

01. (ITA-1965) O trinômio $-x^2 + 3x - 4$

- a) é positivo para todo número real x
- b) é negativo para todo número real x
- c) muda de sinal quando x percorre o conjunto de todos os número reais

02. (ITA-1965) O número de todas as diagonais de um octógono é dado pela fórmula:

- a) $C_{n,2} - n, n = 8$
- b) $C_{(n+1),2}, n = 8$
- c) $2n - n/2, n = 8$
- d) $A_{n,2} - n, n = 8$
- e) nra

03. (ITA-1965) Se um sistema homogêneo de equações lineares tiver o determinante igual a zero, então:

- a) o sistema é indeterminado
- b) o sistema tem solução única
- c) o sistema não tem solução

04. (ITA-1966) $\sqrt{-2kx^2 - 3kx + 2k}$ tem valor real para

- a) $k > 0, x \leq -2$ ou $x \geq 1/2$
- b) $k > 0, -1 \leq x \leq 1/3$
- c) $k < 0, -2 \leq x \leq 1/2$

05. (ITA-1966) Se $f(2x + 1) = x$ (x qualquer) então:

- a) $f(x) = (x - 1)/2$
- b) $f(x) = 2x + 1$
- c) nem a) nem b)

06. (ITA-1966) $\log_2 16 - \log_4 32$ é igual a:

- a) $1/2$
- b) $3/2$
- c) $1/(2 \cdot \log_4 2)$

07. (ITA-1966) A desigualdade $\log_a (x^2 - 3x + 2) - \log_a (2x - 4) \geq 0$ onde $a = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ é satisfeita para valores de x tais que:

- a) $2 < x \leq 3$
- b) $x \geq 3$
- c) $x < 2$ e $2 < x \leq 3$

08. (ITA-1966) Se $\log a = \bar{2},58717$ e $\log b = \bar{6},34948$, então $\frac{\log a}{\log b}$ é igual a:

- a) $\bar{3},06345$
- b) $0,25000$
- c) $0,40750$

09. (ITA-1966) O sistema de equação $\begin{cases} 4x + 5y = 0 \\ x - \frac{5}{4}y = 0 \end{cases}$

- a) tem uma infinidade de soluções
- b) não pode ser resolvido com auxílio da regra de Cramer
- c) tem uma única solução

10. (ITA-1966) Consideremos o sistema de 2 equações nas duas incógnitas x e y :
$$\begin{cases} x - y = kx \\ -x + 5y = ky \end{cases}$$

- a) qualquer que seja o valor de k , o sistema tem solução diferente da solução $x = 0$ e $y = 0$.
- b) Existe pelo menos um valor de k para o qual o sistema tem solução diferente da solução $x = 0$ e $y = 0$.
- c) Para nenhum valor de k , o sistema tem solução diferente da solução $x = 0$ e $y = 0$.

11. (ITA-1967) Seja $y = [(ax^2 - 2bx - (a + 2b)]^{1/2}$. Em qual dos casos abaixo y é real e diferente de zero ?

- a) $a > 0, b > 0, -1 < x < (a + b)/a$
- b) $a > 0, b < 0, x = (a + 2b)/a$
- c) $a > 0, b = 0, -1 < x < 1$
- d) $a < 0, b = 3a, x < -1$
- e) $a < 0, b = 2a, -1 < x < (a + b)/a$

12. (ITA-1967) Em qual dos casos abaixo, vale a desigualdade $\frac{x^2 - ax - 2a^2}{x^2 - (a + 2)x + 2a} < 0$?

- a) $a < 0$ e $x < 2a$
- b) $a = 0$ e $x > -a$
- c) $a > 2$ e $2 < x < a$
- d) $a > 2$ e $-a < x < 2$
- e) $a > 2$ e $x > 2a$

13. (ITA-1967) Se $0 < c < 1$ então $\log_c b$ é igual a:

- a) $\log_b c$
- b) $-\log_{1/c} b$
- c) $\log_{1/b} c$
- d) $-\log_b c$
- e) $1/\log_b c$

14. (ITA-1967) O primeiro termo de uma PG é 4, o número de termos é 1000 e o último termo é o número cujo logaritmo decimal é $999 + \log_{10} 4$. A soma dos 100 primeiros termos da PG é:

- a) $\frac{10^{100} - 1}{10 - 1}$
- b) $10^{100} - 1$
- c) $\frac{4}{9}(10^{100} - 1)$
- d) $4(10^{100} - 109)$
- e) $\frac{1}{9}(10^{100} - 1)$

15. (ITA-1967) É dada uma PG com 1000 termos. A razão dessa PG é igual ao primeiro termo. A soma dos logaritmos neperianos dos termos da PG é 1.001.000. O primeiro termo da PG é:

- a) 2
- b) 2^2
- c) $e^{1/2}$
- d) e^2
- e) e

16. (ITA-1967) Se $a > 1, b > 1$ e $c > 1$, temos:

- a) $(\log_a b)(\log_b c) < \log_a c$
- b) $(\log_a b)(\log_b c) = \log_a c$
- c) $(\log_a b)(\log_b c) > \log_a c$
- d) $\log_a b + \log_b c = \log_a c$
- e) $(\log_a b)(\log_b c) = 1/\log_a c$

17. (ITA-1967) $\log_a b > \log_a c$ se:

- a) $a > 1, b > 0$ e $c > 0$
- b) $a > 1, b < c < 0$
- c) $a > 1, b > c > 0$

- d) $a > 1, b > 1$ e $c > 1$ e) $0 < a < 1$ e $b > c$

18. (ITA-1967) $\sum_{k=0}^{10} 2^k \binom{10}{k}$ é igual a:

- a) 2^{10} b) $2^{10} - 1$ c) $3^{10} - 1$ d) $3^{10} + 1$ e) 3^{10}

19. (ITA-1967) Qual é o coeficiente de x^{17} no desenvolvimento de $(1 + x^5 + x^7)^{20}$?

- a) 0 b) 1210 c) 3000 d) 3420 e) 4000

20. (ITA-1967) Seja o determinante $D = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ e A_1, A_2, A_3 respectivamente os complementos algébricos de c_1, c_2, c_3 . Então $a_1A_1 + a_2A_2 + a_3A_3$ é igual a:

- a) D b) -D c) 0 d) D^{-1} e) 1

21. (ITA-1967) Um polinômio $P(x)$, dividido por $x - 1$ dá resto 3. O quociente desta divisão é então dividido por $x - 2$, obtendo-se resto 2. O resto da divisão de $P(x)$ por $(x - 1)(x - 2)$ será:

- a) $3x + 2$ b) $3x - 1$ c) $2x + 1$ d) $-x + 4$ e) nda

22. (ITA-1967) O sistema $\begin{cases} x + 2y + 4z = 0 \\ x + 7y + 9z = a \\ -x + 3y + z = 0 \end{cases}$

- a) não tem solução $\forall a$
b) somente tem solução para $a = 1$
c) tem solução para $\forall a$
d) possui somente solução $x = 0, y = 0, z = 0$ para $a = 0$
e) tem solução diferente da solução $x = 0, y = 0, z = 0$ para $a = 0$

23. (ITA-1967) Um polinômio $P(x)$ dividido por $x + 1$ dá resto -1 , por $x - 1$ dá resto 1 e por $x + 2$ dá resto 1. Qual será o resto da divisão do polinômio por $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$?

- a) $x^2 - x + 1$ b) $x - 1$ c) $x^2 + x + 1$ d) $x^2 - x - 1$ e) nra

24. (ITA-1967) Um polinômio $P(x)$ tem a propriedade $P(x) = P(-x - 1)$. Definindo um novo polinômio $Q(x) = P(f(x))$, obteremos $Q(x) = Q(-x)$ quando $f(x)$ for igual a:

- a) $x - \frac{1}{2}$ b) $x + \frac{1}{2}$ c) $-x - 1$ d) $x - 1$ e) $-x + 1$

25. (ITA-1967) A equação $a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5 = 0$

- a) só admite uma raiz de multiplicidade 5
b) se tiver apenas 2 raízes de multiplicidade 1, existe uma raiz de multiplicidade 2
c) se tiver uma raiz de multiplicidade 3, tem duas raízes de multiplicidade 1
d) se tiver apenas 4 raízes distintas, uma delas tem multiplicidade 2

e) se tiver uma raiz real, todas são reais

26. (ITA-1967) A equação $x^4/2 - x^3/3 + x^2 - x/3 + 1/2 = 0$ tem raízes:

- a) $\pm i; \frac{1 \pm 2i\sqrt{2}}{3}$ b) $2i \pm 3; \frac{7 \pm 3i}{2}$ c) $i \pm 1; \frac{2 \pm 2i}{3}$
d) $\pm i; \frac{1 \pm 5\sqrt{2}}{7}$ e) $\frac{1 \pm 3}{5}; \frac{2 \pm i}{2}$

resp.: A

27. (ITA-1967) Transformando 12° em radianos, temos:

- a) $12^\circ = \pi/15$ rad b) $12^\circ = 15/\pi$ rad c) $12^\circ = \pi/30$ rad
d) $12^\circ = 2\pi/15$ rad e) $12^\circ = 12$ rad

28. (ITA-1967) Sendo $\sin x = -1$ então:

- a) $\sin 2x = -2$ b) $\sin 2x = 0$ c) $\sin 2x = 1$
d) $\sin 2x = 2$ e) $\sin 2x = -1$

29. (ITA-1967) A expressão $\sin^2 x$ para todo x real é igual a:

- a) $(1 + \cos 2x)/2$ b) $(1 - \cos 2x)/2$ c) $(1 + \sin 2x)/2$
d) $(1 - \sin 2x)/2$ e) $2 \cdot \sin x \cdot \cos x$

30. (ITA-1967) A função $y = \sin x$ é idêntica:

- a) $y = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$ b) $y = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$ c) $y = \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}$
d) $y = \pm \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{2}$ e) $y = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$

31. (ITA-1967) $\sin(18^\circ) + \sin(14^\circ)$ é igual a:

- a) $-2 \cdot \sin(2^\circ) \cdot \cos(16^\circ)$ b) $2 \cdot \sin(2^\circ) \cdot \cos(16^\circ)$ c) $2 \cdot \sin(16^\circ) \cdot \cos(2^\circ)$
d) $-2 \cdot \sin(16^\circ) \cdot \cos(2^\circ)$ e) $2 \cdot \cos(16^\circ) \cdot \cos(2^\circ)$

32. (ITA-1968) O valor absoluto de um número y é menor ou igual que todas as soluções positivas da equação $(1 - x) + x(1 - x) = 1 - x^2$

Assinale a afirmação correta

- a) $y = -1/2$ b) $y = -1$ c) $-3 \leq y \leq 3$
d) $y = 1/2$ e) nenhuma das afirmações anteriores

33. (ITA-1968) Dada a progressão geométrica $(1, 1/2, 1/4, \dots)$, o limite da soma dos termos da PG é:

- a) $2^{1/3}$ b) 2 c) $1 + 1/2^n$ d) $3/2$ e) 3

34. (ITA-1968) Se $a < 0$, a expressão $a^{\log_a x}$ é igual a:

- a) 1 b) a c) 0 d) 10 e) nra

35. (ITA-1968) Sejam $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$ e $b \neq 1$. Então $\log_b x \cdot \log_a b$ é igual a:

- a) 1 b) x c) b d) $\log_a x$ e) nra

36. (ITA-1968) Sejam a_1, a_2, \dots, a_n números reais. A expressão $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2$ é igual a:

- a) $\sum_{i=1}^n a_i^2 + 4 \sum_{j=1}^n a_j$ b) $\sum_{i=1}^n a_i^2 + \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n a_i a_j \right)$ c) $\sum_{i=1}^n a_i^2 + \binom{n}{2} \sum_{j=1}^n a_j$
 d) $\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n a_i a_j \right)$ e) nra

37. (ITA-1968) Seja $\begin{cases} \lambda x + y = 0 \\ x + \lambda y + z = 0 \\ y + \lambda z = 0 \end{cases}$.

