FORÇA ELÁSTICA

1. (UFPR 2011) Com o objetivo de analisar a deformação de uma mola, solta-se, a partir do repouso e de uma certa altura, uma esfera de massa m = 0,1 kg sobre essa mola, de constante elástica k = 200 N/m, posicionada em pé sobre uma superfície. A deformação máxima causada na mola pela queda da esfera foi 10 cm. Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e despreze a massa da mola e o atrito com o ar.

a. Determine o módulo e a orientação das forças que atuam sobre a esfera no instante de máxima deformação da mola.

b. Determine o módulo e a orientação da força resultante sobre a esfera no instante de máxima deformação da mola.

c. Determine o módulo e o sentido da máxima aceleração sofrida pela esfera.

d. Determine a força normal exercida pelo solo sobre a mola no instante de sua máxima deformação.

____

____

____

____

____

2. (UFRJ 2008) Uma mola de constante elástica k e comprimento natural L está presa, por uma de suas extremidades, ao teto de um elevador e, pela outra extremidade, a um balde vazio de massa M que pende na vertical. Suponha que a mola seja ideal, isto é, que tenha massa desprezível e satisfaça à lei de Hooke.

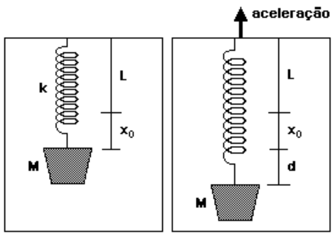


figura 1 figura 2

a. Calcule a elongação x_0 da mola supondo que tanto o elevador quanto o balde estejam em repouso, situação ilustrada na figura 1, em função de M, k e do módulo g da aceleração da gravidade.

b. Considere, agora, uma situação na qual o elevador se mova com aceleração constante para cima e o balde esteja em repouso relativamente ao elevador. Verifica-se que a elongação da mola é maior do que a anterior por um valor d, como ilustra a figura 2.

Calcule o módulo da aceleração do balde em termos de k, M e d.

____

____

____

____

____

3. (PUCSP 2008) A violência urbana, tanto contra a pessoa quanto aquela realizada contra o patrimônio, tem feito com que a população procure as mais variadas formas de proteção. Carros blindados, contratação de empresas privadas de segurança e eletrificação de muros e cercas estão entre as mais comuns.

O Arame Espetante é um produto que oferece uma boa proteção para o seu patrimônio, contra vandalismo e roubo. Ele pode ser utilizado em empresas, residências, edifícios e condomínios.

O que é o Arame Espetante?

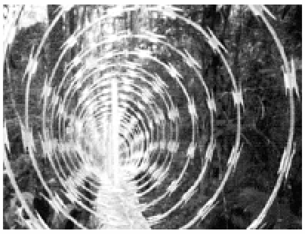


Figura 1 – Arame Farpado ou Arame Espetante

É um arame de aço, com dois tratamentos contra ferrugem, encapado por uma lâmina de aço, com pontas perfurantes e inflexíveis. Ele pode ser facilmente instalado sobre: muro de alvenaria, alambrado, grade, marquise ou direto no solo.

Figura 2

Em formato de hélice cilíndrica (ou helicoidal), travado (figura 2) em dois cabos de aço, forma uma barreira contra invasão por vândalos e ladrões.

A ideia de um construtor é instalar, nos 20 m de comprimento de um muro frontal de uma residência, arame espetante de bitola (diâmetro do fio) 8 mm. Para isso, ele utilizará arame com formato helicoidal, cuja secção transversal apresenta diâmetro de 40cm e com anéis separados por 10 cm de distância (figuras 1 e 3).

