Canguru 2009 – Nível C - Soluções

Problemas 3 pontos

1. Qual dos números a seguir é par?

(A) 2009 **(B)** 2 + 0 + 0 + 9 **(C)** 200 – 9 **(D)** 200 × 9 **(E)** 200 + 9

1. Alternativa D

Todo inteiro multiplicado por um número par é par. Como 200 é número par, então 200 × 9 é um número par.

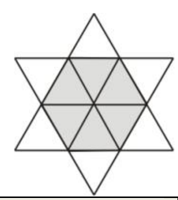
2. Numa festa havia 4 rapazes e 4 garotas. Os rapazes dançaram somente com garotas e as garotas dançaram somente com rapazes. Depois da festa, quando perguntados com quantas pessoas haviam dançado, os rapazes responderam: 3,1,2,2 e três das garotas disseram: 2,2,2. A quarta garota disse qual número?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

2. Alternativa C

O número total de vezes em que os rapazes dançaram, igual a 3 + 1 + 2 + 2 = 8, deve ser igual ao número total de vezes em que as garotas dançaram (ninguém dançou sozinho nem dançou com outra pessoa do mesmo sexo). Três garotas dançaram um total de 2 + 2 + 2 = 6 vezes. Como 8 – 6 = 2, o número que a quarta garota disse foi 2.

3. A estrela no desenho é formada de 12 pequenos triângulos equiláteros congruentes. O perímetro da estrela é 36 cm. Qual é o perímetro do hexágono escuro?



(A) 6 cm **(B)** 12 cm **(C)** 18 cm **(D)** 24 cm **(E)** 30 cm

3. Alternativa C

O perímetro da estrela é igual a 6 vezes 2 lados dos triângulos equiláteros; o perímetro do hexágono escuro é igual a 6 vezes 1 lado dos triângulos equiláteros. Portanto, o perímetro do hexágono escuro é metade do perímetro da estrela, igual a $\frac{36}{2} = 18\,\text{cm}$.

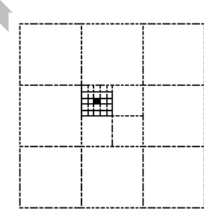
4. Ari entrega folhetos numa certa rua, apenas nas casas com número ímpar. A primeira casa em que faz a entrega tem número 15 e a última tem número 53. Em quantas casas ele faz essa entrega?

(A) 19 **(B)** 20 **(C)** 27 **(D)** 38 **(E)** 53

4. Alternativa B

Ari entrega os folhetos nas casas de números 15, 17, 19, ..., 53. A quantidade de casas em que Ari faz a entrega é $\frac{53-15}{2}+1=20$.

5. A área do quadrado grande é 1. Qual é a área do pequeno quadrado preto?



(A) $\frac{1}{100}$ **(B)** $\frac{1}{300}$ **(C)** $\frac{1}{600}$ **(D)** $\frac{1}{900}$ **(E)** $\frac{1}{1000}$

5. Alternativa D

O quadrado grande está dividido em nove quadrados iguais. Desses quadrados, o do centro foi dividido em 4 quadrados iguais e um desses quadrados foi dividido em 25 quadrados pequenos, um deles pintado de preto. Portanto, o quadrado central tem $25\times 4=100$ vezes a área do quadrado preto. Logo, o quadrado grande tem $100\times 9=900$ vezes a área do quadrado preto. Se a área do quadrado grande é 1, então a área do quadrado preto é igual a $\frac{1}{900}$.

6. O produto de 4 inteiros positivos distintos é 100. Qual é a sua soma?

(A) 10 **(B)** 12 **(C)** 15 **(D)** 18 **(E)** 20

6. Alternativa D

Decompondo o número 100 em fatores primos podemos escrever $100=2\times 2\times 5\times 5$. Para escrever 100 como um produto de 4 inteiros distintos devemos eliminar os fatores iguais, obtendo 2, 10 e 5. O quarto fator tem que ser 1. Logo $100=1\times 2\times 5\times 10$ e a soma desses fatores é 1 + 2 + 5 + 10 = 18.