O sistema acima terá solução não-trivial para um certo conjunto de valores de λ . Para que isto se verifique este conjunto é constituído:

- a) apenas por números complexos não reais
 b) apenas por números reais
 c) apenas por números racionais
 d) apenas por números irracionais
 e) apenas por números inteiros

38. (ITA-1968) Dizemos que os polinômios $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ são linearmente independentes (L.I.) se a relação $a_1 p_1(x) + a_2 p_2(x) + a_3 p_3(x) = 0$ implica $a_1 = a_2 = a_3 = 0$, onde a_1, a_2 e a_3 são números reais. Caso contrário, dizemos que $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ são linearmente dependentes (L.D.). Os polinômios $p_1(x) = x^2 + 2x + 1$, $p_2(x) = x^2 + 1$ e $p_3(x) = x^2 + 2x + 2$ são:

- a) L.I. b) nem L.I. nem L.D. c) L.I. se $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ tiverem as raízes reais
 d) L.D. e) nenhuma das anteriores

39. (ITA-1968) Suponhamos que os polinômios $P(x)$, $Q(x)$, $p(x)$ e $q(x)$ satisfazem as seguintes condições:

$$P(x).p(x) + Q(x).q(x) = 1 \text{ para todo } x \text{ complexo}$$

$$P(p(1)) = 0 \text{ e } Q(0) = 0$$

Assinale a afirmação correta:

- a) $P(x)$ é divisível por $S(x) = x$
 b) $P(x)$ e $Q(x)$ não são primos entre si
 c) $Q(p(1)) = 0$
 d) $p(x)$ não é divisível por $R(x) = x - 1$

e) $p(0) = 0$

40. (ITA-1968) A equação $3x^5 - x^3 + 2x^2 + x - 1 = 0$ possui:

- f) três raízes complexas e duas raízes reais
- g) pelo menos uma raiz real positiva
- h) todas as raízes inteiras
- i) uma raiz complexa
- j) nra

41. (ITA-1968) Para que a equação $2x^4 + bx^3 - bx - 2 = 0$ tenha quatro soluções reais e distintas devemos ter:

- a) b é um número real qualquer
- b) $b = 0$
- c) $b > 0$
- d) $b < -1$
- e) $b > 4$

42. (ITA-1968) Para que valores do número real a , podemos garantir que existe $\sin 2x$, sabendo-se que $\cos^4 x - \sin^4 x = a$?

- a) $a > 1$
- b) $a \leq 0$
- c) $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$
- d) $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$
- e) $0 \leq a \leq 1$

43. (ITA-1968) Quais os valores de x que satisfazem a equação $\cos(x) - \cos(x/2) = 2$

- a) $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$
- b) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- c) $x = (k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$
- d) $x = (2k+2)\pi, k \in \mathbb{Z}$
- e) $x = (4k+2)\pi, k \in \mathbb{Z}$

44. (ITA-1968) Sejam a e b dois números reais, $a > 0$ e $b > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$. Que relação devem satisfazer a e b para que a equação $x^2 - x \cdot \log_a a + 2 \cdot \log_a b = 0$ tenha duas raízes reais e iguais?

