MATEMÁTICA

FRENTE: MATEMÁTICA I

PROFESSOR(A): FABRÍCIO MAIA

EAD – ITA/IME

AULAS 10 A 12

ASSUNTO: FÓRMULAS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE ARCOS

Resumo Teórico

Transformações Trigonométricas

- **Cosseno da soma de dois arcos**

Propriedade:
Se **a** e **b** são arcos no ciclo trigonométrico, podemos escrever:

cos (a + b) = cos a · cos b - sen a · sen b

- **Cosseno da diferença de dois arcos**

Propriedade:
Se **a** e **b** são arcos no ciclo trigonométrico, podemos escrever:

cos (a – b) = cos a · cos b + sen a · sen b

- **Seno da soma de dois arcos**

Propriedade:
Se **a** e **b** são arcos no ciclo trigonométrico, podemos escrever:

sen (a + b) = sen a · cos b + sen b · cos a

- **Seno da diferença de dois arcos**

Propriedade:
Se **a** e **b** são arcos no ciclo trigonométrico, podemos escrever:

sen (a – b) = sen a · cos b – sen b · cos a

- **Tangente da soma de dois arcos**

Propriedade:
Se **a** e **b** são arcos no ciclo trigonométrico, podemos escrever:

$\operatorname{tg}(a+b)=\dfrac{\operatorname{tg} a+\operatorname{tg} b}{1-\operatorname{tg} a\cdot\operatorname{tg} b}$ em que **a**, **b** e a + b não são da forma $\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, **k** $\in$ Z.

- **Tangente da diferença de dois arcos**

Propriedade:
Se **a** e **b** são arcos no ciclo trigonométrico, podemos escrever:

$\operatorname{tg}(a-b)=\dfrac{\operatorname{tg} a-\operatorname{tg} b}{1+\operatorname{tg} a\cdot\operatorname{tg} b}$, em que **a**, **b** e a – b não são da forma $\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, **k** $\in$ Z.

Exercícios

01. Se θ é um ângulo agudo tal que $\sqrt{2}\cdot\operatorname{sen} 2^\circ+\cos 47^\circ=\cos\theta$, então θ é igual a
A) 2°
B) 43°
C) 45°
D) 47°
E) 60°

02. Em um triângulo não retângulo se cumpre $\operatorname{tg}\hat{A}+\operatorname{tg}\hat{B}-\operatorname{tg}\hat{C}=0$. Determine o valor de $\operatorname{tg}\hat{A}\cdot\operatorname{tg}\hat{B}$.
A) 1
B) 2
C) 4
D) 6
E) 8

03. Sejam (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), ..., (x_n, y_n) as soluções do sistema:
$\begin{cases}\log_2 x\cdot\log_y 2+1=0\\ \operatorname{sen} x\cdot\cos y=1-\operatorname{sen} y\cdot\cos x\end{cases}$, que satisfazem à condição $x+y<8$.

Se $W=x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n+y_1+y_2+y_3+\ldots+y_n$, determine $\dfrac{W}{\neq}$
A) 5
B) 4
C) 3
D) 2
E) 1

04. Calcule o valor de $M=\dfrac{\operatorname{tg}1^\circ}{(1-\operatorname{tg}^2 1^\circ)\cdot(1-\operatorname{tg}^2 2^\circ)\cdot(1-\operatorname{tg}^2 4^\circ)}$. Considere que $\operatorname{tg}8^\circ=\dfrac{1}{7}$.

A) $\dfrac{1}{6}$
B) $\dfrac{1}{42}$
C) $\dfrac{1}{49}$
D) $\dfrac{1}{56}$
E) $\dfrac{1}{63}$

05. Calcule o valor de $\frac{1}{\text{sen}170°} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 350°}$.

A) 5
B) 4
C) 3
D) 2
E) 1

06. Seja α um ângulo agudo tal que $\text{sen}\,\alpha = \frac{4}{5}$. Se θ é um ângulo qualquer e $M = \dfrac{\sqrt{3}\cdot\text{sen}(\theta+\alpha) - \frac{4}{\sqrt{3}}\cdot\cos(\theta+\alpha)}{\text{sen}\,\theta}$, determine $M\cdot\sqrt{3}$.

