

# 2ª FASE EXAME DISCURSIVO

01/12/2013

## Matemática

### Caderno de prova

Este caderno, com dezesseis páginas numeradas sequencialmente, contém dez questões de Matemática. Não abra o caderno antes de receber autorização.

### Instruções

1. Verifique se você recebeu mais dois cadernos de prova.
2. Verifique se seu nome, seu número de inscrição e seu número do documento de identidade estão corretos nas sobrecapas dos três cadernos.  
Se houver algum erro, notifique o fiscal.
3. Destaque, das sobrecapas, os comprovantes que têm seu nome e leve-os com você.
4. Ao receber autorização para abrir os cadernos, verifique se a impressão, a paginação e a numeração das questões estão corretas.  
Se houver algum erro, notifique o fiscal.
5. Todas as respostas e o desenvolvimento das soluções, quando necessário, deverão ser apresentados nos espaços apropriados, com caneta azul ou preta de corpo transparente.  
Não serão consideradas as questões respondidas fora desses espaços.

### Informações gerais

O tempo disponível para fazer as provas é de cinco horas. Nada mais poderá ser registrado após o término desse prazo.

Ao terminar, entregue os três cadernos ao fiscal.

Nas salas de prova, não será permitido aos candidatos portar arma de fogo, fumar, usar relógio digital ou boné de qualquer tipo, bem como utilizar corretores ortográficos líquidos ou similares.

Será eliminado do Vestibular Estadual 2014 o candidato que, durante a prova, utilizar qualquer instrumento de cálculo e/ou qualquer meio de obtenção de informações, eletrônicos ou não, tais como calculadoras, agendas, computadores, rádios, telefones, receptores, livros e anotações.

Será também eliminado o candidato que se ausentar da sala levando consigo qualquer material de prova.

**Boa prova!**



## QUESTÃO

## 01

**Campanha do governo de Dubai contra a obesidade oferece prêmio em ouro por quilogramas perdidos**

A campanha funciona premiando os participantes de acordo com a seguinte tabela:

Massa perdida (kg)	Ouro recebido (g/kg perdido)
até 5	1
6 a 10	2
mais de 10	3

Assim, se uma pessoa perder 4 kg, receberá 4 g de ouro; se perder 7 kg, receberá 14 g; se perder 15 kg, receberá 45 g.

Adaptado de g1.globo.com, 18/08/2013.

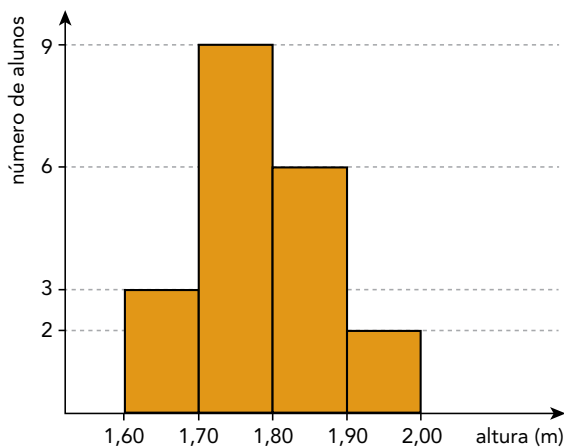
Considere um participante da campanha que receba 16 g de ouro pelo número inteiro de quilogramas perdidos.

Sabendo que a massa dessa pessoa, ao receber o prêmio, é de 93,0 kg, determine o valor inteiro de sua massa, em quilogramas, no início da campanha.

Desenvolvimento e resposta:

UTILIZE AS INFORMAÇÕES A SEGUIR PARA RESPONDER ÀS QUESTÕES DE NÚMEROS 02 E 03.