Figura 3

Instruções:

Nas respostas, lembre-se de deixar os processos de resolução claramente expostos. Não basta escrever apenas o resultado final. É necessário registrar os cálculos e/ou o raciocínio utilizado.

a. Admitindo que esse produto seja vendido em caixas cúbicas de 40 cm de arestas, desprezando as eventuais folgas entre os anéis e supondo que eles fiquem justos na caixa, calcule o número mínimo de caixas que deverão ser compradas para montar uma cerca nesse muro. Considere em sua resolução que as extremidades do arame estão fixadas no topo do muro, em seu início e final, não ocorrendo sobreposição nas emendas.

b. Antes de sua fixação no topo do muro, que força deve ser feita sobre o arame espetante de cada caixa para esticá-lo, separando os anéis conforme o planejado? Considere que ele se comporta como uma mola helicoidal, de constante elástica 5 N/m, que obedece à lei de Hooke.

____

____

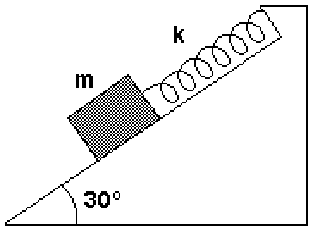
____

____

____

4. (UFRRJ 2007) Um bloco de massa 5 kg está parado sobre um plano inclinado de um ângulo de 30° com a horizontal, preso a uma mola, de constante elástica k = 100

N/m, como mostra a figura. O atrito entre o bloco e o plano pode ser desprezado.



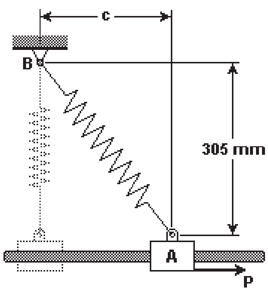
a. Represente as forças que atuam na caixa e escreva quem exerce cada uma das forças.

b. Calcule a deformação da mola nessa situação.

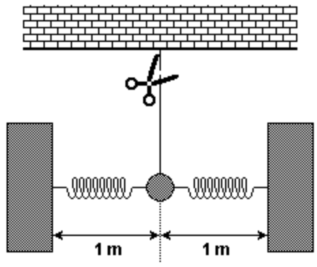
TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

SE NECESSÁRIO, ADOTE g = 10 m/s^2.

5. (CFTCE 2006) O cursor A pode deslizar livremente sobre o eixo horizontal, sem atrito. A mola presa ao cursor tem constante elástica 80 N/m e elongação nula, quando o cursor está diretamente embaixo do suporte B. Determine a intensidade da força P necessária para manter o equilíbrio, quando c = 305 mm. Use: $\sqrt{2}$ = 1,41.



6. (UFG 2005) No sistema representado na figura a seguir, as duas molas são iguais, têm 1 m de comprimento e estão relaxadas. Quando o fio é cortado, a esfera de massa 5,1 kg desce 1 m até parar momentaneamente.



Dados:

$\sqrt{2}$ = 1,41

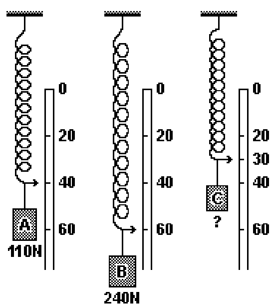
g = 10 m/s^2

Calcule:

a. o valor da constante elástica k das molas;

b. a energia cinética da massa após ter descido 75 cm.

7. (CFTCE 2004) A figura mostra uma mola, a cuja extremidade livre está presa a um ponteiro, colocada ao lado de uma escala graduada em centímetros. Três diferentes pesos são pendurados na mola, como indicado na figura. Determine:



a. a indicação do ponteiro, se não for pendurado nenhum peso na mola.

b. o valor do peso do corpo C.

8. (UNESP 2000) Um bloco de 6,0kg, mantido em repouso sobre uma superfície plana, horizontal e perfeitamente lisa, está encostado em uma mola, comprimida de 0,20m. A mola, de massa desprezível e constante elástica igual a $150 Nm^{-1}$, tem a outra extremidade fixa. Num dado instante, o bloco é liberado e a mola o impulsiona sobre o plano.

a. Determine a velocidade v do bloco imediatamente após perder o contato com a mola.

b. Sabendo que o tempo de duração do contato entre a mola e o bloco é aproximadamente 0,3s, determine a força média F exercida pela mola sobre o bloco durante esse tempo.

