

KSF 2012 – Nível B (7º e 8º anos) - Soluções

Problemas de 3 pontos

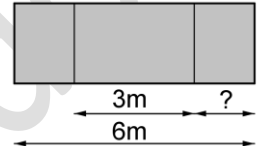
1. Bruno vai pintar o slogan VIVA O CANGURU em uma parede, de modo que letras diferentes tenham cores diferentes e letras iguais tenham cores iguais. De quantas cores ele irá precisar?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 13

1. Resposta: alternativa C

O slogan tem 12 letras, mas as letras V, A e U repetem. Portanto, serão necessárias exatamente $12 - 3 = 9$ cores.

2. Um quadro negro tem 6 m de comprimento. O comprimento da parte do meio é 3 m. As outras duas partes têm o mesmo tamanho. Qual é o comprimento da parte da direita?



- (A) 1 m (B) 1,25 m (C) 1,5 m (D) 1,75 m (E) 2 m

2. Resposta: alternativa C

O comprimento da parte da direita é metade do que sobra do comprimento do quadro negro quando subtraímos o comprimento da parte do meio. Portanto, é igual a $6 - 3 = 3$ e $\frac{3}{2} = 1,5$ m.

3. Sonia consegue encaixar 4 moedas dentro de um quadrado feito com 4 palitos de fósforo (veja o desenho). Pelo menos quantos palitos ela deverá usar para construir um quadrado que contenha em seu interior 16 moedas iguais a essas, sem superposição?



- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 16

3. Resposta: alternativa A

Com 16 moedas, o comprimento do lado do quadrado dobra, ou seja, tem o tamanho de 2 palitos de fósforos. Portanto, para construir o quadrado, serão necessários $2 \times 4 = 8$ palitos de fósforo.

4. Num avião, as filas de poltronas são numeradas de 1 a 25, mas não há fila número 13. A fila de número 15 contém somente 4 poltronas e todas as outras têm 6 poltronas. No máximo, quantos passageiros sentados o avião pode carregar?

- (A) 120 (B) 138 (C) 142 (D) 144 (E) 150

4. Resposta: alternativa C

Como não existe a fila de número 13, concluímos que o avião tem 24 filas. Uma das filas tem apenas 4 poltronas e as 23 restantes têm 6 poltronas cada. Cada poltrona acomoda apenas um passageiro, logo podem viajar no avião $4 + 23 \times 6 = 4 + 138 = 142$ passageiros.

5. Quando são 3 horas da tarde em Madri, são 11 horas da manhã do mesmo dia em Brasília. Ontem à noite Ana, que estava em Brasília, foi dormir às 9 horas da noite. Nesse momento, que horas eram em Madrid?

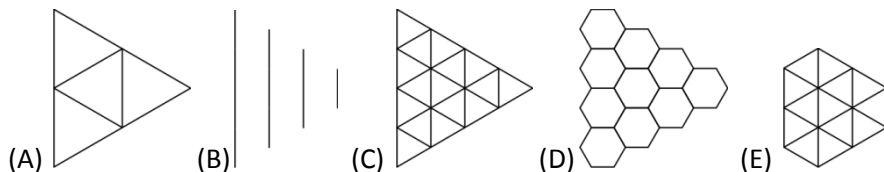
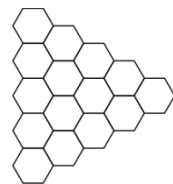
- (A) 4 horas da manhã de hoje (B) 5 horas da tarde de ontem (C) 2 horas da manhã de hoje
(D) meia-noite de ontem (E) uma hora da manhã de hoje

5. Resposta: alternativa E

O horário em Brasília é 4 horas atrasado em relação ao horário em Madri, ou, o que dá no mesmo, o horário de Madri é 4 horas adiantado em relação ao horário de Brasília. Assim, quando for 9 horas da noite em Brasília, em

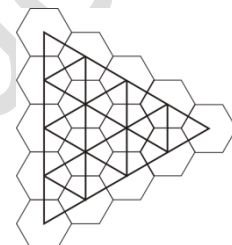
Madri será 4 horas além desse ponto. Portanto, quando Ana foi dormir ontem às 9 horas da noite em Brasília, em Madrid já era uma hora da manhã de hoje.