7. Há gatos e cachorros numa sala. O número de patas de gatos é o dobro do número de focinhos de cachorros. O número de gatos é

(A) o dobro do número de cachorros. **(B)** igual ao número de cachorros.

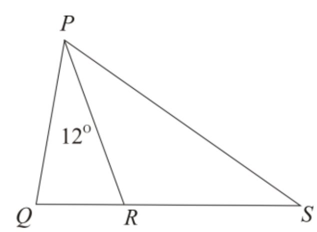
(C) metade do número de cachorros. **(D)** $\frac{1}{4}$ do número de cachorros.

(E) $\frac{1}{6}$ do número de cachorros.

7. Alternativa C

Cada gato ou cachorro possui 4 patas e 1 focinho.Suponha que há x gatos e y cachorros. O número total de patas de gatos então é $4x$ e o número de focinhos de cachorros é y, logo $4x = 2y$ ou, o que dá no mesmo, $2x = y$. Portanto, $x = \frac{y}{2}$, ou seja, o número de gatos é metade do número de cachorros.

8. Na figura à direita, QRS é uma reta, $m\left(Q\hat{P}R\right) = 12^{O}$ e $PQ = PR = RS$. Qual é a medida do ângulo $Q\hat{P}S$?



(A) 36^{o} **(B)** 42^{o} **(C)** 54^{o} **(D)** 60^{o} **(E)** 84^{o}

8. Alternativa C

Como $PQ = PR$, o triângulo PQR é isósceles. Então $m\left(P\hat{Q}R\right) = m\left(P\hat{R}Q\right) = \frac{180^{O} - 12^{O}}{2} = 84^{O}$.

Assim, $m\left(P\hat{R}S\right) = 180^{O} - 84^{O} = 96^{O}$.Como $PR = RS$, o triângulo PRS é isósceles. Então $m\left(R\hat{S}P\right) = m\left(R\hat{P}S\right) = \frac{180^{O} - 96^{O}}{2} = 42^{O}$. Consequentemente, $m\left(Q\hat{P}S\right) = 12^{O} + 42^{O} = 54^{O}$.

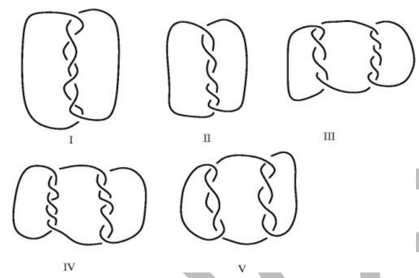
9. Um elevador pode transportar 12 adultos ou 20 crianças. No máximo, quantas crianças poderiam ser transportadas com 9 adultos?

(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 8

9. Alternativa C

Se 12 adultos correspondem a 20 crianças, então 3 adultos correspondem a 5 crianças. Se o elevador transportar 9 adultos, poderá transportar mais 3 adultos ou, equivalentemente, 5 crianças.

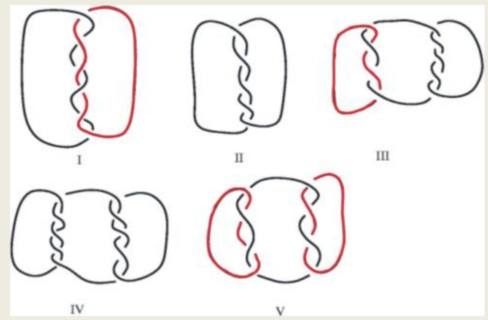
10. Quais dos laços ao lado são formados por mais de um pedaço de corda?



(A) I, III, IV e V
(B) III, IV e V
(C) I, III e V
(D) Todos eles
(E) Nenhum deles

10. Alternativa C

Examinando a figura, vemos que I é formado por dois pedaços de corda, II é formado por um só pedaço, III é formado por 2 pedaços, IV é formado por um só pedaço e V é formado por 3 pedaços. Portanto, os laços formados por mais de um pedaço são I, III e V.