- a) $a = b^2$
- b) $a = b$
- c) $a^2 = b$
- d) $a = 2b$
- e) $b = 2^a$

45. (ITA-1968) Seja $y = a^{\log_{10} x}$ com $0 < a < 1$, onde $\log u$ indica o logaritmo neperiano de u . Então $\log y \geq 0$ se:

- a) $\pi/2 < x \leq \pi$ e $3\pi/2 < x \leq 2\pi$
- b) $0 \leq x < \pi/2$ e $\pi \leq x \leq 3\pi/2$
- c) $0 < x \leq \pi/4$ e $\pi < x \leq 5\pi/4$
- d) $0 \leq x \leq \pi/4$ e $\pi \leq x \leq 5\pi/4$
- e) $0 < x \leq 3\pi/2$

46. (ITA-1969) Seja C_1 o conjunto das soluções do sistema

$$\begin{cases} 4x + 12y = 4 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$

e seja C_2 o conjunto das soluções do sistema

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 2y = 16 \end{cases}$$

temos então:

- a) $C_1 = C_2$
- b) $C_1 \subset C_2$
- c) $C_2 \subset C_1$
- d) $C_1 \cap C_2 = \emptyset$
- e) nra

47. (ITA-1969) Seja C o conjunto de todos os polinômios $P(x)$ de grau 2 que se anulam para $x = 1$ e $x = 2$. Seja D o conjunto de todos os polinômios $P(x)$ de grau 3 que se anulam para $x = 1$, $x = 2$ e $x = 3$. Então uma das afirmações abaixo é verdadeira. Qual é?

- a) $C = D$ b) $C \cup D = D$ c) $C \subset D$
d) $D \subset C$ e) nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira

48. (ITA-1969) Consideremos a função $f(x) = x^3 - 1 + (1 - x)(x^2 + x + 1)$. O conjunto de todas as soluções da equação $f(x) = 0$ é:

- a) $\{-1, 0, 1\}$ b) $\{x \in \mathbb{R}; -2 \leq x \leq 1\}$ c) $x \in \mathbb{R}_+^*$
d) \emptyset e) \mathbb{R}

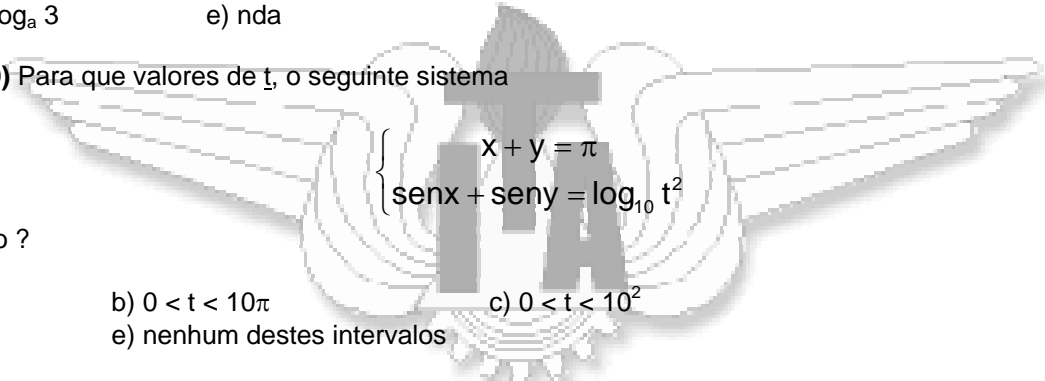
49. (ITA-1969) Sejam $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x - 1$, duas funções reais. Definimos a função composta de f e g como sendo $(g \circ f)(x) = g(f(x))$. Então $(g \circ f)(y - 1)$ é igual a:

- a) $y^2 - 2y + 1$ b) $(y - 1)^2 + 1$ c) $y^2 + 2y - 2$
d) $y^2 - 2y + 3$ e) $y^2 - 1$

50. (ITA-1969) Considere a equação $a^{2x} + a^x - 6 = 0$ com $a > 1$. Uma das afirmações abaixo, relativamente à equação proposta está correta. Assinale-a.

