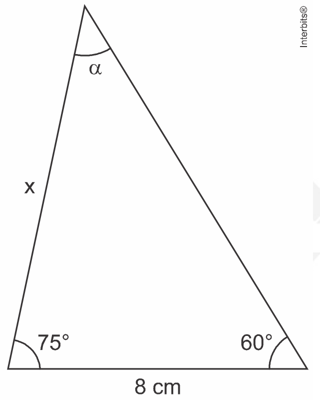
# FRENTE B, GP: lista 08

## LEI DOS SENOS E LEI DOS COSSENOS

seleção dos exercícios:

| | |
|---|---|
| FIXAÇÃO | 01, 02, 03, 05, 07 |
| APLICAÇÃO | 09, 10, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 23, 26, 28, 30, 31 |
| COMPLEMENTARES | 04, 06, 11, 12, 21, 24, 25, 29 |

**01.** (UFPR 2017) Considere o triângulo a seguir.



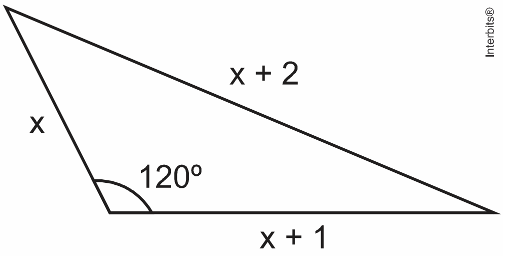

a) Quanto mede o ângulo $\alpha$?
b) Quanto mede $x$?

**02.** (UERJ 2017) Ao coletar os dados para um estudo topográfico da margem de um lago a partir dos pontos A, B e T, um técnico determinou as medidas $AT = 32\text{ m}$; $BT = 13\text{ m}$ e $A\hat{T}B = 120°$, representadas no esquema abaixo.


Calcule a distância, em metros, entre os pontos A e B, definidos pelo técnico nas margens desse lago.

**03.** Num triângulo isósceles, a base tem $8\text{ cm}$ e o ângulo oposto à base mede $120°$. Cada um dos outros dois lados do triângulo mede:
a) $\sqrt{3}$ cm
b) $2\sqrt{5}$ cm
c) $4\sqrt{5}$ cm
d) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ cm
e) $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ cm

**04.** (CFTCE 2007) Na figura a seguir, determine o valor de x e o perímetro do triângulo.




**05.** (UFPI 2000) Em um triângulo, um dos ângulos mede $60°$ e os lados adjacentes a este ângulo medem 1cm e 2cm. O valor do perímetro deste triângulo, em centímetros, é:
a) $3+\sqrt{5}$
b) $5+\sqrt{3}$
c) $3+\sqrt{3}$
d) $3+\sqrt{7}$
e) $5+\sqrt{7}$

**06.** (FUVEST 1990) Um triângulo T tem lados iguais a 4, 5 e 6. O cosseno do maior ângulo de T é:

a) 5/6.
b) 4/5.
c) 3/4.
d) 2/3.
e) 1/8.

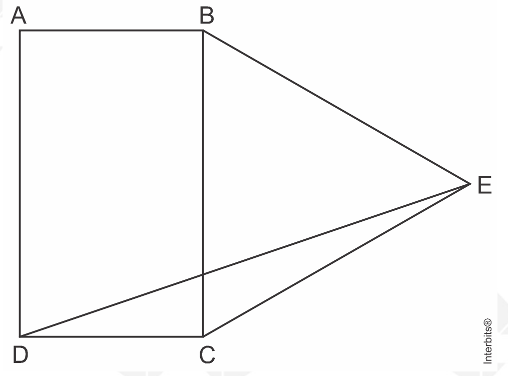
**07.** (UECE 2020) A medida, em graus, do maior dos ângulos internos de um triângulo, cujas medidas dos lados são, respectivamente, $3\text{ m}, 5\text{ m}$ e $7\text{ m},$ é

a) 120.
b) 80.
c) 130.
d) 100.

**08.** (IFAL 2017) Um triângulo possui lados iguais a $6, 9$ e $11.$ O cosseno do maior ângulo interno desse triângulo é:

a) $\frac{11}{15}.$
b) $-\frac{1}{27}.$
c) $\frac{26}{33}.$
d) $-\frac{2}{27}.$
e) $-1.$

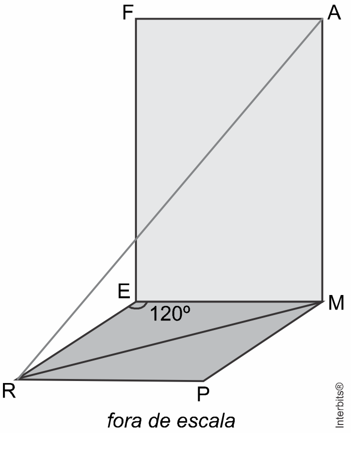
**09.** (UFRGS 2020) Na figura abaixo, tem-se um retângulo $ABCD,$ de lados $\overline{AB} = 3$ e $\overline{AD} = 5,$ e um triângulo equilátero $BEC,$ construído sobre o lado $\overline{BC}.$




A medida $\overline{DE}$ é

a) $\sqrt{34 + 15\sqrt{2}}.$
b) $\sqrt{34 - 15\sqrt{3}}.$
c) $7.$
d) $\sqrt{19}.$
e) $\sqrt{34 + 15\sqrt{3}}.$

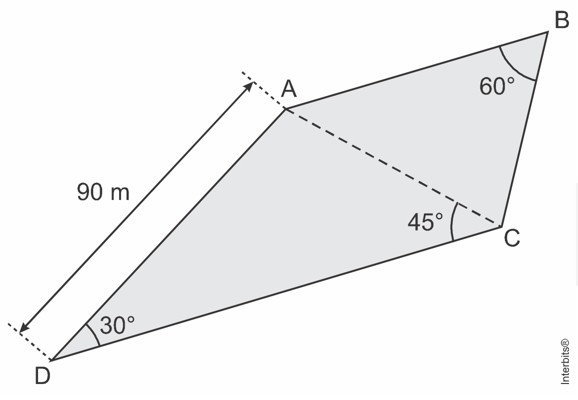
**10.** (FAMEP 2020) A figura indica o retângulo $FAME$ e o losango $MERP$ desenhados, respectivamente, em uma parede e no chão a ela perpendicular. O ângulo $M\hat{E}R$ mede $120°,$ $ME = 2\text{ m}$ e a área do retângulo $FAME$ é igual a $12\text{ m}^2.$




Na situação descrita, a medida de $\overline{RA}$ é

a) $3\sqrt{3}\text{ m}$
b) $4\sqrt{3}\text{ m}$
c) $5\sqrt{2}\text{ m}$
d) $3\sqrt{2}\text{ m}$
e) $4\sqrt{2}\text{ m}$

**11.** (UFJF 2019) Um terreno plano, em forma de quadrilátero ABCD, possui um de seus lados medindo 90 m, os lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ paralelos e dois ângulos opostos medindo $30°$ e $60°$. Além disso, a diagonal $\overline{AC}$ desse terreno forma $45°$ com o lado $\overline{CD}$.




A medida do menor lado desse terreno, em metros, é

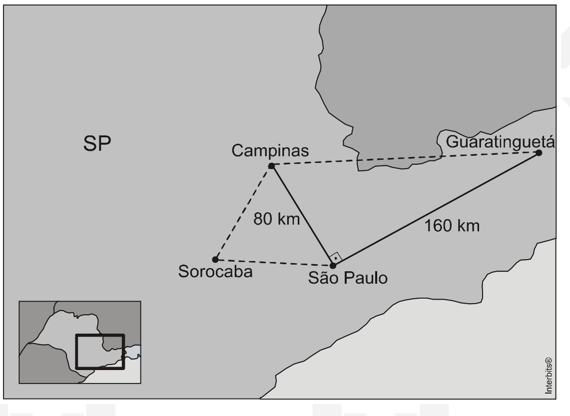
a) $\dfrac{45\sqrt{2}}{2}$
b) $\dfrac{45\sqrt{6}}{2}$
c) $15\sqrt{3}$
d) $30\sqrt{3}$
e) $90\sqrt{3}$

**12.** (UECE 2017) As medidas, em metro, dos comprimentos dos lados de um triângulo formam uma progressão aritmética cuja razão é igual a 1. Se a medida de um dos ângulos internos deste triângulo é $120°$, então, seu perímetro é
a) 5,5.
b) 6,5.
c) 7,5.
d) 8,5.

**13.** (FATEC 2003) Em um paralelogramo ABCD, os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$ medem, respectivamente, $x\sqrt{2}$ cm e x cm, e θ é o ângulo agudo formado por esses lados. Se a diagonal maior mede 2x cm, então o ângulo θ é tal que

a) $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{14}}{4}$
b) $\text{sen}\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$
c) $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
d) $\text{sen}\theta = \dfrac{1}{2}$
e) $\text{tg}\theta = \sqrt{7}$

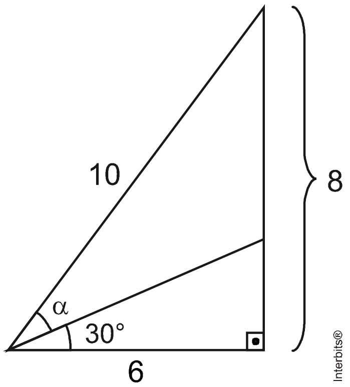
**14.** (UNESP 2013) Um professor de geografia forneceu a seus alunos um mapa do estado de São Paulo, que informava que as distâncias aproximadas em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Campinas e entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Guaratinguetá eram, respectivamente, 80 km e 160 km. Um dos alunos observou, então, que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo, Campinas e Sorocaba formavam um triângulo equilátero. Já um outro aluno notou que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo, Guaratinguetá e Campinas formavam um triângulo retângulo, conforme mostra o mapa.




Com essas informações, os alunos determinaram que a distância em linha reta entre os pontos que representam as cidades de Guaratinguetá e Sorocaba, em km, é próxima de

a) $80 \cdot \sqrt{2 + 5 \cdot \sqrt{3}}$
b) $80 \cdot \sqrt{5 + 2 \cdot \sqrt{3}}$
c) $80 \cdot \sqrt{6}$
d) $80 \cdot \sqrt{5 + 3 \cdot \sqrt{2}}$
e) $80 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt{3}}$

**15.** (UFG 2012) Observe a figura a seguir, em que estão indicadas as medidas dos lados do triângulo maior e alguns dos ângulos.




O seno do ângulo indicado por $\alpha$ na figura vale:

a) $\dfrac{4\sqrt{3}-3}{10}$

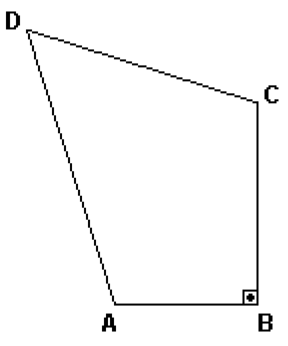
b) $\dfrac{4-\sqrt{3}}{10}$

c) $\dfrac{4-3\sqrt{3}}{10}$

d) $\dfrac{4+3\sqrt{3}}{10}$

e) $\dfrac{4\sqrt{3}+3}{10}$

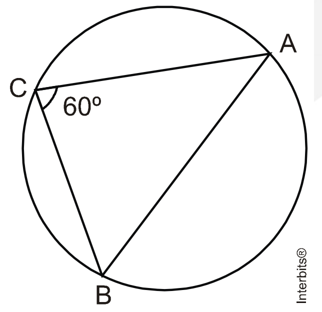
**16.** (FUVEST 1995) No quadrilátero a seguir, BC = CD = 3 cm, AB = 2 cm, ADC = 60° e ABC = 90°.




A medida, em cm, do perímetro do quadrilátero é:

a) 11.
b) 12.
c) 13.
d) 14.
e) 15.

**17.** (UFJF 2012) Uma praça circular de raio *R* foi construída a partir da planta a seguir:




Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ simbolizam ciclovias construídas no interior da praça, sendo que $\overline{AB} = 80$ m. De acordo com a planta e as informações dadas, é CORRETO afirmar que a medida de *R* é igual a:

a) $\dfrac{160\sqrt{3}}{3}$ m

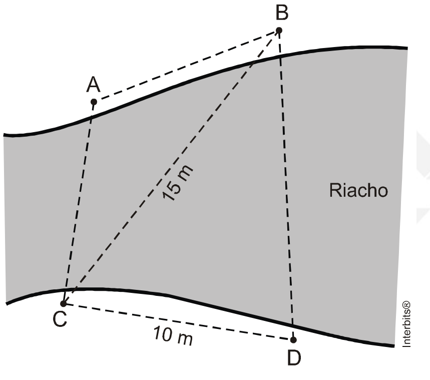
b) $\dfrac{80\sqrt{3}}{3}$ m

c) $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ m

d) $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ m

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ m

**18.** (UNICAMP 2012) Um topógrafo deseja calcular a distância entre pontos situados à margem de um riacho, como mostra a figura a seguir. O topógrafo determinou as distâncias mostradas na figura, bem como os ângulos especificados na tabela abaixo, obtidos com a ajuda de um teodolito.




| Visada | Ângulo |
|---|---|
| $A\hat{C}B$ | $\pi/6$ |
| $B\hat{C}D$ | $\pi/3$ |
| $A\hat{B}C$ | $\pi/6$ |

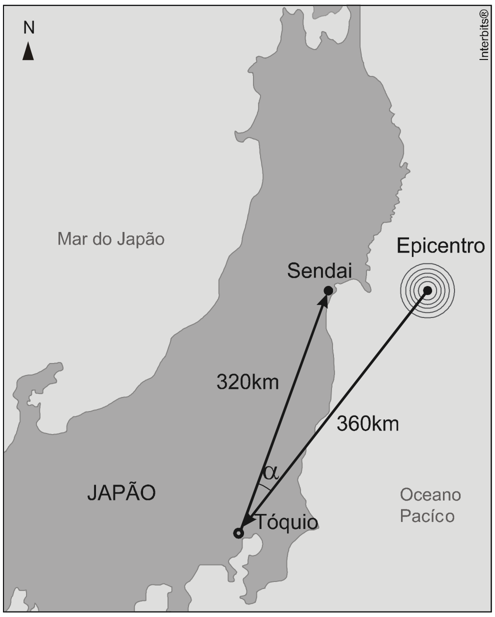
a) Calcule a distância entre A e B.
b) Calcule a distância entre B e D.

**19.** (UFRGS 2013) Os lados de um losango medem 4 e um dos seus ângulos 30°. A medida da diagonal menor do losango é

a) $2\sqrt{2-\sqrt{3}}$.
b) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$.
c) $4\sqrt{2-\sqrt{3}}$.
d) $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$.
e) $4\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

**20.** (UNESP 2012) *No dia 11 de março de 2011, o Japão foi sacudido por terremoto com intensidade de 8,9 na Escala Richter, com o epicentro no Oceano Pacífico, a 360 km de Tóquio, seguido de tsunami. A cidade de Sendai, a 320 km a nordeste de Tóquio, foi atingida pela primeira onda do tsunami após 13 minutos.*

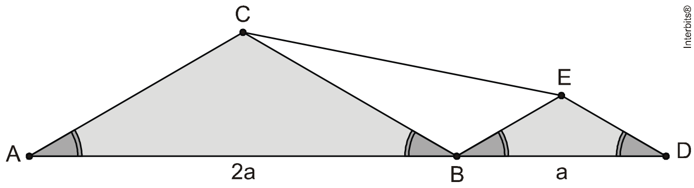
(*O Estado de S.Paulo*, 13.03.2011. Adaptado.)




Baseando-se nos dados fornecidos e sabendo que $\cos\alpha \cong 0,934$, onde $\alpha$ é o ângulo Epicentro-Tóquio-Sendai, e que $2^8 \cdot 3^2 \cdot 93,4 \cong 215\ 100$, a velocidade média, em km/h, com que a 1ª onda do tsunami atingiu até a cidade de Sendai foi de:

a) 10.
b) 50.
c) 100.
d) 250.
e) 600.