Problemas 4 pontos

11. Quantos inteiros positivos têm os seus quadrados e os seus cubos com o mesmo número de algarismos?

(A) 0 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 9 **(E)** Infinitos

11. Alternativa B

Observe que se $x \geq 10$, então $x^3 \geq 10x^2$, logo o cubo do número terá pelo menos um algarismo a mais que o seu quadrado. Portanto, basta testar os números de 1 a 9.

$1^2 = 1; 1^3 = 1$

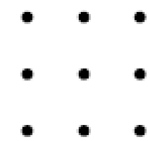
$2^2 = 4;\ 2^3 = 8$

$3^2 = 9;\ 3^3 = 27$

$4^2 = 16; 4^3 = 64$

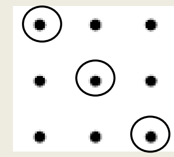
Para x de 5 a 9, temos $25 \leq x^2 \leq 81$, enquanto que $x^3 \geq 125$, ou seja, o quadrado tem dois algarismos e o cubo tem pelo menos três algarismos. Logo, há apenas 3 números cujos cubos e quadrados têm o mesmo número de algarismos.

12. Quantos pontos é suficiente retirar da figura de modo que entre os pontos restantes não haja três colineares?



(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 7

12. Alternativa C



As 8 retas contendo 3 pontos possuem pontos comuns. Cada vez que eliminamos esses pontos comuns, eliminamos um dos 3 pontos dessas retas. Devemos então procurar os pontos comuns que são intersecções do maior número possível de retas. O ponto central é intersecção de 4 retas: deve ser retirado. Restam agora somente pontos que são intersecções de duas retas. Eliminando dois deles, acabamos com todos os conjuntos de três pontos colineares. Logo, o menor número de pontos que deve ser removido é 3.

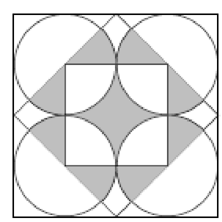
13. Neusa mediu todos os 6 ângulos internos de dois triângulos, sendo um deles acutângulo e o outro obtusângulo. Ela se lembra de quatro dessas medidas: 120^o, 80^o, 55^o e 10^o. Qual é a medida do menor ângulo do triângulo acutângulo?

(A) 5^o **(B)** 10^o **(C)** 45^o **(D)** 55^o **(E)** Impossível calcular

13. Alternativa C

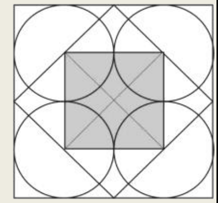
Um dos ângulos do triângulo obtusângulo mede 120º ; como a soma de todos os ângulos internos de qualquer triângulo é 180º, a soma dos dois outros ângulos desse triângulo obtusângulo é 180º – 120º = 60º. Assim, dos outros três ângulos apresentados, o que mede 10º é o único possível para o triângulo obtusângulo. Consequentemente, o triângulo acutângulo tem como medidas de seus ângulos, 80º, 55º e $180^O - 80^O - 55^O = 45^O$. Portanto, a medida do menor ângulo do triângulo acutângulo é 45º.

14. Que fração da área do quadrado maior está pintada de cinza?



(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{\pi}{12}$ **(C)** $\frac{\pi+2}{16}$ **(D)** $\frac{\pi}{4}$ **(E)** $\frac{1}{3}$

14. Alternativa A



Girando os setores circulares de centros nos círculos e ângulos de 45º para dentro do quadrado, substituindo as partes brancas pelas pintadas de cinza, vemos que a parte pintada de cinza da figura dada tem a mesma área que a parte cinza da figura à direita, um quadrado. Dada a simetria da figura, concluímos que a área desse quadrado cinza é metade da área do quadrado intermediário, que por sua vez tem metade da área do quadrado maior. Logo, a fração do quadrado maior pintada de cinza é $\frac{1}{4}$.

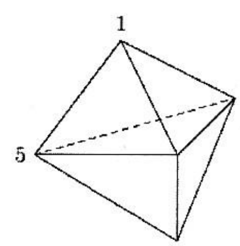
15. Na ilha dos verazes e mentirosos, 25 pessoas esperam numa fila. Todo mundo, exceto a primeira pessoa da fila, diz que a pessoa da frente é um mentiroso. O primeiro da fila disse que todos atrás dele são mentirosos. Quantos mentirosos há na fila (os verazes sempre dizem a verdade, ao passo que os mentirosos sempre falam mentira)?

(A) 0 **(B)** 12 **(C)** 13 **(D)** 24 **(E)** Impossível determinar

15. Alternativa C

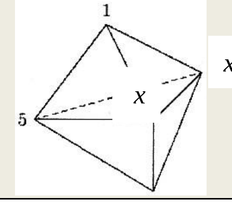
Se o primeiro da fila é veraz, então todos atrás dele são mentirosos. Logo, o segundo da fila é mentiroso e de fato é, porque ele diz que o primeiro da fila é mentiroso. Mas o terceiro da fila, ao afirmar que a pessoa à sua frente é mentirosa, está dizendo a verdade. Isto contradiz a hipótese de que o primeiro da fila diz a verdade ao afirmar que todos atrás de si são mentirosos.
Portanto, o primeiro da fila mente, o segundo da fila diz a verdade, o terceiro da fila mente, e assim, por diante, até o 25º da fila, que mente. Portanto, há 13 mentirosos na fila (de 1 a 25 há 13 números ímpares).

16. O sólido representado tem 6 faces triangulares, com um número em cada vértice. A soma dos números dos vértices em cada face é igual para todas as faces. Os números 1 e 5, conforme figura, são dois dos cinco números dos vértices. Qual é a soma desses cinco números?



(A) 9 **(B)** 12 **(C)** 17 **(D)** 18 **(E)** 24

16. Alternativa C



Seja x o número no vértice das duas faces com 1 e 5 nos vértices. Temos então $5+1+x = x+x+1 \Leftrightarrow x = 5$. Portanto, no 5º vértice deve estar o número 1. A soma dos números nos cinco vértices é 5 + 5 + 5 + 1 +1 =17.

17. Na igualdade $\dfrac{E\times I\times G\times H\times T}{F\times O\times U\times R}=T\times W\times O$, letras diferentes representam algarismos diferentes e letras iguais representam o mesmo algarismo. Quantos valores diferentes o produto $T\times H\times R\times E\times E$ pode ter?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

17. Alternativa A

Foram empregadas 10 letras diferentes, o que implica ser uma delas a representante do zero. Nenhuma das letras *F*, *O*, *U*, *R* pode representar o zero, pois estão do denominador da fração à esquerda da igualdade. Logo, alguma letra do numerador da fração deve representar o zero e, neste caso, alguma letra do lado direito da igualdade também deve representar o zero. A única letra que aparece nos dois lados da igualdade e que pode representar zero é o *T*. Logo, o produto $T\times H\times R\times E\times E$ vale zero, ou seja, só pode ter 1 valor.

18. Queremos pintar os quadrados do tabuleiro ao lado usando as cores *P*, *Q*, *R* e *S* de modo que quadrados vizinhos não tenham a mesma cor (dois quadrados são vizinhos se têm um lado ou um vértice comum). Alguns dos quadrados já foram pintados, conforme o desenho. Quais são as possibilidades para o quadrado assinalado em cinza?

P	Q			
R	S			
		Q		
Q				

(A) Somente *Q*. **(B)** Somente *R*. **(C)** Somente *S*. **(D)** Somente *R* e *S*. **(E)** Nenhuma.

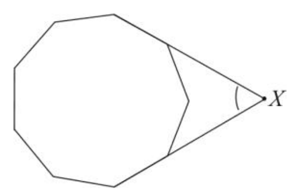
18. Alternativa D

P	Q	P	Q	P
R	S	R	S	R
Q	P	Q	P	Q
R	S	R	S	R
Q	P	Q	P	Q

P	Q	P	Q	P
R	S	R	S	R
Q	P	Q	P	Q
S	R	S	R	S
Q	P	Q	P	Q

A disposição inicial das letras permite que se escrevam alternadamente *P* e *Q* em linhas e colunas separadas por linhas e colunas de *R* e *S*, também alternadamente. Com isso, obtêm-se dois preenchimentos do tabuleiro, conforme ilustração. Se tentarmos colocar no quadrado cinza a letra *P* ou a letra *Q*, a simetria é quebrada e não é possível preencher o tabuleiro obedecendo à regra da não vizinhança de letras iguais. Portanto, no quadrado cinza, podem aparecer apenas as letras *R* e *S*.

19. O desenho mostra um eneágono, polígono de 9 lados, regular. O prolongamento de dois lados forma o ângulo de vértice *X*. Qual é a medida desse ângulo?

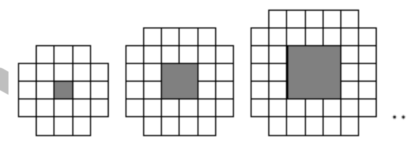


(A) 40º **(B)** 45º **(C)** 50º **(D)** 55º **(E)** 60º

19. Alternativa E

A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados é igual $(n-2)\times 180^{\circ}$. Portanto, cada ângulo interno de um eneágono regular mede $\dfrac{(9-2)\times 180^{\circ}}{9} = 140^{\circ}$. No quadrilátero não convexo externo ao eneágono, a soma dos ângulos internos é 360º. Dois desses ângulos internos medem igualmente 180º – 140º = 40º e o maior ângulo interno mede 360º – 140º = 220º. Portanto, o ângulo interno de vértice *X* mede 360º – 220º– 40º – 40º = 60º.

20. O desenho ilustra as três primeiras figuras de uma sequência formada segundo um certo padrão. Excluindo o quadrado escuro no centro, quantos quadrados unitários serão utilizados para formar a 10ª figura dessa sequência?



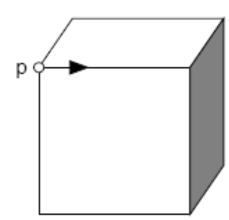
(A) 76 **(B)** 80 **(C)** 84 **(D)** 92 **(E)** 100

20. Alternativa D

Cada figura é um quadrado formado de quadradinhos unitários sem um quadradinho em cada canto e com um quadrado escuro no centro. Seja *n* o número de quadradinhos nas linhas e colunas completas de cada uma das figuras. Então o número de quadradinhos unitários dessa figura é n^2-4. O quadrado escuro no centro tem lado igual a uma linha de *n* – 4 quadradinhos, ou seja contém $(n-4)^2$ quadradinhos. Assim, o número de quadradinhos de cada figura, excluindo o quadrado escuro, é $n^2-4-(n-4)^2$. A primeira figura da sequência está definida para *n* = 5. Portanto, a décima figura está definida para *n* = 14, formada por $14^2-4-(14-4)^2 = 196-4-100 = 92$ quadradinhos.

Problemas 5 pontos

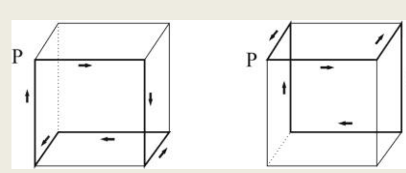
21. Uma formiguinha caminha ao longo das arestas de um cubo, começando no ponto **p** na direção da seta. No fim de cada aresta, a formiguinha tem que escolher entre ir para a direita ou para a esquerda, sempre alternando a escolha. Quantas arestas a formiguinha irá caminhar até retornar ao ponto **p** pela primeira vez?



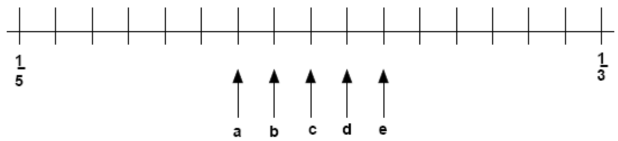
(A) 2 **(B)** 4 **(C)** 6 **(D)** 9 **(E)** 12

21. Alternativa C

Os dois caminhos possíveis estão ilustrados à direita. Em ambos os casos, a formiguinha irá passar por 6 arestas.



22. As frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$ estão localizadas na reta abaixo:



Onde está a fração $\frac{1}{4}$?

(A) a **(B)** b **(C)** c **(D)** d **(E)** e

22. Alternativa A

O intervalo $\left[\frac{1}{5};\frac{1}{3}\right]$ tem comprimento $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{5-3}{15}=\frac{2}{15}$ e foi dividido em 16 intervalos iguais de $\frac{1}{16}\times\frac{2}{15}=\frac{1}{120}$ de comprimento. Caminhando n desses intervalos da esquerda para a direita, a partir de $\frac{1}{5}$, queremos atingir $\frac{1}{4}$, ou seja, $\frac{1}{5}+n\cdot\frac{1}{120}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow n\cdot\frac{1}{120}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}\Leftrightarrow n=\frac{120}{20}=6$. Examinando a reta, verificamos que a fração $\frac{1}{4}$ está em **a**.

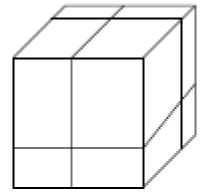
23. Considere os números de dez algarismos, sendo eles 1, 2 ou 3, de modo que dois algarismos vizinhos diferem de 1. Quantos números assim formados existem?

(A) 16 **(B)** 32 **(C)** 64 **(D)** 80 **(E)** 100

23. Alternativa C

Podemos começar a escrever o número a partir da esquerda.
Começando com 1, o próximo algarismo só pode ser o 2; em seguida, podemos escrever 1 ou 3; o próximo, somente o 2; novamente, 1 ou 3; em seguida, somente o 2; novamente 1 ou 3; em seguida, somente o 2; mais uma vez, 1 ou 3; o último algarismo (o das unidades), somente o 2. Pelo princípio multiplicativo da contagem, podemos escrever $1\times1\times2\times1\times2\times1\times2\times1\times2\times1=16$ números diferentes. Começando com 3, ocorre o mesmo. Teremos, novamente, mais 16 números diferentes.
Se começarmos com o 2, o próximo é 1 ou 3; em seguida, 2, depois 1 ou 3, novamente 2, depois 1 ou 3, novamente 2, depois 1 ou 3, novamente 2, depois 1 ou 3 e, finalmente, 1 ou 3 como algarismos das unidades. Pelo mesmo princípio, teremos $1\times2\times1\times2\times1\times2\times1\times2\times1\times2=32$ números diferentes. Portanto, no total teremos 16 + 16 + 32 = 64 números assim formados.

24. Três cortes são feitos num cubo para se obter 8 blocos retangulares menores. Qual é a razão entre a soma total das áreas das superfícies desses blocos e a área total da superfície do cubo original?



(A) 1 : 1 **(B)** 4 : 3 **(C)** 3 : 2 **(D)** 2 : 1 **(E)** 4 : 1

24. Alternativa D

A cada corte paralelo a alguma face, a área total aumenta o correspondente a duas faces. Com três cortes, o acréscimo de área será igual ao de 6 faces, que é a área da superfície original. Portanto, a área total das superfícies dos oito blocos é igual ao dobro da área da superfície do cubo original e a razão, então, é 2:1.

25. Considere todos os divisores positivos do número inteiro positivo *n*, diferentes do próprio *n* e de 1. O maior de todos esses divisores é igual a 45 vezes o menor de todos eles. Quantos números *n* satisfazem a essa condição?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** Mais de 2. **(E)** Impossível determinar.

25. Alternativa C

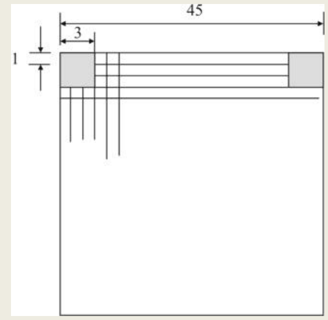
Seja p o menor divisor primo de n: então $45p$ é um divisor de n, menor do que n. Como $45 = 3^2 \times 5$, concluímos que 3 e 5 são divisores primos de n.
Se n for par, então $p = 2$ e $45p = 90$, logo $n = 2 \times 90 = 180$.
Se n for ímpar, então $p = 3$ e $45p = 135$. Logo $n = 3 \times 135 = 405$.
Portanto, somente dois números n satisfazem a condição dada.

26. Um quadrado foi repartido em 2009 quadrados menores cujos lados são números inteiros. Qual é a menor medida possível do lado do quadrado original?

(A) 44 **(B)** 45 **(C)** 46 **(D)** 503

(E) Não é possível repartir um quadrado nas condições dadas

26. Alternativa B

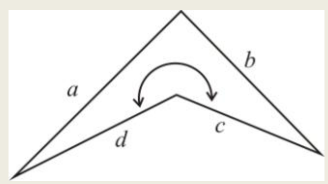


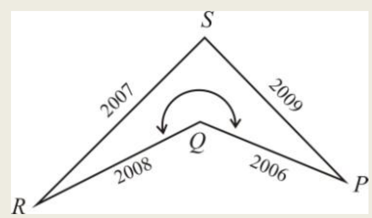
Levando em conta que $\sqrt{2009} > 44$, dividimos inicialmente o quadrado em $45 \times 45 = 2025$ quadradinhos unitários. Em seguida, juntamos duas vezes 9 quadradinhos para formar dois quadrados de lado 3: o quadrado inicial estará dividido em 2007 quadradinhos de lado unitário e dois quadrados de lado 3, pois $45^2 - 2 \times 9 + 2 = 2009$.
Note que esse quadrado é o menor possível, pois um quadrado com lado 44 será formado por $44^2 = 1936$ quadradinhos de lado 1, número insuficiente, pois não podemos subdividir um quadradinho unitário, já que as medidas dos quadrados devem ser números inteiros.

27. No quadrilátero *PQRS*, *PQ* = 2006, *QR* = 2008, *RS* = 2007 e *SP* = 2009. Quais ângulos internos desse quadrilátero têm necessariamente menos de 180º?

(A) $\hat{P}, \hat{Q}, \hat{R}$ **(B)** $\hat{Q}, \hat{R}, \hat{S}$ **(C)** $\hat{P}, \hat{Q}, \hat{S}$ **(D)** $\hat{P}, \hat{R}, \hat{S}$ **(E)** $\hat{P}, \hat{Q}, \hat{R}, \hat{S}$

27. Alternativa D





Num quadrilátero convexo, todos os ângulos internos têm menos de 180º. Entretanto, em quadriláteros não convexos, um ângulo interno pode ter mais de 180º. Como o enunciado não afirma que o quadrilátero é convexo, devemos incluir a possibilidade de que seja não convexo. Neste caso, para ter a forma exemplificada na figura, deve ocorrer $a + b > c + d$ e o ângulo interno assinalado tem mais de 180º. No caso do quadrilátero *PQRS*, temos *PQ* + *QR* = 4014 e *RS* + *SP* = 4016, logo *RS* + *SP* > *PQ* + *RS* e o quadrilátero não convexo possível de construir com esses lados é tal que o único ângulo de medida maior do que 180º é o $\hat{Q}$; os demais têm necessariamente menos de 180º.

28. Se eu colocar um quadrado $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ sobre um triângulo, eu posso cobrir no máximo 60% do triângulo. Se eu colocar o triângulo sobre o quadrado, eu posso cobrir no máximo $\frac{2}{3}$ do quadrado. Qual é a área do triângulo?

(A) $22\frac{4}{5}$ cm^2 **(B)** 24 cm^2 **(C)** 36 cm^2 **(D)** 40 cm^2 **(E)** 60 cm^2

28. Alternativa D

A maior área comum *S* entre as duas figuras é a área que se obtém colocando-se o quadrado sobre o triângulo de modo a cobrir o máximo do triângulo o triângulo sobre o quadrado de modo a cobrir o máximo do quadrado. Ao colocar o triângulo sobre o quadrado, verifico que $S = \frac{2}{3} \times 6^2 = 24\,\text{cm}^2$. Mas S é 60% da área do triângulo que é igual, portanto, a $\frac{24}{0,6} = 40\,\text{cm}^2$.

29. Sexta-Feira escreveu em fila vários números inteiros positivos diferentes e menores do que 11. Robinson Crusoé examinou os números e percebeu com satisfação que, para cada par de números vizinhos, um dos números é divisível pelo outro. No máximo, quantos números Sexta-Feira escreveu?

(A) 6 **(B)** 7 **(C)** 8 **(D)** 9 **(E)** 10

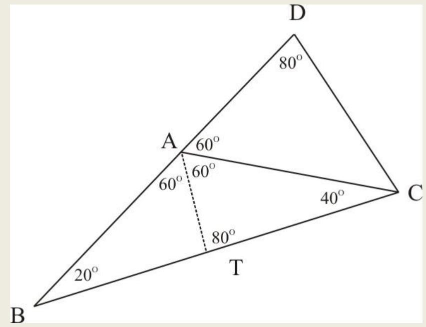
29. Alternativa D

Suponhamos que seja possível utilizar todos os números de 1 a 10. Como 7 é divisível apenas por 1 e não possui múltiplos diferentes dele menores do que 11, concluímos que a única maneira de colocá-lo na lista é em uma das pontas, sendo 1 o seu vizinho. Consideremos agora os números 5 e 9. Os vizinhos de 5 são somente 1 e 10 e os vizinhos de 9 são somente 1 e 3. Portanto, o número 1 terá como vizinhos o 7 e um desses dois: se for o 5, o número 9 estará na outra ponta da lista e se for o 9, então o 5 estará na outra ponta da lista. As únicas listas com 5 e 9 nas pontas são 5, 10, 2, 6, 3, 9 e 9, 3, 6, 2, 10, 5, que não contêm o 4 e nem 8. Se eliminarmos o número 7 da lista, poderemos fazer listas com todos os nove números restantes, como por exemplo, **8, 4, 2, 10, 5, 1, 6, 3, 9**.

30. Num triângulo *ABC*, o ângulo $\hat{B}$ mede 20º e o ângulo $\hat{C}$ mede 40º. O comprimento da bissetriz do ângulo $\hat{A}$ é 2. Calcule *BC* – *AB*.

(A) 1 **(B)** 1,5 **(C)** 2 **(D)** 4 **(E)** Impossível calcular.

30. Alternativa C



Como $m(\hat{B}) = 20^{O}$ e $m(\hat{C}) = 40^{O}$ temos $m(\hat{A}) = 120^{O}$. Prolongamos *AB* até o ponto *D*, tal que *BD* = *BC*. Assim, *BC* – *BA* = *BD* – *BA* = *AD*. O triângulo *BCD* é isósceles, pois *BC* = *BD*, logo $m\left(B\hat{D}C\right) = m\left(B\hat{C}D\right) = \dfrac{180^{O} - 20^{O}}{2} = 80^{O}$. Temos, também, $m\left(A\hat{T}C\right) = 20^{O} + 60^{O} = 80^{O}$ e $m\left(C\hat{A}D\right) = 180^{O} - 120^{O} = 60^{O}$. Portanto, pelo caso ALA de congruência de triângulos, temos $\Delta ACT \cong \Delta ADC$ e, assim, temos *BC* – *AB* = *AD* = *AT* = 2.