Após serem medidas as alturas dos alunos de uma turma, elaborou-se o seguinte histograma:



QUESTÃO

02

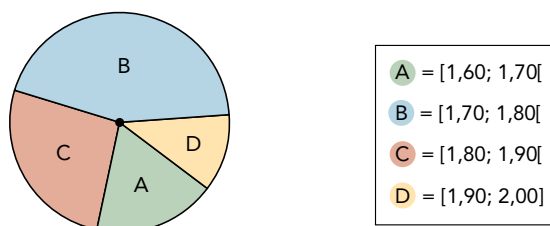
Sabe-se que, em um histograma, se uma reta vertical de equação  $x = x_0$  divide ao meio a área do polígono formado pelas barras retangulares, o valor de  $x_0$  corresponde à mediana da distribuição dos dados representados.

Calcule a mediana das alturas dos alunos representadas no histograma.

Desenvolvimento e resposta:

**QUESTÃO**  
**03**

Os dados do histograma também podem ser representados em um gráfico de setores. Observe:



Calcule o maior ângulo central, em graus, desse gráfico de setores.

Desenvolvimento e resposta:

QUESTÃO  
04

Observe o anúncio abaixo, que apresenta descontos promocionais de uma loja.



Adaptado de boaspromoções.com.br.

Admita que essa promoção obedeça à seguinte sequência:

- primeiro desconto de 10% sobre o preço da mercadoria;
- segundo desconto de 10% sobre o valor após o primeiro desconto;
- desconto de R\$100,00 sobre o valor após o segundo desconto.

Determine o preço inicial de uma mercadoria cujo valor, após os três descontos, é igual a R\$ 710,00.

Desenvolvimento e resposta:

**QUESTÃO**  
**05**

Considere a sequência de matrizes  $(A_1, A_2, A_3, \dots)$ , todas quadradas de ordem 4, respectivamente iguais a:

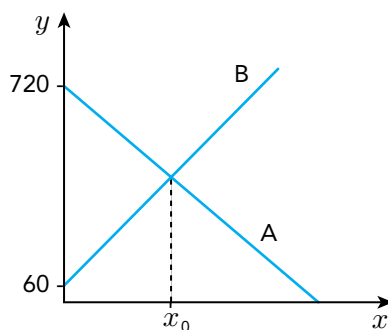
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 16 & 17 & 18 & 19 \\ 20 & 21 & 22 & 23 \\ 24 & 25 & 26 & 27 \\ 28 & 29 & 30 & 31 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 32 & 33 & 34 & 35 \\ 36 & 37 & 38 & 39 \\ 40 & 41 & 42 & 43 \\ 44 & 45 & 46 & 47 \end{pmatrix}, \dots$$

Sabendo que o elemento  $a_{ij} = 75432$  é da matriz  $A_n$ , determine os valores de  $n, i$  e  $j$ .

Desenvolvimento e resposta:

**QUESTÃO**  
**06**

O reservatório A perde água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto o reservatório B ganha água a uma taxa constante de 12 litros por hora. No gráfico, estão representados, no eixo  $y$ , os volumes, em litros, da água contida em cada um dos reservatórios, em função do tempo, em horas, representado no eixo  $x$ .



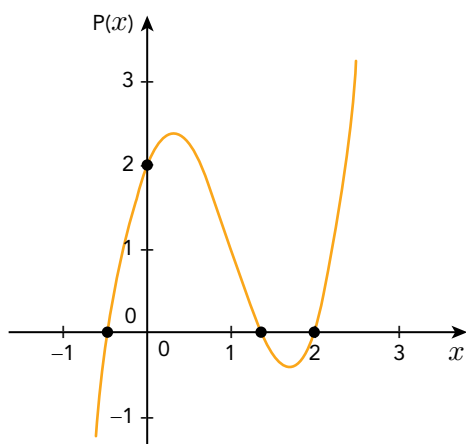
Determine o tempo  $x_0$ , em horas, indicado no gráfico.

Desenvolvimento e resposta:



QUESTÃO  
07

Observe o gráfico da função polinomial de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  definida por  $P(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 2$ .