6. A figura ao lado é formada por hexágonos regulares iguais. Unindo os centros de hexágonos vizinhos, obtém-se uma nova figura. Qual é essa figura?



6. Resposta: alternativa C

Unindo os centros dos hexágonos que formam a figura, obtemos uma figura formada por 16 triângulos, conforme desenho ao lado.



7. Somamos ao número 6 o número 3. Multiplicamos então o resultado por 2 e, em seguida somamos 1, obtendo um certo número. Qual das expressões a seguir oferece o mesmo resultado?

- (A) $(6+3 \cdot 2)+1$ (B) $6+3 \cdot 2+1$ (C) $(6+3) \cdot (2+1)$ (D) $6+3 \cdot (2+1)$ (E) $(6+3) \cdot 2+1$

7. Resposta: alternativa E

Somamos ao número 6 o número 3: $6+3=9$

Multiplicamos então o resultado por 2: $(6+3) \cdot 2=9 \cdot 2=18$

Em seguida, somamos 1: $(6+3) \cdot 2+1=9 \cdot 2+1=18+1=19$

A expressão que oferece o mesmo resultado é $(6+3) \cdot 2+1$

8. Viviana e Miguel ganharam maçãs e peras de sua avó, num total de 25 frutas. Na volta para casa, Viviana comeu uma maçã e três peras, enquanto Miguel comeu três maçãs e duas peras. Ao chegar em casa, perceberam que sobraram números iguais de peras e maçãs. Quantas peras ganharam de sua avó?

- (A) 12 (B) 13 (C) 16 (D) 20 (E) 21

8. Resposta: alternativa B

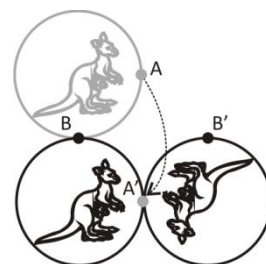
No caminho de volta, foram comidas $1+3=4$ maçãs e $3+2=5$ peras. Sobraram então $25-4-5=16$ frutas, 8 peras e 8 maçãs. Portanto, o número total de peras dadas pela avó é $5+8=13$.

9. A moeda de cima gira ao redor da moeda fixa em baixo, sem escorregar, até a posição mostrada na figura ao lado. Qual será a posição final entre as duas moedas?



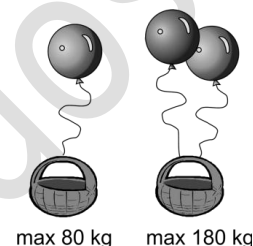
9. Resposta: alternativa A

A moeda de cima gira ao redor da moeda de baixo e o ponto de contacto percorre nesta um arco de 90 graus (de extremidades B e A', no desenho). Então o ponto A da circunferência de cima, na posição final, deverá estar em contacto com a moeda de baixo, no ponto A'.



10. Um balão pode carregar uma cesta contendo carga máxima de 80 kg. Dois desses balões podem carregar a mesma cesta com uma carga máxima de 180 kg. Qual é o peso da cesta?

- (A) 10 kg (B) 20 kg (C) 30 kg (D) 40 kg (E) 50 kg

**10. Resposta: alternativa B**

Se x é o peso da cesta, então um balão carrega $x + 80$. Logo, a carga levada por dois balões é igual a $2x + 2 \cdot 80 = 2x + 160 = x + (x + 160)$. Como dois balões levam uma cesta com uma carga de 180, concluímos que $x + 160 = 180 \Leftrightarrow x = 20$, ou seja, a cesta pesa 20 kg.

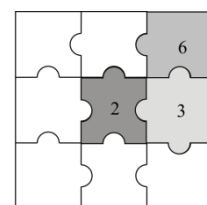
Problemas de 4 pontos

11. Para completar o quebra-cabeça ao lado, formando um quadrado, faltam ainda três peças entre as seis disponíveis à direita. Quais são essas três peças?

- (A) 1, 3, 4 (B) 1, 3, 6 (C) 2, 3, 5 (D) 2, 5, 6 (E) 2, 3, 6

**11. Resposta: alternativa E**

A peça central que falta tem pelo menos duas reentrâncias e uma saliência e a única possível é a de número 2. A peça que fica à sua direita tem apenas um lado liso e uma saliência na parte de baixo e a única possível é a número 3. Encaixadas estas duas, vemos que a do canto deverá ter dois lados lisos, uma reentrância em baixo e uma saliência à esquerda, portanto a peça número 6. O desenho mostra o quebra-cabeça completado com as peças 2, 3 e 6.



12. Lisa tem oito dados. Em cada dado, as seis faces contêm a mesma letra, que pode ser A, B, C ou D. Lisa montou o cubo desenhado à direita com esses dados, de modo que dois dados vizinhos (dados com duas faces em contacto) apresentam letras diferentes. Qual é a letra escrita no dado que não aparece na representação do cubo construído por Lisa?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) Impossível dizer

**12. Resposta: alternativa B**

O dado que não aparece é vizinho do dado com a letra A, do dado com a letra D e também do dado com a letra C.

Portanto, é o dado com a letra B.

13. No País das Maravilhas há cinco cidades. Cada par de cidades está ligado por uma estrada, visível ou invisível. No mapa do País das Maravilhas há somente sete estradas visíveis. Quando Alice usa seus óculos mágicos, ela vê no mapa somente as estradas invisíveis. Quantas estradas ela vê ao usar seus óculos mágicos?

- (A) 2 (B) 3 (C) 7 (D) 8 (E) 9



13. Resposta: alternativa B

Cada uma das 5 cidades se liga a todas as outras 4 cidades, de modo que o total de estradas é igual a $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$. Como o número de estradas visíveis é 7, concluímos que o número de estradas invisíveis é $10 - 7 = 3$.

14. Os números inteiros positivos foram pintados de vermelho, azul ou verde, nesta ordem. Assim, 1 foi pintado de vermelho, 2 de azul, 3 de verde, 4 de vermelho, etc. Qual será a cor de um número que é a soma de um número vermelho com um número azul?

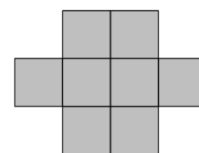
- (A) impossível prever (B) marrom (C) verde (D) vermelho (E) azul

14. Resposta: alternativa C

Para identificar a cor de um número, basta verificar o resto da divisão desse número por 3: se o resto for 1, o número é vermelho, se o resto for 2, o número é azul e se o resto for zero, o número é verde. Quando somamos um número vermelho com um número azul, somamos na verdade um número cujo resto da divisão por 3 é 1 e um número cujo resto da divisão por 3 é 2. Ao somar esses dois restos, obtemos 3, que é o mesmo que obter um número cujo resto da divisão por 3 é zero. Logo, o número obtido será verde.

15. O perímetro da figura ao lado, formada por quadrados iguais, é igual a 42 cm. Qual é a área da figura?

- (A) 8 cm^2 (B) 9 cm^2 (C) 24 cm^2 (D) 48 cm^2 (E) 72 cm^2

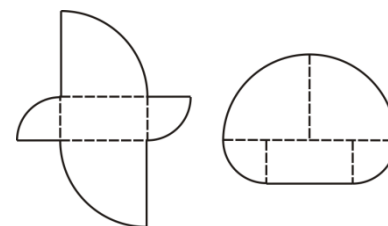


15. Resposta: alternativa E

Os 8 quadradinhos que formam a figura têm lados de medida x . O perímetro dessa figura é formado por 14 lados, ou seja, $14x = 42 \Leftrightarrow x = 3 \text{ cm}$. Portanto, a área da figura é $8x^2 = 8 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72 \text{ cm}^2$.

16. Temos, à direita, duas figuras formadas pelas mesmas cinco peças: uma peça é um retângulo de 5 por 10 centímetros, duas peças são quartos de um círculo e as outras duas são quartos de um círculo maior. Qual é a diferença entre os perímetros das duas figuras?

- (A) 2,5 cm (B) 5 cm (C) 10 cm (D) 20 cm (E) 30 cm

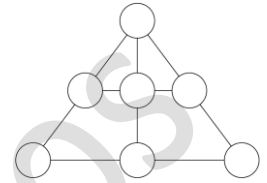


16. Resposta: alternativa D

Os perímetros das duas figuras contêm dois arcos maiores e dois arcos menores, e, quanto a este aspecto, são iguais. Entretanto, a figura da esquerda tem a mais dois raios dos círculos maiores e dois raios dos círculos menores e a figura da direita tem a mais o lado do retângulo igual ao raio maior. Logo, a diferença entre os perímetros é igual a $2 \times 10 + 2 \times 5 - 10 = 30 - 10 = 20$ cm.

17. Numere os círculos de 1 a 7 no diagrama, de modo que a soma dos três números em cada linha seja sempre a mesma. Qual é o número que deverá ser escrito no círculo mais alto?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

**17. Resposta: alternativa C**

A soma dos números de 1 a 7 é igual a $\frac{7 \times 8}{2} = 28$. As duas linhas horizontais devem ter somas iguais a y , logo a soma das duas linhas é $2y$, ou seja, um número par, de onde se conclui que o número x a ser escrito no topo é par. Para x igual a 2, 4 ou 6, as somas $2y$ dos seis números restantes são iguais, respectivamente, a $28 - 2 = 26$, $28 - 4 = 24$ ou $28 - 6 = 22$. Nas linhas inclinadas, os seis números devem formar três grupos de somas iguais a z . A soma desses três grupos é igual a $3z$, portanto um número divisível por 3. Logo, $3z = 2y = 24$ e o número no topo é $x = 28 - 24 = 4$.

18. Uma bola cai do telhado de uma casa de uma altura de 10 metros. Depois de cada batida no solo, a bola retorna a uma altura igual a $\frac{4}{5}$ da altura anterior. Quantas vezes a bola irá aparecer diante de uma janela de um metro de altura cuja parte de baixo está a cinco metros do solo?

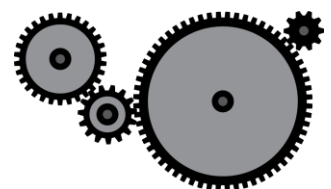
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

18. Resposta: alternativa D

A bola aparece quando cai da altura de 10 metros. Aparece quando sobe e quando cai da altura de $\frac{4}{5} \times 10 = 8$ metros, aparece quando sobe e quando cai da altura de $\frac{4}{5} \times 8 = 6,4$ metros e também aparece uma vez quando sobe altura de $\frac{4}{5} \times 6,4 = 5,12$ metros, pois a janela tem sua parte superior a 6 metros e a sua parte inferior a 5 metros do solo. Depois não aparece mais, pois o próximo pulo tem altura aproximadamente igual a 4 metros. Logo, irá passar pela janela 6 vezes.

19. O desenho representa quatro engrenagens acopladas. A primeira tem 30 dentes, a segunda tem 15, a terceira tem 60 e a última tem 10 dentes. Se a primeira engrenagem der uma volta, quantas voltas dará a última engrenagem?

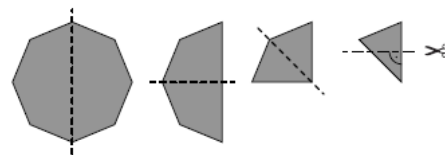
- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

**19. Resposta: alternativa A**

O número de voltas de um par de engrenagens acopladas é inversamente proporcional ao número de dentes dessas engrenagens. Assim, quando a engrenagem de 30 dentes dá uma volta, a engrenagem de 15 dentes dá $\frac{30}{15} \times 1 = 2$ voltas. A engrenagem acoplada a esta tem 60 dentes, logo dá $\frac{15}{60} \times 2 = 0,5$ (meia) volta e a última engrenagem dá

$$\frac{60}{10} \times 0,5 = 3 \text{ voltas.}$$

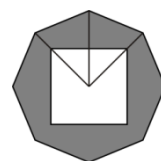
20. Um octógono regular de papel é dobrado exatamente três vezes, formando-se um triângulo. Em seguida é feito um corte perpendicular a um dos lados maiores desse triângulo, conforme mostrado no desenho ao lado. Quando o papel for desdobrado, que figura será obtida?



- A) (B) (C) (D) (E)

20. Resposta: alternativa C

Dobrado, o octógono apresenta-se em 8 camadas na forma de um triângulo isósceles, cujos lados iguais estão sobre as diagonais desse octógono. Quando esses triângulos são cortados, o papel desdobrado deveria apresentar oito cortes. Na verdade, os pares de triângulos que têm o lado comum perpendicular ao corte, aparentam ter um único corte comum, de forma que o buraco no interior do octógono seja um quadrado. Os vértices desse quadrado estão sobre as diagonais do octógono.



Problemas de 5 pontos

21. Um tempero contém vinagre e vinho na razão de 1 para 2 e contém vinho e água na razão de 3 para 1. O que se pode concluir sobre este tempero?

- (A) Tem mais vinho que água e vinagre juntos
 (B) Tem mais vinagre que vinho
 (C) Tem mais vinagre que água e vinho juntos
 (D) Tem mais água que vinagre e vinho juntos
 (E) Tem menos vinagre que água e menos vinagre que vinho

21. Resposta: alternativa A

Se a quantidade de água é x , a quantidade de vinho é o triplo, ou seja, $3x$. Se a quantidade de vinagre é a metade, ou seja, $1,5x$. Como $x + 1,5x = 2,5x < 3x$, concluímos que o tempero tem mais vinho do que água e vinagre juntos.

22. Os cangurus Hip e Hop brincam de pular pedras: em cada salto sobre uma pedra, esta fica no ponto médio do segmento que liga o ponto de partida e o ponto de chegada do salto. A figura 1 mostra como Hop deu três pulos sobre as pedras 1, 2 e 3, respectivamente. Hip fez o mesmo, mas o seu ponto de partida foi diferente, conforme mostrado na figura 2. Em qual dos pontos A, B, C, D ou E Hip terminou sua série de pulos?

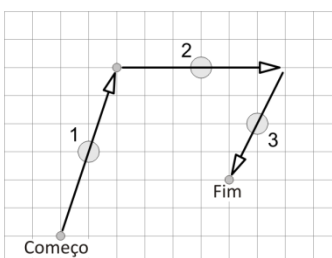


Figura 1 Hop

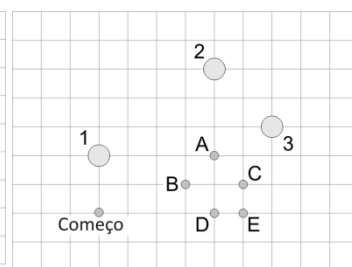


Figura 2 Hip

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

22. Resposta: alternativa D

O desenho ao lado mostra como Hip fez seus três saltos, terminando a série no ponto D.

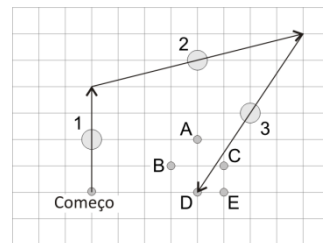


Figura 2 Hip

23. Há 12 crianças numa festa de aniversário, cujas idades são 6, 7, 8, 9 e 10 anos. Quatro delas têm 6 anos, mas a maioria tem 8 anos. Qual é a média das idades dessas 12 crianças?

- (A) 6 (B) 6,5 (C) 7 (D) 7,5 (E) 8

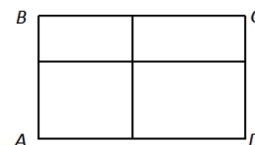
23. Resposta: alternativa D

Se quatro crianças têm 6 anos, então sobram $12 - 4 = 8$ crianças com as outras quatro idades. Se a maioria tem 8 anos, então há pelo menos 5 crianças com 8 anos. Como há crianças com 7, 9 e 10 anos, concluímos que há exatamente 5 crianças com 8 anos e uma criança com cada uma das idades 7, 9 e 10 anos. A média das idades dessas crianças é

$$\frac{4 \times 6 + 5 \times 8 + 7 + 9 + 10}{12} = \frac{90}{12} = 7,5 \text{ anos.}$$

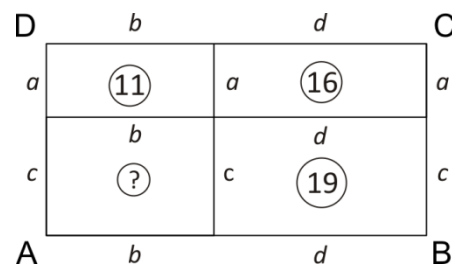
24. O retângulo ABCD foi cortado em 4 retângulos menores, de acordo com o desenho ao lado. Os perímetros de três deles são, respectivamente, 11, 16 e 19. O perímetro do quarto retângulo não é maior nem o menor. Qual é o perímetro do retângulo original ABCD?

- (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 38 (E) 40

**24. Resposta: alternativa B**

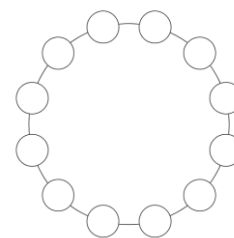
O perímetro do quarto retângulo não é o maior nem o menor dos quatro perímetros. Portanto, o menor perímetro é 11 e o maior perímetro é 19 e os retângulos com esses perímetros não têm lados comuns, conforme mostrado na figura. Portanto, o perímetro do retângulo ABCD é igual à soma desses dois perímetros, ou seja, $11 + 19 = 30$.

Para se convencer disso, note que o perímetro do retângulo ABCD é igual a $2(b+d) + 2(a+c) = 2a + 2b + 2c + 2d = 2(a+b) + 2(c+d) = 11 + 19 = 30$.

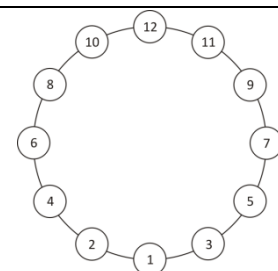


25. Escrevemos os números de 1 a 12, um em cada círculo do diagrama ao lado, de modo que dois números em círculos vizinhos diferem de 1 ou de 2 unidades. Quais dos dois números a seguir serão necessariamente vizinhos?

- (A) 5 e 6 (B) 10 e 9 (C) 6 e 7 (D) 10 e 11 (E) 8 e 10

**25. Resposta: alternativa E**

Os vizinhos de 1 são 2 e 3. O outro vizinho de 2 não pode ser o 3, logo é o 4. O outro vizinho de 3, não é o 4, logo é o 5. O outro vizinho de 6 só pode ser o 8, já que 7 é obrigatoriamente o vizinho de 5. O outro vizinho de 8 não pode ser o 9, que é obrigatoriamente o vizinho de 7. Portanto, o outro vizinho de 8 é o 10, que é vizinho de 12, que é vizinho de 11. Confira na figura.

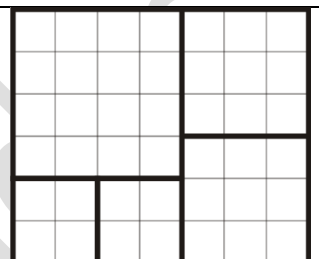


26. Pedro quer recortar um retângulo de 6 por 7 em quadrados cujos lados são medidas inteiras. Qual é o menor número de quadrados que ele pode obter?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 21 (E) 42

26. Resposta: alternativa A

O menor número de quadrados em que o retângulo pode ser recortado é 5, conforme mostrado na figura (um quadrado 4 por 4, dois 3 por 3 e dois 2 por 2). Se tentarmos usar um quadrado maior, 5 por 5 ou 6 por 6, irão forçosamente aparecer quadradinhos unitários, que aumentarão o número de quadrados.



27. Algumas casas de um tabuleiro 4x4 foram pintadas de vermelho. O número de casas vermelhas em cada linha foi escrito no final da linha e o número de casas vermelhas em cada coluna também foi escrito no final da mesma. Em seguida, a cor vermelha foi eliminada. Qual das tabelas a seguir foi o que restou?

- (A)

				4
				2
				1
				1

 0 3 3 2
- (B)

				1
				2
				1
				3

 2 2 3 1
- (C)

				3
				3
				0
				0

 1 3 1 1
- (D)

				2
				1
				2
				2

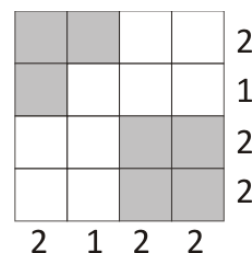
 2 1 2 2
- (E)

				0
				3
				3
				1

 0 3 1 3

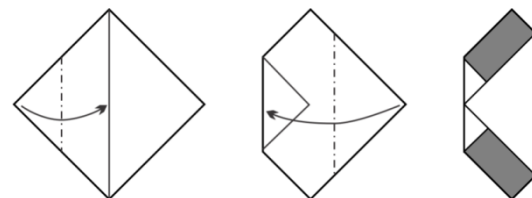
27. Resposta: alternativa D

Não pode ser a tabela (A), pois nela a primeira coluna não tem casa vermelha, logo a primeira linha não pode ter 4 casas vermelhas. Não pode ser a tabela (B), pois a soma do número de casas vermelhas nas linhas e colunas deve ser a mesma. Não pode ser a tabela (C), pois se as duas últimas linhas não têm casas vermelhas, então a segunda coluna não pode ter 3 casas vermelhas. Não pode ser a tabela (E), pois se a primeira linha e a primeira coluna não têm casas vermelhas, a segunda e a terceira linhas têm 3 casas vermelhas, então a coluna 3 tem mais de uma casa vermelha. Logo, é a tabela (D), preenchida conforme o desenho ao lado.



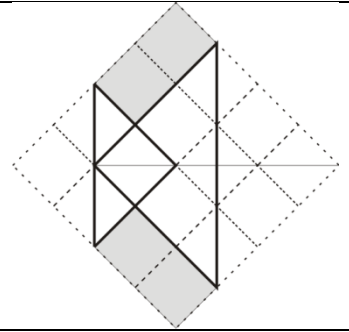
28. Um quadrado de papel foi dobrado duas vezes, conforme indicado na figura. Calcule a soma das áreas sombreadas representadas nesta figura, sabendo que a área do quadrado original é 64 cm².

- (A) 10 cm² (B) 14 cm² (C) 15 cm² (D) 16 cm² (E) 24 cm²



28. Resposta: alternativa D

O quadrado original tem lado de $\sqrt{64} = 8$ cm. Podemos dividi-lo em quadradinhos menores de 2 cm de lado. Podemos dizer então que o quadrado é um quadriculado 4×4 , cujos quadradinhos têm área de 4 cm^2 . A primeira dobra passa pela diagonal do quadrado 2×2 , conforme indicado na figura e a segunda dobra passa pela diagonal do quadrado 3×3 , na mesma figura. Como as figuras dobradas são simétricas em relação às dobras, podemos concluir que cada uma das duas regiões cinza são retângulos 2×1 , de área 8 cm^2 . Portanto a soma das áreas identificadas pela cor cinza é $8 + 8 = 16 \text{ cm}^2$.



29. Três números contêm os mesmos dígitos A , B e C . Os números são ABC , BC e C e sua soma é 912. Qual é o valor de $A + B + C$?

- (A) 11 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 17

29. Resposta: alternativa E

Nenhum dos dígitos é zero. O dígito C , somado três vezes, resulta um número terminado em 2, logo $C = 4$. Como $3C = 12$, vai um e o dígito B , somado duas vezes e adicionado de 1, resulta um número terminado em 1. Como B não é zero, então $B = 5$. Assim, $2B + 1 = 11$ e vai um novamente. O dígito A , adicionado de 1, é igual a 9, logo $A = 8$. Portanto, $A + B + C = 8 + 5 + 4 = 17$. Confira na conta ao lado.

$$\begin{array}{r} ^1 ^1 \\ 854 \\ + 54 \\ 4 \\ \hline 912 \end{array}$$

30. Eu escolho para Ana e Beto dois números inteiros positivos consecutivos (por exemplo, o número 7 para Ana e o número 6 para Beto). Cada um sabe seu número e eles sabem que os números são consecutivos, mas um não sabe o número do outro. Ouvi então a seguinte discussão, quando Ana disse a Beto: "Eu não sei o seu número" e este respondeu: "Eu também não sei o seu número". Aí Ana disse para Beto: "Agora eu sei qual é o seu número. É um divisor de 20." Qual é o número de Ana?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

30. Resposta: alternativa B

Se Ana tiver o 1, ela sabe que o número de Beto só pode ser o 2, porque 0 não é permitido. Então, não tem o 1. Se ela tiver o 2, ela não sabe se Beto tem 1 ou 3. Se o Beto tiver o 1, então ele sabe que Ana tem o 2, mas ele diz que não sabe qual é o número de Ana, logo ele está com o 3. Mas Ana diz que Beto tem um divisor de 20, logo ela não tem o 2. Se ela tiver o 3, então Beto poderá ter o 4 ou 2. Mas Beto não tem o 2, porque se tivesse, saberia que Ana tem o 3, pelas razões já expostas. Como ele diz que não sabe o número de Ana, ela conclui corretamente que ele tem o 4. Logo, ela tem o 3.