locomoção;
- IV. Assim como nas minhocas, os órgãos são irrigados por uma rede contínua de capilares que se estende sob a epiderme.

Assinale a alternativa correta.

- A) Somente as afirmativas I e II são corretas.
- B) Somente as afirmativas I e III são corretas.
- C) Somente as afirmativas III e IV são corretas.
- D) Somente as afirmativas I, II e IV são corretas.
- E) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

**08.** (UFPA) Em uma aula de Ecologia, o professor falou sobre a importância de alguns representantes do grupo dos anelídeos para o meio ambiente e de sua larga utilização no cultivo de produtos orgânicos.

Sobre esses organismos, é correto afirmar que são

- A) acelomados, possuem sistema digestório completo e corpo formado por vários metâmeros.
- B) acelomados, possuem sistema circulatório aberto e respiração cutânea.
- C) celomados, possuem sistema circulatório fechado e liberam amônia como produto de excreção.
- D) celomados, diploblásticos e possuem reprodução do tipo sexuada e assexuada.
- E) celomados, deuterostômios e possuem sistema nervoso formado por gânglios ligados por cordões nervosos.

**09.** (Udesc) Assinale a alternativa incorreta quanto ao reino animal.

- A) Os animais, em sua maioria, são celomados.
- B) Os platelmintos são organismos acelomados.
- C) Os anelídeos são organismos pseudocelomados.
- D) Os nematódeos são organismos pseudocelomados.
- E) Animais diblásticos possuem apenas dois folhetos embrionários: ectoderma e endoderma.

**10.** (UFC) Evidências moleculares, baseadas em sequências de RNA, sugerem o parentesco entre moluscos anelídeos. Esses dados reforçam a hipótese de que esses grupos apresentam um ancestral comum. Parentesco entre esses grupos pode ser evidenciado também levando-se em consideração características biológicas, tais como:

- A) Protostomia, cordão nervoso dorsal e desenvolvimento direto.
- B) Metameria, presença de celoma e desenvolvimento indireto.
- C) Presença de celoma, simetria bilateral e clivagem espiral.
- D) Pseudoceloma, simetria bilateral e respiração branquial.
- E) Protostomia, clivagem espiral e metameria.



## Fique de Olho

### SANEAMENTO BÁSICO E DOENÇAS HUMANAS

Há diversas protozooses e verminoses que poderiam ser evitadas com um sistema adequado de saneamento básico, que envolve tratamento de água, melhoria das condições de moradia e medidas básicas de higiene, as quais dependem de acesso a informações e à educação de qualidade. Todas essas ações estão à mercê de políticas públicas adequadas e eficientes para toda a população. Assim, sempre que analisamos essas doenças, temos de ter uma visão mais ampla, que esbarra nos âmbitos social, econômico e ambiental, e não somente no biológico. Para falar um pouco a respeito disso, selecionamos trechos de dois artigos para que você possa ler e refletir.

#### • Saneamento – esgotamento sanitário

O saneamento, segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS), é o gerenciamento ou controle dos fatores físicos que podem exercer efeitos nocivos ao homem, prejudicando seu bem-estar físico, mental e social.

Outra definição é a trazida pela Lei do Saneamento Básico (apelido dado para a Lei Ordinária nº 11445 de 5 de janeiro de 2007, que estabelece as diretrizes básicas nacionais para o saneamento), que o define como o conjunto de serviços, infraestruturas e instalações operacionais de abastecimento de água potável, esgotamento sanitário, limpeza urbana, manejo de resíduos sólidos e drenagem e manejo das águas pluviais.

O saneamento básico está intimamente relacionado às condições de saúde da população e mais do que simplesmente garantir acesso aos serviços, instalações ou estruturas que citam a lei, envolvem, também, medidas da educação da população em geral e conservação ambiental. A poluição decorrente das condições inadequadas de saneamento ambiental e crescimento urbano desordenado tem comprometido o abastecimento de água potável e o sistema de drenagem, criando condições para o desencadeamento de agravos à saúde, expondo as populações à dengue, febre tifoide, hepatite, diarreias, entre outros.

*Vigilância Sanitária.* Governo de Santa Catarina. Disponível em: <[www.vigilanciasanitaria.sc.gov.br](http://www.vigilanciasanitaria.sc.gov.br)>. Acesso em: Abr. 2018.

#### • O fosso do saneamento no Brasil

[...]

As novas estatísticas sobre o esgotamento sanitário, que colocam o Brasil em melhor situação do que a Argentina e a Colômbia, mas pior do que Chile e México, constituem um importante alerta. E nos mobilizam para refletir sobre duas perguntas centrais: Quais são os determinantes dessa situação? Quais são seus efeitos?

Seria simplista responder à primeira questão apontando uma causa única, pois se trata de um setor complexo, que se move segundo uma dinâmica própria de uma política pública que depende de uma diversidade de agentes sociais. No entanto, pode-se dizer, sem riscos elevados, que as razões resultam de uma combinação de fatores, como: políticas instáveis, planejamento pobremente implementado, fluxo descontínuo de investimento público, baixo controle pela sociedade, regulação com baixa efetividade, abordagem limitada na prestação de serviços, descontinuidade administrativa da gestão.

[...]

Quanto aos efeitos desse quadro, obviamente são múltiplos. Eu os sintetizaria ressaltando que a parcela da população com serviços inadequado soma-se um conjunto de privações, contribuindo para aumentar o fosso entre os que têm e os que não têm e para submeter estes últimos a muito maiores chances de contraírem doenças e de terem seus direitos humanos violados.

HELLER, L. O fosso do saneamento no Brasil. *Agência Fio Cruz de Notícias*, 2 ago. 2017. Disponível em: <<https://agencia.fiocruz.br/>>. Acesso em: abr. 2018.

LOPES, Sônia; ROSSO, Sérgio. *Bio 2: Conecte live – 3ª ed.* – São Paulo: Saraiva, 2018; p. 424 e 425.

## MALACOCULTURA BRASILEIRA

A Malacologia é o ramo da Zoologia que estuda os moluscos. Dentro desse ramo, há a malacocultura, em que a pesquisa se volta para o cultivo de moluscos com finalidade comercial, em especial para a alimentação humana e produção de pérolas.

Para tratar do tema malacocultura no Brasil, selecionamos trechos de três artigos que abordam a questão mais voltada para o cultivo de bivalves.

### CULTIVO DE BIVALVES

#### Trecho 1:

[...] quando se trata especificamente do cultivo de mexilhões, esse cultivo também pode ser denominado de “mitilicultura”, da mesma forma que se for de ostra, pode ser chamado de “ostreicultura”, ou ainda, se o cultivo for de vieiras (coquilles ou pectens) poderá ser chamado de “pectinicultura”. [...]

Hoje, se cultiva comercialmente no país apenas uma espécie de mexilhão, a *Perna perna*, duas espécies de ostras, a ostra nativa do mangue *Crassostrea rhizophorae* e a ostra do Pacífico *Crassostrea gigas*, e uma espécie de vieira, também conhecida como pécten ou coquille, da espécie *Nodipecten nodosus*. Em caráter experimental, podem ser encontrados o cultivo do sururu, a *Mytella falcata*, da ostra *Spondylus americanus* e da ostra perlífera *Pinctada margaritifera*.

#### Trecho 2:

A extração de recursos marinhos tem sido uma atividade rotineira das comunidades costeiras, tendo passado de uma atividade equilibrada e aceitável, praticada principalmente em nível de subsistência e como complementação de renda, para outra, de dimensões drásticas de sobre-exploração incerta e predatória, decorrente do intenso aumento populacional, incluindo-se a ocupação das áreas costeiras para atividades de lazer e turismo e o conseqüente incremento do esforço de exploração, acompanhado pelo rápido aprimoramento das tecnologias de captura, por legislações impróprias, pela falta de fiscalização e pela desorganização do setor pesqueiro. Essa política vem ocasionando violentas quedas na biomassa, provocando escassez dos recursos e quebra nos ciclos naturais, com os conseqüentes impactos ecológicos, econômicos e sociais.

Uma das formas de solucionar parcialmente o problema é a implantação da atividade da aquicultura como meio de gerar emprego e renda, elevar a produtividade das áreas costeiras através da exploração racional e manejo sustentado dos recursos, promover a fixação dos produtores em seu local de origem, proteger o meio ambiente, estimular a prática da maricultura e diminuir a pressão de exploração sobre os recursos.

Além disso, será possível aproveitar economicamente áreas sem interesse e incorporar os pescadores a uma atividade planejada, uma vez que as incertezas, característica da profissão, têm levado ao seu esvaziamento.

[...]

PEREIRA, Q. M. et al. Programa de desenvolvimento da criação ordenada de moluscos bivalves no Estado de São Paulo. *Secretaria de Agricultura e Abastecimento, Instituto de Pesca (IP)*. Disponível em: <[www.pesca.agricultura.sp.gov.br](http://www.pesca.agricultura.sp.gov.br)>. Acesso em: mai. 2018.

#### Trecho 3:

No Brasil, o cultivo de espécies de água doce ainda é pouco difundido. A malacocultura se restringe ao cultivo de espécie marinhas, das quais os estados do Sul e Sudeste detêm a produção, especialmente Santa Catarina, maior produtor nacional [...].

Quanto ao conhecimento das espécies de bivalves que ocorrem nos ambientes límnicos [de água doce], o Brasil ganha destaque, mas o real potencial desses organismos ainda não foi aproveitado pela aquicultura. [...]

A Ordem Unionoidea representa os principais bivalves dulcícolas no mundo [...], são os únicos bivalves a possuírem um estágio larval parasitário e conhecidos por produzirem pérolas de alta qualidade.

A Ordem Veneroidea engloba mais de um terço de todas as espécies atuais de bivalves [...], com destaque para [...] a espécie *Cyanocyclus brasiliensis*.

É uma das únicas espécies de moluscos de água doce alvo da pesca no Nordeste brasileiro, servindo como fonte de alimento e renda para as comunidades em sua área de ocorrência.

[...]

#### Perspectivas futuras

O uso de bivalves límnicos para a produção de pérolas, conservação de estoques naturais e consumo humano, são apenas algumas de suas múltiplas aplicações. Apesar de não existirem cultivos comerciais no Brasil, o mesmo se destaca devido ao grande número de corpos d'água continentais e parques aquícolas.

Os moluscos bivalves de água doce do Brasil. Potencial ainda não aproveitado pela aquicultura. *Aquaculture Brasil*. Disponível em: <[www.aquaculturebrasil.com](http://www.aquaculturebrasil.com)>. Acesso em: mai. 2018.

LOPES, Sônia; ROSSO, Sérgio. *Bio 2: Conecte live – 3ª ed.* – São Paulo: Saraiva, 2018; p. 401 e 402.

## Bibliografia

- AMABIS, José Mariano; MARTHO, Gilberto Rodrigues. *Biologia dos Organismos*. V. 2. São Paulo: Moderna, 2004.
- AMABIS, José Mariano; MARTHO, Gilberto Rodrigues. *Biologia dos Organismos*. V. 2. São Paulo: Moderna, 2009.
- AMABIS, José Mariano; MARTHO, Gilberto Rodrigues. *Biologia dos Organismos – 4ª ed.* – V. 2. São Paulo: Moderna, 2015.
- BROOKS, Geo. F. Brooks ... [et al.]. *Microbiologia médica de Jawetz, Melnick e Adelberg* – 26. ed. – Porto Alegre: Artmed, 2014.
- Brusca, Richard C.; Moore, Wendy; Shuster, Stephen M.. *Invertebrados* – 3. ed. – Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2018.
- CAMPBELL, N.A.; REECE, J. B. / *Biologia*. – 10ª ed. – Porto Alegre: Artmed, 2015.

Fransozo, Adilson; Negreiros-Fransozo, Maria Lúcia. *Zoologia dos Invertebrados* – 1. ed. – Rio de Janeiro: Roca, 2017.

HICKMAN Jr., Cleveland P...[et al.]. *Princípios integrados de zoologia* – 16. ed. – Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2016.

HICKMAN Jr., Cleveland P...[et al.]. *Princípios integrados de zoologia* – 11. ed. – Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2001.

LEVINSON, Warren. *Microbiologia médica e imunologia* – 12. ed. – Porto Alegre: Artmed, 2014.

LINHARES, Sérgio; GEWANDSZNAJDER, Fernando. *Biologia Hoje*. V. 2. São Paulo: Ática, 2009.

LOPES, Sônia e ROSSO, Sérgio; *Conecte Bio*, 3; São Paulo: Saraiva, 2011.

LOPES, Sônia; ROSSO, Sérgio. *Bio 2: Conecte live* – 3ª ed. – São Paulo: Saraiva, 2018.

MADIGAN, Michael T. ... [et al.]. *Microbiologia de Brock* – 14. ed. – Porto Alegre: Artmed, 2016.

MURRAY, Patrick R.; ROSENTHAL, Ken S.; PFALLER, Michael A.. *Microbiologia médica* – 7. ed. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

NEVES, D. P.. *Parasitologia Humana* – 12. ed. - São Paulo: Atheneu, 2011.

Pechenik, Jan A. *Biologia dos invertebrados* – 7. ed. – Porto Alegre: AMGH, 2016.

PURVES, SADAVA, ORIAN E HELLER. *Vida – A Ciência da Biologia* – 8ª. ed. – V. 2. Porto Alegre: Artmed, 2009.

REY, L.. *Bases da Parasitologia Médica* – 3. ed. – Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2011.

TORTORA, Gerard J.; FUNKE, Berdell R.; CASE, Christine L.. *Microbiologia* – 10. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Artmed, 2012.



**Anotações**



Anotações

# BIOLOGIA III

## CITOLOGIA

### Objetivo(s):

- Compreender os principais conceitos introdutórios da Citologia e da estrutura e fisiologia da membrana plasmática.

### Conteúdo:

#### **AULAS 16 E 17: INTRODUÇÃO À CITOLOGIA**

Considerações iniciais .....	296
Teoria Celular .....	297
Tamanho das células.....	297
Morfologia das células.....	298
Métodos de estudo em citologia.....	298
Membrana plasmática .....	300
Células procarióticas.....	300
Características especializadas das células procarióticas .....	300
Células eucarióticas .....	301
Membrana celulósica ou parede celular celulósica .....	301
Exercícios .....	303

#### **AULAS 18 A 20: MEMBRANA PLASMÁTICA**

Considerações iniciais .....	307
Composição da membrana plasmática .....	307
Proteínas .....	308
Fisiologia de membrana .....	310
Difusão simples.....	311
Difusão facilitada .....	311
Osmose .....	312
Transporte ativo .....	314
Transporte em bloco – endocitose e exocitose.....	315
Exercícios .....	316

### Considerações iniciais

A ciência citologia (do grego, *kytos*, célula, e *logos*, estudo) é o ramo da biologia que se ocupa do estudo das células. Teve seu início com a invenção do microscópio, aparelho capaz de aumentar a imagem de pequenos objetos, pois as células são geralmente diminutas demais para serem vistas a olho nu.

Tal instrumento foi inventado por Hans Janssen e seu filho Zacharias, holandeses que fabricavam óculos e viveram no século XVI. Estes descobriram que duas lentes, instaladas em um tubo, tinham a capacidade de amplificar as imagens, permitindo a observação de objetos pequenos não visíveis a olho humano. Não podemos afirmar, porém, que os Janssen tenham usado seu aparelho com objetivos científicos.

O primeiro pesquisador a registrar cuidadosamente suas observações microscópicas foi o holandês Antonie van Leeuwenhoek (1632-1723). Usando um microscópio inventado por ele, dotado de uma única lente, Leeuwenhoek observou e relatou as formas e o comportamento dos micro-organismos, e assim ficou conhecido como o "pai da Microbiologia".

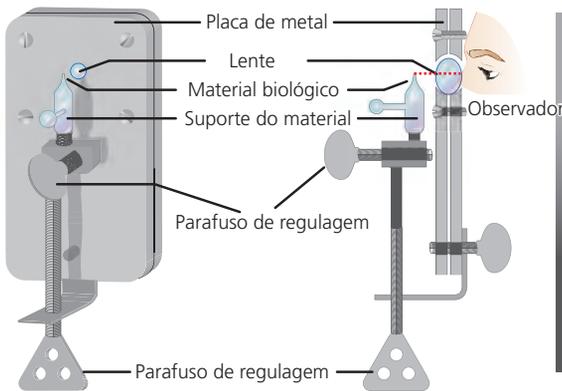
A descoberta da célula, unidade morfofisiológica dos organismos, é creditada ao inglês Robert Hooke (1635-1703). Entre as diversas observações que realizou, Hooke estudou finíssimas fatias de cortiça, tentando entender as propriedades físicas desse material.

Ao observar a cortiça em um microscópio de duas lentes, Hooke percebeu sua estrutura porosa, descrevendo-a nos seguintes termos: "(...) Pude perceber, com extraordinária clareza, que a cortiça é toda perfurada e porosa, assemelhando-se muito, quanto a isto, a um favo de mel. Além disso, esses poros, ou células, não são muito fundos, e lembram pequenas caixas. (...)".

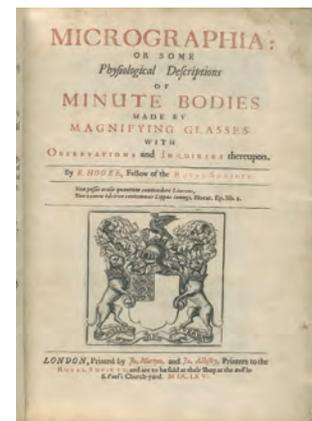
Hooke foi o primeiro cientista a usar o termo "célula" (do latim, *cellula*, diminutivo de *cella*, pequeno compartimento) para designar cada uma das microscópicas cavidades existentes na cortiça. Tinha com isso, a intenção de relacionar a semelhança dessas cavidades com as pequenas celas de uma prisão.

A cortiça representa um tecido vegetal morto, formado apenas pelas paredes das células vegetais, que são muito resistentes e não se degradam, mesmo depois da morte celular. Posteriormente, Hooke fez uma análise de células vegetais vivas, percebendo que suas células não são vazias como as da cortiça, mas preenchidas por um líquido viscoso.

Outros cientistas da época confirmaram as observações de Hooke, dentre os quais se destacou o botânico inglês Nehemiah Grew (1641-1712), que fez importantes trabalhos sobre a estrutura microscópica vegetal, comprovando sua constituição celular. Outro citologista pioneiro foi o italiano Marcello Malpighi (1628-1694), que descreveu a presença de células em inúmeras plantas e em órgãos de animais.



Domínio Público



Biblioteca Nacional de Gales, Aberystwyth, País de Gales.



Museu Boerhaave, Leiden, Holanda.

VERKOLJE (I), Jan (1650-1693). Retrato de Antoine van Leeuwenhoek (1632-1723), 1680. Óleo sobre tela.



Domínio Público

► **Fig. 1** – Os microscópios de Leeuwenhoek consistiam de uma pequena lente de vidro inserida em uma placa de cobre, que era conectada a um parafuso móvel com uma agulha na ponta. O observador mantinha a lente próxima ao olho, de modo a examinar, através dela, objetos mantidos na ponta da agulha. Além de ter descoberto os micróbios, Leeuwenhoek estudou a estrutura microscópica de diversos animais e plantas, descobriu os glóbulos vermelhos do sangue e os espermatozoides no sêmen.

► **Fig. 2** – O microscópio usado por Robert Hooke era dotado de duas lentes, sendo por isso denominado microscópio composto. Hooke publicou suas observações em um trabalho intitulado *Micrographia*, no qual aparece o desenho da cortiça (em detalhe, no círculo), cujas cavidades foram denominadas "células".

Os trabalhos desses primeiros citologistas permaneceram muito tempo sem serem agrupados em uma só linha de pesquisa, sendo vistos e interpretados de forma isolada. Somente 150 anos mais tarde, quando a biologia já estava mais desenvolvida, é que se chegou à conclusão de que as células são as unidades que constituem praticamente todos os seres vivos. Isto mostra que o progresso da ciência não se dá apenas pela descoberta de fatos novos, mas principalmente pelo estabelecimento de relações entre fatos passados.

## Teoria Celular

Estudos microscópicos realizados após a descoberta das células permitiram que dois cientistas alemães, Mathias Schleiden e Theodor Schwann, no final da década de 1830, formulassem a Teoria Celular.

O advogado Mathias Jakob Schleiden (1804-1881) abandonou a profissão para se dedicar ao estudo da estrutura e fisiologia das plantas. O médico Theodor Schwann (1810-1882) se dedicou ao estudo da anatomia dos animais. Os dois cientistas se reuniram por volta de 1838 e discutiram suas ideias a respeito da organização dos seres vivos. Schleiden tinha a certeza de que todas as plantas eram constituídas por células, já Schwann tinha a mesma opinião em relação aos animais.

Schwann resumiu suas ideias nas seguintes palavras: “As partes elementares dos tecidos são células, semelhantes no geral, mas diferentes em forma e função. Pode ser considerado certo que a célula é a mola-mestra universal do desenvolvimento e está presente em cada tipo de organismo. A essência da vida é a formação da célula”.

O fisiologista Claude Bernard (1813-1878) e o patologista Rudolf Virchow (1821-1902), importantes biólogos da época, reconheceram a validade da Teoria Celular, o que facilitou muito a sua aceitação. A partir desse momento, os biólogos passaram a falar dos seres vivos, levando em consideração suas células e os componentes celulares. Virchow, por exemplo, acreditava que as doenças sempre tinham origem nas células. Em um trabalho datado de 1858, ele diz: “A causa das doenças deve ser investigada na célula; seus sintomas, em última análise, nada mais são do que uma reação das células do organismo aos fatores que desencadeiam as doenças”.

Reconhecer que a célula é a unidade fundamental na constituição de todo ser vivo foi uma das mais importantes generalizações da história da biologia. Dessa forma, a botânica e a zoologia, até então consideradas dois ramos distintos, foram reunidas. Mesmo havendo diferenças quanto a forma e função, todos os seres vivos têm em comum a sua constituição celular. Entretanto, para a compreensão do fenômeno da vida, é preciso conhecer a estrutura celular.

O entusiasmo pela Teoria Celular levou os biólogos a investigarem a origem das células vivas. Alguns acreditavam que as células se formavam de maneira espontânea, a partir da união de determinados tipos de substâncias químicas. Outros cientistas eram contra essa ideia, afirmando que uma célula somente podia se originar de outra célula já existente.

O cientista Rudolf Virchow, em 1855, com base nas observações de inúmeros pesquisadores, concluiu que as células somente se originam pela reprodução de outras células já existentes. Ele resumiu essa ideia em uma frase em latim, que se tornou célebre: “*Omnis cellula ex cellula*”, significa que toda célula se origina de um preexistente.

A ideia de Virchow a respeito da origem das células foi apoiada, em 1878, pelo biólogo Walther Flemming (1843-1905), que descreveu detalhadamente o processo de reprodução celular. Flemming demonstrou que duas células-filha se originam por divisão de uma célula-mãe.

Logo, foi demonstrado que os animais e as plantas se originam da união de duas células por meio da fecundação. Duas células dos genitores, os gametas, fundem-se para formar a primeira célula do organismo, a célula-ovo (ou zigoto); a multiplicação dessa célula origina todas as células do indivíduo adulto. Existe, portanto, continuidade entre uma geração e outra por meio dos gametas.

Com isso, a Teoria Celular passou a incluir três ideias principais:

- 1) Todos os seres vivos são formados por células e por seus produtos; as células são, portanto, as unidades morfológicas dos seres vivos.
- 2) As atividades essenciais que caracterizam a vida ocorrem dentro das células; estas são, portanto, as unidades funcionais ou fisiológicas dos seres vivos.
- 3) Novas células se formam pela reprodução de células preexistentes, por meio da divisão celular.

Os vírus são estruturas biológicas acelulares. Eles são extremamente simples, sendo constituídos basicamente por uma molécula de ácido nucleico, que pode ser o DNA (ácido desoxirribonucleico) ou RNA (ácido ribonucleico), envolta em polipeptídios.

Apesar de não serem constituídos por células, os vírus não são exceções à Teoria Celular, como muitos pensam, pois até eles precisam de células para se reproduzirem. Isso só vem a confirmar que as atividades essenciais à vida ocorrem dentro das células vivas. Há algumas hipóteses sobre a origem dos vírus que afirmam: os ancestrais destes foram células que, ao se tornarem parasitas intracelulares, sofreram adaptações e simplificações em sua estrutura.

## Tamanho das células

A maioria das células possui um tamanho que varia entre 10 e 100 micrometros ( $\mu\text{m}$ ), ou seja, 0,01 a 0,1 milímetro ( $1 \mu\text{m} = 0,001 \text{ mm}$ ). Isso significa que no ponto final desta frase cabem, em linha, cerca de 10 células grandes.

Uma célula animal típica mede entre 10 a 20 micrometros de diâmetro, ou seja, cinco vezes menor que a menor partícula visível.

A relação entre a área da superfície da célula e o seu volume limita o tamanho das células. Quando o tamanho aumenta, o volume aumenta mais rápido do que a área; isso ocorre pelo fato de o aumento do volume ser proporcional ao cubo das dimensões lineares e o aumento da superfície ser proporcional ao quadrado dessas dimensões. Tal lei denomina-se lei de Spencer, pode ser justificada da seguinte maneira (para entendê-la melhor, observe a **Fig. 3**): um cubo de 1 cm de aresta tem uma superfície igual a  $6 \text{ cm}^2$  ( $1 \text{ cm}^2$  de cada face multiplicado por 6 faces), enquanto seu volume é igual a  $1 \text{ cm}^3$  ( $1 \text{ cm}$  de altura  $\times$   $1 \text{ cm}$  de largura  $\times$   $1 \text{ cm}$  de profundidade). Se este cubo aumenta de tamanho e passa a ter 10 cm de aresta, a superfície será de  $600 \text{ cm}^2$  e o volume passa a ser de  $1000 \text{ cm}^3$ . Note que tanto a superfície como o volume aumentaram, mas enquanto o volume passou de  $1 \text{ cm}^3$  para  $1000 \text{ cm}^3$ , isto é, aumentou mil vezes, a superfície aumentou de  $6 \text{ cm}^2$  para  $600 \text{ cm}^2$ , ou seja, aumentou apenas cem vezes. A superfície relativa representa a relação entre a área superficial e o volume corporal.

Esse crescimento diferencial entre área e volume acarreta sérios problemas de alimentação e de trocas de gases entre a célula e o meio externo. Uma célula que aumenta dez vezes de diâmetro terá um volume mil vezes maior; como consequência, necessitará mil vezes de mais alimento e oxigênio para sustentar sua estrutura. Contudo, como sua superfície é apenas cem vezes maior, a capacidade de absorção de alimento e de oxigênio aumentou apenas cem vezes, o que é insuficiente para as necessidades fisiológicas da célula. Dessa forma, esse problema é resolvido com a divisão da célula em duas, o que restabelece a relação área-volume proporcional.

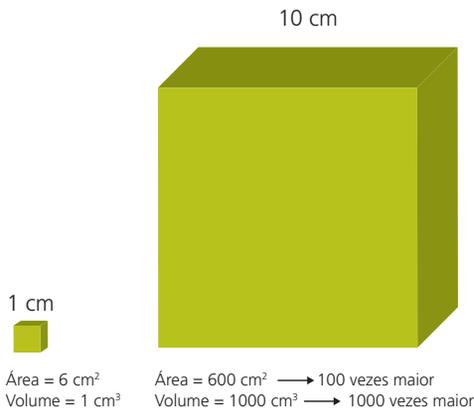


Fig. 3 – A desproporção entre área e volume quando um corpo aumenta de tamanho.

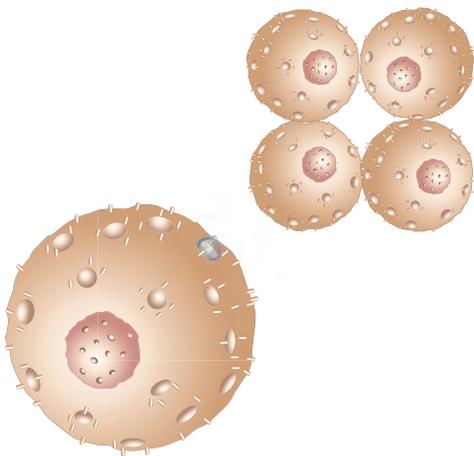


Fig. 4 – Uma célula muito grande teria pouca área para sustentar seu volume. Se dividirmos o mesmo volume por células menores, a área relativa será maior, garantindo à célula um abastecimento adequado de nutrientes e oxigênio.

A dificuldade que uma célula grande teria para se abastecer de nutrientes justifica o motivo dos organismos maiores que 100 micrometros (0,1 mm) serem quase sempre pluricelulares.

Existe ainda outra consequência da relação área-volume: a diferença de tamanho entre indivíduos da mesma espécie é causada pelo número de células, e não pelo tamanho das mesmas. As células do fígado de um anão são do mesmo tamanho que as de uma pessoa de 2 metros, por exemplo. A diferença entre ambos é consequência de uma diferença no número de células. Esse fato pode ser enunciado de modo mais exato através da lei Driesch, conhecida como lei do volume celular constante. Nesta, indivíduos da mesma espécie e com o mesmo grau de desenvolvimento têm células do mesmo tecido do mesmo tamanho.

**Observação:**

**UMA CÉLULA GIGANTE**

Há células tão grandes que podem ser vistas sem microscópio. O exemplo mais comum é a gema de ovo, caso o desenvolvimento embrionário não tenha se iniciado. Contudo, esta célula tem seu metabolismo muito reduzido, pois apenas uma pequena parte de seu imenso conteúdo possui citoplasma em atividade. A maior parte – amarela – é uma reserva de alimento denominada de vitelo que vai ser usada aos poucos, durante o desenvolvimento do embrião; por isso, há pouca necessidade de trocar substâncias com o ambiente, e sua pequena área relativa não constitui problema.

**Morfologia das células**

As células variam em sua forma. Cada célula tem uma morfologia adaptada à sua fisiologia, e ambas – forma e função – são controladas por fatores genéticos e ambientais. A pressão de outras células, por exemplo, pode fazer com que elas fiquem achatadas. Nos vegetais, a parede de celulose é responsável pela forma angulosa das células; enquanto nos animais, seres sem parede celular, as formas são mais curvas.

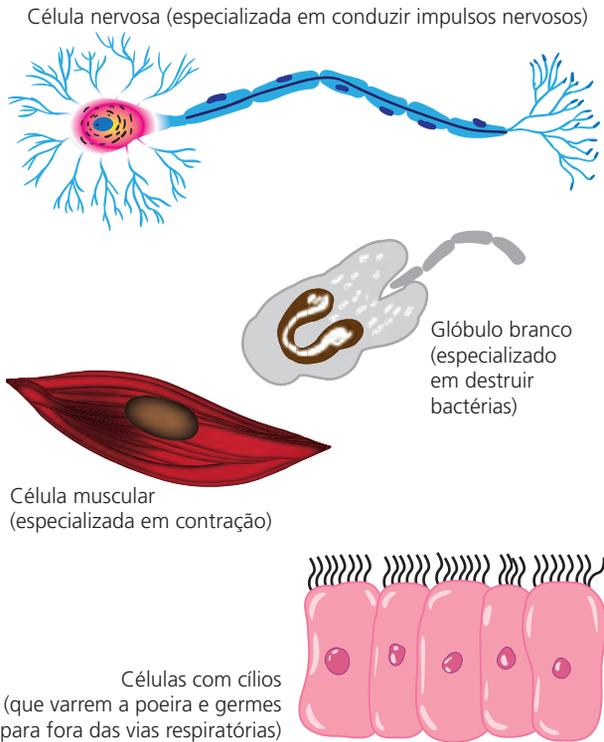


Fig. 5 – Há mais de duzentos tipos de células formando os tecidos do corpo humano. Cada uma delas tem uma forma adaptada à função que executa.

**Métodos de estudo em citologia**

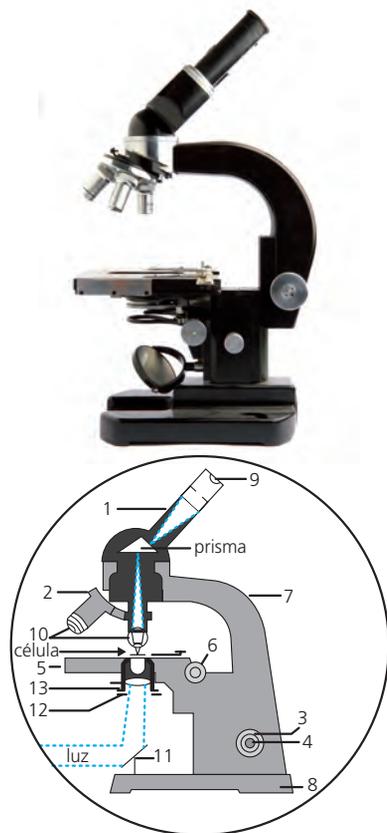
Para estudar a estrutura e o funcionamento da célula, os cientistas utilizam vários instrumentos e técnicas, como o microscópio (associado a corantes e fixadores), a centrifugação fracionada e a autorradiografia.

**Microscópio, corantes e fixadores**

Caso dois pontos estejam separados por uma distância igual ou superior a 0,1 mm, nossa visão terá a capacidade de distingui-los. Sendo a distância menor que 0,1 mm, veremos somente um único ponto, isto é, a imagem perde a nitidez. Isso quer dizer que o olho humano tem um poder de resolução de 0,1 mm.

O microscópio óptico comum é um instrumento formado por um sistema de lentes com poder de resolução de 0,2 µm, bem superior ao poder de resolução do olho humano. Com esse aumento, podemos visualizar as células e alguns de seus componentes internos.

Dessa forma, por meio do microscópio, podemos aumentar a imagem de um objeto cerca de 1500 vezes, sem que ela perca a nitidez. Para que possamos observar um objeto qualquer por meio desse aparelho, o objeto precisa ser atravessado por um feixe de luz, exigindo que ele seja suficientemente fino. Assim, precisamos de um aparelho especial, o micrótomo, necessitando para isso a inclusão do material biológico a ser estudado, isto é, deve ser colocado em blocos de parafina para facilitar o corte.



Jiri Vaclavek/123RF/Gettyimages

➤ Fig. 6 – Um moderno microscópio óptico binocular, isto é, dotado de duas oculares. O desenho no círculo indica as suas diversas partes componentes, cujos nomes se encontram na tabela seguinte.

- |                          |   |                        |   |  |
|--------------------------|---|------------------------|---|--|
| <b>I. Parte mecânica</b> | { | Canhão (1)             | { | macrométrico (3)                         |
|                          |   | Revólver giratório (2) |   | micrométrico (4)                         |
|                          | { | Parafusos              | { | Platina (5) e parafuso do "charriot" (6) |
|                          |   |                        |   |  |
|                          | { | {                      | { | Pé ou base (8)                           |
- 
- |                         |   |                |   |                       |
|-------------------------|---|----------------|---|-----------------------|
| <b>II. Parte óptica</b> | { | Ocular (9)     | { | a seco (duas ou três) |
|                         |   | Objetivas (10) |   | de imersão            |
- 
- |                                    |   |   |                |                        |   |         |
|------------------------------------|---|---|----------------|------------------------|---|---------|
| <b>III. Aparelho de iluminação</b> | { | { | {              | Espeelhos (11)         |   |         |
|                                    |   |   |                | {                      | { | plano   |
|                                    |   |   |                |                        |   | côncavo |
| {                                  | { | { | {              | (Pode ser uma lâmpada) |   |         |
|                                    |   |   |                | {                      | { | {       |
| {                                  | { | { | Diafragma (13) |                        |   |         |

A maioria das estruturas celulares, no entanto, só pode ser vista ao microscópio comum se a célula for previamente corada. Isto ocorre com a utilização de corantes, que reagem apenas com determinadas estruturas da célula, fornecendo um contraste que favorece sua observação.

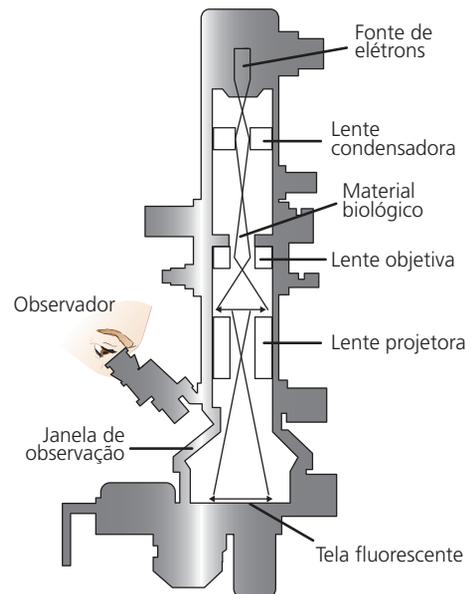
Para observarmos uma célula viva, devemos usar corantes que não degradem a sua estrutura, sendo esses denominados de corantes vitais. É o exemplo do verde-janus B, que serve para destacar a mitocôndria, uma das estruturas celulares.

Para observações duradouras e repetidas, usam-se substâncias que mantêm e conservam a célula, alterando o mínimo possível sua estrutura. Tais substâncias, chamadas fixadores (álcool e formol, por exemplo), garantem a conservação das células para futuras observações.

O estudo da célula tomou um impulso muito grande com a invenção do microscópio eletrônico de transmissão, em 1939. Nesse aparelho, o material observado é atravessado por um feixe de elétrons, em vez de luz, e a imagem pode ser observada numa tela fluorescente (como uma tela de TV) ou numa fotografia. Com essa tecnologia, pode-se alcançar um poder de resolução de 0,001 µm e um aumento de 200000 a 400000 vezes. O uso desse microscópio e de outras técnicas mais recentes permite obter informações mais detalhadas sobre a estrutura e a composição bioquímica da célula.

O microscópio eletrônico de varredura, posteriormente desenvolvido, utiliza feixe de elétrons; em vez de atravessar o objeto, varre-o como se fosse uma pessoa sentindo com os dedos o relevo de uma superfície. Dessa maneira, consegue-se uma imagem tridimensional do material analisado. Essa imagem origina-se por elétrons refletidos, e não por elétrons que atravessam o material.

Em 1981, surgiu o microscópio de tunelamento eletrônico, tendo a incrível capacidade de aumentar as estruturas até 100 milhões de vezes e fornecer imagens de átomos e moléculas.



➤ Fig. 7 – No microscópio eletrônico de transmissão, os elétrons atravessam o material biológico e formam uma imagem eletrônica.

### Centrifugação fracionada

A centrifugação fracionada ou fracionamento celular baseia-se na separação dos componentes celulares. Nessa técnica, as células são degradadas mecanicamente, formando um homogeneizado. O material é assim submetido, no interior de um centrifugador, a rotações cada vez mais rápidas, que produzem forças muito maiores do que a força da gravidade. Conforme se vai variando o número e o tempo das rotações, conseguimos separar as estruturas celulares, de acordo com suas diferentes densidades.

### Autorradiografia

Na autorradiografia, a célula recebe uma substância com um átomo radioativo, sendo, em seguida, coberta com emulsão fotográfica. O preparado é mantido no escuro, por um intervalo de tempo variável. Nesse período de tempo, os átomos radioativos emitem radiações que marcam a emulsão. Após a revelação do filme, segue-se o caminho da substância radioativa no interior da célula e descobre-se as estruturas nas quais ela se fixou.

## Membrana plasmática

A membrana plasmática segrega cada célula do seu ambiente, criando um compartimento segregado (mas não isolado). A membrana plasmática é composta de uma bicamada fosfolipídica, com as porções hidrofóbicas dos lipídios voltadas para o interior aquoso da célula de um lado e o ambiente extracelular, do outro. As proteínas estão embebidas nos lipídios. Em muitas situações, as proteínas alcançam o citoplasma e o ambiente extracelular.

### Funções da membrana plasmática

- A membrana plasmática atua como uma barreira seletiva permeável, impedindo que certas substâncias atravessem-na e permitindo que outras entrem e deixem a célula.
- Como se localiza na fronteira da célula com o ambiente externo, a membrana plasmática é importante na comunicação com as células adjacentes e no recebimento de sinais extracelulares.
- A membrana plasmática permite que a célula mantenha o ambiente interno praticamente constante. Uma manutenção própria do ambiente interno constante é uma característica básica da vida.

### Tipos de padrões celulares

A partir do emprego de microscópios em amostras biológicas, tornou-se claro que existem dois tipos de estruturas celulares no mundo vivo.

A organização em célula procariótica é característica dos domínios Bactéria e Archaea. Os organismos nesses domínios são chamados procariotos. Suas células não apresentam sistemas de endomembranas (organelas internas).

A organização em célula eucariótica é encontrada no domínio Eukarya, que inclui protistas, plantas, fungos e animais.

O material genético (DNA) das células eucarióticas é contido em um compartimento especial, que é limitado por uma membrana específica (carioteca), chamado de **núcleo**. As células eucarióticas também contêm outros compartimentos limitados por membranas nos quais acontecem reações químicas específicas. Organismos com esse tipo de célula são conhecidos como eucariotos.

Tanto procariotos quanto eucariotos se desenvolveram por muitas centenas de milhões de anos, apresentando ambos histórias de sucesso evolutivo. Trataremos primeiro das células procarióticas.

## Células procarióticas

Os procariotos podem utilizar maior amplitude de fontes de energia do que qualquer outro tipo de organismo vivo e habitar em ambientes extremos, tais como fontes termais ou águas extremamente salinas. Enquanto estivermos examinando as células procarióticas nesta seção, lembre-se que existe um número enorme de espécies procarióticas e que podemos distinguir Bactéria e Archaea (Arquea) de diferentes formas.

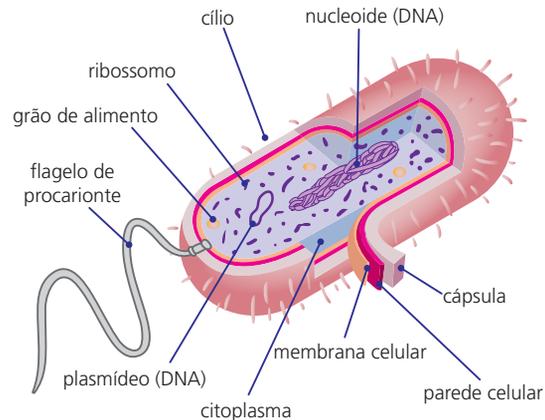
As células procarióticas são geralmente menores do que as eucarióticas, variando de  $0,25 \times 1,2 \mu\text{m}$  a  $1,5 \times 4 \mu\text{m}$ . Cada indivíduo procarioto é composto por uma única célula, mas diferentes tipos de procariotos são frequentemente encontrados formando colônias. Nesta seção, consideraremos inicialmente as características que as células dos domínios Bactéria e Archaea possuem em comum.

Todas as células procarióticas apresentam a mesma estrutura básica (**Fig. 8**):

- A membrana plasmática delimita a célula, regulando o transporte de materiais para dentro e para fora da célula e separando-a do meio extracelular.
- O nucleóide representa o material hereditário principal (DNA) da célula. O restante do material delimitado pela membrana plasmática é denominado de citoplasma. O citoplasma é composto por dois componentes, a saber, o citosol (hialoplasma), mais fluido, e estruturas insolúveis em suspensão, incluindo os ribossomos.

- O hialoplasma consiste, principalmente, em água com íons em solução, moléculas pequenas e macromoléculas solúveis, tais como proteínas.
- Os ribossomos são complexos de RNA e proteínas, de aproximadamente 25 nm de diâmetro, sendo responsáveis pela síntese de proteína.

Apesar de estruturalmente menos complexas do que as células eucarióticas, as procarióticas são funcionalmente estruturadas e desempenham milhares de reações bioquímicas.



➤ **Fig. 8** – Uma célula procariótica. A bactéria flagelada ilustra as estruturas típicas compartilhadas por todas as células procarióticas. Essa bactéria também possui estruturas de proteção como uma cápsula externa polissacarídica e um flagelo composto de proteína flagelina, que apenas alguns procariotos possuem.

## Características especializadas das células procarióticas

Durante seu processo de evolução, algumas células procarióticas desenvolveram estruturas especializadas que conferiram vantagem seletiva para aquelas que as possuíam. Estas estruturas incluem: parede celular protetora, membrana interna para a compartimentalização de determinadas reações químicas e flagelos para a movimentação celular através de um ambiente aquoso.

### Paredes celulares

A maioria dos procariotos possui uma parede celular localizada externamente à membrana plasmática. A sua rigidez sustenta a célula e determina a sua forma. Nas arqueas, as paredes celulares são compostas de polissacarídeos ou proteínas. As paredes celulares da maioria das bactérias contêm peptidoglicano, uma molécula mista de peptídeos e polissacarídeos. Em bactérias gram-negativas há outra camada, denominada de membrana externa (uma membrana fosfolipídica rica em polissacarídeos), envelopando a camada de peptidoglicano. Diferentemente da membrana plasmática, essa membrana externa não se comporta como uma eficiente barreira de permeabilidade.

Fechando a parede celular, em algumas bactérias, existe uma camada de muco, composta principalmente de polissacarídeos e conhecida como cápsula. A cápsula de certas bactérias pode protegê-las contra o ataque de leucócitos do sangue de animais infectados, auxilia na proteção da célula contra o ressecamento e ajuda na adesão da bactéria a outras células. Nem todos os procariotos possuem cápsula, e os que a têm podem sobreviver mesmo que venham a perdê-la, o que demonstra que essa estrutura não é essencial para a vida procariótica.

Vale ressaltar que a célula vegetal eucariótica também possui parede celular, a qual, no entanto, difere tanto em composição quanto em estrutura das paredes celulares procarióticas.

**Observação:**

**CITOESQUELETO EM PROCARIOTOS**

Alguns procariotos, especialmente bactérias do tipo bastonete, possuem uma estrutura interna filamentosa e helicoidal imediatamente abaixo da membrana plasmática. As proteínas que compõem esta estrutura são similares, em termos de sequência de aminoácidos, à actina das células eucarióticas e, visto que a actina é parte do citoesqueleto dessas células, foi sugerido que os filamentos helicoidais nos procariotos estejam desempenhando um papel de manutenção da forma celular.

**Células eucarióticas**

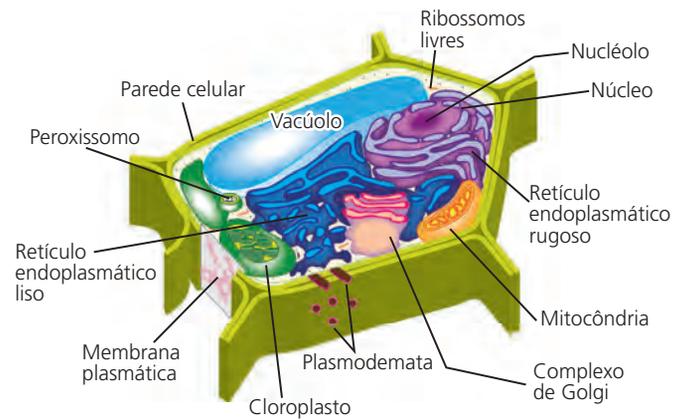
As células eucarióticas geralmente apresentam dimensões superiores a 10 vezes o tamanho das células procarióticas, como exemplo, as células esféricas de levedura possuem diâmetro de 8 µm. Da mesma maneira que as células procarióticas, as eucarióticas possuem membrana plasmática, citoplasma e ribossomos. Contudo, além dessas organizações compartilhadas, as células eucarióticas possuem compartimentos dentro do citoplasma, cujos conteúdos estão separados do hialoplasma por membranas, sendo denominados de sistema de endomembranas.

Certos compartimentos das células eucarióticas foram caracterizados como verdadeiras fábricas que produzem produtos específicos; outros são usinas de força que utilizam energia existente sob determinada forma e a convertem em outra mais útil. Esses compartimentos envoltos em membranas, assim como outras estruturas (tais como os ribossomos) que não apresentam membranas, mas que possuem forma e função características, são denominados de organelas. Cada uma dessas organelas desempenha funções específicas em uma célula; essas funções são definidas de acordo com as reações químicas que cada organela é capaz de realizar:

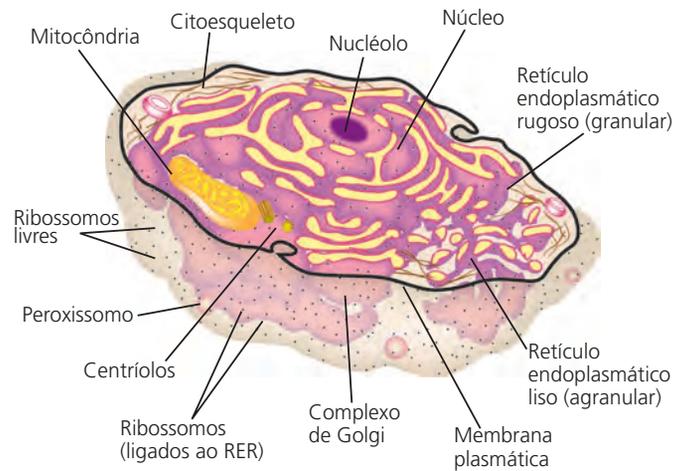
- O núcleo contém a maior parte do material genético (DNA) da célula. A replicação desse DNA e o processo de transcrição dos RNAs acontecem no núcleo.
- A mitocôndria é uma usina de força e um parque industrial em que a energia química estocada na forma de cadeias de carboidratos ou de lipídios converte-se em uma forma mais útil e acessível para a célula, o ATP.
- O retículo endoplasmático granular e o complexo de Golgi são compartimentos em que algumas proteínas sintetizadas pelos ribossomos do primeiro são empacotadas e encaminhadas para o segundo e, depois, para suas posições adequadas na célula, ou mesmo para o meio extracelular.
- Os lisossomos e os vacúolos são sistemas digestivos celulares nos quais moléculas grandes são hidrolisadas, gerando monômeros adequados ao uso.
- Os cloroplastos (encontrados em plantas e algas) realizam a fotossíntese.

A membrana que envolve cada organela desempenha duas funções essenciais: primeiro, mantém as moléculas da organela separadas das outras na célula, com as quais estas poderiam reagir inadequadamente; segundo, atua como regulador de trânsito, permitindo que matérias-primas importantes penetrem na organela e promovendo a liberação de seus produtos no citoplasma. A evolução do sistema de membranas internas foi um importante passo no desenvolvimento das células, permitindo a especialização de seu citoplasma em regiões morfofisiologicamente distintas. Vale também lembrar da presença, nessas células, do citoesqueleto. Este forma uma armação que sustenta a membrana, posiciona e desloca organelas citoplasmáticas, garante o formato celular, participa do processo de divisão celular e dos movimentos citoplasmáticos (ciclose e movimento amebóide).

**UMA CÉLULA VEGETAL**



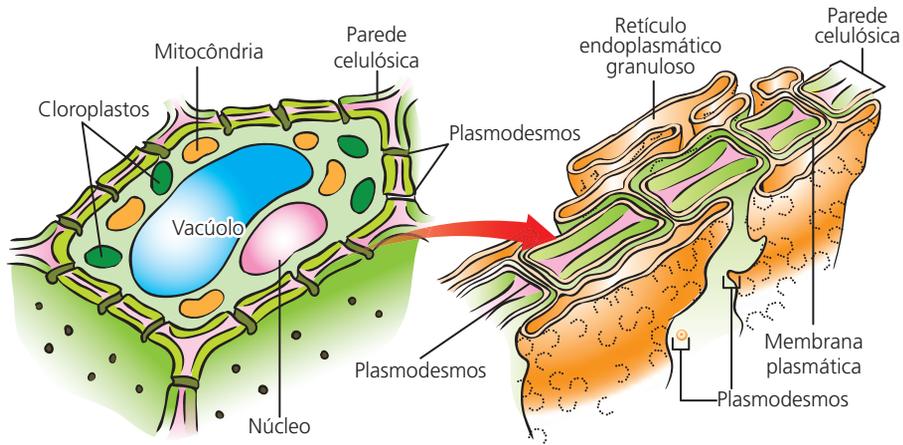
**UMA CÉLULA ANIMAL**



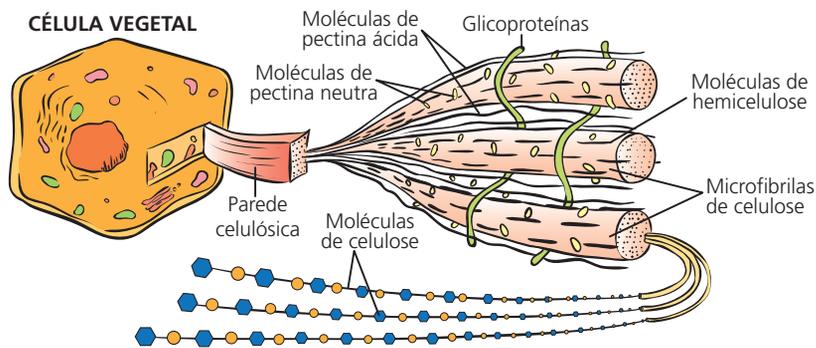
**Membrana celulósica ou parede celular celulósica**

Durante a divisão celular em células vegetais, forma-se, na telófase vegetal de cada lado da célula, um conjunto de microtúbulos ligados a vesículas denominado de fragmoplasto. Tais vesículas se fundem na região central da célula, formando uma placa na região mediana do citoplasma, denominada de lamela média, composta por pectina, um polissacarídeo. Mais tarde, de cada lado da lamela média, ocorre deposição de celulose, constituindo-se, assim, duas paredes celulares celulósicas, uma para cada célula-filha.

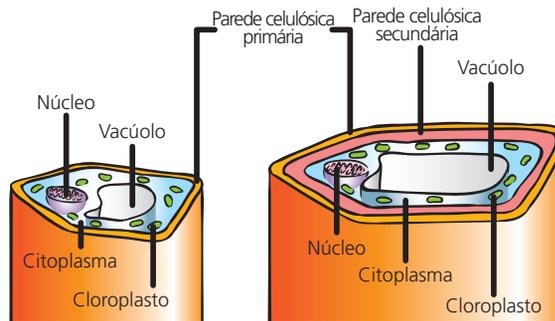
Células vegetais jovens, e portanto com capacidade de divisão, possuem apenas a membrana celulósica primária, que tem uma maior flexibilidade; esta permite que a célula cresça, antes da divisão seguinte. Quando se torna adulta, ela perde a capacidade de se dividir e adquire a membrana celulósica secundária, depositada internamente à primária. Fato que leva à redução do lúmen celular, por ser mais espessa e mais rígida do que a primária. Na figura a seguir, você pode ver os dois tipos de membrana celulósica. Repare que a deposição de celulose mantém os poros existentes, continuando portanto a existir comunicação de citoplasma entre as células. Tais pontes citoplasmáticas entre células vizinhas são chamadas plasmodesmos, sendo preenchidos por membranas contínuas de dois retículos endoplasmáticos granulosos adjacentes.



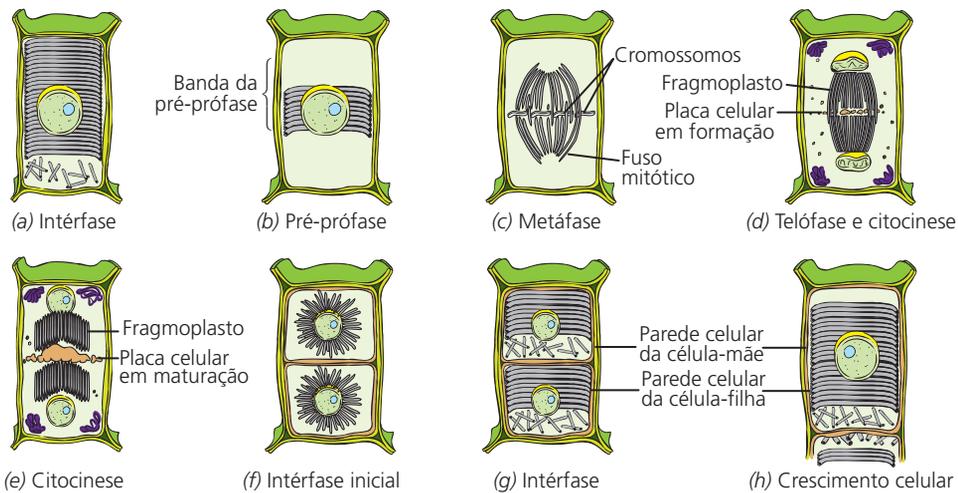
> Fig. 5 – Parede celular celulósica.



> Fig. 6 – Composição da parede celular celulósica.



> Fig. 7 – Parede celular primária e secundária.



> Fig. 8 – Formação da parede celular celulósica durante a mitose vegetal, iniciando com a fusão das vesículas dos fragmoplastos.

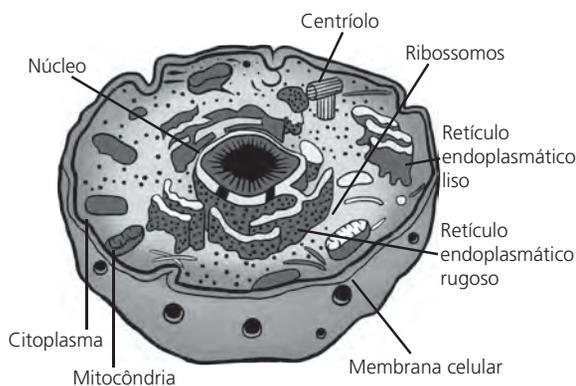


**Exercícios de Fixação**

01. (UFRJ) Certos produtos químicos podem bloquear a divisão celular, destruindo o fuso acromático e danificando os cromossomos. Esses produtos são usados como quimioterápicos no tratamento de pacientes com câncer. Em geral, as células cancerosas estão em constante divisão. Apesar da quimioterapia exibir uma grande eficiência terapêutica, pessoas submetidas a ela podem sofrer efeitos colaterais, devido ao efeito dos quimioterápicos sobre as células normais.

Que tecidos humanos são mais sensíveis aos efeitos colaterais dos quimioterápicos: os tecidos epitelial e hematopoético ou os tecidos muscular e nervoso? Justifique sua resposta.

02. (Uefs/2017 - Modificada)



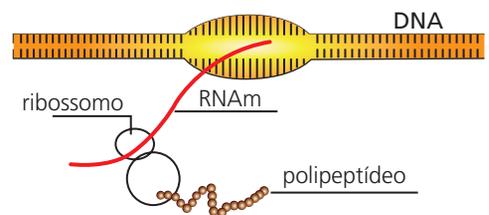
Avaliando-se a célula em destaque e com os conhecimentos acerca do assunto, é correto afirmar:

- A) É uma célula que apresenta divisão de trabalho e se encontra nos organismos de todos os domínios.
  - B) A célula não possui complexo golgiense e peroxissomos, estruturas que não teriam importância para seu funcionamento.
  - C) Das organelas destacadas, a única que não se apresenta envolvida pela membrana é o ribossomo.
  - D) É uma célula que pode fazer parte da constituição de um vegetal, como as gimnospermas e angiospermas.
  - E) Possui citoesqueleto, constituído por microtúbulos, microfilamentos e filamentos intermediários.
03. (Uece/2017-Modificada) A base da Teoria Celular proposta primariamente por Schwann e Schleiden pode ser identificada na seguinte afirmação:
- A) Todas as células são compostas por membrana que delimita o citoplasma.
  - B) Todos os seres vivos são formados por células.
  - C) Toda célula se origina de outra célula.
  - D) As células são as unidades morfológicas e funcionais dos seres vivos.
04. (UEL) Das estruturas celulares a seguir, aquela que só pode ser observada pelo microscópio eletrônico é:
- A) bacteriófagos.
  - B) *Streptococcus*.
  - C) leveduras.
  - D) paramécio.
  - E) núcleo celular.

05. (IFPE/2018) No Brasil, muitas descobertas foram feitas após a identificação do Zika vírus em abril de 2015. Sobre esse vírus, analise as proposições abaixo e relacione com as alternativas seguintes.
- I. É transmitido pelo ***Aedes aegypti*** (1);
  - II. Provoca sintomas, entre os quais febre, dores nas articulações e inflamação nos **olhos** (2);
  - III. É detectado no **sangue** (3) do paciente nos primeiros sete dias de contágio;
  - IV. Gosta de permanecer no **sistema nervoso** (4) em desenvolvimento ou fetal;
  - V. Causa a morte dos **neurônios** (5), culminando nas malformações do cérebro dos bebês.

Em cada um dos itens (de I a V) existe um nível de organização dos seres vivos em destaque (representado pelos algarismos arábicos, de 1 a 5). Nesta ordem, "1, 2, 3, 4 e 5" representam, respectivamente, os seguintes níveis de organização dos seres vivos:

- A) célula, tecido, órgão, sistema, organismo.
  - B) organismo, órgão, tecido, sistema, célula.
  - C) organismo, tecido, célula, sistema, órgão.
  - D) organismo, sistema, tecido, órgão, célula.
  - E) célula, sistema, tecido, órgão, espécie.
06. (UFPA) A descoberta da célula foi feita em 1665 por \_\_\_\_\_. Em 1838 e 1839, \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_, através de observações de estruturas de plantas e animais, concluíram que os seres vivos são constituídos por células. Indique a alternativa que completa corretamente as frases.
- A) Hooke – Weismann – Schwann
  - B) Virchow – Schleiden – Schwann
  - C) Schleiden – Hooke – Schwann
  - D) Hooke – Schleiden – Schwann
  - E) Virchow – Weismann – Hooke
07. (Fuvest) O desenho a seguir mostra a síntese de um polipeptídeo a partir da molécula de DNA num certo organismo. Esse organismo é um procaríoto ou um eucarioto? Por quê?



08. (IFPE/2017) A campanha de multivacinação 2016 lançada pelo Ministério da Saúde ocorreu no dia 24 de setembro em todo o país. As salas de vacinação foram disponibilizadas nas unidades de saúde, e foram oferecidas para a população 19,2 milhões de doses dos quatorze (14) tipos de vacinas, denominadas respectivamente: hepatite "A", VIP, meningocócica C, rotavírus, HPV, pneumo 10, febre amarela, varicela, pentavalente, tetraviral, dupla adulto, DTP, tríplice viral e VOP (poliomielite). Em relação a este assunto, é correto dizer que
- A) os vírus são parasitas intracelulares obrigatórios.
  - B) as vacinas são produzidas exclusivamente a partir de vírus e nunca a partir de bactérias.
  - C) os vírus têm metabolismo próprio.
  - D) os vírus são constituídos por células simples.
  - E) os vírus não apresentam material genético.

09. (UEPG/2017 – Modificada) Analisando-se as características e peculiaridades dos procariontes e eucariontes, é possível afirmar que
- A) os procariontes, principalmente as bactérias, são sempre nocivas aos demais seres, ora causando doenças, ora vivendo em mutualismo com os outros organismos.
  - B) acredita-se que a célula eucariota tenha surgido da procariota. Por exemplo, as peroxissomos e os lisossomos surgiram de bactérias que invadiram as células primitivas e passaram a viver em seu interior.
  - C) a célula eucariota é menor que a procariota, apresentando em seu citoplasma o material genético livre de envoltório e organelas responsáveis pela síntese proteica.
  - D) a célula procariota apresenta DNA organizado em pequenos cromossomos protegidos por uma fina membrana. No citoplasma são encontrados ribossomos, responsáveis pela geração de energia na célula.
  - E) os procariontes são fundamentais para a manutenção da vida, pois algumas espécies atuam como decompositoras, outras são fotossintetizantes, quimiossintetizantes, além de poderem também participar de processos de fermentação.
10. (Uece/2017) As células procariontes são reconhecidas como aquelas que não possuem material genético delimitado por um envoltório nuclear. Sobre os procariontes, é possível afirmar que contêm apenas
- A) complexo golgiense e ribossomos.
  - B) ribossomos e parede celular.
  - C) retículo endoplasmático e parede celular.
  - D) mitocôndria e plasmídeos.



### Exercícios Propostos

01. (Uece/2017) Vírus são organismos biológicos que se apresentam de variadas formas na natureza, causando inúmeros problemas aos seres humanos.
- Sobre vírus, pode-se afirmar corretamente que
- A) são denominados bacteriófagos quando infectam seres eucariontes.
  - B) se reproduzem obrigatoriamente no interior celular, sendo compostos por um ácido nucleico protegido por um envoltório sempre proteico.
  - C) sobrevivem e se reproduzem somente em meio intercelular, provocando as conhecidas viroses.
  - D) não provocam doenças em vegetais, pois suas proteínas apenas reconhecem células animais.
02. (UPE-SSA 2/2017) Carl Von Linné (1707-1778) considerou a existência de apenas dois reinos biológicos em nosso planeta: Animal e Vegetal. Posteriormente, o zoólogo Ernst Haeckel criou o termo Protista, para designar um conjunto de organismos, que não eram caracterizados nem como plantas nem como animais. Uma nova proposta surgiu incorporando o reino Monera, representado pelas bactérias e cianobactérias. Por fim, Robert Whittaker, em 1960, propôs elevar os fungos a reino, aumentando para cinco.
- Assinale a alternativa correta que justifique a não inclusão dos vírus no sistema de classificação.
- A) Ausência das estruturas que compõem uma célula.
  - B) Conjunto de seres unicelulares.
  - C) Características reprodutivas que não necessitam de gametas.
  - D) Desconhecimento do seu papel ecológico.
  - E) Seres que podem ser autotróficos ou heterotróficos, dependendo do ambiente.

03. (UFRGS/2017) O gene *mcr-1*, causador de resistência a uma classe de antibióticos utilizados para tratar infecções por bactérias multirresistentes, foi identificado, pela primeira vez, no Brasil, em plasmídeos de cepas da bactéria *Escherichia coli*, isoladas de bovinos.

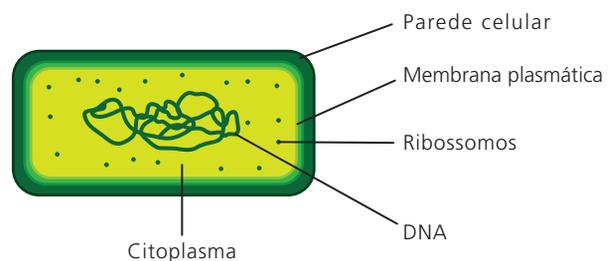
Considere as seguintes afirmações sobre a resistência bacteriana a antibióticos.

- I. A existência de genes de resistência múltipla em bactérias pode levar ao surgimento de infecções comuns intratáveis.
- II. A contaminação humana com a cepa de *Escherichia coli* multirresistente não tem risco de acontecer, já que essa cepa foi isolada de bovinos.
- III. Plasmídeos são fragmentos de DNA extracromossômicos que podem ser transferidos entre diferentes espécies bacterianas por conjugação.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas I e III.
- D) Apenas II e III.
- E) I, II e III.

04. (IFSP/2017) Observe a figura a seguir.



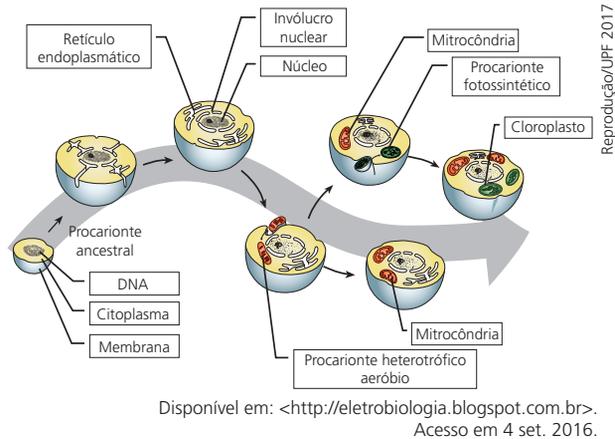
É correto afirmar que a figura anterior é uma representação esquemática de uma célula de um organismo que tem como característica principal a

- A) presença de núcleo com nucléolo.
  - B) presença de núcleo sem nucléolo.
  - C) presença de envoltório nuclear.
  - D) ausência de material genético.
  - E) ausência de núcleo delimitado por envoltório nuclear.
05. (Uefs/2017) Os primeiros organismos a habitar a Terra foram os procariontes, que viveram há 3,5 bilhões de anos. Durante toda sua longa história evolutiva, as populações procarióticas foram (e continuam a ser) sujeitas à seleção natural em todos os tipos de ambientes, resultando em sua enorme diversidade atual.

A partir dos conhecimentos a respeito do reino que possui organismos com essa organização procariótica, é possível afirmar que

- A) seus representantes vivem exclusivamente isolados em meios específicos.
- B) ele é dotado de uma grande diversidade metabólica e seus representantes são unicelulares.
- C) seus representantes possuem DNA circular, ribossomos 80S e parede celular.
- D) os organismos autótrofos desse reino são exclusivamente fotossintéticos.
- E) a expressão do potencial biótico dos seus representantes não possui fatores limitantes.

06. (UPF/2017) Analise a figura e assinale a alternativa que indica o que é representado nela.



- A) O surgimento das células procariontas.
- B) A teoria celular.
- C) A teoria da endossimbiose.
- D) A teoria da abiogênese.
- E) A origem da vida.

07. (UFRGS/2017 – Modificada) Observe a tira abaixo.



A biologia como ciência começou a ser estruturada no século XIX.

Assinale com **V** (verdadeiro) ou **F** (falso) as afirmações a seguir, referentes a essa área de conhecimento.

- ( ) As células são unidades estruturais básicas que provêm de células preexistentes.
- ( ) Os seres vivos são geneticamente relacionados e capazes de evoluir.
- ( ) A maioria das reações químicas que mantém os organismos vivos ocorre no ambiente extracelular.
- ( ) Conclusões obtidas a partir de um determinado organismo não podem servir de base para investigações em outros seres vivos.

A sequência correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é

- A) V – V – F – F
- B) V – F – V – F
- C) V – F – F – V
- D) F – F – V – F
- E) F – V – V – V

08. (Feevale/2017) O planeta Terra surgiu há aproximadamente 4,5 bilhões de anos. A vida, há aproximadamente 3,5 bilhões de anos. Posteriormente ao surgimento da vida, ao longo de 1,5 bilhão de anos, o planeta foi provavelmente ocupado por seres unicelulares procariontes.

Assinale a alternativa que apresenta organismos unicelulares e procariontes.

- A) Fungos.
- B) Esponjas.
- C) Musgos.
- D) Bactérias.
- E) Medusas.

• Texto para a próxima questão:

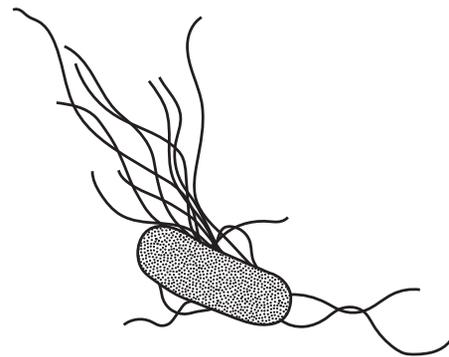
No período que antecedeu a Olimpíada do Rio, a mídia nacional e internacional publicou matérias abordando o problema da poluição na Baía de Guanabara, local das provas de vela, como o trecho apresentado a seguir.

“... segundo estudos recentes, foram encontrados níveis muito altos de vírus e bactérias provenientes do esgoto, lançados sem tratamento no mar, níveis estes considerados insalubres em qualquer praia do mundo.

A descontaminação da Baía de Guanabara, que recebe diariamente os dejetos de nove milhões de pessoas que não têm acesso à rede de esgoto além dos resíduos da indústria petroleira local, foi uma das ambiciosas promessas para que o Rio fosse escolhido como sede da Olimpíada.”

Disponível em: <[http://brasil.elpais.com/brasil/2016/07/28/deportes/1469730197\\_101846.html](http://brasil.elpais.com/brasil/2016/07/28/deportes/1469730197_101846.html)>. Adaptado. Acesso em: 14 set. 2016.

09. (CP/2 2017) A presença de altas taxas da bactéria *Escherichia coli* no ambiente aquático pode ser utilizada como um indicador de água contaminada por esgoto doméstico. Esse organismo habita o corpo humano e, em condições normais, não causa problemas à saúde.



Disponível em: <[http://portugalmundial.com/wp-content/uploads/2012/11/e\\_coli.jpg](http://portugalmundial.com/wp-content/uploads/2012/11/e_coli.jpg)>. Acesso em: 01 jan. 2016.

Em relação à *Escherichia coli*, marque a opção que indica como podemos classificá-la em termos de estrutura celular e que órgão do corpo humano é seu ambiente natural.

- A) Eucarionte e estômago.
- B) Eucarionte e intestino.
- C) Procarionte e estômago.
- D) Procarionte e intestino.

10. (IFPE/2016) Os números de casos de dengue no Brasil em 2015 são 240% maiores em relação ao mesmo período do ano passado. Em média, 251 brasileiros contraem dengue por dia. O número de mortes por casos graves também aumentou. Foram 132 mortes em decorrência de dengue este ano, 29% a mais que em 2014.

Disponível em: <<http://veja.abril.com.br/noticia/saude/casos-de-dengue-aumentam-240-em-2015-saiba-as-razoes>>. Acesso em: 21 set. 2015.

A dengue é uma doença causada por vírus. Com relação aos vírus, é correto afirmar que

- não possuem material genético.
- causam doenças apenas em humanos.
- não possuem organização celular.
- reproduzem-se dentro e fora das células vivas.
- são parasitas intracelulares facultativos.

11. (Uece/2016) Atente ao seguinte excerto:

“[...] Sabe-se que as malformações congênitas, dentre elas a microcefalia, têm etiologia complexa e multifatorial, podendo ocorrer em decorrência de processos infecciosos durante a gestação. As evidências disponíveis até o momento indicam fortemente que o vírus Zika está relacionado à ocorrência de microcefalias. No entanto, não há como afirmar que a presença do vírus Zika durante a gestação leva, inevitavelmente, ao desenvolvimento de microcefalia no feto. A exemplo de outras infecções congênitas, o desenvolvimento dessas anomalias depende de diferentes fatores que podem estar relacionados à carga viral, fatores do hospedeiro, momento da infecção ou presença de outros fatores e condições desconhecidos até o momento. Por isso, é fundamental continuar os estudos para descrever melhor a história natural dessa doença”.

(Ministério da Saúde – Protocolo de vigilância e resposta à ocorrência de microcefalia relacionada à infecção pelo vírus zika, 2015).

Sobre a replicação viral, é incorreto afirmar que

- o genoma viral é de DNA ou de RNA.
- na célula hospedeira o genoma viral direciona a síntese dos componentes necessários para a produção de novos virions, que são veículos para transmissão do genoma viral para a próxima célula hospedeira ou organismo.
- todos os genomas virais são parasitas moleculares obrigatórios que somente se tornam funcionais após se replicarem em uma célula.
- todos os vírus devem transcreever o tRNA que será traduzido pelos ribossomos do hospedeiro: então, os vírus são parasitas da maquinaria de síntese proteica da célula.

12. (Unisc/2016) Todas as células procarióticas apresentam a mesma estrutura básica e, embora menos complicadas do que as células eucarióticas, são funcionalmente complexas, realizando milhares de transformações bioquímicas. Assinale a alternativa que mostra uma estrutura ou elemento não encontrado nos procariotos.

- Membrana plasmática que limita a célula, regulando o tráfego de materiais entre o meio interno e externo e separando-a do ambiente.
- Região chamada de nucleóide, que contém o material hereditário da célula.
- Citosol, formado majoritariamente por água, íons dissolvidos e pequenas macromoléculas solúveis, como as proteínas.
- Ribossomos, grânulos de aproximadamente 25 nm de diâmetro, responsáveis pela síntese de proteínas.
- Citoesqueleto interno, que mantém a forma da célula e movimenta a matéria.

13. (UPE-SSA/2 2016) Leia o texto a seguir:

“... certos microrganismos continuam a causar preocupação. Um levantamento da Organização Mundial da Saúde em 114 países indicou que a resistência de bactérias a antibióticos é atualmente um fenômeno global. De acordo com

o relato, várias espécies, incluindo *Escherichia coli*, que causa diarreias, *Streptococcus pneumoniae* e *Neisseria gonorrhoea*, adquiriram resistência a antibióticos.”

Disponível em: <<http://revistapesquisa.fapesp.br/2014/06/16/aliancas-com-os-microbios/>>. Acesso em: julho 2015.

Assinale a alternativa que apresenta a correta proposição sobre as bactérias e o aumento da variabilidade genética, possibilitando a resistência aos antibióticos.

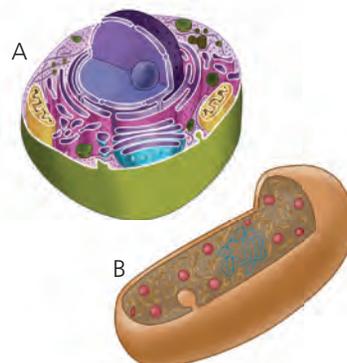
- Bactérias doadoras podem transferir DNA para uma receptora por meio de conjugação, na qual ocorre contato celular.
- Bactérias que possuem a capacidade de captar e incorporar DNA disperso no meio sofrem transdução.
- Bactérias têm grande poder de reprodução, pois, em poucas horas, sob condições adequadas, uma única célula pode gerar milhares de clones por mitose.
- Fagos contendo fragmento de DNA bacteriano e resultantes da lise de uma célula podem infectar outra bactéria por transformação, e esta passa a ter nova constituição genética.
- Plasmídeos ou cromossomos são transferidos livremente, entre bactérias, em um ambiente com nutrientes e antibióticos.

14. (IFPE/2016) Até o dia 24 de maio de 2016, a Agência Pernambucana de Águas e Clima (APAC) registrou 372 milímetros (mm) de volume de chuva em Olinda, superando a média histórica de 325 mm. A notificação de mais uma precipitação de 115 mm, no dia 30 de maio de 2016, provocou muitos transtornos, como, por exemplo, alagamento nas ruas do bairro de Jardim Fragoso que permaneceram cheias de água por vários dias após a chuva. É sabido que a urina dos ratos, presentes em esgotos, bueiros e tocas se mistura à água e à lama das enxurradas. A bactéria *Leptospira*, presente na urina das ratazanas, pode penetrar na pele por meio de ferimentos ou mucosas (nariz, boca, olhos, genitais e ânus), bem como permanecer viva por semanas se estiver em local úmido, quente e sem incidência direta da luz solar. Tal bactéria causa a leptospirose, cujos sintomas são: febre, dor no corpo, dor de cabeça, falta de ar e hemorragia. Em alguns casos, pode ser fatal.

Marque a alternativa que apresenta o reino no qual estão incluídas as bactérias.

- Monera.
- Animalia.
- Fungi.
- Protista.
- Plantae.

15. (CFT-MG/2016) Analise as duas células A e B esquematizadas de forma desproporcional na imagem abaixo:



Disponível em: <<http://biologia.cubaeduca.cu>>. Acesso em: 09 set. 2015.

Uma vantagem da célula B em relação à célula A refere-se à  
 A) eficiência respiratória.  
 B) duração do ciclo celular.  
 C) complexidade de funções.  
 D) organização do material genético.

16. (IFSP/2016) Relacione os exemplos de seres vivos da primeira coluna com o grau de complexidade de sua estrutura celular da segunda coluna.

- |                             |                |
|-----------------------------|----------------|
| 1. ( ) bactérias            | A. acelular    |
| 2. ( ) vírus                | B. procarionte |
| 3. ( ) fermentos biológicos | C. eucarionte  |
| 4. ( ) mamíferos            |                |
| 5. ( ) aves                 |                |

A alternativa contendo a associação correta está em:

- A) 1B, 2B, 3A, 4A, 5C  
 B) 1C, 2C, 3B, 4A, 5C  
 C) 1A, 2A, 3A, 4C, 5B  
 D) 1A, 2B, 3C, 4B, 5B  
 E) 1B, 2A, 3C, 4C, 5C

17. (Enem-PPL/2016) Um pesquisador preparou um fragmento do caule de uma flor de margarida para que pudesse ser observado em microscopia óptica. Também preparou um fragmento de pele de rato com a mesma finalidade. Infelizmente, após algum descuido, as amostras foram misturadas.

Que estruturas celulares permitiriam a separação das amostras, se reconhecidas?

- A) Ribossomos e mitocôndrias, ausentes nas células animais.  
 B) Centríolos e lisossomos, organelas muito numerosas nas plantas.  
 C) Envoltório nuclear e nucléolo, característicos das células eucarióticas.  
 D) Lisossomos e peroxissomos, organelas exclusivas de células vegetais.  
 E) Parede celular e cloroplastos, estruturas características de células vegetais.

18. (IFSP/2016) Na tabela a seguir estão marcadas a presença (+) ou a ausência (-) de componentes celulares (organelas) encontradas em cinco tipos de células de diferentes espécies de seres vivos (A, B, C, D, E).

Componentes	A	B	C	D	E
mitocôndrias	+	-	+	-	+
clorofila	-	+	+	-	+
carioteca	+	-	+	-	+
retículo endoplasmático	+	-	+	-	+
ribossomos	+	+	+	+	+
plastos	-	-	+	-	-

Assinale a alternativa com a associação incorreta.

- A) Um organismo eucarioto e heterótrofo está em A.  
 B) Um organismo procarionte e autótrofo está em B.  
 C) Um organismo eucarioto e autótrofo está em D.  
 D) Um organismo eucarioto e autótrofo está em C.  
 E) Um organismo eucarioto e autótrofo está em E.

19. (UFPA/2016) Em relação aos níveis de organização de um ser vivo, a alternativa que contém os termos que substituem adequadamente os números 1, 2, 3 e 4, sendo

célula → (1) → (2) → sistema → (3) → (4) → comunidade, é

- A) 1 – tecido, 2 – órgão, 3 – corpo, 4 – espécie.  
 B) 1 – órgão, 2 – tecido, 3 – organismo, 4 – ecossistema.  
 C) 1 – tecido, 2 – órgão, 3 – organismo, 4 – população.  
 D) 1 – organela, 2 – tecido, 3 – corpo, 4 – população.  
 E) 1 – organela, 2 – órgão, 3 – tecido, 4 – órgão.

20. (Mackenzie/2016) As cianobactérias foram, no passado, consideradas como algas, sendo denominadas algas azuis em razão da coloração azulada que muitas possuem. Hoje sabemos que elas têm parentesco muito distante das algas, porque

- A) as cianobactérias são procariontes, enquanto as algas são eucariontes.  
 B) as cianobactérias são heterótrofas, enquanto as algas são autótrofas.  
 C) as cianobactérias não possuem clorofila, enquanto as algas possuem.  
 D) as cianobactérias não têm parede celular, enquanto as algas possuem.  
 E) as cianobactérias não têm reprodução assexuada, enquanto as algas possuem.



Membrana Plasmática



Considerações iniciais

A organização física e o funcionamento de todas as membranas biológicas dependem de seus constituintes: lipídios, proteínas e carboidratos. Os dois primeiros se organizam em uma bicamada fosfolipídica fluida com proteínas inseridas, sendo que esse modelo-geral é conhecido como modelo do mosaico fluido. Já os carboidratos se organizam diferentemente: nos animais formam o glicocálix e nas plantas, a parede celular celulósica.

As proteínas inseridas na bicamada fosfolipídica desempenham diferentes funções, tais como o transporte de materiais através da membrana e a recepção de sinais químicos provenientes do ambiente externo à célula. Cada membrana possui um conjunto de proteínas adequado à função especializada desempenhada pela célula ou organela que ela reveste.

Composição da membrana plasmática

Lipídios

Os lipídios das membranas biológicas constituem-se, principalmente, de fosfolipídios. Estes possuem uma região hidrofílica e outra hidrofóbica, sendo, por isso, considerados moléculas anfipáticas:

- Região hidrofílica: a região de "cabeça" do fosfolipídio contém fosfato e outros resíduos eletricamente carregados e, desta forma, associam-se a moléculas polares de água.
- Região hidrofóbica: as longas "caudas" de resíduos de ácidos graxos não polares dos fosfolipídios se associam a outros ácidos graxos de fosfolipídios opostos.

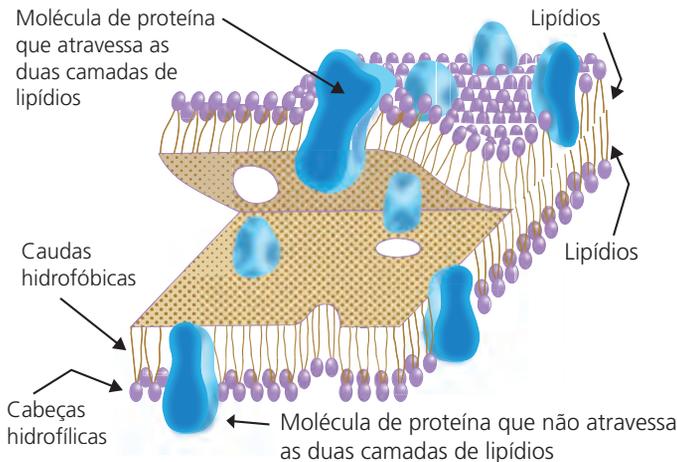
Devido a essas propriedades, a forma sob a qual os fosfolípidios podem coexistir com a água é por meio da formação de uma bicamada, na qual as “caudas” de ácidos graxos de ambas camadas interagem e as “cabeças” polares são posicionadas para o ambiente aquoso interno e externo.

A produção de bicamadas artificiais com a mesma organização das membranas naturais é facilmente alcançada em laboratório. Além disso, pequenas falhas ou buracos em uma bicamada fosfolipídica fecham-se espontaneamente. Essa capacidade dos lípidios de associarem-se uns aos outros e de manterem uma organização sob a forma de uma bicamada auxilia a fusão de membranas biológicas durante a formação de vesículas, durante a fagocitose e em outros processos relacionados.

Todas as membranas biológicas apresentam estrutura semelhante, no entanto, as de diferentes células ou organelas podem diferir consideravelmente em sua composição lipídica:

- Os fosfolípidios podem diferir em termos de tamanho da cadeia de ácidos graxos, grau de insaturação (ligações duplas) e presença de grupos polares (que contêm fosfato).
- Os esteroides podem representar até 25% do conteúdo lipídico de membranas de células eucarióticas. Uma molécula de esteroide encontra-se geralmente situada próxima de um ácido graxo insaturado.

A bicamada fosfolipídica estabiliza a estrutura total da membrana, deixando-a flexível e não rígida. Isto ocorre pois os ácidos graxos insaturados dos fosfolípidios tornam o interior hidrofóbico da membrana relativamente fluido, à temperatura de 37 °C. Essa fluidez permite que algumas moléculas se movam lateralmente (para os lados) sobre o plano da membrana. Uma molécula de fosfolípido pode deslocar-se na membrana plasmática de uma extremidade da célula até a oposta em, aproximadamente, um segundo. Por outro lado, raramente uma molécula fosfolipídica de uma das faces da dupla camada irá para a face oposta, trocando de lugar com outra. Para que tal troca acontecesse, a porção polar de cada uma das moléculas deveria atravessar o interior hidrofóbico da membrana, o que torna tal evento improvável.



➤ **Fig. 1** – Modelo de mosaico fluido proposto por Singer e Nicolson (1972). Esquema baseado em observações em microscópio eletrônico através de criofatura.

Assim, a fluidez da membrana é afetada pela sua composição lipídica e pela sua temperatura. Geralmente, ácidos graxos de cadeias menores, ácidos graxos insaturados e pouco esteroide levam a membranas mais fluidas. Uma precisa fluidez de membrana é essencial para diferentes funções desempenhadas por ela. Visto que as moléculas movem-se de forma mais lenta e que a fluidez diminui em temperaturas reduzidas, as funções da membrana apresentam redução em organismos que não conseguem manter seus corpos aquecidos. Tais problemas se resolvem com a alteração da composição lipídica de suas membranas, quando em condições de baixa temperatura, substituindo ácidos graxos saturados por insaturados e usando ácidos graxos com caudas mais curtas. Essas alterações são utilizadas como parte dos mecanismos

de sobrevivência de plantas, animais que hibernam e bactérias, durante o inverno.

**Observação:**

**FLUIDEZ DA MEMBRANA**

Enquanto nos fosfolípidios saturados só há ligações simples entre os carbonos, cujas ligações apresentam ângulos de 109°28' com disposição tetraédrica, a cadeia longa hidrocarbonada de ácido graxo no fosfolípido tem carbonos em zigue-zague e assume uma posição de certa maneira perpendicular em relação ao eixo do glicerol nas moléculas. Isso facilita a aproximação das moléculas de fosfolípidios e, então, a passagem para o estado sólido.

A presença da ligação dupla nos fosfolípidios insaturados modifica a geometria da molécula de fosfolípidios, já que ela é plana, com um ângulo de 120°, o que faz com que a cadeia longa hidrocarbonada de ácido graxo, que estava perpendicular ao eixo de glicerol, sofra uma dobra no local da ligação dupla. Esta dobra impede a aproximação maior de duas moléculas de fosfolípidios, o que impede uma maior compactação das moléculas, que caracteriza o estado sólido de um composto. Assim, o ponto de fusão dessas substâncias é bem menor, uma vez que há esta resistência maior à solidificação, aparecendo a fluidez.

Uma hipótese levantada para a importância da fluidez da bicamada foi a hipótese da mobilização dos receptores. Esta afirma que a fluidez permite o acoplamento de vários receptores a uma mesma proteína reguladora; assim, várias moléculas de hormônio se ligam a várias proteínas receptoras, estas se deslocam e se ligam a uma mesma proteína reguladora (por exemplo, à adenil ciclase), que irá promover a resposta da célula à mensagem do hormônio – isto permite à célula economizar na produção de proteínas reguladoras.

**Observação:**

**ESTEROIDES DE MEMBRANA**

O colesterol é o esteroide mais conhecido, sendo fundamental na composição da membrana plasmática de células animais junto aos fosfolípidios. O colesterol é um componente estabilizador importante da membrana plasmática de células animais, pois aproxima suas caudas de fosfolípidios, reduzindo sua fluidez.

Nas células de plantas e algas verdes, o esteroide principal é o sitosterol, e nos fungos é o ergosterol. Vale também lembrar que não há esteroides na membrana plasmática de procaríotos.

**Proteínas**

Todas as membranas biológicas contêm proteínas. Tipicamente, as membranas plasmáticas possuem uma molécula proteica para cada vinte e cinco moléculas de fosfolípido; no entanto, essa relação varia dependendo da função da membrana. Na membrana interna das mitocôndrias, especializada no processamento de energia, existe uma proteína para cada quinze lípidios. Em contraste, na membrana plasmática de oligodendrócitos e de células de Schwann, células formadoras das bainhas de mielina dos neurônios do SNC e do SNP, respectivamente, existe apenas uma proteína para cada setenta esfingolípídios.

Diversas proteínas de membrana inserem-se na bicamada fosfolipídica ou atravessam-na. Da mesma forma que os fosfolipídios; essas proteínas possuem tanto regiões hidrofílicas quanto hidrofóbicas.

- Regiões hidrofílicas: sequências de aminoácidos com cadeias laterais hidrofílicas dão a determinadas regiões da proteína uma característica polar. Essas regiões, ou domínios, interagem com água, posicionando-se para fora, no ambiente aquoso extracelular ou citoplasmático.
- Regiões hidrofóbicas: sequências de aminoácidos com cadeias laterais hidrofóbicas dão a outras regiões da proteína uma característica não polar. Esses domínios interagem com cadeias de ácidos graxos no interior da bicamada fosfolipídica, distantes da água.

Um método especial de preparo para microscopia eletrônica, denominado de **criofratura**, revela as proteínas inseridas na bicamada fosfolipídica das membranas celulares. Os nódulos que podem ser visualizados, projetando-se a partir do interior dessas membranas, não são observados em bicamadas lipídicas puras.

De acordo com o modelo de mosaico fluido, as proteínas e lipídios de uma membrana são independentes uns dos outros e interagem apenas de forma não covalente. As extremidades polares das proteínas podem interagir com as extremidades polares dos lipídios, e as regiões não polares de ambos os tipos de moléculas podem interagir hidrofobicamente.

Existem dois tipos básicos de proteínas de membrana:

- Proteínas integrais de membrana possuem domínios hidrofóbicos e penetram na bicamada fosfolipídica. Várias dessas proteínas possuem longas regiões hidrofóbicas que atravessam a parte central da bicamada, com extremidades hidrofílicas que se estendem na direção do ambiente aquoso em ambos os lados da membrana.
- Proteínas periféricas de membrana não possuem domínios hidrofóbicos e não se inserem na bicamada. Estas, porém, apresentam regiões polares que interagem com regiões semelhantes, como as cabeças polares de moléculas fosfolipídicas.

Algumas proteínas de membrana estão covalentemente ligadas a ácidos graxos ou a outros grupos de lipídios. Essas proteínas classificam-se como um tipo especial de proteína integral, visto que seu componente lipídico hidrofóbico permite que elas se insiram em uma bicamada fosfolipídica.

As proteínas estão distribuídas de forma assimétrica nas superfícies interna e externa de uma membrana. Proteínas integrais de membrana que se projetam para ambos os lados da membrana, denominadas de **proteínas transmembranais**, apresentam “faces” diferentes em cada uma das duas superfícies da membrana. Esse modelo de proteína possui domínios específicos no lado externo da membrana, diferentes tanto dos domínios localizados no seu interior quanto dos domínios presentes na sua face interna. Proteínas periféricas de membrana localizam-se em um dos lados da membrana, jamais em ambos. Esse arranjo acaba conferindo diferentes propriedades às duas faces da membrana.

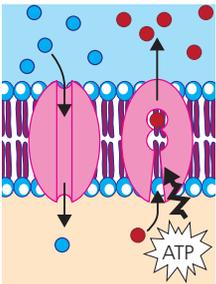
Da mesma forma que os lipídios, diversas proteínas de membrana podem movimentar-se de forma relativamente livre na bicamada fosfolipídica. Experimentos que usam técnicas de fusão

celular ilustram nitidamente essa migração, pois quando duas células são fusionadas, uma única membrana contínua se forma, e as proteínas de ambas as células se distribuem uniformemente ao longo da nova membrana.

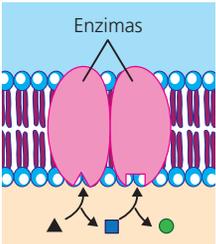
Apesar de diversas proteínas migrarem livremente na membrana, outras não são capazes desse movimento e parecem estar “ancoradas” a uma região específica, por exemplo, a proteína que reconhece um sinal químico derivado de neurônios, na membrana plasmática de uma célula muscular, é normalmente encontrada apenas em sítios onde um neurônio entra em contato com a célula muscular. Há dois mecanismos através dos quais o movimento de proteínas na membrana pode sofrer restrição:

- O primeiro deve-se ao citoesqueleto que possui componentes posicionados exatamente abaixo da face interna da membrana, conectados a proteínas de membrana que se projetam para o interior do citoplasma.
- O segundo são as balsas lipídicas, grupos de lipídios em um estado semissólido que prendem proteínas em uma região determinada. Esses lipídios possuem uma composição diferente daquela dos fosfolipídios que os circundam (presença de ácidos graxos com cadeia longa).

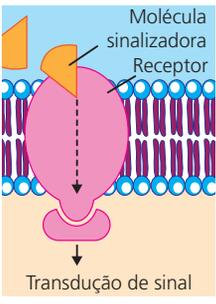
**(a) Transporte.** Esquerda: Uma proteína que atravessa a membrana pode formar, através da membrana, um canal hidrofílico seletivo para determinado soluto. Direita: Outra proteína de transporte transporta uma substância de um lado para o outro, mudando sua forma. Algumas dessas proteínas hidrolisam ATP como fonte de energia para bombear ativamente as substâncias através da membrana.



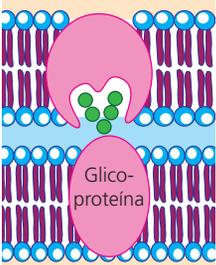
**(b) Atividade enzimática.** Uma proteína inserida na membrana pode ser uma enzima com seu sítio ativo exposto às substâncias na solução adjacente. Em alguns casos, várias enzimas estão organizadas na membrana como um grupo que desempenha funções sequenciais em uma via metabólica.



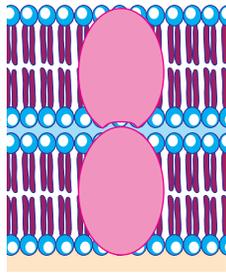
**(c) Transdução de sinais.** Uma proteína de membrana (receptora) pode ter um sítio de ligação com uma forma específica que se encaixa com a forma de mensageiros químicos, como hormônios. Um mensageiro externo (molécula de sinalização) pode causar uma mudança de formato na proteína que passa a mensagem para dentro da célula, normalmente se ligando a uma proteína citoplasmática.



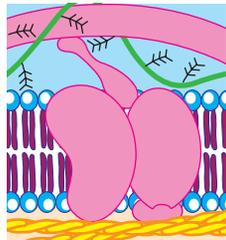
**(d) Reconhecimento célula-célula.** Algumas glicoproteínas atuam como marcas de identificação reconhecidas especificamente por proteínas de membrana e outras células.



(e) **Ligações intercelulares.** As proteínas da membrana de células adjacentes podem mantê-las unidas em vários tipos de junções, como as junções *gap* e as junções aderentes.



(f) **Ligação do citoesqueleto à matriz extracelular (ECM).** Microfilamentos ou outros elementos do citoesqueleto podem estar ligados às proteínas de membrana de modo não covalente, função que auxilia a manter a forma da célula e estabiliza a localização de determinadas proteínas da membrana. As proteínas que se ligam às moléculas da ECM podem coordenar as mudanças extracelulares e intracelulares.



➤ **Fig. 2** – Algumas funções das proteínas da membrana. Em muitos casos, uma única proteína desempenha várias funções.

## Dinâmica das membranas

As membranas reorganizam-se constantemente, transformando-se de um tipo em outro, fusionando e fragmentando-se.

- Em eucariotos, fosfolipídios são sintetizados na superfície do retículo endoplasmático agranular e são rapidamente distribuídos para as membranas de toda a célula.
- Proteínas de membrana inserem-se no retículo endoplasmático agranular, conforme são sintetizadas nos ribossomos.
- Membranas funcionais também se movem dentro de células eucarióticas. Porções de retículo endoplasmático agranular brotam sob a forma de vesículas e unem-se à face *cis* do complexo de Golgi. De forma rápida – frequentemente em menos de uma hora –, esses segmentos de membrana encontram-se em regiões *trans* do complexo de Golgi, a partir do qual brotam para unir-se à membrana plasmática.
- Adições à membrana plasmática, originadas da fusão com vesículas derivadas do complexo de Golgi, são contrabalanceadas pela remoção de membrana em processos como a fagocitose, fornecendo uma via de reciclagem através da qual o compartimento interno das membranas é suprido.

Apesar do fato de as membranas assemelharem-se sob microscopia eletrônica, considerando-se que existe uma rápida interconversão entre as diversas membranas, seria de se esperar que todas as membranas subcelulares fossem quimicamente idênticas. No entanto, isso não ocorre, pois existem enormes diferenças bioquímicas (proporção lipídio/proteína e os seus tipos de proteínas), mesmo entre as pertencentes a uma única célula.

## Glicocálix

Além de lipídios e proteínas, as membranas de células animais possuem quantidades significativas de carboidratos. Estes localizam-se na superfície externa da membrana e servem como locais de reconhecimento para outras células e moléculas.

Os carboidratos associados à membrana devem estar covalentemente ligados a lipídios ou a proteínas:

- Glicolipídios consistem em um carboidrato covalentemente ligado a um lipídio. As unidades de carboidrato dos glicolipídios frequentemente se estendem para fora da membrana plasmática, onde atuam como sinais de reconhecimento para interações entre células semelhantes.

- Glicoproteínas consistem em um carboidrato covalentemente ligado a uma proteína. Os carboidratos associados são cadeias de oligossacarídeos (em média, até quinze unidades monossacarídeas). As glicoproteínas possibilitam que uma célula seja reconhecida por outras células semelhantes.

O reconhecimento celular relaciona-se ao que chamamos de “inibição por contato”. Durante o processo de mitose, células de um tecido reconhecem seus pares, quando a população de células atinge um valor determinado, por meio do contato entre os seus glicocálix vizinhos, o que promove as paradas nas divisões celulares. Contudo, no câncer, devido a alterações moleculares no glicocálix das células de um tecido, estas não mais se reconhecem, havendo, então, a perda da inibição por contato e uma proliferação celular descontrolada.

Outro exemplo de reconhecimento celular via glicocálix é a determinação antigênica do sistema ABO. A substância (ou antígeno ou aglutinogênio) A corresponde a um oligossacarídeo particular da membrana da hemácia que termina em galactose, e a substância (ou antígeno ou aglutinogênio) B difere desta por possuir galactosamina no lugar da galactose. Por meio da análise destas substâncias, o organismo analisa quais hemácias pertencem a ele.

A presença de açúcares exclusivamente na face externa da bicamada confere uma assimetria à membrana plasmática (isto é, a face externa da bicamada, com oligossacarídeos, é diferente da face interna da mesma, sem oligossacarídeos).

O glicocálix tem, em geral, de 10 a 20 nm de espessura (a membrana celular tem cerca de 10 nm de espessura, portanto, o glicocálix também não é visível ao microscópio óptico) e apresenta várias funções, como:

- 1) proteger mecanicamente a membrana celular;
- 2) atuar como filtro em certos capilares sanguíneos e no tecido conjuntivo, ajudando a controlar a entrada de substâncias na célula, por meio do controle do processo de pinocitose;
- 3) promover adesão entre células de um mesmo tecido, o que é bem evidente em tecidos epiteliais;
- 4) atuar no reconhecimento celular (inibição por contato).

## Fisiologia de membrana

As membranas biológicas permitem a passagem de algumas substâncias, mas impedem o trânsito de outras. Essa característica das membranas é referida como permeabilidade seletiva. A permeabilidade seletiva permite que a membrana determine quais substâncias poderão penetrar ou sair de uma célula ou organela. O termo “semipermeabilidade” é mais usado para membranas artificiais, como o papel celofane.

Existem dois processos, fundamentalmente diferentes, por meio dos quais substâncias podem atravessar membranas biológicas:

- Os processos de transporte passivo não necessitam de energia externa para ocorrer;
- Os processos de transporte ativo necessitam de energia química a partir de uma fonte externa.

## Permeabilidade seletiva

A permeabilidade seletiva representa o processo pelo qual algumas substâncias podem atravessar a membrana plasmática e outras não. Em relação a este processo, é importante lidar com dois aspectos: a presença ou não de especificidade no processo e os processos energéticos relacionados a este transporte.

O transporte através da membrana pode acontecer pela parte lipídica ou pela parte proteica.

A parte lipídica permite a passagem de substâncias lipossolúveis, de variáveis dimensões, sendo que ela não exerce controle adequado em relação à entrada de tais substâncias. A entrada de substâncias lipossolúveis é, pois, inespecífica. Lipídios de pequeno peso molecular e moléculas como o éter, álcool e soluções anestésicas penetram sem maiores controles no interior da célula (daí, por exemplo, a razão do rápido efeito do éter, álcool e demais substâncias citadas no sistema nervoso central: como elas atravessam a membrana com facilidade, penetram com facilidade na célula e seu efeito acontece rapidamente). Algumas moléculas hidrossolúveis também podem atravessar a parte lipídica da membrana. Entretanto, estas moléculas correspondem apenas a moléculas de dimensões muito reduzidas, como a água. Gases como  $O_2$  e  $CO_2$ , por serem apolares e de dimensões reduzidas, também atravessam com facilidade a bicamada.

O transporte através da parte proteica permite a passagem de substâncias hidrossolúveis e acontece de maneira bem mais elaborada, através de proteínas canais e das carreadoras. Estas são moléculas que representam proteínas integrais específicas para o transporte de substâncias hidrossolúveis incapazes de atravessar a parte lipídica da membrana.

Quanto aos aspectos energéticos do transporte, este pode ser por transporte passivo, isto é, sem gasto de energia externa pela célula (difusão, difusão facilitada e osmose), ou transporte ativo, com gasto de energia externa pela célula.

Os processos passivos acontecem a favor de um gradiente de concentração (do meio mais concentrado de soluto para o meio menos concentrado de soluto), sendo processos espontâneos e exergônicos (exotérmicos, isto é, com liberação de energia, justificando o motivo pelo qual a célula não gasta energia, pois esta é fornecida pelo próprio processo).

Os processos ativos acontecem contra um gradiente de concentração (do meio menos concentrado para o mais concentrado), sendo processos não espontâneos e endergônicos (endotérmicos, isto é, com consumo de energia, justificando o motivo pelo qual a célula gasta energia na forma de ATP, ou mesmo na forma de energia de gradiente).

Vale também ressaltar que há transportes que envolvem dobramentos da membrana plasmática, que ocorrem com a integração do citoesqueleto e da membrana com gasto de energia, sendo denominados de transporte em bloco. Nessa categoria, engloba-se a exocitose e a endocitose, dividindo-se esta em fagocitose e pinocitose.

AS TROCAS ENTRE A CÉLULA E O MEIO				
	Nome dos processos		Condições para ocorrer	Exemplos
Através da membrana	Transporte passivo	Difusão simples e osmose	Existir um gradiente de concentrações. A célula não gasta energia.	$O_2$ , $CO_2$ , substâncias solúveis em lipídios, água
		Difusão facilitada	Existir um gradiente de concentrações e uma proteína carreadora. A célula não gasta energia.	Açúcares simples e aminoácidos.
	Transporte ativo		Existir uma proteína carreadora e gasto de energia por parte da célula.	Açúcares simples, aminoácidos, íons como $Na^+$ e $K^+$ .
Transporte em bloco	Endocitose e exocitose	Pinocitose (partículas pequenas, geralmente líquidas)	Formação de canal pinocítico e gasto de energia.	Macro-moléculas.
		Fagocitose (partículas grandes, geralmente sólidas)	Formação de pseudópodes e gasto de energia.	Células inteiras ou restos de estruturas celulares.

## Difusão simples

Na difusão simples, pequenas moléculas hidrofóbicas passam através da bicamada fosfolipídica da membrana. Uma molécula hidrofóbica e, portanto, solúvel em lipídios penetra facilmente na membrana, sendo assim capaz de passar através dela, como hormônios esteroides (testosterona e cortisol), hormônios tireoidianos ( $T_3$  e  $T_4$ ) e gases ( $O_2$ ,  $CO_2$  e  $NO_2$ ).

Por outro lado, substâncias hidrofílicas ou polares, tais como água, aminoácidos, açúcares e íons, não são capazes de atravessar facilmente a membrana.

Na difusão simples ocorre a passagem de moléculas de soluto através de uma membrana permeável a elas, da região de maior concentração para a região de menor concentração de soluto, até as concentrações se igualarem, atingindo-se, assim, o equilíbrio. A pressão que provoca este deslocamento é chamada de pressão de difusão.

Em relação à diferença de concentração de duas soluções, alguns termos em particular são frequentemente utilizados. Assim, uma solução que seja mais concentrada é dita hipertônica em relação a uma menos concentrada, dita hipotônica. Quando as concentrações são idênticas, as soluções são ditas isotônicas. A difusão poderia, pois, ser conceituada como a passagem de soluto de uma solução hipertônica para uma hipotônica até que seja atingida uma isotonicidade.

## Difusão facilitada

Chama-se difusão facilitada a passagem de substâncias pela membrana da célula com a ajuda de proteínas transportadoras. Vamos saber agora como se dá esse mecanismo.

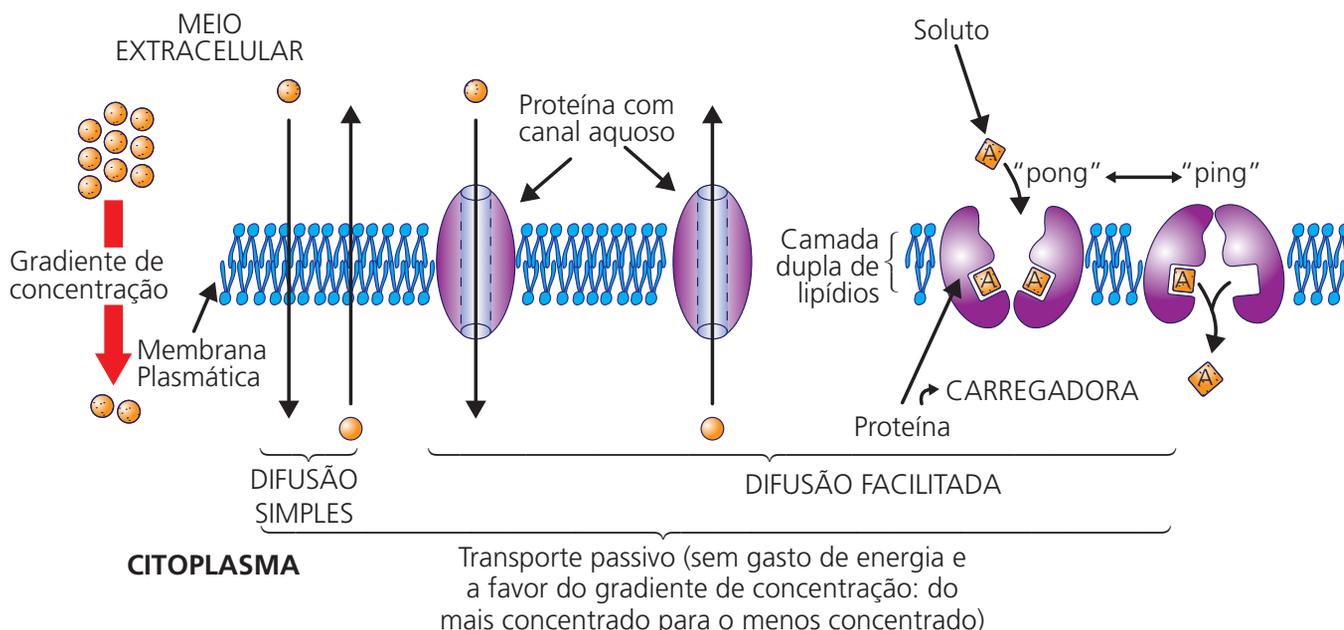
As moléculas de maior peso molecular (em relação aos gases  $O_2$  e  $CO_2$ ) e não lipossolúveis, como a glicose e os aminoácidos, além de estruturas iônicas eletricamente carregadas, atravessam com dificuldade a camada lipídica. Essas moléculas têm de passar, então, pelas proteínas da membrana, que irão facilitar essa passagem.

O transporte de substâncias, como glicose e íons, é feito, respectivamente, através de dois tipos de proteínas especiais, a saber, a proteína carregadora e a proteína canal. Nos dois casos, a proteína é específica para cada tipo de substância.

A proteína carregadora liga-se à molécula de um lado da membrana, soltando-a do outro lado. Dessa forma, atravessam a membrana: glicose, aminoácidos, nucleotídeos e outros solutos orgânicos.

A proteína canal, por sua vez, forma uma espécie de portão por onde passam os íons. Como o transporte da substância por essas proteínas é feito da região de maior concentração para a de menor concentração, ele corresponde a um transporte passivo. Então, para diferenciá-lo do transporte pela camada lipídica, que é uma difusão simples, a passagem de substâncias com a ajuda de proteínas recebeu o nome de difusão facilitada.

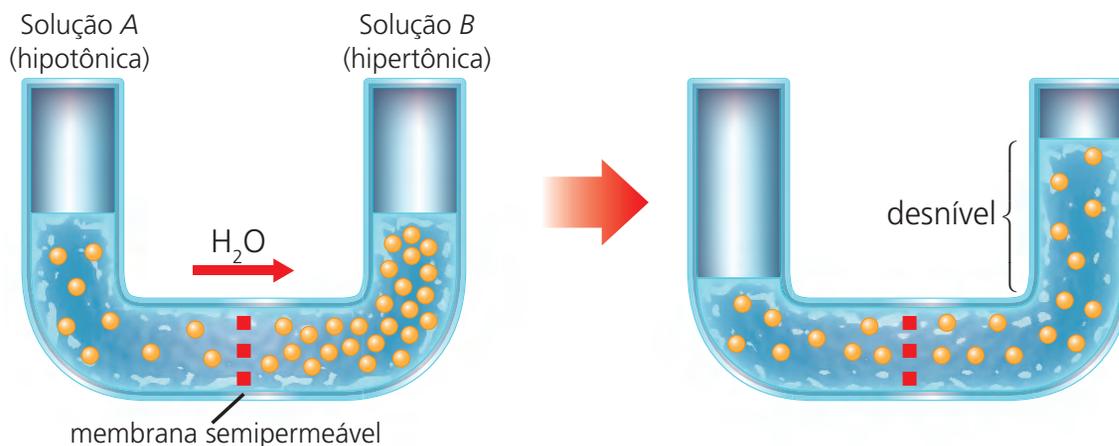
Determinados aminoácidos, como a cistina (união de duas cisteínas), são reabsorvidos da urina para o sangue por difusão facilitada. A ausência da proteína carreadora responsável por esse transporte nos túbulos renais provoca a formação de pedras de cistina nos rins, caracterizando uma patologia chamada cistinúria.



➤ Fig. 9 – Moléculas pequenas entram por difusão simples na célula. A entrada de moléculas um pouco maiores depende de proteínas que se abrem e fecham ou de proteínas com "canais" que facilitam a passagem. Não há gasto de energia, uma vez que as moléculas movem-se sempre das regiões de maior para as de menor concentração.

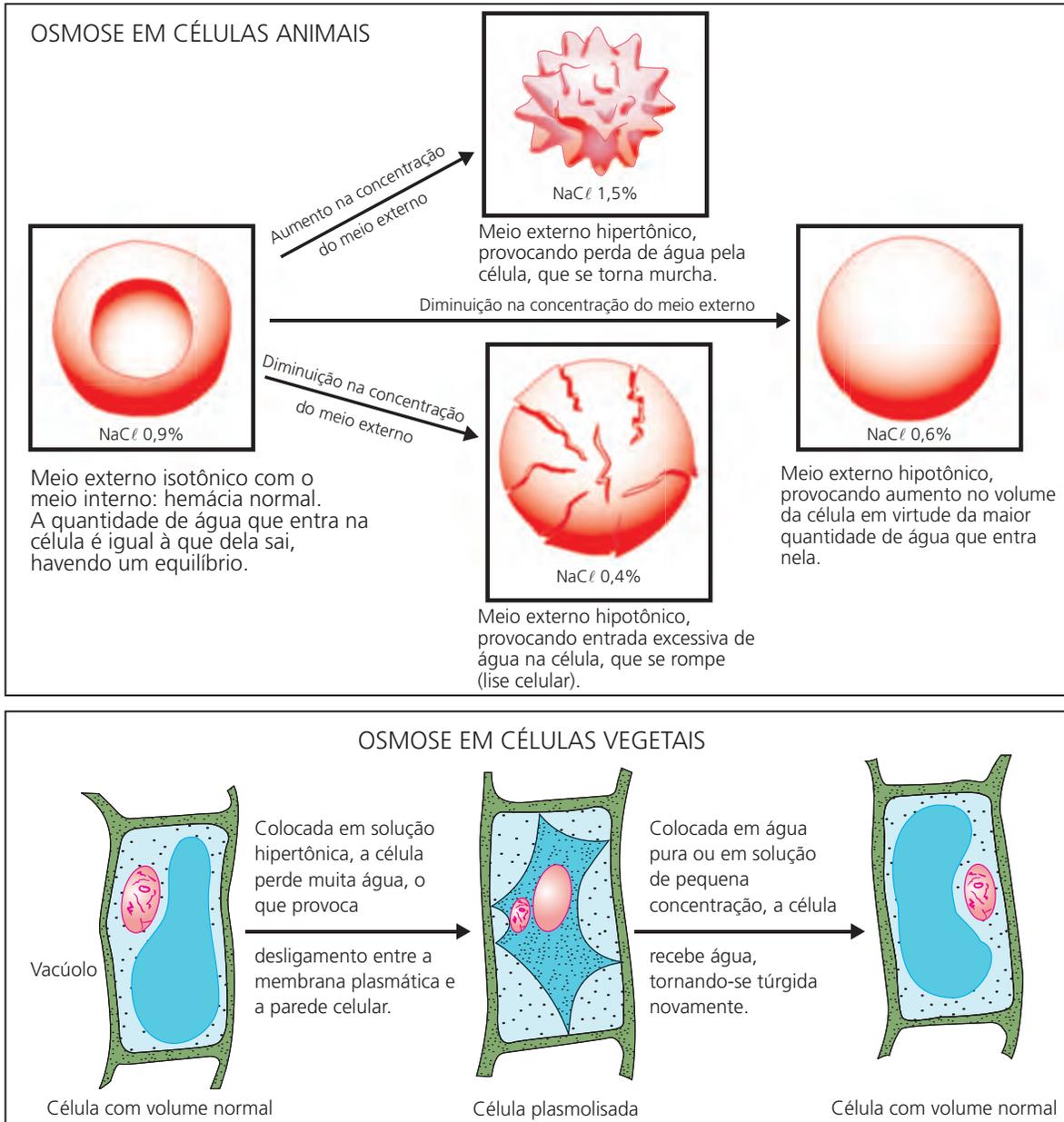
### Osmose

A osmose representa a passagem de solvente de um meio hipotônico para um meio hipertônico, através de uma membrana com permeabilidade seletiva ou com semipermeabilidade. No caso dos sistemas biológicos, esse solvente é denominado de água, que atravessa a membrana com a ajuda de proteínas denominadas de aquaporinas, sendo assim a osmose um caso particular de difusão facilitada de água. Este processo totalmente passivo não utiliza energia metabólica e pode ser compreendido em termos de concentração de solutos. A osmose depende do número e não do tipo de partículas de soluto presente. Descreveremos esse processo usando como exemplos hemácias e células vegetais.



➤ Fig. 3 – A água se move da solução menos concentrada para a solução mais concentrada.

As hemácias estão normalmente em suspensão em um fluido denominado plasma, que contém sais, proteínas e outros solutos. O exame de uma gota de sangue sob microscopia óptica revela que essas células vermelhas possuem formato bicôncavo característico. Se adicionarmos água pura (hipotônica) a essa gota de sangue, as células vermelhas rapidamente incharão e sofrerão ruptura de suas membranas plasmáticas. De forma semelhante, se folhas de alface levemente murchas são colocadas em água pura, logo ficarão volumosas. Pesando esse material antes e após o procedimento, poderemos mostrar que houve absorção de água; por outro lado, se hemácias ou folhas frescas de alface forem colocadas em uma solução mais concentrada de sal ou açúcar (hipertônica) que a presente nos seus citoplasmas, elas murcharão, pois perderão água.



► **Fig. 4 – A osmose pode modificar o formato das células**  
 Em uma solução isotônica, células animais e vegetais mantêm consistentemente seus formatos característicos. Em uma solução hipotônica em relação a essas células, água penetra nas células; um ambiente hipertônico em relação às células drena água para fora delas.

A partir da análise dessas observações, sabemos que a diferença na concentração de solutos entre uma célula e o ambiente que a circunda determina se a água passará do ambiente para a célula ou o contrário. Considerando outros fatores como idênticos, se duas soluções diferentes estão separadas por uma membrana que permite a passagem de água, mas não permite a passagem dos solutos, as moléculas de água atravessarão a membrana em direção à solução com maior concentração do soluto. Em resumo, a água difundirá da região de sua maior presença (meio hipotônico) para a região de sua menor presença (meio hipertônico).

A concentração de solutos no ambiente determina o sentido da osmose em células animais. Uma hemácia adquirirá água de uma solução hipotônica em relação ao conteúdo celular, estourando, pois sua membrana plasmática é incapaz de suportar inchaço. A integridade das hemácias (e dos outros elementos figurados do sangue) é absolutamente dependente da manutenção de uma concentração constante de solutos no plasma, no qual ela se encontra em suspensão, devendo o plasma ser isotônico em relação a elas para que não estorem ou murchem. A regulação da concentração de solutos dos fluidos do corpo é, dessa forma, um importante processo para os organismos que não possuem paredes celulares.

Em contraste às células de animais, as células de vegetais, algas, arqueas, bactérias e fungos possuem paredes celulares que limitam o volume das células e evitam que elas se rompam. Células com paredes espessas incorporam uma quantidade limitada de água e, ao fazerem isto, geram uma pressão interna contra a parede celular que evita a entrada de mais água. Essa pressão dentro da célula é denominada pressão de turgor. A pressão de turgor mantém as plantas eretas e atua como força direcionadora do crescimento das células vegetais. Essa pressão é um componente normal e essencial no crescimento das plantas. Se uma quantidade relativa de água é perdida pelas células, a pressão de turgor cai e a planta murcha.

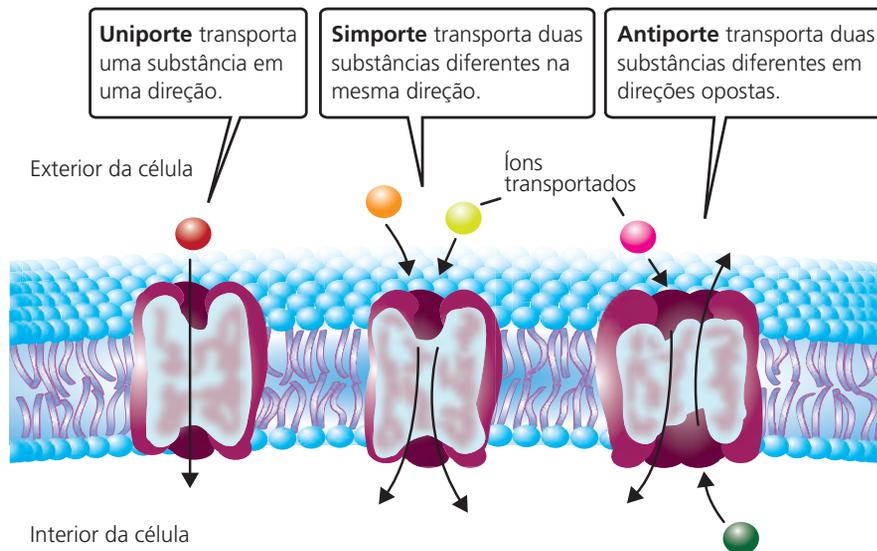
### Transporte ativo

Em algumas situações, dependendo das necessidades celulares, uma pequena molécula orgânica ou um íon deve se mover através de uma membrana de uma região de menor concentração para uma de maior concentração. Nesses casos, a substância não pode deslocar-se via difusão. O movimento de qualquer substância através de uma membrana biológica contra um gradiente de concentração, conceituado de transporte ativo, exige gasto de energia química externa. As diferenças entre a difusão e o transporte ativo estão sumarizadas na tabela 5.1.

Mecanismo de transporte	Energia externa necessária?	Força de movimento	Proteína de membrana necessária?	Especificidade
Difusão simples	Não	A favor do gradiente de concentração	Não	Não específico
Difusão facilitada	Não	A favor do gradiente de concentração	Sim	Específico
Transporte ativo primário	Sim	Hidrólise de ATP (contra o gradiente de concentração)	Sim	Específico

Tabela 5.1 – Mecanismo de transporte através de membrana.

Três tipos de proteínas de membrana estão envolvidos no transporte ativo (Fig. 10):



> Fig. 10 – Três tipos de proteínas para o transporte ativo. Observe que em cada um dos três casos o transporte é direcional. Simporte e antiporte são exemplos de transporte acoplado.

- **Uniportes** transportam um único soluto em uma direção. Como exemplo, uma proteína de ligação ao cálcio, encontrada na membrana plasmática e no retículo sarcoplasmático de fibras musculares estriadas, transporta ativamente o  $Ca^{2+}$  para regiões onde esse íon já se encontra em altas concentrações, ou seja, até fora da célula e para dentro do retículo sarcoplasmático. Vale ressaltar que esse tipo de transporte também ocorre com as proteínas da difusão facilitada.
- **Simportes** transportam dois solutos na mesma direção. Como exemplo, a absorção de aminoácidos e de glicose (no intestino pelas células que o revestem) requer ligação simultânea de  $Na^+$  e de um aminoácido ou de  $Na^+$  e de uma glicose à mesma proteína transportadora.
- **Antiportes** transportam dois solutos em direções opostas, um para o interior e outro para o exterior da célula. Como exemplo, a troca  $Na^+$  e  $Ca^{2+}$  através de uma proteína na membrana plasmática da fibra cardíaca.

Simportes e antiportes são conhecidos como transportadores acoplados ou cotransportes, pois movimentam duas substâncias ao mesmo tempo.

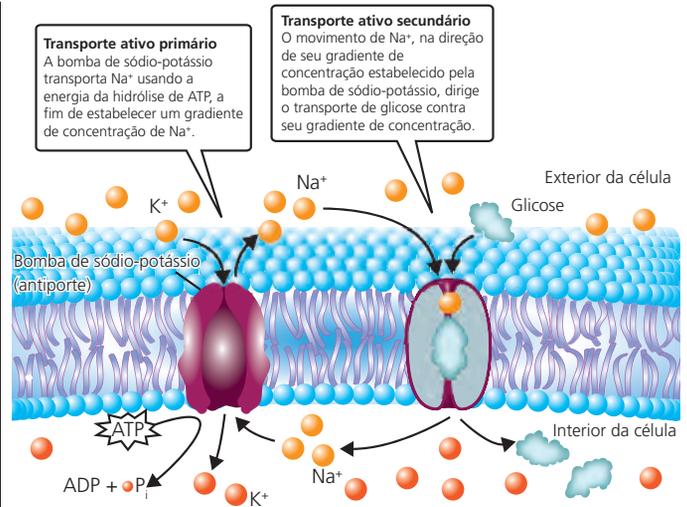
### Tipos de transporte ativo

Existem dois tipos básicos de transporte ativo:

- O transporte ativo primário requer a participação direta da molécula de ATP, rica em energia.
- O transporte ativo secundário não usa ATP diretamente, mas a energia é fornecida por um gradiente de concentração iônico estabelecido pelo transporte ativo primário.

No transporte ativo primário, a energia liberada pela hidrólise de ATP direciona o movimento de íons específicos contra um gradiente de concentração. Por exemplo, vimos anteriormente que a concentração de íons potássio (K<sup>+</sup>) dentro de um neurônio é muito maior que a concentração desse íon no fluido que circunda essa célula, ao passo que a concentração de íons sódio (Na<sup>+</sup>) é muito superior no fluido exterior. Isto deve-se a uma proteína na membrana neuronal que continuamente bombeia Na<sup>+</sup> para fora do neurônio, e K<sup>+</sup> para dentro, contra gradientes de concentração, assegurando que esses sejam mantidos. Essa bomba de sódio-potássio (Na<sup>+</sup>/K<sup>+</sup>) está presente em todas as células animais, sendo uma glicoproteína integral de membrana. Ela hidrolisa a molécula de ATP e usa a energia liberada para trazer dois íons K<sup>+</sup> para dentro da célula e exportar três íons Na<sup>+</sup>. A bomba de Na<sup>+</sup>/K<sup>+</sup> é, portanto, um antiporte.

No transporte ativo secundário, a energia para o movimento de um soluto contra seu gradiente de concentração é obtido por meio do uso da energia fornecida dos íons concentrados devido ao transporte ativo primário. Por exemplo, visto que a bomba sódio-potássio estabelece um gradiente de concentração de íons sódio, a difusão passiva de alguns Na<sup>+</sup> de volta para o interior da célula pode fornecer energia para o transporte ativo secundário de glicose ao interior. O transporte ativo secundário auxilia a incorporação de aminoácidos e açúcares, matérias-primas essenciais para manutenção e crescimento celulares. Ambos os tipos de proteínas de transporte acoplado, simportes e antiportes, são usados para o transporte ativo secundário.



➤ **Fig. 11 – Transporte ativo secundário**  
O gradiente de concentração de Na<sup>+</sup> estabelecido pelo transporte ativo primário (à esquerda) dá sustentação ao transporte ativo secundário de glicose (à direita). O movimento de glicose através da membrana contra seu gradiente de concentração é acoplado por uma proteína simporte ao movimento de Na<sup>+</sup> para o interior da célula.

### Transporte em bloco – endocitose e exocitose

Determinadas substâncias de grande peso molecular entram e saem das células pela formação de vesículas na membrana plasmática. Quando essas vesículas se formam por evaginações ou invaginações da membrana e englobam materiais externos, fala-se em endocitose (do grego, *endos*, dentro, e *kytos*, célula). Quando vesículas presentes no interior da célula fundem-se à membrana e eliminam seu conteúdo para o meio externo, fala-se em exocitose (do grego, *exos*, fora, e *kytos*, célula). Tais processos consomem energia, pois envolvem a movimentação do citoesqueleto, mas não devem ser classificados como transportes ativos, pelo fato de deslocarem membranas biológicas.

### Endocitose

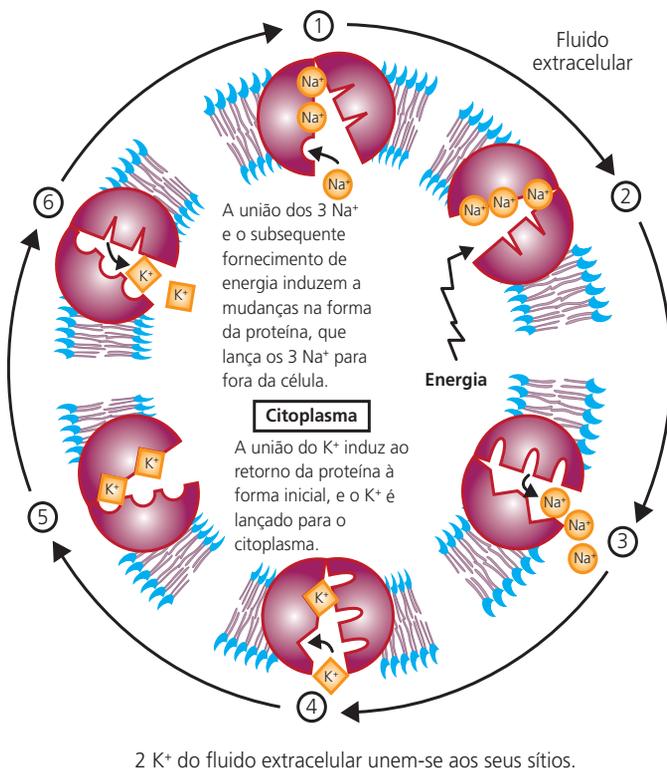
Podemos diferenciar dois tipos básicos de endocitose, a saber, a fagocitose e a pinocitose.

### Fagocitose

A fagocitose (do grego, *phagein*, comer, e *kytos*, célula) é um processo em que a célula emite pseudópodes, que circundam a partícula a ser englobada, envolvendo-a totalmente em uma bolsa membranosas; esta se desprende da membrana e passa a circular no citoplasma, recebendo, então, o nome de fagossomo (do grego, *phagein*, comer, e *soma*, corpo), termo que significa ingerido.

Entre as células que realizam fagocitose, destacam-se os protozoários, que utilizam esse processo em sua alimentação, animais como os poríferos, que, através de seus coanócitos, também capturam alimento do meio. Certos leucócitos também fazem fagocitose, não para se alimentar, mas para defender o corpo da invasão por micro-organismos e para eliminar restos de tecidos, promovendo, assim, a limpeza do corpo. Assim, as funções da fagocitose dos seres vivos são resumidas da seguinte forma:

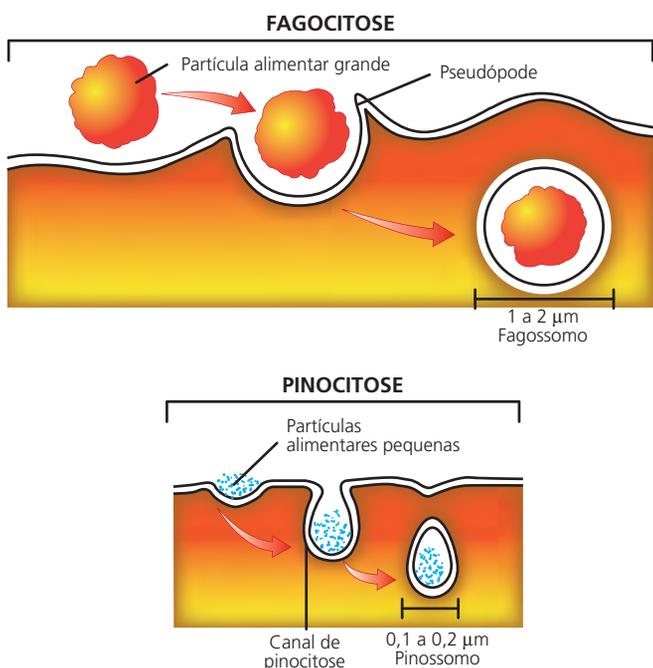
- 1) Alimentação em alguns organismos unicelulares e pluricelulares, como protozoários e alguns animais;
- 2) Defesa de organismos pluricelulares através de leucócitos ou glóbulos brancos;
- 3) Eliminação de restos teciduais, células mortas ou outras partículas;
- 4) Remodelação do corpo (o útero em mulheres não grávidas pesa cerca de 50 g, mas cresce para poder abrigar o embrião, chegando a pesar cerca de 2 kg após a gravidez; através de fagocitose, pelos leucócitos, as células da parede do útero são degradadas para que este volte a seu tamanho normal após a gravidez).



**Pinocitose**

A pinocitose (do grego, *pinein*, beber) é um processo de englobamento de gotículas e de pequenas partículas que ocorre em todas as células. Cada uma de nossas células, por exemplo, é capaz de englobar, por dia, quantidades de líquido equivalentes a várias vezes seu próprio volume (seria como se uma pessoa de 70 kg bebesse cerca de 200 litros de líquido por dia).

No processo de pinocitose, a membrana plasmática aprofunda-se no citoplasma e forma um canal, denominado de canal pinocítico, que se estrangula nas bordas, liberando pequenas vesículas membranosas no interior da célula. Essas bolsas citoplasmáticas que contêm o material englobado por pinocitose são chamados pinossomos (do grego, *pinein*, beber, e *soma*, corpo). É por meio da pinocitose que as células do revestimento interno do intestino capturam gotículas de lipídios do alimento digerido, como também nos hepatócitos que englobam, por pinocitose, partículas de LDL (complexo transportador de lipídios de baixa densidade) circulantes, objetivando a formação do VLDL.



> **Fig. 12** – A fagocitose e a pinocitose são processos pelos quais as células capturam partículas e substâncias do meio externo. As principais diferenças entre os dois processos são o modo de captura e o tamanho das partículas capturadas.

Tanto fagossomos quanto pinossomos podem fundir-se a vesículas citoplasmáticas que contêm enzimas digestivas, os chamados lisossomos. Nas vesículas resultantes dessa fusão, o material englobado do exterior é digerido pelas enzimas lisossômicas hidrolíticas.

**Exocitose**

Certas substâncias que devem ser eliminadas da célula são temporariamente armazenadas no interior de vesículas citoplasmáticas membranosas, as quais se aproximam da membrana plasmática e se fundem a ela, expelindo seu conteúdo. Esse processo é chamado exocitose (do grego, *exos*, fora).

É por meio da exocitose que determinados tipos de células eliminam os restos da digestão intracelular, e que células glandulares secretam suas enzimas ou hormônios no meio extracelular.



**Exercícios de Fixação**

01. ((UFJF-PISM 1/2017) O Prêmio Nobel de Fisiologia ou Medicina de 2016 foi para uma área bastante fundamental das Ciências Biológicas. O japonês Yoshinori Ohsumi foi escolhido pela sua pesquisa sobre como a autofagia realmente funciona. Trata-se de uma função ligada ao reaproveitamento do “lixo celular” e também ligada a doenças.

Fonte: texto modificado a partir de <http://www1.folha.uol.com.br/equilibriosaude/2016/10/1819288-japones-vence-nobel-de-medicina-por-pesquisa-sobre-aautofagia.shtml> de 03/10/2016. Acesso em 16/10/2016.

Tanto no processo de autofagia, quanto na heterofagia, os \_\_\_\_\_ atuam realizando a digestão intracelular. De acordo com o tipo de célula, após o processo de digestão, forma-se o \_\_\_\_\_, que pode ser eliminado por \_\_\_\_\_ ou ficar retido indefinidamente no citoplasma da célula.

Assinale a alternativa com a sequência correta que completa os espaços tracejados:

- A) fagossomos, peroxissomo, pinocitose.
  - B) lisossomos, corpo residual, clasmocitose.
  - C) ribossomos, vacúolo digestivo, fagocitose.
  - D) gliossomos, lisossomo, clasmocitose.
  - E) lisossomos, fagossomo, pinocitose.
02. (UFPR/2017) Interessado em melhorar a resposta de imunossupressão em situações de transplante de órgãos, um pesquisador isolou e cultivou células produtoras de anticorpos (imunoglobulinas). Em algumas placas de cultivo, adicionou uma droga que inibe a fusão de membranas e comparou com cultivos-controle, nos quais a droga não foi adicionada. O resultado está apresentado na tabela a seguir.

	Detecção de anticorpos	
	Intracelular	Extracelular (meio de cultivo)
Grupo controle (sem a droga)	++	++++
Grupo tratado (com a droga)	++++	-

Resultado do experimento com células produtoras de anticorpos. (+) = quantidade relativa de detecção; (-) sem detecção.

- A) Por que a inibição da fusão de membranas acarretou o acúmulo de anticorpos dentro das células tratadas?
  - B) Cite dois tipos celulares do organismo humano cuja função seria profundamente afetada por essa droga.
03. (UCS/2016) A manutenção de um ambiente iônico intracelular, bem como a entrada e saída de substâncias são processos importantes realizados por componentes da membrana celular. Em relação aos processos de transporte que ocorrem na membrana celular, é correto afirmar que
- A) a difusão simples é um processo de transporte de uma substância contra um gradiente de concentração.
  - B) a difusão facilitada é caracterizada pelo transporte de uma substância utilizando-se uma proteína transmembrana.
  - C) a bomba de sódio e potássio transporta os dois íons para o meio extracelular, a fim de auxiliar a manutenção da carga elétrica das células.
  - D) o processo de osmose é um exemplo de difusão simples, no qual a água se desloca do meio mais concentrado em soluto para o menos concentrado em soluto.
  - E) a bomba de sódio e potássio está presente somente nas células musculares e nervosas, onde a carga elétrica das células tem um papel fundamental.

04. (UFC/2005) Um técnico de laboratório preparou quatro soluções de sacarose nas seguintes concentrações molares: 0,8 M; 0,6 M; 0,4 M e 0,2 M; porém esqueceu de rotulá-las. Para identificar essas soluções, ele montou um experimento, baseado nos princípios de difusão e osmose, utilizando folhas de *Elodea* (uma planta aquática), lâminas e lamínulas, microscópio óptico, solução isotônica de NaCl, conta-gotas, e rotulou, aleatoriamente, as soluções de sacarose com A, B, C e D.
- I. Preencha o quadro a seguir, a partir dos resultados do experimento.

Solução de sacarose gotejada sobre folhas de <i>Elodea</i>	Resultado observado	Tonicidade da solução em relação às células	Identificação da molaridade da solução (M)
Solução A	Células do mesmo aspecto daquelas imersas na solução isotônica de NaCl.		
Solução B	Células apresentaram-se mais túrgidas que aquelas da <i>Elodea</i> submetida à solução A.		
Solução C	Células mais murchas que aquelas da <i>Elodea</i> submetida à solução A.		
Solução D	Células mais murchas que aquelas da solução A, porém menos murchas que aquelas da solução C.		

II. Explique por que as células de *Elodea* não estouraram quando colocadas na solução hipotônica.

05. (Unicamp/1999) Foi feito um experimento utilizando a epiderme da folha de uma planta e uma suspensão de hemácias. Esses dois tipos celulares foram colocados em água destilada e em solução salina concentrada. Observou-se ao microscópio que as hemácias, em presença de água destilada, estouravam e, em presença de solução concentrada, murchavam. As células vegetais não se rompiam em água destilada, mas em solução salina concentrada notou-se que o conteúdo citoplasmático encolhia.
- A) A que tipo de transporte celular o experimento está relacionado?  
 B) Em que situação ocorre esse tipo de transporte?  
 C) A que se deve a diferença de comportamento da célula vegetal em relação à célula animal? Explique a diferença de comportamento, considerando as células em água destilada e em solução concentrada.
06. (IFSP/2014) Durante uma aula de Biologia sobre anfíbios, um aluno perguntou o que aconteceria se um girino fosse colocado em um pote contendo água do mar. Seus colegas de sala propuseram diversas hipóteses, alguns defendendo que o girino iria morrer, outros que ele iria sobreviver. Considerando as características típicas dos anfíbios, o mais provável é que, na situação proposta, o girino iria
- A) morrer, devido à entrada excessiva de água em seu corpo.  
 B) morrer, devido à perda excessiva de água por sua pele.  
 C) sobreviver, pois sua pele é grossa e permeável.

- D) sobreviver, mesmo com uma entrada excessiva de água em seu corpo.  
 E) sobreviver, pois ele apresenta glândulas especiais na pele que o tornam imune à perda de água.

07. (UFG) A pele dos animais é formada por células que, por sua vez, são envolvidas por um envoltório denominado de membrana plasmática. Esquematize a estrutura molecular dessa membrana, indicando três componentes da mesma.

08. (UFF) Sabe-se que as membranas celulares podem possuir especializações que conferem propriedades importantes aos tecidos. Dentre essas especializações, algumas são estruturalmente mantidas por componentes do citoesqueleto. Ao se tratar células do epitélio intestinal com substâncias inibidoras da polimerização de actina, verificou-se a redução da taxa de absorção de nutrientes.

Explique por que ocorreu a diminuição da absorção intestinal de nutrientes.

09. (Mackenzie/2017) A respeito dos transportes realizados pela membrana plasmática, considere as afirmativas.

- I. A utilização de proteínas transportadoras é exclusiva de transportes ativos;  
 II. A insulina age acelerando a difusão facilitada da glicose para o interior das células;  
 III. Íons são moléculas muito pequenas e, portanto, atravessam a membrana sempre por difusão simples;  
 IV. Em todos os tipos de difusão, a passagem de solutos acontece a favor do gradiente de concentração.

Estão corretas apenas as afirmativas

- A) I, II e IV  
 B) II e IV  
 C) I, III e IV  
 D) I e II  
 E) II, III e IV

10. (Enem/2017) Uma das estratégias para conservação de alimentos é o salgamento, adição de cloreto de sódio NaCl historicamente utilizado por tropeiros, vaqueiros e sertanejos para conservar carnes de boi, porco e peixe.

O que ocorre com as células presentes nos alimentos preservados com essa técnica?

- A) O sal adicionado diminui a concentração de solutos em seu interior.  
 B) O sal adicionado desorganiza e destrói suas membranas plasmáticas.  
 C) A adição de sal altera as propriedades de suas membranas plasmáticas.  
 D) Os íons Na<sup>+</sup> e Cl<sup>-</sup> provenientes da dissociação do sal entram livremente nelas.  
 E) A grande concentração de sal no meio extracelular provoca a saída de água de dentro delas.

11. (Pucrj/2017) A membrana plasmática tem três funções principais: revestimento, proteção e permeabilidade seletiva. Considerando a função de permeabilidade seletiva, descreva os processos pelos quais as substâncias atravessam a membrana plasmática.

12. (Unisinos/2017) Ao se colocar uma célula em um meio hipertônico, ela perderá \_\_\_\_\_ para o meio externo, sofrendo uma retração de seu volume. Esse é um processo de transporte \_\_\_\_\_, chamado de \_\_\_\_\_.

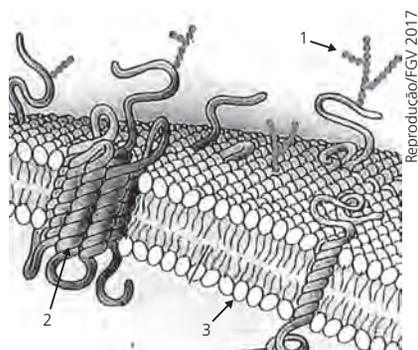
Sobre as características celulares descritas acima, qual das alternativas abaixo preenche corretamente as lacunas?

- A) água – passivo – plasmólise  
 B) solutos – ativo – turgescência  
 C) água – ativo – plasmólise  
 D) solutos – passivo – turgescência  
 E) água – passivo – turgescência
13. (UFSM/2012) Os transportes através da membrana plasmática podem ser feitos a favor do gradiente de concentração ou contra ele. No entanto, quando as moléculas são grandes demais, as células recorrem a outros mecanismos, como a endocitose e exocitose. É, então, correto afirmar:
- A) A exocitose é denominada clasmocitose, quando libera exclusivamente resíduos grandes durante a digestão celular.  
 B) No conjunto de processos da exocitose, não está incluída a liberação de hormônios para o metabolismo celular.  
 C) A pinocitose é o processo usado pelas células para englobar partículas pequenas e sólidas.  
 D) Na fagocitose, a célula emite pseudópodes que envolvem a partícula a ser englobada.  
 E) As bolsas citoplasmáticas que contêm o material englobado por pinocitose são chamadas fagossomas.
14. (Enem-PPL/2017) A horticultura tem sido recomendada para a agricultura familiar, porém as perdas são grandes devido à escassez de processos compatíveis para conservar frutas e hortaliças. O processo, denominado desidratação osmótica, tem se mostrado uma alternativa importante nesse sentido, pois origina produtos com boas condições de armazenamento e qualidade semelhante à matéria-prima.

GOMES, A. T.; CEREDA, M. P.; VILPOUX, O. Desidratação osmótica: uma tecnologia de baixo custo para o desenvolvimento da agricultura familiar. *Revista Brasileira de Gestão e Desenvolvimento Regional*, n. 3, set.-dez. 2007. Adaptado.

Esse processo para conservar os alimentos remove a água por

- A) aumento do ponto de ebulição do solvente.  
 B) passagem do soluto através de uma membrana semipermeável.  
 C) utilização de solutos voláteis, que facilitam a evaporação do solvente.  
 D) aumento da volatilidade do solvente pela adição de solutos ao produto.  
 E) pressão gerada pela diferença de concentração entre o produto e a solução.
15. (FGV/2017) As setas 1, 2 e 3, na figura seguinte, indicam biomoléculas componentes da membrana plasmática de uma célula animal.



Disponível em: <<http://brasilescola.uol.com.br>>. Adaptado.

Com base nas funções desempenhadas pela membrana em diferentes tipos celulares, é correto afirmar que

- A) a biomolécula 1 é um carboidrato componente do glicocálix e atua no reconhecimento intercelular.  
 B) a biomolécula 2 é um fosfolípido componente da bicamada e atua no transporte de gases respiratórios nos eritrócitos.  
 C) a biomolécula 3 é um polissacarídeo componente da parede celular e confere resistência e sustentação às células ósseas.  
 D) as biomoléculas 1 e 3 são proteínas da bicamada e realizam a contração e o relaxamento nas células musculares.  
 E) as biomoléculas 2 e 3 são aminoácidos do glicocálix e atuam na síntese de secreções nas células epiteliais.



### Exercícios Propostos

01. (Fac. Santa Marcelina - Medicina/2017) As células apresentam membrana plasmática com composição química e estrutura semelhantes entre si.
- A) Indique a composição química e o tipo de permeabilidade característicos da membrana plasmática.  
 B) Os cientistas Singer e Nicholson sugeriram um modelo para a membrana plasmática. Que denominação foi dada para esse modelo? Descreva a estrutura da membrana plasmática de acordo com esse modelo.

02. (EBMSP/2017) A membrana plasmática é constituída, basicamente, por uma bicamada de fosfolípidios associados a moléculas de proteína. Essa estrutura delimita a célula, separa o conteúdo celular do meio externo e possibilita o trânsito de substâncias entre os meios intra e extracelular.

Sobre o transporte através da membrana, é correto afirmar:

- A) A passagem de substâncias através da membrana plasmática, utilizando proteínas transportadoras, é denominada difusão simples.  
 B) A difusão facilitada é o transporte de substâncias pela membrana com o auxílio de proteínas transportadoras e gasto de energia.  
 C) A osmose é a passagem de substâncias através da membrana plasmática em direção à menor concentração de solutos.  
 D) Uma membrana permeável à substância A possibilitará o transporte dessa substância para fora da célula, desde que exista ATP disponível.  
 E) No transporte ativo, ocorre a passagem de substâncias por proteínas de membrana com gasto de energia.
03. (Uece/2017) Membranas biológicas são finas películas que envolvem as células vivas, delimitando as organelas em seu interior e promovendo sua interação com outras células.

Com relação a essas membranas, é correto afirmar que

- A) qualquer transporte de substâncias por meio das membranas celulares nos seres vivos exige gasto de energia.  
 B) suas moléculas lipídicas são anfipáticas, pois possuem uma extremidade polar (insolúvel em meio aquoso) e uma extremidade não polar (solúvel em água).  
 C) seu glicocálix, estrutura que confere resistência física e química e capacidade de reconhecer substâncias nocivas, é composto exclusivamente por lipídios.  
 D) possuem permeabilidade variável, o que significa que algumas substâncias não conseguem atravessar sua estrutura.

04. (Uerj/2017) Os diferentes tipos de transplantes representam um grande avanço da medicina. Entretanto, a compatibilidade entre doador e receptor nem sempre ocorre, resultando em rejeição do órgão transplantado.

O componente da membrana plasmática envolvido no processo de rejeição é:

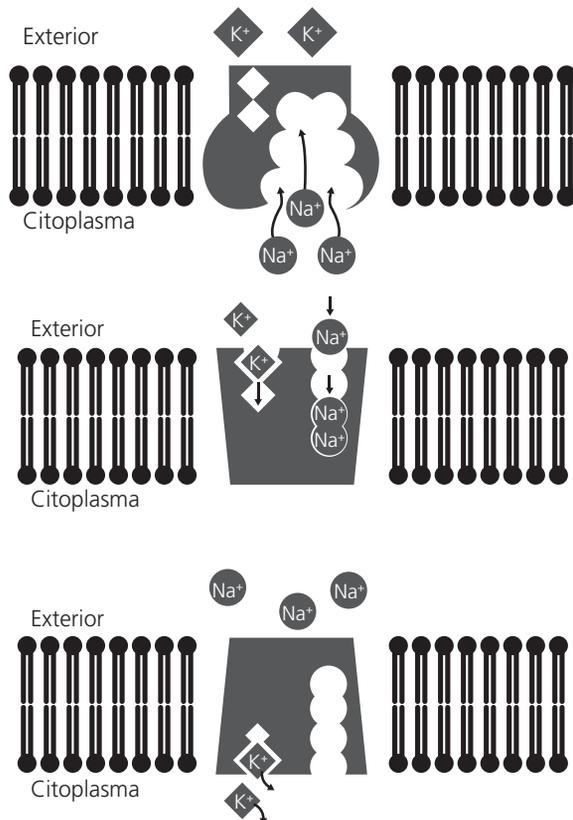
- A) colesterol
- B) fosfolípido
- C) citoesqueleto
- D) glicoproteína

05. (UEMG/2014) Nos autos de condenação de revoltosos do Brasil Colônia, como Tiradentes, era comum constar que, além da pena de morte e do esquartejamento dos corpos, seus bens seriam confiscados e suas terras seriam salgadas, para que nada mais ali nascesse.

O ato de salgar a terra realmente provoca a morte das plantas porque o excesso de sal na terra

- A) dificulta a absorção de íons minerais pelas raízes, por transporte ativo.
- B) impede a ação das proteínas transportadoras das membranas das células da raiz.
- C) estimula maior absorção de água pelas células da raiz, provocando turgescência e lise celular.
- D) impede a absorção de água, através de osmose, pelas células da raiz, aumentando a concentração osmótica do solo.

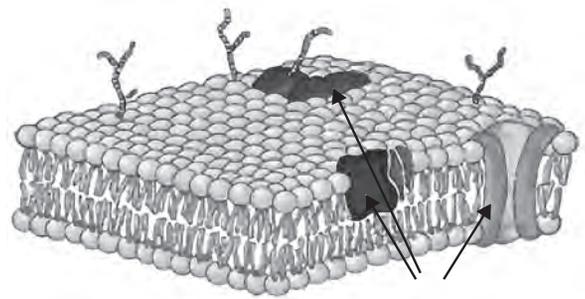
06. (UEPG/2014 – Modificada) A figura a seguir esquematiza o transporte da bomba de sódio e potássio na célula. Com relação a esse mecanismo, assinale o que for correto.



Adaptado de: Linhares, S.; Gewandszajner, F. *Biologia hoje*. 15ª ed. Volume 1. Editora Ática. São Paulo. 2010.

- A) Esse tipo de transporte é ativo e com gasto de energia devido à concentração de sódio ( $\text{Na}^+$ ) fora da célula ser maior que em seu interior, ocorrendo o oposto com o potássio ( $\text{K}^+$ ).
- B) Nessa bomba de sódio e potássio, para cada dois íons sódio que saem, entram três potássios. Desse modo, surge uma diferença de cargas elétricas entre os dois lados da membrana, que fica positiva na face externa e negativa na interna.
- C) A difusão facilitada apresentada na figura com o sódio ( $\text{Na}^+$ ) e o potássio ( $\text{K}^+$ ) ocorre nas células para equilibrar as concentrações desses dois íons entre as duas faces da membrana.
- D) Outra função desse mecanismo de transporte é aumentar a concentração de íons no citoplasma. Essa função está atrelada à difusão de água para impedir a plasmólise da célula.
- E) Esse tipo de transporte ocorre sempre a favor do gradiente de concentração para os íons sódio ( $\text{Na}^+$ ), e contra o gradiente de concentração para o potássio ( $\text{K}^+$ ).

07. (USCS-Medicina/2016) A figura traz uma representação esquemática da membrana plasmática, segundo o modelo do mosaico fluido.

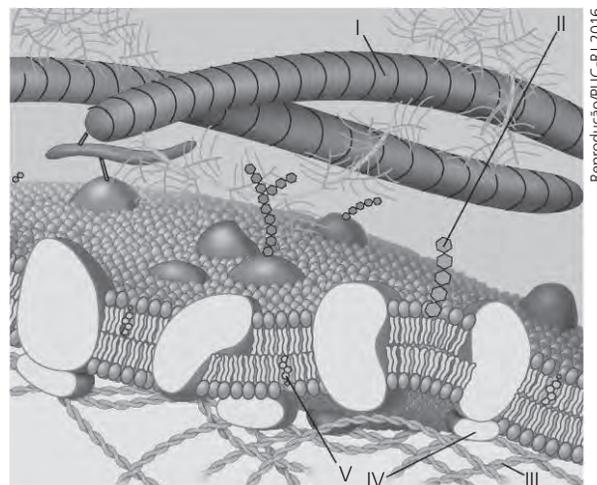


Reprodução/USCS 2016

Disponível em: <www.sobiologia.com.br>. Adaptado.

- A) Explique por que esse modelo é chamado de mosaico fluido.
- B) As setas indicam uma mesma classe de moléculas. Cite duas funções das moléculas indicadas pelas setas.

08. (PUCRJ/2016) A figura abaixo representa o modelo do mosaico fluido da membrana plasmática e as diferentes estruturas que a compõem.

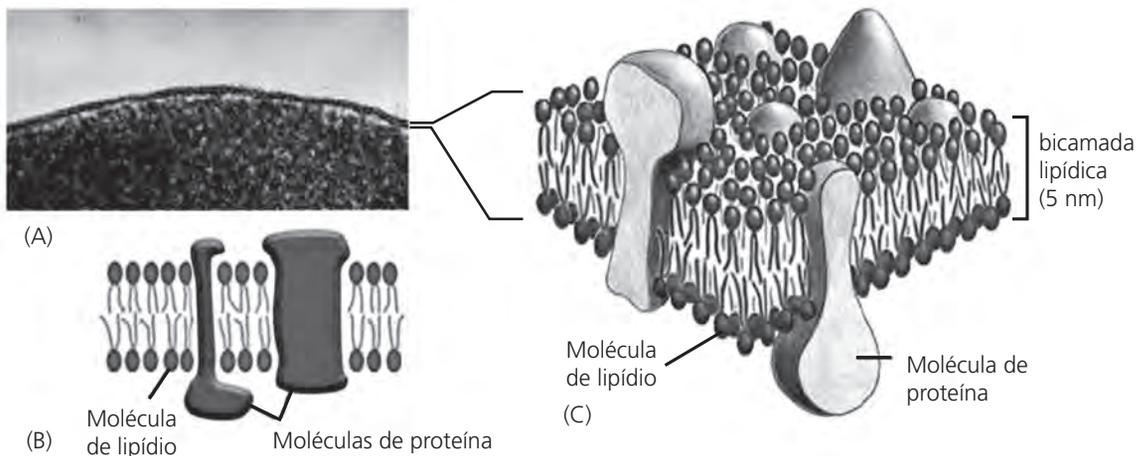


Reprodução/PUC-RJ 2016

Identifique as estruturas que estão associadas aos números, respectivamente:

	I	II	III	IV	V
A)	matriz extracelular	proteína periférica	colesterol	citoesqueleto	glicolípido
B)	matriz extracelular	glicolípido	proteína periférica	citoesqueleto	colesterol
C)	matriz extracelular	citoesqueleto	colesterol	glicolípido	proteína periférica
D)	matriz extracelular	citoesqueleto	colesterol	proteína periférica	glicolípido
E)	matriz extracelular	glicolípido	citoesqueleto	proteína periférica	colesterol

09. (Ufpa/2016) As membranas plasmáticas representam a estrutura mais externa das células, separando o seu interior do ambiente. Estão constituídas principalmente por proteínas e lipídios que, além de compor a sua estrutura, também facilitam o funcionamento celular.



Reprodução/Ufpa 2016

In: Essential Cell Biology 3/e (ãGarland Science 2010.

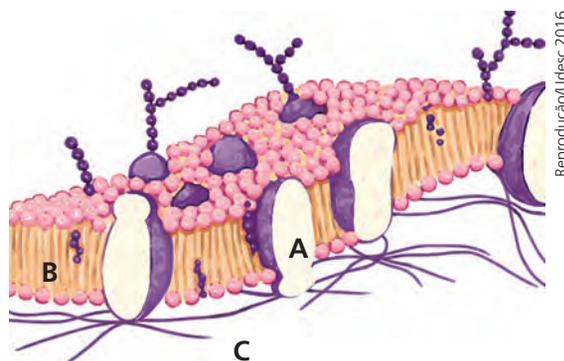
Acerca dessa estrutura celular, mostrada na figura acima, afirma-se

- I. A estrutura básica das membranas celulares obedece ao modelo do mosaico fluido proposto por Singer e Nicholson (1972), no qual proteínas distribuídas em padrão de mosaico flutuam em uma bicamada fluida de fosfolipídios;
- II. Fosfolipídios e colesterol são lipídios anfipáticos que formam a estrutura básica das membranas celulares;
- III. As proteínas representam o grupo de macromoléculas mais abundantes nas membranas das células;
- IV. As proteínas de membrana atuam como canais iônicos, proteínas de transporte, receptores de moléculas sinalizadoras e componentes do citoesqueleto.

É correto o que se afirma em:

- A) I, apenas.
- B) I e II, apenas.
- C) I, II e III.
- D) III e IV.
- E) I, II e IV.

10. (Udesc/2016) A figura abaixo representa a estrutura proposta por Singer e Nicholson para a membrana plasmática.



Reprodução/Udesc 2016

Disponível em: <www.mundoeducacao.com>. Acesso em: 10 set. 2015.

- Analisar as proposições em relação à estrutura proposta por Singer e Nicholson e assinalar (V) para verdadeira e (F) para falsa.
- ( ) A estrutura indicada por A representa a camada dupla de lipídios que compõem a membrana plasmática.
  - ( ) A estrutura indicada por B representa as proteínas da membrana plasmática.
  - ( ) A estrutura indicada por C são as fibras de celulose da parede celular.
  - ( ) A estrutura proposta por Singer e Nicholson para a membrana plasmática independe de ser uma célula vegetal ou animal.
  - ( ) Algumas proteínas presentes na membrana plasmática podem servir como receptores de substâncias para a célula.

Assinalar a alternativa que contém a sequência correta, de cima para baixo.

- A) V – V – F – F – F
- B) V – V – F – V – V
- C) V – V – V – V – V
- D) F – F – F – V – V
- E) V – V – F – F – V

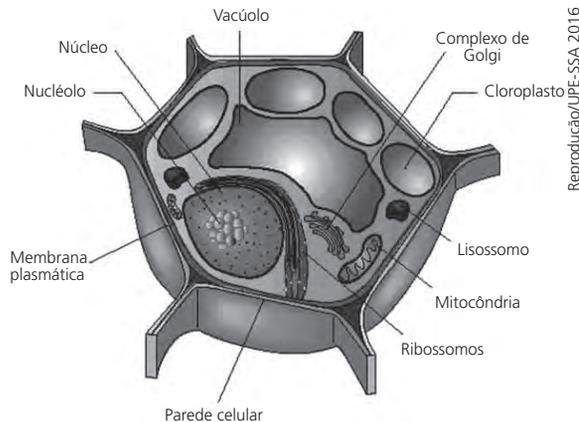
11. (UFRGS/2016) O quadro abaixo refere-se aos mecanismos de transporte através da membrana.

Mecanismo de transporte	Energia externa necessária?	Força de movimento	Proteína de membrana necessária?	Especificidade
Difusão simples	Não	A favor do gradiente de concentração	Não	1
Difusão facilitada	Não	A favor do gradiente de concentração	2	Específico
Transporte ativo	3	Contra o gradiente de concentração	Sim	4

Assinalar a alternativa que contém a sequência de palavras que substitui corretamente os números de 1 a 4, completando o quadro.

- A) específico – sim – sim – específico
  - B) específico – não – sim – não específico
  - C) não específico – sim – não – não específico
  - D) não específico – sim – sim – específico
  - E) não específico – não – não – específico
12. (Mackenzie/2016) A respeito da permeabilidade celular, assinalar a alternativa correta.
- A) Não há participação de proteínas da membrana em nenhum tipo de transporte passivo.
  - B) A bomba de sódio e potássio ocorre para garantir que os meios intra e extracelulares se mantenham isotônicos.
  - C) A semipermeabilidade garante que a membrana é capaz de controlar a passagem de qualquer tipo de substância através dela.
  - D) Na difusão, uma vez que os meios se tornam isotônicos, continua a haver passagem das substâncias, mas agora na mesma velocidade em ambos os sentidos.
  - E) Os processos de endocitose envolvem mudanças na estabilidade da membrana.
13. (UFJF-PISM/1 2016) Para manter as diferenças entre as concentrações interna e externa dos íons sódio Na<sup>+</sup> e potássio K<sup>+</sup>, proteínas presentes na membrana plasmática atuam como bombas de íons capturando ininterruptamente íons de sódio no citoplasma e transportando-os para fora da célula. Na face externa da membrana essas proteínas capturam íons de potássio do meio e os transportam para o citoplasma. Neste processo, o papel do trifosfato de adenosina (ATP) na membrana plasmática é:
- A) fornecer adenosina para o transporte ativo de proteínas.
  - B) fornecer energia para o transporte ativo de substâncias.
  - C) fornecer íons potássio K<sup>+</sup> para o transporte ativo de substâncias.
  - D) manter as diferenças de concentrações de sódio Na<sup>+</sup> e potássio K<sup>+</sup>.
  - E) transportar substâncias para dentro e fora da célula.

14. (UPE-SSA/1 2016) Observe a figura abaixo que apresenta as estruturas e organelas de uma célula vegetal:



Disponível em: <<http://www.infoescola.com/wp-content/uploads/2013/09/celula-vegetal.jpg>>.

Considerando duas situações a que as células de uma planta podem estar submetidas, meio hipotônico (I) ou hipertônico (II), é correto afirmar que

- A) I. o vacúolo fica imenso e força a parede celular;  
II. o vacúolo se retrai, e a parede celular se solta da membrana plasmática.
- B) I. a membrana plasmática se contrai, diminuindo os espaços entre as organelas;  
II. os cloroplastos se expandem, liberando água.
- C) I. a membrana plasmática fica espessa;  
II. o vacúolo perde líquido que é absorvido pelos cloroplastos.
- D) I. há perda de líquido pelas principais estruturas;  
II. a célula diminui de tamanho, absorvendo a água pela parede celular.
- E) I. há maior troca iônica entre as organelas e o meio;  
II. apenas o nucléolo não perde líquido para o citoplasma.

15. (Unesp/2015) Leia o trecho da sentença condenatória de Joaquim José da Silva Xavier, o Tiradentes.

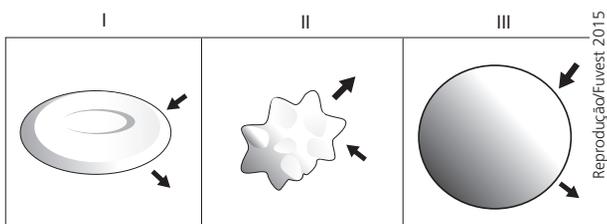
Portanto condenam ao Réu Joaquim José da Silva Xavier por alcunha o Tiradentes Alferes que foi da tropa paga da Capitania de Minas a que com barão e pregão seja conduzido pelas ruas públicas ao lugar da forca e nela morra morte natural para sempre, [...] e a casa em que vivia em Vila Rica será arrasada e salgada, para que nunca mais no chão se edifique [...].

Disponível em: <<http://bd.tjmg.jus.br>>.

Como se verifica, além da condenação à morte, a sentença determinava ainda que a casa em que o inconfidente vivia fosse demolida e a terra salgada, tornando-a assim improdutivo.

Referindo-se aos processos de transporte de substâncias através da membrana, os quais permitem às células dos pelos absorventes das raízes obterem água e minerais do solo, explique por que salgar a terra torna o solo improdutivo.

16. (Fuvest/2015) Nas figuras abaixo, estão esquematizadas células animais imersas em soluções salinas de concentrações diferentes. O sentido das setas indica o movimento de água para dentro ou para fora das células, e a espessura das setas indica o volume relativo de água que atravessa a membrana celular.



A ordem correta das figuras, de acordo com a concentração crescente das soluções em que as células estão imersas, é:

- A) I, II e III
- B) II, III e I
- C) III, I e II
- D) II, I e III
- E) III, II e I

17. (UEL/2014) Nos últimos 10.000 anos, o nível de evaporação da água do Mar Morto tem sido maior que o de reposição. Dessa forma, a concentração de sais tem aumentado, já que o sal não evapora. A principal fonte abastecedora do Mar Morto é o Rio Jordão. Com a salinidade tão alta, apenas alguns micro-organismos são capazes de sobreviver nesse ambiente.

Quando um peixe vindo do Rio Jordão deságua no Mar Morto, ele morre imediatamente.

- A) Quando um peixe é exposto a um ambiente com alta salinidade, ocorre um grande aumento da concentração de sais nos seus fluidos extracelulares. Esse aumento provoca a formação de um gradiente de concentração, em que o meio intracelular apresenta-se hipotônico em relação ao meio extracelular (hipertônico).

O que acontece com as hemácias nessa situação?

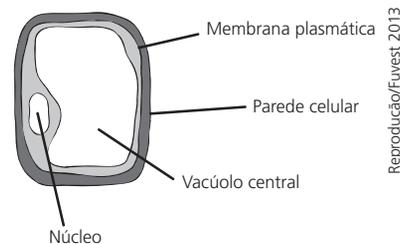
Qual o nome do transporte celular envolvido?

- B) Uma característica exclusiva dos peixes ósseos é a presença de uma bexiga natatória. Em alguns peixes, essa bexiga está ligada ao sistema digestório, conferindo uma vantagem adaptativa.

Descreva as funções da bexiga natatória.

Qual é a vantagem adaptativa de a bexiga natatória estar ligada ao sistema digestório?

18. (Fuvest/2013) A figura abaixo representa uma célula de uma planta jovem.

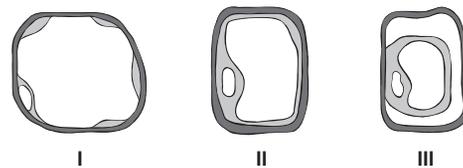


Reprodução/Fuvest 2013

Considere duas situações:

- 1) a célula mergulhada numa solução hipertônica;
- 2) a célula mergulhada numa solução hipotônica.

Dentre as figuras numeradas de I a III, quais representam o aspecto da célula, respectivamente, nas situações 1 e 2?



Reprodução/Fuvest 2013

- A) I e II
- B) I e III
- C) II e I
- D) III e I
- E) III e II

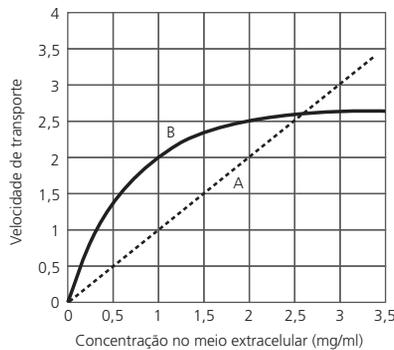
19. (Enem-PPL/2012) Alimentos como carnes, quando guardados de maneira inadequada, deterioram-se rapidamente devido à ação de bactérias e fungos. Esses organismos se instalam e se multiplicam rapidamente por encontrarem aí condições favoráveis de temperatura, umidade e nutrição. Para preservar tais alimentos é necessário controlar a presença desses microrganismos. Uma técnica antiga e ainda bastante difundida para preservação desse tipo de alimento é o uso do sal de cozinha (NaCl).

Nessa situação, o uso do sal de cozinha preserva os alimentos por agir sobre os microrganismos,

- A) desidratando suas células.
- B) inibindo sua síntese proteica.
- C) inibindo sua respiração celular.
- D) bloqueando sua divisão celular.
- E) desnaturando seu material genético.

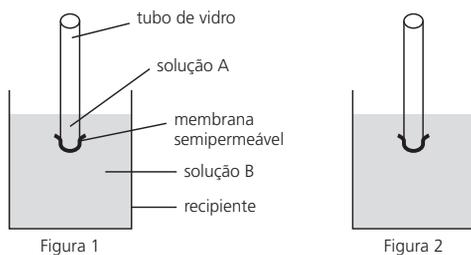
- Texto para a próxima questão:

Hemácias de um animal foram colocadas em meio de cultura em vários frascos com diferentes concentrações das substâncias A e B, marcadas com isótopo de hidrogênio. Dessa forma os pesquisadores puderam acompanhar a entrada dessas substâncias nas hemácias, como mostra o gráfico apresentado a seguir.



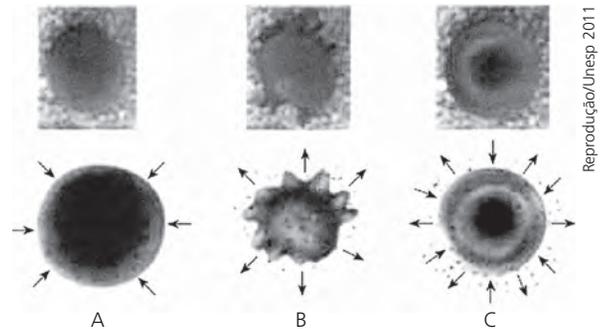
20. (Unicamp/2012) Assinale a alternativa correta.
- A) A substância A difunde-se livremente através da membrana; já a substância B entra na célula por um transportador que, ao se saturar, mantém constante a velocidade de transporte através da membrana.
  - B) As substâncias A e B atravessam a membrana da mesma forma, porém a substância B deixa de entrar na célula a partir da concentração de 2mg/mL.
  - C) A quantidade da substância A que entra na célula é diretamente proporcional a sua concentração no meio extracelular, e a de B, inversamente proporcional.
  - D) As duas substâncias penetram na célula livremente, por um mecanismo de difusão facilitada, porém a entrada da substância A ocorre por transporte ativo, como indica sua representação linear no gráfico.

21. (Fuvest/2011) Uma das extremidades de um tubo de vidro foi envolvida por uma membrana semipermeável e, em seu interior, foi colocada a solução A. Em seguida, mergulhou-se esse tubo num recipiente contendo a solução B, como mostra a Figura 1. Minutos depois, observou-se a elevação do nível da solução no interior do tubo de vidro (Figura 2).



- O aumento do nível da solução no interior do tubo de vidro é equivalente a
- A) à desidratação de invertebrados aquáticos, quando em ambientes hipotônicos.
  - B) ao que acontece com as hemácias, quando colocadas em solução hipertônica.
  - C) ao processo de pinocitose, que resulta na entrada de material numa ameba.
  - D) ao processo de rompimento de células vegetais, quando em solução hipertônica.
  - E) ao que acontece com as células-guarda e resulta na abertura dos estômatos.

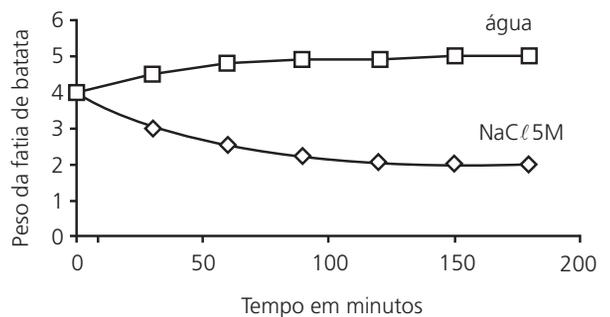
22. (Unesp/2011) Três amostras de hemácias, A, B e C, foram isoladas do sangue de uma mesma pessoa e colocadas em soluções com diferentes concentrações de sal. A figura apresenta as hemácias vistas ao microscópio quando colocadas nas diferentes soluções. Na linha inferior, representação esquemática das células da linha superior. As setas indicam a movimentação de água através da membrana.



Proposta Curricular do Estado de São Paulo, São Paulo Faz Escola, Biologia, Caderno do Aluno, 2ª série vol.1, 2009.

- Pode-se afirmar que, depois de realizado o experimento,
- A) a concentração osmótica no interior da célula A é maior que a concentração osmótica no interior da célula B.
  - B) a concentração osmótica no interior da célula C é maior que a concentração osmótica no interior da célula B.
  - C) a concentração osmótica no interior das três células é a mesma, assim como também o era antes de terem sido colocadas nas respectivas soluções.
  - D) a concentração osmótica no interior das três células não é a mesma, assim como também não o era antes de terem sido colocadas nas respectivas soluções.
  - E) se as células A e B forem colocadas na solução na qual foi colocada a célula C, as três células apresentarão a mesma concentração osmótica.

23. (Unicamp/2011) Duas fatias iguais de batata, rica em amido, foram colocadas em dois recipientes, um com NaCl 5M e outro com H<sub>2</sub>O. A cada 30 minutos as fatias eram retiradas da solução de NaCl 5M e da água, enxugadas e pesadas. A variação de peso dessas fatias é mostrada no gráfico a seguir.



- A) Explique a variação de peso observada na fatia de batata colocada em NaCl 5M e a observada na fatia de batata colocada em água.
- B) Hemácias colocadas em água teriam o mesmo comportamento das células da fatia da batata em água? Justifique.

24. (Unesp/2010) Devido à sua composição química – a membrana é formada por lipídios e proteínas – ela é permeável a muitas substâncias de natureza semelhante. Alguns íons também entram e saem da membrana com facilidade, devido ao seu tamanho. ... No entanto, certas moléculas grandes precisam de uma ajudinha extra para entrar na célula. Essa ajudinha envolve uma espécie de porteiro, que examina o que está fora e o ajuda a entrar.

Solange Soares de Camargo, in *Biologia*, Ensino Médio. 2.ª série, volume 1, SEE/SP, 2009.

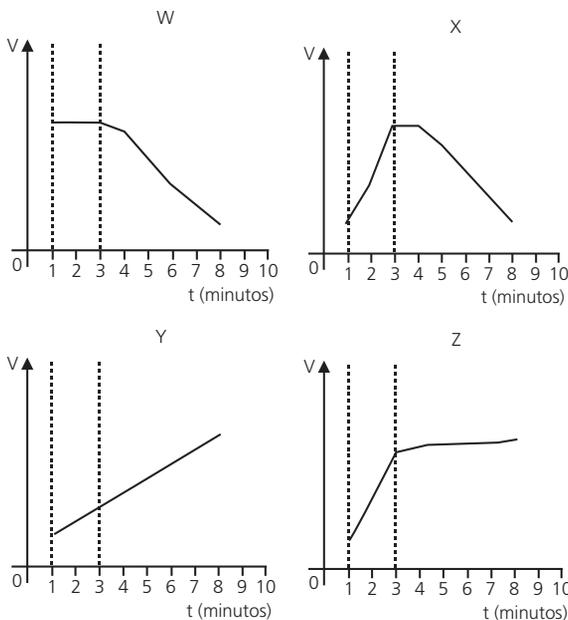
- No texto, e na ordem em que aparecem, a autora se refere
- ao modelo mosaico-fluido da membrana plasmática, à difusão e ao transporte ativo.
  - ao modelo mosaico-fluido da membrana plasmática, à osmose e ao transporte passivo.
  - à permeabilidade seletiva da membrana plasmática, ao transporte ativo e ao transporte passivo.
  - aos poros da membrana plasmática, à osmose e à difusão facilitada.
  - aos poros da membrana plasmática, à difusão e à permeabilidade seletiva da membrana.

25. (UERJ/2010) No fígado, o transporte de glicose é realizado por difusão passiva mediada por proteínas transportadoras da membrana plasmática.

Em um experimento, cuja base consistiu em cultivar células hepáticas em um meio adequado, foram seguidos os seguintes passos:

- adicionar ao meio de cultivo uma concentração de glicose suficiente para manter, já no primeiro minuto, seu transportador saturado;
- medir, a partir do primeiro minuto de incubação, a velocidade  $V$  do transporte de glicose para o interior dos hepatócitos;
- bloquear, após três minutos de incubação, o metabolismo da glicose já absorvida, por meio da adição de um inibidor da enzima glicocinase.

Nos gráficos a seguir, os valores de  $V$  são medidos em função do tempo de incubação:



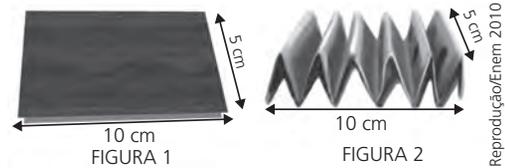
O resultado do experimento descrito está representado na curva do gráfico indicado por:

- W
- X
- Y
- Z

26. (Enem/2010) Para explicar a absorção de nutrientes, bem como a função das microvilosidades das membranas das células que revestem as paredes internas do intestino delgado, um estudante realizou o seguinte experimento:



Colocou 200 ml de água em dois recipientes. No primeiro recipiente, mergulhou, por 5 segundos, um pedaço de papel liso, como na Figura 1; no segundo recipiente, fez o mesmo com um pedaço de papel com dobras simulando as microvilosidades, conforme Figura 2. Os dados obtidos foram: a quantidade de água absorvida pelo papel liso foi de 8 ml enquanto pelo papel dobrado foi de 12 ml.



Com base nos dados obtidos, infere-se que a função das microvilosidades intestinais com relação à absorção de nutrientes pelas células das paredes internas do intestino é a de

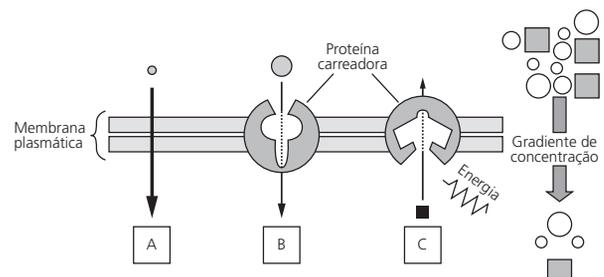
- manter o volume de absorção.
- aumentar a superfície de absorção.
- diminuir a velocidade de absorção.
- aumentar o tempo de absorção.
- manter a seletividade na absorção.

27. (Fuvest/2008) Os protozoários de água doce, em geral, possuem vacúolos pulsáteis, que constantemente se enchem de água e se esvaziam, eliminando água para o meio externo. Já os protozoários de água salgada raramente apresentam essas estruturas. Explique:

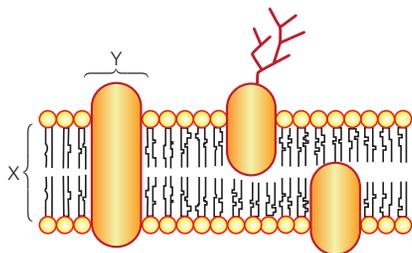
- a razão da diferença entre protozoários de água doce e de água salgada, quanto à ocorrência dos vacúolos pulsáteis.
- o que deve ocorrer com um protozoário de água salgada, desprovido de vacúolo pulsátil, ao ser transferido para água destilada.

28. (Unicamp/2007) Ao estudar para o vestibular, um candidato percebeu que ainda tinha dúvidas em relação aos processos de difusão simples, transporte passivo facilitado e transporte ativo através da membrana plasmática e pediu ajuda para outro vestibulando. Este utilizou a figura a seguir para explicar os processos. Para testar se o colega havia compreendido, indicou os processos como A, B e C e solicitou a ele que os associasse a três exemplos. Os exemplos foram: (1) transporte iônico nas células nervosas; (2) passagem de oxigênio pelas brânquias de um peixe; (3) passagem de glicose para o interior das células do corpo humano.

- Indique as associações que o candidato deve ter feito corretamente. Explique em que cada um dos processos difere em relação aos outros.
- Em seguida, o candidato perguntou por que a alface que sobrou do almoço, e tinha sido temperada com sal, tinha murchado tão rapidamente. Que explicação correta o colega apresentou?



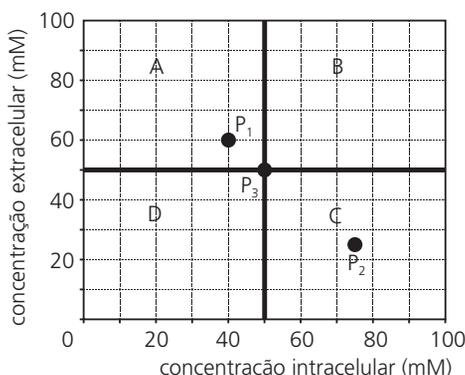
29. (Unifesp/2004) O esquema representa parte da membrana plasmática de uma célula eucariótica.



- A) A que correspondem X e Y?  
 B) Explique, usando o modelo do "mosaico fluido" para a membrana plasmática, como se dá a secreção de produtos do meio intracelular para o meio extracelular.

30. (Uerj/2004) Foram utilizadas células animais cultivadas, suspensas em meio de cultura adequado, para o estudo dos mecanismos de transporte de uma substância orgânica X e do íon sódio.

- Observe os resultados apresentados no gráfico a seguir:
- os pontos  $P_1$  e  $P_3$  representam as concentrações de X e de sódio, respectivamente, logo após a suspensão das células;
  - o ponto  $P_2$  define as concentrações de X após algum tempo de incubação das células;
  - as coordenadas do ponto  $P_3$  definem os quadrantes A, B, C e D.



- A) Considerando as alterações das concentrações da substância X após o período de incubação, cite o tipo de transporte ocorrido através da membrana da célula e caracterize-o.  
 B) Identifique o quadrante para o qual deveria deslocar-se o ponto  $P_3$ , após o período de incubação. Justifique sua resposta.



**Fique de Olho**

<http://biologia.ifsc.usp.br/biomolcel2/aula/aula03.pdf>  
<http://www.sobiologia.com.br/conteudos/Citologia/cito7.php>

**Bibliografia**

AMABIS e MARTHO. *Biologia da célula*. Volume 1. São Paulo: Moderna, 2007.  
 LOPES, Sônia. *Bio 1*. São Paulo: Saraiva, 2006.  
 LINHARES, S.; GEWANDSZNAJDER, F. *Biologia hoje*. Volume 1. 12ª edição. São Paulo: Ed. Ática, 2009.  
*Vida – A Ciência da Biologia* (2002), Purves, Sadava, Orians e Heller, 6ª edição – Editora Artmed.

**Seção Videoaula**



Membrana Plasmática



**Anotações**



Anotações

# BIOLOGIA IV

## HISTOLOGIA, MORFOLOGIA E FISIOLOGIA DAS PLANTAS

### Objetivo(s):

- Compreender a histologia, morfologia, fisiologia das plantas e suas principais adaptações às condições ecológicas diversas.
- Identificar as principais funções da planta, compreendendo as relações entre absorção, condução e transpiração.
- Reconhecer as influências dos fitormônios no crescimento e desenvolvimento das plantas.
- Entender os movimentos das plantas.
- Relacionar fotoperiodismo, germinação das sementes e floração.

### Conteúdo:

#### **AULA 16: HISTOLOGIA VEGETAL**

Germinação das sementes .....	328
Tecidos vegetais .....	328
Exercícios .....	337

#### **AULAS 17 E 18: MORFOLOGIA VEGETAL**

Raiz .....	339
Caule .....	344
Leitura Complementar .....	352
Folhas .....	352
Leitura Complementar .....	356
Exercícios .....	357

#### **AULAS 19 E 20: FISIOLOGIA VEGETAL**

Considerações iniciais .....	361
Absorção .....	362
Condução da seiva bruta .....	363
Condução da seiva elaborada .....	364
Transpiração .....	366
Hormônios vegetais .....	367
Leitura Complementar I .....	377
Movimentos vegetais .....	378
Taxa fotossintética × Taxa respiratória .....	379
Aumentos quantitativos e qualitativos em sistemas biológicos .....	380
Temperatura e desenvolvimento de plantas .....	380
Influência luminosa no desenvolvimento das plantas .....	380
Leitura Complementar II .....	382
Leitura Complementar III .....	383
Leitura Complementar IV .....	383
Exercícios .....	383

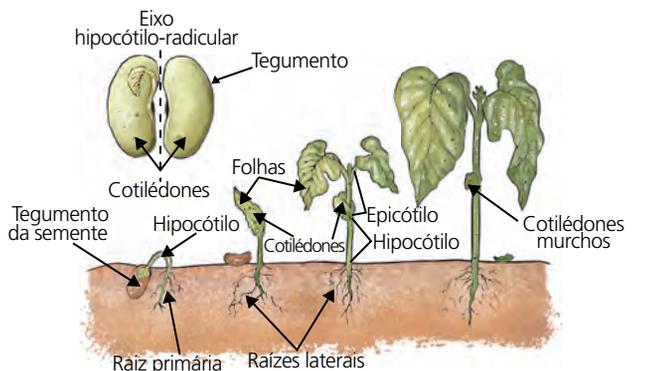
## Germinação das sementes

Quando as sementes maduras estão protegidas nos frutos, ou sobre os estróbilos, o percentual de água corresponde, em geral, de 5 a 20% do peso da semente. Para que a germinação se inicie é necessário a entrada de água na semente, o que ocorre por um processo físico denominado de embebição. Esta promove o aumento do volume aquoso da semente e o rompimento do tegumento, e, dessa forma, garante uma elevação do metabolismo do embrião da planta.

Nas monocotiledôneas o embrião apresenta um cotilédone, que é uma folha modificada, enquanto nas dicotiledôneas há dois. Além dos cotilédones, no corpo do embrião há primórdios foliares ou folhas embrionárias, primórdios de caule ou caulículo e um primórdio de raiz ou radícula. Nas extremidades do caule e da raiz existem células com grande capacidade mitótica e de diferenciação denominadas de meristemáticas.

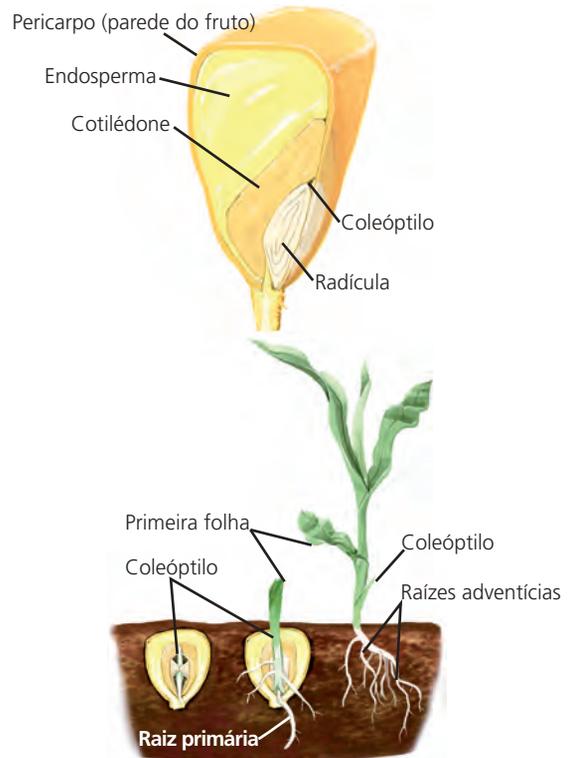
À medida que o embrião cresce, a primeira parte do corpo que emerge do interior da semente é a radícula, fixando ao solo a planta em desenvolvimento. Crescendo e se diferenciando, a radícula dá origem à raiz primária. Nas dicotiledôneas, a raiz primária permanece e dela derivam as raízes laterais. Contudo, nas monocotiledôneas, a raiz primária logo degenera e surgem raízes adventícias, que surgem de regiões caulinares da planta e não de raízes. A parte mais extrema da raiz é protegida pela coifa, que atua como um capuz celular, protegendo as células da ponta radicular contra as agressões físicas promovidas pelas partículas de areia. O caulículo e as folhas embrionárias emergem em seguida.

Em dicotiledôneas, como o feijão, e em poucas monocotiledôneas, após a radícula emergir da semente, a porção do caulículo (hipocótilo) entre a radícula e os cotilédones cresce muito, emergindo do solo com um aspecto curvado (gancho), carregando assim os cotilédones. Quando o dobramento, ou gancho, chega à superfície do solo, ele desdobra-se e empurra os cotilédones e a plúmula para cima. Destacando que a parte do caulículo que fica abaixo dos cotilédones acima da radícula é denominada de hipocótilo, e, a que fica acima dos cotilédones até o meristema apical, é denominada de epicótilo. Já o que se denomina plúmula representa o epicótilo com o meristema apical e os primórdios foliares. Os cotilédones protegem os tecidos meristemáticos do ápice caulinar e os primórdios foliares, não ocorrendo nessas plantas a formação do coleóptilo. Neste tipo de germinação os cotilédones emergem do solo, tratando-se de uma germinação **epígea**. Depois que a planta desponta do solo, o ápice caulinar fica protegido por folhas jovens.



Germinação epígea do feijão.

Em monocotiledôneas, como o milho, e em poucas dicotiledôneas, a coleoriza que envolve a radícula é a primeira estrutura que cresce através dos envoltórios da semente (formado pelo pericarpo seco, já que o tegumento degenera durante o desenvolvimento da semente e do fruto). Depois que a raiz primária emerge atravessando a própria coleoriza, o coleóptilo, que envolve a plúmula e a protege de grãos de areia durante o crescimento do embrião inicial após sair dos limites da semente, é empurrado para cima pelo desenvolvimento do mesocótilo (primeira parte do caulículo a se alongar). Quando a base do coleóptilo alcança a superfície do solo, suas margens se afastam no ápice, e as primeiras folhas da plúmula começam a emergir. Este processo de germinação é denominado de **hipógea**, pois o seu único e grande cotilédone (escutelo) permanece no interior do solo.



Germinação hipógea do milho.

À medida que a planta se desenvolve, as reservas contidas na semente vão sendo consumidas, ao mesmo tempo em que novas folhas se formam e começam a realizar fotossíntese.

A planta jovem, com raízes absorvendo água e íons minerais do solo e com folhas verdes sintetizando alimento por fotossíntese, é agora uma planta independente, composta de tecidos e órgãos necessários para sua sobrevivência e crescimento.

## Tecidos vegetais

### Tecidos meristemáticos

O embrião da planta possui células indiferenciadas ou meristemáticas, que formam o tecido meristemático, com a capacidade de se diferenciarem em diversas células e tecidos que comporão o corpo do organismo adulto. Devido ao fato de as plantas adultas possuírem crescimento contínuo, a formação de novas células, tecidos e órgãos vê-se restrita, quase que totalmente, a determinadas regiões da planta chamadas de meristemas. Estes são, contudo, tecidos semelhantes aos embrionários, devido à capacidade de divisão, alongamento e diferenciação celular, estando relacionados com o crescimento e desenvolvimento da planta.

Nas plantas adultas, após as divisões das células meristemáticas para formar tecidos jovens, estas subsequentemente aumentam de tamanho, sendo estes dois processos os responsáveis pelo crescimento de regiões particulares da raiz, caule e folhas.

No organismo da planta adulta, depois que as células meristemáticas se dividem e se diferenciam, formando tecidos novos (morfogênese), elas aumentam seus tamanhos, o que leva ao crescimento da raiz, do caule e das folhas. Assim, o crescimento do corpo da planta envolve tanto as divisões celulares, associadas aos processos de diferenciações, quanto o aumento em tamanho das células.

Durante a diferenciação, as células meristemáticas poderão se diferenciar em células de sustentação, condutoras ou revestimento. Na maturidade, quando a diferenciação já está completa, algumas células ficam vivas, ao contrário de outras, que morrem. O tecido meristemático possui células indiferenciadas com características particulares, a saber, são pequenas, com diâmetro similar em várias direções, de parede fina, com núcleo central e volumoso em relação ao citoplasma e normalmente com vários pequenos vacúolos dispersos pelo citoplasma ou mesmo sem a presença destas estruturas. Nos meristemas existem certas células que se mantêm indiferenciadas, denominadas de iniciais, e de suas células-filhas que originam tecidos adultos, denominadas de derivadas. É importante observar que as células derivadas se dividem comumente uma ou mais vezes antes de começarem a se diferenciar em tipos celulares específicos. Por isso, o meristema é geralmente considerado como consistindo de células iniciais e de suas derivadas imediatas.

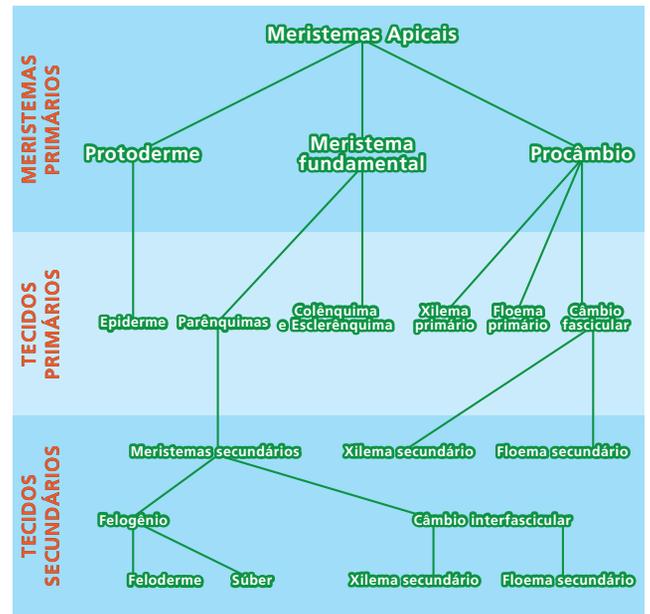
### Classificação dos meristemas

#### A) Quanto à natureza das células iniciais

Quanto à natureza das células iniciais, os meristemas podem ser primários ou secundários.

Os **meristemas primários** são formados por células embrionárias ou descendentes diretas das células embrionárias que sempre estiveram relacionadas com crescimento, mantendo as características meristemáticas. Como exemplo de meristemas primários podem citar os localizados nos ápices de raiz (gema subapical radicular), caule (gema apical caulinar) e, ao longo do caule da planta, na base dos primórdios foliares (gemmas laterais ou axilares, sendo estes remanescentes de células da gema apical caulinar), sendo responsáveis pela formação dos tecidos primários. O meristema primário é o responsável pelo crescimento longitudinal da planta. São exemplos de meristemas primários: a **protoderma** ou **dermatogênio** que originará a epiderme (tecido de revestimento); o **procâmbio** ou **pleroma** que originará xilema e floema primários (tecidos condutores de seiva); e o **meristema fundamental** ou **periblema** que originará os parênquimas (tecidos de preenchimento dentre outras funções essenciais), o colênquima e o esclerênquima (tecidos de sustentação).

Os **meristemas secundários** são aqueles que se originam por desdiferenciação celular, isto é, são formados a partir de células adultas que voltam ao estado indiferenciado embrionário, entrando novamente em atividade de divisão celular, sendo responsáveis pela formação dos tecidos secundários. Os meristemas secundários são responsáveis pelo crescimento em espessura de gimnospermas e dicotiledôneas. São exemplos de meristemas secundários: o felogênio (câmbio da casca ou do súber) e parte do câmbio vascular, no caso o câmbio interfascicular. O câmbio fascicular, na verdade, é um meristema primário, dessa forma, o câmbio vascular tem origem dupla, o câmbio interfascicular é um meristema secundário e o fascicular é um meristema primário. O meristema de cicatrização é também exemplo de meristema secundário.



Formação de tecidos.

#### B) Quanto à sua posição

Os meristemas, segundo sua posição, podem ser: apicais, intercalares e laterais.

Os **meristemas apicais** são encontrados nos pontos de crescimento longitudinal e ficam localizados em extremidades de raízes, caules e, frequentemente, nas folhas. Nas criptógamas, no ápice meristemático da raiz e do caule existe uma única célula chamada de apical ou inicial que, por divisões, origina os outros tecidos. Nas fanerógamas o meristema apical é formado por um grupo de células iniciais apicais; assim, nessas plantas, os meristemas apicais são constituídos de células iniciais e de derivadas imediatas. As derivadas dividem-se uma ou mais vezes antes de apresentar alterações no sentido de diferenciação celular.

Os **meristemas intercalares** são assim denominados pela posição que ocupam na planta. Como exemplo, podemos citar os tecidos meristemáticos encontrados nos entrenós e na bainha de folhas de muitas monocotiledôneas, principalmente gramíneas.

Os **meristemas laterais** são responsáveis pelo crescimento em espessura ou diametral da raiz e do caule. Como exemplo podemos citar o felogênio e o câmbio vascular. Esses tecidos aparecem em gimnospermas e dicotiledôneas, que apresentam crescimento secundário em espessura. Não confundir com as gemas laterais ou axilares que são meristemas primários na base de primórdios foliares ao longo do caule. O felogênio irá formar camadas de células do súber para fora e camadas de células do feloderma para dentro, constituindo os três (súber, felogênio e feloderma) a periderme que representa o revestimento das plantas com crescimento secundário. O câmbio vascular irá formar o xilema secundário para dentro e o floema secundário para fora.

#### Tecidos adultos

Um conjunto de células diferenciadas que desempenham a mesma função denomina-se de tecido. Os tecidos formados por apenas um tipo celular são denominados tecidos simples, já os tecidos compostos por dois ou mais tipos de células são denominados tecidos complexos. Por exemplo: parênquima, colênquima e esclerênquima são tecidos simples, enquanto xilema, floema e epiderme são tecidos complexos.

Os tecidos adultos das plantas vasculares estão distribuídos por todo o corpo da planta, sendo organizados em quatro grupos, a saber:

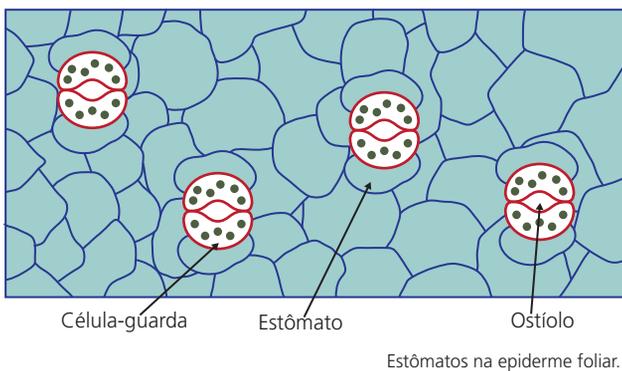
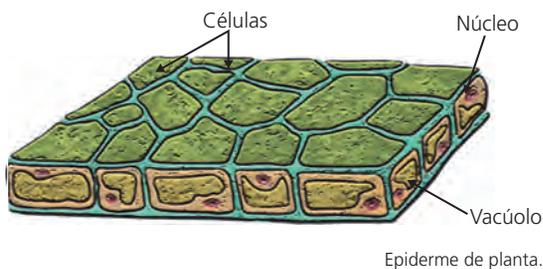
1. **Tecidos de revestimento**, que são representados pela epiderme e, posteriormente, em alguns grupos de plantas, pela periderme (através de crescimento secundário).
2. **Tecidos fundamentais**, que são representados pelos tecidos de preenchimento, reserva, flutuação, como os parênquimas, e os tecidos de sustentação, como o colênquima e o esclerênquima.
3. **Tecidos vasculares**, consiste de dois tecidos condutores, o xilema e o floema.
4. **Tecidos de excreção e secreção**, que são representados por hidatódios, células secretoras, pelos glandulares, bolsas secretoras, tubos laticíferos e nectários.

Nas plantas, os vários tecidos distribuem-se segundo padrões característicos conforme o órgão, o grupo vegetal ou ambos.

### Tecidos de revestimento

#### Epiderme

A epiderme constitui o tecido de revestimento de raízes, caules, folhas, flores, frutos e sementes. Nas raízes e nos caules de plantas com crescimento secundário irão permanecer até que surja a periderme. Se apresenta como um tecido geralmente uniestratificado com células vivas, achatadas, justapostas, com vacúolo de suco celular bem evidente, núcleo, citoplasma periférico e sem cloroplastos (salvo em estômatos). A epiderme possui várias funções, tais como proteção mecânica, proteção contra o dessecamento, proteção contra herbívoros, transpiração, trocas gasosas e absorção de água.



O formato achatado e a justaposição das células epidérmicas garantem um papel protetor para a planta. A fim de diminuir a perda de água, as paredes das células epidérmicas das partes aéreas contêm uma substância lipídica chamada cutina, que, juntamente com cera, forma a camada protetora externa da epiderme chamada cutícula. A espessura da cutícula determina o quanto ela é protegida da perda de água por evaporação, a sua susceptibilidade à ação de herbicidas e o seu potencial para a exploração econômica (como, por exemplo, a cera de carnaúba).

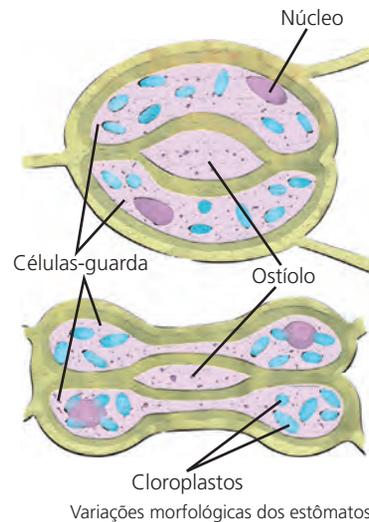
Em muitos caules e raízes, as camadas mais externas do parênquima cortical subepidérmico também promovem proteção, constituindo a hipoderme.

Na maioria das plantas, a epiderme é constituída por apenas uma camada de células. No entanto, em algumas plantas há formação de epiderme pluriestratificada, suberificada, com células mortas denominadas de velame. Este se apresenta como uma "esponja", sendo responsável pela captação de umidade do meio e proteção mecânica nas raízes aéreas de plantas epífitas, como as orquídeas.

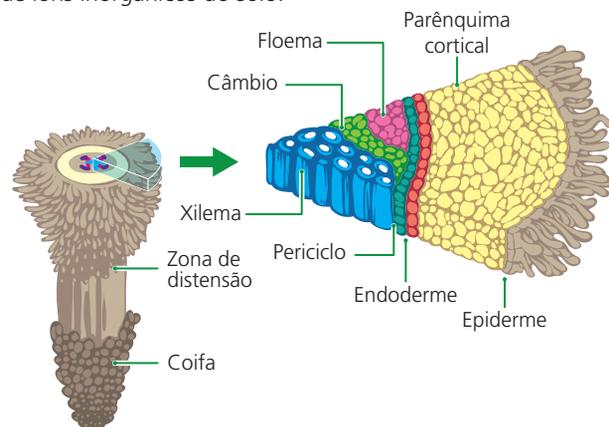


As estruturas anexas da epiderme podem ser: estômatos, tricomas (pelos), acúleos, papilas e escamas.

Entre as células epidérmicas estão as células-guarda, constituídas de cloroplastos. As células-guarda mais o poro (ostíolo) formam uma estrutura denominada de estômato. Estes, ao se abrirem, através do afastamento dessas células-guarda, formam um poro que permite trocas gasosas (entrada de CO<sub>2</sub> e saída de O<sub>2</sub>) e transpiração (liberação de água na forma de vapor). Os estômatos comumente se encontram nas folhas, mas, podem ser encontrados em outras partes da planta, como no caule. As células-guarda estão frequentemente associadas a células epidérmicas especiais, denominadas de células subsidiárias ou anexas.

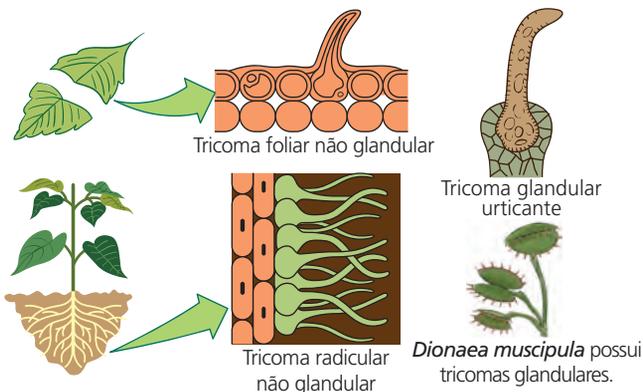


Os tricomas ou pelos têm diversas funções, podendo ser uni ou pluricelulares. Os pelos radiculares facilitam a absorção de água e de íons inorgânicos do solo.

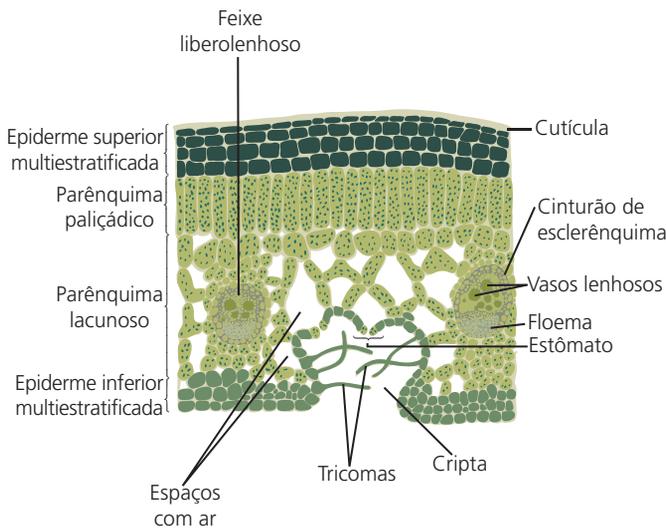


Pelos radiculares responsáveis pela absorção de água e íons minerais do solo.

Pesquisas mostram que a elevação de tricomas na folha, aumentam a reflectância da radiação luminosa, diminuindo a temperatura e reduzindo assim a perda de água foliar. Em plantas aéreas, como bromélias epífitas, usam os tricomas para absorverem água e substâncias inorgânicas do meio ao seu redor. Em outras, como a *Atriplex*, que cresce em solo com alta salinidade, utilizam seus tricomas para eliminarem de seus corpos o excesso de sal, o que poderia, em níveis elevados, causar toxidez à planta. Os tricomas também atuam na defesa contra insetos, em algumas espécies de plantas, formam ganchos que empalam formas adultas e larvais. Os tricomas de plantas carnívoras têm uma importante função de capturar (através de substâncias pegajosas), digerir (através da liberação de enzimas, nesse caso atuam como tricomas secretores) e absorver suas presas, os insetos, o que lhes fornece nitrogênio para o seu metabolismo, já que essas plantas evoluíram em solos pantanosos ácidos pobres nesse macronutriente. Os tricomas secretores ou glandulares fornecem também defesa química para a planta.



Funções dos pelos (tricomas) em plantas.



Pelos em criptas estomáticas em folhas de espiroleira (*Nerium oleander*), planta adaptada à ambiente seco, importantes na redução da transpiração estomática foliar.

Os acúleos (presentes em roseiras) são formações epidérmicas que, devido à forma (pontaguda) e função (defesa contra herbívoros), são frequentemente confundidos com espinhos (presentes no cacto e no limoeiro). Diferem, contudo, dos espinhos, por serem facilmente destacáveis e por não apresentarem vasos condutores de seiva.



Anton Halm/f123RF/EasyPix

**Espinho**

Difícil destaque
Folha, caule ou raiz
Vascularizados
Defesa/reduz a desidratação
Cactos e limoeiros
<b>Obs.:</b> A espécie <i>Palmeira acanthorhiza</i> possui espinhos em raízes.



shadowchaser/f123RF/EasyPix

**Acúleo**

Fácil destaque
Projeções da epiderme
Avascularizados
Defesa
Roseiras

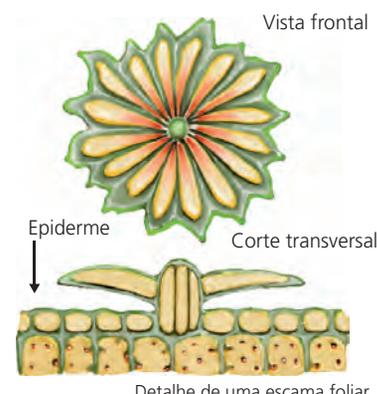
Diferenças entre espinho e acúleo.

As papilas são pequenas saliências das células epidérmicas encontradas de preferência na epiderme superior das pétalas, dando às mesmas um aspecto aveludado, tendo um papel redutor na perda de água.

As escamas, também conhecidas como pelos peltados, são formações discóides e pedunculadas, paralelas à epiderme. Nas bromélias epífitas, funcionam como elementos de absorção de água e nutrientes minerais, recebendo o nome de escamas absorventes.



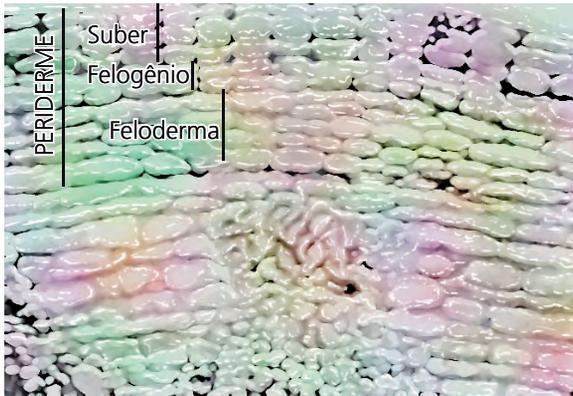
Escamas na superfície foliar da oliveira.



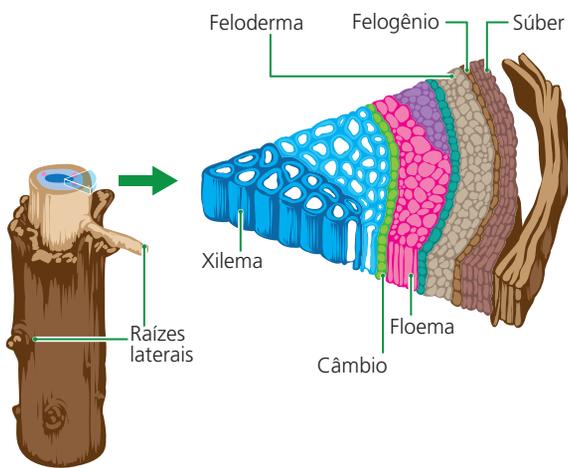
**Periderme**

A epiderme é substituída normalmente pela periderme nos caules e raízes de plantas que apresentam crescimento secundário. A periderme é formada por três tipos de tecidos: o súber ou felema (tecido suberoso), o felogênio (câmbio da casca) e a feloderme (parênquima cortical secundário).

O felogênio é um meristema secundário que forma o súber para o meio externo e a feloderme para o meio interno. Na maturidade, o súber é formado por células compactas mortas e a feloderme é formada por células parenquimáticas vivas.



Periderme com suas três camadas: feloderma, felogênio e súber.



Periderme radicular.

Durante sua formação, o súber se impregna de suberina, tornando-se praticamente impermeável à água, trocas gasosas e absorção de nutrientes. Isto acaba provocando a morte desse tecido. O súber é o responsável pela proteção mecânica, contra a perda de água e oscilações térmicas bruscas (por ser um mau condutor de calor). A cortiça formada por súber com células bem aeradas, sendo extraída da espessa camada suberosa da planta *Quercus suber*, conhecida como sobreiro.



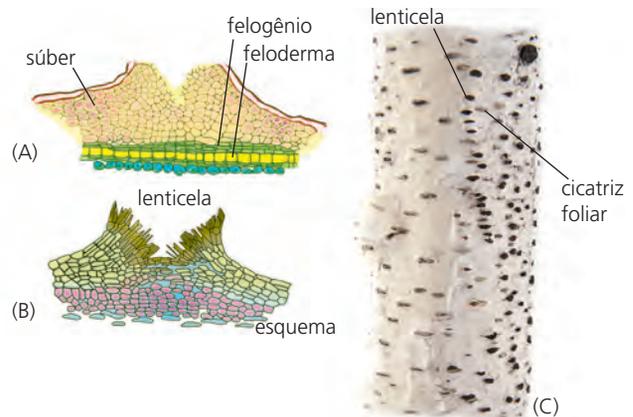
Rolhas para vinho feitas de cortiça.

O ritidoma é o conjunto formado por tecidos mortos corticais dispostos em extratos sucessivos, formados pela atividade de mais de um felogênio presente nas partes mais internas da planta. Como o súber é um tecido morto e impermeável, todo tecido situado externamente a ele está condenado a morrer e destacar-se. As camadas que se destacam constituem o ritidoma.



Ritidoma.

Vale ressaltar que a periderme possui lenticelas, pequenos cortes no súber que se formam geralmente abaixo de um estômato e são responsáveis pelas trocas gasosas. As lenticelas garantem aeração do caule e da raiz, garantindo a atividade metabólica desses órgãos nas plantas com crescimento secundário.



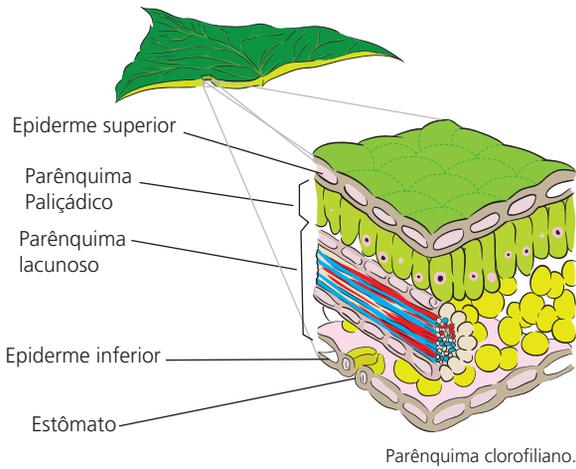
Lenticelas. (A) lenticela de *Aristolochia* (papo-de-peru), vista em corte transversal; (B) lenticela de *Sambucus* (sabugueiro), vista em corte transversal; (C) superfície caulinar mostrando lenticelas.

## Tecidos fundamentais

### Parênquima

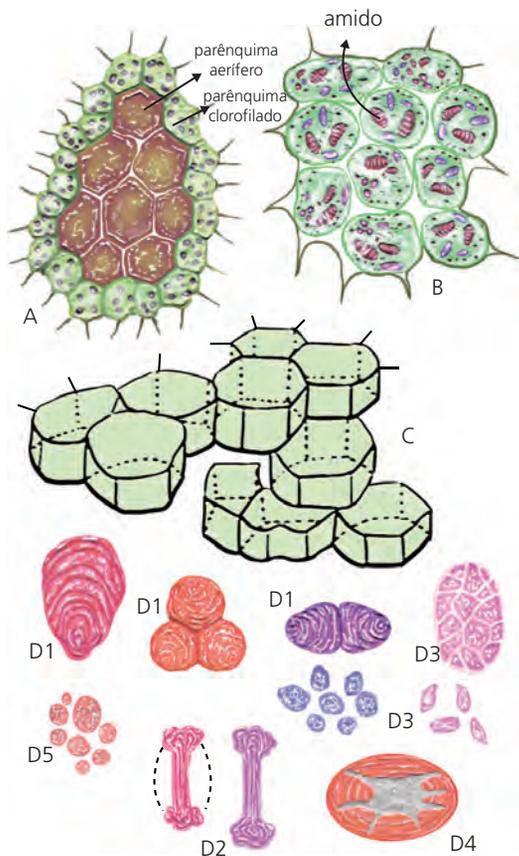
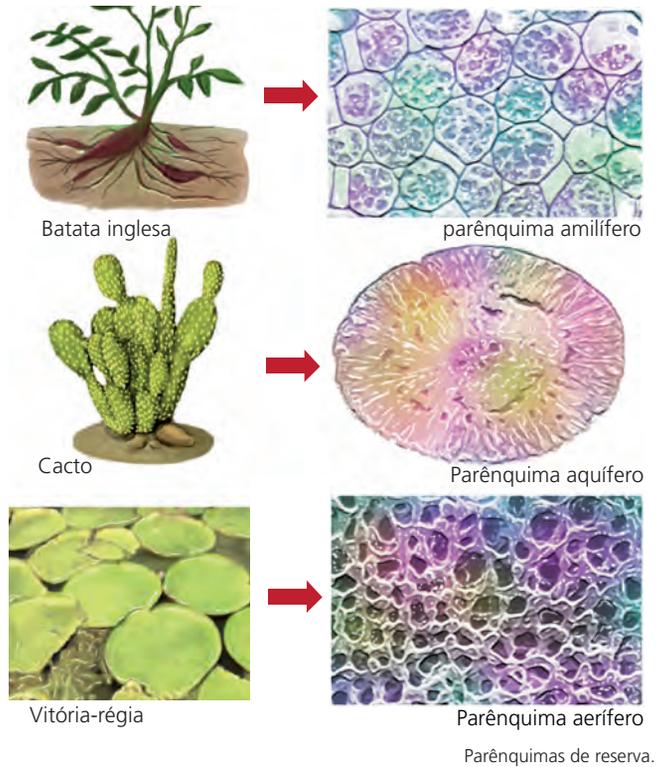
O parênquima também é denominado de tecido de preenchimento, pois é o tecido mais abundante em qualquer órgão da planta e ocupa os espaços entre o tecido de revestimento e o tecido vascular. Este tecido é constituído de células vivas, de formato variado, com ou sem espaços intercelulares. As células possuem comumente apenas paredes primárias, reduzido citoplasma, vacúolos grandes, podendo também realizar fotossíntese ou acumular reservas.

O parênquima clorofiliano ou de assimilação apresenta cloroplastos tendo, assim, a capacidade de realizar fotossíntese. Já o parênquima de reserva, armazena substâncias como amido, ar e água. O parênquima clorofiliano, também conhecido como clorênquima, é encontrado nas partes verdes das plantas, como nas folhas, nos caules jovens ou mesmo em caules maduros de alguns tipos de plantas, como as cactáceas. Nas folhas podemos distinguir dois tipos de parênquima clorofiliano, a saber, o paliádico e o lacunoso, juntos correspondem ao mesófilo foliar. O parênquima paliádico é encontrado comumente logo abaixo da epiderme superior da folha, sendo constituído por células prismáticas, perpendiculares (em relação à epiderme), ou seja, com aspecto de paliçada, e com muitos cloroplastos, o que lhe garante uma grande capacidade de captação de luz. Já o parênquima lacunoso é encontrado comumente abaixo do parênquima paliádico, sendo formado por células irregulares, pobres em cloroplastos, e com muitos espaços entre si, permitindo uma melhor circulação de gases ( $O_2$  e  $CO_2$ ) pela estrutura interna da folha, e, também, garantindo um melhor fluxo de entrada e saída de gases pelos estômatos.



O parênquima de reserva responsável por armazenar substâncias orgânicas excedentes, derivadas do processo de fotossíntese, é denominado de parênquima amilífero. Este armazena principalmente reservas na forma de amido, presente em raízes tuberosas, caules tubérculos e frutos. Contudo, também podem armazenar sais minerais, vitaminas, sacarose, proteínas, óleos, ácidos orgânicos, aleurona, entre outras substâncias.

Os parênquimas de reserva também podem armazenar ar, sendo denominados de aeríferos ou aerênquimas, sendo comumente encontrados em caules e raízes de plantas aquáticas, auxiliando no processo de flutuação das mesmas. Como também podem armazenar água, sendo denominados de aquíferos ou aquíferos, sendo encontrados em plantas xerófitas como as cactáceas.



A) Parênquima aerífero entre células de parênquima clorofilado de folha de linho-da-Nova-Zelândia. B) Parênquima de reserva de batatinha contendo amido; C) Esquema tridimensional das células de um parênquima; D) Grânulo de amido (1, batatinha; 2, látex de *Euphorbia*; 3, amido de aveia; 4, amido de feijão; 5, amido de trigo).

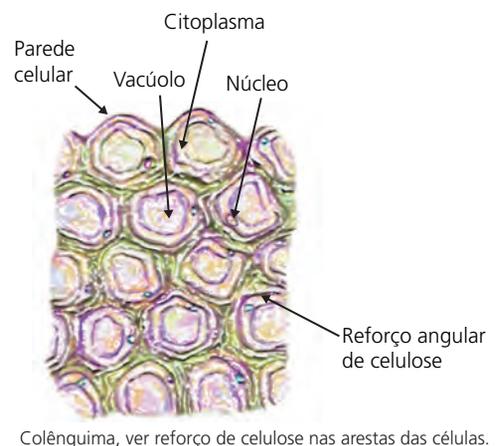
**Colênquima**

O colênquima representa um tecido de sustentação, possuindo células vivas da mesma forma que as células do parênquima. O colênquima corre normalmente em feixes isolados ou como cilindros ininterruptos sob a epiderme, nos caules e pecíolos de folhas. Pode também ocorrer na margem das nervuras das folhas de eudicotiledôneas. Suas células são longas, possuindo paredes primárias não lignificadas e irregularmente espessadas. Tais paredes são macias, flexíveis e brilhosas. Vale ressaltar, que suas células, assim como as do parênquima, são túrgidas, o que lhes dá mais uma característica estrutural no seu papel fisiológico de célula de sustentação.

O colênquima tem como função principal sustentar órgãos jovens em crescimento, e tendo células vivas pode continuar desenvolvendo paredes espessas e flexíveis, enquanto o órgão se alonga.

Estudos mostraram que plantas que vivem em ambientes com vento ou sob estresse mecânico artificial produzem muito mais colênquima, o que lhes permite dobrar sem quebrar, método que representa um típico processo de homeostase da planta.

Há vários tipos de colênquima, de acordo com a espessura de suas paredes, chamados de angular, lacunar e lamelar.



Colênquima, ver reforço de celulose nas arestas das células.

**Esclerênquima**

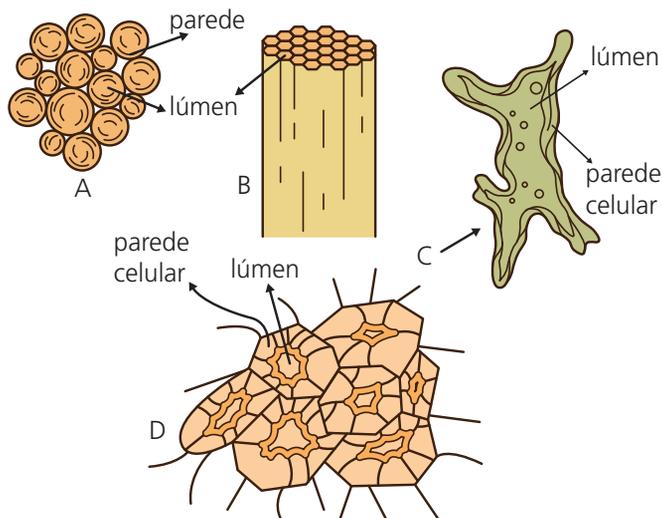
O esclerênquima também representa um tecido de sustentação, possuindo células maduras mortas com paredes secundárias lignificadas, o que lhes garante dureza, permitindo exercerem seu papel de sustentação. Fato é que as células do esclerênquima possuem maior rigidez que as do parênquima e do colênquima. As células do esclerênquima também são energeticamente mais dispendiosas para a planta em relação às do parênquima e às do colênquima, pois possuem mais substâncias extras, na forma de celulose e lignina, para a construção de suas paredes secundárias. Isto nos faz concluir que o esclerênquima é menos comum em plantas jovens que em plantas maduras, pois plantas jovens possuem células jovens sem paredes secundárias. Outro fato é que as células do esclerênquima, com a maturidade, tendem à morte, o que não ocorre com as células do parênquima e do colênquima. As células do esclerênquima são capazes de se desenvolver em qualquer parte do corpo primário ou secundário da planta.

As células esclerenquimáticas fornecem rigidez às regiões da planta que pararam de crescer em comprimento e não precisam mais ter flexibilidade. Caso, nestas áreas, a planta murche, perdendo a turgidez, por desidratação, as células do esclerênquima podem garantir a sua sustentação, devido aos reforços nas paredes celulares secundárias.

Os dois tipos de células esclerenquimáticas responsáveis por proteger e sustentar a planta são: as fibras e os esclereides.

As fibras são longas, com paredes secundárias lignificadas, rígidas e com reduzida flexibilidade. Se organizam em feixes (grupos), permitindo que caules, com diâmetros variados, possam com a ação do vento, balançar sem quebrar, até um determinado limite. As fibras do floema, como o linho, a juta e o cânhamo, são derivadas do caule de eudicotiledôneas. O linho é usado na fabricação de papel e pano, a juta é usada para fazer cordas e o cânhamo, papel, pano e cordas. Outras fibras economicamente importantes, como o cânhamo de Manila, são extraídas de folhas de monocotiledôneas, sendo mais duras que as de eudicotiledôneas.

As esclereides apresentam uma maior variação morfológica que as fibras, podendo ocorrer isoladamente ou em grupos. Formam estruturas mais rígidas, como o envoltório de muitas sementes, as cascas das nozes e caroços dos frutos. A polpa da pera, por exemplo, possui esclereides denominados de células pétreas, dando-lhe uma textura arenosa.



Esclerênquima. A) Corte transversal de um feixe de esclerênquima da folha de linho-da-Nova-Zelândia. B) Feixe representado tridimensionalmente. C) Um esclereide isolado. D) Um grupo de esclereides da pera.

**Tecidos vasculares**

Os tecidos vasculares representam um sistema contínuo de tecidos condutores de água, íons minerais e nutrientes. É formado por dois tipos de tecidos complexos organizados, a saber, o xilema, que conduz água e íons da raiz para o restante do corpo da planta, e o floema, que conduz água e substâncias orgânicas (produto da fotossíntese) das folhas para o restante do corpo da planta. Denomina-se de seiva bruta, o conteúdo transportado pelo xilema, e de seiva elaborada, o conteúdo transportado pelo floema.

**Xilema**

O xilema é o tecido responsável pela condução de água e íons, realizando também nas fanerógamas, armazenamento de substâncias (presença de células parenquimáticas) e sustentação (presença de fibras). O xilema primário se forma a partir do procâmbio, e durante o crescimento secundário, o xilema secundário se forma a partir do câmbio vascular.

As principais células de condução do xilema são os elementos traqueais, que são de dois tipos: as traqueídes e os elementos de vasos.

As traqueídes são células longas, estreitas, com extremidades afiladas e fechadas, com parede celular primária e secundária, lignificadas, sem perfurações, com pontuações e mortas na maturidade.

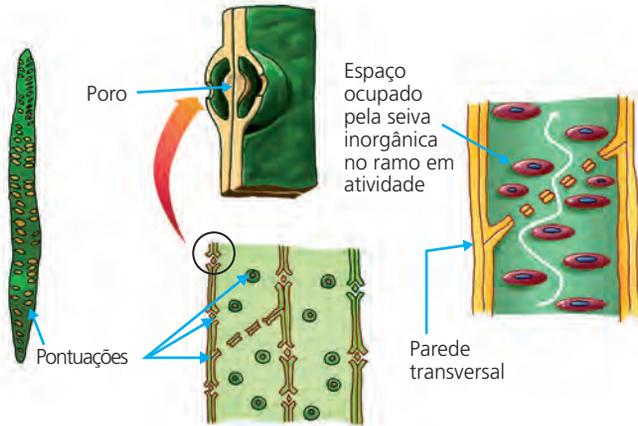
As traqueídes foram as primeiras células vasculares a surgirem no processo de evolução nas primeiras pteridófitas. Em geral, são as únicas células responsáveis pela condução de água e íons das plantas vasculares sem sementes e das gimnospermas. Já no xilema da grande maioria das angiospermas há, além das traqueídes, os elementos de vaso. As traqueídes se organizam em fileiras, criando um sistema condutor de água e íons. A parede celular dessas células possui regiões mais finas, denominadas de **pontuações**, nas quais não há parede secundária (bastante espessa), mas, apenas a parede primária (delgada). As pontuações estão alinhadas de uma maneira que o fluxo de seiva bruta ocorre em vários sentidos (para cima, para baixo e lateralmente). Em diversas plantas, as pontuações são cobertas parcialmente por projeções de parede secundária, sendo, assim, denominadas de areoladas. Em gimnospermas, como as coníferas, no centro da membrana da pontuação (composta por paredes celulares primárias de duas traqueídes adjacentes com lamela entre elas) há um toro. Este corresponde a uma válvula espessa que obstrui o fluxo de seiva bruta para dentro do traqueíde quando neste ocorre entrada de ar.

Os elementos de vasos são células mais curtas e menos afiladas que as traqueídes, com extremidades abertas (formando um vaso), com parede celular primária e secundária, lignificadas, com perfurações e pontuações e mortas na maturidade.

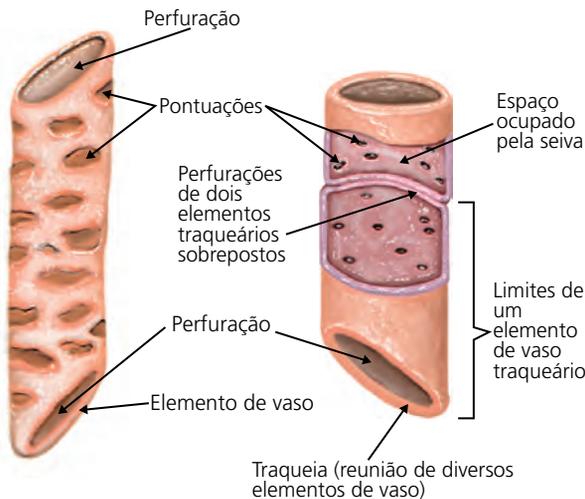
Os elementos de vaso representam as células que conduzem seiva bruta de forma mais eficiente que as traqueídes, pois a água flui, relativamente livre, de um elemento de vaso para o outro através de **perfurações**. Estas correspondem a áreas que não apresentam nem parede primária nem secundária. As perfurações são verdadeiros orifícios na parede da célula. A região da parede que possui as perfurações é denominada de **placa de perfuração** e geralmente ocorre nas paredes terminais dessas células. Os elementos de vasos unem-se pelas suas extremidades terminais, formando colunas ou tubos contínuos denominados de vasos. Os elementos de vaso também possuem pontuações que permitem o fluxo lateral de água de vaso para vaso.

Por possuírem um sistema aberto, os elementos de vaso são menos seguros que as traqueídes para a planta. Se uma bolha de ar se forma em uma única traqueíde, o fluxo de água só é interrompido nessa célula e o movimento de água em geral é apenas mais lento, pois os traqueídes não formam tubos contínuos. Contudo, caso bolhas de ar surjam num elemento de vaso, podem potencialmente obstruir o fluxo de seiva por toda a extensão do vaso, já que este

se organiza como um tubo contínuo, produto da união de vários elementos de vasos enfileirados. Além disso, os vasos são mais vulneráveis a danos causados por congelamento, pois os cristais de gelo em um elemento de vaso podem obstruir o fluxo do vaso inteiro, ao contrário do que ocorre nos traqueídes, nos quais os cristais se formam separadamente em cada célula.



Xilema; em destaque, o traqueíte.



Xilema; em destaque, o elemento de vaso.

**Floema**

O floema é o tecido responsável pela condução de água e substâncias orgânicas, realizando também nas fanerógamas, armazenamento de substâncias (presença de células parenquimáticas) e sustentação (presença de fibras e esclereídes). O floema primário se forma a partir do procâmbio e, durante o crescimento secundário, o floema secundário se forma a partir do câmbio vascular.

As células especializadas na condução são os elementos crivados, os quais são de dois tipos: as células crivadas e os elementos de tubo crivados.

O termo "crivo" refere-se ao conjunto de poros, conhecidos como áreas crivadas, através do qual os protoplastos de elementos crivados adjacentes estão conectados. Nas células crivadas, os poros são estreitos e áreas crivadas são bastante uniformes em estrutura, em todas as paredes. Grande parte das áreas crivadas está concentrada nas extremidades sobrepostas das células crivadas, que são longas e finas. Contudo, nos elementos de tubo crivado, as áreas crivadas variam em relação ao diâmetro do poro entre suas paredes. A região da parede com poros de maior diâmetro é denominada de placa crivada, geralmente localizada em paredes terminais, formando estruturas tubulares em série, chamadas de tubos crivados. Dessa forma, a

presença de placas crivadas em elementos de tubos crivados e sua ausência em células crivadas, caracteriza as principais diferenças entre essas células.

A célula crivada é um tipo de célula menos especializada que o elemento de tubo crivado. As células crivadas são as únicas células condutoras de seiva elaborada nas gimnospermas, enquanto os elementos de tubo crivado são as únicas células que exercem essa função nas angiospermas.

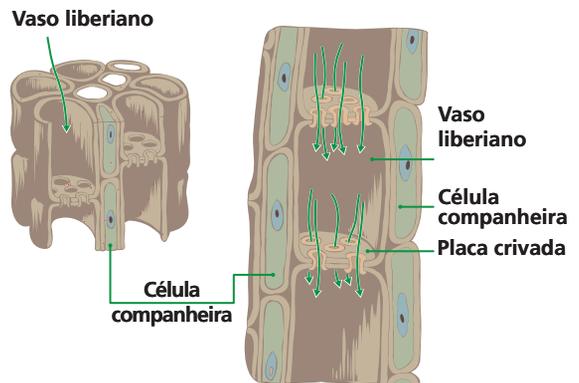
Diferentemente dos elementos traqueais, os elementos crivados têm protoplastos vivos quando maduros. À medida que ocorre o amadurecimento da planta, o núcleo e o tonoplasto (membrana do vacúolo) dos elementos crivados degeneram. Além destas estruturas, há perda de outras estruturas celulares (complexo golgiense, ribossomos e citoesqueleto), restando o retículo endoplasmático agranuloso, alguns plastídios e mitocôndrias. Dessa forma, enquanto há uma perda total do protoplasto de elementos traqueais, nos elementos de tubo crivado, a perda é seletiva.

Os elementos crivados possuem paredes primárias, sendo os poros das áreas crivadas preenchidos por um polissacarídeo de glicose denominado de calose. A deposição da calose está associada à injúria provocada no tecido durante a preparação do mesmo na análise microscópica. Contudo, a calose pode se depositar de forma natural, após o floema sofrer lesões (ferimentos) provocadas por fatores ambientais, sendo referida como "calose de injúria". A calose também se deposita com o envelhecimento do tecido, sendo referida, nesse caso, como "calose definitiva".

Em algumas angiospermas, o protoplasto dos elementos de tubo crivado, apresenta uma substância proteica, antes denominada de "mucilagem" e agora referida como proteína-P aderida à parede celular de células maduras. Possivelmente, a proteína-P tenha uma função, juntamente com a calose, de tampar os poros das placas crivadas após lesões, prevenindo a perda de conteúdo dos elementos de tubos crivados.

Os elementos de tubo crivado estão associados a células parenquimáticas especiais denominadas de células companheiras. São células vivas, possuindo todos os constituintes que uma típica célula viva de planta apresenta, incluindo o núcleo. Poros dos elementos de tubo crivado se conectam a plasmodesmos bastante ramificados das células companheiras. As células companheiras desempenham a função de manter os elementos de tubo crivado, passando para ele, através das conexões, substâncias necessárias para o seu metabolismo, como moléculas de informação, proteínas e até mesmo ATP. A célula companheira representa um sistema de manutenção de vida para o elemento de tubo crivado.

As células crivadas das gimnospermas estão associadas a outras células parenquimáticas denominadas de células albuminosas. Da mesma forma que a célula companheira, a célula albuminosa é viva, possuindo núcleo e todos os constituintes típicos de uma célula de planta. Vale também ressaltar que há uma grande interdependência entre os elementos crivados e suas células de apoio, pois com a morte dos primeiros, as segundas também morrem.



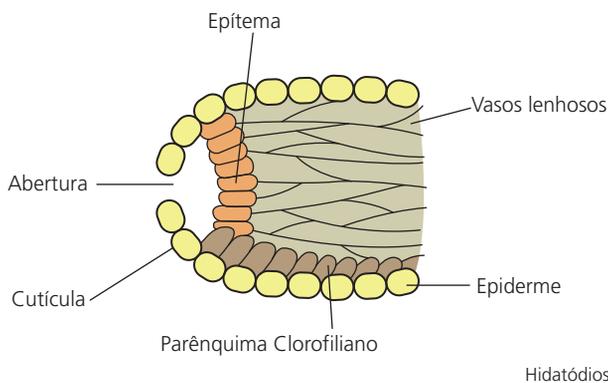
Floema, ver células companheiras e elementos de tubo crivado.

**Tecidos de excreção e secreção**

Diversas substâncias sintetizadas por plantas são armazenadas em células mortas, vacúolos de células vivas, cavidades ou canais. Esta é uma das formas que as plantas possuem para neutralizar suas secreções tóxicas, transformando-as em produtos insolúveis que ficam inertes dentro das estruturas secretoras, cuja localização é variável para cada tipo de planta.

As substâncias geradas pela planta com uma função especial, por exemplo, de hormônios ou enzimas, são denominadas secreções e as que não serão mais utilizadas pelas plantas e constituem resíduos do metabolismo, por exemplo, água e íons excedentes, são denominadas excreções.

As principais estruturas secretoras são: hidatódios, células secretoras, pelos glandulares, bolsas secretoras, tubos laticíferos e nectários.



Os hidatódios são estruturas encontradas na epiderme de certas folhas, sendo responsáveis pela eliminação de soluções aquosas muito diluídas, podendo ser unicelulares (epidérmicos) ou pluricelulares.

Os hidatódios descarregam água e solutos do interior da folha em direção à superfície foliar, sendo que este mecanismo é denominado gutação ou sudação, ocorrendo quando há redução brusca da taxa de transpiração, como acontece à noite.

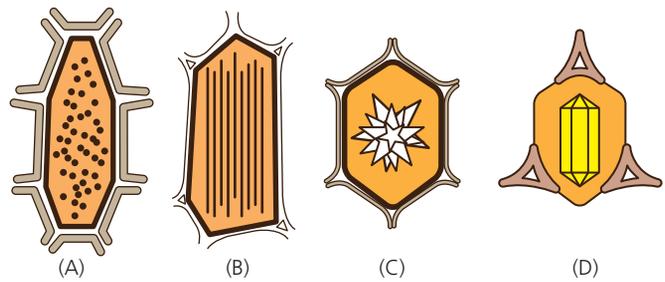
Quando pluricelulares, os hidatódios são estômatos modificados, formados por células estomáticas, rígidas, determinando ostíolos não reguláveis, isto é, incapazes de movimentos de fechamento e abertura. Na câmara subestomática ficam células pequenas, brilhantes e irregulares que constituem o epitéma. A água expelida pela pressão da raiz flui entre os espaços intercelulares do epitéma e sai da folha pelas aberturas dos hidatódios.

Tais estruturas ocorrem de preferência nas pontas das folhas, ou espalhadas pelos bordos do limbo das folhas de certas plantas como: morangueiro, tomateiro, figueiras, dormideiras, chagas etc.

**Células secretoras**

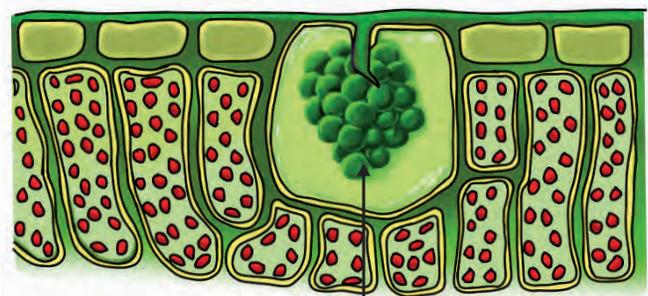
As células secretoras podem se dispor sozinhas na epiderme de certas folhas e caules, apresentando-se cheias de resinas ou essências. Em outros casos, podem se encontrar na extremidade de pelos glandulares. Tais estruturas também podem ocorrer internamente, possuindo uma grande variedade de conteúdo. O produto de secreção é muito variado e pode ser: essência, óleo, resina, enzima, goma, mucilagem, tanino, carbonato de cálcio, oxalato de cálcio etc.

É muito comum a presença de oxalato de cálcio em forma de areia cristalina, de cristais alongados como agulhas (ráfides), tetraedros, octaedros e agregados formando drusas, sendo encontrados em plantas como a begônia, tradescantia, figueira etc.



Cristais de oxalato de cálcio nas plantas. (A) Areia cristalina; (B) Ráfides; (C) Drusas; (D) Outros tipos de cristais.

Nas figueiras encontramos células epidérmicas que secretam carbonato de cálcio, formando estruturas irregulares, pedunculadas, presas à epiderme, denominadas cistólitos.

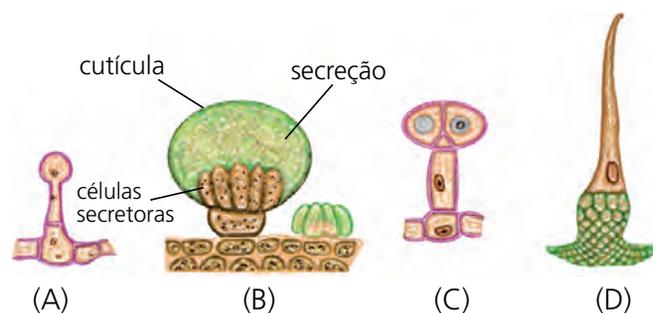


Cistólito em detalhe.

**Pelos glandulares**

Os pelos glandulares são compostos por uma extremidade dilatada formada por células secretoras sobre uma base de células não secretoras. A secreção comumente é acumulada entre a parede celular e a cutícula, que pode ser rompida sem alterar toda a estrutura.

Em muitas plantas, como na urtiga, os pelos têm função de defesa, pois liberam toxinas irritantes; outras, como as plantas carnívoras, apresentam pelos com função digestória, que secretam enzimas hidrolíticas.



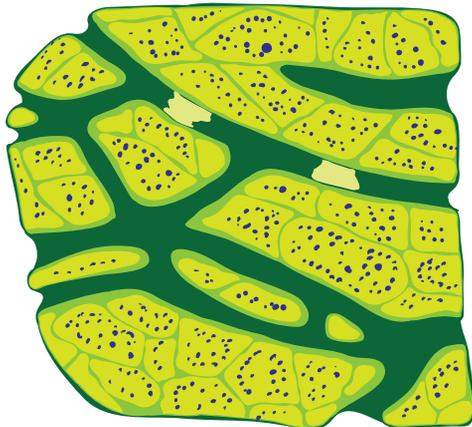
Pelos glandulares. (A) Pelo glandular capitado; (B) Pelo secretor do alecrim-de-jardim; (C) Pelo glandular do caule de tomateiro; (D) Pelo urticante de urtiga. É constituído por um longo tupo capilar terminado por uma pequena estrutura esférica. A base do pelo é alargada e envolvida por células epidérmicas. Quando o pelo é tocado, a extremidade se quebra ficando como uma agulha que penetra facilmente na pele. O líquido é forçado para fora pela pressão exercida sobre a base do pelo.

**Bolsas secretoras**

As bolsas secretoras são estruturas redondas, derivadas de grupos de células que deixaram entre si espaços curtos, fechados. São normalmente encontradas nos parênquimas das folhas, caules e frutos. Sua origem pode ser lisogênica (por destruição de células, gerando espaços entre as que sobraram), esquizogênica (por separação de células, gerando espaços entre elas) ou uma combinação das duas. Como exemplo podemos citar as bolsas secretoras das rutáceas (arruda, laranja, limão) e das mirtáceas (eucalipto, goiaba, jabuticaba). As bolsas secretoras podem apresentar-se alongadas, nesse caso, denominam-se canais secretores, por exemplo, os vasos resiníferos de coníferas. A secreção é bastante diversificada, podendo ser: resina, óleo, látex, goma, mucilagem etc.

**Tubos laticíferos**

Os tubos laticíferos são formados pela fusão de células, por onde ocorre a circulação de uma secreção espessa, leitosa ou mesmo branca denominada látex. Quando as plantas que apresentam vasos laticíferos sofrem lesões, deixam escorrer o látex que, em contato com o ar, coagula rapidamente, facilitando assim a cicatrização da parte injuriada. Como exemplos, podemos citar as seringueiras, figueiras etc.



Tubos laticíferos. Tubo articulado; corte longitudinal do caule de *Lactuca sp.*

**Nectários**

Os nectários são glândulas que liberam uma secreção açucarada chamada de néctar. Esta solução é aproveitada como nutriente por animais, principalmente os polinizadores. Assim, são importantes na polinização pelos pássaros (ornitofilia) e pelos insetos (entomofilia). O açúcar dos nectários é derivado do floema. O néctar pode ser eliminado através da parede celular ou através de estômatos modificados.



**Exercícios de Fixação**

**01.** (Unesp/2016) Considere o seguinte experimento:  
Um experimento simples consiste em mergulhar a extremidade cortada de um ramo de planta de flores com pétalas brancas em uma solução colorida. Após algum tempo, as pétalas dessas flores ficarão coloridas.

Sergio Linhares e Fernando Gewandszajder. *Biologia hoje*, 2011.

Considere os mecanismos de condução de seiva bruta e seiva elaborada nos vegetais. Nesse experimento, o processo que resultou na mudança da cor das pétalas é análogo à condução de

- A) seiva elaborada, sendo que a evapotranspiração na parte aérea da planta criou uma pressão hidrostática positiva no interior do floema, forçando a elevação da coluna de água com corante até as pétalas das flores.
- B) seiva bruta, sendo que, por transporte ativo, as células da extremidade inferior do xilema absorveram pigmentos do corante, o que aumentou a pressão osmótica nas células dessa região, forçando a passagem de água com corante pelo xilema até as células das pétalas das flores.
- C) seiva elaborada, sendo que, por transporte ativo, as células adjacentes ao floema absorveram a sacarose produzida nas pétalas da flor, o que aumentou a pressão osmótica nessas células, permitindo que, por osmose, absorvessem água com corante do floema.
- D) seiva bruta, sendo que a evapotranspiração na parte aérea da planta criou uma pressão hidrostática negativa no interior do xilema, forçando a elevação da coluna de água com corante até as pétalas das flores.
- E) seiva elaborada, sendo que a solução colorida era hipotônica em relação à osmolaridade da seiva elaborada e, por osmose, a água passou da solução para o interior do floema, forçando a elevação da coluna de água com corante até as pétalas das flores.

- 02.** (Unicamp/2016) Muitas vezes se observa o efeito do vento nas plantas, que faz com que a copa das árvores e eventualmente o caule balancem vigorosamente sem, contudo, se romper. No entanto, quando ocorre a ruptura de um ramo, as plantas têm a capacidade de retomar o crescimento e ocupar novamente o espaço deixado pela queda do ramo.
- A) Cite e caracterize os tipos de tecidos que promovem a sustentação e a flexibilidade dos ramos e caules.
  - B) Como se dão o surgimento e o crescimento do novo ramo em plantas danificadas pelo vento?
- 03.** (Unicamp/2017) As plantas vasculares diferenciam-se das avasculares por possuírem tecidos especializados no transporte de água e seiva elaborada. Esses tecidos são chamados, respectivamente, de
- A) parênquima e colênquima.
  - B) floema e xilema.
  - C) esclerênquima e floema.
  - D) colênquima e esclerênquima.
  - E) xilema e floema.
- 04.** (PUC-RJ/2017) Os tecidos vegetais envolvidos no transporte de substâncias a longas distâncias nas traqueófitas são:
- A) colênquima e esclerênquima.
  - B) xilema e floema.
  - C) colênquima e xilema.
  - D) esclerênquima e xilema.
  - E) esclerênquima e floema.
- 05.** (Unisc/2017) Analisando-se a organização anatômica do corpo vegetal, é possível afirmar que a epiderme, o esclerênquima e o xilema são considerados, respectivamente, como tecidos de
- A) sustentação, preenchimento e condução.
  - B) revestimento, sustentação e condução.
  - C) sustentação, condução e revestimento.
  - D) condução, revestimento e sustentação.
  - E) preenchimento, condução e sustentação.



**Exercícios Propostos**

01. (Fac. Santa Marcelina – Medicina/2016) A figura mostra o fenômeno da gutação na folha de uma planta de pequeno porte.



Na gutação, a planta elimina água na forma líquida pelos hidatódios, diferentemente do vapor-d'água eliminado pela transpiração nos estômatos.

- A) Considere que haja farta disponibilidade hídrica do solo. A gutação irá ocorrer sob condições de baixa ou de alta umidade relativa do ar? A transpiração será maior sob condições de baixa ou de alta umidade relativa do ar?
- B) Explique o mecanismo fisiológico que leva ao processo de gutação.
02. (Uninove – Medicina/2016) A árvore bordo (*Acer sp.*) é famosa no Canadá por fornecer o xarope de bordo, muito açucarado e largamente consumido com *waffles* e panquecas. Esta árvore passa por um inverno rigoroso e no início da primavera, através do tecido vascular morto, conduz a matéria acumulada nas raízes, que forma novas folhas e flores. A extração da seiva desta árvore é feita neste período. São necessários de 30 L a 45L desta seiva para a produção de 1 L de xarope de bordo puro.
- A) Qual é o tecido vascular responsável pela condução desta seiva? Dê o nome do meristema secundário que gera este tecido vascular.
- B) O que ocorre com as folhas da árvore bordo no outono que a permite suportar o inverno rigoroso? Explique por que a retirada intensa da seiva citada acima pode levar a planta à morte.
03. (UEM/2016 – Modificada) Embora todas as células de um embrião sejam derivadas de uma célula inicial, durante o desenvolvimento dos animais e dos vegetais aparecem diferenças entre as células quanto à forma, à função e ao comportamento bioquímico. Essas diferenças levam as células à especialização de determinadas funções. Assim, os diferentes tecidos se formam pela diferenciação celular. Sobre o assunto, podemos afirmar que
- A) O súber é um tecido protetor existente nas raízes e no tronco, resultado da atividade do felogênio.
- B) O colênquima é constituído de células mortas com paredes espessas lignificadas. Sua função é formar o floema.
- C) Um tecido epitelial animal pode ser glandular ou propriamente dito.
- D) O tecido ósseo tem por função a sustentação de órgãos e durante a vida embrionária forma um modelo de esqueleto.
- E) Os linfócitos são células especializadas em impedir trombozes, desfazendo coágulos.

04. (Unisc/2015) Os meristemas primários: procâmbio, meristema fundamental e protoderme originam, respectivamente, os seguintes tecidos vegetais:
- A) parênquima, colênquima e esclerênquima, periderme, epiderme.
- B) xilema e floema primários, epiderme, parênquima, colênquima e esclerênquima.
- C) periderme, xilema e floema secundários, parênquima, colênquima e esclerênquima.
- D) xilema e floema primários, parênquima, colênquima e esclerênquima, epiderme.
- E) felogênio, xilema e floema secundários, parênquima, colênquima e esclerênquima.

05. (Uern/2015) Em relação às funções dos parênquimas vegetais, relacione adequadamente as colunas.
- (1) Cortical ( ) Reserva de água.
- (2) Aquífero ( ) Flutuação e, às vezes, respiração.
- (3) Aerífero ( ) Reserva de alimento.
- (4) Amilífero ( ) Preenchimento de espaço.

A sequência está correta em

- A) 3, 2, 1, 4
- B) 2, 3, 1, 4
- C) 4, 2, 1, 3
- D) 2, 3, 4, 1
06. (UFU/2015) Considere o quadro a seguir em que os algarismos romanos de I a IV representam os principais tecidos vegetais, e os algarismos arábicos de 1 a 4 indicam algumas características, a constituição e as funções desses tecidos.

Tecidos	Características, constituição e funções
I. Colênquima	1. Formado por células vivas, cuja função geral é o preenchimento de espaços internos da planta.
II. Esclerênquima	2. Constituído por células com grande capacidade de divisão e que descendem diretamente de células embrionárias.
III. Parênquima	3. É um tecido de sustentação constituído por células vivas, dotadas de paredes com reforços extras de celulose.
IV. Meristema primário	4. Constituído por células mortas, tem paredes impregnadas de lignina e sua função é a sustentação esquelética do corpo da planta.

Assinale a alternativa que associa, corretamente, esses tecidos vegetais, com suas respectivas características, constituição e funções.

- A) I-3, II-1, III-4 e IV-2
- B) I-1, II-2, III-3 e IV-4
- C) I-3, II-4, III-1 e IV-2
- D) I-4, II-3, III-1 e IV-2
07. (UFJF-PISM-1/2015) A espécie *Euterpe oleracea* (açazeiro) possui aproveitamento econômico de praticamente todos os seus órgãos. Da região apical do caule, extrai-se o palmito, muito utilizado em pratos da culinária nacional. Das fibras encontradas nas folhas, são confeccionadas várias peças de artesanato. Do fruto, além do valor nutricional como alimento energético, destaca-se também a importância para a indústria cosmética,

devido à presença de pigmentos antioxidantes (antocianinas). Considerando os aspectos citológicos e histológicos do caule, folhas e frutos do açaí, analise as questões abaixo e responda:

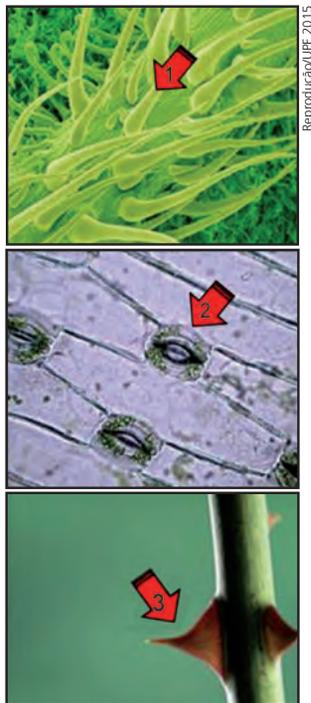
A) O palmito do açaí é obtido da parte mais jovem do caule, próximo da região onde ocorre a divisão das células do meristema apical. Os tecidos de revestimento e de preenchimento encontrados no palmito são formados a partir de quais meristemas primários?

B) As fibras da folha do açazeiro compõem os tecidos colênquima e esclerênquima, responsáveis pela sustentação desse órgão. Apresente duas diferenças estruturais entre as células do colênquima e do esclerênquima.

C) A antocianina, pigmento responsável pela cor roxa das células parenquimáticas da polpa do açaí, é armazenada dentro do vacúolo. Além do armazenamento de pigmentos, cite uma outra função atribuída ao vacúolo da célula vegetal.

08. (Uece/2015) As plantas são organismos cobertos por um tecido superficial denominado epiderme vegetal. Esse tecido pode ser formado por uma ou mais camadas de células e possui estruturas especializadas nas trocas gasosas e na prevenção da perda de água nesses organismos que, de acordo com as alternativas abaixo, compreendem, respectivamente, os
- A) estômatos e os lenticelas.  
 B) hidatódios e os tricomas.  
 C) estômatos e os tricomas.  
 D) tricomas e os hidatódios.

09. (UPF/2015) Analise as figuras a seguir.



Disponível em: <<http://blogdoenem.com.br> e em <http://www.alunosonline.com.br>> Acesso em 16 abr. 2015.

Assinale a alternativa que associa corretamente o número da seta ao respectivo nome da estrutura e cita o tecido vegetal no qual essas estruturas são encontradas.

- A) 1 – acúleo / 2 – estômato / 3 – espinho/tecido epidérmico.  
 B) 1 – pelo / 2 – plasmodesmo / 3 – espinho/tecido peridérmico.  
 C) 1 – papila / 2 – hidatódio / 3 – acúleo/tecido parenquimático.  
 D) 1 – espinho / 2 – estômato / 3 – tricoma/tecido meristemático.  
 E) 1 – tricoma / 2 – estômato / 3 – acúleo/tecido epidérmico.

10. (UPE/2015)



Disponível em: <[http://www.cafeportugal.net/pages/dossier\\_artigo.aspx?d=3317](http://www.cafeportugal.net/pages/dossier_artigo.aspx?d=3317)>

A cortiça é um tecido vegetal impermeável e flexível ao mesmo tempo, com estrutura que pode ser comprimida até a metade do seu volume, sem perder sua elasticidade. É amplamente utilizada para a produção de rolhas na vedação do vinho engarrafado. A cortiça só pode ser retirada de árvores com idade entre 25 e 30 anos e, após essa primeira extração, apenas a cada 9 anos, será possível sua retirada novamente. O principal país produtor da cortiça é Portugal, pois a árvore, que a origina, é muito comum no sul do país, principalmente na região de Alentejo. Qual tecido da planta fornece matéria-prima para produzir rolhas de cortiça?

- A) Lenho.  
 B) Esclerênquima paliçádico.  
 C) Colênquima.  
 D) Feloderme.  
 E) Súber.

**Aulas**  
17 e 18

**Morfologia Vegetal**

C-4	H-14, 15
	H-16

## Raiz

A raiz é um órgão em geral subterrâneo, aclorofilado, tendo como principais funções a fixação da planta e a absorção de água e sais minerais, que são transportados para o caule, as folhas e outros órgãos, ao passo que a raiz recebe moléculas orgânicas, através do caule, de carboidratos provenientes da folha. Pode ainda funcionar como órgão de reserva, como é o caso da cenoura, beterraba e batata-doce. Vale ressaltar que as raízes também produzem hormônios e outras substâncias que controlam o desenvolvimento da planta. Apresenta, geralmente, geotropismo e hidrotropismo positivos e difere do caule pela ausência de folhas, gemas laterais e internós.

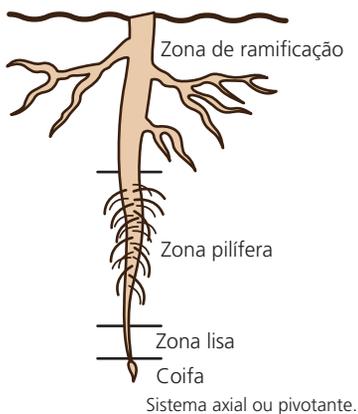
Nas gimnospermas e dicotiledôneas, a raiz principal tem origem na radícula do embrião. Nas monocotiledôneas, a radícula degenera, e assim, o sistema radicular será constituído por numerosas raízes derivadas do caule. Os dois tipos apresentam ramificações, denominadas raízes laterais, com origem no periciclo, sendo, endógenas.

## Sistemas radiculares

Há dois tipos principais de crescimento radicular: o sistema axial ou pivotante e o sistema cabeleira ou fasciculado. Em sua

maioria, dicotiledôneas e gimnospermas apresentam sistema radicular pivotante, constituído por uma longa raiz principal, chamada pivotante, que penetra no solo, absorvendo água. A raiz pivotante se desenvolve diretamente da radícula do embrião e produz ramificações chamadas de raízes laterais, as quais também podem desenvolver novas ramificações, gerando um grande complexo de raízes. Geralmente, as raízes pivotantes penetram no solo mais profundamente e, portanto, são mais adequadas para as plantas que ficam cada vez mais altas a cada ano, como as árvores. Entretanto, nem sempre os sistemas pivotantes são profundos. Algumas árvores de grande porte, como as coníferas, possuem sistema pivotante superficial ou pouco profundo, um modelo adaptado a solos montanhosos rasos. Vale também ressaltar que certas plantas de pequeno porte, como no caso do dente-de-leão, possuem sistema pivotante profundo (em comparação com a altura total da planta), objetivando manter a planta em longos períodos sem água.

Já em pteridófitas e em muitas monocotiledôneas, como as gramíneas, tem um sistema radicular fasciculado. No lugar de uma raiz principal desenvolvida, a radícula (raiz embrionária) se desenvolve muito pouco e, das porções inferiores do caule, surgem numerosas raízes chamadas de adventícias, pois não derivam da radícula do embrião. Em um sistema fasciculado, nenhuma raiz se projeta como um eixo principal. Cada raiz adventícia forma raízes laterais, produzindo um sistema muito ramificado tipicamente mais superficial e horizontal que o sistema pivotante. Essa estrutura geralmente superficial permite que as raízes obtenham água rapidamente, antes que ela evapore. Sistemas fasciculados são relativamente comuns em regiões secas, onde as camadas do solo mais profundas podem não ter umidade. Esse tipo de raiz, por ser de pouca profundidade e unir com mais firmeza as camadas superficiais do solo, é uma raiz bem adaptada para evitar a erosão do solo. Por esta razão, plantam-se gramíneas nas encostas de morros e nas beiradas das estradas de rodagem, evitando-se deslizamentos.



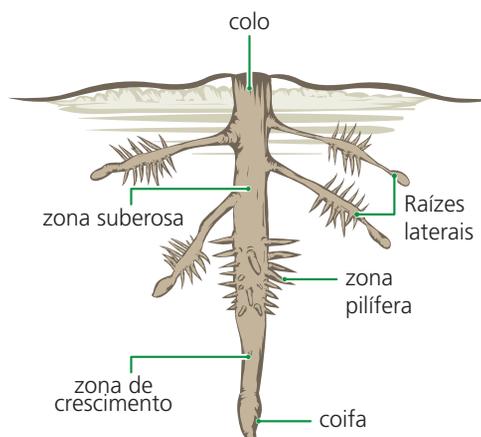
Sistema axial ou pivotante.



Sistema cabeleira ou fasciculado.

## Morfologia externa

Na raiz, distinguimos as seguintes regiões: coifa, zona lisa, zona pilífera, zona suberosa e colo ou coleto.



Esquema de uma raiz com suas principais zonas.

### Coifa

Origina-se de um tecido meristemático denominado de caliptrogênio, considerada como uma estrutura que protege o meristema apical. A extremidade da raiz é revestida por um conjunto de células parenquimáticas vivas, semelhantes a um dedal. A consistência mucilaginosa das células da coifa protege a raiz à medida que ela cresce e se aprofunda, evitando um desgaste devido ao atrito com as partículas do solo.

A coifa também protege a raiz contra o ataque de microrganismos e, por esta razão, é muito desenvolvida nas plantas aquáticas, como o aguapé.

Nas raízes aéreas, a coifa evita a transpiração excessiva. Raramente ela está ausente, como na *Cuscuta*, uma planta parasita.

As células da coifa contêm grãos de amido denominados estatolitos que, provavelmente, desempenham junto com os fitormônios um papel importante na orientação geotrópica da raiz.

### Zona lisa

Situada acima da coifa e conhecida como zona nua ou de crescimento. É subterminal e constituída por três regiões, a embrionária, a de crescimento e a de maturação. A zona embrionária ou meristemática é formada por células poligonais relativamente pequenas, com citoplasma denso e núcleo volumoso. Uma parte dessa região, a mais próxima à coifa, apresenta intensa divisão celular, enquanto na parte mais próxima à região de crescimento, as células estão em repouso. A zona de crescimento está acima da região embrionária, nela ocorre o alongamento celular. Esse alongamento resulta na maior parte do crescimento longitudinal da raiz. Já a zona de maturação está localizada acima da região de crescimento, onde se inicia a maturação dos tecidos primários. Nessa região já existem vestígios de vasos.

### Zona pilífera

No final da região de maturação, já começam a se formar os pelos absorventes que constituem a zona pilífera da raiz. Essa região mede, aproximadamente, de dois a cinco centímetros. À medida que os pelos superiores, mais velhos, vão se destacando, pelos novos vão nascendo na região inferior. É por esta razão que a região pilífera tem a forma de um cone, com a base voltada para cima. Os pelos têm a mesma origem que a epiderme, derivando, portanto, da protoderme ou do dermatogênio. São formações exógenas.

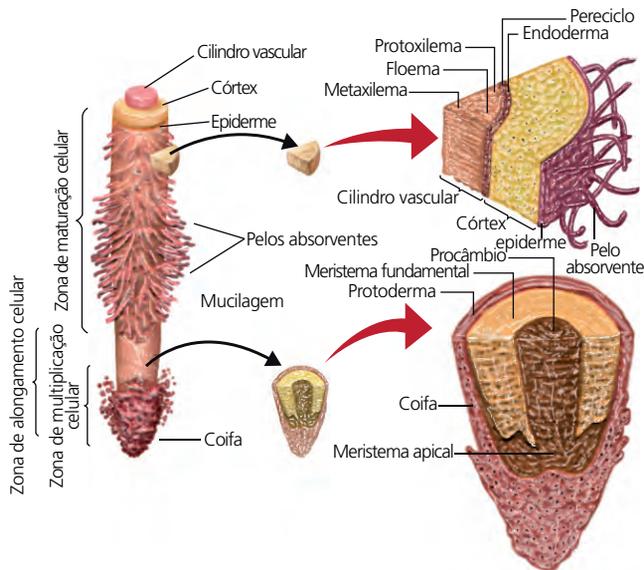
**Zona suberosa**

Assim denominada pela presença de manchas de súber provenientes da cicatrização das feridas ocasionadas pela queda dos pelos absorventes.

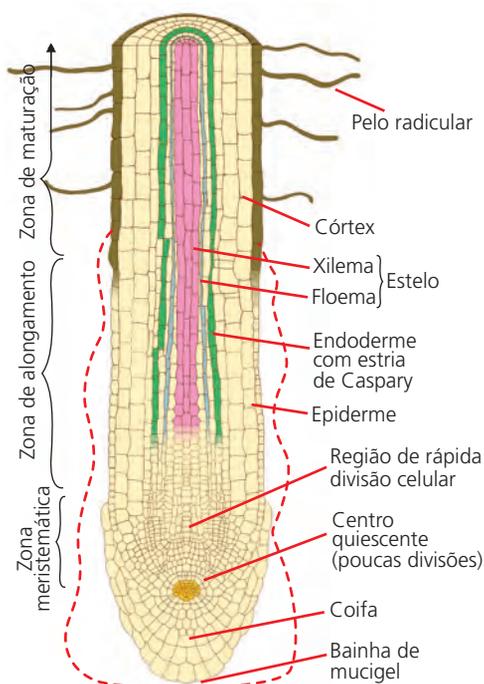
Nessa região aparecem as radicelas ou raízes laterais, que são ramificações das próprias raízes. Nasceram no periciclo e, devido à sua origem profunda, são formações endógenas. Essas ramificações são tanto mais velhas e desenvolvidas quanto mais afastadas da ponta da raiz onde se formam.

**Colo ou coleto**

É a zona de transição entre a raiz e o caule e tem pequenas dimensões.



À esquerda, ponta de uma raiz mostrando suas diversas regiões e a coifa. À direita, representação de cortes da extremidade da raiz e da porção superior da zona de maturação, mostrando a organização interna dos tecidos.



Detalhe das zonas de uma raiz.

**Morfologia interna**

A estrutura da raiz é mais simples do que a do caule e, devido à ausência de folhas e à ausência de nós e entrenós, apresenta uma disposição de tecidos com pouca variação em diferentes alturas da mesma raiz.

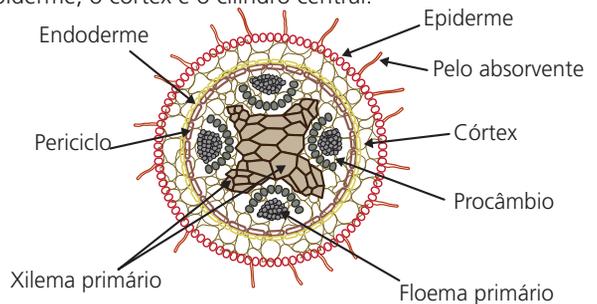
Os tecidos da raiz se originam de um conjunto de células indiferenciadas, o meristema primário, que forma o embrião da planta. Esse meristema se encontra na extremidade da raiz, coberto pela coifa, sendo responsável pelo crescimento primário (em altura) do órgão. É dividido em três tipos, a protoderma, o procâmbio e o meristema fundamental.

A protoderma vai originar a epiderme, que representa um tecido de proteção. O procâmbio dará origem ao xilema e ao floema, que representam tecidos vasculares. O meristema fundamental formará o parênquima, colênquima e esclerênquima. Há, ainda, o caliptrógeno, que cobre o meristema da extremidade da raiz, sendo responsável pela formação da caliptra ou coifa.

Nas pteridófitas e nas monocotiledôneas durante toda a vida da planta existe uma só raiz, denominada primária, já que essas plantas possuem apenas crescimento primário (em altura). Já as dicotiledôneas e gimnospermas apresentam, inicialmente, uma raiz primária, que se transforma em secundária devido ao crescimento secundário (em espessura), a partir dos meristemas secundários felogênio e câmbio vascular.

**Estrutura primária**

Promovendo-se uma secção transversal na região pilífera de uma raiz de eudicotiledônea, podemos visualizar a sua estrutura primária, ou seja, a estrutura derivada da diferenciação do meristema primário. Nessa secção tecidual, observamos três regiões de tecidos: a epiderme, o córtex e o cilindro central.

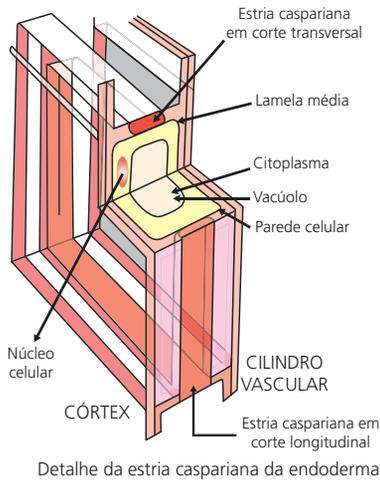


Secção transversal mostrando os tecidos primários de raiz de uma eudicotiledônea (Região da zona pilífera).

A **epiderme** é formada por uma camada de células vivas, mas sem apresentar o revestimento de cutina, o que para a raiz é algo favorável, pois garante uma maior capacidade de absorção de água e íons minerais do meio. Esta camada pode apresentar projeções denominadas de pelos absorventes, elevando ainda mais a absorção de substâncias inorgânicas do meio.

O **córte** situa-se abaixo da epiderme, sendo caracterizado por múltiplas camadas de células que formam o parênquima cortical. A camada de células mais interna é a **endoderme**, nesta, as células são bem justapostas, apresentando em suas paredes primárias perpendiculares em relação à superfície da raiz um espessamento composto por suberina e, algumas vezes, lignina, denominado de **estrias de Caspary**. O papel fisiológico destas estrias é impedir o fluxo de substâncias entre as células da endoderma. Dessa forma, as substâncias que estão atravessando o córtex, indo em direção às regiões internas da raiz, terão, obrigatoriamente, que passar por dentro das células da endoderma, o que garantirá uma seleção dos íons que poderão atravessar para dentro da raiz, pela ação da membrana plasmática das células endodérmicas.

Em muitas angiospermas há nas raízes uma segunda camada de células justapostas com *estrias de Caspary*. Esta camada é denominada de **exoderme**, formando-se a partir de camadas mais externas do córtex. As *estrias de Caspary* suberizadas da exoderme tem possivelmente um papel fisiológico redutor da perda d'água da raiz para o solo, além de atuarem nas defesas contra o ataque de patógenos microscópicos.

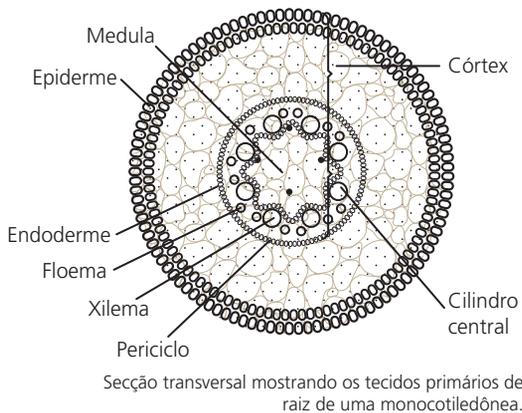


O **cilindro central** ou **vascular** localiza-se na parte interna da raiz, consiste nos tecidos vasculares primários (xilema e floema) e em uma ou mais camadas de células não vasculares, o periciclo, que envolve completamente os tecidos vasculares. O **periciclo** faz parte do cilindro central ou vascular porque, como os tecidos vasculares, tem origem a partir do procâmbio. Nas raízes jovens, o periciclo é composto de células parenquimáticas com paredes primárias, contudo, quando a planta envelhece, as células do periciclo podem formar paredes secundárias.

Em relação às funções do periciclo, nas plantas com sementes, ele origina as raízes laterais. Já nas plantas que possuem crescimento secundário, o periciclo contribui para a formação do câmbio vascular, pois origina o câmbio interfascicular, e, também, originará o felogênio radicular. Vale ressaltar que o periciclo prolifera e origina mais células do periciclo.

O xilema e o floema primários ocupam posições diferentes nas monocotiledôneas e nas dicotiledôneas. Nas monocotiledôneas, os feixes de xilema são alternados com os de floema, na periferia do cilindro central, delimitando-se no interior um conjunto de células parenquimatosas, que formam a medula.

Nas dicotiledôneas, o xilema é central, com projeções que variam em número, podendo ser duas, três, quatro (em cruz) ou mais. Entre as projeções, localizam-se os feixes de floema. Entre o xilema e o floema primários há células do procâmbio, que originará o câmbio fascicular quando a planta realizar crescimento secundário.



**Estrutura secundária**

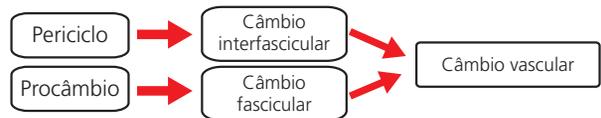
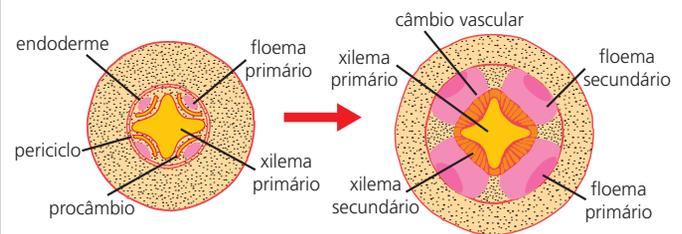
Em gimnospermas e em dicotiledôneas, após o crescimento primário (em altura), o meristema secundário, representado pelo câmbio vascular e felogênio, promoverá o crescimento secundário (em espessura) da planta.

O procâmbio, que se localiza entre o xilema e floema primários, formará o câmbio fascicular e o periciclo formará o câmbio interfascicular, juntos, o câmbio fascicular e o interfascicular comporão o câmbio vascular. Este tecido meristemático formará o xilema secundário para dentro e o floema secundário para fora da raiz. Por divisões sucessivas para o lado de dentro e para o lado de fora, o xilema e o floema secundários são adicionados à raiz, promovendo seu aumento de espessura. Vale ressaltar que, durante esse processo, é comum surgirem raios parenquimáticos que consistem em fileiras de células que se estendem radialmente no xilema e floema secundários.

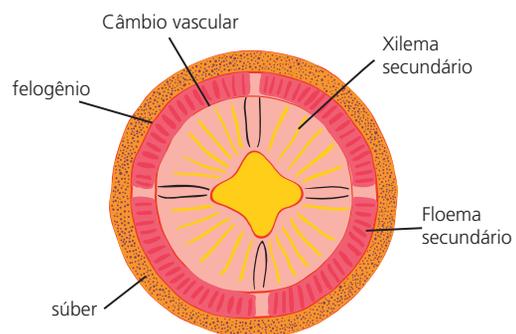
Durante o crescimento secundário da raiz, o xilema e o floema primários irão se afastar um do outro, enquanto que o câmbio vascular adquire um contorno circular. O xilema primário durante esse processo ficará confinado à parte central da raiz, já o floema primário, é comprimido e obliterado, sendo suas fibras, os únicos componentes remanescentes distinguíveis do floema primário das plantas que possuem crescimento secundário.

O periciclo também será responsável pela formação do felogênio (câmbio da casca), que formará para dentro o feloderma e para fora o súber. O conjunto formado pelo súber, felogênio e feloderma constitui a periderme. Algumas regiões da periderme permitem trocas gasosas entre a raiz e a atmosfera do solo. Essas são as lenticelas, áreas esponjosas na periderme com numerosos espaços intercelulares que permitem a passagem de ar.

Com a formação da primeira periderme da raiz, o córtex (incluindo a endoderme) e a epiderme são isolados do restante da raiz, e eventualmente morrem e são destacados do resto do órgão da planta. Contudo, poderá ainda por um tempo haver remanescente de epiderme e córtex aderidos à raiz após o seu crescimento secundário (raiz lenhosa).



Crescimento secundário de raiz de eudicotiledônea.



Raiz de eudicotiledônea após crescimento secundário.

**Tipos de raízes**

**1. Raiz tuberosa**

As raízes tuberosas ou tubérculos radiculares são raízes bem desenvolvidas devido ao acúmulo de substâncias nutritivas na raiz principal ou nas raízes secundárias. Como exemplo de raiz tuberosa principal, podemos citar o nabo, cenoura, rabanete e beterraba. Já como exemplo de raízes tuberosas secundárias, podemos citar a batata-doce, mandioca e dália.



Raízes tuberosas. (A) nabo; (B) rabanete; (C) cenoura

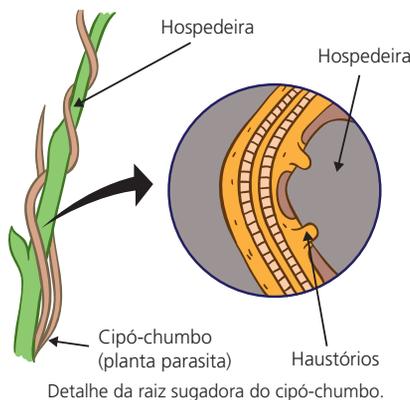
**2. Raízes sugadoras**

Raízes sugadoras ou haustórios são raízes desenvolvidas por plantas parasitas, que penetram até os vasos da planta hospedeira, de onde retiram seiva necessária à sua vida. As plantas parasitas podem ser holoparasitas e hemiparasitas. As holoparasitas, devido à ausência de clorofila, não podem viver de forma independente, pois não realizam fotossíntese, dependendo da seiva elaborada extraída do floema de suas plantas hospedeiras, como ocorre com o cipó-chumbo (*Cuscuta*). As hemiparasitas, embora possuam folhas verdes, realizando fotossíntese, não são autossuficientes e dependem parcialmente do hospedeiro, necessitando da seiva bruta extraída do xilema de suas plantas hospedeiras, como ocorre com a erva-de-passarinho.



Andrey Shuplika/123RF/EasyPix

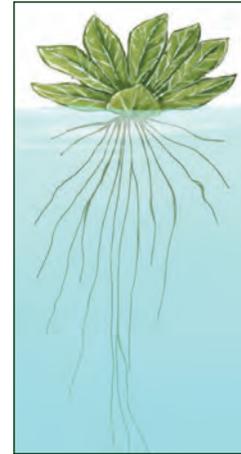
Cipó-chumbo (*Cuscuta* sp)



Detalhe da raiz sugadora do cipó-chumbo.

**3. Raízes aquáticas**

Raízes aquáticas apresentam um parênquima aerífero (aerênquima) muito abundante, com câmaras e lacunas, funcionando como elemento de respiração e flutuação. Como exemplo, podemos citar o aguapé.



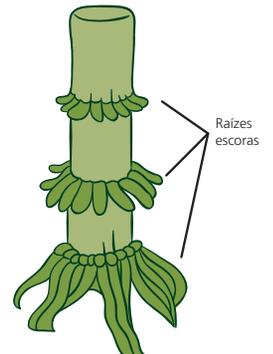
Raízes aquáticas de aguapé.

**4. Raízes adventícias**

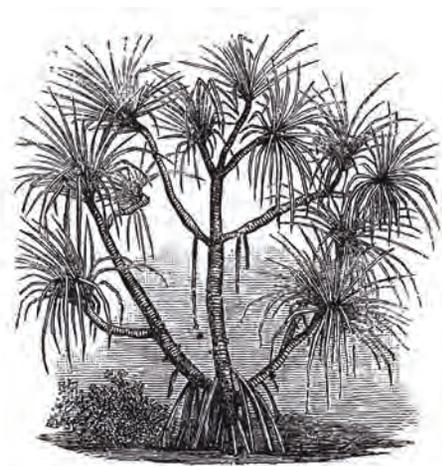
Raízes que se originam diretamente de folhas ou de caules. São conhecidas como raízes adventícias. Como exemplo, podemos citar as raízes formadas a partir das folhas de fortuna e begônia e as raízes aéreas, tipo escoras ou suportes do milho. As raízes adventícias recebem denominações especiais conforme as suas adaptações (suportes, tabulares, grampiformes etc.).

**I. Raízes suportes ou escoras**

São raízes aéreas, de origem caulinar, que fornecem uma fixação suplementar para a planta. Aparecem em plantas que crescem em meios de difícil fixação como pântano, lodo ou em plantas relativamente altas em relação ao seu sistema radicular, pouco profundo. Podemos citar, como exemplo, as raízes escoras do milho e do *Pandanus*.



Raízes escoras do milho.



Patrick Guenette/123RF/EasyPix

Pandanus, uma monocotiledônea com raízes-escoras.

**II. Raízes tabulares**

Raízes tabulares são raízes aéreas em forma de tábua que se desenvolvem bem próximas à superfície do solo. Apresentam um maior crescimento no sentido vertical, ampliando a superfície de respiração e a estabilidade da planta. São comuns em plantas com caules bem desenvolvidos, como no caso das figueiras.



Raiz tabular da figueira.

**III. Raízes grampiformes**



Raízes grampiformes de hera.

São raízes aéreas com forma de grampos e têm por função a fixação das plantas em suportes. São frequentes nas trepadeiras, como é o caso da hera, planta que sobe em muros e paredes. Desenvolvem-se sempre do lado da sombra, constituindo um exemplo de fototropismo negativo.

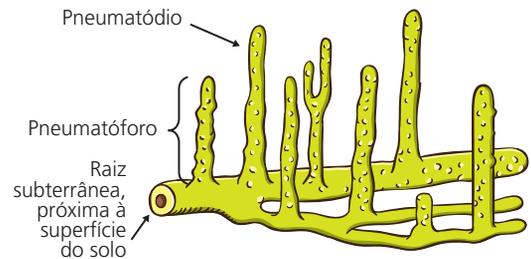
**5. Raízes respiratórias ou pneumatóforos**

São raízes de plantas que vivem em terrenos alagadiços com baixa concentração de oxigênio, devido à intensa decomposição local. Exemplo: *Avicennia nitida*.

Nesta planta encontramos algumas raízes com geotropismo negativo, que se originam de raízes horizontais desenvolvidas próximas à superfície do solo. Na maré baixa, ficam expostas ao ar, apresentando lenticelas, chamadas nesse caso pneumatódios, que permitem um maior arejamento, auxiliando a respiração. Por esse motivo, tais raízes são denominadas pneumatóforos.



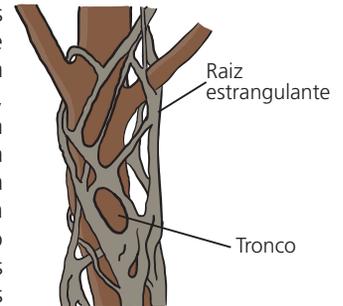
Raízes pneumatóforas de Mangue-preto (*Avicennia schaueriana*).



Em detalhe, raízes pneumatóforas de Mangue-preto (*Avicennia schaueriana*).

**6. Raízes estrangulantes**

São raízes aéreas de plantas epífitas, que envolvem o caule da planta suporte, causando sua morte, pois, por apresentarem crescimento em espessura e ficarem com consistência lenhosa, comprimem a planta suporte, impedindo seu desenvolvimento. Essas raízes, também chamadas mata-paus, quando causam a morte da planta suporte, geralmente já atingiram o solo e nele se fixaram. Após a morte da planta suporte, começa a sua decomposição, sendo comum encontrarmos a epífita, como certas figueiras, sustentadas apenas pelas raízes estrangulantes.



Raiz estrangulante de figueira mata-pau.

**7. Raízes cinturas**

São raízes aéreas de plantas epífitas, delicadas (tenras), que abraçam o caule da planta suporte, sem, contudo, comprimi-lo. Ex.: raízes de orquídeas.

**8. Raízes aéreas modificadas**

Certas palmeiras, como *Acanthorhiza*, apresentam espinhos que representam raízes aéreas modificadas, cuja função parece ser a de dar proteção contra predadores.

**Caule**

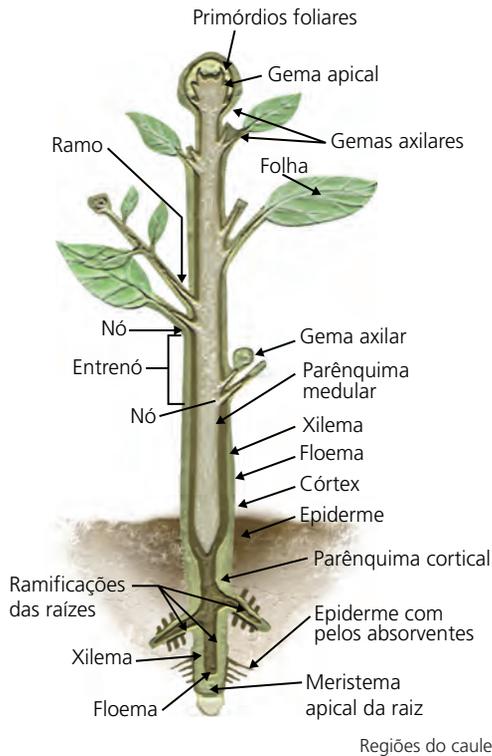
O caule é o órgão da planta responsável pela ligação anatômica e funcional entre as raízes e as folhas. Desempenha as funções de conduzir água e ions minerais das raízes até as folhas e de substâncias orgânicas das folhas ao ápice caulinar e às raízes, de sustentar as folhas e flores (copa), de funcionar como órgão de reserva (Ex.: batata-inglesa) e de auxiliar na fotossíntese.

Em geral, o caule jovem é verde, possuindo clorofila que possibilita a síntese de material orgânico. À medida que o caule vai envelhecendo, a cor verde é substituída por uma coloração escura ou acinzentada, causada pela degradação da clorofila e pela impregnação dos tecidos por certas substâncias que a própria planta elabora. Vale ressaltar que caules de plantas herbáceas são finos e delicados, sendo também, geralmente, fotossintetizante.

Caules são, geralmente, partes aéreas da planta, crescendo verticalmente ao solo. Contudo, há variações caulinares que crescem de forma horizontal e, muitas vezes, no subsolo. Nesse caso, são distinguidos de raízes pela presença de gemas ou botões vegetativos, responsáveis pela formação de ramos e folhas.

Em relação à formação do caule, a organização do meristema apical do caule é mais complexa que a da raiz, pois além de formar células para o corpo primário da planta, pode produzir primórdios foliares e primórdios de ramos que, ao se desenvolverem, darão novas folhas e ramos laterais.

**Meristemas caulinares**



Regiões do caule.

Apesar de já termos exposto o assunto na aula de "Histologia vegetal", voltamos ao tema "Meristemas" pela sua relevância no estudo do caule e das folhas. Os meristemas são constituídos por células meristemáticas capazes de se multiplicarem ativamente por mitose. Os meristemas que constituem o caule são denominados de "Meristemas caulinares", sendo também denominados de gemas caulinares.

Na parte apical de cada caule e de cada ramo há um meristema apical (gema apical) que garante que a planta cresça verticalmente, através de mitoses de células meristemáticas. Ao longo do crescimento do caule, formam-se, lateralmente, áreas com folhas e gemas axilares ou laterais. As regiões onde se fixam as folhas e as gemas são chamadas de nós, e os espaços entre os nós são denominadas de internós. Assim, entre o ângulo formado entre a folha e o ramo, formam-se as gemas ou meristemas axilares ou laterais ("axila" foliar). Em alguns momentos na vida da planta, as gemas laterais permanecem, por ação hormonal (dominância apical), inativas por certo tempo, sendo este período denominado de dormência, após o qual podem entrar em atividade, originando os ramos laterais (galhos).

**Morfologia externa**

Ao examinarmos externamente o caule, observamos a presença de uma gema apical constituída por um meristema primário.

A parte lenhosa ou herbácea, geralmente com ramificações, e que dá suporte às folhas, é o caule propriamente dito.

Nesse caule, normalmente, diferenciamos nós, pontos onde uma ou mais folhas nascem, e internós, que são espaços entre dois nós consecutivos.

Os ramos caulinares originam-se do desenvolvimento das gemas laterais ou axilares, que ocorrem entre a "axila" foliar e o caule.

A zona de transição entre o caule e a raiz é denominada colo. É uma região anatomicamente importante, pois é nessa região que ocorre uma reorganização gradativa dos tecidos condutores, passando os feixes de radiais (típicos da raiz) a colaterais, bicolaterais ou concêntricos (típicos do caule).



Detalhe de um fitômero caulinar (unidade morfofogenética), composto por folha, nó, entrenó e gema axilar.

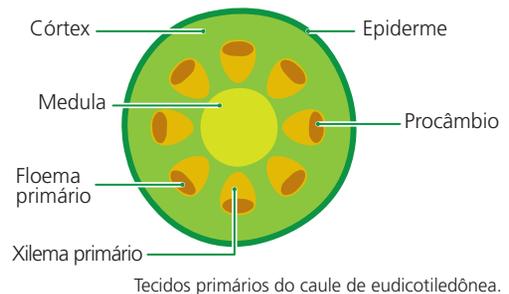
**Morfologia interna**

Da mesma maneira que acontece com as raízes, nas pteridófitas e, em geral, nas monocotiledôneas há uma só estrutura caulinar, denominada estrutura primária (1), durante toda a vida da planta. As gimnospermas e as dicotiledôneas desenvolvem uma estrutura secundária (2).

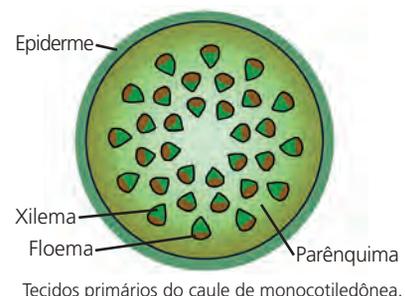
**Estrutura primária**

Há uma grande variação na estrutura primária dos caules das diferentes espécies de plantas, diferenças baseadas principalmente na distribuição relativa dos tecidos meristemáticos – procâmbio e meristema fundamental. Em algumas coníferas e dicotiledôneas, as células do procâmbio aparecem como um cilindro oco dentro do meristema fundamental, de maneira que a região interna desse meristema forma a medula e a externa, o córtex. Em outras coníferas e dicotiledôneas, com a fragmentação do procâmbio, que forma, por diferenciação, feixes liberolenhosos, aparece um parênquima entre os feixes que é denominado raio parênquimático ou raio medular. Em algumas dicotiledôneas herbáceas, nas monocotiledôneas e em vários caules de samambaias (fetos), o procâmbio não aparece como um cilindro oco e sim como cordões espalhados (vários anéis) no meristema fundamental, dando origem a vários feixes liberolenhosos espalhados no parênquima.

Entretanto, tal como ocorre na raiz, na maioria dos caules podemos distinguir, em corte transversal, três sistemas de tecidos: a epiderme, o córtex e o cilindro vascular.



Tecidos primários do caule de eudicotiledônea.



Tecidos primários do caule de monocotiledônea.

A **epiderme** se origina da protoderme, é geralmente uniestratificada, recoberto por cutícula. A epiderme caulinar, em caules jovens ou verdes, apresenta estômatos e tricomas, como a epiderme foliar. A epiderme é um tecido vivo, cujas células se dividem por mitose, permitindo sua distensão tangencial durante o crescimento em espessura do caule.

O **córtex** se origina do meristema fundamental. A camada mais externa do córtex é a exoderme, que no caule de muitas espécies não é distinta morfológicamente das demais camadas corticais. Na maioria das plantas, a região cortical é homogênea e composta apenas por tecido parenquimático fotossintetizante. Às vezes, camadas subepidérmicas diferenciam-se em colênquima ou esclerênquima, como tecidos de sustentação. Em algumas espécies, o córtex caulinar possui células especializadas secretoras de látex, mucilagem ou resina. Algumas células corticais podem ainda conter cristais de oxalato de cálcio ou depósitos de sílica.

Na maioria das plantas, as células corticais organizam-se compactamente; mas em algumas angiospermas, particularmente nas aquáticas, desenvolvem-se grandes câmaras de ar para flutuação, formando um aerênquima. Neste caso, não se observam tecidos de sustentação na região cortical. Plantas com caules suculentos, como muitas cactáceas, possuem no córtex áreas de células com paredes delgadas, que, por conterem alta proporção de água, formam um parênquima aquífero. Outras espécies portadoras de caules especializados, como órgãos de reserva ou de propagação vegetativa (cormos, bulbos e rizomas), acumulam grãos de amido na região cortical.

A endoderme caulinar, camada mais interna do córtex, é de difícil distinção, faltando na maioria das plantas lenhosas. Por essa razão a distinção entre córtex e cilindro vascular torna-se difícil e, em certos casos, impossível. Entretanto, em algumas espécies, a camada mais interna do córtex é distinta das demais, e suas células podem ser maiores e apresentar grãos de amido ou estrias de Caspary. Esta camada, chamada de bainha amilífera ou camada endodermoide, representa a endoderme típica de caules, raízes e folhas. Mesmo não apresentando qualquer especialização morfológica nos caules, a endoderme está presente como uma camada com características químicas e fisiológicas próprias.

O **cilindro vascular** é composto por periciclo, tecidos vasculares, medula e raios medulares. Ao contrário como acontece com a raiz, podemos notar que há uma maior proporção de cilindro vascular em relação ao córtex.

O periciclo é uma camada comumente ausente, e quando ocorre, apresenta um ou mais estratos de células parenquimáticas, sendo também capaz de formar raízes adventícias.

O sistema vascular primário origina-se do procâmbio de regiões próximas do meristema apical. Nas coníferas, dicotiledôneas basais arbóreas e eudicotiledôneas, os feixes liberolenhosos ou vasculares estão organizados formando um cilindro quase contínuo ao redor da medula central. Os feixes ficam bem próximos com pouco espaço para o parênquima. Em outros tipos de gimnospermas, dicotiledôneas basais e eudicotiledôneas, os feixes vasculares também se dispõem como um cilindro, contudo ficam separados entre si. Já nas eudicotiledôneas herbáceas e na maioria das monocotiledôneas, os feixes vasculares dispõem-se em círculos concêntricos ou ficam dispersos de forma irregular no parênquima.

Os feixes vasculares são formados por xilema e floema primários, e, em geral, o floema ocupa posição externa ao xilema, originando feixes colaterais. Em alguns caules, os feixes podem ser bicolaterais, com floema aparecendo externa e internamente ao xilema. Feixes anfibasais (concêntricos) nos quais o xilema envolve completamente o floema, raramente ocorrem nos caules de dicotiledôneas, mas são frequentes em monocotiledôneas. Algumas espécies de monocotiledôneas apresentam feixes biconcêntricos, nos quais o xilema forma dois anéis concêntricos separados por

um anel de floema.

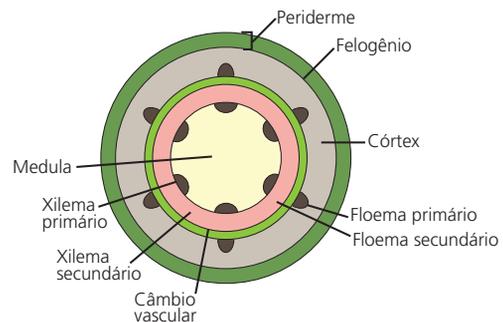
A medula é comumente constituída de parênquima, que pode até ser clorofilado. Em muitos casos, a parte central da medula é destruída durante o crescimento (exemplos: caule de abóbora, mamona). A medula pode conter elementos do esclerênquima, reservas nutritivas, células com cristais, vasos laticíferos etc.

Os raios medulares são prolongamentos da medula, em direção ao córtex, interpondo-se entre os feixes liberolenhosos, tendo como uma de suas funções a troca de substâncias entre a medula e o córtex.

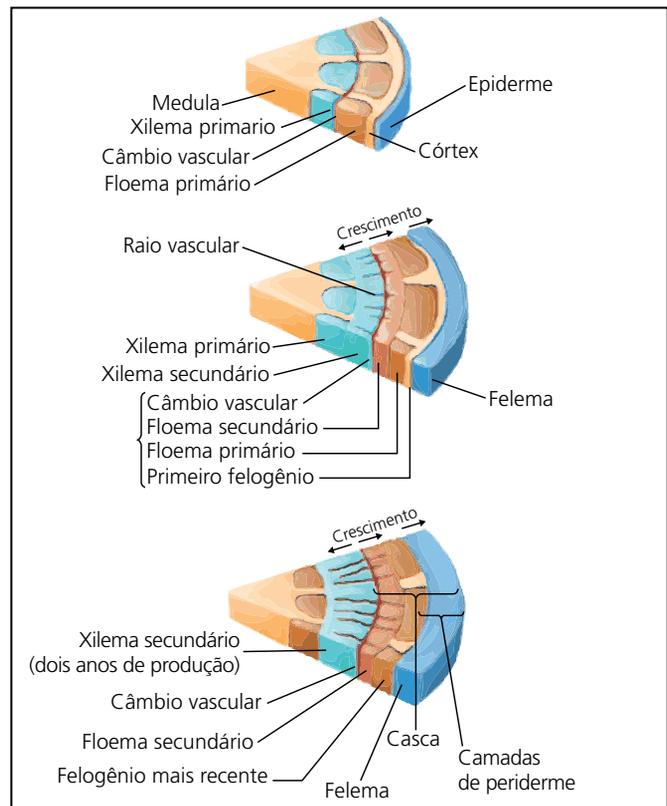
### Estrutura secundária

O crescimento secundário no caule, tal como nas raízes, é comum em gimnospermas e dicotiledôneas, não ocorrendo em pteridófitas e monocotiledôneas. Contudo, em algumas monocotiledôneas, caracterizadas como exceções, há espessamento secundário.

A estrutura secundária do caule é formada pela atividade do câmbio vascular que origina os tecidos vasculares secundários (xilema e floemas secundários) e do câmbio da casca ou câmbio suberógeno ou felogênio, que dá origem ao revestimento secundário, a periderme.



Crescimento secundário no caule de eudicotiledônea. Observe o câmbio vascular formado pelo câmbio fascicular e o interfascicular.



Crescimento secundário no caule de eudicotiledônea. Observe o espessamento do caule com a formação dos tecidos secundários.

O câmbio vascular é formado, em parte, pelo procâmbio que permanece indiferenciado entre o xilema e o floema primários, sendo agora denominado de câmbio fascicular; e, em parte, pelo parênquima das regiões interfasciculares, que volta a se dividir, dando origem ao câmbio interfascicular, que se conecta com as faixas do câmbio fascicular. Dessa forma, o câmbio vascular é formado pelo câmbio fascicular e pelo câmbio interfascicular. O câmbio vascular do caule, ao contrário daquele da raiz, possui contorno essencialmente circular desde o início de sua formação.

Nos caules lenhosos, a produção de xilema e floema secundários resulta na formação de um cilindro de tecidos vasculares secundários. Geralmente, muito mais xilema secundário do que floema secundário é produzido no caule, em qualquer época da vida da planta; esta mesma situação também ocorre na raiz. Com o crescimento secundário, o floema primário é empurrado para fora, e suas células com paredes delgadas são destruídas. Somente as células floemáticas com parede espessa permanecem intactas. Já o xilema primário fica confinado nas porções internas do caule.

O felogênio do caule surge a partir de uma camada de células corticais subjacente à epiderme. Através de divisões celulares e diferenciação, o felogênio forma, para dentro, um tecido vivo parenquimático denominado de feloderma, e, para fora, um tecido morto denominado de súber ou felema. A camada de células mortas suberificadas constitui um tecido de proteção que reveste o caule de plantas arbóreas. O súber possui lenticelas semelhantes às encontradas na raiz, sendo responsáveis pelas trocas gasosas com o meio externo. A estrutura tecidual formada pelo súber, felogênio e feloderma constitui a periderme, que substitui a epiderme como uma camada tecido de revestimento nas plantas com crescimento secundário.

A atividade do câmbio da casca, em muitas árvores, cessa após um determinado tempo, com o aparecimento de um novo felogênio mais internamente, passando a produzir novas camadas de súber e feloderma. A periderme antiga morre e passa a ser denominada de ritidoma. Com o crescimento em espessura em andamento, o ritidoma fende-se e desprega-se do tronco como placas. O ritidoma protege os tecidos mais novos da planta da perda de vapor d'água e de outros agentes deletérios do ambiente. Nas plantas adaptadas a ambientes onde o fogo é comum, o ritidoma é espessado, funcionando como isolante térmico e como barreira contra a perda excessiva de água. O ritidoma de algumas espécies tem interesse comercial, como acontece com o sobreiro, cujo ritidoma é a cortiça.

**Adendo:**

**CRESCIMENTO SECUNDÁRIO (OU PRIMÁRIO VOLUMOSO) EM MONOCOTILEDÔNEAS**

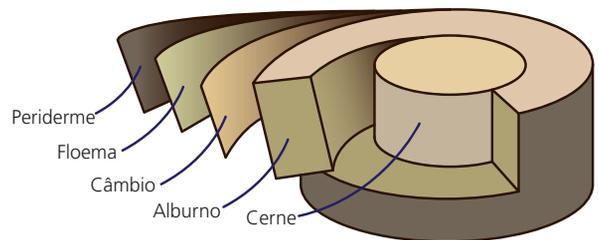
O caule das monocotiledôneas, em geral, não possui crescimento secundário, contudo, algumas espécies desenvolvem caules espessos em consequência da formação de um meristema de espessamento secundário. Este meristema origina-se do parênquima externo aos feixes vasculares, ou pode ser contínuo ao meristema de espessamento primário. Quando entra em atividade, o meristema de espessamento secundário forma novos feixes vasculares e parênquima para o centro do órgão e apenas parênquima para a periferia. Nas palmeiras verifica-se considerável espessamento caulinar, que ocorre por meio de divisões e crescimento celular do parênquima fundamental, sem que haja estabelecimento de uma faixa meristemática contínua. Esse tipo de crescimento é chamado de secundário difuso, porque a atividade meristemática não está restrita a determinada região do órgão. Após o espessamento secundário do caule, algumas monocotiledôneas formam periderme, de modo semelhante ao observado nas dicotiledôneas; outras apresentam um tipo especial de tecido protetor, o súber estratificado. Este é formado a partir de grupos de células do parênquima cortical, que se dividem e originam várias camadas de células, cujas paredes se suberificam.

**Alburno e cerne**

O lenho de uma árvore possui, geralmente, duas áreas bem diferenciadas: uma central mais escura, o cerne, e envolvida por outra, mas clara, o alburno.

O cerne é composto por xilema inativo, com vasos lenhosos não mais transportando seiva bruta, se formando a partir do alburno à medida que a planta envelhece. Durante a sua formação, as células parenquimáticas morrem, mas, antes disso, secretam corantes (brasilina no pau-brasil e hematoxilina no *Hematoxylon*), tilas, gomas, óleos, resinas, taninos, entre outros. Essas substâncias impregnam a madeira, tornando-a aromática, corada e muito resistente. Muitas dessas substâncias são antissépticas, impedindo a destruição do lenho por fungos, bactérias ou insetos. Por ser duro e resistente, o cerne fornece a madeira predileta para profissionais de marcenarias.

O alburno é formado por vasos lenhosos ativos no transporte de seiva bruta das raízes até as folhas. Vale ressaltar que em várias ocasiões, nas quais um vaso do xilema deixa de funcionar, seu interior é bloqueado por projeções citoplasmáticas de células do parênquima adjacente, denominadas de *tiloses*. Estas são formadas pela indução provocada por um agente infeccioso, atuando como um mecanismo de defesa, impedindo a disseminação do patógeno pelos vasos xilemáticos.

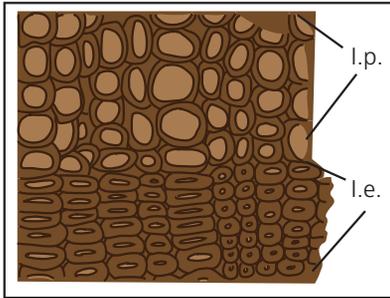


Xilema secundário, em detalhe alburno e cerne.

**Anéis de crescimento**

O funcionamento do câmbio vascular sofre variações sazonais nas zonas temperadas em resposta a alterações climáticas, formando anéis de crescimento tanto no xilema quanto no floema secundário (nem sempre tão marcante). Esses anéis de crescimento representam círculos concêntricos, principalmente no xilema, bem visualizados num tronco cortado de uma árvore. Cada **anel de crescimento** é composto por lenho primaveril e lenho estival, sendo também conhecida como **anel anual**. Pela contagem dos anéis anuais, podemos ter uma ideia aproximada da idade do vegetal.

Os anéis de xilema são visíveis pois há uma grande diferença de densidade do lenho produzido no início da estação de crescimento e aquele produzido no final, sendo bem visíveis em plantas de zonas temperadas. O **lenho inicial** ou xilema inicial ou xilema primaveril representa o retorno da atividade do xilema na primavera após um período de repouso (no inverno e em períodos de seca não há formação de xilema), possuindo densidade menor, com células mais largas (lúmens grandes) e paredes mais delgadas. Já o **lenho tardio** ou xilema tardio ou xilema estival representa o xilema antes de encerrar seu ciclo de atividade fisiológica, ocorrendo no final do verão e começo do outono (antes do inverno), possuindo densidade maior, com células mais estreitas (lúmens mais estreitos) e paredes mais espessas, funcionando mais como tecido mecânico que condutor.



Corte transversal do caule de cipreste, mostrando um anel anual: lenho primaveril (l.p.) e lenho estival (l.e.).

Vale ressaltar que a largura de cada anel de crescimento pode variar muito a cada ano em função de fatores ambientais (luz, temperatura, chuva, disponibilidade de água no solo, entre outros). Em épocas de chuvas abundantes, os anéis de crescimento são largos, já em períodos de seca, são curtos. É preciso lembrar também que, em regiões tropicais, o câmbio é ativo durante toda a vida da planta.

### Tipos de caules

A classificação dos caules pode ser de acordo com dois critérios: quanto ao meio e quanto à consistência.

Quanto ao MEIO em que se desenvolvem, os caules podem ser aéreos, subterrâneos e aquáticos.

#### 1. Caules aéreos

Os caules aéreos compreendem os eretos, rastejantes e trepadores.

##### 1. Caules eretos

São os que se desenvolvem verticalmente, mantendo-se em pé sem ponto de apoio, graças à presença de tecidos de sustentação. Podem ser dos seguintes tipos: tronco, estipe, colmo, haste e rizóforo.

**a. Tronco:** Caule bem desenvolvido, lenhoso, com diâmetro basal maior que o apical e com ramificações no ápice. É comum nas árvores e arbustos das dicotiledôneas, sendo uma exceção o mamoeiro.



Niccolò Perazzo/123RF/EasyPix

Tronco.

**b. Estipe:** Caule cilíndrico alongado, resistente, não ramificado (exceto as inflorescências), com um conjunto de folhas na parte apical. É comum entre as palmeiras e cicas.



Mikhail Kokhanchikov/123RF/EasyPix

Coqueiro – caule do tipo estipe.

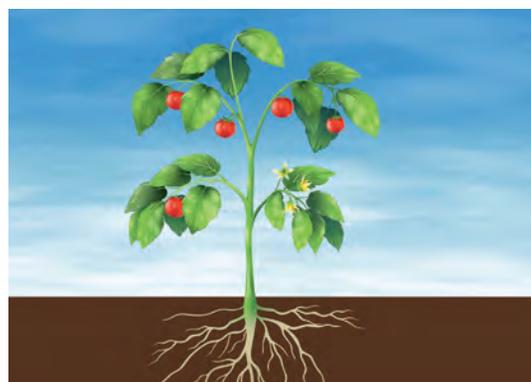
**c. Colmo:** Caule cilíndrico, com nós e internós nítidos. O colmo pode ser oco ou fistuloso, como no bambu, e cheio ou maciço, como na cana-de-açúcar. No colmo oco, a medula desaparece durante o desenvolvimento, permanecendo apenas na região dos nós.



Altin Ormanaj/123RF/EasyPix

Cana-de-açúcar.

**d. Haste:** Caule das ervas. Caule pequeno, delicado (tenro), clorofilado, pouco resistente e geralmente ramificado desde a base. Seus nós comumente só são percebidos pela presença das folhas. Ocorre em caules de begônia e agrião.



blueringmedia/123RF/EasyPix

Tomateiro, caule do tipo haste.

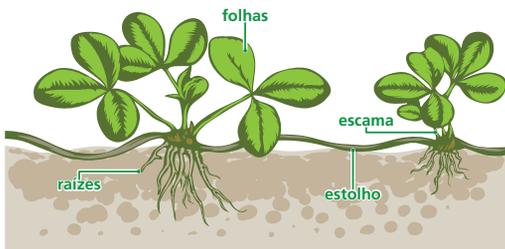
**e. Rizóforo:** Denominação das ramificações caulinares especiais originadas a partir de um eixo caulinar principal. Os rizóforos crescem em direção ao solo e formam raízes adventícias. Eles auxiliam na sustentação e estabilização de plantas ou atuam no aumento da capacidade da planta de explorar o solo ao seu redor. Ocorrem, por exemplo, em árvores da espécie *Rhizophora mangle*, comum nos manguezais brasileiros. Essas estruturas eram interpretadas há alguns anos como raízes-suporte.



Mangue Vermelho (*Rhizophora mangle*).

**II. Caules rastejantes ou estolhos**

Estes caules, também conhecidos como caules estoliníferos, são os que se espalham horizontalmente sobre a terra, não conseguindo manter-se eretos por serem pouco resistentes. Não apresentam elementos de fixação e nem conseguem se enrolar. Apresentam nós, ao nível dos quais formam raízes ou ramos aéreos, funcionando como elementos de reprodução vegetativa. Exemplos: muitas gramas de jardim, hortelã, morangueiro, melancia etc.



Estolho do morangueiro.

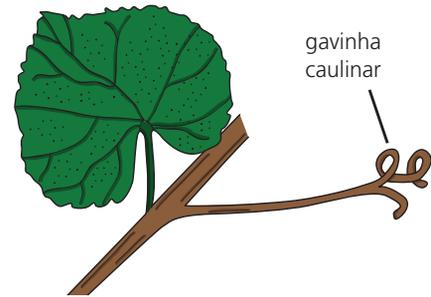


Estolho de melancia.

**III. Caules trepadores**

São os caules de plantas conhecidas como trepadeiras. Podem ser sarmentosos ou volúveis.

**a. Sarmentosos ou escandescentes:** São os que apresentam elementos de fixação representados por gavinhas ou raízes grampiformes. Exemplos: chuchu (gavinhas) e hera (raízes grampiformes).



Caule sarmentoso fixa-se a um substrato através de elementos de sustentação, como gavinhas.

**b. Volúveis:** São caules desprovidos de órgãos de fixação, enrolando-se em espiral quando encontra suporte. Esse é um movimento rotativo causado por um crescimento desigual dos lados do caule. A direção do movimento é constante na espécie. Se um caule volúvel, ao passar por trás do suporte, dirige-se para a esquerda, ele é chamado sinistrorso ou levorso (exemplos: campainhas e lúpulos). Quando se dirige para a direita, é chamado dextrorso (exemplos: madressilva e feijoeiro).



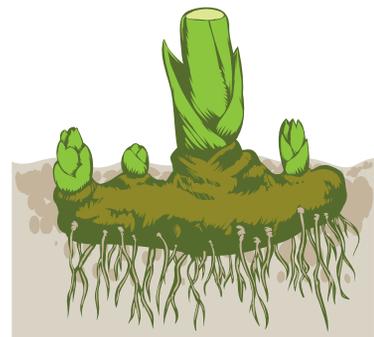
Caule volúvel fixa-se a um substrato enrolando-se em espiral.

**2. Caules subterrâneos**

Os caules subterrâneos compreendem os rizomas, tubérculos, bulbos e cormos. Geralmente, são estruturas de reserva de alimentos.

**I. Rizomas**

Caules subterrâneos, aproximadamente cilíndricos, que se desenvolvem paralelos à superfície da terra. Podem emitir ramos aéreos a partir da gema apical ou das gemas laterais. São exemplos: bananeira, íris, samambaia e espada de São Jorge.

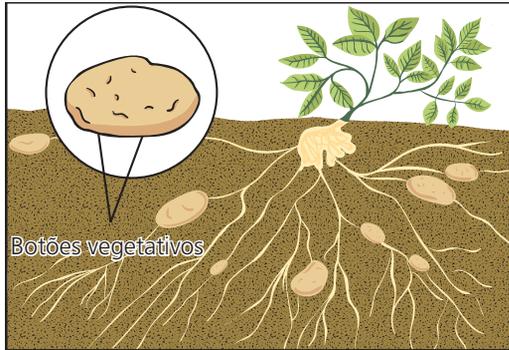


Rizoma de bananeira.

**II. Tubérculos**

São caules subterrâneos dilatados por apresentarem reservas nutritivas. São considerados como rizomas hipertrofiados; entretanto, diferem deles pelo crescimento limitado e falta de raízes. São exemplos: cará, inhame e batata-inglesa (batatinha).

No caso da batata-inglesa, os tubérculos são ramos laterais do caule. Os tubérculos caulinares diferem das raízes tuberosas por apresentarem gemas dormentes protegidas por escamas. Na batata-inglesa, as gemas são conhecidas como "olhos". Essas gemas podem brotar e garantir a reprodução vegetativa quando, por fatores desfavoráveis como frio ou seca, as partes aéreas não sobrevivem.



Botões vegetativos

Batata-inglesa.



maclenn/123RF/EasyPix

Colheita de Batata-inglesa.

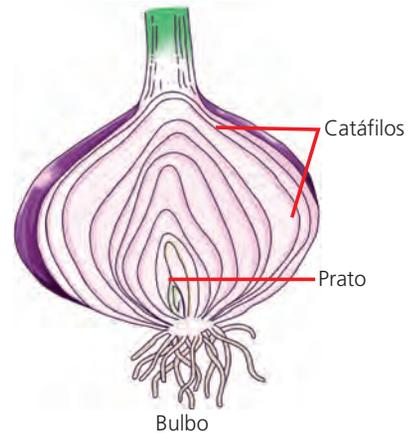
**III. Bulbos**

Não são apenas caules, mas sim órgãos mais complexos, formados por caule e folhas modificadas. Apresentam uma porção central, pequena, denominada prato, que representa a porção caulinar, envolvido por folhas modificadas, os catáfilos, que são suculentos por armazenarem substâncias nutritivas. Na parte superior do prato há um botão vegetativo que, ao se desenvolver, forma uma nova planta. Na parte inferior formam-se raízes. Podemos reconhecer três tipos de bulbos: tunicado, escamoso e cheio.

- **Bulbo tunicado:** formado por catáfilos ricos em substâncias nutritivas e dispostos concêntrica e em torno de um caule reduzido denominado de prato. São exemplos: cebola (bulbo tunicado simples) e alho (bulbo tunicado composto com cada dente com uma organização similar ao bulbo simples da cebola, sendo cada dente-de-alho um bulbilho).



Bulbo simples da cebola.



Detalhe da estrutura interna de um bulbo simples.



*Garlic (Allium sativum)*

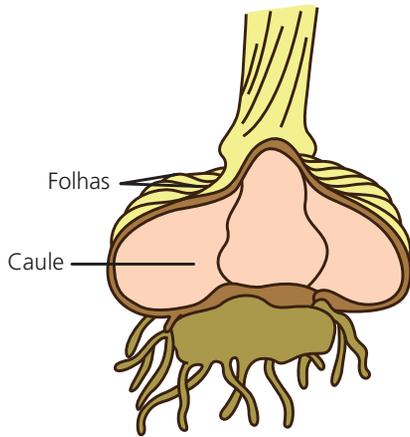
Bulbo composto de alho.

Tristan Berlund/123RF/EasyPix

- **Bulbo escamoso:** formado por catáfilos ricos em substâncias nutritivas com disposição de escamas parcialmente sobrepostas (imbricadas como telhas num telhado) em torno do botão vegetativo. Exemplo: lírio.
- **Bulbo cheio:** formado por escamas menos numerosas que o bulbo escamoso, revestindo o bulbo como se fosse uma casca. Bulbos cheios estão presentes na palma.

IV. Cormos

São semelhantes aos bulbos e por alguns autores chamados bulbos maciços ou sólidos. São comparados a rizomas que sofreram um encurtamento de tal modo que seus nós são muito próximos. São estruturas sólidas, chatas, que crescem perpendicularmente à superfície do solo, com muitas reservas nutritivas no caule carnoso. Seus catáfilos, secos e bem menores que os do bulbo, envolvem completamente o cormo e apresentam gemas laterais nas axilas dos catáfilos. São exemplos: palma-de-Santa-Rita (gladiolo) e açafraão.



Cormo de gladiolo.

3. Caules aquáticos

Os caules aquáticos são pouco desenvolvidos, delicados, quase sempre clorofilados, com aerênquimas (parênquima armazenador de ar), facilitando a respiração e a flutuação da planta. São exemplos, os presentes em plantas como a: nenúfar, vitória-régia e aguapé.

Quanto à **consistência**, os caules podem ser herbáceos, sublenhosos e lenhosos.

1. **Herbáceo:** é o caule das ervas, pouco consistente e tenro. Exemplo: alface, begônia e agrião.
2. **Sublenhoso:** é o caule comum nos arbustos, duro na base e tenro no ápice. Exemplos: milho e arroz.
3. **Lenhoso:** é o caule comum nas árvores. É resistente, devido ao acentuado desenvolvimento dos tecidos de sustentação. Exemplos: palmeira, mangueira e paineira.

Modificações do caule

O caule pode assumir aspectos diferentes dos tipos mais comuns, e essas modificações geralmente são adaptações a condições especiais. O caule pode ser transformado em gavinhas, espinhos ou então, adquirir uma forma achatada, em substituição às folhas ausentes, reduzidas ou ainda transformadas em espinhos. As principais adaptações caulinares são: gavinhas, espinhos, cladódios, filocládios e xilopódios.

- **Gavinhas:** são ramos modificados que servem para a fixação de plantas trepadeiras. Ao encontrar um substrato adequado, as gavinhas crescem enrolando-se sobre ele. As gavinhas das videiras, por constituírem modificações caulinares, podem produzir algumas vezes folhas e até mesmo flores.



Chad Zuber/123RF/Easypix

Gavinhas.

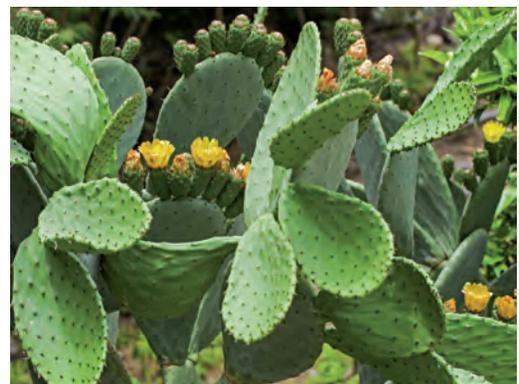
- **Espinhos:** são ramos curtos, resistentes e com ponta afiada, cuja função é de proteger a planta, afastando dela animais que poderiam lesioná-la. Os espinhos tanto podem surgir de modificações de folhas, como nas cactáceas, como se originar do caule. Nesse caso formam-se nas axilas das folhas, a partir de gema axilar, como ocorre nos limoeiros e laranjeiras.



Espinhos de caule do limoeiro.

**Obs.:** nas roseiras não há espinhos verdadeiros e sim acúleos, estruturas afiadas originadas da epiderme, o que explica serem facilmente destacáveis da planta, ao contrário dos espinhos.

- **Cladódio:** caule modificado com função fotossintetizante (possui parênquima clorofiliano e estômatos) e de reserva de água (possui parênquima aquífero). O caule é achatado, longo, permanentemente verde, com folhas transformadas em espinhos (objetivando reduzir a transpiração) e com crescimento contínuo. Sua natureza caulinar pode ser comprovada pela formação de flores. Ocorre em cactos.



Pasquale Gagliano/123RF/Easypix

Figo-da-Índia é uma espécie de cacto com caule cladódio.

- **Filocládio:** similar ao cladódio, mas com ramos curtos, de crescimento limitado, sendo, também, sua natureza caulinar, só percebida pela presença de flores. Ocorre no aspargo e no *Ruscus*.



Anna Bogush/123RF/Easygpk

*Ruscus sp.*

- **Xilopódio:** órgão subterrâneo de natureza incerta (caulinar, radicular ou mista), lignificado, rico em água e substâncias nutritivas. É muito importante para garantir a vida da planta quando, por ocasião do frio, seca ou queimada, as partes aéreas não sobrevivem. É encontrado em plantas da caatinga (Ex.: maniçoba) e do cerrado (Ex.: caiapiá).



Xilopódio.

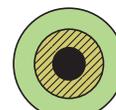
**Obs.:** a *cauliflora* fenômeno típico de certas plantas, por exemplo jabuticabeira, cacauieiro, jaqueira, que produzem flores e posteriormente frutos no tronco e em ramos velhos, a partir de gemas dormentes.

## Leitura Complementar

### VARIAÇÕES DO ESTELO DAS PLANTAS

O cilindro central ou estelo pode se apresentar com as seguintes estruturas, a saber:

- a) **Estrutura protostélica:** é a mais simples e, provavelmente, o tipo mais primitivo, na qual o lenho está no centro e envolvido pelo líber. Não há medula. Essa estrutura é encontrada nas Pteridófitas, como algumas Filicíneas (samambaias) e Lycopodíneas.



Protostelo

- b) **Estrutura sifonostélica:** já apresenta medula, a qual se acha envolvida pelo lenho e este pelo líber. É típica de algumas Dicotiledôneas.



Sifonostelo

- c) **Estrutura eustélica:** é aquela em que o lenho se acha envolvido pelo líber, formando feixes separados uns dos outros pelos raios medulares. É típica de algumas Dicotiledôneas. Tanto a estrutura sifonostélica como a eustélica podem ser chamadas de estrutura monostélica.



Eustelo

- d) **Estrutura atactostélica ou satélica:** feixes líbero-lenhosos difusamente localizados no cilindro central, sendo que o líber fica sempre para fora do lenho. É característica das Monocotiledôneas.



Atactostelo

- e) **Estrutura actinostélica:** é aquela em que o lenho apresenta-se em cruz e o líber se acha entre os braços dessa cruz. É encontrada em algumas Filicíneas.



Actinostelo

- f) **Estrutura polistélica:** é aquela em que há colunas de lenho envolvidas totalmente por colunas de líber. Admite-se que alguns desses estelos podem dar origem a outros.



Polistelo

## Folhas

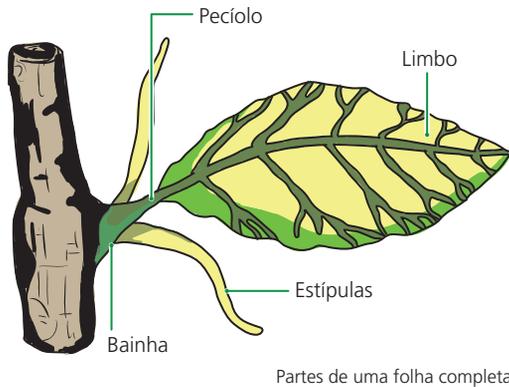
A folha representa uma expansão lateral do caule, sendo geralmente laminar e verde, tendo como principal função realizar fotossíntese. As folhas também realizam outras funções importantes como respiração, transpiração, gutação, preservação de água e defesa. Sua morfologia laminar favorece uma maior área de contato da luz sobre os cloroplastos do parênquima foliar, além de favorecer a absorção de gás carbônico. A folha possui somente uma estrutura primária, derivada do primórdio foliar.

As folhas têm a mesma origem embriológica do caule, ou seja, a partir da gêmula do embrião. Apresentam origem exógena nas proximidades da superfície do meristema apical, como agrupamentos localizados, chamados primórdios de folhas.

O crescimento foliar se faz por um crescimento apical e um intercalar. O crescimento intercalar é mais intenso que o apical, de modo que o crescimento cessa mais cedo no ápice do que na base. O crescimento das folhas é limitado ou determinado, pois é de curta duração quando comparado ao do caule. Há exceções como é o caso das *samambaias de metro* e do *Lygodium volubile*, pteridófito frequente nas nossas matas, cujas folhas muito longas se enrolam na vegetação subindo como uma trepadeira, constituindo um exemplo de crescimento indeterminado.

**Morfologia externa**

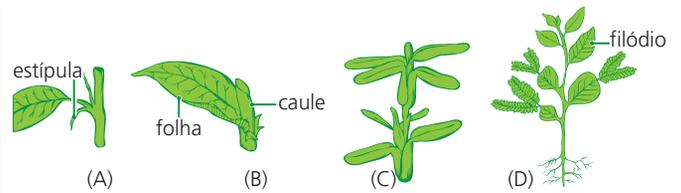
A folha é completa quando possui limbo, pecíolo, bainha e estípulas, sendo que qualquer uma dessas partes pode faltar, sendo mais rara a ausência de limbo.



- **Limbo:** estrutura laminar achatada que representa a maior parte da folha, percorrido por finas saliências chamadas de nervuras que são feixes líbero-lenhosos. Possui uma extremidade livre, o ápice, e uma extremidade presa ao pecíolo, a base. Apresenta também uma face ventral, adaxial, superior, geralmente brilhante e uma dorsal, abaxial, inferior, geralmente fosca.
- **Pecíolo:** também denominada de pedúnculo, geralmente cilíndrico, que sustenta o limbo. Inere-se diretamente no caule ou através da bainha. Pode ser longo como nas folhas de mamoeiro ou curto como nas folhas da goiabeira, podendo ser oco como nas folhas de mamona e até possuir expansões laterais e ser alado como nas folhas do limoeiro. É frequente nas dicotiledôneas.
- **Bainha:** é uma dilatação do pecíolo que se insere parcial ou totalmente no caule. A bainha existe nas monocotiledôneas e em algumas dicotiledôneas.
- **Estípulas:** pequenas formações dos lados da bainha e que protegem o meristema nas folhas jovens. Podem ser bem pequenas como no hibisco ou grandes como na ervilha. Em coroa-de-Cristo, as estípulas transformam-se em espinhos. A ócrea consiste na fusão de duas estípulas que envolvem o caule, ocorrendo no tapete inglês (*Polygonum capitatum* – *Polygonaceae*).

Caso falte qualquer um desses elementos foliares, a folha será incompleta. Uma folha incompleta pode ser peciolada, séssil, invaginante e filódio.

- **Peciolada:** folha que não apresenta bainha, com o pecíolo inserindo-se diretamente no caule, sendo comum em dicotiledôneas. Ocorre na folha de abóbora.
- **Séssil:** folha sem pecíolo e bainha, com o limbo inserindo-se diretamente no caule. Ocorre na folha de tabaco.
- **Invaginante:** folha sem pecíolo, com bainha bem desenvolvida. Ocorre na folha de grama, do milho e da cana-de-açúcar. É comum em monocotiledôneas.
- **Filódio:** folha sem limbo, com o pecíolo alargado, fazendo as funções do limbo. Ocorre na folha de acácia.



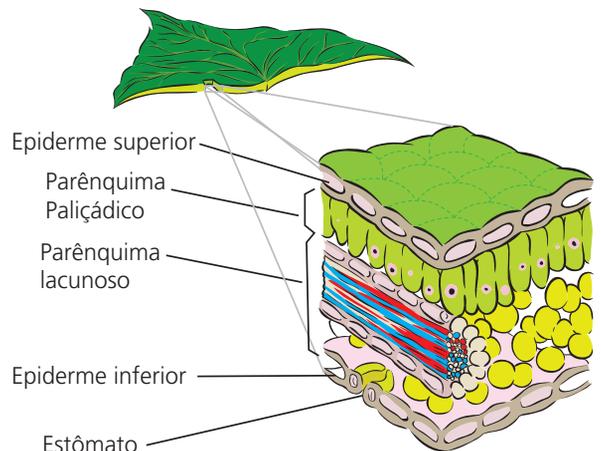
Folhas incompletas. (A) peciolada de pereira; (B) séssil de fumo; (C) invaginante de grama-de-jardim; (D) filódio de acácia, mostrando sua origem.

**Morfologia interna**

A folha é composta geralmente das seguintes partes: epiderme, mesófilo e vasos condutores de seiva associados a tecidos de sustentação, compondo as chamadas nervuras.

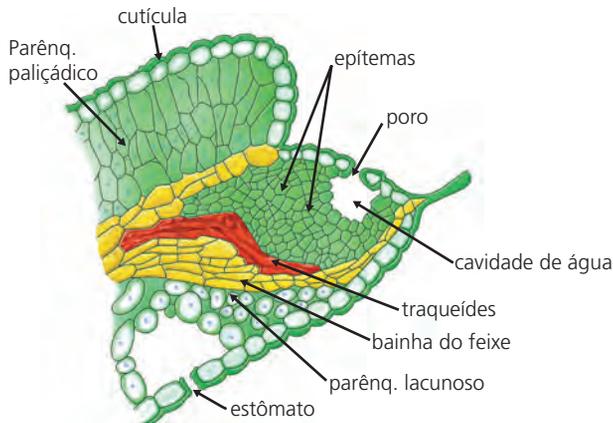
A epiderme é normalmente uniestratificada, com células justapostas, ou seja, que não deixam espaços entre si, salvo na região dos estômatos, onde pode se formar poros denominados de ostíolos. Plantas de regiões secas, conhecidas como xerófitas, podem apresentar epiderme foliar multiestratificada, como sendo uma adaptação, visando a redução da perda de água por evaporação cuticular. Os estômatos são estruturas responsáveis pelas trocas gasosas entre a planta e o ambiente externo, sendo geralmente disposto na face inferior da folha. Vale ressaltar que as células estomáticas são as únicas da epiderme a possuírem cloroplastos. Os estômatos se organizam em fileiras paralelas em relação ao maior eixo nas folhas de monocotiledôneas, já nas plantas em geral, apresentam uma disposição aleatória na superfície foliar. Folhas de plantas xerófitas possuem, geralmente, mais estômatos que as outras plantas, sendo uma adaptação a áreas secas, pois a abertura de uma grande quantidade de estômatos garante uma troca gasosa mais eficiente durante os pequenos intervalos de tempo nos quais o suprimento de água aumenta no solo, como exemplo, após uma chuva. As células da epiderme secretam comumente substâncias como a cutina e cera, formando uma camada na superfície foliar denominada de cutícula, que funciona como uma barreira, reduzindo a perda de água pela superfície foliar.

A epiderme foliar pode ser superior ou adaxial ou inferior ou abaxial. Em relação aos estômatos, as folhas podem ser epistomáticas, hipostomáticas e anfiestomáticas. Nas folhas epistomáticas, só há estômatos na epiderme superior. Nas folhas hipostomáticas só há estômatos na epiderme inferior. Já nas folhas anfiestomáticas, há estômatos na epiderme superior e na inferior. Quando a folha é anfiestomática, a epiderme superior apresenta, geralmente, menos estômatos e é mais cutinizada que a epiderme inferior. Os estômatos podem aparecer isolados, reunidos em placas estomáticas ou em cavidades cheias de tricomas, as criptas estomáticas (como ocorre na folha de espirradeira).



Estrutura interna de uma folha hipostomática.

As folhas também podem ter hidatódios, estruturas responsáveis pela eliminação de soluções aquosas muito diluídas do interior da folha em direção à superfície foliar, sendo este mecanismo denominado de gutação ou sudação, ocorrendo quando há redução brusca da taxa de transpiração, como acontece à noite.



Detalhe de um hidatódio na extremidade de uma folha.



Gutação ou sudação.

O mesófilo representa um tecido entre a epiderme superior e inferior, possuindo cloroplastos e espaços entre as células, sendo importantes características adaptativas para a realização da fotossíntese. O mesófilo possui parênquima clorofiliano (clorênquima) e feixes vasculares. Elementos de sustentação, secreção e reserva também podem ocorrer nessa região da folha. O parênquima clorofiliano é dividido em paliçádico e lacunoso. O parênquima paliçádico possui células que se dispõem semelhante a palitos em uma paliteira, ou seja, com seu maior eixo perpendicular à epiderme. Já o parênquima lacunoso possui espaços que se caracterizam por áreas do mesófilo não preenchidas por células, sendo importantes para o fluxo de gases no interior da folha. O parênquima paliçádico possui mais cloroplastos que o lacunoso, e, portanto, representa a parte do parênquima clorofiliano com uma maior taxa fotossintetizante.

O mesófilo pode ser classificado em assimétrico (folha dorsiventral), simétrico (folha isolateral) ou indiferente. O assimétrico, em geral, nas dicotiledôneas, apresenta o parênquima paliçádico numa face e o lacunoso na outra, sendo que o parênquima paliçádico ocorre na face da folha que recebe mais luz. O simétrico apresenta o parênquima paliçádico, lacunoso e paliçádico novamente, sendo uma adaptação às folhas de plantas que recebem luz aproximadamente em igual quantidade nas duas faces, como geralmente ocorre nas monocotiledôneas. Já o indiferente é aquele que não obedece às disposições acima citadas.

Nas folhas de sombra, o parênquima paliçádico é reduzido ou ausente, confirmando a ideia que a função desse parênquima é diminuir a intensidade luminosa nas partes mais internas do órgão, pois esse tipo de radiação, em excesso, é danoso para as estruturas celulares da folha.

O padrão de disposição das nervuras na folha denomina-se de venação. As nervuras são representadas pelos feixes vasculares associados a tecidos de sustentação e, nas folhas, o xilema fica voltado para a epiderme superior e o floema para a inferior. Na folha da maioria das monocotiledôneas, as nervuras têm aproximadamente mesma espessura ao longo de todo seu comprimento e organizam-se paralelamente entre si, sendo denominadas de folhas paralelinérvias. Nas demais angiospermas, as nervuras organizam-se de forma ramificada, gerando gradativamente feixes cada vez mais finos, sendo denominadas de folhas pinérvias.

Nas extremidades dos feixes vasculares das folhas, os vasos lenhosos e liberianos são cobertos por células especiais do mesófilo com poucos cloroplastos, formando o que chamamos de células da bainha do feixe. Estas células asseguram que os tecidos condutores de seiva não entrem em contato com o ar, controlando também o seu fluxo de entrada e saída de substâncias. As células da bainha do feixe garantem que os íons minerais trazidos pelo xilema sejam transferidos para as demais células do mesófilo e que os fotossinatos (produtos da fotossíntese) sejam repassados do mesófilo para o floema.

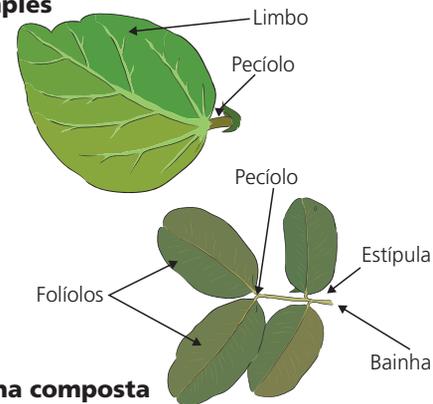
## Tipos de folhas

### • Quanto à morfologia

As folhas podem ser:

- I. **Simples:** são aquelas que o limbo é único.
- II. **Compostas:** são aquelas que o limbo está dividido em folíolos ou folhas secundárias.

#### Folha simples



#### Folha composta

Morfologia foliar, folha simples e composta.

### • Quanto à duração

O tempo de vida das folhas é geralmente curto e estas, quando senescentes, se destacam do caule e caem ao solo. O fenômeno que causa a queda das folhas é conhecido como abscisão foliar.

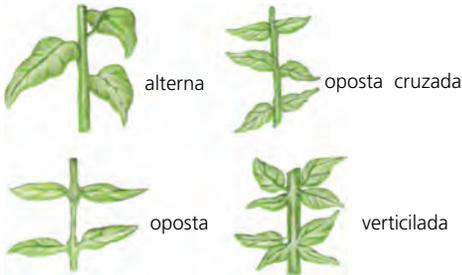
As folhas, quanto à duração, podem ser:

- I. **Caducas ou decíduas:** são as que caem em certa época do ano, geralmente no outono. Ex.: eritrina, videira, caquizeiro e paineira. As plantas, neste caso, ficam completamente destituídas de folhas.
- II. **Persistentes ou sempre-verdes:** são as que perduram muito tempo. Ex.: pinheiro, mangueira e jabuticabeira. Neste caso, as folhas individuais sofrem abscisão depois de um ou mais anos de crescimento e desenvolvimento, mas as folhas não caem todas de uma só vez.

**Quanto à filotaxia**

Filotaxia é o estudo da disposição das folhas no caule. Segundo a filotaxia, as folhas podem ser:

- I. **Alternas:** quando de cada nó sai apenas uma folha. Ex.: roseira e limoeiro.
- II. **Opostas:** quando de cada nó saem duas folhas, uma de cada lado. Ex.: araquê.
- III. **Opostas cruzadas:** quando as folhas opostas de um nó formam um ângulo reto com as folhas opostas do nó seguinte. Ex.: quaresmeira e goiabeira.
- IV. **Verticiladas:** quando de um nó saem três ou mais folhas. Ex.: espírradeira e verônica.

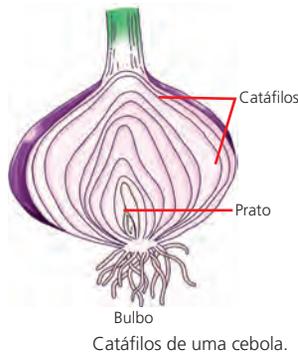


**Modificações foliares**

As modificações foliares estão relacionadas com as funções desempenhadas pelas folhas. As principais são: protetora, nutridora, fixadora e reprodutora.

**Função protetora**

- I. **Escamas:** folhas sésseis encontradas em rizomas e bulbos, também conhecidas como catáfilos ou túnicas. Podem funcionar também como órgãos de reserva.



- II. **Brácteas:** folhas modificadas, quase sempre coloridas, que protegem flores isoladas ou inflorescências. Muitas vezes funcionam como elementos de atração, auxiliando a polinização. Ocorre nas três-marias.



- III. **Espata:** é uma bráctea muito desenvolvida que protege os órgãos reprodutores de algumas plantas. Ocorre no copo-de-leite.



Espata de copo-de-leite.

- IV. **Glumas:** são brácteas duras, secas que protegem os órgãos reprodutores das gramíneas, os quais não possuem perianto.
- V. **Espinhos:** elementos pontiagudos, neste caso, resultantes da transformação de folhas, objetivando reduzir a perda de água por evapotranspiração, ocorrendo nos cactos.



Espinho de cacto.

**Função nutritiva**

- I. **Cotilédones:** folhas encontradas no embrião da semente, podendo acumular reservas, que serão consumidas à medida que a plântula vai se desenvolvendo. Bem visível no feijão durante a germinação de sua semente.
- II. **Folhas insetívoras:** Folhas encontradas em plantas carnívoras, adaptadas à função de prender e digerir pequenos animais, pelo fato de possuírem glândulas cuja secreção é rica em enzimas proteolíticas. O produto da digestão dos animais aprisionados é assimilado pelas próprias folhas modificadas, ocorrendo em *Drosera*, *Dionaea* e *Nepenthes*. Na *Drosera*, a superfície foliar coberta por pelos glandulares que secretam uma substância viscosa. Esses pelos apresentam irritabilidade e se dobram sobre um inseto que pouse na superfície das folhas, causando seu aprisionamento, ao mesmo tempo que o inseto vai sendo digerido pelas substâncias produzidas através dos pelos glandulares.



Ex.: *Dionea sp* e *Nepenthes sp.*

III. **Folhas coletoras:** nas plantas epífitas é comum a presença de estruturas semelhantes a ninhos ou bolsas, formadas pelas folhas, com a função de acumular água para a planta. Essa água é absorvida por raízes ou pelos especiais. Como exemplo, podemos citar as bromeliáceas epífitas e o *Platyterium*. Esta planta representa um tipo de samambaia, também conhecida como chifre-de-veado, que apresenta folhas fotossintetizantes alongadas, bifurcadas no ápice e, na base destas, há folhas coletoras circulares.

IV. **Folhas suculentas:** folhas com parênquima aquífero bem desenvolvido, ocorrendo na babosa.

• **Função fixadora**

As **gavinhas** são expansões filiformes que se fixam a um suporte, ocorrendo no chuchu, ervilha e abóbora.



Ex.: folíolos de ervilha.

• **Função reprodutora**

I. **Reprodução vegetativa:** as folhas de certas plantas podem funcionar como elementos de reprodução vegetativa. As novas plantinhas formam-se em reentrâncias dos bordos da folha, onde encontram-se células meristemáticas. As folhas de begônia e fortuna “brotam” quando destacadas da planta-mãe.

II. **Soros:** estruturas reprodutoras encontradas nas pteridófitas e que possuem um conjunto de esporângios formadores de esporos.

III. **Antófilos:** elementos florais como os estames e carpelos são folhas modificadas adaptadas para a reprodução.

• **Heterofilia**

A heterofilia consiste na presença de folhas diferentes na mesma planta. Na planta de feijão ocorrem três tipos de folhas, os cotilédones (reniformes), as folhas primárias (cordiforme) e as folhas definitivas (compostas trifoliadas). Nas plantas carnívoras, existem folhas que apreendem insetos e outras folhas que realizam fotossíntese. Na planta de eucalipto encontramos folhas lanceoladas e falciformes (forma de foice). Na planta aquática sagitária há folhas submersas, flutuantes e aéreas. As primeiras são fitas longas e delgadas (lineares), acomodando-se ao movimento das águas, não sofrendo rompimento no seu limbo, as segundas apresentam superfície grande, facilitando a flutuação (cordiformes) e, finalmente, as aéreas são sagitadas.



Heterofilia.

**Leitura Complementar**

**Classificação detalhada da morfologia foliar**

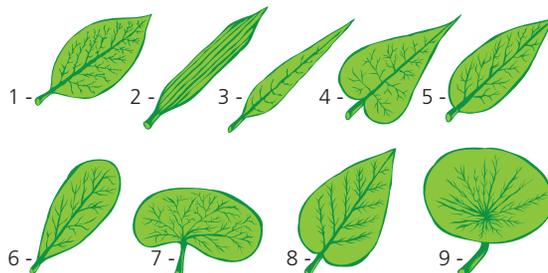
I. **Folhas simples**

A) **Quanto à consistência do limbo:**

1. **Suculentas:** são as que armazenam substâncias nutritivas. Ex.: Saião.
2. **Coriáceas:** são as que apresentam consistência de couro. Ex.: Eucalipto.
3. **Membranosas:** são folhas finas e pouco resistentes. Ex.: maioria das folhas.

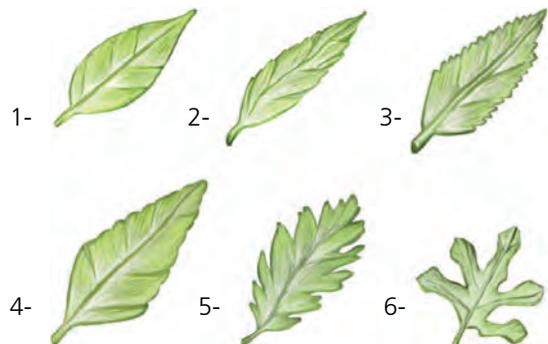
B) **Quanto à forma do limbo:**

1. **Elíptica:** quando lembra uma elipse. Ex.: laranja.
2. **Filiforme:** quando forem longas, finas e achatadas. Ex.: gramíneas.
3. **Aciculada:** em forma de agulha. Ex.: pinheiro.
4. **Sagitada:** em forma de seta. Ex.: copo-de-leite e tinhorão.
5. **Lanceolada:** em ponta-de-lança. Ex.: boca-de-leão.
6. **Espatulada:** em forma de espátula. Ex.: goivo.
7. **Reniforme:** em forma de rim. Ex.: violeta.
8. **Cordiforme:** em forma de coração. Ex.: batata-doce.
9. **Peltada:** mais ou menos arredondada, com o pecíolo preso na região central da folha. Ex.: chagas e vitória-régia.



C) **Quanto ao bordo do limbo:**

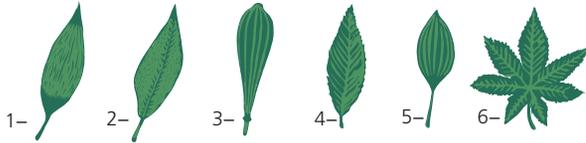
1. **Lisa:** quando o bordo não possui reentrâncias. Ex.: cravo.
2. **Serrilhada:** bordo com pequenos recortes semelhantes à serra. Ex.: roseira.
3. **Denteada:** com pequenos recortes semelhantes a dentes. Ex.: dália.
4. **Crenada:** quando os recortes não forem pontiagudos e sim arredondados. Ex.: gerânio.
5. **Incisa ou Partida:** quando as chanfraduras quase atingirem a nervura principal. Ex.: *Sonchus*.
6. **Lobada ou fendida:** quando as chanfraduras atingirem a meia distância entre o bordo do limbo e nervura principal. Ex.: figo.



D) **Quanto às nervuras:**

1. **Enervada:** quando não possui nervuras visíveis. Ex.: babosa.
2. **Uninérvea:** quando há apenas uma nervura visível. Ex.: cravo.

3. **Paralelinérvea:** quando as nervuras são paralelas entre si. Ex.: monocotiledôneas em geral.
4. **Peninérvea:** quando as nervuras se dispõem em formato de pena. Ex.: dicotiledôneas em geral.
5. **Curvinérvea:** quando as nervuras divergem na base e convergem no ápice. Ex.: lírio.
6. **Palminérvea:** quando as nervuras saem do ponto de inserção do pecíolo e se dirigem ao bordo do limbo. Ex.: mamão.

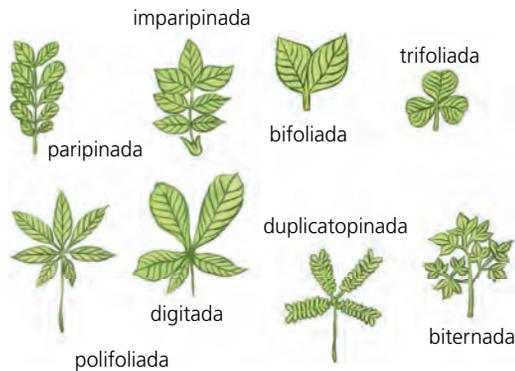


**II. Folhas compostas**

O limbo de uma folha pode ser dividido, sendo cada porção do limbo denominado folíolo. Esta folha é chamada composta, em oposição à folha simples. Podem ocorrer folhas compostas dos seguintes tipos:

- A) Folíolos inseridos ao longo de todo o pecíolo principal, do tipo penado. A folha penada pode ser:
  1. **Paripenada:** com número par de folíolos. Ex.: cássia e tamarindo.
  2. **Imparipenada:** com número ímpar de folíolos. Ex.: roseira.
- B) Folíolos inseridos no fim do pecíolo principal, do tipo palmado ou digitado. Neste caso, a folha pode ser:
  1. **Bifoliada:** com dois folíolos. Ex.: unha de vaca.
  2. **Trifoliada:** com três folíolos. Ex.: trevo.
  3. **Polifoliada:** com mais de três folíolos. Ex.: campânula.
- C) Folhas duplamente compostas podem ser:
  1. **Biternada:** folha duas vezes dividida em três. Ex.: salsa.
  2. **Duplicatopinada ou bipinada:** folha duas vezes pinada. Ex.: sensitiva.

**Obs.:** quando na folha composta os pecíolos se ramificam a partir de um mesmo ponto, lembrando a posição dos dedos, a folha é chamada digitada ou palmada.



**Exercícios de Fixação**

**01.** (USCS – Medicina/2016) A posição e a distribuição dos estômatos nas folhas estão relacionadas às condições do ambiente em que a planta vive. Os estômatos podem estar presentes apenas na face superior ou apenas na face inferior da folha; igualmente distribuídos por ambas as faces; ou em maior número em uma das faces da folha.

As fotos apresentam, respectivamente, folhas da vitória-régia, planta aquática típica da Amazônia, e folhas do ipê-amarelo, que ocorre no cerrado brasileiro.



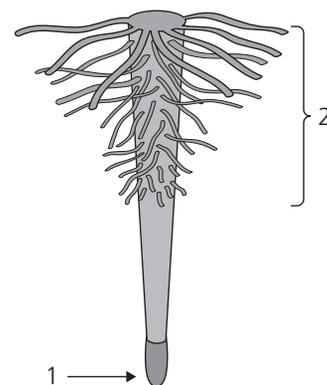
Vitória-régia (*Victoria amazonica*)



Ipê-amarelo (*Tabebuia chrysostricha*)

- A) No caso das folhas da vitória-régia, os estômatos se localizam em sua face superior ou em sua face inferior? Justifique sua resposta.
- B) No caso das folhas do ipê-amarelo, os estômatos se concentram em sua face superior ou em sua face inferior? Justifique sua resposta.

**02.** (FMJ/2016) A figura ilustra algumas das principais partes da raiz de uma planta eudicotiledônea.



- A) Indique as funções das estruturas apontadas pelos números 1 e 2, respectivamente.
- B) No interior da raiz existe a endoderme, formada por células bem unidas entre si e dotadas de reforços impermeáveis, chamadas estrias de Caspary. Explique a vantagem desses reforços impermeáveis que auxiliam na principal função da raiz.

03. (UFG/2013) A conquista de diferentes ambientes pelos seres vivos depende de processos evolutivos que, muitas vezes, resultam na modificação de órgãos para adaptação à nova condição ambiental. Nesse aspecto, as brácteas coloridas e os espinhos são adaptações foliares que visam, respectivamente:
- nutrir a planta e realizar a fotossíntese.
  - atrair polinizadores e fornecer proteção.
  - dispersar as sementes e nutrir a planta.
  - economizar água e realizar fotossíntese.
  - proteger contra insolação e realizar transpiração.

04. (UFRN/2012) O palmito juçara é extraído do topo da palmeira *Euterpe edulis Martius* (parente do açaí), outrora abundante em toda a Mata Atlântica. Para essa extração é realizado um corte que produz um único rolo de palmito e é responsável pela parada de crescimento e morte da árvore. Uma alternativa para a produção comercial de palmito é a pupunha (*Bactris gasipaes*, Kunth), que, além de ser mais fácil de cultivar, diferente da juçara, é capaz de sobreviver à mutilação, fazendo brotar novos ramos. Essa limitação de sobrevivência da palmeira juçara ao corte se explica porque:

- na retirada do palmito do interior do caule, há comprometimento da condução da seiva.
- nessa planta, inexistente tecido de expansão celular além daquele encontrado no ápice do caule.
- em todas as palmeiras, não há folhas além daquelas localizadas no topo da planta.
- nessa espécie, a ausência de gemas laterais não permite a formação de novos ramos.

05. (Enem (Libras)/2017) Os manguezais são considerados um ecossistema costeiro de transição, pois são terrestres e estão localizados no encontro das águas dos rios com o mar. Estão sujeitos ao regime das marés e são dominados por espécies vegetais típicas, que conseguem se desenvolver nesse ambiente de elevada salinidade. Nos manguezais, é comum observar raízes suporte, que ajudam na sustentação em função do solo lodoso, bem como raízes que crescem verticalmente do solo (geotropismo negativo).

Disponível em: <<http://vivimarc.sites.uol.com.br>>. Acesso em: 20 fev. 2012. Adaptado.

Essas últimas raízes citadas desenvolvem estruturas em sua porção aérea relacionadas à

- flutuação.
- transpiração.
- troca gasosa.
- excreção de sal.
- absorção de nutrientes.

06. (Uece/2017) Considerando as raízes das angiospermas, assinale a opção que apresenta corretamente os tipos de raiz correspondentes às seguintes descrições:

- Atua como órgão de reserva de alimento, que, nas plantas, se encontra na forma de amido;
- Seu eixo principal é subterrâneo e profundo, possuindo ramificações que garantem a fixação da planta no solo;
- Comum em plantas aéreas, busca envolver a planta hospedeira, comprometendo a circulação da seiva;
- Os ramos radiculares são fundidos ao caule e são importantes na fixação da planta no solo.

A sequência correta é:

- I. tuberosa; II. pivotante; III. estrangulante; IV. tabular.
- I. catáfilo; II. pneumatóforo; III. estrangulante; IV. escora.
- I. catáfilo; II. sugadora; III. fasciculada, IV. tabular.
- I. tuberosa; II. axial; III. rizóide; IV. escora.

07. (Uece/2017) As raízes das angiospermas podem apresentar especializações que permitem classificá-las em diversos tipos. É correto afirmar que as raízes

- escoras apresentam um revestimento chamado velame, uma epiderme multiestratificada.
- respiratórias ou pneumatóforos são adaptadas à realização de trocas gasosas que ocorrem nos pneumatódios.
- tuberosas possuem o apreensório para se fixarem ao hospedeiro e de onde partem finas projeções, os haustórios.
- sugadoras armazenam reservas nutritivas, principalmente o amido, e por isso apresentam grande diâmetro.

08. (Uece/2017 – Modificada) Para uma refeição familiar, preparou-se uma sopa com 2 cebolas, 1 couve-flor, 2 cenouras e 3 mandioquinhas. Considerando os ingredientes listados, do ponto de vista botânico, é correto afirmar que foram utilizados, respectivamente, no preparo dessa refeição:

- catáfilos, flores, raízes e tubérculos.
- bulbos, folhas, caules e raízes.
- bulbos, flores, raízes e raízes.
- catáfilos, folhas, tubérculos e tubérculos.

09. (Uece/2017) O caule serve de suporte mecânico para folhas e estruturas de reprodução vegetal, além de ser responsável pela integração estrutural e fisiológica entre raízes e folhas. Sobre o caule, são feitas as seguintes afirmações:

- Os anéis de crescimento são círculos concêntricos no floema, resultantes da variação de atividade do câmbio vascular, em resposta a alterações climáticas;
- As partes jovens do caule são revestidas pela epiderme, que é composta por uma camada de células, e contém estômatos, pelos quais ocorrem as trocas gasosas;
- O câmbio vascular localiza-se na região central do caule, produzindo xilema secundário para o interior e o floema secundário para o exterior.

É correto o que se afirma em

- I, II e III.
- I e II apenas.
- II e III apenas.
- I e III apenas.

10. (UEPG/2017 – Modificada) A folha é uma estrutura laminar adaptada à captação de luz. Sua forma e a disposição interna dos tecidos refletem adaptações a diferentes tipos de ambiente. Sobre o assunto, não é correto afirmar que

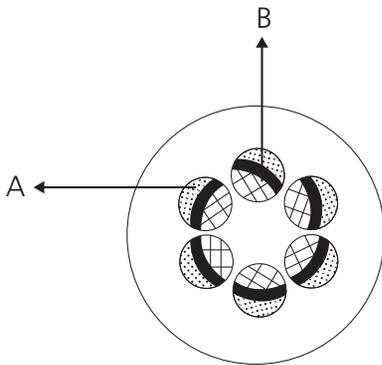
- A epiderme foliar é quase sempre formada por uma única camada de células, contudo, em regiões áridas, as folhas podem apresentar a epiderme com muitas camadas celulares e contendo mais estômatos, são as plantas xerófitas.
- As células da epiderme secretam cutina, formando uma película praticamente impermeável, a cutícula. As trocas gasosas ocorrem por meio dos estômatos, presentes principalmente na face inferior da folha.
- Os hidatódios estão localizados nas bordas de algumas folhas e são especializados em eliminar o excesso de água da planta.
- Os tricomas são estruturas presentes na parte superior da folha, responsáveis pela captura e distribuição da luz para os cloroplastos, viabilizando o processo de fotossíntese.
- A região interna da folha, ou mesófilo, é constituída de células ricas em cloroplastos e grandes espaços por onde circula o ar atmosférico, permitindo, assim, a troca de gases com o ambiente.



**Exercícios Propostos**

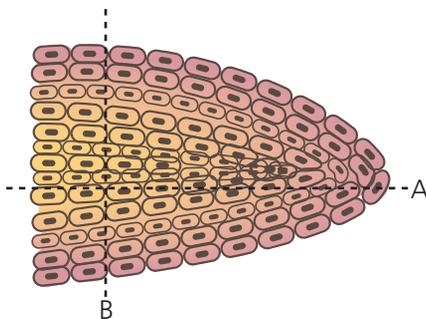
01. (UFRGS/2017) Em relação às raízes de Angiospermas, é correto afirmar que
- A) são as responsáveis pela nutrição orgânica das plantas.
  - B) absorvem macronutrientes como o manganês (MN)
  - C) têm o câmbio fascicular como o responsável pelo crescimento em altura.
  - D) apresentam epiderme e mesofilo altamente diferenciado.
  - E) têm pelos absorventes como os principais responsáveis pela absorção de água e sais minerais.

02. (Mackenzie) A figura a seguir mostra o corte transversal do caule de uma planta Angiosperma, na qual A e B representam os tecidos condutores.



Assinale a alternativa correta.

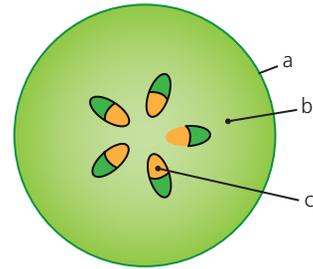
- A) Trata-se de um caule de dicotiledônea e A e B correspondem ao xilema e floema, respectivamente.
  - B) Trata-se de um caule de monocotiledônea e A e B correspondem ao xilema e floema, respectivamente.
  - C) Trata-se de um caule de monocotiledônea e A e B correspondem ao floema e xilema, respectivamente.
  - D) Trata-se de um caule de dicotiledônea e A e B correspondem ao floema e xilema, respectivamente.
  - E) Pode ser um caule de uma monocotiledônea ou de uma dicotiledônea e A e B correspondem ao floema e xilema, respectivamente.
03. (UFPR/2011) A figura abaixo representa a ponta de uma raiz de alho, vista ao microscópio de luz. As linhas tracejadas A e B representam duas posições onde poderia ser cortada a raiz.



Responda:

- A) Qual dos dois cortes (A ou B) certamente inibirá a continuidade do crescimento da raiz?
- B) Com base nos conhecimentos de botânica, justifique sua resposta.

04. (UFPB/2011 – modificada) A figura a seguir representa a secção transversal do caule de uma angiosperma, onde se observa sua estrutura anatômica.



Considerando a figura e a literatura sobre anatomia vegetal, não podemos afirmar que

- A) o xilema está indicado pela letra **c**.
  - B) a região cortical está indicada pela letra **b**.
  - C) o caule é típico de plantas do grupo das monocotiledôneas.
  - D) a estrutura é resultado da atividade dos três meristemas apicais.
  - E) a epiderme, indicada pela letra **a**, é o tecido de revestimento desse caule.
05. (Udesc/2016) Fornecer suporte às folhas e transporte das seivas bruta e elaborada são as principais funções dos caules. Analise as proposições em relação à informação.
- I. O caule do tipo volúvel é um caule aéreo, ereto e lenhoso, a exemplo, uva, chuchu e feijão;
  - II. O caule do tipo colmo é um tipo de caule lenhoso e rastejante no qual são nitidamente observadas as regiões de nó e interno, a exemplo, palmito e coqueiro;
  - III. O caule do tipo rizoma é um caule subterrâneo com desenvolvimento perpendicular à superfície, a exemplo, batata inglesa, cenoura e aipim;
  - IV. O caule do tipo bulbo é um caule subterrâneo, de tamanho reduzido e envolvido por folhas modificadas, a exemplo, cebola e alho;
  - V. O caule do tipo estipe é um caule com muitos galhos e lenhoso, a exemplo, laranjeira e coqueiro.
- Assinale a alternativa correta.
- A) Na afirmativa IV a descrição do caule está correta, assim como os exemplos deste tipo de caule.
  - B) Na afirmativa I a descrição do caule está correta, assim como os exemplos deste tipo de caule.
  - C) Na afirmativa II a descrição do caule está correta, porém os exemplos são de outro tipo de caule.
  - D) Na afirmativa III a descrição do caule está correta, assim como os exemplos deste tipo de caule.
  - E) Na afirmativa V a descrição do caule está correta, porém os exemplos não são deste tipo de caule.

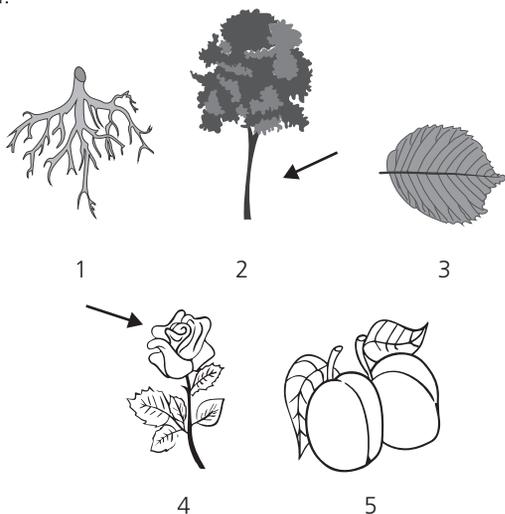
06. (UEM/2016 – Modificada) Sobre os diferentes órgãos vegetais utilizados na alimentação humana, podemos afirmar que
- A) Gengibre, cebola, beterraba e mandioca são exemplos de raízes.
  - B) Tomate, uva, goiaba e pepino são classificados como frutos do tipo baga.
  - C) A banana é um exemplo de pseudofruto partenocárpico, dentro da qual os pontos escuros correspondem aos óvulos não desenvolvidos.
  - D) A semente de soja é encontrada dentro de um fruto seco deiscente conhecido como cariopse.
  - E) A cana-de-açúcar apresenta caule do tipo estipe, encontrado nas monocotiledôneas.

07. (PUC-RJ/2015) Considere as afirmações relativas às funções das raízes das plantas.
- I. Absorção de água e sais minerais;
  - II. Condução de matéria orgânica até o caule;
  - III. Local de armazenamento de reservas de nutrientes;
  - IV. Reprodução sexuada.

Estão corretas:

- A) Apenas I, II, IV.
- B) Apenas I, II, III.
- C) Apenas II, III, IV.
- D) Apenas I e III.
- E) Todas as afirmações.

08. (Cefet/MG/2015) Observe as estruturas vegetais indicadas a seguir.

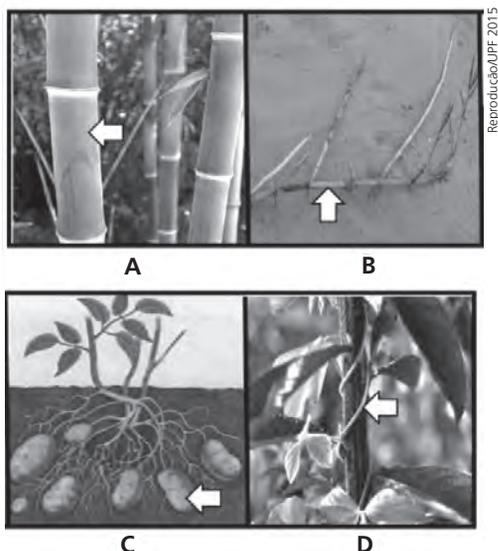


Disponível em: <http://etc.usf.edu>, <http://web.fe.up.pt>, <http://www.1papacao.com.br>, <http://cdns2.freepik.com>, <http://desenhoparacolorir.net>. Acesso em: 21 de abr. 2015.

A estrutura que não se relaciona diretamente nem com a reprodução sexuada, nem com a assexuada, é a de número

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

09. (UPF/2015) Observe os caules a seguir, indicados pelas setas, nas figuras A, B, C e D.



Disponível em: <http://www.plantasonia.com.br/pt.wikipedia.org/auladecienciaadanatureza.blogspot.com>. Acesso em: 04 out. 2014.

Esses caules são denominados, respectivamente:

- A) estolão / colmo / bulbo / volúvel.
- B) haste / rastejante / tubérculo / escapo.
- C) estipe / rizoma / bulbo / haste.
- D) colmo / rizoma / tubérculo / volúvel.
- E) colmo / haste / tubérculo / estipe.

10. (Uern/2015) A maniçoba, espécie nativa na caatinga e da qual se extrai látex, é um exemplo de planta que apresenta um caule tuberoso e subterrâneo. Esse tipo de caule armazena água e substâncias de reserva para que a planta possa adaptar bem ao ambiente com restrição de água. Essa modificação especial do caule é conhecida por

- A) rizóforo.
- B) cladódio.
- C) filocládio.
- D) xilopódio.

11. (UEPG/2015 – Modificada) Um tipo de caule de plantas comum e conhecido é o tronco, que é aéreo e vertical, com ramificações. No entanto, muitas plantas apresentam caule com adaptações especiais. Em relação às adaptações especiais de caule, assinale o que for correto.

- A) O tubérculo é um caule subterrâneo rico em material nutritivo, exemplo: a batata.
- B) Cladódio é um caule subterrâneo modificado com função fotossintetizante e/ou de reserva de água.
- C) O caule volúvel é ereto e rígido, possuindo poucas folhas e com espinhos.
- D) Rizóforo é um caule cilíndrico em que se observem nitidamente os nós e os entrenós, formando os gomos, como ocorre no bambu.
- E) Rizoma é um caule aéreo rastejante em que há enraizamento em vários pontos. Se a ligação entre um enraizamento e outro for interrompida, a planta morre.

12. (CFTMG/2015) As plantas carnívoras, diferentemente de outras, são capazes de atrair, capturar e digerir pequenos animais, principalmente os insetos.

Essa adaptação favorece sua sobrevivência porque elas

- A) são incapazes de realizar fotossíntese.
- B) vivem em solos pobres em alguns nutrientes.
- C) reduzem as populações de seus próprios predadores.
- D) sintetizam estruturas protetoras com a quitina digerida.

13. (PUC-PR/2015) Em algumas plantas de interior, como a famosa "comigo-ninguém-pode", após uma rega intensa, podemos observar que suas folhas "choram", ou seja, começam a gotejar, o que comumente é uma explicação de "mau-olhado". Um bom observador, entretanto, saberia que esse fenômeno está relacionado a uma estrutura da folha que elimina o excesso de água que a planta absorve. Essa estrutura é o(a):

- A) estômato.
- B) lenticela.
- C) hidatódio.
- D) plasmodesma.
- E) catafilo.

14. (PUC-RS/2014) Caules e folhas podem sofrer modificações para a realização de diferentes funções na planta. Considerando a videira (*Vitis sp.*), as estruturas utilizadas como suporte são \_\_\_\_\_ modificadas(os) em \_\_\_\_\_.

- A) folhas gavinhas
- B) caules gavinhas
- C) folhas cladófilos
- D) caules cladófilos
- E) caules estolões

15. (Enem-PPL/2013) A Caatinga é o único bioma exclusivamente brasileiro, ocupando cerca de 7% a 10% do território nacional. Nesse ambiente seco, mesmo quando chove, não há acúmulo de água, pois o solo é raso e pedregoso. Assim, as plantas desse bioma possuem modificações em suas raízes, caules e folhas, que permitem melhor adaptação a esse ambiente, contra a perda de água e de nutrientes. Geralmente, seus caules são suculentos e suas folhas possuem forma de espinhos e cutículas altamente impermeáveis, que apresentam queda na estação seca.

Disponível em: <www.ambientebrasil.com.br>. Acesso em: 21 maio 2010. Adaptado.

Considerando as adaptações nos órgãos vegetativos, a principal característica das raízes dessas plantas, que atribui sua maior adaptação à Caatinga, é o(a)

- A) armazenamento de nutrientes por um sistema radicular aéreo.
- B) fixação do vegetal ao solo por um sistema radicular do tipo tuberoso.
- C) fixação do vegetal ao substrato por um sistema radicular do tipo sugador.
- D) absorção de água por um sistema radicular desenvolvido e profundo.
- E) armazenamento de água do solo por um sistema radicular do tipo respiratório.

• Texto para a próxima questão:

Devido ao calor e à seca no verão de 2003 na França, um carvalho que havia sido plantado em 1681 morreu e teve que ser cortado, restando apenas parte do seu tronco de 5,5 m de circunferência. Se não houvesse registros da data do seu plantio, a idade da árvore poderia ser estimada pelo número de anéis de crescimento presentes no tronco.

16. (Unicamp-simulado/2011) Os anéis de crescimento são encontrados em dicotiledôneas e não em monocotiledôneas, devido à

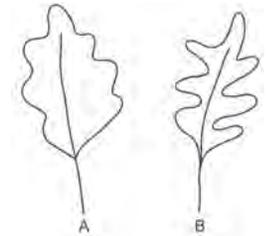
- A) atividade do felogênio e porque as monocotiledôneas não têm crescimento secundário.
- B) variação na atividade do câmbio e porque as monocotiledôneas não formam câmbio.
- C) variação na atividade do câmbio e porque as monocotiledôneas não espessam o tronco.
- D) atividade do súber e porque as monocotiledôneas não formam câmbio.

17. (Unicamp/2004) O calor e a seca do verão de 2003 na França fizeram mais uma vítima fatal: morreu o carvalho que havia sido plantado em 1681 por Maria Antonieta, rainha decapitada na Revolução Francesa. Provavelmente a árvore será cortada mantendo-se apenas a base do seu tronco de 5,5 m de circunferência, o que atesta sua longa vida de 322 anos.

Reali Júnior, O carvalho de Maria Antonieta em Versalhes morreu de calor, *O Estado de S. Paulo*, 28/08/2003. Adaptado.

- A) Se não houvesse registros da data do seu plantio, a idade da árvore poderia ser estimada através do número de anéis de crescimento presentes no seu tronco. Como são formados esses anéis? Quais os fatores que podem influenciar na sua formação?
- B) Seria possível utilizar essa análise em monocotiledôneas? Explique.

18. (Fuvest/2002) Duas plantas da mesma espécie, que vivem em ambientes distintos, apresentam folhas morfologicamente diferentes, representadas nas figuras A e B.



A) Indique, justificando, qual das folhas corresponde à planta que vive em campo aberto e qual corresponde à planta que vive no interior de uma floresta.

B) Se recortarmos um quadrado de mesma área de cada uma dessas folhas e extrairmos a clorofila, de qual amostra se espera obter maior quantidade desse pigmento? Por quê?

19. (Unicamp/2001) Escreve James W. Wells em *Três mil milhas através do Brasil*:

“A aparência desta vegetação lembra um pomar de frutas mirrado na Inglaterra; as árvores ficam bem distantes uma das outras, ananizadas no tamanho, extremamente retorcidas tanto de troncos quanto de galhos, e a casca de muitas variedades lembra muito a cortiça; a folhagem é geralmente seca, dura, áspera e quebradiça; as árvores resistem igualmente ao calor, frio, seca ou chuva [...]”.

- A) A que tipo de formação vegetal brasileira o texto se refere?
- B) Qual é a principal causa do aspecto “ananizado” das árvores?
- C) Qual é a principal causa do aspecto da casca?
- D) Cite outra característica importante das plantas dessa formação vegetal que não esteja descrita no texto. A que se deve essa característica?

20. (Unicamp/1996) A perda de folhas no começo da seca é um fenômeno muito frequente em plantas da caatinga no Nordeste brasileiro. Nas regiões temperadas, onde o frio é intenso, muitas árvores ficam sem folhas no inverno.

- A) Por que ocorre a queda de folhas em condições tão diversas?
- B) Explique cada um dos casos.

**Aulas**  
19 e 20

**Fisiologia Vegetal**

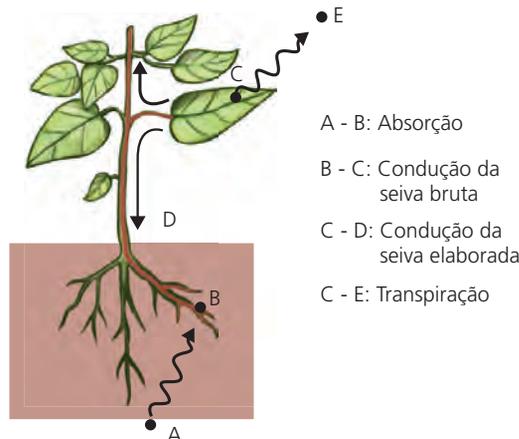
C-4 / H-14, 15

### Considerações iniciais

Em algas e briófitas, a ausência de vasos condutores de seiva lhes obrigam a realizarem absorção de água do meio e sua posterior transferência de uma célula a outra através do processo de osmose. Esse mecanismo de condução célula a célula é extremamente lento, o que torna viável, respectivamente, a vida desses seres apenas em ambiente aquático ou bastante úmido. As algas têm sua existência praticamente limitada à vida aquática, já, as briófitas, na maioria, são plantas de lugares úmidos e sombreados. As briófitas são geralmente de pequena altura, com apenas alguns centímetros, e extremamente sensíveis à dessecação. Ocorrendo nelas transpiração intensa, não conseguem repor água em tempo hábil, em virtude da lentidão do processo osmótico célula a célula, próprio das plantas avasculares. A menor disponibilidade de água e sua grande perda por transpiração foram dois dos principais problemas enfrentados pelas plantas à medida que iam evoluindo para ambientes mais secos.

Na passagem evolutiva das plantas de ambientes úmidos para secos, ocorreu também um desenvolvimento da superfície foliar, adaptada à melhor absorção de luz e mais competente na captação de gás carbônico do ar atmosférico, importantes fatores fotossintéticos. Contudo, essa grande superfície das folhas, no entanto, trouxe como consequência grande perda de água por transpiração. A água perdida dessa forma precisa ser reposta através de um sistema que a absorva do solo e a conduza até as folhas, de modo rápido e eficiente. O surgimento dos tecidos condutores de seiva propiciou a realização dessas funções e a conquista definitiva do meio terrestre pelas plantas. Como a perda de água nas folhas por transpiração é muito grande, a planta necessita absorver quantidades consideráveis de água para repor a que é perdida sob a forma de vapor. Apenas uma pequena fração da água absorvida é retida na planta e utilizada em seu metabolismo. Análises mostram que mais de 90% da água absorvida pelas raízes são perdidos nas folhas sob a forma de vapor. Assim, se a taxa de transpiração for superior à taxa de absorção radicular, a planta murcha, com a possibilidade de morrer.

As funções de absorção, condução e transpiração são morfofisiologicamente conectadas. A figura seguinte mostra simplificada a integração entre essas funções. Analisaremos primeiro a absorção, representada, no esquema, pelo trecho A – B; depois, a condução da seiva bruta e da seiva elaborada, representadas, respectivamente, pelos trechos B – C e C – D; e em seguida, a transpiração, representada no esquema pelo trecho C – E.

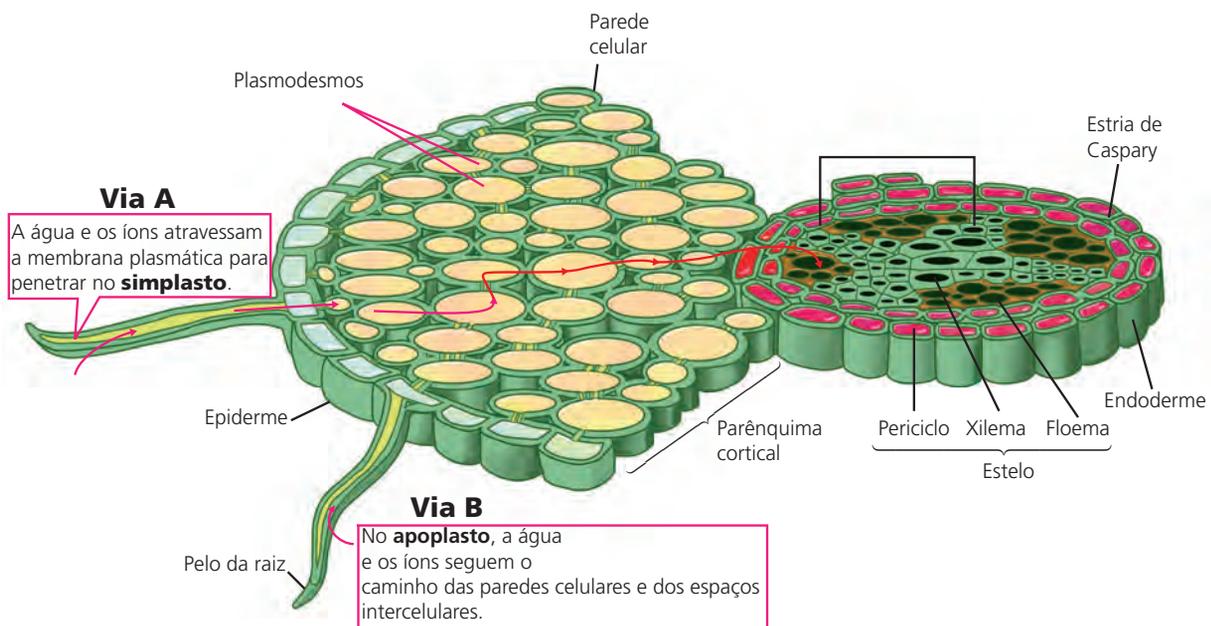


### Absorção

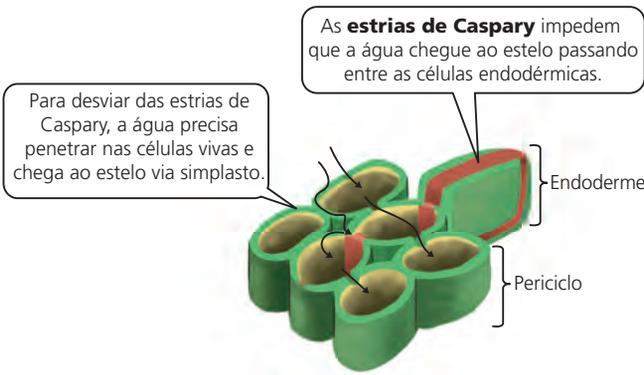
Nas traqueófitas, a absorção de água e solutos, ocorre de maneira mais intensa na zona pilífera das raízes. Em áreas mais envelhecidas das raízes, esse processo é mínimo, devido à deposição de suberina.

Experimentos comprovam a importância da zona pilífera no processo de absorção radicular. Nestes tipos de experimentos, escolhemos duas pequenas plantas da mesma espécie e do mesmo tamanho que estejam com suas raízes íntegras, em seguida, isolamos com papel impermeável a zona pilífera das raízes de uma delas. Em seguida, colocamos igual quantidade de água em dois tubos idênticos de vidro com medição de altura nas paredes. Colocamos, então, cada planta em um tubo de vidro, mergulhando inteiramente a raiz. Dentro de 24 horas, chegamos a uma nítida conclusão, a planta cujos pelos absorventes estavam isolados praticamente não absorve água, ao passo que a outra planta absorve normalmente, determinando o abaixamento do nível de água no tubo de vidro.

No esquema abaixo, está evidenciado um esquema de corte transversal da raiz, na região dos pelos absorventes, e indica, através de setas, os caminhos que a água e os íons minerais presentes no solo podem fazer para chegar até o interior do xilema.



Vias de absorção radicular, simplasto (Via A) e apoplasto (Via B). A captação inicial de íons minerais pela membrana plasmática das células dos pelos radiculares ocorre por transporte ativo, já que a concentração dos íons no interior da raiz é, geralmente, maior que a do solo.



Bloqueio do fluxo de íons minerais para o interior radicular pelas estrias de Caspary, forçando-os a serem selecionados pela membrana das células do endoderma.

Pela via A, denominada de simplasto, a água se desloca por osmose e íons minerais por difusão através do protoplasma e plasmodesmos das células epidérmicas, corticais e endodérmicas. Posteriormente, a água passa do endoderma para o xilema por osmose. Já os íons minerais são transferidos através da membrana, por difusão e transporte ativo, do protoplasma das células do endoderma para suas paredes celulares, e, destas, deslocam-se para o xilema. Vale ressaltar que a captação inicial de íons minerais pela membrana plasmática das células dos pelos radiculares ocorre por transporte ativo, já que a concentração dos íons no interior da raiz é, geralmente, maior que a do solo.

Já pela via B, denominada de protoplasto, a água e íons minerais fluem livremente por difusão, por entre as paredes das células epidérmicas e corticais, até atingir o endoderma. Neste, as estrias de Caspary, bloqueiam o fluxo de íons para o interior da raiz, forçando-os a serem selecionados pela membrana das células do endoderma. Posteriormente, a água passa do endoderma para o xilema por osmose. Já os íons minerais são transferidos através da membrana, por difusão e transporte ativo, do protoplasma das células do endoderma para suas paredes celulares, e, destas, deslocam-se para o xilema.

Chegando ao xilema, a água e os íons minerais são conduzidos para as demais regiões da planta, constituindo a seiva bruta que também pode conduzir certos hormônios.

Entretanto, existem ocasiões em que as plantas, mesmo possuindo muita água ao redor de suas raízes, não podem absorvê-la. Este fenômeno é denominado **seca fisiológica** e pode ocorrer nas seguintes condições:

- I. O meio externo fica mais concentrado (hipertônico) do que o meio interno. Isto ocorre por excesso de adubo ou em ambientes altamente salinos. Nestas situações, as raízes perdem água, e não a ganham;
- II. Em temperaturas muito baixas, pois, neste caso, a água do solo congela, impossibilitando a captação de água pelas raízes;
- III. Em locais onde o excesso de água expulsa o oxigênio do solo. Isto ocorre quando o solo fica encharcado de água, em situações em que a irrigação é feita de forma não planejada;
- IV. Na presença de substâncias tóxicas no solo, pois estas ao matarem as raízes, torna a absorção radicular inviável.

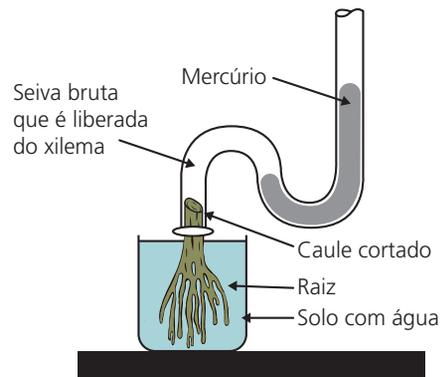
## Condução da seiva bruta

O xilema é o tecido responsável pela condução da seiva bruta, possuindo células mortas reforçadas de lignina. Essas células dispõem-se de modo a formar longos tubos cilíndricos com diâmetro muito reduzido, desde a raiz até as folhas.

As raízes absorvem grande quantidade de água, sendo, também, perdida pela superfície foliar em grande volume. Dessa forma, há duas teorias que explicam o deslocamento rápido de seiva bruta de um local para outro ao longo do corpo da planta, na primeira, a seiva bruta é empurrada da raiz para as folhas, e, na segunda, é puxada a partir das folhas. Vale ressaltar que o processo físico da capilaridade existe no xilema, mas não é suficiente para explicar, por si só, o deslocamento de água (presente na seiva bruta) pela estrutura da planta. Assim, os dois processos expostos na descrição das duas teorias, são mais efetivos na condução da seiva bruta pelos vasos lenhosos.

A primeira teoria é denominada de "Teoria da pressão positiva da raiz", e, a segunda, "Teoria da coesão-tensão-adesão" ou "Teoria de Dixon".

A proposição da pressão positiva da raiz foi baseada em algumas observações e experimentações. Seccionando-se transversalmente o caule de certas plantas, observa-se que brota seiva bruta de baixo para cima, na superfície exposta da porção do caule que ficou ligada à raiz. Isso só poderia ocorrer se a seiva bruta estivesse sendo empurrada da raiz para as folhas. Pode-se demonstrar e medir experimentalmente essa pressão da raiz montando-se um experimento simples, como esquematizado na figura abaixo.



Experimento para se demonstrar a pressão positiva da raiz.

A água absorvida pelas raízes, sai pela superfície do caule seccionado e conectado ao tubo de vidro retorcido, empurrando a coluna de mercúrio até um determinado nível, que fornece o valor da pressão positiva da raiz. Esse processo físico é consequência do bombeamento de íons minerais para o interior do xilema radicular, criando neste um ambiente hipertônico. Com isso, estabelece-se uma grande diferença de pressão osmótica com a solução aquosa do solo. Essa diferença faz com que a água do solo penetre por osmose na raiz até atingir o xilema. Como o volume de água que chega ao xilema é grande, desenvolve-se uma pressão que impulsiona tanto a água quanto os íons minerais (seiva bruta), para cima no xilema, denominada de pressão positiva da raiz.

Inicialmente, pesquisadores acreditavam que a pressão positiva da raiz seria responsável pelo transporte de seiva bruta até o ápice de árvores altas, funcionando como uma bomba num fundo do poço. Entretanto, a pressão positiva da raiz só pode mover seiva bruta por algumas dezenas de centímetros de altura e pode ser menor durante o dia, ocorrendo, geralmente, quando o solo está encharcado e a umidade do ar estiver elevada. Nestas condições, plantas pequenas geralmente eliminam o excesso de seiva bruta que chega às folhas pelos hidatódios, caracterizando o processo de gutação ou sudação.

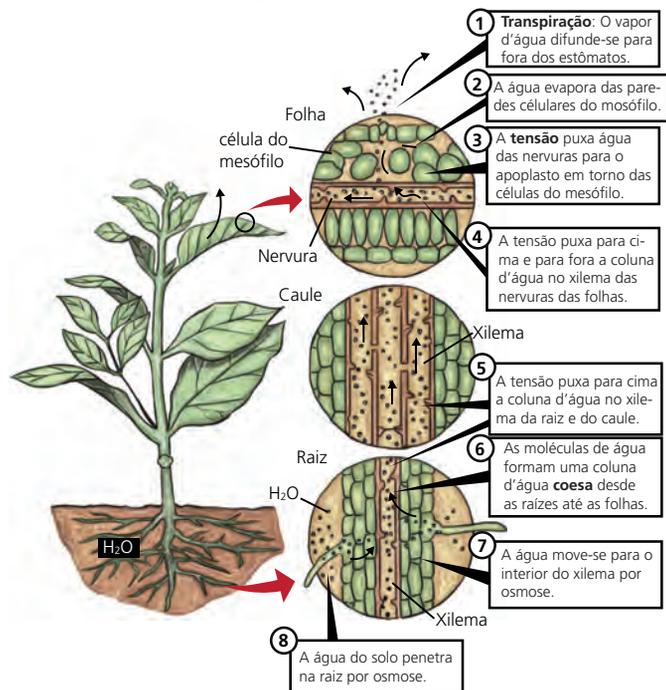


Gutação ou sudação.

A pressão positiva da raiz, no entanto, não é suficiente para elevar a água até a copa de árvores altas. Assim, essa teoria não pode ser aplicada para explicar a condução da seiva bruta na generalidade dos casos. A pressão positiva da raiz só pode ser considerada um meio auxiliar de condução em condições especiais e um mecanismo que contribui para a absorção da água associadas a íons minerais, ou seja, seiva bruta, resultante do bombeamento ativo de íons para o interior do xilema.

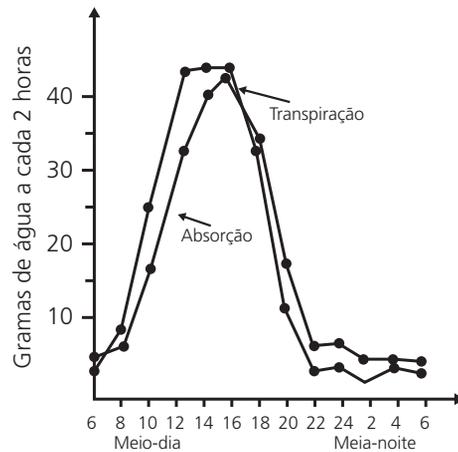
Atualmente, a teoria mais aceita para explicar a condução da seiva bruta é a teoria da coesão-tensão-adesão, formulada pelo botânico irlandês Henry Horatio Dixon (1869 – 1953), sendo também conhecida como teoria de Dixon, na qual a perda de água por transpiração atuaria como uma força de sucção de água e íons minerais, ou seja, seiva bruta, através do xilema.

A perda de vapor de água por transpiração através dos estômatos das folhas faz com que as células do clorênquima fiquem com força de sucção elevada. Dessa forma, tendem a absorver, por osmose, água do xilema, onde a concentração é menor. A água passa então do xilema para as células do clorênquima das folhas. Como há **coesão** entre as moléculas de água devido às ligações de hidrogênio, elas continuam unidas entre si e são puxadas sob **tensão** provocada pela transpiração foliar. Em seguida, a adesão entre as moléculas de água e as paredes celulares das células do xilema, estabiliza o deslocamento das moléculas de água em direção ao topo da planta em um fluxo contínuo, como uma coluna de água, não correndo o risco de romper-se como resultado de seu próprio peso. Sob essas condições, a água é absorvida do solo rapidamente, mesmo por raízes mortas, ou até mesmo sem a presença de raiz. Se cortarmos transversalmente o caule de uma planta e o mergulharmos em água, esta subirá até as folhas. É o que acontece quando colocamos ramos de flores em vasos com água.



Teoria da coesão-tensão-adesão ou de teoria de Dixon.

De acordo com essa teoria da coesão-tensão-adesão, portanto, a absorção e a condução de água estão relacionadas com a transpiração.



Relação entre absorção radicular e transpiração estomática numa planta.

Para que haja compreensão da teoria de Dixon, no que se refere à coesão-tensão nesse processo em que a transpiração atua como um mecanismo de "sucção" de água no xilema, vamos transferir esses elementos à condução da água em um tubo vertical, com mais de dez metros de altura. Manteremos a extremidade inferior em contato com a água e a superior associada a uma bomba de sucção. Ao se fazer a sucção nesse tubo, retirando-se o ar, a pressão em seu interior torna-se reduzida, tendendo a zero. A pressão atmosférica externa, em tal condição, é que responde pela subida da água dentro do tubo. A pressão de uma atmosfera mantém uma coluna de água a, aproximadamente, 10 metros de altura. Aumentando-se a sucção, a coesão entre as moléculas de água se rompe e a coluna de água não pode ser mantida. Apesar de uma atmosfera ser capaz de provocar o rompimento da coesão da água no interior de tubos altos, largos e de superfície interna áspera, para romper a coesão da água no interior de tubos extremamente finos e de superfície interna lisa, como no caso dos vasos lenhosos, é necessária pressão de várias atmosferas. Isto permite o deslocamento de seiva bruta para o topo de árvores gigantes, como as sequoias, que podem ter mais de cem metros de altura.

## Condução da seiva elaborada

A seiva elaborada, produto da fotossíntese geralmente das folhas (fontes produtoras), deve ser transportada pelos elementos crivados do floema ou liber para as regiões da planta que não realizam fotossíntese (fontes consumidoras), como as raízes, o caule, flores e frutos.

Nas dicotiledôneas e gimnospermas, os vasos liberianos localizam-se na casca do caule (composta pela periderme e floema), enquanto os vasos lenhosos, que conduzem a seiva bruta, localizam-se mais internamente. Portanto, a seiva elaborada circula externamente pela casca do caule.

O deslocamento da seiva elaborada pela casca do caule pode ser provado facilmente através de um experimento feito no século XVII pelo pesquisador italiano Marcello Malpighi. Ele removeu um anel completo da casca de um tronco, denominado de anel de Malpighi. Após algumas semanas, pode-se notar que a casca logo acima do corte ficava intumescida e que a planta sucumbiria.

Com isso, deduziu que as folhas continuavam a receber a seiva bruta dos vasos lenhosos, mais internos e não atingidos pela remoção do anel de Malpighi. Contudo, as raízes e demais partes abaixo do corte deixaram de receber a seiva elaborada vinda dos vasos liberianos, mais externos e atingidos pela remoção do anel. Dessa forma, por falta de nutrição das raízes, justificava-se a morte da planta.



Experimento do anel de Malpighi.

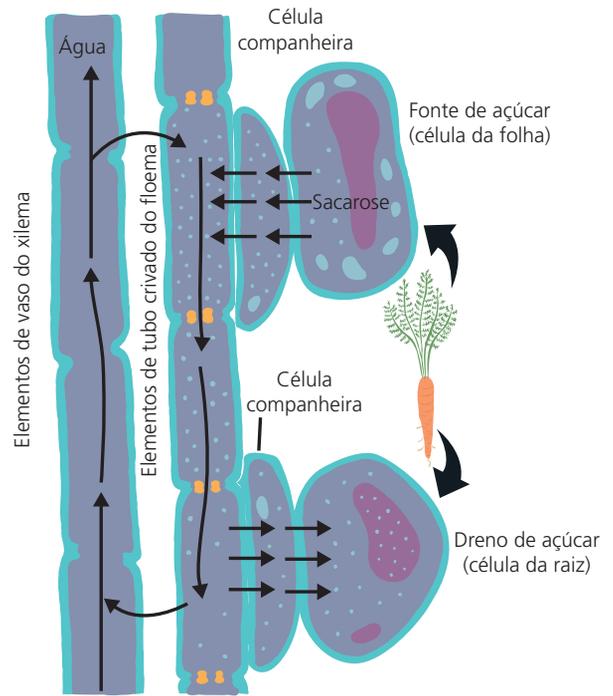
A remoção de um anel de apenas um ramo caulinar, além de não provocar a morte da planta, garante um maior crescimento de seus frutos. Nesse caso, a planta não morre, pois terá os outros ramos para fornecer a seiva elaborada para as demais regiões da planta, e, como acumulará açúcar acima do corte do ramo, garantirá frutos maiores e mais doces.

Vale ressaltar que a seiva elaborada transporta não apenas açúcar (principalmente a sacarose) produzido nas folhas, como também aminoácidos, hormônios e outras substâncias dissolvidas em água.

A teoria mais aceita que explica o deslocamento de seiva elaborada através do floema (processo denominado de translocação) foi proposta originalmente em 1927 pelo botânico alemão Ernst Münch, sendo denominada de "Teoria do fluxo por pressão" ou "Teoria do desequilíbrio osmótico" ou mesmo "Teoria do fluxo em massa". Segundo essa hipótese, a seiva elaborada move-se através do floema, ao longo de um gradiente decrescente de concentração, desde o local onde é produzida (concentração alta) até um local onde é consumida (concentração baixa). Um modo simplificado de explicar essa hipótese é tomar como exemplo uma folha como o local de síntese de açúcar (sacarose) e a raiz como o local de consumo.

A sacarose, após ser produzida nas folhas pelo processo de fotossíntese, difunde-se pelas células do parênquima clorofiliano através dos plasmodesmos. Dessa forma, a sacarose chega aos vasos liberianos, localizado nas pequenas nervuras da folha. Neste local, a sacarose é captada por transporte ativo pelas células companheiras do floema e, através dos plasmodesmos, a repassam para os elementos crivados. Devido a isto, a concentração de sacarose nestas células aumenta, elevando a pressão osmótica (ou de turgor) local, promovendo a transferência de água do xilema para o floema. Tal mecanismo provoca aumento da pressão hidrostática (hidráulica) dentro dos vasos liberianos da folha.

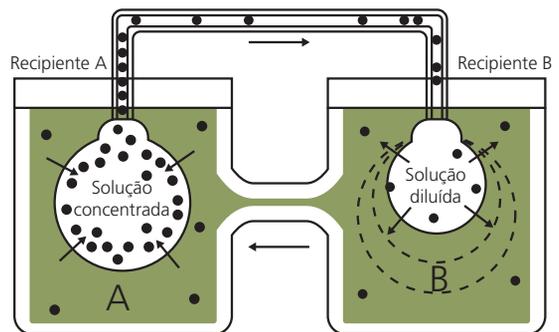
Já nas outras extremidades da planta, como a radicular e a caulinar, ocorre justamente o processo contrário, as células companheiras bombeiam a sacarose dos elementos crivados para as células do órgão consumidor. Com a saída da sacarose dos elementos crivados, haverá uma redução da pressão osmótica local, promovendo a transferência de água do floema para o xilema. Como consequência, haverá diminuição da pressão hidráulica dentro dos vasos liberianos do órgão consumidor.



"Teoria do fluxo por pressão" ou "Teoria do desequilíbrio osmótico" ou mesmo "Teoria do fluxo em massa".

Dessa forma, a seiva elaborada irá se deslocar de zonas de maior pressão hidráulica (zonas produtoras de açúcar) para zonas de menor pressão hidráulica (zonas consumidoras). A velocidade desse deslocamento chega à incrível marca de um metro por hora, pois nem a difusão e nem a corrente citoplasmática podem ocorrer com essa velocidade.

Um modelo físico simples pode demonstrar a teoria do fluxo em massa. Acoplam-se dois balões (denominados A e B) feitos com membranas semipermeáveis a um tubo de vidro em "U". No balão A, coloca-se uma solução hipertônica de sacarose e no B, água destilada. Esses balões, assim montados, são mergulhados em um recipiente contendo água destilada. Podemos observar que a água do recipiente penetra por osmose no balão A, onde a pressão osmótica é maior. A entrada de água em A determina o deslocamento da solução de sacarose através do tubo em "U" em direção ao balão B, onde a pressão osmótica é inicialmente nula.



Demonstração da "Teoria do fluxo em massa" através de um experimento com um modelo físico simples.

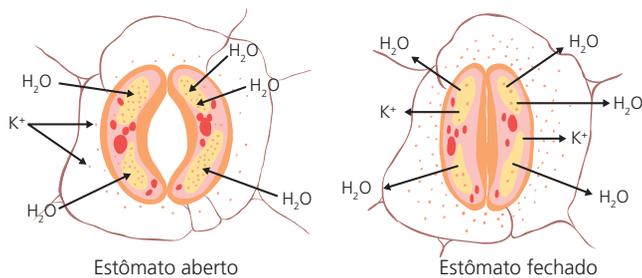
Neste experimento, o balão A representa a folha produtora de sacarose, o tubo em "U", o floema e o balão B, a raiz ou a extremidade do caule, que consomem a sacarose. A diferença de pressão osmótica entre esses dois balões determinou o deslocamento da solução de açúcar desde o local onde é mais concentrada (balão A) até onde é menos concentrada (balão B).

No modelo físico simples, esse transporte continua até que as concentrações dos dois balões se igualem, contudo, nas plantas, esse transporte se mantém, pois, as folhas estão constantemente produzindo sacarose pelo processo fotossintético.

## Transpiração

Os estômatos são as estruturas responsáveis pelas trocas gasosas e transpiração, principalmente nas folhas. São compostos por duas células em forma de rim ou de haltere, ricas em cloroplastos, chamadas de células-guarda, rodeadas de células anexas, subsidiárias ou acessórias. Essas células, como as demais células epidérmicas, não têm cloroplastos. Quando as células-guarda de um estômato se afastam forma-se um poro regulável denominado de ostíolo, que garante as funções estomáticas.

A variação da turgidez das células-guarda promove a abertura e o fechamento dos estômatos. Caso elas absorvam água e tornem-se túrgidas, o ostíolo abre-se. Se as células-guarda perdem água, tornando-se flácidas, o ostíolo fecha-se. Esse comportamento deve-se à disposição estratégica das fibras de celulose na parede das células-guarda. Na maioria das eudicotiledôneas, estas células têm forma de um feijão e as microfibrilas de celulose da parede estão orientadas de tal maneira que, ao se tornar túrgidas, as células-guarda aumentam a curvatura, afastando-se e fazendo o ostíolo abrir. Ao perder água, por outro lado, elas diminuem a curvatura e aproximam-se, fazendo o ostíolo fechar. Nas gramíneas, as células-guarda têm forma de haltere, com as extremidades dilatadas e a região mediana comprimida. As extremidades têm paredes finas e a região central tem paredes grossas. Quando ficam túrgidas, as extremidades das células-guarda dilatam, o que causa afastamento na região mediana, abrindo o ostíolo. Quando as células-guarda perdem água, as extremidades diminuem e as regiões medianas das células aproximam-se, fechando o ostíolo.



Abertura e fechamento estomático.

Para que haja fotossíntese, a planta tem que captar gás carbônico pelos estômatos, mas, conseqüentemente, aumentará a sua taxa de transpiração. Este processo representa a perda de água na forma de vapor pela superfície de plantas, animais e de outros seres. Nas plantas, a transpiração pode ser cuticular (também denominada de evaporação superficial), quando a perda de vapor ocorre através da cutícula foliar, e, estomatar, quando a perda de vapor ocorre pelos estômatos. Vale destacar que a transpiração estomatar é bem mais relevante percentualmente que a cuticular (representa apenas 5 a 10% do total).

## Fatores ambientais que afetam a abertura dos estômatos

Os principais fatores associados aos movimentos estomáticos de abertura e fechamento são: luminosidade, concentração de gás carbônico e quantidade de água disponível para planta através das raízes.

## Luminosidade

Grande parte das plantas abre os estômatos no início da manhã e os fecha a noite. Isto garante que a planta capture  $\text{CO}_2$  para a fotossíntese, aproveitando o período de iluminação, liberando  $\text{O}_2$  para o mesófilo foliar. O aporte de gás oxigênio para a respiração, acumulado no mesófilo, geralmente, dura a noite inteira. O fechamento noturno dos estômatos reduz consideravelmente a perda de água por transpiração. A abertura completa dos estômatos pela manhã leva em torno de uma hora. Ao entardecer, os estômatos se fecham gradativamente à medida que a luminosidade se reduz. Contudo, caso uma planta seja colocada subitamente no escuro, os estômatos se fecham mais rapidamente.

A luz azul representa o comprimento de onda mais importante para estimular a abertura dos estômatos, independente do gás carbônico. Podemos observar bem a influência da luz azul ao analisarmos as células-guarda de folhas de cebola. A iluminação com luz azul, promove um bombeamento ativo de íons potássio ( $\text{K}^+$ ) para o interior das células-guarda, promovendo elevação da pressão osmótica local, e, conseqüentemente, entrada de água por osmose, abrindo os estômatos. O pigmento que absorve luz azul encontra-se no tonoplasto e, possivelmente, na membrana plasmática, estimula o fluxo de potássio para as células-guarda. Há também evidências da influência da luz vermelha na abertura dos estômatos, mediada pelos cloroplastos de células-guarda.

## Concentração de gás carbônico

A abertura estomática ocorre em baixa concentração de gás carbônico no mesófilo foliar e, o fechamento, em alta concentração desse gás. Esse padrão fisiológico representa uma adaptação relacionada à fotossíntese, pois, caso o gás carbônico se acumule na folha, aponta que ele não está sendo consumido pelo processo fotossintético, devido a menor luminosidade do período noturno, o que estimula o fechamento dos estômatos. Já a redução da concentração desse gás na folha, indica que ele está sendo consumido pela fotossíntese, devido a maior luminosidade do período diurno, o que estimula a abertura dos estômatos. A variação de  $\text{CO}_2$  no mesófilo foliar também influencia o fluxo de entrada e saída de potássio das células-guarda, promovendo, respectivamente, a abertura e o fechamento dos estômatos das folhas.

## Água

A quantidade de água disponível para a planta influencia nos movimentos estomáticos, predominando sobre os demais fatores, como a luz e o  $\text{CO}_2$ . Caso falte água para a planta, os estômatos se fecham, mesmo com luz disponível para a fotossíntese e com baixa concentração de gás carbônico no mesófilo foliar. Estudos comprovaram ser o hormônio vegetal conhecido como ácido abscísico (ABA), produzido pelas folhas e raízes, o responsável pelo fechamento dos estômatos em situações de estresse hídrico (falta de água para a planta).

Quando há adequada disponibilidade de água para as raízes e o nível de água das folhas estiver suficiente, a concentração de ABA no mesófilo foliar estará reduzida, e, conseqüentemente, as células-guarda captarão ativamente potássio ( $\text{K}^+$ ) do meio externo, aumentando suas pressões osmóticas, ganhando água, tornando-se túrgidas, levando à abertura dos estômatos.

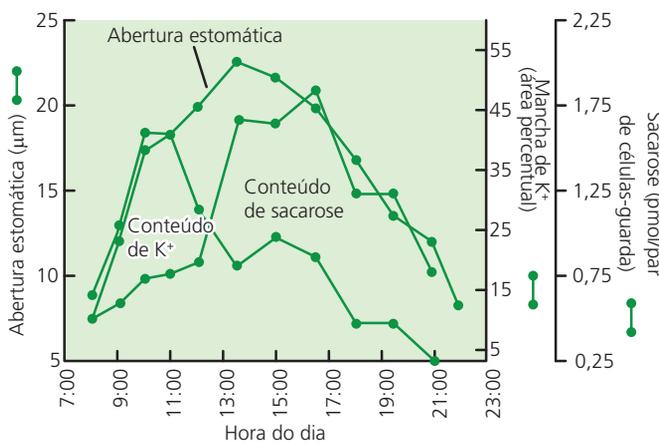
Contudo, quando há reduzida disponibilidade de água para as raízes e o nível de água das folhas estiver insuficiente, a concentração de ABA no mesófilo foliar estará elevada, e, conseqüentemente, as células-guarda perderão potássio ( $\text{K}^+$ ) para o meio externo, reduzindo suas pressões osmóticas, perdendo água, tornando-se flácidas, levando ao fechamento dos estômatos.

Experimentos puderam constatar que a perda de água não tem efeito direto sobre o fechamento estomático, uma vez que os estômatos se fecham bem antes de as células da folha murcharem. A explicação é que, quando começa a faltar água na folha, entra em ação o ácido abscísico, que penetra nas células-guarda e promove a saída de íons  $K^+$ . Isso faz com que elas se tornem flácidas e o estômato se feche.

**Considerações adicionais sobre os movimentos estomáticos**

Pesquisas atuais sobre os movimentos estomáticos em folhas intactas mostram que o conteúdo de potássio nas células-guarda aumenta paralelamente à abertura estomática no início da manhã, mas decresce no início da tarde sob condições nas quais a abertura continua a aumentar. Por outro lado, o conteúdo de sacarose aumenta lentamente pela manhã, e com a saída do potássio no período da tarde, a sacarose torna-se o soluto osmoticamente ativo dominante nas células-guarda. No final do dia, ocorrerá o fechamento dos estômatos, acompanhado por um decréscimo no conteúdo de sacarose.

Dessa forma, concluímos que a abertura dos estômatos está associada primariamente à absorção de  $K^+$ , e o fechamento, a um decréscimo de sacarose. A fase da sacarose está possivelmente associada à elevação da produção de açúcares no mesófilo foliar ao longo do dia, a partir do processo de fotossíntese, e sua influência nos movimentos estomáticos.



Andamento diário das mudanças na abertura estomática e nos conteúdos de potássio e sacarose das células-guarda de folhas intactas de feijão (*V. faba*). Esses resultados indicam que as alterações no potencial osmótico, necessárias para a abertura estomática pela manhã, são mediadas pelo potássio, enquanto as mudanças que ocorrem à tarde são mediadas pela sacarose.

**Hormônios vegetais**

Os hormônios vegetais ou fitormônios são pequenas moléculas responsáveis pela regulação do crescimento e do desenvolvimento da planta.

Os hormônios vegetais podem atuar dentro do mesmo tecido em que foram produzidos, mas também podem ser sintetizados em um tecido e transportados até outro, através de vasos condutores de seiva (xilema e/ou floema) ou mesmo por difusão célula a célula a partir do sítio de origem. Os fitormônios são ativos em quantidades muito pequenas. No sistema caulinar do abacaxi (*Ananas comosus*), por exemplo, existem somente 6 microgramas de ácido indolacético, um hormônio vegetal comum, por quilograma de material vegetal. Um fisiologista vegetal empreendedor calculou que o peso de um hormônio em relação ao do sistema caulinar é comparável ao peso de uma agulha em 20 toneladas de feno.

A palavra hormônio vem a partir do termo grego *horman*, que significa "excitar". Entretanto, está claro agora que alguns hormônios têm influência inibitória. Assim, antes de pensar nos

hormônios como estimuladores, é mais vantajoso considerá-los como reguladores químicos. Este termo também necessita de qualificação, porque a resposta a um regulador específico depende não somente de sua estrutura química, mas também de como ele é "percebido" pelo tecido alvo, ou seja, o mesmo hormônio pode desencadear diferentes respostas em tecidos diferentes ou em épocas distintas do desenvolvimento de um mesmo tecido.

Os hormônios vegetais são classificados, tradicionalmente, em cinco grupos ou classes, a saber: auxinas, citocininas, etileno, ácido abscísico (ABA) e giberelinas. A discussão que se segue inicia-se com a auxina, porque ela foi a primeira substância identificada como um hormônio vegetal.

**Auxinas**

As auxinas são fitormônios produzidos em ápices dos coleótilos de gramíneas e em ápices caulinares das plantas em geral, nos primórdios foliares, folhas jovens e também em flores, frutos e sementes. Embora esse hormônio ter sido encontrado em ápices radiculares, muitas evidências indicam que ele não é produzido nessas regiões, mas sim, transportado até eles através do cilindro vascular.

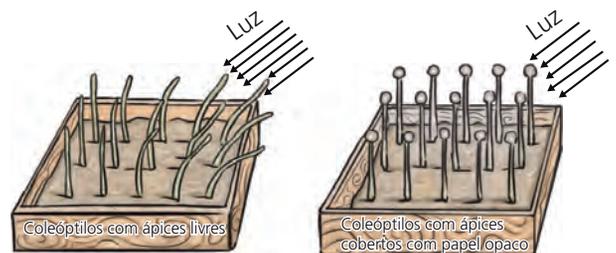
A auxina natural é denominada de ácido indolacético (AIA), sendo sintetizada a partir do aminoácido triptofano. Vale ressaltar que há várias auxinas sintéticas como a ANA e o 2,4D, utilizadas na agricultura. Ácido indolacético (AIA) é a única auxina conhecida, ocorrendo naturalmente. Ácido diclorofenoxiacético (2,4-D), uma auxina sintética, é largamente usado como um herbicida. Ácido naftaleno acético (ANA), outra auxina sintética, é comumente empregado para induzir a formação de raízes adventícias em estacas e para reduzir a queda de frutos em cultivos comerciais. As auxinas sintéticas, diferentemente do AIA, não são facilmente quebradas pelas enzimas naturais das plantas e micro-organismos e, portanto, são mais convenientes do que AIA para utilização comercial.

Este hormônio produzido nos ápices dos coleótilos é conduzido uniformemente para as demais partes da planta através do parênquima que circunda os tecidos vasculares, vindo a atuar na zona de crescimento do caule, situada logo abaixo do ápice desse órgão. Nessa área, o AIA estimula a distensão ou alongamento das células, determinando o crescimento caulinar. Vale destacar que o AIA não atua na divisão das células, mas sim, na distensão delas.

**O histórico das auxinas**

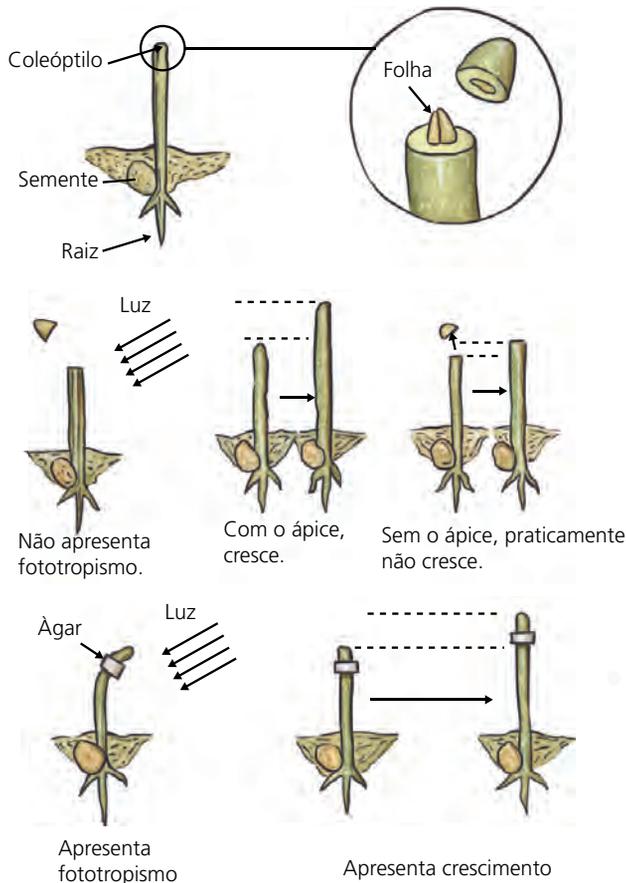
As auxinas foram o primeiro fitormônio identificado. Seu descobrimento ocorreu em função de experimentações que visavam estudar o fototropismo utilizando coleótilos de alpiste. O coleótilo é uma bainha que protege as primeiras folhas surgidas na germinação de sementes de gramíneas, como exemplo, alpiste, trigo, aveia e milho.

Experimentos de Charles Darwin e seu filho Francis, em 1880, comprovaram que, ao se cobrir com papel opaco, o ápice de coleótilos de alpiste submetidos à iluminação unilateral, o fototropismo não ocorria. Contudo, coleótilos cujos ápices não estavam cobertos apresentavam fototropismo positivo.



Experimentos de Darwin sem e com a cobertura de papel opaco sobre o ápice de coleótilos de alpiste.

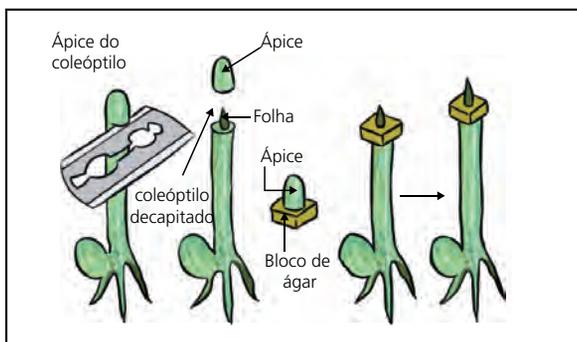
Em outro momento, Darwin percebeu que coleótilos cujos ápices eram retirados não apresentavam fototropismo nem crescimento. Contudo, reinsertindo os ápices, esses processos voltavam a ocorrer, mesmo quando fosse colocado um bloco de ágar entre os ápices e os coleótilos.



Experimentos de Darwin com remoção e reinsertão do ápice de coleótilos de alpinista.

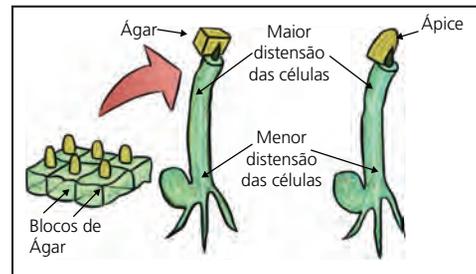
Concluiu que o ápice produzia uma substância que migrava para as partes inferiores da planta, induzindo o crescimento e interferindo nos movimentos fototrópicos.

O fisiologista holandês, Frits Went, em 1926, realizou outros experimentos para esclarecer a "substância" produzida pelo ápice, associada a esses comportamentos em gramíneas. Uma dessas experimentações consistiu em retirar os ápices de coleótilos de aveia e colocá-los sobre blocos de ágar. Depois de algum tempo, apenas esses blocos de ágar foram colocados sobre os coleótilos decapitados. Went conferiu que esses coleótilos voltavam a apresentar crescimento. Esse mesmo resultado era obtido quando se reposicionava seu próprio ápice no coleótilo.



Experimentos com blocos de ágar previamente expostos a contatos com ápices.

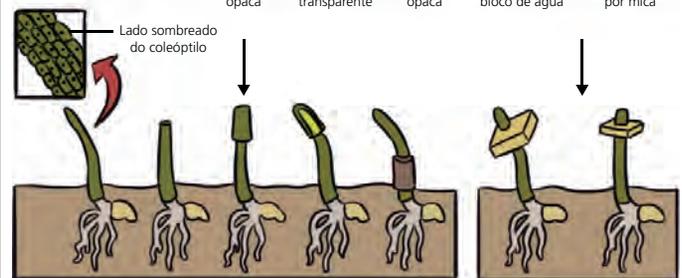
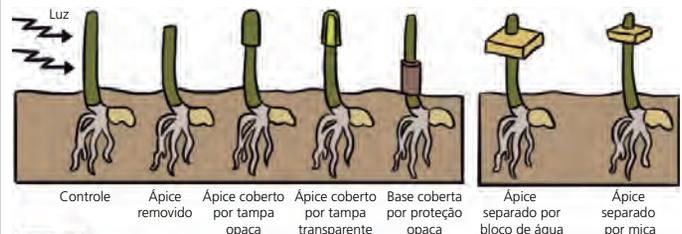
Em outra ocasião, Went usou os blocos de ágar que previamente estavam em contato com ápices de coleótilos e os posicionou sobre coleótilos cujos ápices foram retirados, de modo a cobrir apenas uma das metades das extremidades cortadas. Os coleótilos assim tratados, foram mantidos no escuro, a fim de evitar interferência de luz. Após um determinado tempo, verificou que os coleótilos se curvavam sempre para o lado oposto àquele em que fora colocado o bloco de ágar. Em seguida, pegou o próprio ápice da planta, no lugar do bloco de ágar, e realizando os mesmos passos do experimento anterior, obteve o mesmo resultado.



Experimentos feitos sem a interferência da luz.

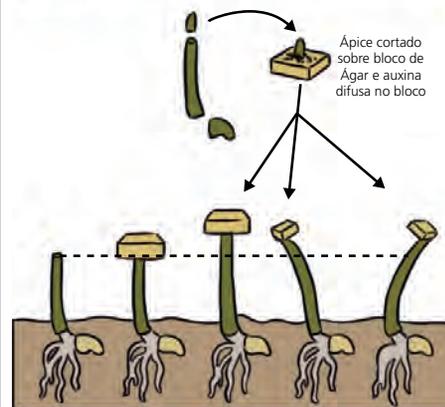
O movimento realizado pelos coleótilos nestes experimentos realizados no escuro é o mesmo que se consegue em coleótilos sem alteração, expostos à iluminação unilateral (em apenas um lado da planta).

Posteriormente, em 1931, a fórmula estrutural da auxina mais comum em plantas foi determinada, sendo denominada de ácido indolacético (AIA).



A Darwin e Darwin (1880)

B Boysen-Jensen (1913)

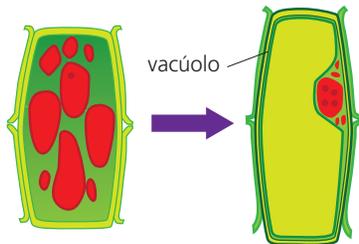


C Went (1926)

**Funções das auxinas**

• **Alongamento celular**

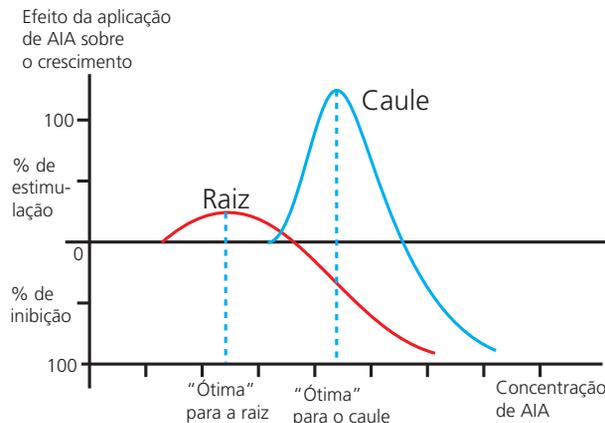
Em caules e raízes jovens, as auxinas estimulam a produção de uma enzima que quebra as ligações entre os filamentos de celulose, o que enfraquece a parede celular, e a célula expande-se por causa da pressão osmótica dos vacúolos. Dessa forma, caso esteja sob estímulo de uma concentração adequada de hormônio, a célula torna-se mais longa, levando ao crescimento do órgão da planta.



Efeito das auxinas no alongamento celular.

• **Crescimento de órgãos**

As auxinas são consideradas hormônios promotores do crescimento de órgãos das plantas, contudo, podem atuar também como inibidores do crescimento, dependendo da concentração em que ocorrem. O aumento dessa concentração eleva à porcentagem de estimulação até determinada concentração, denominada "ótima". A partir desta concentração, ele provoca inibição do crescimento. Além disso, diferentes órgãos da planta respondem diferentemente a uma mesma concentração de auxina. As raízes, por exemplo, são mais sensíveis do que os caules em relação a esses hormônios. Concentrações de auxinas que estimulam o crescimento do caule provocam inibição do crescimento da raiz, como mostra o gráfico a seguir:



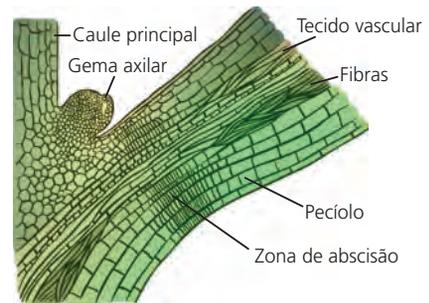
As auxinas também promovem a formação de raízes laterais, raízes adventícias e o enraizamento de estacas.

• **Abscisão foliar**

As folhas jovens produzem auxinas e, à medida que envelhecem, reduzem a produção desse hormônio. Com isso, elas passam a apresentar concentrações de auxina inferiores às encontradas no caule. Isto elevará a sensibilidade da zona de abscisão ao etileno e a concentração de etileno nessa área. Em função dessa diferença, a zona de abscisão, no ponto de inserção do pecíolo no ramo caulinar, tornar-se-á frágil, promovendo a queda da folha.

A zona de abscisão se fragiliza por consequência do aumento do número de divisões mitóticas, dando origem a células menores e mais delicadas que as demais, criando, assim, uma região de menor resistência mecânica. Além disto, outro fator que também colabora para a redução da resistência mecânica da camada de abscisão, é a ação de enzimas que dissolvem as lamelas médias e paredes celulares, reduzindo a união entre as células. Devido a esses processos fisiológicos, as folhas se destacam da planta, caracterizando a abscisão foliar.

No local onde houve a queda das folhas forma-se a cicatriz foliar, devido à suberificação das células da camada de abscisão. Vale ressaltar que este fenômeno também ocorre em flores e frutos.



Abscisão foliar, em destaque, a zona de abscisão.

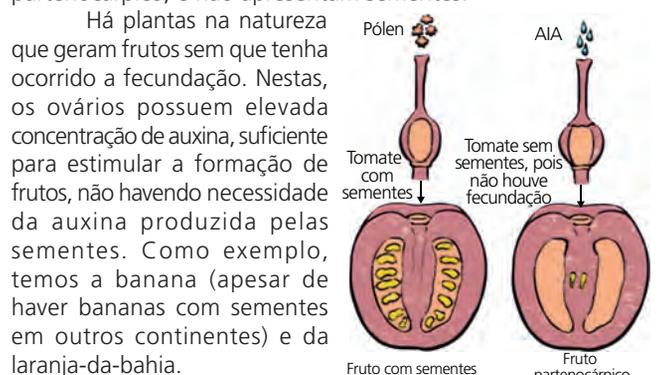
• **Crescimento da flor**

Como o ovário apresenta altos teores de auxina, ele é importante para o crescimento da flor. Sua remoção implica na abscisão da flor.

• **Formação do fruto e partenocarpia**

Os óvulos, após a fecundação, originarão as sementes, que ao se desenvolverem, produzirão alta concentração de auxina. Das sementes, esse hormônio passa para a parede do ovário, estimulando a distensão de suas células e contribuindo para a formação do fruto.

O processo de indução artificial na produção de frutos, sem que haja fecundação, se dá pela introdução de AIA no carpelo floral. Após isto, o ovário se desenvolverá, dando origem a frutos sem sementes, já que estas só se formam pelo desenvolvimento de óvulos fecundados. Este tipo de fruto que se desenvolve sem que haja a fecundação, denomina-se de partenocárpico, e não apresentam sementes.



• **Ação no câmbio vascular**

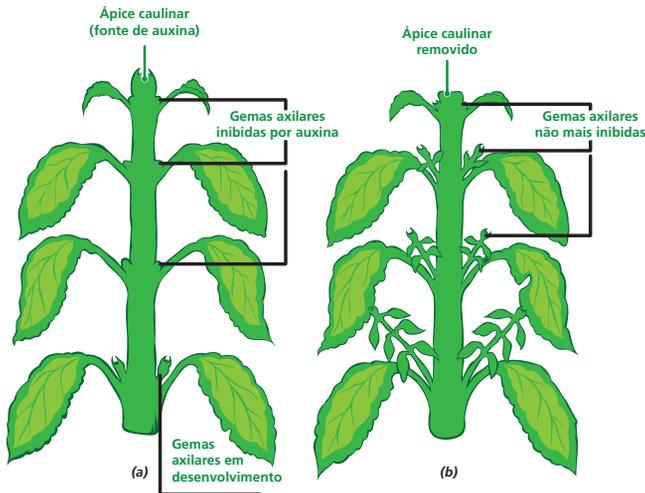
Nas plantas lenhosas de regiões temperadas, a auxina liberada pelas gemas que se desenvolvem na primavera estimula o câmbio vascular, que retoma sua atividade mitótica, formando novas células de floema e xilema secundários.

• **Dominância apical**

A gema apical do caule inibe o desenvolvimento das gemas laterais. Esse fenômeno, chamado dominância apical, é decorrente da ação inibidora da auxina presente na gema apical, sobre as gemas laterais.

Ao se retirar a gema apical, verifica-se que as gemas axilares saem do estado de dormência, dando origem a ramos laterais, folhas e flores. É com base nesse princípio que se efetua a poda das plantas, pois quando se poda a gema apical, a planta desenvolve vários ramos laterais, melhorando a frutificação.

Outro fato observável é que o efeito da dominância diminui sua intensidade, à medida que aumenta a distância entre a gema apical e as laterais.



(a) ápice caulinar presente, promovendo dominância apical; (b) ápice caulinar removido, promovendo o desenvolvimento inicial das gemas laterais em novos ramos caulinares.

• **Tropismos**

Os tropismos são movimentos orientados que ocorrem em partes da planta, resultantes de crescimento desigual, como resposta a um estímulo.

Embora o crescimento vegetal possa ser influenciado por muitos fatores ambientais, três sistemas principais de tropismos controlam a orientação do eixo da planta:

- I. **Fototropismo**, ou crescimento em relação à luz, é expresso em todas as partes aéreas e raízes; ele garante que as folhas recebam luz solar suficiente para realizar a fotossíntese;
- II. **Gravitropismo** ou **geotropismo**, o crescimento em resposta à gravidade, possibilita que as raízes cresçam em direção ao solo e as partes aéreas em direção contrária, respostas que são especialmente críticas nos estágios iniciais da germinação;
- III. **Tigmotropismo**, ou crescimento em resposta ao toque, permite que as raízes cresçam ao redor de obstáculos e é responsável pela capacidade de as partes aéreas de plantas ascendentes se enrolarem em outras estruturas de suporte.

Quando uma planta está crescendo verticalmente, a auxina é transportada de modo polar do ápice para a base. Entretanto, a auxina pode também ser transportada lateralmente e esse movimento lateral é o centro do modelo para tropismos, originalmente proposto de modo independente, na década de 1920, por dois especialistas em fisiologia vegetal: Nicolai Cholodny, na Rússia, e Frits Went, na Holanda.

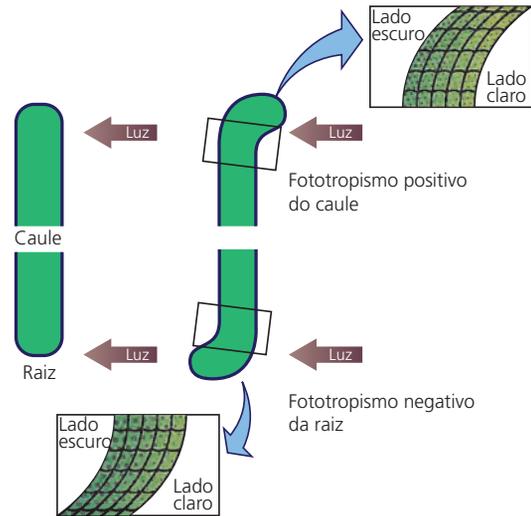
De acordo com o modelo de fototropismo Cholodny-Went, as extremidades apicais caulinares são sítios de altas concentrações de auxina e apresentam duas outras funções especializadas:

- A percepção de um estímulo unilateral de luz.
- Um decréscimo no transporte ápice para a base (modo basípeto) de AIA e desvio para o transporte lateral em resposta ao estímulo fototrópico.

Assim, em resposta ao estímulo direcional da luz, a auxina produzida no ápice, em vez de ser transportada de modo basípeto, é transportada lateralmente para o lado sombreado.

I. **Fototropismo**

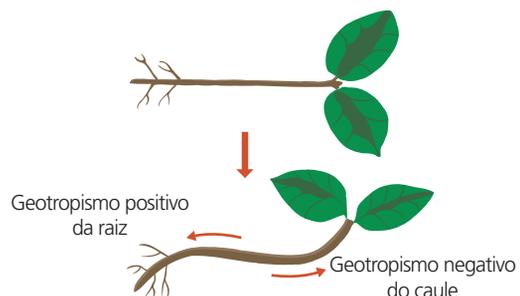
Como as auxinas podem tanto estimular como inibir o crescimento, em função de suas concentrações, do caule e da raiz, pode-se explicar o fototropismo positivo do caule e o fototropismo negativo da raiz, quando submetidos a uma mesma intensidade de luz, dirigida unilateralmente. No caule, a maior concentração de auxina no lado não iluminado, por consequência do aumento do transporte lateral provocado pela luz incidida sobre um dos lados da planta, determina estimulação do crescimento, enquanto, na raiz, determina inibição do crescimento. Ocorre, então, curvatura do caule no sentido da luz e curvatura da raiz em sentido oposto.



Fototropismo.

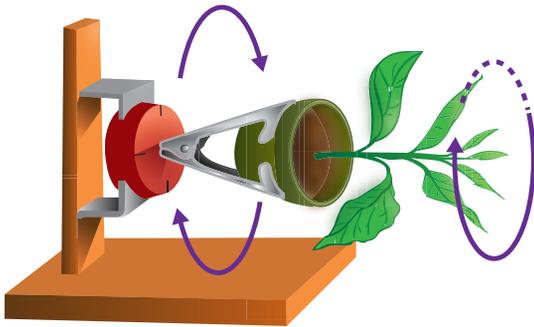
II. **Geotropismo**

Posicionando-se uma planta em posição horizontal, a concentração de auxina, aumenta do lado mais próximo ao solo, por elevação do transporte de AIA para esse lado provocado pela gravidade. Nos caules, esse aumento estimula o crescimento das células desse lado, determinando a curvatura para cima (geotropismo negativo). Nas raízes, ele é inibido, determinando a curvatura para baixo (geotropismo positivo).



Geotropismo.

Caso a planta seja colocada em posição horizontal, mas acoplada a um disco giratório, a auxina se distribuirá uniformemente pelo caule e pela raiz, não havendo manifestação do geotropismo.



**Observação:**

O hidrotropismo é um outro movimento realizado pelas raízes, sendo provocado e orientado pela água. Neste caso, podemos observar que as raízes sempre buscam crescer para zonas de maior aporte hídrico, ou seja, possuem hidrotropismo positivo. Já o quimiotropismo, representa o movimento orientado em resposta a substâncias químicas, como é o caso do crescimento dos tubos polínicos em direção às oosferas na fecundação das fanerógamas, caracterizando um quimiotropismo positivo.

**III. Tigmotropismo**

O tigmotropismo, também chamado heptotropismo, é o crescimento desigual, em resposta ao contato, que promove a curvatura do órgão na direção do estímulo ou no sentido contrário a ele. Ocorre em alguns órgãos como caules, pecíolos e, principalmente, gavinhas. Estas respondem prontamente ao estímulo, enrolando-se em um suporte em menos de um minuto. O lado que recebeu o estímulo para de crescer, enquanto o outro se alonga mais, promovendo a curvatura.

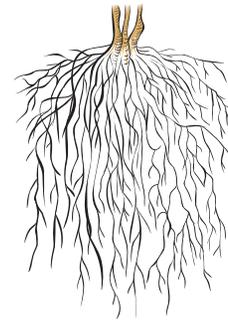


Tigmotropismo, veja o padrão de enrolamento do caule volúvel sobre a planta suporte.

• **Auxinas e formação de raízes**

As auxinas são usadas comercialmente na propagação vegetativa de plantas por estaquia, favorecendo a formação de raízes adventícias. Para que as estacas formem rapidamente raízes, aplica-se AIA às suas bases. Na indução que promove a formação de raízes adventícias, o AIA faz com que grupos de células se desdiferenciem, voltando a exercer atividade meristemática e originando novas raízes.

Vale ressaltar que a aplicação de altas concentrações de auxinas em raízes já formadas, inibe seu crescimento.



Formação de raízes adventícias.

• **Auxinas e floração**

A capacidade de as auxinas promoverem floração é incomum. Nos poucos casos relatados, as auxinas são capazes de induzir a floração, como é o caso do abacaxi (*Ananas comosus*).

Para fins comerciais, extensas plantações de abacaxi são pulverizadas com auxinas sintéticas, como o ANA (ácido naftalenoacético), provocando floração e consequente formação de frutos, aproximadamente na mesma época, facilitando, assim, a colheita.

• **Auxinas como herbicidas**

O ácido 2,4-diclorofenoxiacético (2,4D), uma auxina sintética, é usada intensamente na agricultura como herbicida, no combate a ervas daninhas. Em questões comerciais, este é o principal uso prático para os reguladores do crescimento de plantas. Como esses herbicidas matam as ervas daninhas ainda não é completamente elucidado. O 2,4-D não é degradado nas plantas tão prontamente como são as auxinas naturais, e a resultante manutenção artificial de altos níveis de compostos similares à auxina certamente contribui para os efeitos letais. Os mecanismos pelos quais os herbicidas matam apenas certas ervas daninhas são também pouco conhecidos. Tais agentes atuam de forma seletiva sobre plantas de folhas largas, isto se deve, em parte, ao fato de elas absorverem mais o agente químico que as folhas estreitas de gramíneas.

O Agente Laranja, o herbicida mais comumente utilizado como desfolhante durante a Guerra do Vietnã, é uma mistura de ésteres n-butílicos de 2,4- D e 2,4,5- T (ácido 2,4,5-triclorofenoxiacético), outra auxina sintética. Ele também contém dioxina 2,3,7,8- TCDD, um contaminante do 2,4,5-T que foi demonstrado como tóxico a animais e seres humanos. Em seres humanos, o 2,3,7,8-TCDD causa cloracne, uma grave lesão de pele que ocorre sobre a cabeça e na superfície do corpo, e, baseado em evidências positivas em estudos animais, ele é provavelmente cancerígeno em humanos. A fabricação e o uso do 2,4,5- T foram proibidos nos EUA.

**Giberelinas**

O início da história da pesquisa em giberelina foi exclusivo de pesquisadores japoneses. No ano de 1926, o fisiologista Kurosawa, estudando uma doença do arrozal, chamada de "*Bakanae*", que significa "plantinha boba", pois determinava um crescimento exagerado da planta, que se tornava mais fraca, nunca chegando à maturidade. Kurosawa descobriu que o fungo *Gibberella fujikuroi* era o responsável pelo aparecimento desses sintomas, pois, transferido para uma planta sadia, ele determinava o aparecimento da doença. A substância produzida pelo fungo e responsável pela doença recebeu o nome de giberelina. Em 1935, Yabuta isolou essa substância, que passou, então, a ser ativamente estudada.

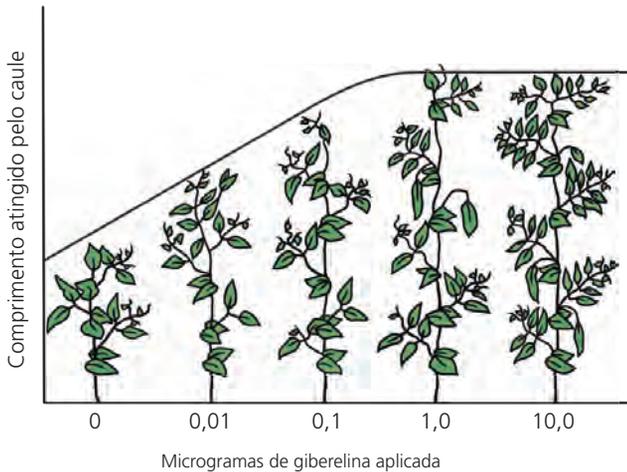
Entretanto, ela só passou a ser considerada um hormônio vegetal depois que se evidenciou que também é produzida pelas plantas, além dos fungos. Mais de 84 giberelinas já foram isoladas e identificadas quimicamente. Elas variam muito pouco na estrutura, bem como na atividade biológica. A mais estudada é o GA<sub>3</sub>, conhecida como ácido giberélico, que também é produzida pelo fungo *Gibberella fujikuroi*.

São hormônios produzidos em meristemas, folhas jovens, sementes e frutos. Ao contrário das auxinas, seu transporte nem sempre é polar, podendo ser transportadas para baixo pelo floema e para cima pelo xilema, podendo, ainda, difundir-se de célula a célula. Um de seus principais efeitos é promover o crescimento de caules e de folhas, estimulando tanto as divisões quanto o alongamento das células, sendo pouco significativo seu efeito sobre as raízes.

**Funções das giberelinas**

• **Alongamento de caules**

O efeito mais notável das giberelinas é promover o alongamento de caules de plantas intactas, por estimular tanto divisões como alongamento celular. A aplicação de giberelina pode induzir uma planta em roseta a se alongar. Seu efeito mais marcante, entretanto, é sobre plantas mutantes anãs. Estas, recebendo giberelina, crescem como se fossem normais. Isso leva a supor que esses mutantes têm uma alteração bioquímica que incapacita a planta para a síntese de suas próprias giberelinas.



• **Crescimento das folhas**

O crescimento de folhas também pode ser promovido pelo tratamento com giberelina. Entretanto, seu efeito se exerce sobre folhas de gramíneas, tendo pouco ou nenhum efeito sobre folhas largas de dicotiledôneas.

• **Floração**

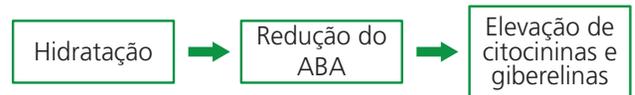
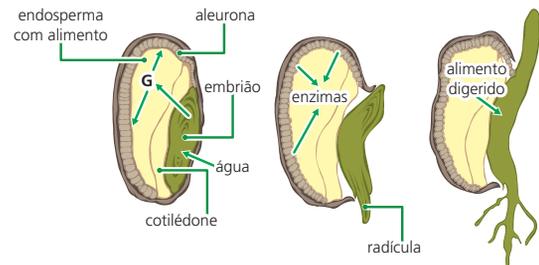
Em plantas normais (não mutantes), com forma em roseta (com entrenós curtos e ramos próximos), há uma mudança da estrutura da planta na época da floração, que ocorre quando a planta é exposta a dias longos ou, como em certas plantas, ao frio, ou a ambos. Há um rápido alongamento do caule, aumentando o tamanho dos entrenós, fenômeno conhecido como a formação do “escapo floral”, seguido do florescimento da planta. O escapo floral é um ramo caulinar que sustenta flores na extremidade. A aplicação de giberelinas nessas plantas causa formação do escapo floral e o florescimento, sendo desnecessária a exposição a dias longos ou ao frio.

• **Desenvolvimento do fruto**

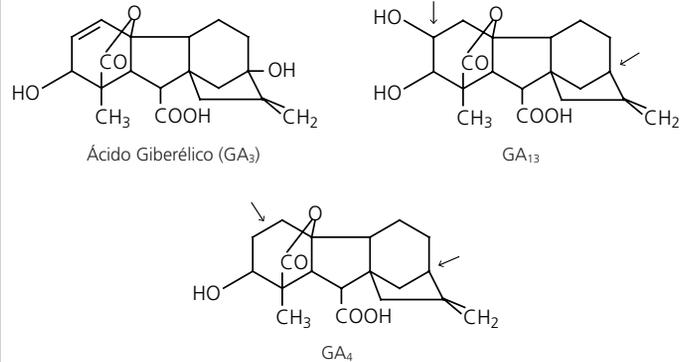
A indução da partenocarpia é uma função comum às giberelinas e auxinas. Entretanto, as auxinas são eficazes sobre algumas espécies e giberelinas, sobre outras. Há evidências de que a giberelina estimula a germinação dos grãos de pólen e o crescimento do tubo polínico.

• **Germinação de sementes**

As sementes que não germinam sob condições normais (água, gás oxigênio e temperatura adequados para a germinação) são chamadas de dormentes. A dormência de muitas sementes, antes da germinação, só pode ser quebrada por um período de exposição a baixas temperaturas ou à luz. Em ambos os casos, a giberelina pode substituir esses dois fatores, induzindo à germinação. Além de atuar sobre sementes, as giberelinas podem quebrar a dormência de outros órgãos, como as gemas de plantas decíduas (plantas que geralmente nos meses mais frios do ano – outono e inverno – perdem suas folhas, recebendo também a denominação de caduca ou caducifólia).



As giberelinas quebram a dormência das sementes, promovendo germinação.



Três das mais de 84 giberelinas isoladas de fontes naturais. O GA<sub>3</sub> (ácido giberélico) é o mais abundante em fungos e biologicamente ativo em muitos testes. As setas indicam onde pequenas diferenças estruturais ocorrem, as quais distinguem os dois outros exemplos de giberelinas, GA<sub>4</sub> e GA<sub>13</sub>.

**Citocininas**

O pesquisador Johannes van Overbeek descobriu, em 1941, que a água de coco possui um poderoso fator de crescimento. Esse fator acelerava grandemente o desenvolvimento de embriões de plantas e promovia o crescimento de tecidos isolados e de células em tubos de ensaio. A descoberta de Overbeek teve duas consequências: deu impulso às pesquisas de tecidos de plantas isolados e estimulou a procura por outros grupos de reguladores do crescimento de plantas. O meio básico utilizado em cultura de tecidos ou células contém açúcar, vitaminas e vários íons.

No começo da década de 50, Folke Skoog e colaboradores mostraram que um segmento de caule de tabaco crescia inicialmente nesse meio de cultura, mas seu crescimento rapidamente tornava-se lento ou parava. Aparentemente, algum estimulador de crescimento originalmente presente no caule de tabaco exauria-se. A adição de AIA não fazia efeito. Contudo, quando a água de coco era adicionada ao meio, as células começavam a se dividir e o caule de tabaco reassumia o crescimento. Skoog e seus colaboradores começaram a identificar o fator de crescimento na água de coco.



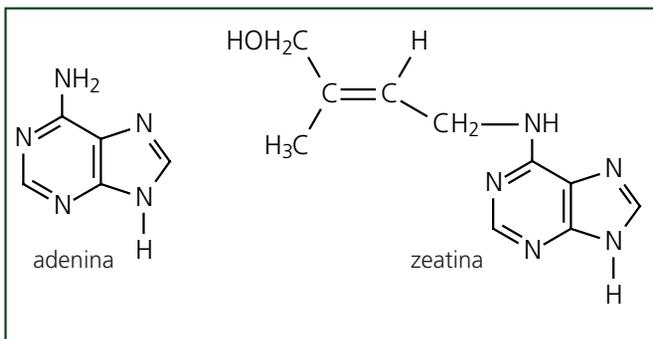
Iaroslav Danylychenko/123RF/Easygix

A água de coco é uma rica fonte de citocininas.

Após muitos anos de esforço, conseguiram produzir fator de crescimento purificado mil vezes, mas não o puderam isolar. Então, mudando de rumo, testaram várias substâncias contendo purina, a maior parte das moléculas derivadas de ácidos nucleicos, na esperança de encontrar uma nova fonte do fator de crescimento. Isso conduziu à descoberta por Carlos O. Miller de que um produto da quebra do DNA continha material que era altamente ativo na estimulação de mitoses.

Posteriormente, os pesquisadores Miller e Skoog e seus colaboradores isolaram o fator de crescimento, e o chamaram de cinetina, sendo colocada num grupo de reguladores do crescimento denominados de citocininas, devido ao envolvimento na citocinese da divisão celular. Analisando-se a química da molécula, a cinetina lembra a purina adenina, a qual era a pista que levou à sua descoberta. A cinetina, que provavelmente não ocorre naturalmente nas plantas, tem uma estrutura relativamente simples e os bioquímicos rapidamente foram capazes de sintetizar vários compostos relacionados que se comportavam como citocininas. A primeira citocinina natural foi extraída dos grãos de milho, recebendo a denominação de zeatina, sendo a mais ativa das citocininas naturais.

As citocininas naturais são produzidas nos ápices radiculares, sendo transportadas das raízes para os caules através do xilema.

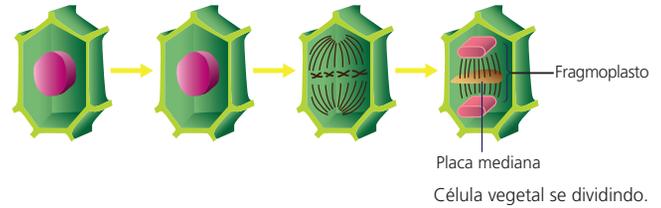


Semelhança entre adenina e zeatina (uma citocinina).

## Funções das citocininas

### • Divisão celular

O mais importante efeito das citocininas é promover a divisão celular, embora promovam também o alongamento e a diferenciação celulares, principalmente quando em associação com auxinas.



### • Interações auxinas-citocininas

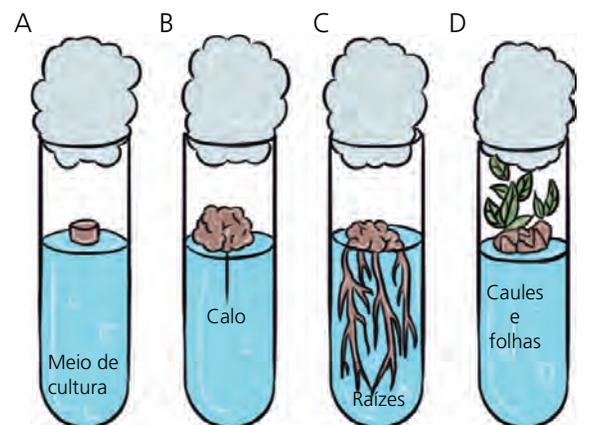
Os hormônios de plantas geralmente atuam de modo integrado. Pesquisas utilizando AIA (um tipo de auxina) e cinetina (um tipo de citocinina), mostraram como esses hormônios podem interagir e determinar respostas celulares diferentes. Foram colocados fragmentos de calo de fumo em soluções nutritivas contendo:

- apenas cinetina;
- apenas AIA;
- cinetina e AIA em diferentes proporções.

Verificou-se que, nas soluções nutritivas contendo apenas AIA ou apenas cinetina, o crescimento do calo era reduzido ou nulo. Nas soluções contendo cinetina e AIA, o calo apresentava respostas diferentes, dependendo das proporções entre as concentrações desses hormônios. Quando a proporção cinetina-auxina era baixa, o calo produzia apenas raízes; quando era alta, produzia apenas ramos caulinares; e quando era intermediária, não produzia nem raízes e nem ramos, havendo apenas crescimento do calo. Essas experimentações mostram que os hormônios vegetais, além de atuarem de modo integrado, participam de mecanismos de diferenciação celular.

#### Observação:

Calo representa uma massa de células vegetais indiferenciadas usadas em culturas de tecidos.



AIA	0,2 mg/L	0,2 mg/L	0,03 mg/L
Cinetina	0,2 mg/L	—	1 mg/L

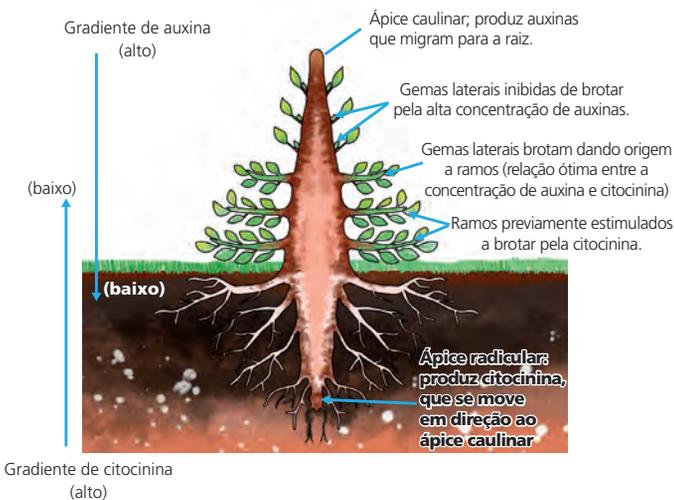
A razão cinetina/AIA na regulação da produção de raízes e caules na cultura de tecidos.

• **Retardo da senescência**

Quando as folhas se tornam senescentes, diminuem as concentrações de suas substâncias orgânicas, como por exemplo, as proteínas e as clorofilas, tornando-as amareladas. Verificou-se que o tratamento com citocininas retarda o envelhecimento das folhas, que permanecem verdes por mais tempo.

• **Dominância apical**

As citocininas atuam conjuntamente com as auxinas no controle da dominância apical. Esses hormônios possuem efeitos antagônicos, pois as auxinas vindas do ápice caulinar, descem pelo caule e inibem o desenvolvimento das gemas laterais, já as citocininas vindas do ápice radicular, sobem pelo caule e estimulam as gemas laterais a se desenvolverem em ramos caulinares. Por isso, quando a gema apical é removida, intensifica-se o desenvolvimento das gemas laterais. O fato de as gemas mais baixas saírem de períodos de dormência antes das mais altas tem relação com o fato de elas estarem mais próximas de raízes, onde são produzidas as citocininas.



Esquema simplificado mostrando a interrelação da auxina (pontos azuis) com a citocinina (pontos vermelhos) no controle do brotamento das gemas laterais.

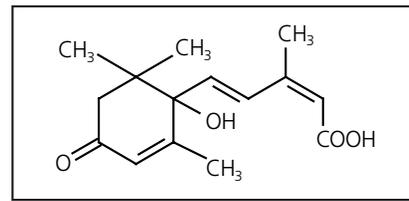
• **Germinação de sementes**

Há sementes que necessitam de luz para a germinação. Entretanto, se estas sementes forem tratadas com citocininas, elas germinam mesmo no escuro.

**Ácido abscísico (ABA)**

Durante a vida da planta, há certos períodos, que sua sobrevivência depende da sua habilidade em limitar seu crescimento e suas atividades reprodutivas. Em 1949, Paul F. Wareing descobriu que gemas dormentes de freixo e batatas contêm grandes quantidades de um inibidor de crescimento, o qual ele chamou de dormina. Durante a década de 60, Frederick T. Addicott divulgou a descoberta em folhas e frutos de uma substância capaz de acelerar a abscisão, a qual ele denominou abscisina. Pouco depois descobriu-se que a abscisina e a dormina são idênticas quimicamente. O composto é agora conhecido como ácido abscísico ou ABA. Esse nome foi dado numa época em que se atribuía ao hormônio a função de abscisão, ou seja, a queda de folhas, flores e frutos, mas hoje, se sabe que a redução de auxinas e a elevação da concentração de etileno nestes órgãos são os fatores responsáveis por essa função.

O ABA é produzido no caule, na coifa, em folhas maduras e em sementes, sendo transportado pelo floema.



Ácido abscísico (Dormina).

**Funções do ABA**

• **Inibição celular**

A nível celular, o ABA inibe tanto o crescimento como as divisões celulares.

• **Indução de dormência em gemas**

O ABA induz à dormência de gemas. Em situações nas quais a água do solo pode congelar, como durante o inverno, a planta corre risco de desidratação, pois não tem como restituir a água perdida na transpiração. Antes de isso ocorrer, as gemas entram em dormência, inibindo seu desenvolvimento. Ao mesmo tempo, o primórdio foliar se diferencia em uma bráctea, que protegerá a gema (broto) nessa época. Além disto, o próprio câmbio vascular é inibido por esse hormônio nesse período de baixas temperaturas. Na primavera, quando a água líquida está disponível e a temperatura se eleva, o câmbio retoma sua atividade. As gemas desenvolvem-se e a planta volta a crescer. A dormência também pode estabelecer-se em estações muito secas ou de temperaturas elevadas. O fim da dormência ocorre quando o efeito estimulador supera o inibidor sobre gemas e sementes, ou seja, depende de um balanço entre os hormônios que estimulam e os hormônios que inibem esse desenvolvimento.

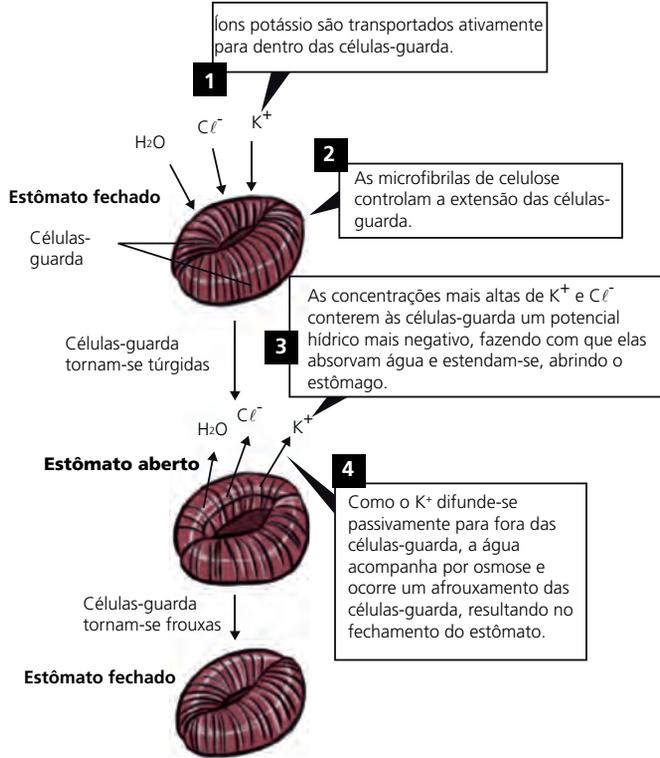
• **Indução de dormência em sementes**

O ABA induz à dormência de sementes. A dormência pode ser vantajosa para as sementes, ao impedir que elas germinem em condições desfavoráveis, permitindo inclusive maior tempo de vida e maior probabilidade de dispersão. Provavelmente, o ácido abscísico é um dos responsáveis pela dormência da semente, que permanece assim até que as giberelinas superem o efeito inibidor do ácido abscísico.

• **Fechamento dos estômatos**

O ABA promove o fechamento dos estômatos. Como já descrito anteriormente, esse fechamento evita a transpiração excessiva quando o ar está muito quente e seco. Nestas situações, a folha acumula ácido abscísico, que estimula a saída de íons potássio das células-guardas, o que provoca a saída de água e o fechamento do estômato.

Dessa forma, concluímos que o ABA está relacionado à proteção da planta contra situações ambientais hostis. Por esse motivo, ele é denominado de "Hormônio do estresse" das plantas.



Estômatos. A elevação da concentração do íon potássio ( $K^+$ ) no interior das células-guarda, aumenta a pressão osmótica (diminui o potencial hídrico) nelas, entrando água por osmose, abrindo os estômatos. A diminuição da concentração do íon potássio ( $K^+$ ), no interior das células-guarda (provocado pelo ABA), reduz a pressão osmótica (eleva o potencial hídrico) nelas, saindo água por osmose, fechando os estômatos.

**Etileno**

A ação do etileno sobre as plantas antecede a descoberta das auxinas. Em cidades da Europa, durante o século XIX, o etileno, um hidrocarboneto simples ( $H_2C = CH_2$ ), foi utilizado como gás de iluminação pública, porém, o vazamento de gás dos postes provocava o desfolhamento das árvores plantadas ao longo da avenida, sendo um sinal do etileno na abscisão foliar. Em 1901, Dimitry Neljubov demonstrou que o etileno era o componente ativo no gás de iluminação. Ele notou que o tratamento de plântulas de ervilha com gás de iluminação provocava um crescimento horizontal nos caules. Quando os efeitos dos componentes gasosos do gás de iluminação foram testados individualmente, todos foram inativos exceto o etileno, o qual foi ativo em concentrações tão pequenas quanto 0,06 parte por milhão (ppm) no ar. Os estudos de Neljubov confirmaram que o etileno está relacionado a certos aspectos da fisiologia das plantas, como seu crescimento e desenvolvimento, incluindo o crescimento de tecidos, senescência, maturação de frutos, abscisão de folhas, flores, frutos e ramos caulinares.

O etileno é derivado do aminoácido metionina, sendo produzido por diversos tecidos da planta, principalmente em resposta ao estresse, especialmente em tecidos senescentes ou em amadurecimento. Por ser um gás, o etileno move-se por difusão a partir do seu sítio de síntese.

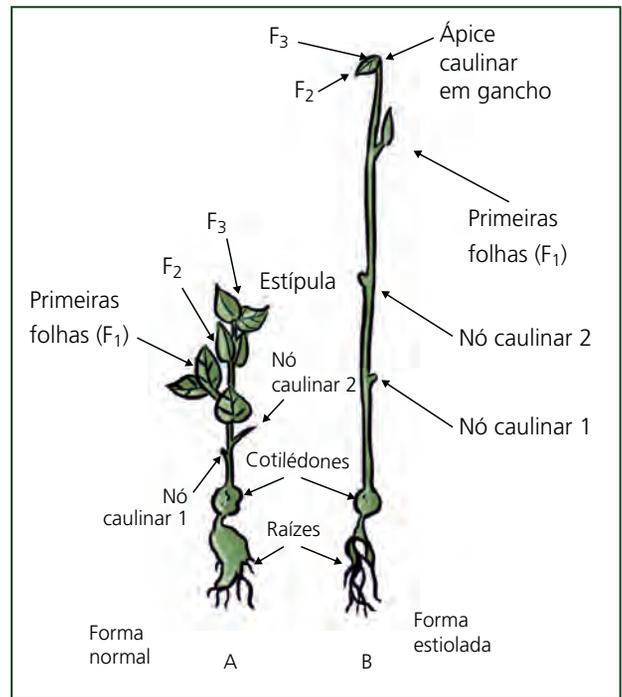
**Funções do etileno**

• **Quebra da dormência**

O tratamento com etileno provoca a quebra da dormência e inicia a germinação em algumas espécies, como nos cereais e no amendoim. Também provoca a quebra da dormência em gemas, sendo algumas vezes utilizado para promover o crescimento de gemas em batatas-inglesas e em outros tubérculos.

• **Formação do gancho plumular**

O estiolamento representa o conjunto de características de plantas que crescem no escuro, como exemplo, a presença de caule muito alongado, sem pigmentação e folhas reduzidas. Outra característica importante do estiolamento é o aparecimento do gancho plumular ou apical, ou seja, a curvatura do ápice do caule para baixo, que ocorre por ação do etileno.



“A” representa uma planta com desenvolvimento no claro e “B” representa uma planta com desenvolvimento no escuro. Observe o ganho plumular no ápice caulinar da planta B.

• **Epinastia**

O etileno promove epinastia nas folhas, ou seja, curvatura do órgão para baixo, resultante do crescimento desigual.

• **Formação de raízes e de pelos nas raízes**

O etileno é capaz de induzir a formação de raízes adventícias em folhas, caules, pedúnculo floral e mesmo em outras raízes. Sua ação é de atuar como um promotor (um facilitador) da ação da auxina sobre a formação de raízes adventícias, pois mesmo que a planta tenha auxinas, na ausência de etileno, não há formação dessas raízes. É também um regulador positivo na formação de pelos de raízes em várias espécies.

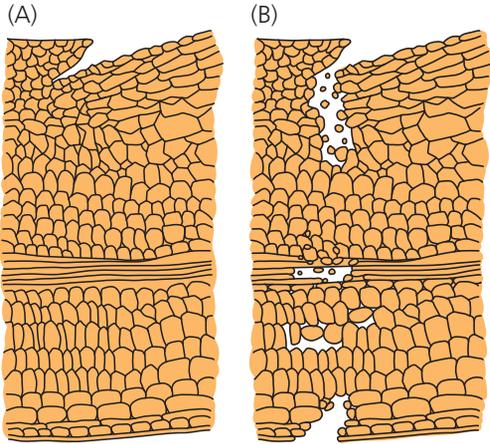
• **Floração**

A fumaça (que contém etileno) induz a floração da mangueira, do abacaxi e também de outras bromeliáceas.

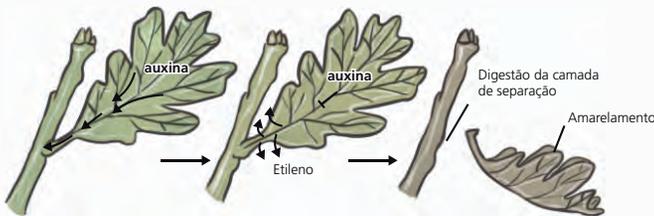
• **Abscisão de folhas, flores e frutos**

O etileno está envolvido na formação das enzimas que dissolvem as lamelas e as paredes celulares na zona de abscisão, ocorrendo em folhas, flores e frutos, promovendo a queda dessas estruturas. Em vários sistemas, a abscisão é controlada por uma interação de etileno e auxina. Enquanto o etileno dispara a abscisão, a auxina reduz a sensibilidade das células da zona de abscisão ao etileno e assim previne a queda dos órgãos vegetais.

Por isso, com a redução da concentração de auxinas na folha, flor e fruto, eleva-se a sensibilidade da zona de abscisão ao etileno, ocorrendo a abscisão desses órgãos. Vale ressaltar que após a redução do gradiente de auxina na folha ter se iniciado, haverá também um aumento dos níveis de etileno na folha, além, de este reduzir a atividade local da auxina, promovendo a redução de sua síntese e aumento de sua degradação. Esse efeito da auxina tem sido utilizado comercialmente, por exemplo, o tratamento com auxinas previne a queda de frutos antes da colheita.



Formação da camada de abscisão em beijo-de-frade. (A) Durante a abscisão foliar, duas ou três fileiras de células na zona de abscisão sofrem degradação da parede celular devido a um aumento das enzimas que hidrolisam a parede. (B) Os protoplastos resultantes arredondam-se e aumentam em volume, separando as células traqueais e facilitando a separação da folha do caule.



**Fase de manutenção da folha**  
O nível alto de auxina na folha reduz a sensibilidade da zona de abscisão ao etileno e evita a queda da folha.

**Fase de indução da queda**  
A diminuição de auxina na folha aumenta a sensibilidade ao etileno na zona de abscisão, a qual desencadeia a fase de queda.

**Fase de queda**  
Síntese de enzimas que hidrolisam os polissacarídeos da parede celular, resultando na separação das células e na abscisão foliar.

Visão esquemática dos papéis da auxina e do etileno durante a abscisão foliar. Na fase de indução da queda, o nível de auxina diminui e o de etileno aumenta. Essas mudanças no balanço hormonal aumentam a sensibilidade das células-alvo ao etileno.

• **Amadurecimento de frutos**

O amadurecimento de frutos é um processo complexo que envolve um grande número de alterações, especialmente em frutos carnosos. Essas alterações são:

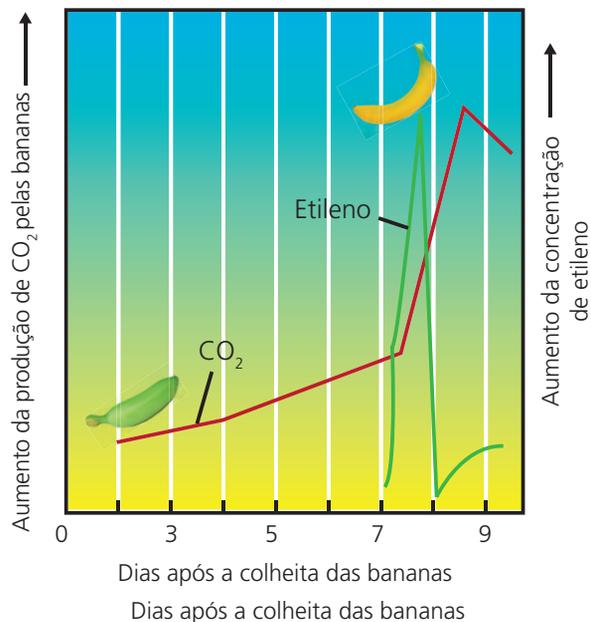
1. Degradação da clorofila;
2. Aparecimento de outros pigmentos (carotenoides e antocianinas) mudando a cor do fruto, tornando-o mais vistoso para os animais dispersores de sementes;
3. Amolecimento da parte carnosa por digestão enzimática da pectina da lamela média;
4. Aumento de atividades metabólicas, nas quais amido, ácidos orgânicos, compostos fenólicos (incluindo taninos) e óleos (como no abacate) são transformados em açúcares, tornando o fruto mais adocicado e, conseqüentemente, mais palatável para os animais dispersores de sementes;
5. Abscisão do fruto;

Durante essa fase de amadurecimento, há um aumento da respiração celular aeróbica, evidenciado pelo aumento no consumo de gás oxigênio pelo fruto. Este período é chamado climatérico.

Frutos bem maduros, ou então, podres, liberam etileno. Este provocará amadurecimento mais rápido de frutos verdes ou apodrecimento mais rápido de frutos já maduros. Por esse motivo é que se diz que um fruto podre perto dos outros, sadios, provoca o apodrecimento de todos.

Na atualidade, a maturação de frutos climatéricos (como a banana) pode ser retardada ou inibida mantendo-os em temperaturas reduzidas e em ambiente com variada concentração de oxigênio e de gás carbônico. A baixa temperatura associada à baixa concentração de oxigênio, inibem a síntese do gás etileno, já a baixa temperatura associada à elevada concentração de gás carbônico inibem a ação do gás etileno já produzido.

Já para se acelerar a maturação de frutos como a banana, comumente se faz a queima de pó de madeira (serragem) em câmaras de armazenamento, pois esse processo libera etileno.

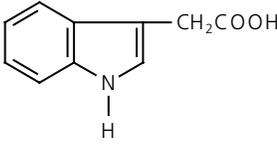
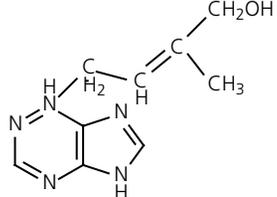
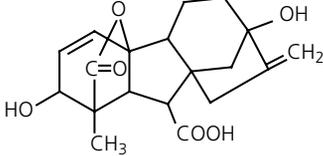
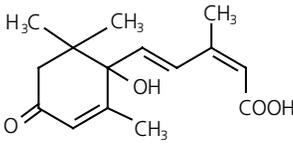
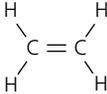


**Etileno e amadurecimento de frutos.** Nos frutos como as bananas, um rápido aumento na produção de etileno precede o aumento na respiração, indicando que o etileno está envolvido no amadurecimento.



**A resposta tríplice ao etileno.** Na resposta tríplice ao etileno, as plantas cessam o crescimento em comprimento, tornam-se mais espessas e crescem horizontalmente. A extensão da resposta varia com a concentração do etileno.

QUADRO RESUMO DOS FITORMÔNIOS

Hormônio	Local de síntese nas plantas	Principais funções
Auxinas (exemplo apresentado: ácido indolacético) 	Embriões, meristemas, gemas, folhas jovens	Estimulam o crescimento do caule e das raízes; promovem diferenciação celular na cultura de tecidos e no procâmbio; regulam o crescimento de frutos; mantêm a dominância apical; atuam no fototropismo e gravitropismo.
Citocininas (exemplo apresentado: zeatina) 	Raízes, sementes, frutos e folhas	Inibem o crescimento e diferenciação das raízes; estimulam a divisão e o crescimento celular na cultura de tecidos; retardam a senescência.
Giberelinas (exemplo apresentado: ácido giberético) 	Meristemas, folhas jovens, embriões	Promovem germinação de sementes e crescimento de gemas; promovem alongamento do caule e crescimento foliar; estimulam floração e desenvolvimento de frutos.
Ácido abscísico 	Folhas, caules, raízes e frutos	Inibe crescimento; fecha estômatos durante estresse hídrico; promove dormência.
Etileno 	Frutos em amadurecimento, folhas e flores senescentes	Promove o amadurecimento de alguns frutos e o espessamento de caules e raízes.

REGULADORES DO CRESCIMENTO DE PLANTAS DESCOBERTOS RECENTEMENTE

Regulador(es)	Natureza Química	Efeitos
Brassinosteroides	Esteroides	Estimulam o alongamento e a divisão celular; mutações em <i>Arabidopsis</i> que bloqueiam a síntese de brassinosteróide.
Ácido salicílico	Compostos fenólicos	Ativa genes de defesa a patógenos.
Jasmonatos	Derivados de ácidos graxos voláteis	Regulam germinação de sementes, crescimento radicular, acumulação de proteínas de reserva e síntese de proteínas de defesa.
Sistemina	Pequeno peptídeo	Produzido em tecidos sob injúrias, pode induzir genes de defesa em tecidos diferentes dos injuriados.

Leitura Complementar I

SENESCÊNCIA FOLIAR

Os processos deteriorativos que normalmente concluem a vida funcional de um organismo ou órgão são coletivamente denominados senescência. Eles constituem não simplesmente um processo de degenerescência gradual, mas um estado fisiologicamente ativo do ciclo de vida da planta, controlado por hormônios.

A senescência foliar é comumente caracterizada pelo amarelamento do limbo e envolve destruição da clorofila, diminuição de proteínas, diminuição da síntese de RNA, alteração na taxa respiratória, perda de ácidos orgânicos, desenvolvimento de pigmentos amarelos ou vermelhos, entre outros processos. Durante a senescência foliar, os ácidos orgânicos e muitos nutrientes minerais existentes na folha são translocados através do floema para outras partes da planta onde serão reutilizados.

A queda natural das folhas resulta da formação de camadas de células especializadas na camada ou zona de abscisão, na base do pecíolo. Esta zona, dependendo da espécie, pode ser formada no início do desenvolvimento da folha ou somente depois da completa maturação do órgão. As células parenquimatosas que compõem a camada de abscisão são geralmente menores que as circunvizinhas. Mesmo os elementos vasculares individuais podem ser mais curtos e as fibras do feixe podem faltar na zona de abscisão. Estas características anatômicas fazem desta zona uma área de maior fragilidade. Externamente, é reconhecida por sua cor mais pálida ou por apresentar-se como uma região comprimida.

As células da camada de abscisão possuem paredes muito delicadas e sofrem normalmente modificações químicas, tais como a dissolução de suas lamelas médias ou até mesmo de suas paredes primárias. Essa dissolução é resultante do aumento das atividades enzimáticas nas células dessa região e somente os tecidos condutores mantêm alguma ligação que pode ser quebrada pelo vento, chuva, gravidade e ações mecânicas externas, provocando a queda das folhas. Vale ressaltar que se forma uma camada protetora composta por células suberificadas que isolam a folha do caule antes de sua queda, interrompendo o fluxo de seiva para todos os tecidos foliares. Após a queda, a camada protetora permanece no caule, formando uma cicatriz foliar no nó. A cicatriz representa uma região com deposição de suberina ou de certo tipo de goma nas suas paredes.

O controle da abscisão resulta de uma completa interação hormonal, incluindo o etileno e a auxina. Esta, produzida nas folhas jovens, inibe a abscisão e o declínio das auxinas, à medida que o órgão envelhece, implicando na abscisão. Assim, a queda das folhas das plantas decíduas no outono, ou das folhas velhas das plantas sempre-verdes ou ainda das folhas atacadas por certos danos, como parasitas, é decorrente de uma baixa de sua concentração de auxina. Quando uma folha apresentar uma concentração de auxina maior do que a região do caule onde ela está inserida, não ocorre a formação da camada de abscisão. Contudo, quando a concentração de auxina da folha baixar a níveis inferiores ao daquela região do caule, a zona de abscisão se tornará mais sensível ao gás etileno que promoverá a fragilização dessa região do pecíolo, provocando a queda da folha. Vale ressaltar que a queda das flores, frutos e ramos caulinares também é explicado pela redução da concentração de auxina entre essas estruturas e o caule que as sustenta.

## Movimentos vegetais

As plantas utilizam-se do crescimento não apenas para aumentar seu tamanho corporal, mas também para se orientarem em relação aos estímulos ambientais. Por viverem fixas a um substrato, as plantas necessitam realizar movimentos que lhes permitam conseguir um posicionamento melhor em relação aos fatores ambientais.

Quando esses movimentos são orientados, ocorrendo como resposta a estímulos direcionados, eles podem ser de dois tipos, tropismos ou tactismos. Já, quando esses movimentos não são orientados, ocorrendo em resposta a um estímulo, mas com direção independente da posição de origem do estímulo, eles são denominados de nastismos ou movimentos násticos.

Os tropismos, já descritos no tópico "Auxinas", são movimentos por crescimento desigual, em partes da planta, orientados como resposta a um estímulo do meio. Os tropismos recebem nomes especiais, conforme a natureza do estímulo. Assim, o fototropismo ocorre em resposta à luz, o geotropismo tem como estímulo a gravidade, o tigmotropismo ocorre em resposta ao estímulo tátil, o hidrotropismo tem como estímulo a água, e o quimiotropismo é em resposta a estímulos químicos.

Já os tactismos são movimentos por deslocamento orientados como resposta a um estímulo do meio. Nas plantas, os casos de tactismos estão restritos a deslocamentos dos cloroplastos em direção à luz em suas células, como resposta à alteração na intensidade luminosa, sendo denominado de fototactismo positivo, e ao deslocamento dos anterozoides em direção às oosferas nas criptógamas, como resposta a substâncias químicas liberadas por estes gametas femininos, sendo denominado de quimiotactismo positivo. Em protistas clorofilados, o tactismo é observado em euglenas, que se deslocam em direção a fontes luminosas, sendo mais um exemplo de fototactismo positivo. Em moneras, podemos observar o aerotactismo, no qual bactérias aeróbias se deslocam em

direção a uma fonte de gás oxigênio, como uma alga filamentar.

Os nastismos são movimentos que ocorrem em resposta a estímulos, não sendo, porém, orientados com direção independente da posição de origem do estímulo. Eles afetam todo o órgão da planta e não apenas o lugar onde se deu o estímulo. Os movimentos násticos são de dois tipos: por crescimento e por variação de turgor.

A epinastia é um movimento nástico por crescimento. Ela ocorre quando a superfície superior de um órgão tem uma taxa de crescimento maior que a inferior. Neste caso, em se tratando de folhas, elas curvam-se para baixo.

A fotonastia é um movimento nástico por crescimento, comum a folhas de dicotiledôneas. Quando no escuro, as folhas voltam-se para cima e, ao retomarem à luz, tornam-se planas. O fator luz (ou sua ausência) é que determina a velocidade de crescimento.

A termonastia é um movimento nástico por crescimento, que ocorre em flores de certas plantas, como as tulipas. Nestas, as flores se abrem e fecham por variação de temperatura. Com elevação térmica, as flores se abrem pois suas partes internas crescem mais que as externas. Com redução térmica, as flores se fecham pois suas partes externas crescem mais que as internas.

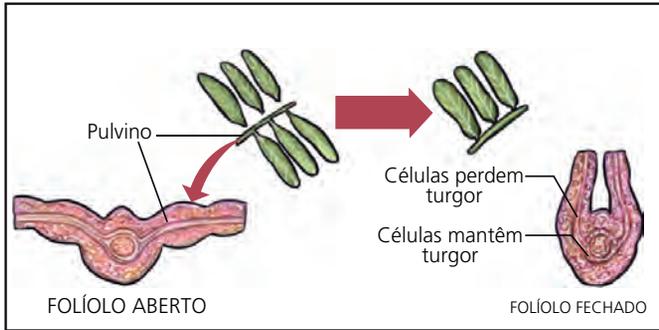
A nictinastia é um movimento nástico por variação de turgor, que ocorre em resposta à escuridão e à luz, sendo o de mais ampla ocorrência em plantas. Os movimentos diários de folhas que ao anoitecer adquirem "posição de dormir", são decorrentes de variação no turgor em células dos pulvinos situadas na base de folhas simples ou de folíolos (presentes em folhas compostas). Comumente em leguminosas, ao escurecer, as células dos pulvinos ficam flácidas e os folíolos aproximam-se, fechando-se. A folha toda curva-se para baixo (orientação mais vertical), em uma "posição de dormir". Ao amanhecer, as células dos pulvinos tornam-se túrgidas, e os folíolos afastam-se, abrindo-se. A folha toda curva-se para cima (orientação mais horizontal), estando agora "acordada".

A maioria dos movimentos nictinásticos foliares resultam de mudanças no volume celular dos pulvinos. Estes consistem de espessamentos vasculares, na base de cada folha simples ou de folíolos, envolvidos por um córtex de células parenquimáticas de paredes finas, capazes de sofrerem variação de turgor. O movimento dos pulvinos está associado a mudanças no turgor e às contrações e expansões concomitantes do parênquima fundamental nos lados opostos ao pulvino. Alterações de turgor nas células em contração e em expansão dos pulvinos são provocadas por mecanismos semelhantes àqueles associados a aberturas e fechamentos das células-guarda e estão sob controle do relógio biológico da planta e de seus fitocromos.

A seismonastia ou sismonastia ou tigmonastia é um movimento nástico que ocorre em resposta ao toque. Na *Mimosa pudica*, conhecida como sensitiva ou dormideira, esse tipo de resposta ocorre caso ela receba um estímulo mecânico, como um toque, por exemplo, promovendo o fechamento dos folíolos e a inclinação das folhas. Quando estão com suas células túrgidas, os pulvinos mantêm os folíolos abertos e as folhas levantadas. Com o toque, ocorre saída de íons potássio das células do pulvino, como consequência, tais células perdem água por osmose. Tudo isso ocorre em um intervalo de tempo entre um a dois segundos, sendo que o retorno à posição normal leva cerca de dez minutos.

A vantagem evolutiva desse rápido fechamento dos folíolos fundamenta-se em duas hipóteses. A primeira afirma que o fechamento dos folíolos expõe espinhos do caule, desanimando os animais predadores. A segunda afirma que é possível que eles se assustem com o brusco movimento da planta. Até mesmo um forte vento dispara esse processo. Nesse caso, o fechamento dos folíolos diminuiria a superfície de transpiração da planta, pois esta aumenta quando venta, o que poderia levar à desidratação da planta.

O fechamento da folha da planta carnívora, ou insetívora, *Dionaea muscipula*, é também uma resposta ao estímulo de toque. Ela se fecha quando um inseto pousa sobre tricomas sensitivos em sua folha atraídos pelo néctar. Logo, glândulas digestivas presentes no interior das folhas secretam enzimas que irão digerir o animal. O mecanismo, apesar de mais rápido, é idêntico ao da sensitiva.



Esquema da reação da folha de sensitiva ao toque.



A *Dionaea muscipula* ou papa-moscas possui folhas que se fecham automaticamente quando o inseto toca os tricomas sensitivos existentes em seu interior. Uma vez preso, o inseto é digerido por sucos digestivos.

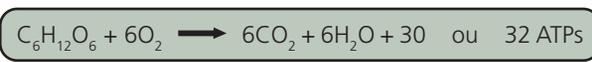
### Taxa fotossintética x Taxa respiratória

A síntese de matéria orgânica pela planta ocorre por meio do processo de fotossíntese. Já pelo processo de respiração celular aeróbica, a planta libera a energia presente nessa matéria orgânica, utilizando-a para suas atividades fisiológicas.

#### Equação geral da fotossíntese



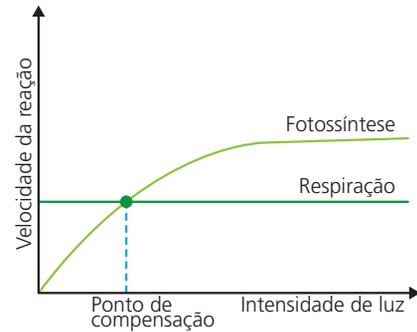
#### Equação geral da respiração celular aeróbica



A fotossíntese é um processo que absorve energia (endergônico) na síntese de matéria orgânica, sendo por isso anabólico. A respiração celular aeróbica é um processo que libera energia (exergônico) na degradação da matéria orgânica, sendo por isso catabólico. Do equilíbrio entre esses dois processos dependem, em grande parte, a nutrição e o desenvolvimento da planta. Durante o dia, as plantas respiram e fazem fotossíntese e, durante a noite, apenas respiram. Quando a fotossíntese é mais intensa do que a respiração, a planta desenvolve-se bem, acumulando matéria orgânica. Quando a fotossíntese apresenta uma taxa de reação igual à respiração, não há acúmulo e nem perda de matéria orgânica. Quando a respiração é mais intensa que a fotossíntese, a planta define, esgotando suas reservas de matéria orgânica.

Quando a taxa de reação da fotossíntese for maior que a da respiração, a matéria orgânica que a planta acumula precisa ser suficiente para garantir a manutenção de suas atividades fisiológicas durante o dia e durante a noite, pois seu consumo é constante.

Como o processo de fotossíntese depende da luz, aumentando-se a intensidade luminosa, há aumento da taxa de reação da fotossíntese. Já a taxa de reação da respiração é um processo que independe da intensidade luminosa. Colocando-se em um gráfico a velocidade de reação (ou taxa de reação) desses dois processos em função da intensidade luminosa, obtemos:



A intensidade luminosa na qual a taxa de reação da fotossíntese se iguala à da respiração é denominada ponto de compensação fótico (ou luminoso), ou simplesmente ponto de compensação (P.C.). Nessa intensidade de luz, toda a matéria orgânica e todo o O<sub>2</sub> produzidos pela fotossíntese são consumidos pela respiração, e todo o CO<sub>2</sub> produzido na respiração é utilizado pela fotossíntese, não havendo saldo de matéria orgânica e energético. Diz-se que a planta está em equilíbrio energético.

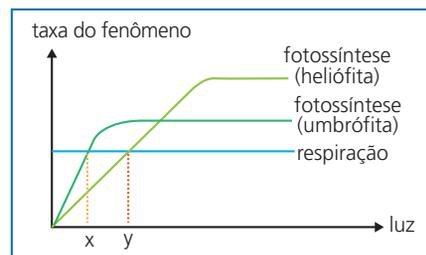
Abaixo do ponto de compensação, a taxa de fotossíntese é menor que a de respiração e, portanto, a planta está consumindo mais do que produz. As plantas não podem permanecer por períodos prolongados abaixo do ponto de compensação, nem exatamente nele, pois não teriam reservas de matéria orgânica para o período em que apenas respiram. Acima do P.C., elas têm condições de armazenar reservas, importantes para sua sobrevivência.

### Classificação das plantas pelo ponto de compensação fótico

Quanto ao ponto de compensação luminoso, as plantas dividem-se em dois grupos:

- **Heliófitas:** também chamadas de plantas de sol, são as que apresentam elevado ponto de compensação, necessitando de altas intensidades luminosas para realizarem fotossíntese.
- **Umbrófitas:** também chamadas de plantas de sombra, são as que apresentam baixo ponto de compensação, realizando fotossíntese de forma eficiente, mesmo em baixa intensidade luminosa.

Observe o gráfico:



**Ponto X:** ponto de compensação da planta umbrófila.  
**Ponto Y:** ponto de compensação da planta heliófila.

## Aumentos quantitativos e qualitativos em sistemas biológicos

Há termos que embora pareçam semelhantes, não são, como os conceitos de crescimento e desenvolvimento. O crescimento relaciona-se a aumentos quantitativos de tamanho, massa e volume, que ocorrem ao longo da vida do organismo. O desenvolvimento relaciona-se a aumentos qualitativos, que se refletem no surgimento de novas características, qualificando o organismo para o exercício de novas funções, tornando-o mais complexo.

Os processos de crescimento e desenvolvimento ocorrem ao mesmo tempo em organismos fisiologicamente saudáveis, não sendo fácil separar um do outro. São processos regulados por fatores que interagem na formação do organismo, sendo agrupados de quatro formas:

- I. **Genético:** controle efetuado pelo genótipo do indivíduo;
- II. **Nutricional:** controle exercido pela quantidade e qualidade dos nutrientes utilizados pelo indivíduo;
- III. **Ambiental:** controle exercido pelos fatores ambientais, sendo os principais deles, para as plantas, a temperatura, a luminosidade e a gravidade;
- IV. **Hormonal:** controle efetuado pela ação de hormônios, mediadores químicos que atuam em pequenas concentrações sobre tecidos-alvo.

## Temperatura e desenvolvimento de plantas

A temperatura exerce influência no desenvolvimento de plantas, principalmente sobre a quebra da dormência das gemas, levando à floração, e a quebra da dormência das sementes.

A maioria das sementes germina em presença de água, oxigênio e temperatura favoráveis. Na germinação, elas inicialmente absorvem muita água, o que determina um aumento na atividade metabólica. Com teores de O<sub>2</sub> e temperatura adequados, a germinação prossegue.

Contudo, determinadas sementes necessitam de outros fatores estimulantes para quebrar o estado de repouso em que se encontram, denominado de dormência, e, com isso, germinarem. Como ocorre com sementes que só germinam após passar por um período de exposição ao frio, principalmente as plantas que vivem em regiões temperadas, estas sementes permanecem dormentes até passar o inverno, germinando apenas quando as condições do meio se tornam mais favoráveis ao crescimento e desenvolvimento da planta. Do ponto de vista adaptativo, este tipo de comportamento é importante, pois evita que a semente germine durante épocas desfavoráveis do ano, como no inverno, necessitando, primeiro, passar por todo um período de frio para só depois poder germinar. Pode-se induzir artificialmente a germinação, submetendo-se essas sementes a baixas temperaturas (entre 2 e 5 °C), um processo conhecido como **estratificação**. É um processo utilizado na agricultura para acelerar o desenvolvimento de plantas de interesse econômico.

Em plantas de clima temperado, a quebra da dormência das gemas, com a ocorrência da floração, só ocorre após a planta ter passado pelo inverno (estação fria). Contudo, este processo pode ser induzido artificialmente, sendo conhecido como **vernalização**. Dessa forma, concluímos que o inverno representa o período de vernalização natural.

Um fato a ser considerado é que o tratamento com giberelina substitui o tratamento a frio (vernalização), induzindo à floração. Demonstrando a relação, experimentalmente visível, entre a giberelina e o florescimento de plantas.

A ação do frio pode ser revertida por meio de um processo

denominado **desvernalização**, expondo-se a planta a temperaturas em torno de 30 °C em estufas, o que promove a inibição da floração.

O efeito da vernalização é mais comum nas plantas bianuais e nas perenes, sendo mais raro nas anuais. As plantas anuais são aquelas que completam seu ciclo de vida em um ano, florescendo somente uma vez e vindo a morrer em seguida. As plantas bianuais são aquelas que completam seu desenvolvimento vegetativo no primeiro ano e o reprodutivo no segundo, no qual ocorre a floração. As plantas perenes têm longa vida vegetativa, florescendo várias vezes ao longo de sua existência.

Em algumas espécies de plantas anuais, a floração pode ser induzida pelo frio durante a germinação das sementes. Nas bianuais e nas perenes, o efeito do frio só é sentido após a formação da planta.

## Influência luminosa no desenvolvimento das plantas

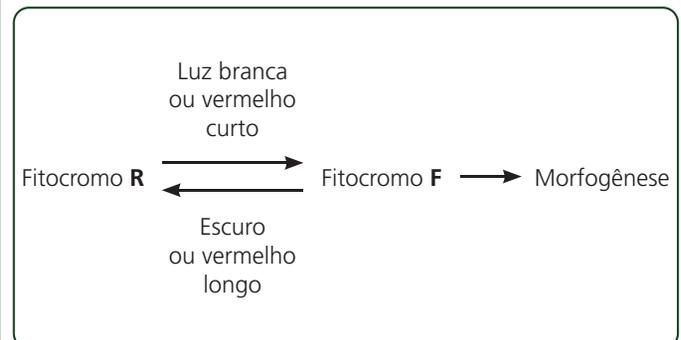
A influência da luz sobre as plantas vai além do processo de fotossíntese, sendo este fator ambiental responsável também pela morfogênese da planta. Os principais efeitos morfogenéticos da luz referem-se à germinação das sementes, à relação estiolamento *versus* desenvolvimento normal e à floração. Abordaremos em seguida esses efeitos morfogenéticos.

### Fitocromo

O fitocromo representa um pigmento que capta luz de coloração azul-esverdeada, sendo o responsável pelos efeitos morfogenéticos de uma planta. Quimicamente, é uma proteína conjugada, associada a um radical não proteico (cromóforo), semelhante ao do pigmento ficobilina das cianobactérias e das algas vermelhas. Encontra-se associado à membrana plasmática e às membranas de organelas celulares como plastos e vacúolo. As células meristemáticas são as que possuem maior quantidade desse pigmento, sendo também encontrado em raízes, caules, folhas, frutos e até mesmo em cotilédones e coleótilos.

Há dois tipos de fitocromos que se convertem um no outro. O fitocromo R ao absorver luz do dia ou com o comprimento de onda de 660 nm (vermelho curto) se converte em fitocromo F. Este ao ficar no escuro ou absorver luz com o comprimento de onda de 730 nm (vermelho longo), se converte em fitocromo R. Dessa forma, o fitocromo R acumula-se nas plantas no período de escuro ou quando estas estão submetidas ao vermelho longo. Ao receber luz do dia ou vermelho curto, o fitocromo R transforma-se em fitocromo F.

O fitocromo F é o pigmento ativo, que na concentração adequada, promove os efeitos fisiológicos sobre a planta. Como a luz solar possui tanto o vermelho curto como o longo, depois de alguns minutos de exposição ao Sol, a concentração dos dois pigmentos atinge um equilíbrio, com uma maior concentração de fitocromo F. Isto ocorre pois há uma maior quantidade de vermelho curto na luz solar em relação do vermelho longo, e, por isso, ao meio-dia, há em torno de 60% de fitocromo F em relação ao total de pigmentos. No escuro, o fitocromo F se transforma, espontaneamente, em R.



### Influência luminosa na germinação das sementes

O fotoblastismo representa a influência da luz sobre a germinação das sementes. As sementes de plantas como a estêvia, a bétula e a alface somente germinam quando são expostas à luminosidade, sendo, por isso, denominadas de fotoblásticas positivas. Entretanto, as sementes de melancia não germinam quando expostas à luminosidade, sendo, por isso, denominadas de fotoblásticas negativas. Na presença de luz, o fitocromo F acumula-se nas sementes, induzindo a germinação das fotoblásticas positivas e inibindo a das fotoblásticas negativas.

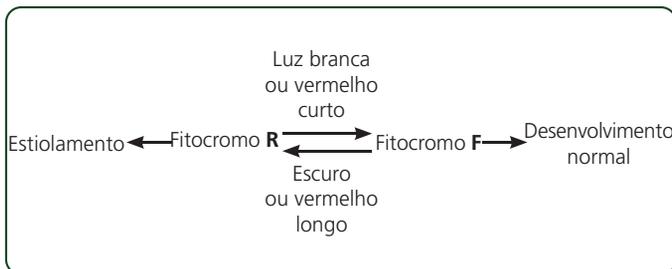
### Influência luminosa no estiolamento

Um desses aspectos morfogênéticos é o estiolamento, um conjunto de sinais que caracteriza uma planta que se desenvolve a partir de semente quando mantida no escuro. Uma planta estiolada difere de uma planta normal que tenha germinado em condições de luminosidade por apresentar:

- Coloração amarelada, pois não houve formação da clorofila (pigmento verde) a partir da protoclorofila (de cor amarela), que passa a se acumular;
- Crescimento exagerado dos internós, o que torna a planta muito alta;
- Folhas pouco desenvolvidas;
- Ápice caulinar em forma de gancho (gancho plumular).

Todas essas características têm um valor adaptativo muito grande, permitindo o desenvolvimento da semente quando em situações desfavoráveis, como em um local sombreado ou quando profundamente enterrada. Em outro aspecto de interesse é que essas características são reversíveis, ou seja, quando iluminadas, as plantas estioladas passam a apresentar um desenvolvimento normal; o gancho plumular se abre, as folhas desenvolvem-se, tornando-se verdes, pois há transformação da protoclorofila em clorofila, e o alongamento dos internós fica retardado, evitando um crescimento exagerado do caule.

A explicação para esse fenômeno é baseada nas formas de interconversão do fitocromo. Quando no escuro, a semente acumula fitocromo R, inativo. Isso determina uma alteração no desenvolvimento que leva ao estiolamento. Ao encontrar luz, a planta passa a apresentar fitocromo F (que se forma a partir da conversão do fitocromo R), ativo, que passa a controlar o desenvolvimento normal, revertendo o estiolamento.



### Fotoperiodismo e Floração

A proporção entre o comprimento do dia em relação ao da noite em um intervalo de tempo de 24 horas é denominado de fotoperíodo. O fotoperiodismo é a resposta fisiológica a essa proporção.

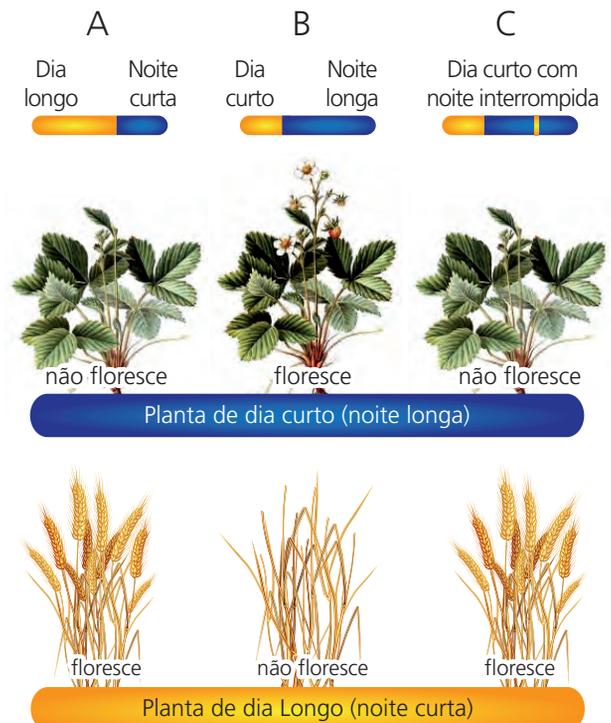
O fotoperíodo pode influenciar na floração das plantas, servindo de um parâmetro das estações do ano. Plantas neutras ou indiferentes, como algodão, tomate, girassol, milho, feijão, entre outras, florescem independentemente do fotoperíodo, apenas

dependendo de sua maturação e de fatores ambientais (água e temperatura ideal). Outras florescem apenas em determinado período do ano, havendo as plantas de dia longo e as de dia curto. Foram assim denominadas, pois na época na qual o fotoperiodismo foi descoberto, pensava-se que a duração do dia fosse o fator determinante na floração. Após a realização de pesquisas, comprovou-se que o fator que desencadeia a floração é a duração da noite, sendo o mais importante para a planta, o período na qual ela passa sem luz. Dessa forma, plantas de dia curto, necessitam de noites longas para florescerem e plantas de dia longo, necessitam de noites curtas para florescerem.

As plantas de dia curto (PDC) florescem quando a duração da noite, período de escuridão, é superior a um determinado valor, o fotoperíodo crítico (ou quando o período de iluminação é inferior ao fotoperíodo crítico, em um conceito mais antigo). Como o crisântemo, a dália, o morango e a violeta, entre outras, que florescem principalmente no início da primavera ou no outono.

As plantas de dia longo (PDL) florescem quando a duração da noite (do período que elas passam no escuro) é inferior ao fotoperíodo crítico (ou quando o período de iluminação é superior ao fotoperíodo crítico, num conceito mais antigo). Como exemplo, a beterraba, o trevo, a petúnia e a cevada, entre outras, que florescem principalmente no verão.

Para melhor entendimento de como se manifesta o fotoperiodismo, analisaremos uma planta de dia longo (de noite curta), cujo fotoperíodo crítico é de 13 horas, floresce apenas quando as noites duram menos que esse intervalo. Uma planta de dia curto (de noite longa), cujo fotoperíodo crítico é de 8 horas, floresce apenas quando as noites duram mais que esse intervalo. Somando a isso, se faz necessário o fotoperíodo contínuo. Se um período no escuro, mesmo suficientemente longo, for interrompido, em certos momentos, por alguns minutos (como por lampejos de luz artificial), a planta de dia curto não florescerá.



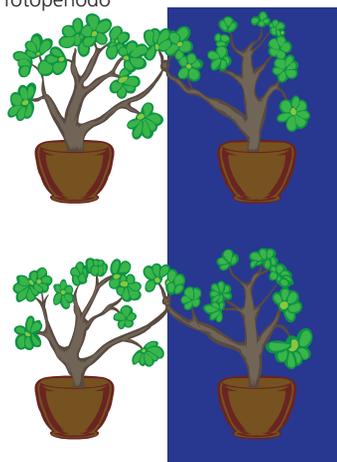
Experimentos de fotoperiodismo. Em A, a planta de dia longo floresce pois o período de claro foi superior ao de escuro. Em B, uma planta de dia curto floresce pois o período de claro foi inferior ao de escuro. Em C, uma planta de dia longo floresce pois, mesmo que o período de claro tenha sido inferior ao de escuro, houve interrupção do período de escuridão por um lampejo de luz artificial (flash de uma máquina fotográfica).

Os fitocromos são responsáveis pela percepção da duração do fotoperíodo (pesquisas apontam também outros pigmentos relacionados à floração, sendo responsáveis pela captação de luz azul, denominados de criptocromos). A presença desses pigmentos nas folhas é um fator necessário para a floração. Dessa forma, as folhas são os órgãos fotorreceptores e uma única folha (ou parte dela) exposta ao fotoperíodo estimulador pode levar a planta à floração. Após as folhas de determinada planta (seja ela PDC ou PDL) receberem a quantidade ideal de escuro (fotoperíodo estimulador ou adequado), ela terá uma proporção de Ff/Fr que induzirá a formação de uma quantidade de florígeno ou hormônio floral, que se deslocará das folhas para as gemas induzindo a floração.

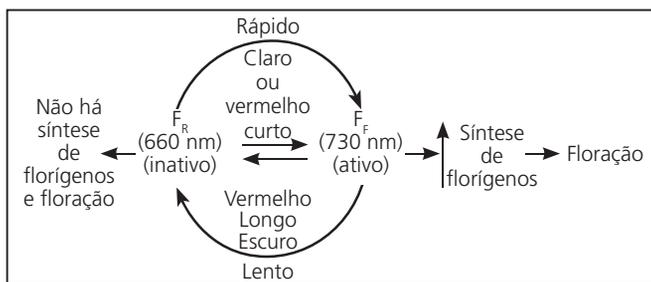
A presença de florígeno nas folhas é deduzida fazendo uma experiência na qual uma planta submetida a fotoperíodo é enxertada em outra não submetida ao fotoperíodo, ocorrendo floração nas duas. Isso indica que alguma substância passa da primeira para a segunda planta.

Estudos recentes apontam que o florígeno seria uma proteína globular pequena denominada de FT (*FLOWERING LOCUS T*). Esta move-se da folha, e, através do floema, chega as gemas, induzindo a floração. Além desta proteína, as giberelinas e o próprio etileno promovem floração.

Planta exposta ao fotoperíodo



Evidência da presença de um produto químico responsável pelo fotoperiodismo: a planta não exposta ao fotoperíodo (à direita) também floresce por estar em contato com a planta que foi exposta.



Formas cambiáveis do fitocromo.

## Leitura Complementar II

### METABÓLITOS SECUNDÁRIOS DE PLANTAS

Os metabólitos secundários não são essenciais para o crescimento e desenvolvimento das plantas, mas são importantes no auxílio à sua sobrevivência, sobretudo na proteção contra herbívoros e micro-organismos. Existem três principais classes de metabólitos secundários: compostos fenólicos, alcaloides e terpenoides.

**Compostos fenólicos**, produzidos principalmente a partir dos aminoácidos fenilalanina e tirosina, formam um grupo muito amplo de compostos que não apresentam nitrogênio em sua estrutura. Ocorrem em todas as plantas, atuando como elementos estruturais de paredes celulares e dando proteção, entre outras funções. Em muitos casos, tornam-se essenciais o suficiente para as plantas produzirem grandes quantidades deles. Aproximadamente 40% do carbono circulante na biosfera está na forma de compostos fenólicos, que são normalmente encontrados nas paredes celulares e nos vacúolos das células que os produzem. Entre os principais tipos de compostos fenólicos estão as ligninas, os flavonoides e os taninos.

As ligninas são compostos fenólicos complexos que reforçam as paredes celulares e dificultam a ação dos herbívoros. Constituem o segundo grupo mais comum de moléculas orgânicas depois da celulose, perfazendo, em alguns casos, até 30% do tecido vegetal. Em algumas células, quando a síntese de lignina começa, a célula encontra-se já nos estágios finais do processo de morte celular programada, preparando-se para se tornar, por exemplo, uma traqueíde ou um elemento de vaso. De fato, a palavra "lignina" é derivada de *lignum*, o termo em latim para lenho.

Os flavonoides incluem milhares de moléculas solúveis em água, encontradas em todos os órgãos das plantas. Alguns atuam dificultando a predação e o ataque de micro-organismos; outros, presentes nas flores, contribuem para a atração de polinizadores. Outros flavonoides, como as procianidinas em maçãs, uvas e morangos, são usados em medicina para ajudar a controlar e prevenir doenças cardiovasculares e câncer, atuando ainda como agente antivirais. Os flavonoides, como as antocianinas, contribuem para as cores vermelho, azul e rosa de algumas flores, atraindo agentes polinizadores e outros organismos.

Os taninos formam um grupo de compostos polifenólicos que atuam na defesa da planta contra herbívoros e micro-organismos.

Os **alcaloides**, compostos produzidos a partir de vários aminoácidos, servem principalmente como dissuasores de herbivoria. Esses compostos apresentam pelo menos um anel aromático heterocíclico, contendo um átomo de nitrogênio. Aminoácidos como triptofano, tirosina, fenilalanina, lisina e argenina são precursores de muitos alcaloides. São conhecidos mais de 12 mil tipos de alcaloides, produzidos por 20% das angiospermas. Eles atuam como dissuasores alimentares de herbívoros e frequentemente afetam o sistema nervoso dos animais. Muitos alcaloides são úteis em medicina, graças aos seus efeitos sobre o sistema nervoso e a divisão celular. Cafeína, heroína, nicotina, vinblastina, efedrina e cocaína são exemplos de alcaloides.

Os **terpenoides**, também chamados de terpenos, protegem as plantas dos herbívoros e micro-organismos. Três moléculas de acetato se combinam para formar uma molécula de cinco carbonos, o isopreno, e uma molécula de dióxido de carbono. Subunidades do isopreno são utilizadas para montar vários compostos pertencentes às diferentes classes de terpenoides, os quais têm 10, 15, 20, 30 ou (no caso do látex) milhares de carbonos. Os terpenoides incluem o piretro (o primeiro inseticida obtido de espécies de crisântemo), muitos compostos que formam os óleos essenciais que ocorrem em plantas como hortelã, resinas dos pinheiros e látex. Os terpenoides repelem insetos, pássaros, mamíferos e outros herbívoros pelo sabor amargo, sendo muitas vezes venenosos ou pegajosos. As resinas e látex venenosos e pegajosos bloqueiam fisicamente lesões formadas nas plantas, prevenindo a entrada de micro-organismos. As grandes quantidades de isopreno produzidas pelas plantas fornecem o principal componente da névoa azul observada sobre montanhas, colinas e campos durante o verão. Essa função não é bem entendida, mas provavelmente seja um mecanismo de defesa das plantas contra o excesso de calor.

NABORS, Murray W. *Introdução à Botânica*. São Paulo: Roca. p. 172-173.

### Leitura Complementar III

#### NUTRIÇÃO VEGETAL

As plantas necessitam de diversos nutrientes para terem um desenvolvimento saudável, muito além de carbono (C), hidrogênio (H) e oxigênio (O). Classificam-se em: macronutrientes e micronutrientes (elementos traços). Os nutrientes necessários em grandes quantidades pelas plantas são denominados de macronutrientes, como o nitrogênio (N), o potássio (K), o fósforo (P), o cálcio (Ca), o enxofre (S) e o magnésio (Mg). O carbono, o hidrogênio e o oxigênio também podem ser considerados macronutrientes, pois são fundamentais para a realização de fotossíntese. Eles são obtidos através da água (H<sub>2</sub>O) e do CO<sub>2</sub>, formando gliceraldeído 3-fosfato (PGAL), importante para a síntese das demais substâncias orgânicas para a planta. Os nutrientes necessários em pequenas quantidades pelas plantas são denominados de micronutrientes, sendo por isso também chamados de elementos traços. São o ferro (Fe), o manganês (Mn), o boro (B), o zinco (Zn), o cobre (Cu), o molibdênio (Mo) e o cloro (Cl). Vale ressaltar que o excesso de micronutrientes no solo é danoso à planta.

O enxofre também faz parte das moléculas de proteínas, promovendo o bom desenvolvimento das raízes e dando às folhas uma cor verde-escura. O magnésio é constituinte fundamental da molécula de clorofila. A deficiência em magnésio determina, portanto, folhas pálidas, amareladas ou brancas, que caracterizam uma doença chamada clorose. O nitrogênio é o componente fundamental das moléculas de proteínas, fazendo parte também da molécula de clorofila. Assim, a falta de nitrogênio diminui a taxa de crescimento das plantas e determina o amarelecimento das folhas. Apesar de ser o elemento mais abundante na atmosfera (78%), não pode ser aproveitado pelas plantas na forma de gás nitrogênio, mas, principalmente, na forma de nitratos. Na natureza, verifica-se um complexo ciclo do nitrogênio, do qual participam bactérias responsáveis por essa transformação. Os processos que parecem depender do potássio nas plantas são a divisão celular, a síntese de carboidratos, a síntese de proteínas nas células meristemáticas, a formação de clorofila e os movimentos de abertura e fechamento dos estômatos. O ferro, assim como o nitrogênio, também é um componente das proteínas. Ele promove o crescimento da raiz e acelera o amadurecimento de frutos e sementes. O cálcio é um dos constituintes da lamela média da parede celular, sendo, portanto, fundamental para a planta. Além disso, o cálcio participa dos processos ativos de permeabilidade das membranas lipoproteicas e promove o bom desenvolvimento das raízes. A deficiência em cálcio frequentemente provoca a morte das células meristemáticas.

A falta de manganês também provoca a clorose. Só que a folha, em vez de ficar amarela ou branca, como na clorose provocada pela deficiência de magnésio e ferro, adquire apenas manchas brancas. A deficiência em boro determina o escurecimento dos tecidos e várias anomalias e distúrbios do crescimento. As duas doenças das plantas mais frequentes pela falta de zinco são a formação de folhas pequenas e pouco numerosas em árvores frutíferas e manchas nas folhas de plantas cítricas. A falta de cobre e molibdênio determina várias anomalias no crescimento das plantas. O cloreto é um íon importante em reações fotossintéticas que levam à liberação do O<sub>2</sub>. O ferro é essencial para a síntese de clorofila e, por isso, sua falta também pode causar a clorose, assim como a deficiência em magnésio.

### Leitura Complementar IV

#### HIDROPONIA: A TÉCNICA DE CULTIVAR PLANTAS SEM SOLO

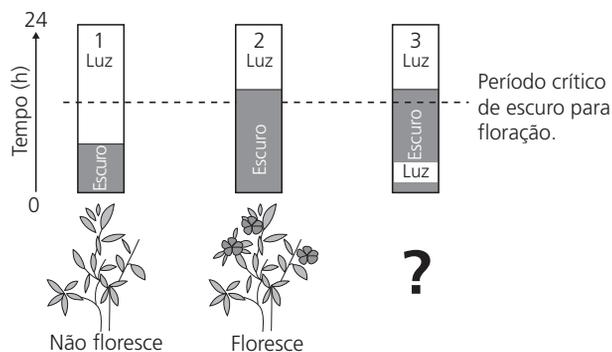
A hidroponia, técnica de cultivar plantas em soluções aeradas de íons minerais quimicamente definidos, tem sido empregada por pesquisadores para determinar quais são os elementos essenciais ao bom desenvolvimento das plantas. Inicialmente, empreendedores viram na hidroponia um modo científico para cultivar plantas em locais onde o solo é pobre ou não disponível. Entretanto, os custos envolvidos com essa técnica para cultivar plantas em escala comercial para o consumo humano são tão altos que a hidroponia passou a ser apenas uma curiosidade. Melhorias técnicas recentes, entretanto, despertaram o interesse por plantas hidropônicas de valor comercial.

A hidroponia tem muito potencial em vários locais. Ela tem sido plantada experimentalmente em desertos, onde o solo é muito árido para suportar o cultivo e a água insuficiente para a irrigação, pois pouca água é empregada em comparação com a utilizada na agricultura tradicional. A hidroponia tem sido plantada também em latitudes temperadas, particularmente para a colheita de inverno.



#### Exercícios de Fixação

01. (UFPR/2017) Foi realizado um experimento para verificar a influência do fotoperíodo na floração de uma espécie de planta. O grupo 1 foi submetido a um fotoperíodo em que o tempo de escuro era menor que o período crítico para floração; o grupo 2, a um tempo de escuro maior que o crítico para floração; o grupo 3 foi submetido ao mesmo período de escuro que o grupo 2, mas com uma breve exposição à luz no meio do período escuro. Na figura estão representados os grupos e o resultado obtido nos grupos 1 e 2.



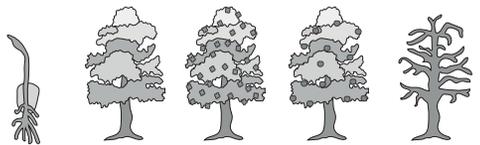
Com base nessas informações, responda:

- A) Na situação 3, a planta floresce ou não?  
 B) Justifique sua resposta, considerando a ação dos dois principais fitocromos reguladores do fotoperíodo nas plantas.
02. (UEMG/2017) O procedimento cotidiano adequado para se retardar o amadurecimento de um mamão é
- A) embalar o fruto em jornal.  
 B) gerar cicatrizes em sua superfície.  
 C) fornecer calor de forma moderada.  
 D) manter o mamão em local ventilado.

03. (PUC-RJ/2015) Os estômatos são estruturas formadas por um conjunto de células localizado geralmente na epiderme foliar, constituindo um canal para trocas gasosas e transpiração nos vegetais.
- Considerando o processo de transpiração vegetal, marque a alternativa incorreta sobre os estômatos.
- A) Mantêm-se abertos na presença de luz.
  - B) Ficam fechados com suprimento de água ideal.
  - C) Abrem-se com uma baixa concentração de CO<sub>2</sub> na folha.
  - D) Fecham-se para reduzir a perda d'água.
  - E) Fecham-se quando ocorre efluxo de K<sup>+</sup> das células-guarda por ação do ácido abscísico (ABA), reduzindo a transpiração.

04. (Unicamp) Um lote de plântulas de feijão foi mantido em água destilada (lote A) e um outro em solução contendo giberelina (lote B). Após 10 dias, os dois lotes apresentavam a mesma massa seca, mas as plântulas do lote B tinham comprimento duas vezes maior do que as do lote A. A partir dessas informações, responda:
- A) Qual o efeito da giberelina?
  - B) Você esperaria encontrar diferença entre os dois lotes quanto à massa fresca? Por quê?

05. (Fac. Albert Einstein – Medicina/2017) Hormônios vegetais agem em diversas fases do desenvolvimento das angiospermas. A figura a seguir ilustra algumas dessas fases, e o quadro a seguir da figura registra, em diferentes cores, as fases em que atuam quatro hormônios, representados pelos algarismos I, II, III e IV.

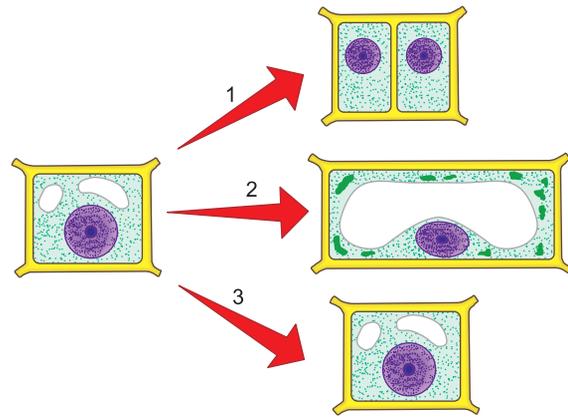


	Germinação	Crescimento	Florescimento	Frutificação	Desfolhamento
Hormônio I	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	
Hormônio II		Laranja	Laranja	Laranja	
Hormônio III		Verde	Verde	Verde	
Hormônio IV				Azul	Azul

Assinale a alternativa que identifica corretamente os hormônios vegetais representados pelos algarismos I, II, III e IV.

	Hormônio I	Hormônio II	Hormônio III	Hormônio IV
A)	Ácido abscísico	Etileno	Auxina	Citocinina
B)	Auxina	Giberelina	Etileno	Citocinina
C)	Citocinina	Giberelina	Auxina	Ácido abscísico
D)	Giberelina	Auxina	Citocinina	Etileno

06. (Famerp/2017) A imagem ilustra três respostas das células de uma angiosperma em relação a diferentes hormônios vegetais.

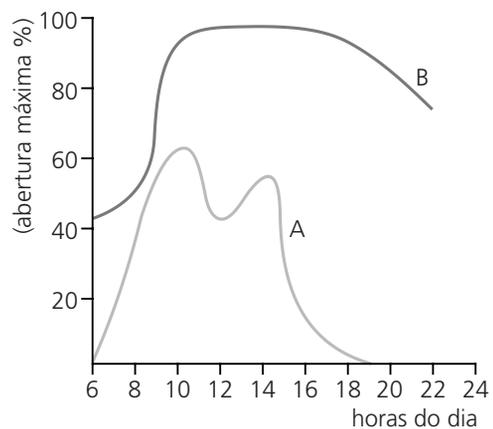


Reprodução Famerp/2017

César da Silva Júnior, Sezar Sasson e Nelwon Caldini Júnior. *Biologia*, 2015. Adaptado.

- A) Qual seta indica a ação correta das auxinas? Justifique sua escolha.
  - B) Que efeito é esperado em uma planta após a retirada dos ramos que contêm as gemas apicais? Justifique sua resposta.
07. (Uerj/2017) Os estômatos são estruturas encontradas na maioria dos órgãos aéreos dos vegetais. Situados na epiderme, são formados por duas células-guarda que controlam a abertura de um orifício, o ostíolo. Eles desempenham papel fundamental na fotossíntese, pois permitem as trocas gasosas no vegetal.

A abertura dos estômatos de duas espécies vegetais, A e B, foi monitorada em duas condições: uma das espécies foi mantida em ambiente quente e seco; a outra em ambiente quente e úmido. Observe, no gráfico, a porcentagem máxima de abertura dos estômatos verificada ao longo de um dia:



HELLER et al. *Physiologie végétale*. I. *Nutrition*. Paris: Dunod, 2004. Adaptado.

- Identifique a espécie mantida em ambiente quente e úmido. Justifique sua resposta.
- Indique se a concentração de íons potássio no interior das células-guarda da espécie A será maior ou menor em comparação à da espécie B, às 12 horas. Justifique sua resposta.



**Exercícios Propostos**

08. (Unifesp/2017) Os estômatos constituem uma das principais rotas de entrada de patógenos em plantas. O hormônio vegetal ácido abscísico (ABA) regula muitos processos envolvidos no desenvolvimento da planta e na sua adaptação a estresses bióticos e abióticos. Recentemente, vários estudos têm demonstrado que o ABA tem importante função na resposta do vegetal ao ataque de vários agentes patogênicos que entram pelos estômatos, tais como bactérias, fungos e vírus. Na fase pré-invasiva, ocorre aumento na concentração do ABA nas folhas, que resulta em resistência contra o ataque de patógenos.

Chae Woo Lim et al. *International Journal of Molecular Sciences*. Julho de 2015. Adaptado.

- A) Em que tecido foliar os estômatos são encontrados? Cite um fator abiótico que interfere nos movimentos estomáticos.
- B) Quando os estômatos são invadidos por patógenos, qual o efeito do ABA sobre a concentração de íons potássio (K<sup>+</sup>) e sobre o volume de água no interior das células estomáticas?

09. (Unisa – Medicina/2017) A transpiração vegetal pode ser demonstrada por meio da utilização do papel de cobalto. Quando seco, o papel apresenta coloração azul e quando em contato com a umidade apresenta coloração rósea. Em um experimento, três plantas não desérticas e da mesma espécie foram colocadas em recipientes de vidro distintos e vedados. A epiderme inferior de algumas das folhas das três plantas foi colocada em contato com o papel de cobalto. Todas as plantas estavam envasadas, nas seguintes condições:

- Recipiente 1 – suprimento hídrico na terra, ambiente escuro e baixa concentração de gás carbônico no ar.
- Recipiente 2 – baixo suprimento hídrico na terra, ambiente à luz do dia e alta concentração de gás carbônico no ar.
- Recipiente 3 – suprimento hídrico na terra, ambiente à luz do dia e baixa concentração de gás carbônico no ar.

- A) Em qual desses recipientes o papel de cobalto apresentará coloração rósea mais rapidamente? Justifique sua resposta.
- B) Uma das funções do hormônio ácido abscísico é reduzir a desidratação foliar que ocorre na planta. Explique como esse hormônio atua para reduzir a desidratação nas folhas.

10. (Fuvest/2017) As moléculas de glicídios produzidas a partir da fotossíntese são utilizadas no local da produção ou transportadas, pelo floema, para utilização em outras partes da planta; são, ainda, convertidas em substância de reserva, que é armazenada.

Aponte a alternativa que, corretamente, descreve o processo de transporte e o local de armazenamento dessas substâncias na planta.

	Transporte		Armazenamento
	Entrada no floema	Fluxo no floema	
A)	transporte ativo	unidirecional ↑	apenas nos órgãos subterrâneos
B)	transporte ativo	unidirecional ↑	em todos os órgãos
C)	transporte ativo	bidirecional ↑↓	em todos os órgãos
D)	transporte passivo	bidirecional ↑↓	em todos os órgãos
E)	transporte passivo	unidirecional ↑	apenas nos órgãos subterrâneos

01. (Fatec/2015) As sequoias são árvores que ocorrem na região oeste da América do Norte e que pertencem ao grupo das coníferas, também chamado de gimnospermas. Elas podem atingir mais de 100 metros de altura e, para que ocorra fotossíntese em suas folhas, a água captada pelas raízes precisa percorrer toda essa distância e alcançar as suas copas. Em um edifício de altura equivalente, seria necessário o uso de potentes bombas d'água para realizar o transporte de água até os andares mais altos. Já no caso das sequoias e de qualquer outra planta de grande porte com vasos condutores de seiva, o transporte da água até o topo é explicado pela teoria da coesão-tensão de Dixon.

De acordo com essa teoria, o transporte da água no interior das sequoias é decorrente, principalmente,

- A) do bombeamento feito por vasos pulsáteis das raízes.
- B) do aumento da temperatura das folhas e do tronco.
- C) da perda de água nas folhas por transpiração.
- D) da entrada contínua de água pelas raízes.
- E) da movimentação das folhas pelo vento.

02. (Uern/2015) Pode-se observar na figura o aprisionamento de um inseto pelas folhas articuladas da espécie de planta carnívora do gênero *Dionaea*. Esse movimento, em resposta do toque feito pelo animal, é um exemplo de



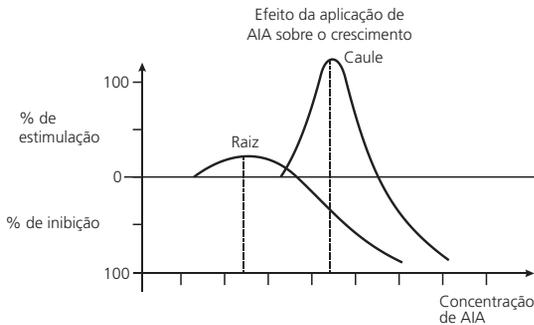
Disponível em: <<http://arquivosreporter.blogspot.com.br/2013/11/armadilha-da-natureza.html>>.

- A) tropismo.
- B) nastismo.
- C) geotropismo.
- D) tigmotropismo.

03. (UFJF-pism-2/2017) Em 1675, o biólogo italiano Marcello Malpighi (1628-1694) realizou uma experiência básica e fundamental para que ocorresse uma elucidação posterior sobre o fluxo de seivas bruta e elaborada nas plantas vasculares. Nos três casos a seguir, desconsidere proliferação de doenças e/ou ataque de pragas e responda.

- A) Caso ocorra uma retirada de casca em torno de todo o tronco principal de uma arbórea na altura do peito (cerca de metros do solo), processo denominado anelamento, o que acontece em termos de condução de seivas e manutenção da vida desta planta?
- B) Caso, nessa mesma árvore, esse anelamento ocorra apenas em um ramo lateral e não no tronco principal, responda às mesmas questões.
- C) Caso estipulemos um anelamento de 3 cm de profundidade à altura do peito em um estipe (caule de palmeira) com 20 cm de diâmetro, responda às mesmas questões.

04. (UEPG/2015-Modificada) Os hormônios vegetais atuam sobre o crescimento e o desenvolvimento das plantas. A principal auxina natural é o ácido-indolil-acético (AIA), produzido no ápice caulinar, em folhas jovens e em sementes em desenvolvimento. O gráfico abaixo demonstra o efeito da aplicação do AIA sobre o crescimento da raiz e do caule. Com relação ao demonstrado no gráfico e a função do AIA, assinale o que for correto.



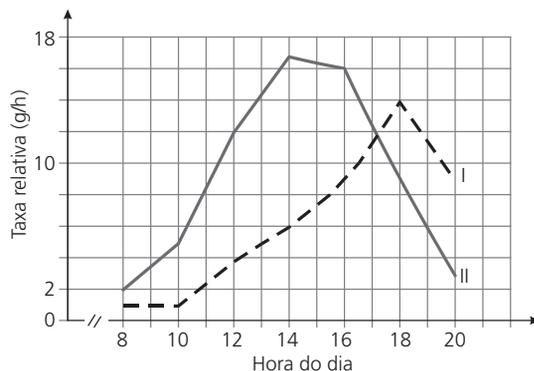
Adaptado de: Lopes, S.; Rosso, S. *Bio*. Volume 2. 2ª ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.

- A) As curvas demonstram que a concentração ótima de AIA para a raiz é uma concentração suficiente para iniciar a estimulação do crescimento do caule.
- B) O AIA é uma auxina, um hormônio de crescimento que promove o alongamento celular diferencial e funciona como regulador do crescimento das plantas.
- C) As curvas demonstram que as concentrações mais altas de AIA não são capazes de inibir o crescimento do caule.
- D) O gráfico demonstra que a concentração ótima de AIA para o crescimento do caule é a mesma para promover o crescimento da raiz.

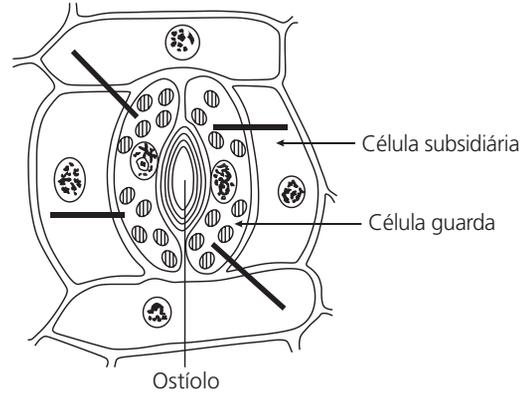
05. (Enem-2ª aplicação/2016) Em uma aula de biologia sobre formação vegetal brasileira, a professora destacou que, em uma região, a flora convive com condições ambientais curiosas. As características dessas plantas não estão relacionadas com a falta de água, mas com as condições do solo, que é pobre em sais minerais, ácido e rico em alumínio. Além disso, essas plantas possuem adaptações ao fogo. As características adaptativas das plantas que correspondem à região destacada pela professora são:

- A) raízes escoras e respiratórias.
- B) raízes tabulares e folhas largas.
- C) casca grossa e galhos retorcidos.
- D) raízes aéreas e perpendiculares ao solo.
- E) folhas reduzidas ou modificadas em espinhos.

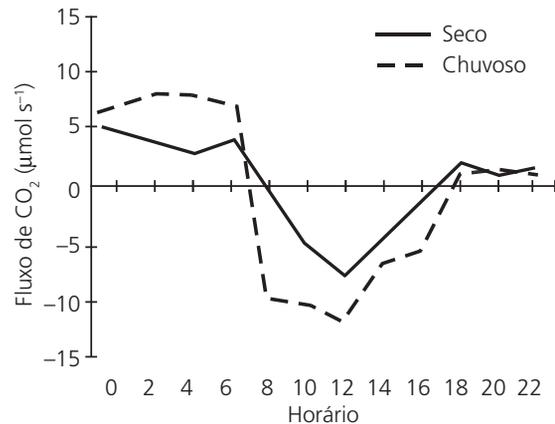
06. (Fuvest/2016) No gráfico a seguir, uma das curvas representa a entrada e a outra, a saída de água em uma árvore da mata atlântica, ao longo de 12 horas, num dia ensolarado.



- A) Considerando que, em uma planta terrestre, a transpiração é realizada majoritariamente pelos estômatos, identifique a curva que representa a transpiração e a que representa a absorção de água.
- B) Explique como os processos da transpiração e da absorção de água nas plantas se relacionam fisiologicamente.
- C) Na figura a seguir, há o esquema de um estômato aberto. Nas quatro barras pretas, coloque setas indicando a direção do fluxo da água entre as células estomáticas, para manter o estômato aberto.



07. (Unicamp/2016) A concentração de  $CO_2$  na atmosfera em uma floresta varia ao longo de um dia e está intimamente associada com a fisiologia (fotossíntese e respiração) das espécies presentes. A concentração de  $CO_2$  na atmosfera também varia em função da disponibilidade de água no ambiente. Considerando o gráfico a seguir, é correto afirmar que

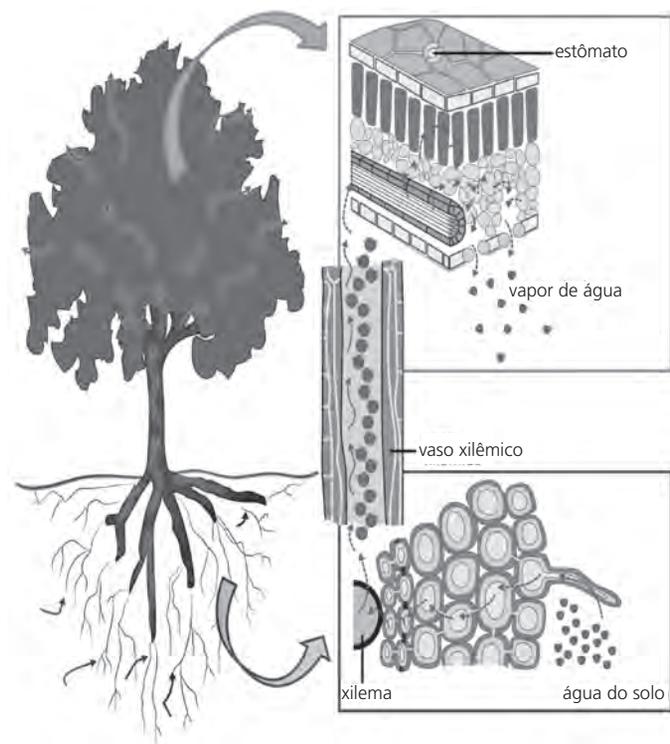


- A) a fotossíntese das plantas é maior no início e no final do período diurno.
- B) as plantas respiram mais na estação chuvosa.
- C) na estação seca, há um pico de respiração às 12 horas.
- D) as plantas fazem mais fotossíntese e respiram menos na estação chuvosa.

08. (UFG/2014) Para a utilização da técnica biotecnológica referida no texto, o material vegetal precisa apresentar totipotência, que é a capacidade celular de reconstituir um organismo inteiro. Assim, um tecido com essa capacidade e uma habilidade celular deste tecido são, respectivamente:

- A) esclerênquima e alongamento.
- B) parênquima e divisão.
- C) xilema e diferenciação.
- D) súber e alongamento.
- E) floema e divisão.

09. (Enem/2016) A figura a seguir ilustra o movimento da seiva xilêmica em uma planta.



CORREIA, S. Teoria da tensão-coesão-adesão. *Revista de Ciências Elementar*, n. 1, 2014. Adaptado.

Mesmo que essa planta viesse a sofrer ação contínua do vento e sua copa crescesse voltada para baixo, essa seiva continuaria naturalmente seu percurso.

O que garante o transporte dessa seiva é a

- A) gutação.
- B) gravidade.
- C) respiração.
- D) fotossíntese.
- E) transpiração.

• Texto para a próxima questão:

**SECA FAZ CIDADES DO INTERIOR DE SP DECRETAREM EMERGÊNCIA.**

A falta de água enfrentada pelo Sudeste do país tem feito cada vez mais cidades de São Paulo e de Minas Gerais adotarem o racionamento, para reduzir o consumo de água, ou decretarem estado de emergência. Além do desabastecimento, a seca tem prejudicado também setores como a agricultura, a indústria, a saúde e o turismo dessas cidades.

Disponível em: <<http://noticias.uol.com.br/ultimas-noticias/agencia-estado/2014/07/07/seca-faz-cidades-do-interior-decretarem-emergencia.htm>>. Acesso em: 16 jul. 2014. Adaptado.

10. (Unicamp/2015) A situação de seca citada na reportagem é determinada por mudanças no ciclo hidrológico, em que as plantas têm papel determinante, uma vez que representam uma fonte de vapor d'água para a atmosfera. Os vasos que conduzem a água das raízes até as folhas são os
- A) floemáticos e a transpiração ocorre pelos estômatos.
  - B) floemáticos e a transpiração ocorre pelos tricomas.
  - C) xilemáticos e a transpiração ocorre pelos tricomas.
  - D) xilemáticos e a transpiração ocorre pelos estômatos.

11. (Enem-PPL/2014) O Brasil tem investido em inovações tecnológicas para a produção e comercialização de maçãs. Um exemplo é a aplicação do composto volátil 1-metilciclopropeno, que compete pelos sítios de ligação do hormônio vegetal etileno nas células desse fruto.

Disponível em: <<http://revistaseletronicas.pucrs.br>>. Acesso em: 16 ago. 2012. Adaptado.

Com base nos conhecimentos sobre o efeito desse hormônio, o 1-metilciclopropeno age retardando o(a)

- A) formação do fruto.
- B) crescimento do fruto.
- C) amadurecimento do fruto.
- D) germinação das sementes.
- E) formação de sementes no fruto.

12. (Unesp/2014) Um pequeno agricultor construiu em sua propriedade uma estufa para cultivar alfaces pelo sistema de hidroponia, no qual as raízes são banhadas por uma solução aerada e com os nutrientes necessários ao desenvolvimento das plantas.

Para obter plantas maiores e de crescimento mais rápido, o agricultor achou que poderia aumentar a eficiência fotossintética das plantas e, para isso, instalou em sua estufa equipamentos capazes de controlar a umidade e as concentrações de CO<sub>2</sub> e de O<sub>2</sub> na atmosfera ambiente, além de equipamentos para controlar a luminosidade e a temperatura.

É correto afirmar que o equipamento para controle da

- A) umidade relativa do ar é bastante útil, pois, em ambiente mais úmido, os estômatos permanecerão fechados por mais tempo, aumentando a eficiência fotossintética.
- B) temperatura é dispensável, pois, independentemente da temperatura ambiente, quanto maior a intensidade luminosa, maior a eficiência fotossintética.
- C) concentração de CO<sub>2</sub> é bastante útil, pois um aumento na concentração desse gás pode, até certo limite, aumentar a eficiência fotossintética.
- D) luminosidade é dispensável, pois, independentemente da intensidade luminosa, quanto maior a temperatura ambiente maior a eficiência fotossintética.
- E) concentração de O<sub>2</sub> é bastante útil, pois, quanto maior a concentração desse gás na atmosfera ambiente, maior a eficiência fotossintética.

13. (Unesp/2014) Duas vizinhas, A e B, tinham, cada uma delas, um vaso de barro com uma mesma espécie de planta, de mesmo porte e idade.

Quando saíram em férias, a vizinha A colocou seu vaso dentro de um balde com água, tomando cuidado para que o nível de água chegasse à borda do vaso, e envolveu o balde com um saco plástico, fechando o saco na base do caule da planta, para evitar a evaporação da água pela superfície do balde. A parte aérea da planta não foi envolta pelo saco plástico.

A vizinha B colocou seu vaso debaixo de uma torneira pingando, tomando o cuidado para que o gotejamento mantivesse a terra apenas úmida, mas não encharcada.

Ambos os vasos foram mantidos nas varandas das respectivas casas, bem iluminados e ventilados, mas protegidos do sol.

Ao final de dois meses, quando retornaram das férias, verificaram que uma das plantas estava morta, enquanto a outra se mantinha viçosa.

Qual das plantas morreu? Justifique sua resposta.

14. (Unesp/2013) Em uma aula de biologia, a professora pegou três sacos de papel permeável e colocou, em cada um deles, um par de frutas, segundo a tabela.

	Saco 1	Saco 2	Saco 3
Banana verde	X		X
Mamão verde	X	X	
Banana madura		X	
Mamão maduro			X



Bananas e mamões, verdes e maduros, como os usados na aula.

Todas as frutas estavam íntegras e com bom aspecto. Cada saco foi fechado e mantido em um diferente canto da sala de aula, que tinha boa ventilação e temperatura em torno de 30 °C. Na semana seguinte, os sacos foram abertos e os alunos puderam verificar o grau de maturação das frutas.

Pode-se afirmar que, mais provavelmente,

- A) as frutas maduras dos sacos 2 e 3 haviam apodrecido, e as frutas verdes dos sacos 1, 2 e 3 iniciavam, ao mesmo tempo, seus processos de maturação.
  - B) as frutas verdes dos três sacos haviam amadurecido ao mesmo tempo e já iniciavam o processo de apodrecimento, enquanto as frutas maduras dos sacos 2 e 3 já se mostravam totalmente apodrecidas.
  - C) as frutas maduras dos sacos 2 e 3 haviam apodrecido, e as frutas verdes dos sacos 1, 2 e 3 continuavam verdes.
  - D) as frutas verdes dos sacos 2 e 3 haviam amadurecido, e as frutas verdes do saco 1 estavam em início de maturação.
  - E) as frutas dos três sacos se encontravam tal como no início do experimento: as frutas verdes dos sacos 1, 2 e 3 ainda estavam verdes e as frutas maduras dos sacos 2 e 3 estavam no mesmo ponto de maturação.
15. (Unesp/2013) Em um experimento, um pesquisador plantou uma semente de manjeriço em um vaso com terra. Antes do experimento, o peso da semente foi anotado, assim como foi registrado o peso do vaso com a terra seca que nele havia. Ao longo das semanas seguintes, o vaso foi irrigado, tomando-se o cuidado para que a água apenas mantivesse a terra úmida e não fosse perdida pelas bordas ou pelo fundo do vaso. O vaso foi mantido em local coberto, bem arejado e com iluminação natural. A semente germinou e deu origem a um viçoso arbusto de manjeriço, com muitos ramos e folhas e com cerca de 30 cm de altura. As figuras mostram sementes de manjeriço e a planta já crescida no vaso, como a do experimento.



Disponível em: <www.pimentas.org>.



Disponível em: <www.uemurafloreseplantas.com.br>.

Ao final do experimento, o arbusto foi retirado do vaso com todas as suas raízes desprendidas da terra. Tanto o arbusto quanto o vaso com a terra foram dessecados (ou seja, toda a água foi retirada) e, em seguida, pesados.

Com relação ao vaso com terra dessecada, ao final do experimento ele estava mais leve, mais pesado, ou tinha aproximadamente o mesmo peso do vaso com terra dessecada do início do experimento? E com relação ao arbusto dessecado, ele estava mais leve, mais pesado, ou tinha aproximadamente o mesmo peso da semente do início do experimento? Justifique suas respostas.

16. (Fuvest/2012) Na vitória-régia, mostrada na figura a seguir, os estômatos localizam-se na superfície superior da folha, o que acontece também em outras plantas aquáticas.



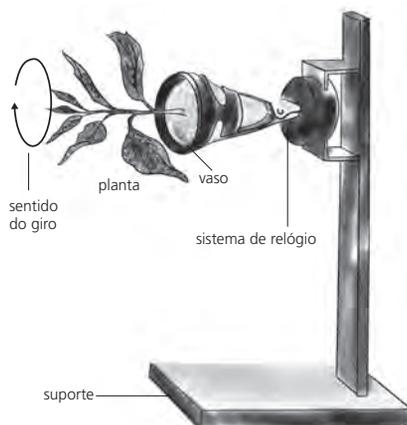
- A) Considerando o ambiente em que a vitória-régia ocorre, seus estômatos passam a maior parte do tempo abertos ou fechados? Justifique sua resposta.
- B) Liste o que entra e o que sai do estômato aberto de uma folha.

17. (Unesp/2012) Gustavo foi contratado para trabalhar como jardineiro em uma residência na cidade de São Paulo. Os proprietários do imóvel exigiram que Gustavo mantivesse a grama sempre irrigada e aparada a uma altura específica, o que, dependendo da época do ano, exigiu podas mais ou menos frequentes.

Considerando que o balanço entre taxa de fotossíntese e taxa de respiração varia ao longo do ano em razão das diferenças de temperatura, intensidade luminosa e períodos de claro e escuro ao longo das 24 horas do dia, pode-se afirmar corretamente que as podas foram

- A) mais frequentes entre outubro e dezembro, período no qual a luminosidade intensa determinou o aumento da taxa de fotossíntese, mantendo o gramado no seu ponto de compensação fótica.
- B) mais frequentes entre dezembro e fevereiro, período no qual o aumento da intensidade luminosa determinou um aumento na taxa de respiração.
- C) menos frequentes entre abril e junho, período no qual as baixas temperaturas determinaram o aumento da taxa de respiração e colocaram o gramado acima de seu ponto de compensação fótica.
- D) menos frequentes entre junho e agosto, período no qual a diferença entre a taxa de fotossíntese e a taxa de respiração tornou-se menor.
- E) menos frequentes entre agosto e outubro, período no qual os dias mais curtos em relação às noites levaram a uma taxa de fotossíntese abaixo da taxa de respiração.

- 18.** (Fuvest/2012) Dez copos de vidro transparente, tendo no fundo algodão molhado em água, foram mantidos em local iluminado e arejado. Em cada um deles, foi colocada uma semente de feijão. Alguns dias depois, todas as sementes germinaram e produziram raízes, caules e folhas. Cinco plantas foram, então, transferidas para cinco vasos com terra e as outras cinco foram mantidas nos copos com algodão. Todas permaneceram no mesmo local iluminado, arejado e foram regadas regularmente com água destilada. Mantendo-se as plantas por várias semanas nessas condições, o resultado esperado e a explicação correta para ele são:
- A) Todas as plantas crescerão até produzir frutos, pois são capazes de obter, por meio da fotossíntese, os micronutrientes necessários para sua manutenção até a reprodução.
  - B) Somente as plantas em vaso crescerão até produzir frutos, pois, além das substâncias obtidas por meio da fotossíntese, podem absorver, do solo, os micronutrientes necessários para sua manutenção até a reprodução.
  - C) Todas as plantas crescerão até produzir frutos, pois, além das substâncias obtidas por meio da fotossíntese, podem absorver, da água, os micronutrientes necessários para sua manutenção até a reprodução.
  - D) Somente as plantas em vaso crescerão até produzir frutos, pois apenas elas são capazes de obter, por meio da fotossíntese, os micronutrientes necessários para sua manutenção até a reprodução.
  - E) Somente as plantas em vaso crescerão até produzir frutos, pois o solo fornece todas as substâncias de que a planta necessita para seu crescimento e manutenção até a reprodução.
- 19.** (Unicamp/2011) As substâncias orgânicas que nutrem as plantas são produzidas por meio da fotossíntese em células dotadas de cloroplastos, localizadas principalmente nas folhas. Nesse processo, que tem a luz como fonte de energia, moléculas de água (H<sub>2</sub>O) e de gás carbônico (CO<sub>2</sub>) reagem, originando moléculas orgânicas. As moléculas de água são absorvidas principalmente através da raiz, e o CO<sub>2</sub>, através dos estômatos.
- A) A abertura dos estômatos depende de diversos fatores ambientais. Cite um fator ambiental que afeta a abertura estomática e explique como isso ocorre.
  - B) Que processo permite que a planta utilize parte das substâncias orgânicas produzidas na fotossíntese como fonte de energia para suas células? Em que consiste esse processo?
- 20.** (Enem-2ª aplicação/2010) A produção de hormônios vegetais (como a auxina, ligada ao crescimento vegetal) e sua distribuição pelo organismo são fortemente influenciadas por fatores ambientais. Diversos são os estudos que buscam compreender melhor essas influências. O experimento seguinte integra um desses estudos.



- O fato de a planta do experimento crescer na direção horizontal, e não na vertical, pode ser explicado pelo argumento de que o giro faz com que a auxina se
- A) distribua uniformemente nas faces do caule, estimulando o crescimento de todas elas de forma igual.
  - B) acumule na face inferior do caule e, por isso, determine um crescimento maior dessa parte.
  - C) concentre na extremidade do caule e, por isso, iniba o crescimento nessa parte.
  - D) distribua uniformemente nas faces do caule e, por isso, iniba o crescimento de todas elas.
  - E) concentre na face inferior do caule e, por isso, iniba a atividade das gemas laterais.

**Bibliografia**

AMABIS, J. M.; MARTHO, G. R. *Biologia dos organismos*. 2. ed. Moderna, 2007.

CÉSAR & CEZAR. *Biologia 2*. São Paulo. Saraiva, 2002.

LINHARES, S.; GEWANDSZNAJDER, F. *Biologia Hoje*. Ática, 2003, v. 2.

LOPES, S. *Bio 2*. São Paulo: Saraiva, 2006.

NABORS, Murray W. *Introdução à Botânica*. São Paulo: Roca.

PURVES; SADAVA; ORIANI E HELLER. *Vida – A Ciência da Biologia*. 6. ed. Artmed, 2002.

RAVEN, P. H.; EVERT, R. F.; EICHHORN, S. E. *Biologia vegetal*. 7. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2007.



**Anotações**



Anotações

### Matemática e suas Tecnologias

#### Matemática I

Aula 16: Sequências									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	C	E	A	A	E	B	B	D	C

Aula 17: Progressão Aritmética (P.A.) – Parte I									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
D	C	A	C	C	A	E	C	D	D

Aula 18: Progressão Aritmética (P.A.) – Parte II									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	C	E	D	D	B	B	C	D	A

Aula 19: Progressão Aritmética (P.A.) – Parte III									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
D	B	A	D	B	D	E	D	B	B

Aula 20: Progressão Geométrica I									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	D	A	E	B	C	C	C	B	A

#### Matemática II

Aula 16: Função Modular (Parte I)									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
D	E	E	D	A	C	*	C	B	D

\* 07: F – V – V – F – F

Aula 17: Função Modular (Parte II) – Equações e Inequações Modulares									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	C	E	C	D	D	B	C	C	D

Aula 18: Função Exponencial (Parte I)									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	C	E	C	D	A	E	B	C	B

Aula 19: Função Exponencial (Parte II)									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	D	B	E	D	D	A	E	D	A

Aula 20: Função Exponencial (Parte III)									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
A	E	A	A	D	B	D	D	D	C

#### Matemática III

Aula 16: Estatística III									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
A	A	B	D	D	D	D	C	A	B

Aula 17: Estatística IV									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	D	A	A	C	D	B	D	C	D

Aula 18: Estatística V									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	D	C	A	A	E	B	D	C	C

Aula 19: Estatística VI – Revisando e Aprofundando									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	E	E	D	B	D	E	A	D	A

Aula 20: Estatística VII – Revisando e Aprofundando									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
D	B	A	D	A	E	C	A	D	C

#### Matemática IV

Aula 16: Geometria de Posição									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	C	D	E	C	E	E	C	A	E

Aula 17: Geometria dos Poliedros									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	A	D	D	B	C	B	A	D	E

Aula 18: Prismas									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	D	A	D	A	C	D	D	C	B

Aula 19: Pirâmides									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	E	C	E	A	C	A	A	B	B

Aula 20: Tronco de Pirâmide de Bases Paralelas e do Tetraedro Regular									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	A	C	D	E	C	D	B	E	A

# GABARITOS

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

### Matemática V

Aula 16: Estudo Analítico da Reta II									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	C	C	A	E	D	C	D	A	A

Aula 17: Posições Relativas de Duas Retas no Plano									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	A	D	B	C	D	E	B	B	D

Aula 18: Ângulo entre Duas Retas									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
D	B	D	C	D	E	D	A	C	C

Aula 19: Proporcionalidade da Reta (Analogia à Função Afim, Progressão Aritmética e Juros Simples)									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	C	C	E	A	D	B	A	C	A

Aula 20: Circunferência I									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	B	E	D	B	A	A	C	B	D

### Ciências da Natureza e suas Tecnologias

#### Física I

Aula 16: Força de Atrito									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
A	*	B	B	E	*	B	*	*	A

\*02:  $|\vec{F}| = 60 \text{ N}$

06:  $f_{\text{at}} = 30 \text{ N}$

08:  $\Delta s = 50 \text{ cm}$

09:  $F \cong 7,7 \text{ N}$

Aulas 17 e 18: Dinâmica do Movimento Circular									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
A	*	B	B	C	A	D	A	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	E	B	D	*	E	B	A	A

\*02: A)  $|\vec{T}| = 5 \text{ N}$

B)  $f \cong 0,4 \text{ Hz}$

\*16:  $v = 10 \text{ m/s}$

Aulas 19 e 20: Revisão para o Enem									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	B	E	D	E	*	A	C	A	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	A	*	D	D	E	D	E	*

\*06:  $t = 8 \text{ s}$

14:  $T = 2,25 \text{ N}$

20: A)  $T = 3.600 \text{ s}$  ou  $T = 1 \text{ h}$

B)  $F_c = 3 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

#### Física II

Aula 16: Instrumentos Elétricos									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	B	B	E	E	C	C	E	E	A

Aula 17: Gerador Elétrico									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	B	*	A	B	B	C	A	A	C

\* 03:  $126 \text{ V}$

Aula 18: Potência Elétrica do Gerador									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	B	A	A	E	E	A	A	E	A

Aula 19: Receptor Elétrico									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	A	A	D	A	B	A	A	E	A

Aula 20: Associação de Geradores e Receptores									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	E	B	C	D	C	C	B	B	A

#### Física III

Aulas 16 e 17: Máquinas Térmicas, Frigoríficas, Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	C	E	B	C	D	D	B	B	E
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	E	*	A	C	B	E	B	B	D

\*13: A)  $+ 3,663 \text{ J/K}$

B)  $- 0,553 \text{ J/K}$

C)  $+ 3,11 \text{ J/K}$

# GABARITOS

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Aulas 18 e 19: Movimento Harmônico Simples									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	E	D	B	C	A	D	D	A	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	C	A	B	B	A	C	E	B

Aula 20: Revisão									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	C	D	B	D	A	D	A	E	B

### Física IV

Aula 16: Exercícios de Revisão (Lentes Esféricas)									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
D	D	C	B	B	B	A	C	A	D

Aula 17: Equação dos Fabricantes de Lentes									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	E	A	D	C	E	E	D	E	A

Aula 18: Instrumentos Ópticos									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	A	D	C	E	A	D	A	E	E

Aula 19: Óptica da Visão									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	A	C	D	C	E	B	D	A	C

Aula 20: Estática dos Sólidos I (Equilíbrio de um Ponto Material)									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	E	D	A	C	C	A	B	A	A

### Química I

Aulas 16 e 17: Acidez e Basicidade dos Compostos Orgânicos									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
D	C	A	C	B	B	D	B	D	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	E	C	D	A	C	A	D	D

Aulas 18 e 19: Introdução ao Estudo das Reações Orgânicas e Reações de Adição									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	A	C	E	C	E	D	D	A	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	D	D	C	D	C	A	C	A

Aula 20: Reações de Eliminação									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
A	B	C	C	C	E	D	A	B	E

### Química II

Aula 16: Propriedades Coligativas									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	E	E	C	C	C	A	B	A	D

Aula 17: Cinética Química									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	A	E	C	B	C	D	D	D	*

\* 10.  $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$

Aula 18: Teoria das Colisões e do Complexo Ativado									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	D	*	A	C	B	A	D	E	D

\*03:  $02 + 04 + 16 = 22$

Aula 19: Lei de Velocidade									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	E	D	C	A	B	E	A	E	C

Aula 20: Fatores que Influenciam na Velocidade									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	A	D	D	A	B	C	D	B	C

### Química III

Aulas 16 e 17: Estudo das Bases / Conceitos Modernos sobre Ácidos e Bases									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	C	B	B	B	C	C	E	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	C	E	A	B	D	E	C	D	C

Aula 18: Estudo dos Sais									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	E	A	A	A	E	B	C	A	A

Aulas 19 e 20: Estudo dos Óxidos									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	D	A	D	E	C	E	C	E	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	E	A	C	A	E	D	C	D	E

# GABARITOS

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

### Química IV

Aula 16: Geometria Molecular									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	C	–	C	C	D	B	C	B	A

– Resposta e resolução no *site*.

Aula 17: Polaridade das Ligações e das Moléculas									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	A	D	B	–	A	D	B	B	–

– Resposta e resolução no *site*.

Aulas 18 e 19: Forças Intermoleculares									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	E	A	–	–	C	–	–	–	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	C	A	B	E	E	E	B	C

– Resposta e resolução no *site*.

Aula 20: Coloides									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
D	C	A	D	E	C	D	B	E	E

### Biologia I

Aula 16: Reprodução Geral									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	–	–	–	A	D	C	B	D	D

– Resolução e resposta no *site*.

Aula 17: Sistema Reprodutor Masculino									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
–	D	D	–	C	–	C	A	B	C

– Resolução e resposta no *site*.

Aula 18: Sistema Reprodutor Feminino									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	A	C	D	A	–	E	–	–	–

– Resolução e resposta no *site*.

Aula 19: Métodos Contraceptivos									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	D	D	B	D	C	–	A	E	–

– Resolução e resposta no *site*.

Aula 20: Sistema Respiratório									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	–	–	C	A	–	–	–	D	C

– Resolução e resposta no *site*.

### Biologia II

Aulas 16 e 17: Nematódeos e Vermínoses									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
A	B	A	A	B	E	C	E	C	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	E	C	B	D	D	D	C	B

Aulas 18 e 19: Moluscos									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	–	B	–	–	C	A	E	–	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	E	E	–	A	–	C	A	C	–

– Resolução e resposta no *site*.

Aula 20: Anelídeos									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
–	E	A	–	–	–	D	C	C	C

– Resolução e resposta no *site*.

### Biologia III

Aulas 16 e 17: Introdução à Citologia									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
B	A	C	E	B	C	A	D	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	E	A	A	B	E	E	C	C	A

Aulas 18 a 20: Membrana Plasmática									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
–	E	D	D	D	A	–	E	E	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	B	A	–	C	–	D	A	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	E	–	A	A	B	–	–	–	–

– Resolução e resposta no *site*.

### Biologia IV

Aula 16: Histologia Vegetal									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
–	–	A	D	D	C	–	B	E	E

– Resposta e resolução no *site*.

# GABARITOS

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Aulas 17 e 18: Morfologia Vegetal									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	D	–	C	A	B	B	A	D	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	C	B	D	B	–	–	–	–

– Resposta e resolução no *site*.

Aulas 19 e 20: Fisiologia Vegetal									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
C	B	–	B	C	–	B	B	E	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	–	D	–	–	D	B	–	A

– Resposta e resolução no *site*.



### Anotações

# GABARITOS

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



Anotações



# *Anotações*

---

# Anotações

---



# CLASSIFICAÇÃO PERIÓDICA DOS ELEMENTOS

(com massas atômicas referidas ao isótopo 12 do carbono)

18

0

1 1A	2 2A	Elementos de transição										18 0																																																						
3 Li LÍTO 6,94	4 Be BERILIO 9,01	11 Na SÓDIO 23,0	12 Mg MAGNÉSIO 24,3	13 B BORO 10,8	14 C CARBONO 12,0	15 N NITRÓGENIO 14,0	16 O OXIGÊNIO 16,0	17 F FLUOR 19,0	18 Ne NEÔNIO 20,2	19 K POTÁSSIO 39,1	20 Ca CÁLCIO 40,1	21 Sc ESCÂNDIO 44,9	22 Ti TITÂNIO 47,9	23 V VANÁDIO 50,9	24 Cr CROMO 52,0	25 Mn MANGANÊS 54,9	26 Fe FERRO 55,8	27 Co COBALTO 58,9	28 Ni NÍQUEL 58,7	29 Cu COBRE 63,5	30 Zn ZINCO 65,4	31 Ga GÁLIO 69,7	32 Ge GERMÂNIO 72,6	33 As ARSENIO 74,9	34 Se SELÊNIO 78,9	35 Br BROMO 79,9	36 Kr CRIFÓNIO 83,8	37 Rb RUBÍDIO 85,5	38 Sr ESTRÔNCIO 87,6	39 Y ÍTRIO 88,9	40 Zr ZIRCONÍO 91,2	41 Nb NÍBIO 92,9	42 Mo MOLIBDÊNIO 95,9	43 Tc TÉCNICO 98,9	44 Ru RUTÊNIO 101,1	45 Rh RÓDIO 102,9	46 Pd PALÁDIO 106,4	47 Ag PRATA 107,9	48 Cd CADMIO 112,4	49 In ÍNDIO 114,8	50 Sn ESTANHO 118,7	51 Sb ANTIMÔNIO 121,8	52 Te TELÚRIO 127,6	53 I IODO 126,9	54 Xe XENÔNIO 131,3	55 Cs CÉSIO 132,9	56 Ba BÁRIO 137,36	57 a 71 Série dos Lantanídeos La - Lu	58 Fr FRÂNCIO (223)	59 Ra RÁDIO (226)	60 Ac - Lr Série dos Actinídeos	61 La LANTÂNIO 139,0	62 Ce CÉRIO 140,0	63 Pr PRASÉODÍMIO 141,0	64 Nd NÉODÍMIO 144,0	65 Pm PROMÉCIO 147,0	66 Sm SAMÁRIO 150,0	67 Eu EUROPIO 152,0	68 Gd GADOLÍNIO 157,0	69 Tb TÉRBIO 158,9	70 Dy DÍSPROSIÓ 162,5	71 Ho HÓLMIO 165,0	72 Er ÉRIO 167,0	73 Tm TULIO 168,9	74 Yb ÍTERBIO 173,0	75 Lu LUTÉCIO 175,0

## Série dos lantanídeos

57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
139,0	140,0	141,0	144,0	147,0	150,0	152,0	157,0	158,9	162,5	165,0	167,0	168,9	173,0	175,0

## Série dos actinídeos

89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr
227,0	232,0	(231)	238,0	237	244	243	247	247	251	252	257	258	259	260

Número atômico

Símbolo

Nome do elemento  
( ) = Nº de massa do isótopo mais estável



SISTEMA FARIAS BRITO DE ENSINO

### Para quem quer aprender com quem já sabe

A coleção **Pré-Universitário** é resultado da parceria que uniu talentos da Organização Educacional Farias Brito e da Editora Moderna.

São livros que levam a todo o país uma proposta consistente e inovadora no segmento do Pré-Universitário, baseada no compromisso com a educação de qualidade.

As atividades, elaboradas por experientes educadores, estimulam o estudante a conhecer o mundo e a experimentá-lo nas quatro áreas do conhecimento, identificando e entendendo as habilidades e competências das Linguagens, da Matemática, das Ciências Humanas e da Natureza e suas respectivas Tecnologias, por meio da resolução de diversas situações-problema.

Nada melhor do que se preparar para o Enem e os vestibulares com o suporte dos professores do Farias Brito, a organização que lidera os índices de aprovação nos exames mais difíceis do país, como ITA, IME, Olimpíadas e Enem.

A coleção **Pré-Universitário** representa bem o que faz do Farias Brito e da Editora Moderna referências nacionais na educação brasileira – parceiros que sabem o que é necessário para sua aprovação, além da determinação.