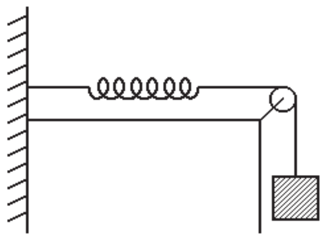
9. (UNICAMP 1999) Bungee jumping é um esporte radical, muito conhecido hoje em dia, em que uma pessoa salta de uma grande altura, presa a um cabo elástico. Considere o salto de uma pessoa de 80kg. A velocidade máxima atingida pela pessoa durante a queda é de 20m/s. A partir desse instante, a força elástica do cabo começa a agir. O cabo atinge o dobro de seu comprimento normal quando a pessoa atinge o ponto mais baixo de sua trajetória. Para resolver as questões abaixo, despreze a resistência do ar.

a. Calcule o comprimento normal do cabo.

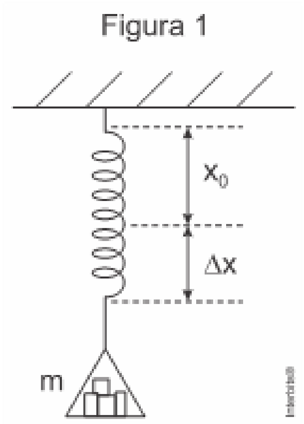
b. Determine a constante elástica do cabo.

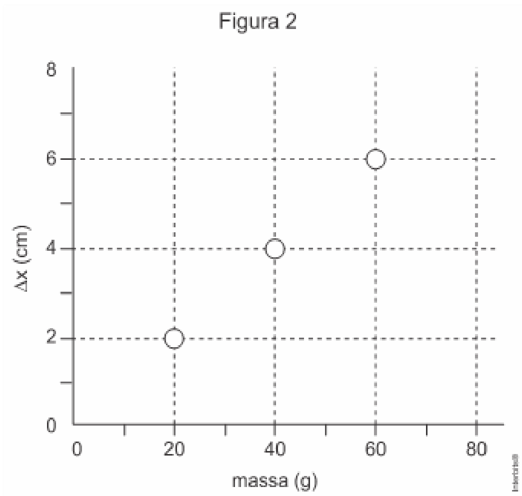
10. (UFPE 1996) No sistema mostrado na figura a seguir, o bloco tem massa igual a 5,0 kg. A constante elástica da mola vale 2,0 N/cm. Considere que o fio, a mola e a roldana são ideais. Na situação de equilíbrio, qual a deformação da mola, em centímetros?

Dado: $g = 10\ m/s^2$



11. (UEL 2018) Analise as figuras a seguir.





Um astronauta chegou a um planeta desconhecido, e deseja medir a aceleração da gravidade local. Para isso, ele conta com um sistema massa-mola como o da figura 1. Esse sistema foi calibrado na Terra ($g = 10\ m/s^2$) e a relação entre a distensão da mola e a massa pendurada em sua extremidade é mostrada no gráfico da figura 2.

Devido à aceleração da gravidade do planeta, quando o astronauta pendurou uma massa de 10 gramas, a mola distendeu 1,5 cm.

A partir dessas informações, responda aos itens a seguir.

a. Determine a constante elástica da mola na unidade de N/m. Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.

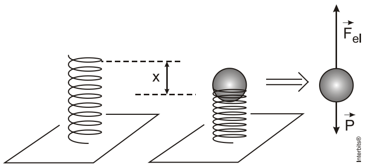
b. Determine a aceleração da gravidade do planeta de destino do astronauta, em m/s^2. Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.

ANOTAÇÕES

GABARITO

1. Dados: m = 0,1 kg; k = 200 N/m; x = 10 cm = 0,1 m.

a.



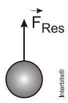
As forças que agem na esfera nessa posição de deformação máxima são o peso $(\vec{P})$ e a força elástica $(\vec{F}_{el})$.

$$\vec{P}\begin{cases}\text{Módulo: } P = m\,g = 0{,}1(10) \;\Rightarrow\; P = 1\text{ N;}\\ \text{Direção: Vertical;}\\ \text{Sentido: Para baixo.}\end{cases}$$

$$\vec{F}_{el}\begin{cases}\text{Módulo: } F_{el} = k\,x = 200(0{,}1) \;\Rightarrow\; F_{el} = 20\text{ N;}\\ \text{Direção: Vertical;}\\ \text{Sentido: Para cima.}\end{cases}$$

b. Para a força resultante $(\vec{F}_{Res})$

$$\vec{F}_{Res}\begin{cases}\text{Módulo: } F_{Res} = F_{el} - P = 20 - 1 \;\Rightarrow\; F_{Res} = 19\text{ N;}\\ \text{Direção: Vertical;}\\ \text{Sentido: Para cima.}\end{cases}$$



c. A aceleração tem módulo máximo quando a resultante também é máxima, ou seja, no ponto de deformação máxima.

$$F_{Res_{máx}} = m\,a_{máx} \;\Rightarrow\; 19 = 0{,}1\,a_{máx} \;\Rightarrow$$
$$a_{máx} = 190\text{ N.}$$

Como aceleração e força resultante têm sempre o mesmo sentido, a aceleração tem direção vertical e sentido para cima.

d. Como a mola não sofre aceleração, a intensidade da normal é igual à da força elástica, ou seja:

$$N = F_{el} = 20\text{ N.}$$

2. As forças aplicadas no balde são o seu peso, de módulo Mg, orientada para baixo, e a força elástica da mola, orientada para cima, de módulo F = kx, sendo x o módulo da elongação da mola.

a. Nessa situação, a força resultante sobre o balde é nula, uma vez que o balde tem aceleração nula. Portanto, temos $- Mg + kx_0 = 0$, donde $x_0 = Mg/k$

b. Nessa nova situação, o balde está acelerado, de modo que a força resultante sobre ele satisfaz à Segunda Lei de Newton $k(x_0 + d) - Mg = Ma$, onde a é o módulo da aceleração do balde. Lembrando que $kx_0 = Mg$, temos kd = Ma, donde a = kd/M.

3.

a. Para instalar os 20 m de comprimento (L) o número n de passos de mola necessário é dado por:

L= n x a + (n+1) e

a= separação entre os anéis

e= diâmetro do fio (bitola)

L= comprimento do muro

$$20 = n\,0{,}1 + (n+1)\,0{,}008$$
$$20 = 0{,}1n + 0{,}008n + 0{,}008$$
$$20 = 0{,}108n + 0{,}008$$
$$n \cong \frac{20}{0{,}108}$$
$$n \cong 185$$

O número de voltas N é dado por:

N= n + 1= 186

Com as voltas compactadas e superpostas, a altura total é dada por: H = N e = 186 x 0,008 m ≅ 1,5.

Para sabermos a quantidade C de caixas necessárias, fazemos:

$$C \geq \frac{1{,}5}{0{,}4} = 3{,}75.$$

Como o número de caixas deve ser inteiro, temos: $C_{mím} = 4$.

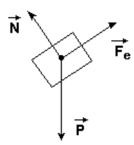
b. O comprimento inicial da mola vale $L_0 = 1{,}5$m e o comprimento final deverá ser L= 20m.

Lei de Hooke:

$$F = k(L - L_0)$$
$$F = 5(20 - 1{,}5)N = 92{,}5N$$
$$F = 92{,}5N$$

4.

a. As forças que atuam sobre a caixa são o Peso, P, exercido pela gravidade, a força N, exercida pelo plano, e a força F_e , exercida pela mola.



b. Se a caixa está em repouso, temos:
$\sum F = 0 \rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow P\ \text{sen}30° - F_e = 0.$

Como Fe = kx (onde x é a deformação na mola), temos: kx = mg sen 30°, ou seja, x = 5.10.0,5/100 = 0,25m.

5. L(natural da mola) = 305 mm

L(esforçado) = 305.1,41 = 430 mm

deformação = x = 430 - 305 = 125 mm = 0,125 m

F(elástica) = k.x = 80.0,125 = 10 N

No equilíbrio: P = F.cos45° = $\frac{10.1,41}{2}$

P = 14,1/2 = 7,05 N

6.

a. k ≈ 300 N/m

b. EC = 19,5 J

7. Pela lei de Hooke a força que atua sobre uma mola é diretamente proporcional à deformação desta mola, entendendo-se por deformação a diferença entre o comprimento apresentado pela mola sob esforço e o comprimento natural da mola (sem esforço).

Assim: F = k(L - x)

Para as três figuras podemos escrever respectivamente:

110 = k(40 - x)

240 = k(60 - x)

C = k(30 - x)

Dividindo-se a segunda expressão pela primeira temos:

$$\frac{24}{11} = \frac{(60 - x)}{(40 - x)}$$

960 - 24x = 660 - 11x ==> x = 23,08 cm

Dividindo-se a terceira expressão pela segunda temos:

C/240 = $\frac{(30 - 23,08)}{(60 - 23,08)}$

C/240 = $\frac{6,92}{36,92}$

C = 45 N

a. x = 23,08 cm

b. P = 45N

8.

a. 1 m/s

b. 20 N

9.

a. 20 m

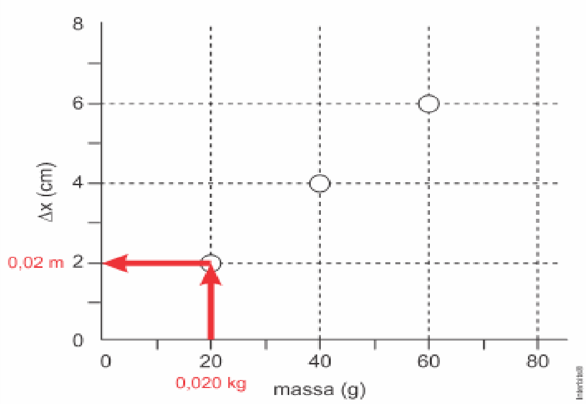
b. 160 N/m

10. 25 cm.

11.

a. O sistema massa-mola em equilíbrio na vertical se caracteriza pela igualdade entre a força elástica e o peso. Assim, usando os valores apontados no gráfico, calculamos a constante da mola.

Figura 2



$$F_e = P \xrightarrow[F_e = k\cdot\Delta x]{\text{Lei de Hooke}} k\cdot\Delta x = m\cdot g \Rightarrow k = \frac{m\cdot g}{\Delta x} \Rightarrow k = \frac{0,020\ \text{kg}\cdot 10\ \text{m/s}^2}{0,02\ \text{m}} \therefore$$
$$\therefore k = 10\ \text{N/m}$$

b. Para determinar a aceleração da gravidade do planeta usando a mesma mola testada na Terra, utilizando a mesma equação de igualdade entre a força elástica e o peso, temos

$$F_e = P \Rightarrow k\cdot\Delta x = m\cdot g_x \Rightarrow g_x = \frac{k\cdot\Delta x}{m} \Rightarrow g_x = \frac{10\ \text{N/m}\cdot 0,015\ \text{m}}{0,010\ \text{kg}} \therefore$$
$$\therefore g_x = 15\ \text{m/s}^2$$