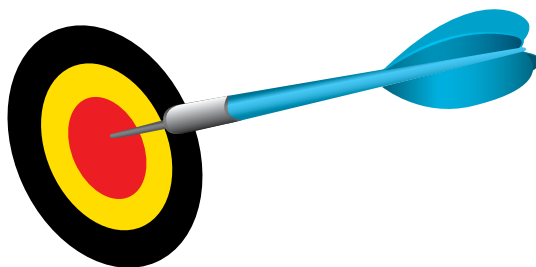
Determine o conjunto solução da inequação  $P(x) > 0$ .

Desenvolvimento e resposta:

## QUESTÃO

08

Um alvo de dardos é formado por três círculos concêntricos que definem as regiões I, II e III, conforme mostra a ilustração.



- |   |            |
|---|------------|
| ● | região I   |
| ● | região II  |
| ● | região III |

Um atirador de dardos sempre acerta alguma região do alvo, sendo suas probabilidades de acertar as regiões I, II e III denominadas, respectivamente,  $P_I$ ,  $P_{II}$  e  $P_{III}$ .

Para esse atirador, valem as seguintes relações:

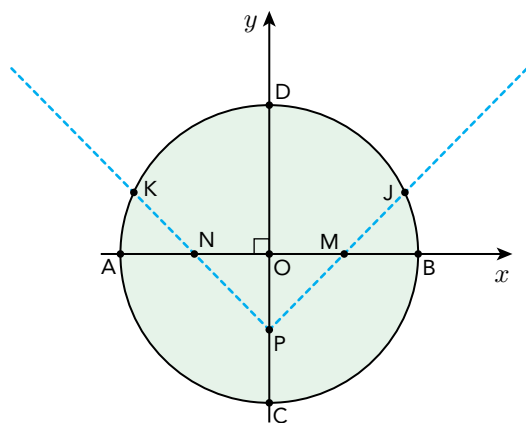
- $P_{II} = 3P_I$
- $P_{III} = 2P_{II}$

Calcule a probabilidade de que esse atirador acerte a região I exatamente duas vezes ao fazer dois lançamentos.

Desenvolvimento e resposta:

QUESTÃO  
09

Um disco metálico de centro  $O$  e diâmetro  $AB = 4$  dm, utilizado na fabricação de determinada peça, é representado pelo seguinte esquema:



$PJ$  } cortes retílineos  
 $PK$  }

$M$  – ponto médio do raio  $OB$

$N$  – ponto médio do raio  $AO$

$P$  – ponto médio do raio  $OC$

$J$  – intersecção da semirreta  $PM$  com a circunferência

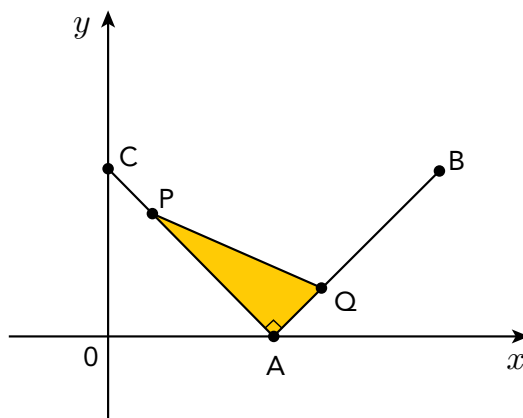
$K$  – intersecção da semirreta  $PN$  com a circunferência

Calcule a distância entre os pontos  $J$  e  $K$ .

Desenvolvimento e resposta:

QUESTÃO

10



No gráfico acima, estão indicados os pontos  $A(1,0)$ ,  $B(2,1)$  e  $C(0,1)$ , que são fixos, e os pontos  $P$  e  $Q$ , que se movem simultaneamente. O ponto  $P$  se desloca no segmento de reta de  $C$  até  $A$ , enquanto o ponto  $Q$  se desloca no segmento de  $A$  até  $B$ . Nesses deslocamentos, a cada instante, a abscissa de  $P$  é igual à ordenada de  $Q$ .

Determine a medida da maior área que o triângulo  $PAQ$  pode assumir.

Desenvolvimento e resposta:







