

OBS: As questões 16, 17, 18, 19 e 20, referentes ao assunto de Desenho, foram omitidas.

01) Dizemos que uma matriz real quadrada A é singular, se $\det A = 0$, ou seja, se o determinante de A é nulo, e não-singular se $\det A \neq 0$. Mediante esta definição, qual das afirmações abaixo é verdadeira?

- (A) A soma de duas matrizes A e B é uma matriz singular, se $\det A = -\det B$.
- (B) O produto de duas matrizes é uma matriz singular se, e somente se, ambas forem singulares.
- (C) O produto de duas matrizes é uma matriz singular se pelo menos uma delas for singular.
- (D) Uma matriz singular possui inversa.
- (E) A transposta de uma matriz singular é não-singular.

02) Se os três lados de um triângulo estão em progressão geométrica, então a razão desta progressão está compreendida necessariamente entre os valores:

- (A) $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1)$.
- (B) $\frac{1}{2}(\sqrt{4} - 1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{4} + 1)$.
- (C) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1)$.
- (D) $\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + 1)$.
- (E) 0 e 1.

03 - Os lados de um triângulo medem a , b e c centímetros. Qual o valor do ângulo interno deste triângulo, oposto ao lado que mede a centímetros, se forem satisfeitas as relações: $3^a = 7c$ e $3b = 8c$.

- (A) 30° (B) 60° (C) 45°
- (D) 120° (E) 135°

04) Qual o volume de um cone circular reto, se a área de sua superfície lateral é de $34\pi \text{ cm}^2$ e o raio de sua base mede 4 cm ?

- (A) $\frac{16}{3}\sqrt{20}\pi \text{ cm}^3$ (B) $\frac{\sqrt{24}}{4}\pi \text{ cm}^3$
- (C) $\frac{\sqrt{24}}{3}\pi \text{ cm}^3$ (D) $\frac{8}{3}\sqrt{24}\pi \text{ cm}^3$
- (E) $\frac{1}{3}\sqrt{20}\pi \text{ cm}^3$

05) Denotemos por \mathfrak{R} o conjunto dos números reais. Seja $g: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ uma função não-nula que satisfaz, para todo x e y reais, a relação $g(x + y) = g(x) + g(y)$. Se $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ for definida por:

$$f(x) = \text{sen} \left[\frac{2g(x)}{a} \right], \quad a \neq 0,$$

então podemos garantir que:

- (A) f é periódica com período πa .
- (B) Para $a = n$ (n natural), temos $f(n) = 2\text{sen}[g(1)]$.
- (C) Se $g(1) \neq 0$, então $g(1) = f(0)$.
- (D) Se $g(T) = \pi a$, então T é o período de f .
- (E) Se $g(T) = 2\pi$, então T é o período de f .

06) Denotemos por $\log x$ e $\log_a x$ os logaritmos de x nas bases 10 e a , respectivamente. As raízes da equação:

$$2[1 + \log_{x^2}(10)] = \left[\frac{1}{\log(x^{-1})} \right]^2 \quad \text{são:}$$

- (A) 10 e $\sqrt{10}$ (B) 10 e $\frac{1}{\sqrt{10}}$
- (C) $\frac{1}{10}$ e $\sqrt{10}$ (D) $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{\sqrt{10}}$
- (E) Nenhuma das anteriores.

07) - Se \mathfrak{R} denota o conjunto dos números reais e $]a; b[$ o intervalo aberto $\{x \in \mathfrak{R} / a < x < b\}$, seja

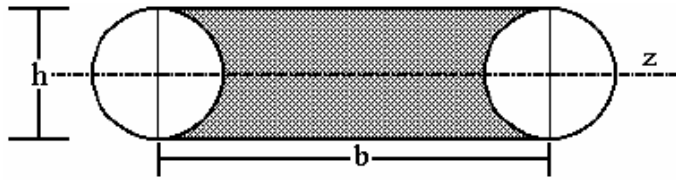
$f:]0; \frac{\pi}{2}[\rightarrow \mathfrak{R}$ definida por

$$f(x) = \sqrt{\sec^2 x + \cos \sec^2 x}. \quad \text{Se } \alpha \in]0; \frac{\pi}{2}[\text{ é tal que}$$

$\text{tg } \alpha = \frac{a}{b}$, então $f(\alpha)$ é igual a:

- (A) $\frac{a+b}{2}$ (B) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$ (C) $\frac{a^2 - b^2}{ab}$
- (D) $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ (E) Nenhuma das anteriores.

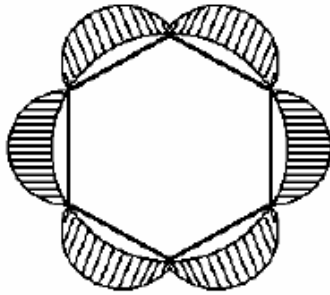
08) Considere um retângulo de altura h e base b e duas circunferências com diâmetro h e centros nos lados do retângulo, conforme a figura abaixo. Seja Z um eixo que passa pelo centro destas circunferências. Calcule a superfície total do sólido gerado pela rotação da área hachurada da figura em torno do eixo Z .



- (A) $\pi h(b - h)$. (B) $\pi h(b + h)$.
(C) $\pi b(b - h)$. (D) $\pi b(b + h)$.
(E) Nenhuma das anteriores.

09) Na figura abaixo, temos um hexágono regular inscrito em uma circunferência de raio r e 6 outras semicircunferências com centros nos pontos médios dos lados do hexágono e cujos diâmetros são iguais ao lado do hexágono. Calcule a área da superfície hachurada.

- (A) $(\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}) \cdot r^2$
(B) $(\sqrt{2} - \frac{\pi}{4}) \cdot r^2$
(C) $(\frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}) \cdot r^2$
(D) $(\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}) \cdot r^2$
(E) $(\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{\pi}{4}) \cdot r^2$



10) Sejam a e k constantes reais, sendo $a > 0$ e $0 < k < 1$. De todos os números complexos z que satisfazem a relação $|z - ai| \leq ak$, qual é o de menor argumento?

- (A) $z = ak\sqrt{1 - k^2} + ia(1 - k^2)$.
(B) $z = k\sqrt{1 - k^2} - ia(1 - k^2)$.
(C) $z = k\sqrt{1 - k^2} - i\sqrt{1 - k^2}$.
(D) $z = -k\sqrt{1 - k^2} - ia(1 - k^2)$.
(E) $z = a + ik$.

11) O conjunto A definido por $A = \{z \in \mathbb{C} / (z - i)(\overline{z - i}) = 4\}$ representa no plano complexo:

- (A) Uma elipse cujos focos se encontram nos pontos i e $-i$.
(B) Uma circunferência de centro no ponto $(0, 1)$ e raio 2.
(C) Uma circunferência de centro no ponto $(0, 0)$ e raio 4.
(D) Um par de retas que se cortam no ponto $(1, 1)$.
(E) Nenhuma das anteriores.

12) Considere a equação $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, de coeficientes reais, cujas raízes estão em progressão geométrica. Qual das relações é verdadeira?

- (A) $p^2 = rq$ (B) $2p + r = q$
(C) $3p^2 = r^2q$ (D) $p^3 = rq^3$
(E) $q^3 = rp^3$

13) Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais verificou-se que os pontos $A = (a, 1, a)$; $B = (2a, 1, a)$ e $C = (b, a, a)$ são colineares. Além disso, o sistema

$$\begin{cases} ax + by = 0 \\ bx + y + z = 0 \\ bx + ay + bz = 0 \end{cases}$$

nas incógnitas x, y e z é indeterminado. Sendo $a > 0$ e $b > 0$, qual é a alternativa correta?

- (A) a e b são números pares.
(B) a e b são números inteiros consecutivos.
(C) a não é divisor de b .
(D) $0 < a < \frac{1}{2}$ e $0 < b < 1$.
(E) Nenhuma das anteriores.

14) - Seja xOy um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais. Com referência a este sistema, consideremos um ponto $P = (2, 0)$ e uma reta r cuja equação é $x - 1 = 0$. Qual o lugar geométrico dos pontos do plano cujas distâncias ao ponto P e à reta r são iguais?

- (A) Duas semi-retas, cujas equações são: $x - y - 1,5 = 0$ e $x + y - 1,5 = 0$, com $x \geq 1,5$.
(B) Uma circunferência, com centro no ponto $(3, 0)$ e raio 1,5.
(C) Uma parábola, cuja equação é $y = 2x^2 - 3$.
(D) Uma parábola, cuja equação é $y^2 = 2x - 3$.
(E) Nenhuma das anteriores.

15) Se p_1, p_2, \dots, p_n forem fatores primos de um número inteiro positivo p e se $p = p_1^{s_1} p_2^{s_2} \dots p_n^{s_n}$, então o número de divisores de p será:

- (A) $s_1 + s_2 + \dots + s_n$.
(B) $s_1 s_2 \dots s_n$.
(C) $s_1 s_2 \dots s_n - 1$.
(D) $(s_1 + 1)(s_2 + 1) \dots (s_n + 1) - 1$.
(E) $(s_1 + 1)(s_2 + 1) \dots (s_n + 1)$.