- a) $a^x = 2$ e $a^x = -3$ b) $x = \log_a 2$ c) $x = \log_a 2$ e $x = -3$
d) $x = 2$ e $x = \log_a 3$ e) nda

51. (ITA-1969) Para que valores de t , o seguinte sistema



$$\begin{cases} x + y = \pi \\ \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \log_{10} t^2 \end{cases}$$

admite solução ?

- a) $0 < t < 10$ b) $0 < t < 10\pi$ c) $0 < t < 10^2$
d) $0,1 \leq t \leq 10$ e) nenhum destes intervalos

52. (ITA-1969) O conjunto dos pares de números reais x e y que satisfazem à desigualdade

$$\log_{x+1} (y - 2) > 0$$

está entre as opções abaixo:

- a) $-1 < x < 0$ e $y > 3$
b) $x > 0$ e $2 < y < 3$
c) $x > 0$ e $y > 3$ ou $-1 < x < 0$ e $2 < y < 3$
d) $x > -1$ e $y > 2$
e) $x < 0$ e $2 < y < 3$

53. (ITA-1969) Consideremos a equação:

$$(\operatorname{tga})^{\cos^2 x - \cos x \cdot \log b^7 + 8(\log b)^2} = (\operatorname{cot ga})^{-2(\log b)^2}$$

onde $\pi/4 < a < \pi/2$, a fixado, $b > 0$ e $\log b$ indicando o logaritmo neperiano de b . A equação acima tem solução se:

- a) $0 < \log b$ b) $-1/7 < \log b < 2$ c) $-2 < \log b < 1/7$
d) $-2 < \log b < 1$ e) $-1/6 < \log b < 1/8$

54. (ITA-1969) Resolvendo a equação $C_{15,(x-1)} = C_{15,(2x+1)}$, onde $C_{m,p}$ significa o número de combinações simples

e) nda

60. (ITA-1969) A equação $\text{sen}^2(3x/2) - \cos(3x/2) = a$ tem solução para valores particulares de a . Assinale o item correto:

- a) $1 < a < 7/4$ b) $-2 < a < 5/4$ c) $-1 < a < 1/4$
d) $1 < a < 3/2$ e) nra

61. (ITA-1960) Demonstrar que se a equação $x^3 + ax + b = 0$ ($ab \neq 0$, reais) tiver uma raiz dupla, então a será sempre positivo.

62. (ITA-1961) Qual é a condição necessária e suficiente que devem satisfazer p e q de modo que $x^p + 2a^q x^{p-q} + a^p$ seja divisível por $x + a$ ($p, q \in \mathbb{N}$ e $p > q$).

63. (ITA-1962) Justificando a resposta, calcular a característica da matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 4 & 7 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

64. (ITA-1962) Aplicando logaritmos, desenvolver:

$$y = \frac{a^3 \cdot \sqrt{\frac{b \cdot c^m}{a^m}}}{b \cdot c^n}$$

65. (ITA-1962) Resolver a inequação $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3/2) > 1$.

66. (ITA-1962) Se $x^3 + px + q$ é divisível por $x^2 + ax + b$ e $x^2 + rx + s$, demonstrar que $b = -r(a + r)$

67. (ITA-1962) Resolver a equação $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 16x + 16 = 0$ sabendo-se que 2 é raiz dupla da mesma.

68. (ITA-1962) Resolver a equação $4x^6 - 21x^4 + 21x^2 - 4 = 0$.

69. (ITA-1963) Determinar os valores de m e k , de modo que seja possível e indeterminado o sistema

$$\begin{cases} x + 2y - mz = -1 \\ 3x - y + z = 4 \\ -2x + 4y - 2z = k \end{cases}$$

70. (ITA-1963) Quais as condições a que deve satisfazer m para que o número 1 esteja entre os zeros do trinômio $mx^2 - 2(m + 1)x + m^2$?

71. (ITA-1963) Sabendo-se que $\log 32 = 1,505$, $\log 836,4 = 2,922$ e $\log 0,012 = -1,921$, determinar as potências de 10, inteiras e consecutivas, entre as quais está:

