

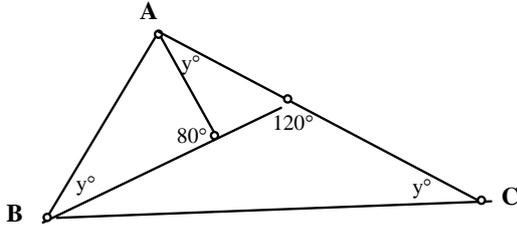


## Matemática

17/04/2016

01. Na figura, a medida do ângulo  $\angle BAC$  é igual a:

- (A)  $20^\circ$
- (B)  $40^\circ$
- (C)  $60^\circ$
- (D)  $80^\circ$
- (E)  $100^\circ$



02. (CN) Num triângulo  $ABC$ ,  $AB = AC$ , o ponto  $D$  interno ao lado  $AC$  é determinado de modo que  $DC = BC$ . Se o ângulo  $ABD$  mede  $12^\circ$ , qual a medida, em graus, do ângulo  $BAC$ ?

- (A) 100
- (B) 88
- (C) 76
- (D) 54
- (E) 44

03. Num triângulo isósceles  $ABC$  com  $AB = AC$  sejam  $D$  e  $F$  pontos sobre o lado  $AB$  e  $E$  um ponto sobre o lado  $AC$  tal que  $BC = CD = DE = EF = FA$ . A medida do ângulo  $\angle BAC$  é:

- (A)  $5^\circ$
- (B)  $15^\circ$
- (C)  $20^\circ$
- (D)  $25^\circ$
- (E)  $45^\circ$

04. Num triângulo  $ABC$  tem-se que  $\angle BAC = 60^\circ$  e  $\angle BCA = 45^\circ$ . Sejam  $M$  e  $N$  pontos do seu interior tal que  $\angle CAM = \angle MAN = \angle NAB$  e  $\angle ACM = \angle MCN = \angle NCB$ . A medida do ângulo  $\angle ANM$  é igual a:

- (A)  $45^\circ$
- (B)  $55^\circ$
- (C)  $60^\circ$
- (D)  $75^\circ$
- (E)  $80^\circ$

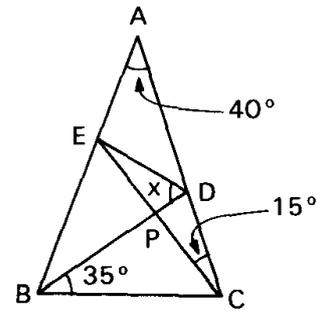
05. (CN) Considere um quadrado  $ABCD$  e dois triângulos equiláteros  $ABP$  e  $BCQ$ , respectivamente, interno e externo ao quadrado. A soma das medidas dos ângulos  $\hat{A}DP$ ,  $\hat{B}QP$  e  $\hat{D}PQ$  é igual a:

- (A)  $270^\circ$
- (B)  $300^\circ$

- (C)  $330^\circ$
- (D)  $360^\circ$
- (E)  $390^\circ$

06. O triângulo  $ABC$  abaixo é isósceles de base  $BC$ . Determine  $x$ .

- (A) 15
- (B) 20
- (C) 30
- (D) 35
- (E) 15



07. Seja  $G$  o baricentro do triângulo  $ABC$  e seja  $P$  o ponto no prolongamento do lado  $AC$ , mais próximo de  $A$ , tal que  $BG = 3AP = 6$ ,  $\angle APG = 30^\circ$  e  $\angle BGP = 90^\circ$ . Determine a medida do lado  $AC$ .

08. Quantos são os pontos de um plano  $\alpha$  que são equidistantes das três retas suportes dos lados de um triângulo  $ABC$  contido em  $\alpha$ ?

- (A) Um
- (B) Dois
- (C) Três
- (D) Quatro
- (E) Cinco

09. No triângulo  $ABC$ , o ângulo  $\hat{A}$  mede  $60^\circ$  e o ângulo  $B$  mede  $50^\circ$ . Sejam  $M$  o ponto médio do lado  $AB$  e  $P$  o ponto sobre o lado  $BC$  tal que  $AC + CP = BP$ . Qual a medida do ângulo  $MPC$ ?

