



2ª Fase

EXAME DISCURSIVO 07 / 12 / 2008

MATEMÁTICA

Caderno de prova

Este caderno, com dezesseis páginas numeradas seqüencialmente, contém dez questões de Matemática.
Não abra o caderno antes de receber autorização.

Instruções

1. Verifique se você recebeu mais dois cadernos de prova.
2. Verifique se seu nome, seu número de inscrição e seu número do documento de identidade estão corretos nas sobrecapas dos três cadernos.

Se houver algum erro, notifique o fiscal.

3. Destaque, das sobrecapas, os comprovantes que têm seu nome e leve-os com você.
4. Ao receber autorização para abrir os cadernos, verifique se a impressão, a paginação e a numeração das questões estão corretas.

Se houver algum erro, notifique o fiscal.

5. Todas as respostas e o desenvolvimento das soluções, quando necessário, deverão ser apresentados nos espaços apropriados, com caneta azul ou preta.

Não serão consideradas as questões respondidas fora desses locais.

Informações gerais

O tempo disponível para fazer as provas é de cinco horas. Nada mais poderá ser registrado após o término desse prazo. Ao terminar, entregue **os três cadernos** ao fiscal.

Será eliminado do Vestibular Estadual 2009 o candidato que, durante as provas, utilizar máquinas de calcular, relógios digitais, aparelhos de reprodução de som ou imagem com ou sem fones de ouvido, telefones celulares ou fontes de consulta de qualquer espécie.

Será também eliminado o candidato que se ausentar da sala levando consigo qualquer material de prova.

Boa prova!



Questão
01

Admita dois números inteiros positivos, representados por a e b . Os restos das divisões de a e b por 8 são, respectivamente, 7 e 5.

Determine o resto da divisão do produto $a.b$ por 8.

desenvolvimento e resposta:

Questão
02

Maurren Maggi foi a primeira brasileira a ganhar uma medalha olímpica de ouro na modalidade salto em distância. Em um treino, no qual saltou n vezes, a atleta obteve o seguinte desempenho:

- todos os saltos de ordem ímpar foram válidos e os de ordem par inválidos;
- o primeiro salto atingiu a marca de 7,04 m, o terceiro a marca de 7,07 m, e assim sucessivamente cada salto válido aumentou sua medida em 3 cm;
- o último salto foi de ordem ímpar e atingiu a marca de 7,22 m.

Calcule o valor de n .

desenvolvimento e resposta:

Questão
03

Considere a situação abaixo:

Em um salão há apenas 6 mulheres e 6 homens que sabem dançar. Calcule o número total de pares de pessoas de sexos opostos que podem ser formados para dançar.

Um estudante resolveu esse problema do seguinte modo:

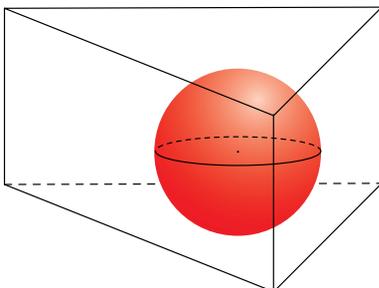
A primeira pessoa do casal pode ser escolhida de 12 modos, pois ela pode ser homem ou mulher. Escolhida a primeira, a segunda pessoa só poderá ser escolhida de 6 modos, pois deve ser de sexo diferente da primeira. Há, portanto, $12 \times 6 = 72$ modos de formar um casal.

Essa solução está errada. Apresente a solução correta.

desenvolvimento e resposta:

Questão
04

A figura abaixo representa uma caixa, com a forma de um prisma triangular regular, contendo uma bola perfeitamente esférica que tangencia internamente as cinco faces do prisma.

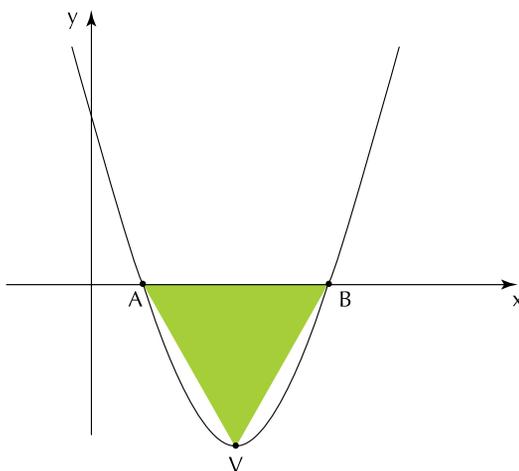


Admitindo $\pi = 3$, determine o valor aproximado da porcentagem ocupada pelo volume da bola em relação ao volume da caixa.

desenvolvimento e resposta:

Questão
05

Observe a parábola de vértice V , gráfico da função quadrática definida por $y = ax^2 + bx + c$, que corta o eixo das abscissas nos pontos A e B .