A) 5
B) 4
C) 3
D) 2
E) 1

07. Sejam α e θ arcos não pertencentes ao primeiro quadrante e tais que $\text{tg}\,\alpha = \frac{3}{4}$, $\sec\theta = \frac{13}{5}$. Calcule o valor de $65\cdot\text{sen}(\alpha+\theta)$.

A) 35
B) 34
C) 33
D) 32
E) 31

08. Se $k = \frac{\text{tg}14°}{\text{tg}52° - \text{tg}38°}$, podemos afirmar que:

A) $k = \frac{1}{8}$

B) $k = \frac{1}{6}$

C) $k = \frac{1}{4}$

D) $k = \frac{1}{2}$

E) 1

09. Sabendo-se que $\text{tg}\,x\cdot\text{tg}\left(\frac{\pi}{3}-x\right)\cdot\text{tg}\left(\frac{\pi}{3}+x\right) = \text{tg}\,3x$ pode-se afirmar que $\text{cotg}70°\cdot\text{cotg}50°\cdot\text{cotg}10°$ é igual a

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D) $\sqrt{3}$

E) $\sqrt{2}$

10. O valor de $x > 0$, que satisfaz a esquação $\sqrt{x} = \text{tg}\left(\frac{\pi}{12}\right)$, é

A) $x = 4\sqrt{3}$

B) $x = 5 - 4\sqrt{3}$

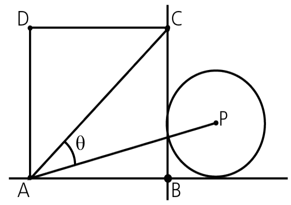
C) $x = 7 - \sqrt{3}$

D) $x = 7 - 4\sqrt{3}$

E) $x = 9 - 4\sqrt{3}$

11. A pergunta "existe **x** real tal que os números e^x, $1 + e^x$, $1 - e^x$ são as tangentes dos ângulos internos de um triângulo?" admite a seguinte resposta:
A) não existe **x** real nessas condições.
B) todo **x** real, $x \geq 1$, satisfaz essas condições.
C) todo **x** real, $x \leq -1$, satisfaz essas condições.
D) todo **x** real, $-1 < x < 1$, satisfaz essas condições.
E) apenas **x** inteiro, par, satisfaz essas condições.

12. No esquema abaixo, estão representados um quadrado ABCD e um círculo de centro P e raio **r**, tangente às retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{BC}$. O lado do quadrado mede 3r.



O valor da tangente de θ é igual a
A) 0,65
B) 0,60
C) 0,55
D) 0,50
E) 0,45

13. Um triângulo retângulo tem perímetro igual a $\hat{u}\sqrt{5}$, em que $\hat{u}$ é comprimento da hipotenusa. Se α e β são seus ângulos agudos, com $\alpha < \beta$, então, $\text{sen}(\beta - \alpha)$ é igual a

A) $5 - 2\sqrt{5}$

B) $-6 + 3\sqrt{5}$

C) $\sqrt{16\sqrt{5} - 35}$

D) $\sqrt{20\sqrt{5} - 44}$

E) $\sqrt{18\sqrt{5} - 40}$

14. Os lados **a**, **b** e **c** de um triângulo estão em PA, nessa ordem, sendo opostos aos ângulos internos $\hat{A}, \hat{B}$ e $\hat{C}$, respectivamente, determine o valor da expressão:

$$\frac{\cos\frac{\hat{A}-\hat{C}}{2}}{\cos\frac{\hat{A}+\hat{C}}{2}}$$

A) $\sqrt{2}$
B) 2
C) $2\sqrt{2}$
D) 3
E) 4

15. Os números reais **a**, **b** e **y** são tais que $a \neq 0$ e $a \cdot \cos y \neq b \cdot \text{sen}\, y$. Se $\text{tg}\, x = \dfrac{a \cdot \text{sen}\, y + b \cdot \cos y}{a \cdot \cos y - b \cdot \text{sen}\, y}$, calcule o valor de tg (x – y) em função de **a** e **b** somente.

Gabarito

01	02	03	04	05
B	B	A	D	B
06	**07**	**08**	**09**	**10**
A	C	D	D	D
11	**12**	**13**	**14**	**15**
A	B	D	B	–

SUPERVISOR/DIRETOR: Marcelo Pena – AUTOR: Fabrício Maia
DIG – Felipe – REV.: Sarah