- (A)  $120^\circ$
- (B)  $125^\circ$
- (C) 130
- (D)  $135^\circ$
- (E)  $145^\circ$

10. Num triângulo  $ABC$  tem-se que  $AB = 8$ ,  $BC = 7$  e  $CA = 6$ . Prolonga-se então o lado  $BC$ , no sentido de  $B$  para  $C$ , até um ponto  $P$  tal que os triângulos  $PAB$  e  $PCA$  sejam semelhantes. A medida do segmento  $PC + PA$  é igual a:



# Tropa do Naval 2016



- (A) 20  
(B) 21  
(C) 9  
(D) 15  
(E) 1'
11. Um triângulo  $ABC$  inscrito num círculo é tal que  $AB = 15$  e  $BC = 25$ . A reta traçada pelo vértice  $A$  e paralela à tangente ao círculo no ponto  $B$ , intersecta o lado  $BC$ , no ponto  $D$ . A medida do segmento  $DC$  é igual a  
(A) 16  
(B) 18  
(C) 20  
(D) 22  
(E) 24
12. Em um triângulo os lados de medidas  $m$  e  $n$  são opostos, respectivamente, aos ângulos de  $60^\circ$  e  $40^\circ$ . O segmento da bissetriz do maior ângulo interno é dado por:  
(A)  $m\sqrt{\frac{m+n}{n}}$   
(B)  $n\sqrt{\frac{m+n}{m}}$   
(C)  $m\sqrt{\frac{n}{m+n}}$   
(D)  $n\sqrt{\frac{m}{m+n}}$   
(E)  $\sqrt{\frac{m}{n}}$
13. Seja  $ABC$  um triângulo e o ponto  $D$  sobre o lado  $AC$  tal que  $\angle DBC = 90^\circ$ ,  $DC = 2AD$  e  $\angle ABD = \angle BCA$ . Determine a medida do ângulo  $\angle BAC$   
(A)  $30^\circ$   
(B)  $37^\circ$   
(C)  $45^\circ$   
(D)  $53^\circ$   
(E)  $60^\circ$
15. Num triângulo  $ABC$  tem-se que  $AB = 20$ ,  $BC = 30$  e  $CA = 40$ . Se  $S$  e  $P$  são, respectivamente, os pés das bissetrizes interna e externa do ângulo  $\angle A$ , a medida do segmento  $SP$  é igual a :  
(A) 40  
(B) 50  
(C) 60  
(D) 70  
(E) 80
15. A medida do ângulo do vértice  $B$  de um triângulo isósceles  $ABC$  é igual a  $120^\circ$ . A razão entre as medidas dos dois segmentos determinados sobre o lado  $BC$  pela bissetriz interna do ângulo  $\angle A$  é igual a  
(A) 1  
(B)  $2\frac{\sqrt{3}}{3}$   
(C)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$   
(D)  $\sqrt{2}$   
(E)  $\sqrt{3}$
16. (CN) Num determinado triângulo escaleno  $ABC$ , o ângulo  $\hat{BAC}$  é igual a  $90^\circ$ . Sabe-se que  $AB = c$ ,  $AC = b$  e  $BC = a$ . Internamente ao segmento  $BC$ , determina-se o ponto  $P$  de modo que  $BP = \frac{(c-b)(c+b)}{a}$ . O perímetro do triângulo  $APC$  é dado pela expressão  
(A)  $\frac{2b(a+b)}{a}$   
(B)  $\frac{2c(a+b)}{a}$   
(C)  $\frac{2b(b+c)}{a}$   
(D)  $\frac{2c(b+c)}{a}$   
(E)  $\frac{2b(a+c)}{a}$
17. (CN) Num quadrilátero  $ABCD$  tem-se:  $AB = 42$ ,  $BC = 48$ ,  $CD = 64$ ,  $DA = 49$  e  $P$  é o ponto de interseção entre as diagonais  $AC$  e  $BD$ . Qual é a razão entre os segmentos  $PA$  e  $PC$ , sabendo-se que a diagonal  $BD$  é igual a 56 ?  
(A)  $7/8$   
(B)  $8/7$



- (C) 7/6
- (D) 6/7
- (E) 49/64

- (D) 30°
- (E) 60°

## EXERCÍCIOS DE CASA

01. Num triângulo  $ABC$  tem-se que  $\angle A = 100^\circ$  e  $\angle B = 50^\circ$ . Se  $AH$  é uma altura e  $BM$  é uma mediana, então a medida do ângulo  $\angle MHC$  é igual a:

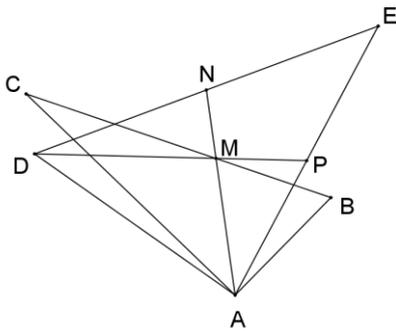
- (A) 18°
- (B) 22,5°
- (C) 30°
- (D) 40°
- (E) 45°

02.  $AD$  e  $BE$  são duas bissetrizes internas dos ângulos  $\angle BAC$  e  $\angle ABC$ , respectivamente, de um triângulo  $ABC$ . Supondo que  $AD = AB$  e  $BE = BC$ . O inteiro mais próximo da medida, em graus, do ângulo  $\angle BAC$  é igual a:

- (A) 20
- (B) 22
- (C) 24
- (D) 26
- (E) 28

03. Na figura  $\widehat{CAB} = 90^\circ$ ,  $\overline{BC} = 2 \cdot \overline{BM} = 10 \text{ cm}$  e  $\overline{ED} = 2 \cdot \overline{EN}$ . Se  $\overline{DP} = 15 \text{ cm}$  e  $\overline{AN} = 7,5 \text{ cm}$ , calcule  $\overline{MP}$ .

- (A) 4 cm
- (B) 4,5 cm
- (C) 5 cm
- (D) 5,5 cm
- (E) 6 cm



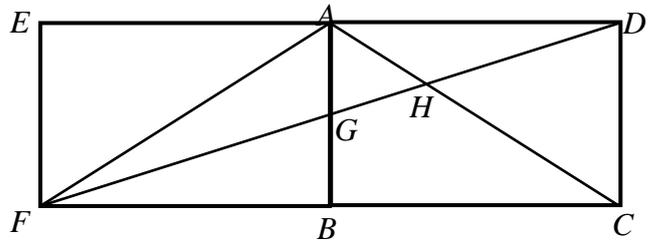
04. Em um triângulo  $ABC$ , a altura  $\overline{AH}$  e a mediana  $\overline{BM}$  interceptam-se no interior do triângulo e são iguais. Se o ângulo  $\widehat{ACB} = 41^\circ$ , encontre a medida do ângulo  $\widehat{MBC}$ :

- (A) 41°
- (B) 49°
- (C) 45°

05. Em um triângulo  $ABC$ , no qual  $\angle BAC = 120^\circ$  traçam-se as bissetrizes  $AF$ ,  $BG$  e  $CH$ . A medida do ângulo  $\angle GFH$  é igual a:

- (A) 45°
- (B) 60°
- (C) 90°
- (D) 100°
- (E) 120°

06. Considere os quadrados  $ABCD$  e  $ABEF$  da figura. Se  $FG = 12$  e  $GH = 4$ , calcule  $HC$ .



07. Num triângulo equilátero  $PQR$ , de lado igual a 5, está inscrito um triângulo retângulo  $ABC$ , de hipotenusa  $AB$ , e de modo que os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  pertençam aos lados  $QR$ ,  $PR$  e  $PQ$  respectivamente. Sabendo que  $PC = 3$  e  $BP = CQ = 2$ , a medida do segmento  $AQ$  é:

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

08. Em um triângulo  $ABC$ , tem-se que  $AB = 12$ ,  $AC = 8$  e  $BC = 5$ . Seja  $D$  o pé da bissetriz interna  $AD$  e  $I$  o incentro do triângulo. O valor da razão  $\frac{IA}{ID}$  é igual a:

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 6