**21.** (UNICAMP 2013) Na figura abaixo, ABC e BDE são triângulos isósceles semelhantes de bases 2a e a, respectivamente, e o ângulo $C\hat{A}B = 30°$. Portanto, o comprimento do segmento CE é:

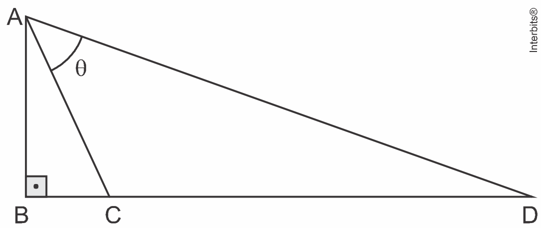



a) $a\sqrt{\frac{5}{3}}$
b) $a\sqrt{\frac{8}{3}}$
c) $a\sqrt{\frac{7}{3}}$
d) $a\sqrt{2}$

**22.** (ESPCEX 2021) Os lados $AB, AC$ e $BC$ de um triângulo $ABC$ medem, respectivamente, $4\text{ cm}, 4\text{ cm}$ e $6\text{ cm}$. Então a medida, em $\text{cm}$, da mediana relativa ao lado $AB$ é igual a

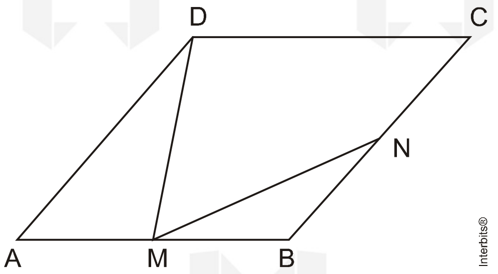
a) $\sqrt{14}$.
b) $\sqrt{17}$.
c) $\sqrt{18}$.
d) $\sqrt{21}$.
e) $\sqrt{22}$.

**23.** (UNICAMP 2017) Considere o triângulo retângulo $ABD$ exibido na figura abaixo, em que $AB = 2\text{ cm}$, $BC = 1\text{ cm}$ e $CD = 5\text{ cm}$. Então, o ângulo $\theta$ é igual a



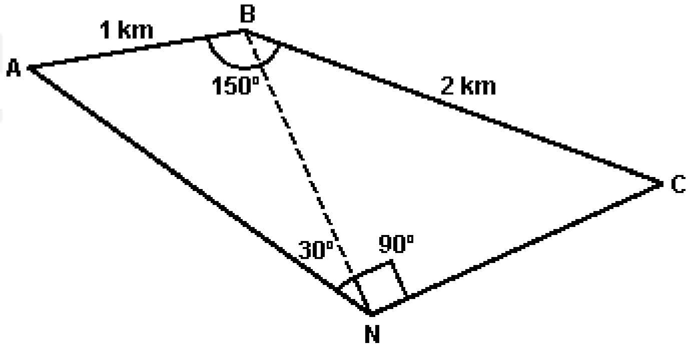

a) $15°$.
b) $30°$.
c) $45°$.
d) $60°$.

**24.** (FUVEST 2011) No losango ABCD de lado 1, representado na figura, tem-se que M é o ponto médio de $\overline{AB}$, N é o ponto médio de $\overline{BC}$ e $MN = \sqrt{14/4}$. Então, DM é igual a




a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $\sqrt{2}$
d) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
e) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

**25.** (UNICAMP 2005) Sejam A, B, C e N quatro pontos em um mesmo plano, conforme mostra a figura a seguir.

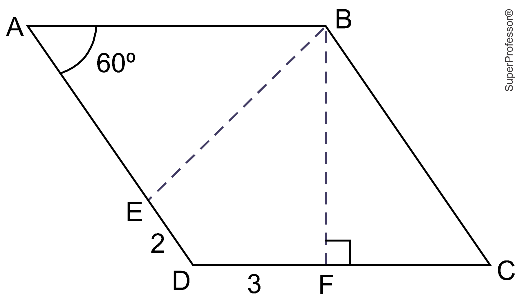



a) Calcule o raio da circunferência que passa pelos pontos A, B e N.
b) Calcule o comprimento do segmento NB.

**26.** (UNICAMP 2000) Os lados de um triângulo têm, como medidas, números inteiros ímpares consecutivos cuja soma é 15.
a) Quais são esses números?
b) Calcule a medida do maior ângulo desse triângulo.

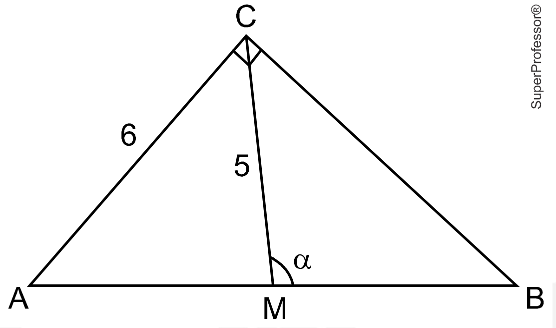
**27.** (FUVEST 1998) No cubo de aresta 1, considere as arestas $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ e o ponto médio, M, de $\overline{AC}$
a) Determine o cosseno do ângulo BAD.
b) Determine o cosseno do ângulo BMD.
c) Qual dos ângulos, BAD ou BMD, é o maior? Justifique.

**28.** (UNICAMP 2024) No losango abaixo, qual é a medida do comprimento do segmento BE?




a) $\sqrt{26}$.
b) $\sqrt{27}$.
c) $\sqrt{28}$.
d) $\sqrt{29}$.

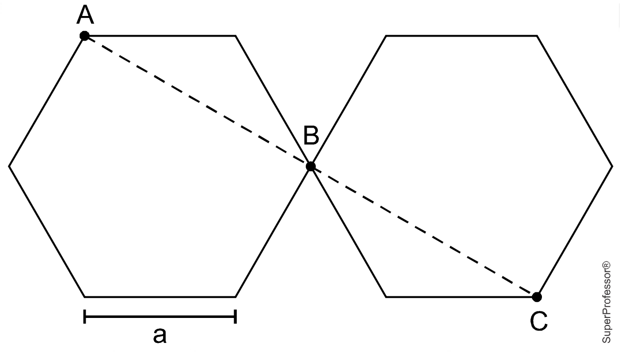
**29.** (UNICAMP 2023) A figura seguinte mostra um triângulo retângulo ABC. O ponto M é o ponto médio do lado AB, que é a hipotenusa.




O valor de $\operatorname{sen}\alpha$ é
a) $24/25$.
b) $5/6$.
c) $1/2$.
d) $\sqrt{3}/2$.

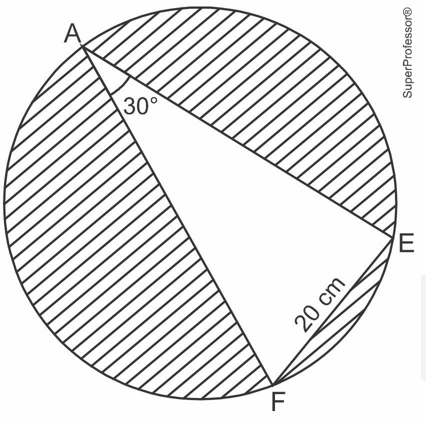
**30.** (UFRGS 2023) Na figura abaixo, há dois hexágonos regulares de lado a com o vértice B em comum.

Os pontos A, B e C são colineares.




A distância entre os pontos A e C é
a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$a.
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$a.
c) $\sqrt{3}$ a.
d) $2\sqrt{3}$ a.
e) $3\sqrt{3}$ a.

**31.** (EINSTEIN 2023) FAE é um triângulo, de área 370 cm$^2$, que está inscrito em uma circunferência, com FE = 20 cm e ângulo $F\hat{A}E$ de medida igual a 30°, como mostra a figura.




Considerando $\pi = 3{,}14$, a área da região hachurada da figura é igual a
a) 886 cm$^2$.
b) 4654 cm$^2$.
c) 2658 cm$^2$.
d) 1108 cm$^2$.
e) 924 cm$^2$.

**Gabarito**

**01.** a) 45°, b) $x = 4 \cdot \sqrt{6}$
**02.** $\overline{AB} \cong 40$ m.
**03.** E
**04.** x = 3/2, P = 7,5

| | | | |
|---|---|---|---|
| **05.** C | **06.** E | **07.** A | **08.** B |
| **09.** E | **10.** B | **11.** D | **12.** C |
| **13.** E | **14.** B | **15.** A | **16.** B |
| **17.** B | | | |

**18.** a) $x = 5\sqrt{3}$m, b) $y = 5\sqrt{7}$m

| | | | |
|---|---|---|---|
| **19.** C | **20.** E | **21.** C | **22.** E |
| **23.** C | **24.** B | | |

**25.** a) 1 km, b) $\sqrt{2}$ km
**26.** a) 3, 5,7; b) 120°
**27.** a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$, b) 7/9

| | | | |
|---|---|---|---|
| **28.** C | **29.** A | **30.** D | **31.** A |