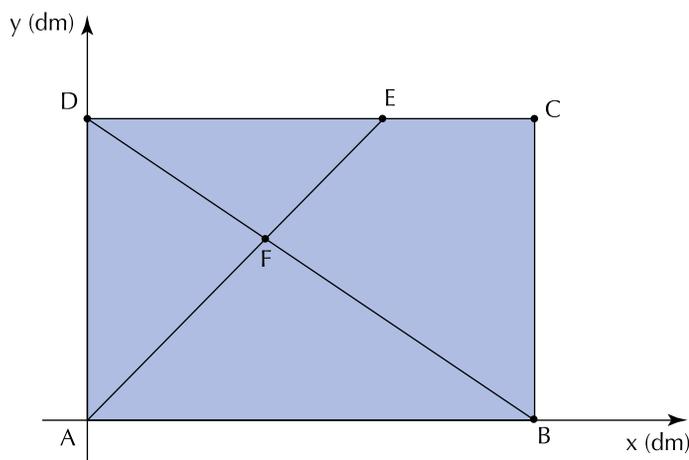
Calcule o valor numérico de $\Delta = b^2 - 4ac$, sabendo que o triângulo ABV é equilátero.

desenvolvimento e resposta:

Questão
06

Em uma folha de fórmica retangular $ABCD$, com 15 dm de comprimento \overline{AB} por 10 dm de largura \overline{AD} , um marceneiro traça dois segmentos de reta, \overline{AE} e \overline{BD} . No ponto F , onde o marceneiro pretende fixar um prego, ocorre a interseção desses segmentos.

A figura abaixo representa a folha de fórmica no primeiro quadrante de um sistema de eixos coordenados.



Considerando a medida do segmento \overline{EC} igual a 5 dm, determine as coordenadas do ponto F .

desenvolvimento e resposta:

Questão
07

Uma seqüência de três números não nulos (a, b, c) está em progressão harmônica se seus inversos $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}\right)$, nesta ordem, formam uma progressão aritmética.

As raízes da equação a seguir, de incógnita x , estão em progressão harmônica.

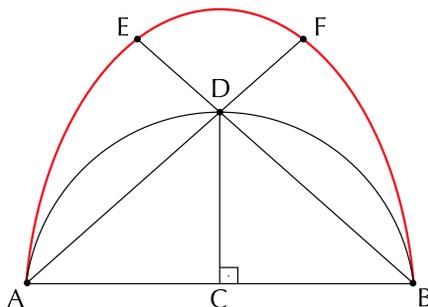
$$x^3 + mx^2 + 15x - 25 = 0$$

Considerando o conjunto dos números complexos, apresente todas as raízes dessa equação.

desenvolvimento e resposta:

Questão
08

Observe a curva AEFB desenhada abaixo.



Analise os passos seguidos em sua construção:

- 1º) traçar um semicírculo de diâmetro \overline{AB} com centro C e raio 2 cm ;
- 2º) traçar o segmento \overline{CD} , perpendicular a \overline{AB} , partindo do ponto C e encontrando o ponto D , pertencente ao arco \overline{AB} ;
- 3º) construir o arco circular \overline{AE} , de raio \overline{AB} e centro B , sendo E a interseção com o prolongamento do segmento \overline{BD} , no sentido B para D ;
- 4º) construir o arco circular \overline{BF} , de raio \overline{AB} e centro A , sendo F a interseção com o prolongamento do segmento \overline{AD} , no sentido A para D ;
- 5º) desenhar o arco circular \overline{EF} com centro D e raio \overline{DE} .

Determine o comprimento, em centímetros, da curva AEFB.

desenvolvimento e resposta:

Questão
09

Os baralhos comuns são compostos de 52 cartas divididas em quatro naipes, denominados copas, espadas, paus e ouros, com treze cartas distintas de cada um deles.

Observe a figura que mostra um desses baralhos, no qual as cartas representadas pelas letras A, J, Q e K são denominadas, respectivamente, ás, valete, dama e rei.



Uma criança rasgou algumas cartas desse baralho, e as n cartas restantes, não rasgadas, foram guardadas em uma caixa.

A tabela abaixo apresenta as probabilidades de retirar-se dessa caixa, ao acaso, as seguintes cartas:

carta	probabilidade
um rei	0,075
uma carta de copas	0,25
uma carta de copas ou rei	0,3

Calcule o valor de n .

desenvolvimento e resposta:

Questão
10

CONSIDERE O TEOREMA E OS DADOS A SEGUIR PARA A SOLUÇÃO DESTA QUESTÃO.

Se α , β e $\alpha + \beta$ são três ângulos diferentes de $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, então

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - (\operatorname{tg}\alpha)(\operatorname{tg}\beta)}.$$

a , b e c são três ângulos agudos, sendo $\operatorname{tg}b = 2$ e $\operatorname{tg}(a + b + c) = \frac{4}{5}$.

Calcule $\operatorname{tg}(a - b + c)$.

desenvolvimento e resposta:

