Capítulo 1
Estatística

Para pensar

1. Do gráfico de barras horizontais referente aos dispositivos usados para acessar a internet - Brasil, 2013, observamos que a porcentagem pedida é de 53%.

2. A soma desses percentuais é 346% (93 + 89 + 88 + 76). Do fato de a soma ser maior que 100% conclui-se que os internautas da amostra pesquisada usam a internet para mais de uma das atividades citadas.

Exercícios propostos

1. a) A variável estatística, nesse caso, é a cor das camisetas produzidas por uma indústria têxtil; logo, é expressa por uma qualidade não numérica, ou seja, é uma variável qualitativa.

b) A variável estatística, nesse caso é o tempo de duração dos filmes produzidos no Brasil; logo, é expressa por uma medida, ou seja, é uma variável quantitativa.

c) A variável estatística, nesse caso, é o gênero dos filmes produzidos no Brasil; logo, é expressa por uma qualidade não numérica, ou seja, é uma variável qualitativa.

d) A variável estatística, nesse caso, é o número de espectadores por sessão de cinema; logo, é uma variável quantitativa.

e) A variável estatística, nesse caso, é o índice de inflação mensal; logo, é expressa por um percentual, ou seja, é uma variável quantitativa.

f) A variável estatística, nesse caso, é a marca dos refrigerantes consumidos por alunos de uma escola; logo, é expressa por uma qualidade não numérica, ou seja, é uma variável qualitativa.

2. a) A variável estatística, nesse caso, é a quantidade de computadores vendidos diariamente em uma rede de lojas; logo, só pode ser expressa por um número natural, ou seja, é uma variável discreta.

b) A variável estatística, nesse caso, é o tempo de vida de cada lâmpada; logo, pode ser expressa por qualquer número real positivo de determinado intervalo, ou seja, é uma variável contínua.

c) A variável estatística, nesse caso, é a temperatura registrada em cada bairro de uma cidade; logo, pode ser expressa por qualquer número real de determinado intervalo, ou seja, é uma variável contínua.

d) A variável estatística, nesse caso, é a quantidade de alunos de cada classe; logo, só pode ser expressa por um número natural, ou seja, é uma variável discreta.

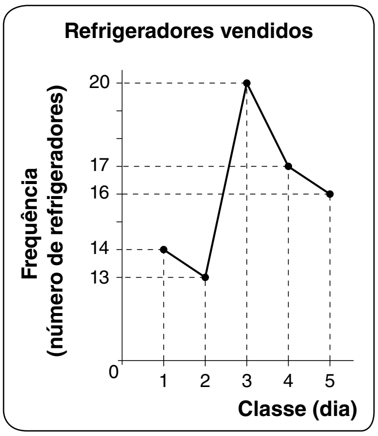
e) A variável estatística, nesse caso, é a velocidade de cada carro de Fórmula 1; logo, pode ser expressa por qualquer número real positivo de determinado intervalo, ou seja, é uma variável contínua.

f) A variável estatística, nesse caso, é a quantidade de pontos obtidos em cada lançamento de um dado; logo, só pode ser expressa por um número natural, ou seja, é uma variável discreta.

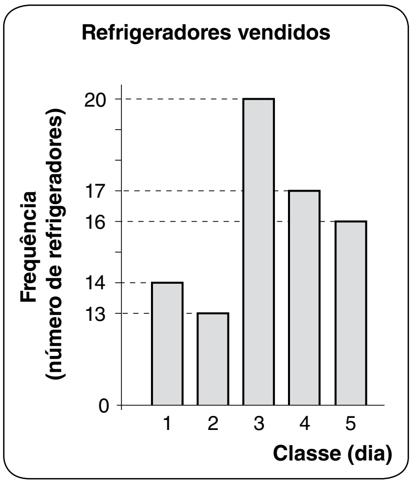
3. a)

Classe (dia)	Frequência (número de refrigeradores)	Frequência relativa
1	14	17,5%
2	13	16,25%
3	20	25%
4	17	21,25%
5	16	20%
	$F_t = 80$	

b) • Gráfico de linha



• Gráfico de barras verticais



• Gráfico de setores

Sendo α_i a medida do ângulo central correspondente ao dia i, temos:

$$\alpha_1 = \frac{14 \cdot 360°}{80} = 63°$$

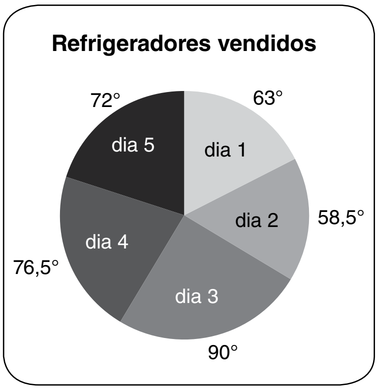
$$\alpha_2 = \frac{13 \cdot 360°}{80} = 58{,}5°$$

$$\alpha_3 = \frac{20 \cdot 360°}{80} = 90°$$

$$\alpha_4 = \frac{17 \cdot 360°}{80} = 76{,}5°$$

$$\alpha_5 = \frac{16 \cdot 360°}{80} = 72°$$

Assim:

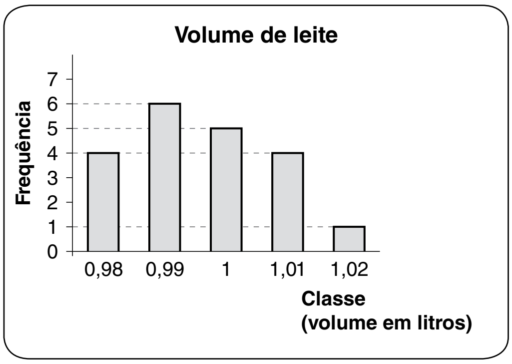


4. a) Sendo A a amplitude da amostra, temos:
$A = 1{,}02 - 0{,}98 = 0{,}04$
Logo, a amplitude da amostra é 0,04.

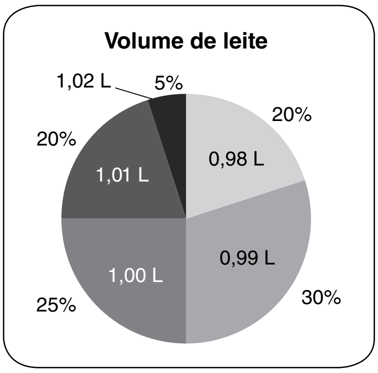
b)

Classe (volume em litro)	Frequência	Frequência relativa
0,98	4	20%
0,99	6	30%
1,00	5	25%
1,01	4	20%
1,02	1	5%
	$F_t = 20$	

c) • Gráfico de barras verticais



• Gráfico de setores



5. a) O número de televisores vendidos é a frequência total F_t, obtida pela soma das frequências das classes:
$F_t = 19 + 25 + 37 + 71 + 33 + 15 = 200$
Logo, nesse mês foram vendidos por essa loja 200 televisores.

b) Sendo $F\%$ a frequência relativa, temos:

$$F\% = \frac{\text{número de televisores de 20 polegadas vendidos}}{\text{número total de televisores vendidos}}$$

Logo:

$$F\% = \frac{19}{200} = 0{,}095 = 9{,}5\%$$

c)

Classe (diagonal em polegada)	Frequência (Número de televisores)	Frequência relativa
20	19	9,5%
21	25	12,5%
27	37	18,5%
29	71	35,5%
32	33	16,5%
42	15	7,5%
	Frequência total: $F_t = 200$	

6. a) No gráfico de setores, observamos que a medida do ângulo central correspondente à classe 0,49 kg é 108°.
Logo:

Número de latas		Medida do ângulo central
20	———	360°
x	———	108°

$$\therefore\ x = \frac{20 \cdot 108°}{360°} = 6$$

Portanto, a classe 0,49 kg corresponde a 6 latas.

b) No gráfico de setores, observamos que a medida do ângulo central correspondente à classe 0,51 kg é 72°.
Logo:

Número de latas		Medida do ângulo central
20	———	360°
y	———	72°

$$\therefore\ y = \frac{20 \cdot 72°}{360°} = 4$$

Portanto, a classe 0,51 kg corresponde a 4 latas.

c) De modo análogo, aos itens **a** e **b**, encontramos que há 5 latas que correspondem à classe 0,50 kg, 4 que correspondem à classe 0,48 kg e 1 que corresponde à classe 0,52 kg. Assim, a frequência relativa de cada classe será:

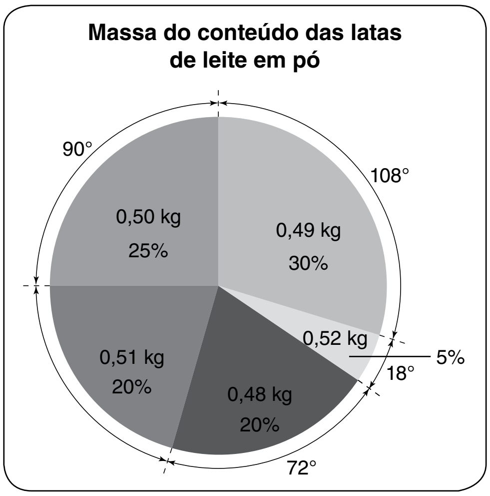
Classe 0,49 kg: $\frac{6}{20} = 0{,}3 = 30\%$

Classe 0,51 kg: $\frac{4}{20} = 0{,}2 = 20\%$

Classe 0,50 kg: $\frac{5}{20} = 0{,}25 = 25\%$

Classe 0,48 kg: $\frac{4}{20} = 0{,}2 = 20\%$

Classe 0,52 kg: $\frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\%$



7. **a)** O investimento, em dólar, no setor de petróleo e derivados é $0{,}49 \cdot 803$ bilhões, ou seja, 393,47 bilhões.

O investimento, em dólar, no setor de gás natural é $0{,}12 \cdot 803$ bilhões, ou seja, 96,36 bilhões.

O investimento, em dólar, no setor de cana-de-açúcar é $0{,}04 \cdot 803$ bilhões, ou seja, 32,12 bilhões.

O investimento, em dólar, no setor de eletricidade é $0{,}35 \cdot 803$ bilhões, ou seja, 281,05 bilhões.

b) A medida α do arco do setor circular que representa o investimento em cana-de-açúcar é calculada por:

$$\alpha = 0{,}04 \cdot 360° = 14{,}4°$$

8. **a)** Temos que:

$6x + 208{,}8° = 360° \Rightarrow x = 25{,}2°$

b) No gráfico de setores, observamos que a medida do arco do setor circular que representa a quantidade de pessoas que declararam ouvir rádio todos os dias é calculado por:

$$3x = 3 \cdot 25{,}2° = 75{,}6°$$

Logo:

Número de pessoas		Medida do ângulo central
18.312	———	360°
n	———	75,6°

$\therefore n = \frac{18.312 \cdot 75{,}6°}{360°} = 3.845{,}52$

Portanto, aproximadamente 3.846 pessoas declararam ouvir rádio todos os dias.

c) $\frac{21{,}6°}{360°} = 0{,}06 = 6\%$

d) $\frac{140{,}4°}{360°} = 0{,}39 = 39\%$

9. **a)** De acordo com o gráfico, a maior queda é entre 1995 e 1996.

b) De acordo com o gráfico, a taxa é inferior a 5% pela primeira vez em 1997.

c) De acordo com o gráfico, a taxa de inflação ficou aproximadamente estável de 2010 a 2012. Não, significa que o aumento nesse período foi aproximadamente constante (cerca de 6%).

10. Denotando por R a razão entre a área alagada por uma represa e a potência produzida pela usina nela instalada, temos:

Tucuruí:

$R = \frac{2.430}{4.240}\,\frac{km^2}{MW} \approx 0{,}57\,\frac{km^2}{MW}$

Sobradinho:

$R = \frac{4.214}{1.050}\,\frac{km^2}{MW} \approx 4{,}01\,\frac{km^2}{MW}$

Itaipu:

$R = \frac{1.350}{12.600}\,\frac{km^2}{MW} \approx 0{,}11\,\frac{km^2}{MW}$

Ilha Solteira:

$R = \frac{1.077}{3.230}\,\frac{km^2}{MW} \approx 0{,}33\,\frac{km^2}{MW}$

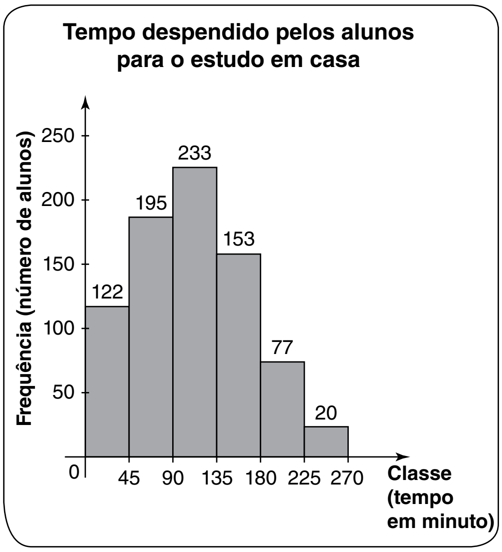
Furnas:

$R = \frac{1.450}{1.312}\,\frac{km^2}{MW} \approx 1{,}11\,\frac{km^2}{MW}$

Logo, o projeto que mais onerou o ambiente em termos de área alagada por potência foi o da usina de Sobradinho.

Alternativa **e**.

11. **a)**



b) A frequência total F_t e a frequência F dos alunos que estudam menos de 3 horas por dia são:

$F_t = 122 + 195 + 233 + 153 + 77 + 20 = 800$

$F = 122 + 195 + 233 + 153 = 703$

Logo, o percentual de alunos que estudam menos de 3 horas por dia é dado por:

$\frac{703}{800} = 0{,}87875 = 87{,}875\%$

c)

Número de alunos		Medida do arco (em grau)
800	———	360
20	———	x

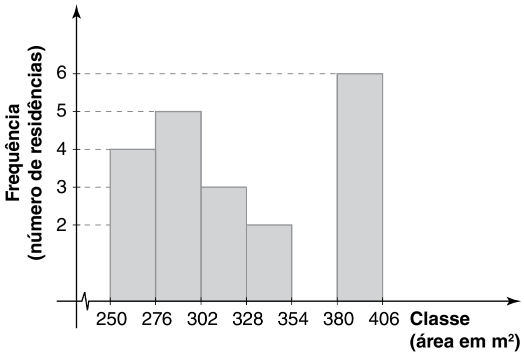
$\therefore x = 9$

Logo, o arco correspondente à classe dos alunos que estudam em casa mais tempo por dia mede 9°.

12. A tabela de distribuição de frequências é:

Classe (área em m²)	Frequência (número de residências)
[250, 276[	4
[276, 302[	5
[302, 328[	3
[328, 354[	2
[354, 380[	0
[380, 406]	6

Assim, temos o histograma:

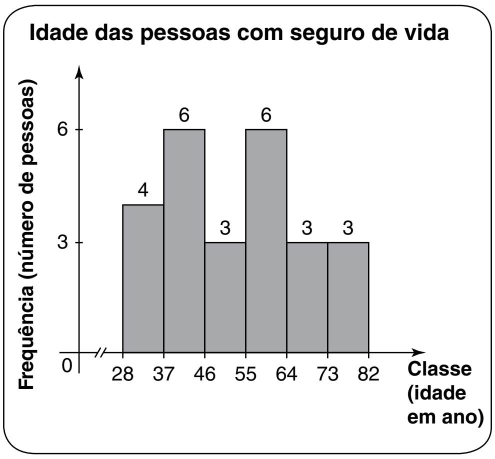


13. a) A amplitude da amostra é a diferença entre o maior e o menor valor dessa amostra, assim:
amplitude = 82 − 28 = 54

b) A amplitude das classes é dada por:
54 : 6 = 9

Classe (idade em ano)	Frequência (número de pessoas)
[28, 37[	4
[37, 46[	6
[46, 55[	3
[55, 64[	6
[64, 73[	3
[73, 82]	3
	F_t = 25

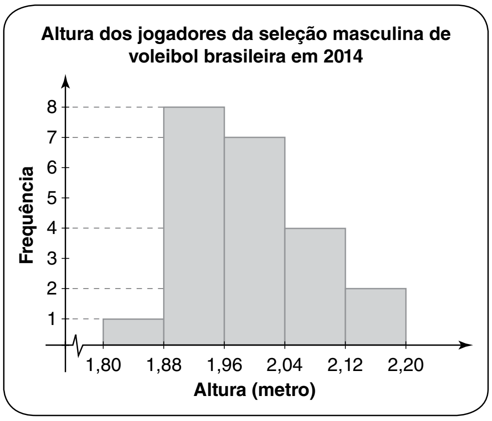
c)



14. a)

Estatura dos jogadores de voleibol	
Altura (em metro)	Frequência
[1,80; 1,88[	1
[1,88; 1,96[	8
[1,96; 2,04[	7
[2,04; 2,12[	4
[2,12; 2,20]	2

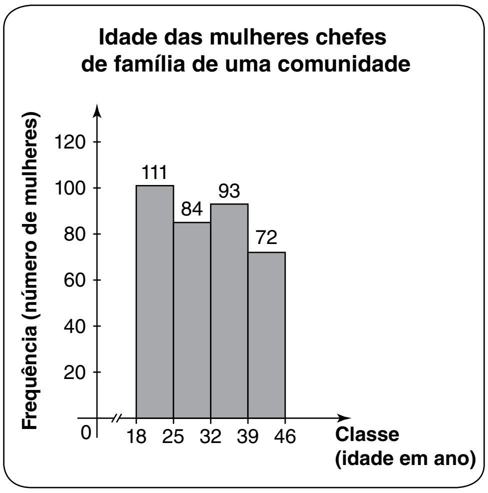
b)



15. a) A amplitude da amostra é 28 anos (46 − 18) e, portanto, a amplitude de cada classe é 7 anos $\left(\frac{28}{4}\right)$. Assim:

Classe (idade em ano)	Frequência (número de mulheres)
[18, 25[	11 + 16 + 24 + 28 + 32 = 111
[25, 32[	38 + 46 = 84
[32, 39[	50 + 43 = 93
[39, 46]	38 + 34 = 72
	F_t = 360

b)



16. **a)** Indicando por $\overline{x}$ a média aritmética da produção anual de arroz, em milhares de toneladas no período de 2006 a 2014, temos:

$$\overline{x} = \frac{20+40+50+60+40+60+60+70+50}{9} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \overline{x} = 50$

Logo, a produção média anual de arroz dessa região, no período de 2006 a 2014, foi de 50.000 t.

b) Indicando por $\overline{y}$ a média aritmética da produção anual de arroz, em milhares de toneladas no período de 2010 a 2014, temos:

$$\overline{y} = \frac{40+60+60+70+50}{5} \Rightarrow \overline{y} = 56$$

Logo, a produção média anual de arroz dessa região, no período de 2010 a 2014, foi de 56.000 t.

17. Pelo antigo critério, a média aritmética $\overline{x}$ das notas atribuídas ao professor é:

$$\overline{x} = \frac{18+16+17+13+14+1+19+14+16+12}{10} = 14$$

Pelo novo critério, a média aritmética $\overline{y}$ das notas atribuídas ao professor é:

$$\overline{y} = \frac{18+16+17+13+14+14+16+12}{8} = 15$$

Logo, pelo novo critério a média é 1 ponto maior do que a média calculada pelo antigo critério.

Alternativa **b**.

18. Indicando por x o número de mulheres do grupo, tem-se que o número de homens é $(120 - x)$. Assim, a idade média das pessoas é a média aritmética ponderada das idades 35 e 50 anos, com pesos x e $(120 - x)$, respectivamente, isto é:

$$\frac{35x + 50(120 - x)}{120} = 40 \Rightarrow x = 80$$

Logo, nesse grupo há 80 mulheres e 40 homens.

19. Sendo $a_1, a_2, a_3, ..., a_{17}, a_{18}$ as idades dos dezoito funcionários da empresa, antes da demissão, temos:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{17} + a_{18}}{18} = \overline{x} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{17} = 18\overline{x} - a_{18}$ (I)

Sendo a_{18} a idade do funcionário demissionário, temos, após a substituição desse funcionário:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{17} + 22}{18} = \overline{x} - 2$$

Logo, $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{17} = 18\overline{x} - 36 - 22$ (II)

De (I) e (II), concluímos:

$18\overline{x} - a_{18} = 18\overline{x} - 36 - 22 \Rightarrow a_{18} = 58$

Logo, a idade do funcionário que se demitiu é 58 anos.

Alternativa **e**.

20. Sejam $(a_1, a_2, a_3, ..., a_{21})$ e $(b_1, b_2, b_3, ..., b_{20})$ as sequências crescentes das notas dos grupos A e B, respectivamente, com respectivas médias aritméticas M e m.

A nova média aritmética das notas do grupo A será $\frac{21M - a_1}{20}$, e a nova média aritmética das notas do grupo B será $\frac{20m + a_1}{21}$.

Para comparar a nova média com a média anterior de cada grupo, podemos calcular a diferença entre as duas:

- $\frac{21M - a_1}{20} - M = \frac{M - a_1}{20}$

  Como $a_1 < M$, pois a_1 é a menor nota do grupo A, temos: $\frac{M - a_1}{20} > 0$

  Concluímos, assim, que a nova média do grupo A é maior que a anterior.

- $\frac{20m + a_1}{21} - m = \frac{a_1 - m}{21}$

  Como $a_1 > m$, pois a_1 é maior que todas as notas do grupo B, temos: $\frac{a_1 - m}{21} > 0$

  Concluímos, assim, que a nova média do grupo B é maior que a anterior.

Alternativa **c**.

21. $$\overline{x} = \frac{6,0 + 7,5 \cdot 2 + 5,0 \cdot 3 + 6,0 \cdot 3}{9} = 6$$

Logo, a média final do aluno em Geografia foi 6,0.

22. Indicando por $\overline{x}_F$, $\overline{x}_G$, $\overline{x}_H$, $\overline{x}_M$ e $\overline{x}_P$ os lucros médios anuais, em milhões de reais, das empresas F, G, H, M e P, respectivamente, temos:

$$\overline{x}_F = \frac{24}{3} = 8$$

$$\overline{x}_G = \frac{24}{2} = 12$$

$$\overline{x}_H = \frac{25}{2,5} = 10$$

$$\overline{x}_M = \frac{15}{1,5} = 10$$

$$\overline{x}_P = \frac{9}{1,5} = 6$$

Logo, o empresário decidiu comprar a empresa G, pois é a que apresenta o maior lucro médio anual.

Alternativa **b**.

23. Pela tabela do enunciado, temos:

$$\overline{x} = \frac{3 \cdot 18 + 4 \cdot 19 + 2 \cdot 20 + 1 \cdot 21}{10} = 19,1$$

Logo, a média horária de pontos de audiência da emissora nesse período de 10 horas foi 19,1.

24. A densidade populacional d, em número de peixes por metro cúbico, do reservatório formado pela união dos dois tanques é a média aritmética ponderada entre os números 190 e 170, com pesos 220 e 180, respectivamente, isto é:

$$d = \frac{190 \cdot 220 + 170 \cdot 180}{220 + 180} = 181$$

Logo, a densidade populacional do reservatório é 181 peixes por metro cúbico.

25. A concentração $\overline{x}$ de hipoclorito de sódio da solução obtida pela mistura dos conteúdos de A, B e C é a média aritmética ponderada dos números 2,00; 1,50 e 2,80 com pesos 25, 10 e 15, respectivamente, isto é:

$$\overline{x} = \frac{2,00 \cdot 25 + 1,50 \cdot 10 + 2,80 \cdot 15}{50} \Rightarrow \overline{x} = 2,14$$

Logo, a concentração é de 2,14%.

26. Com base na tabela do enunciado montamos a seguinte tabela:

Classe (massa em grama)	Valor médio da classe	Frequência (número de tabletes)
[242, 246[	244	4
[246, 250[	248	6
[250, 254[	252	10
[254, 258]	256	5
		$F_t = 25$

Logo:

$$\bar{x} = \frac{244 \cdot 4 + 248 \cdot 6 + 252 \cdot 10 + 256 \cdot 5}{25} = 250{,}56$$

Portanto, a massa média por tablete de manteiga é 250,56 g.

27. Os pontos médios das classes [1,50; 1,60[, [1,60; 1,70[, [1,70; 1,80[, [1,80; 1,90[e [1,90; 2,00] são, respectivamente, 1,55; 1,65; 1,75; 1,85 e 1,95. Portanto, a média $\bar{x}$ das alturas dos atletas, em metro, é:

$$\bar{x} = \frac{1{,}55 \cdot 3 + 1{,}65 \cdot 8 + 1{,}75 \cdot 10 + 1{,}85 \cdot 6 + 1{,}95 \cdot 3}{3 + 8 + 10 + 6 + 3} \approx 1{,}74$$

Alternativa **c**.

28. Calculando a média aritmética $\bar{x}$ e a mediana Md em cada alternativa, obtemos na alternativa **d** os valores:

$$\bar{x} = \frac{5 + 5 + 5 + 7 + 7 + 9}{6} = \frac{38}{6} \text{ e } Md = \frac{5 + 7}{2} = 6$$

Como $6 = \frac{36}{6}$ temos que $\bar{x} > Md$.

Alternativa **d**.

29. **a)** Indicando por $\bar{x}$ a média aritmética das notas desses atletas, temos:

$$\bar{x} = \frac{7{,}5 \cdot 1 + 8{,}0 \cdot 2 + 8{,}5 \cdot 5 + 9 \cdot 3}{1 + 2 + 5 + 3} = \frac{93}{11} \Rightarrow \bar{x} \approx 8{,}45$$

b) A moda é 8,5, pois é a nota de maior frequência.

c) Representando as notas em rol, temos:

7,5; 8,0; 8,0; 8,5; 8,5; 8,5; 8,5; 8,5; 9,0; 9,0; 9,0

Como esse rol tem um número ímpar de termos, a mediana Md é o seu termo médio, isto é:

$$Md = 8{,}5$$

30. **a)** 1,89; 1,90; 1,94; 1,95; 2,00; 2,30; 2,30; 2,30; 2,40

b) 2,40; 2,30; 2,30; 2,30; 2,00; 1,95; 1,94; 1,90; 1,89

c) Para a determinação da mediana Md, podemos considerar qualquer um dos dois róis apresentados nos itens **a** e **b**. Em qualquer um deles, o termo médio é 2,00; logo, $Md = 2{,}00$.

d) A taxa mediana de fecundidade ocorreu nem 2006.

e) A moda Mo é o valor de maior frequência. Logo, $Mo = 2{,}30$.

31. **a)** A velocidade média v_m no trecho de 0 s a 4 s é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Portanto, a velocidade média no trecho de 0 s a 4 s foi 0,75 m/s.

b) A velocidade média v_m no trecho de 4 s a 16 s é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18 - 3}{12} = 1{,}25$$

Portanto, a velocidade média no trecho de 4 s a 16 s foi 1,25 m/s.

c) A velocidade média v_m no trecho de 0 s a 16 s é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18}{16} = 1{,}125$$

Portant, a velocidade média no trecho de 0 s a 16 s foi 1,125 m/s.

32. Número de habitantes — Área da região (km^2)

$$\begin{array}{ccc} 32{,}2 & \text{———} & 1 \\ 8.050.000 & \text{———} & x \end{array}$$

$$\therefore\ x = \frac{8.050.000}{32{,}2} = 250.000$$

Logo, a área da região é 250.000 km^2.

33. a) $$\bar{x} = \frac{6 \cdot 55.000 + 8 \cdot 30.000 + 10 \cdot 42.000 + 12 \cdot 34.000 + 16 \cdot 36.000}{6 + 8 + 10 + 12 + 16}$$

$$\therefore\ \bar{x} = \frac{330.000 + 240.000 + 420.000 + 408.000 + 576.000}{52} = \frac{1.974.000}{52}$$

$\therefore\ \bar{x} \approx 37.961{,}54$

Logo, o preço médio por veículo vendido foi de R$ 37.961,54, aproximadamente.

b)
- A moda *Mo* é o valor de maior frequência. Logo, *Mo* = R$ 36.000,00.
- Representando em rol os preços $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_{52}$, a mediana *Md* é dada por:

$$Md = \frac{p_{26} + p_{27}}{2} = \frac{36.000 + 36.000}{2} = 36.000$$

Logo, a mediana é R$ 36.000,00.

34. a) Indicando por $\bar{x}$ a média aritmética anual do número de projetos de lei apresentados pelo deputado no período de 2007 a 2012, temos:

$$\bar{x} = \frac{3 + 5 + 5 + 6 + 3 + 2}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

b) A amostra formada pelos números de projetos apresentados anualmente no período considerado é: 3, 5, 5, 6, 3 e 2, cuja média aritmética é 4. Assim, de acordo com a ordem dos números apresentados, temos que os desvios são: 3 − 4, 5 − 4, 5 − 4, 6 − 4, 3 − 4 e 2 − 4, ou seja, −1, 1, 1, 2, −1 e −2.

c) $-1 + 1 + 1 + 2 + (-1) + (-2) = 0$.

Nota: Em qualquer amostra, a soma dos desvios é zero.

35. a) Indicando por $\bar{x}$ o número médio anual de pessoas com dengue em Pereira Barreto, temos:

$$\bar{x} = \frac{23 + 337 + 58 + 38 + 94}{5} = \frac{550}{5} = 110$$

b) A amostra formada pelos números anuais de pessoas doentes é: 23, 337, 58, 38 e 94, cuja média aritmética é 110. Assim, de acordo com a ordem dos números apresentados, temos que os módulos dos desvios são: $|23 - 110|$, $|337 - 110|$, $|58 - 110|$, $|38 - 110|$ e $|94 - 110|$, ou seja, 87, 227, 52, 72 e 16

c) Indicando por $\bar{y}$ a média aritmética entre os módulos dos desvios, temos:

$$\bar{y} = \frac{87 + 227 + 52 + 72 + 16}{5} = \frac{454}{5} = 90{,}8$$

36. a) Indicando por $\bar{x}$ o número médio de veículos vendidos pela concessionária de tratores no primeiro semestre de 2015, temos:

$$\bar{x} = \frac{55 + 61 + 76 + 61 + 55 + 76}{6} = \frac{384}{6} = 64$$

b) A amostra formada pela quantidade de veículos vendidos mensalmente é: 55, 61, 76, 61, 55 e 76, cuja média aritmética é 64. Assim, de acordo com a ordem dos números apresentados, temos que os quadrados dos desvios são:
$(55 - 64)^2$, $(61 - 64)^2$, $(76 - 64)^2$, $(61 - 64)^2$, $(55 - 64)^2$ e $(76 - 64)^2$, ou seja, 81, 9, 144, 9, 81 e 144.

c) Indicando por $\bar{y}$ a média aritmética entre os quadrados dos desvios, temos:

$$\bar{y} = \frac{81 + 9 + 144 + 9 + 81 + 144}{6} = \frac{468}{6} = 78$$

37. A média aritmética $\bar{x}$ das idades das crianças relacionadas é dada por:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 11 \cdot 1 + 14 \cdot 2}{2 + 1 + 2 + 1 + 2} = \frac{64}{8} = 8$$

Assim, o desvio padrão σ dessas idades é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 \cdot (2 - 8)^2 + (5 - 8)^2 + 2 \cdot (8 - 8)^2 + (11 - 8)^2 + 2 \cdot (14 - 8)^2}{2 + 1 + 2 + 1 + 2}} = \sqrt{\frac{162}{8}} = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$$

38. a) $\bar{x} = \dfrac{4 + 71 + 18 + 153 + 9}{5}$

$\therefore \bar{x} = \dfrac{255}{5} = 51$

b) $Dam = \dfrac{|4 - 51| + |71 - 51| + |18 - 51| + |153 - 51| + |9 - 51|}{5}$

$\therefore Dam = \dfrac{47 + 20 + 33 + 102 + 42}{5} = \dfrac{244}{5} = 48{,}8$

c) Se fosse incluída mais uma quadrícula com 219 focos de queimada, o número médio de focos de queimada por quadrícula seria de 79. Então:

$Dam = \dfrac{75 + 8 + 61 + 74 + 70 + 140}{6} \approx 71{,}3$

Logo, o desvio absoluto médio seria maior.

39. Máquina A: $\bar{x}_A = 9{,}9$

$Dam_A = \dfrac{|10{,}6 - 9{,}9| + |9{,}6 - 9{,}9| + |10 - 9{,}9| + |9{,}4 - 9{,}9|}{4}$

$\therefore Dam_A = \dfrac{0{,}7 + 0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}5}{4} = \dfrac{1{,}6}{4} = 0{,}4$

Máquina B: $\bar{x}_B = 9{,}9$

$Dam_B = \dfrac{|10{,}2 - 9{,}9| + |10{,}6 - 9{,}9| + |9{,}6 - 9{,}9| + |9{,}2 - 9{,}9|}{4}$

$\therefore Dam_B = \dfrac{0{,}3 + 0{,}7 + 0{,}3 + 0{,}7}{4} = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$

Como $Dam_B > Dam_A$, concluímos que a máquina B teve maior dispersão de medidas em relação ao diâmetro médio.

40. a) Gustavo:

$\bar{x}_G = \dfrac{7{,}0 + 7{,}5 + 8{,}0 + 7{,}0 + 6{,}0 + 7{,}0 + 6{,}5 + 7{,}0}{8}$

$\therefore \bar{x}_G = 7{,}0$

Lucas:

$\bar{x}_L = \dfrac{7{,}0 + 6{,}5 + 8{,}0 + 6{,}5 + 7{,}5 + 7{,}5 + 6{,}0 + 7{,}0}{8}$

$\therefore \bar{x}_L = 7{,}0$

b) Gustavo:

$\sigma_G^2 = \dfrac{(7 - 7)^2 + (7{,}5 - 7)^2 + (8 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (6 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (6{,}5 - 7)^2 + (7 - 7)^2}{8}$

$\therefore \sigma_G^2 = \dfrac{0 + 0{,}25 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0{,}25 + 0}{8} = \dfrac{2{,}5}{8} = 0{,}3125$

Lucas:

$\sigma_L^2 = \dfrac{(7 - 7)^2 + (6{,}5 - 7)^2 + (8 - 7)^2 + (6{,}5 - 7)^2 + (7{,}5 - 7)^2 + (7{,}5 - 7)^2 + (6 - 7)^2 + (7 - 7)^2}{8}$

$\therefore \sigma_L^2 = \dfrac{0 + 0{,}25 + 1 + 0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}25 + 1 + 0}{8} = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$

c) Como $\sigma_G^2 < \sigma_L^2$, concluímos que Gustavo teve o desempenho mais regular.

41. a) Leonor:

$\sigma_L^2 = \dfrac{(8{,}5 - 8)^2 + (9{,}5 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (7 - 8)^2 + (7 - 8)^2}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma_L^2 = \dfrac{0{,}25 + 2{,}25 + 0 + 1 + 1}{5} = \dfrac{4{,}5}{5} = 0{,}9$

$\therefore \sigma_L \approx 0{,}95$

Felipe:

$\sigma_F^2 = \dfrac{(9{,}5 - 8)^2 + (9 - 8)^2 + (8{,}5 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (5 - 8)^2}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma_F^2 = \dfrac{2{,}25 + 1 + 0{,}25 + 0 + 9}{5} = \dfrac{12{,}5}{5} = 2{,}5$

$\therefore \sigma_F \approx 1{,}58$

b) Como $\sigma_L < \sigma_F$, concluímos que Leonor teve o desempenho mais regular. Logo, Leonor tem direito à vaga.

Exercícios complementares

Exercícios técnicos

1. Sendo x o número retirado e s a soma dos outros sete números, temos:

$\frac{x + s}{8} = 4{,}5 \Rightarrow s = 36 - x$

dividindo por 7 ambos os membros, obtemos:

$\frac{s}{7} = \frac{36 - x}{7}$

Observando que no primeiro membro temos a média aritmética dos sete números restantes, depois de retirar o número x, concluímos:

$$\frac{36 - x}{7} = 4{,}2 \Rightarrow x = 6{,}6$$

Alternativa **d**.

2. Sendo s a soma dos n números do conjunto original e k a média aritmética desses números, temos que:

$$\begin{cases} \frac{s}{n} = k \\ \frac{s - 58}{n - 1} = k - 4 \\ \frac{s + 57}{n + 1} = k + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = kn & \text{(I)} \\ \frac{s - 58}{n - 1} = k - 4 & \text{(II)} \\ \frac{s + 57}{n + 1} = k + 3 & \text{(III)} \end{cases}$$

Substituindo (I) em (II) e (III), obtemos:

$$\begin{cases} \frac{kn - 58}{n - 1} = k - 4 \\ \frac{kn + 57}{n + 1} = k + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k + 4n = 62 \\ k + 3n = 54 \end{cases}$$

De onde obtemos: $n = 8$ e $k = 30$

Substituindo n por 8 e k por 30 em (I), concluímos que: $s = 240$

Ou seja, o valor da soma dos elementos originais do conjunto é 240.

3. Sendo $(a_1, a_2, a_3, ..., a_{19}, a_{20})$ a progressão aritmética formada pelos 20 números, temos que:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{19} + a_{20}}{20} = 40 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{19} + a_{20} = 800$$

Assim, deduzimos que:

$$\frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2} = 800 \Rightarrow a_1 + a_{20} = 80$$

Logo,

$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{19} + a_{20}}{20} = 40 \Rightarrow \frac{80 + a_2 + a_3 + ... + a_{19}}{20} = 40$

$\therefore a_2 + a_3 + ... + a_{19} = 720$

Dividindo ambos os membros por 18, concluímos:

$\frac{a_2 + a_3 + ... + a_{19}}{18} = 40$

Ou seja, a média aritmética dos termos restantes da progressão, depois de retirar a_1 e a_{20}, é 40.

Alternativa **e**.

4. **a)** A mediana Md é o 103º termo da progressão aritmética, isto é:

$$Md = 6 + 102 \cdot 5 = 516$$

b) A mediana Md é a média aritmética entre o 10º e o 11º termos da progressão geométrica, isto é:

$$Md = \frac{\frac{1}{256} \cdot 2^9 + \frac{1}{256} \cdot 2^{10}}{2} = 3$$

5. Sendo n o número de elementos iguais a 5 dessa amostra e m o número de elementos diferentes de 5, temos:

$$\begin{cases} \frac{n \cdot 5 + m}{10} = 12 \\ \frac{m}{10 - n} = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5n + m = 120 & \text{(I)} \\ 15n + m = 150 & \text{(II)} \end{cases}$$

Multiplicando (I) por -1 e somando com (II), temos:

$10n = 30 \Rightarrow n = 3$

Logo, a amostra possui 3 elementos iguais a 5.

6. Temos que a média aritmética $\bar{x}$ e a mediana Md são dadas por:

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{80}}{80} = \frac{\frac{(a_1 + a_{80}) \cdot 80}{2}}{80} \Rightarrow \bar{x} = \frac{a_1 + a_{80}}{2}$$

e

$$Md = \frac{a_{40} + a_{41}}{2}$$

Como a_{40} e a_{41} são termos equidistantes dos extremos da progressão aritmética, temos que a soma deles é igual à soma dos extremos da P.A. Logo:

$$Md = \frac{a_1 + a_{80}}{2}$$

Concluímos, então, que $\bar{x} = Md$.

7. **a)** A média aritmética $\bar{x_i}$ do conjunto de valores inicial é 100, isto é:

$$\bar{x_i} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{10} = 100 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 1.000 \quad \text{(I)}$$

A média aritmética $\bar{x_f}$ do novo conjunto de valores é calculada por:

$$\bar{x_f} = \frac{(x_1 + 5) + (x_2 + 5) + (x_3 + 5) + \dots + (x_{10} + 5)}{10} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} + 50}{10} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), concluímos:

$$\bar{x_f} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} + 50}{10} = \frac{1.000 + 50}{10} = 105$$

Ou seja, a média aritmética do novo conjunto de valores é 105.

b) A variância $(\sigma_i)^2$ do conjunto de valores inicial é 20, isto é:

$$(\sigma_i)^2 = \frac{(x_1 - 100)^2 + (x_2 - 100)^2 + (x_3 - 100)^2 + \dots + (x_{10} - 100)^2}{10} = 20$$

No item **a** obtivemos $\bar{x_f} = 105$; logo, a variância $(\sigma_f)^2$ do novo conjunto de valores é calculada por:

$$(\sigma_f)^2 = \frac{(x_1 + 5 - 105)^2 + (x_2 + 5 - 105)^2 + (x_3 + 5 - 105)^2 + \dots + (x_{10} + 5 - 105)^2}{10} =$$

$$= \frac{(x_1 - 100)^2 + (x_2 - 100)^2 + (x_3 - 100)^2 + \dots + (x_{10} - 100)^2}{10}$$

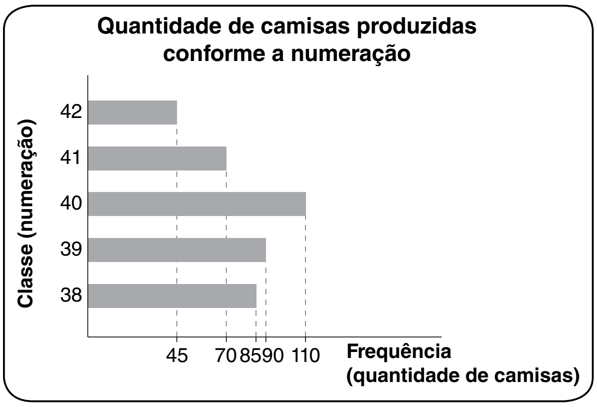
Observamos, portanto, que $(\sigma_f)^2 = (\sigma_i)^2 = 20$, ou seja, a variância do novo conjunto de valores é 20.

Exercícios contextualizados

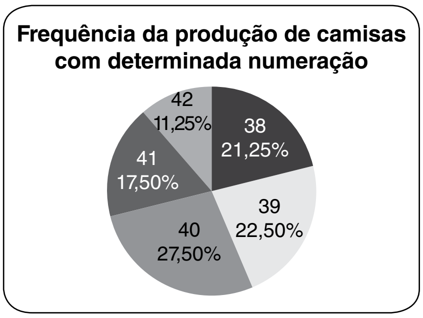
8.

Classe (numeração)	Frequência (quantidade de camisas)	Frequência relativa
38	85	21,25%
39	90	22,5%
40	110	27,5%
41	70	17,5%
42	45	11,25%
	$F_t = 400$	

- Gráfico de barras horizontais



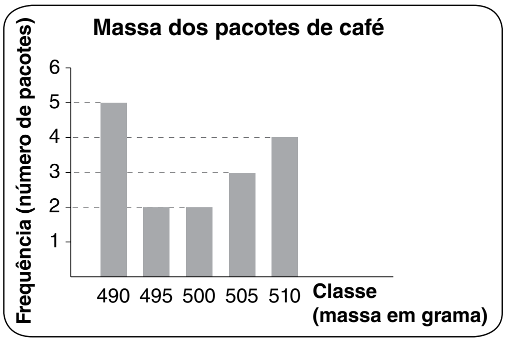
- Gráfico de setores



9. a)

Classe (massa em grama)	Frequência (número de pacotes)	Frequência relativa
490	5	31,25%
495	2	12,5%
500	2	12,5%
505	3	18,75%
510	4	25%
	$F_t = 16$	

b) • Gráfico de barras verticais



- Gráfico de setores

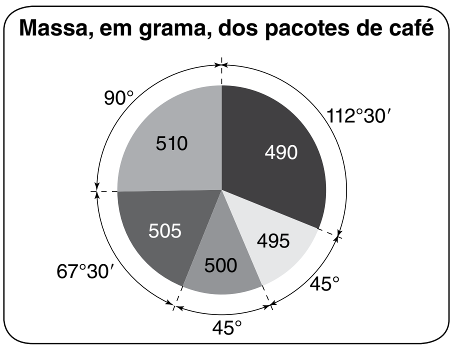
$\alpha_1 = \dfrac{5 \cdot 360°}{16} = 112°30'$

$\alpha_2 = \dfrac{2 \cdot 360°}{16} = 45°$

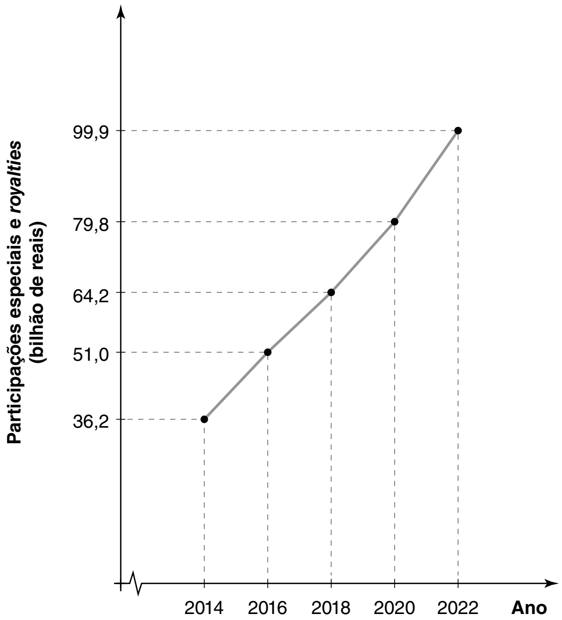
$\alpha_3 = \alpha_2 = 45°$

$\alpha_4 = \dfrac{3 \cdot 360°}{16} = 67°30'$

$\alpha_5 = \dfrac{4 \cdot 360°}{16} = 90°$



10. Representando o tempo no eixo horizontal e as participações especiais e *royalties* no eixo vertical, temos:



11. a) Calculando a balança comercial em cada um dos meses do período considerado, observa-se que o maior saldo foi de 2.653 milhões de dólares, obtido em dezembro.

b) Os meses do período considerado em que as importações superaram as exportações são julho e outubro. Logo, a balança comercial foi negativa nesses meses.

12. O nível de eficiência foi muito bom na terça e na quarta-feira, pois foi nesses dias que o número de reclamações resolvidas excedeu o número de reclamações recebidas.
Alternativa **b**.

13. Determinando o percentual de soja sobre o total de grãos em cada ano, temos:

2009-10: $\dfrac{68{,}7}{149{,}3} \approx 46{,}01\%$

2010-11: $\dfrac{73{,}3}{162{,}8} \approx 45{,}02\%$

2011-12: $\dfrac{66{,}4}{166{,}2} \approx 39{,}95\%$

2012-13: $\dfrac{81{,}5}{187{,}4} \approx 43{,}49\%$

Logo, os percentuais formam uma sequência decrescente de 2009-10 a 2011-12 e uma sequência crescente de 2011-12 a 2012-13.
Alternativa **d**.

14. Considerando a produção em cada ano e o respectivo rendimento médio, observa-se que, quando cresce a produção, cresce também o rendimento médio.
Alternativa **d**.

15. a)

Classe (massa dos comprimidos em mg)	Frequência (número de caixas)	Frequência relativa
5	900	18%
10	1.000	20%
20	800	16%
40	1.300	26%
80	1.000	20%
	F_t = 5.000	

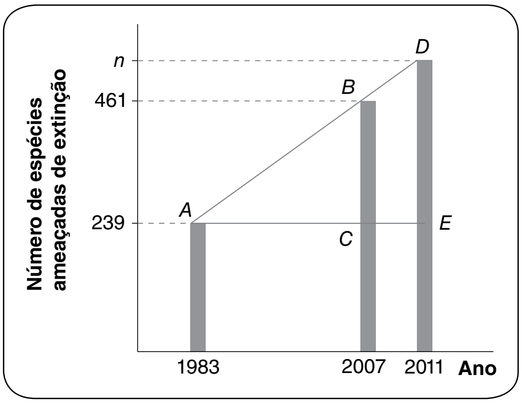
b) No espaço amostral das 5.000 caixas, o número de caixas com 20 mg ou mais é:
800 + 1.300 + 1.000 = 3.100
Logo, a probabilidade P pedida é dada por:
$P = \frac{3.100}{5.000} = \frac{31}{50}$

16. O número de pessoas que opinaram é 0,79 · 500, ou seja, 395; e o número de pessoas que assinalaram "chato" é 0,12 · 500, ou seja, 60. Assim, escolhida uma pessoa entre as que opinaram, a probabilidade P de que ela tenha assinalado "chato" é dada por:

$$P = \frac{60}{395} \Rightarrow P \approx 0{,}15$$

Alternativa **d**.

17. Sendo n o número de espécies que estarão ameaçadas de extinção em 2011, esquematizamos:



Pela semelhança dos triângulos ADE e ABC, temos:

$$\frac{n - 239}{461 - 239} = \frac{2011 - 1983}{2007 - 1983} \Rightarrow \frac{n - 239}{222} = \frac{28}{24}$$

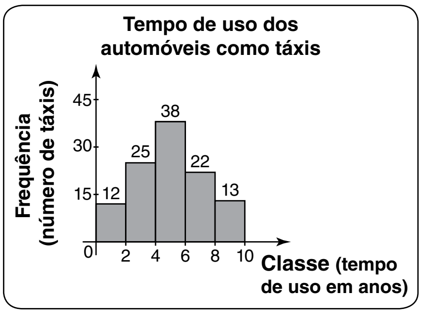
$\therefore n = 498$

Logo, em 2011 haverá 498 espécies ameaçadas de extinção.
Alternativa **c**.

18. O número de pessoas subnutridas:

- nas regiões desenvolvidas era 1,9% de 842 milhões, ou seja, 15,998 milhões;
- na Ásia era 65,5% de 842 milhões, ou seja, 551,51 milhões;
- na África era 26,9% de 842 milhões, ou seja, 226,498 milhões;
- na América Latina e no Caribe era 5,6% de 842 milhões, ou seja, 47,152 milhões;
- na Oceania era 0,1% de 842 milhões, ou seja, 0,842 milhão.

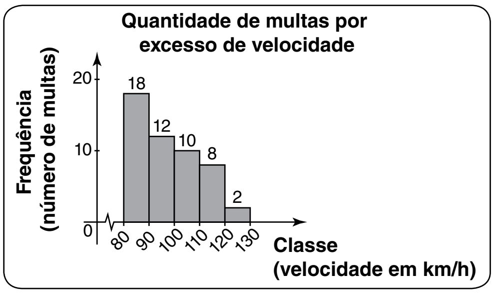
19. a) Histograma



b) $E = \{x \mid x$ é táxi da cidade$\}$,
$n(E) = 12 + 25 + 38 + 22 + 13 = 110$
$A = \{y \in E \mid y$ tem menos de 6 anos$\}$,
$n(A) = 12 + 25 + 38 = 75$
Assim, $P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{75}{110} = \frac{15}{22}$

c) Consideremos o espaço E e o evento A do item **b**. Sendo:
$B = \{z \in E \mid z$ tem 4 anos ou mais$\}$,
$n(B) = 38 + 22 + 13 = 73$
$A \cap B = \{w \in E \mid w$ tem 4 anos ou mais e menos de 6 anos$\}$, $n(A \cap B) = 38$, temos:
$P(B/A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{38}{75}$

20. a) Histograma



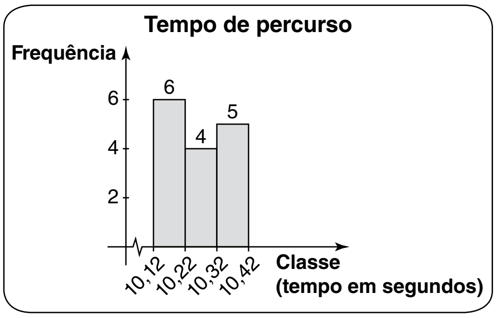
b) $E = \{y \mid y$ é o número de multas$\}$,
$n(E) = 18 + 12 + 10 + 8 + 2 = 50$
$A = \{z \in E \mid z$ é o número de multas referente a velocidades maiores ou iguais a 90 km/h e menores que 120 km/h$\}$, $n(A) = 12 + 10 + 8 = 30$
Assim: $P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 60\%$

Logo, a probabilidade pedida é $\frac{3}{5}$, ou 60%.

21. A amplitude da amostra é: 10,41 − 10,12 = 0,29
Para cada uma das 3 classes, a amplitude poderia ser $\frac{0{,}29}{3}$, que é um valor incômodo, por ser uma dízima. Por isso, escolhemos o intervalo [10,12; 10,42] de amplitude 0,30. Assim, a amplitude de cada classe é: $\frac{0{,}3}{3} = 0{,}1$

Classe (tempo de percurso, em segundo)	Frequência
[10,12; 10,22[	6
[10,22; 10,32[	4
[10,32; 10,42]	5
	F_t = 15

Histograma correspondente a essa distribuição:



(**Nota:** Essa é uma resposta possível, pois poderíamos ter escolhido outro intervalo. Por exemplo: [10,11; 10,41].)

22. a) V, pois o número de propriedades é a soma das alturas dos retângulos, observadas no eixo vertical, isto é, 23 + 69 + 92 + 116 = 300.

b) V, pois o número de propriedades que têm menos de 600 ha cada é 69 + 92, ou seja, 161; e o número de propriedades com 600 ha ou mais é 116 + 23, ou seja, 139.

c) F, pois 116 é o número de propriedades rurais da classe [600, 800[, ou seja, as 116 propriedades não tem necessariamente 600 ha cada uma.

d) V, pois eventualmente todas as propriedades relativas a classe [600,800[podem ter mais de 600 ha.

23. a) Na faixa etária [20, 25[, o número de mulheres é: $0{,}3015 \cdot 3.718.327 \approx 1.121.076$

Na faixa etária [25, 30[, o número de mulheres é: $0{,}2675 \cdot 3.718.327 \approx 994.652$

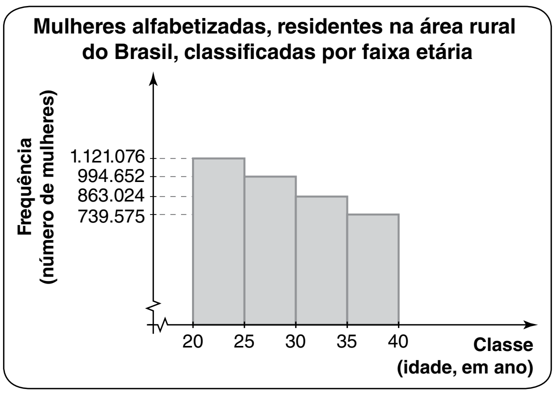
Na faixa etária [30, 35[, o número de mulheres é: $0{,}2321 \cdot 3.718.327 \approx 863.024$

Na faixa etária [35, 40[, o número de mulheres é: $0{,}1989 \cdot 3.718.327 \approx 739.575$

Desse modo, temos a tabela de distribuição de frequências:

Classe (idade, em ano)	Frequência (Número de mulheres)
[20, 25[	1.121.076
[25, 30[	994.652
[30, 35[	863.024
[35, 40[	739.575

b) Histograma



24. Para obter a quantidade de dias que o vencedor demorou para terminar a corrida, dividimos o total do percurso pela média de quilômetros diários. Então:

$$\frac{10.739}{494{,}24} \approx 21{,}73$$

Logo, o vencedor demorou pouco mais de 21 dias para terminar a prova. Como a largada foi no dia 1º de janeiro, concluímos que ele terminou a prova no dia 22 de janeiro.

Alternativa **a**.

25. Sendo x a nota da primeira prova, temos que as notas da segunda e da terceira prova foram $2x$ e $3x$, respectivamente. Assim, temos:

$$\frac{x + 2x + 3x}{3} = 28{,}6 \Rightarrow x = 14{,}3$$

Ou seja, a nota da primeira prova foi 14,3.

Alternativa **e**.

26. A altura h dos níveis é a média aritmética entre os níveis originais, isto é:

$$h = \frac{8 + 3 + 5 + 10 + 9 + 7}{6}\ \text{dm} = 7\ \text{dm}$$

Alternativa **c**.

27. a) Nos 4 segundos de queda, a pedra percorreu 80 metros; logo, a distância média D, percorrida em cada segundo, é dada por: $D = \frac{80}{4}\ \text{m} = 20\ \text{m}$

b) A função cujo gráfico é esse arco de parábola é do tipo $y = ax^2$, com $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ e $0 \leqslant x \leqslant 4$. Como o ponto (4, 80) pertence ao gráfico, temos:

$80 = a \cdot 4^2 \Rightarrow a = 5$

Logo, a função é $y = 5x^2$, com $0 \leqslant x \leqslant 4$.

Assim, a distância, em metro, percorrida pela pedra durante os dois primeiros segundos de queda é dada por $y = 5 \cdot 2^2 = 20$. Logo, a distância média d, percorrida em cada segundo, nos dois primeiros segundos de queda, é dada por:

$$d = \frac{20}{2}\ \text{m} = 10\ \text{m}$$

28. De janeiro a agosto temos um período de 8 meses. Logo, até agosto temos: $0{,}6\% \cdot 8 = 4{,}8\%$

Se a meta é no máximo 6% nesse ano, temos até o fim do ano uma média mensal menor ou igual a

$$\frac{6 - 4{,}8}{4}\% = 0{,}3\%$$

Alternativa **b**.

29. Indicando por v_1, v_2 e v_m as velocidades médias do ciclista nos primeiros 100 quilômetros, nas últimas três horas e ao longo de todo o percurso, respectivamente, temos:

a) $v_1 = \frac{100}{4}\ \text{km/h} = 25\ \text{km/h}$

b) $v_2 = \frac{45}{3}\ \text{km/h} = 15\ \text{km/h}$

c) $v_m = \frac{145}{7}\ \text{km/h} \approx 20{,}71\ \text{km/h}$

Logo, nos primeiros 100 quilômetros a velocidade média foi 25 km/h, nas três últimas horas foi 15 km/h e ao longo de todo o percurso foi aproximadamente 20,71 km/h.

30. Sejam:

- a, b e c as alturas dos jogadores que não foram substituídos;
- x a média das alturas dos três jogadores que saíram;
- y a média das alturas dos três jogadores que entraram.

Assim, temos:

$$\begin{cases} \dfrac{3x + a + b + c}{6} = 1{,}92 \\ \dfrac{3y + a + b + c}{6} = 1{,}90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 11{,}52 - 3x \\ a + b + c = 11{,}40 - 3y \end{cases}$$

Logo:

$11{,}52 - 3x = 11{,}40 - 3y \Rightarrow x = y + 0{,}04$

Ou seja, a média das alturas dos jogadores que saíram supera a dos jogadores que entraram em 0,04 m.

Alternativa **b**.

31. A velocidade angular média ω_m é dada por:

$$\omega_m = \frac{6 \cdot 2\pi}{4} \text{ rad/min} = 3\pi \text{ rad/min}$$

32. O número máximo de alunos que podem ter obtido nota igual a 90 pontos ocorrerá quando todos os alunos que não atingiram essa nota conseguirem exatamente 60 pontos. Assim, sendo n o número de alunos com nota 90, temos que o número de alunos com nota 60 é $30 - n$. Logo:

$$\frac{90n + 60(30 - n)}{30} = 70 \Rightarrow n = 10$$

Alternativa **b**.

33. Indicando por c e v os números de candidatos e de vagas, respectivamente, deste ano, temos que:

$$\frac{c}{v} = 3{,}60$$

O número de candidatos do ano que vem será $1{,}1c$, e o de vagas será $1{,}2v$. Assim:

$$\frac{1{,}1c}{1{,}2v} = \frac{1{,}1}{1{,}2} \cdot \frac{c}{v} = \frac{1{,}1}{1{,}2} \cdot 3{,}60 = 3{,}30$$

Ou seja, a relação candidato/vaga para o ano que vem será de 3,30.

Alternativa **b**.

34. O gasto semanal médio por família é a média aritmética ponderada entre as quantias 126, m e 342, com pesos respectivamente iguais a 5, 3 e 2. Assim:

$$\frac{126 \cdot 5 + m \cdot 3 + 342 \cdot 2}{5 + 3 + 2} = 183 \Rightarrow m = 172$$

Alternativa **a**.

35. $I = (0{,}06 \cdot 30{,}9436 + 0{,}88 \cdot 22{,}9228 + 0{,}04 \cdot 17{,}5809 + 0{,}87 \cdot 11{,}9088 + 1{,}31 \cdot 7{,}7098 + 0{,}33 \cdot 5{,}2543 +$
$+ 0{,}10 \cdot 3{,}6768)/(30{,}9436 + 22{,}9228 + 17{,}5809 + 11{,}9088 + 7{,}7098 + 5{,}2543 + 3{,}6768)\%$

$\therefore I \approx 0{,}45295$

36. Pelos dados do enunciado, temos:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 22{,}5 + 6 \cdot 30{,}0 + 9 \cdot 20{,}0 + 11 \cdot 15{,}5}{5 + 6 + 9 + 11} \Rightarrow \bar{x} = \frac{112{,}5 + 180 + 180 + 170{,}5}{31} = \frac{643}{31}$$

$\therefore \bar{x} \approx 20{,}74$

Alternativa **d**.

37. Calculando os valores médios x_i das classes, temos:

$$x_1 = \frac{164 + 174}{2} = 169$$

$$x_2 = \frac{174 + 184}{2} = 179$$

$$x_3 = \frac{184 + 194}{2} = 189$$

$$x_4 = \frac{194 + 204}{2} = 199$$

A altura média $\bar{x}$ dos jogadores é a média aritmética ponderada dos valores x_1, x_2, x_3 e x_4, com pesos, respectivamente, iguais às frequências das classes correspondentes, isto é:

$$\bar{x} = \frac{169 \cdot 4 + 179 \cdot 10 + 189 \cdot 8 + 199 \cdot 3}{4 + 10 + 8 + 3} \text{ cm} \Rightarrow \bar{x} = \frac{676 + 1.790 + 1.512 + 597}{25} \text{ cm}$$

$\therefore \bar{x} = 183$ cm

Logo, a altura média dos jogadores é 183 cm.

38. **a)** A amplitude da amostra é dada por:
250 min − 0 min = 250 min

b) A amplitude da classe de maior frequência é dada por:
150 min − 100 min = 50 min

c) Os valores médios das classes são 25, 75, 125, 175 e 225. O tempo médio de espera $\overline{x}$, em minuto, é a média aritmética entre esses valores médios, cujos pesos são as frequências das respectivas classes, isto é:

$$\overline{x} = \frac{18 \cdot 25 + 24 \cdot 75 + 40 \cdot 125 + 20 \cdot 175 + 18 \cdot 225}{18 + 24 + 40 + 20 + 18} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{x} = \frac{450 + 1.800 + 5.000 + 3.500 + 4.050}{120} = \frac{14.800}{120}$$

$\therefore \overline{x} \approx 123{,}3$ min

Logo, o tempo médio de espera por paciente é de aproximadamente 123,3 minutos.

39. A densidade demográfica d é dada por:

$$d = \frac{20.000.000 \text{ hab.}}{800.000 \text{ km}^2} = 25 \text{ hab./km}^2$$

Alternativa **b**.

40. **a)** V, pois: $\overline{x} = \frac{230 + 460 + 810}{3} \text{ km}^2 = 500 \text{ km}^2$

b) V, pois: $d_A = \frac{28.559}{230} \text{ hab./km}^2 \approx 124{,}17 \text{ hab./km}^2$

$d_B = \frac{38.224}{460} \text{ hab./km}^2 \approx 83{,}10 \text{ hab./km}^2$

Portanto: $d_A > d_B$

c) F, pois: $\overline{x}_r = \frac{10.502 + 11.792 + 25.823}{3} = \frac{48.117}{3} = 16.039$

d) F, pois: $\overline{x}_u = \frac{18.057 + 26.432 + 42.625}{3} = \frac{87.114}{3} = 29.038$

$\overline{x}_t = \frac{28.559 + 38.224 + 68.448}{3} = \frac{135.231}{3} = 45.077$

Portanto:

$$\frac{\overline{x}_u}{\overline{x}_t} = \frac{29.038}{45.077} = 64{,}42\%$$

41. Indicando por $\overline{x}$ a temperatura média, temos:

$$\overline{x} = \frac{15{,}5 + 14 + 13{,}5 + 18 + 19{,}5 + 20 + 13{,}5 + 13{,}5 + 18 + 20}{15} +$$

$$+ \frac{18{,}5 + 13{,}5 + 21{,}5 + 20 + 16}{15} = 17$$

Portanto, a média aritmética das temperaturas registradas no mês é 17 °C.
Para o cálculo da mediana, devemos escrever os elementos da amostra em rol:
(13,5; 13,5; 13,5; 13,5; 14; 15,5; 16; 18; 18; 18,5; 19,5; 20; 20; 20; 21,5)
Como o rol possui um número ímpar de elementos, a mediana Md é o termo central do rol, neste caso o oitavo termo:

$$Md = 18 \text{ °C}$$

A moda Mo é o elemento de maior frequência da amostra: $Mo = 13{,}5$ °C
Alternativa **b**.

42. Para determinar a mediana, representamos as cotações em rol, por exemplo, da menor para a maior:
(73,10; 81,60; 82,00; 83,00; 84,00; 84,60; 85,30)
Como esse rol tem um número ímpar de termos, a mediana é o termo central, ou seja, 83,00.
Alternativa **d**.

43. O número n_A de hotéis que cobram R$ 200,00 a diária é dado por: $n_A = 0{,}25 \cdot 200 = 50$
O número n_B de hotéis que cobram R$ 300,00 a diária é dado por: $n_B = 0{,}25 \cdot 200 = 50$
O número n_C de hotéis que cobram R$ 400,00 a diária é dado por: $n_C = 0{,}40 \cdot 200 = 80$
O número n_D de hotéis que cobram R$ 600,00 a diária é dado por: $n_D = 0{,}10 \cdot 200 = 20$

Representando em rol os valores, em real, cobrados pelos 200 hotéis, temos:

$$\left(\underbrace{200, 200, 200, ..., 200,}_{\text{50 hotéis}}\ \underbrace{300, 300, 300, ..., 300,}_{\text{50 hotéis}}\ \underbrace{400, 400, 400, ..., 400,}_{\text{80 hotéis}}\ \underbrace{600, 600, 600, ..., 600}_{\text{20 hotéis}}\right)$$

Como esse rol tem um número par de elementos, temos que a mediana *Md* é a média aritmética entre os dois termos centrais, isto é: $Md = \frac{300 + 400}{2} = 350$, ou seja, o valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal na cidade é de R$ 350,00.
Alternativa **c**.

44.

Classe (nº de livros)	Frequência relativa	Frequência (nº de universitários)
1 livro	34%	85
2 livros	22%	55
3 livros	20%	50
4 livros	14%	35
5 livros	10%	25

a) $\overline{x} = \frac{85 \cdot 1 + 55 \cdot 2 + 50 \cdot 3 + 35 \cdot 4 + 25 \cdot 5}{250} \Rightarrow \overline{x} = \frac{85 + 110 + 150 + 140 + 125}{250}$

$\therefore\ \overline{x} = \frac{610}{250} = 2{,}44$

A média do número de livros lidos no ano por pessoa entrevistada é 2,44.

b) A classe de maior frequência é "1 livro"; portanto, a moda dessa amostra é a classe "1 livro".
A amostra é formada por 250 elementos, que colocados em rol são:

$$\underbrace{\text{1 livro, 1 livro, ..., 1 livro,}}_{34\%}\ \underbrace{\text{2 livros, ..., 2 livros, ...,}}_{22\%}\ \underbrace{\text{5 livros, ..., 5 livros}}_{10\%}$$

Assim, a mediana é 2 livros.

45.

Classe (nota)	Frequência (nº de alunos)
4	30
5	80
6	90
8	40
9	10
	$F_t = 250$

- $\overline{x} = \frac{4 \cdot 30 + 5 \cdot 80 + 6 \cdot 90 + 8 \cdot 40 + 9 \cdot 10}{250} = 5{,}88$
- $Mo = 6$, pois 6 é a nota de maior frequência.
- $Md = 6$, pois 6 é a média aritmética entre os termos $a_{125} = 6$ e $a_{126} = 6$ do rol formado pelas notas das provas.

Assim, $Mo = Md$ e $\overline{x} < Md$.
Alternativa **c**.

46. Representando em rol as idades dos brasileiros que habitavam o país em 2010, temos que a idade que divide esse rol em partes com o mesmo número de elementos é 28,8 anos. Logo, pelo menos metade da população brasileira tinha no máximo 28,8 anos em 2010.
Alternativa **e**.

47. Como temos um total de 50 cenas selecionadas, o tempo médio de corte por cena é:

$\overline{x} = \frac{40}{50}$ min $= 0{,}8$ min

Dividindo o tempo de corte, 40 min, em partes diretamente proporcionais a $18 \cdot 3$, $11 \cdot 4$, $5 \cdot 6$ e $16 \cdot 2$, obtemos, respectivamente, 0,75 min, 1 min, 1,5 min e 0,5 min. Assim, construímos a tabela:

Número de cenas	Corte por cena (min)
18	0,75
11	1
5	1,5
16	0,5

Logo, o desvio absoluto médio será:

$$Dam = \frac{|0{,}75 - 0{,}8| \cdot 18 + |1 - 0{,}8| \cdot 11 + |1{,}5 - 0{,}8| \cdot 5 + |0{,}5 - 0{,}8| \cdot 16}{50} \text{ min} = 0{,}228 \text{ min}$$

Alternativa **b**.

48. Indicando por σ o desvio padrão, temos que:

$$\sigma = \frac{90 \text{ kg}}{\text{talhão}} = \frac{90 \text{ kg}}{30.000 \text{ m}^2} = \frac{1{,}5 \cdot 60 \text{ kg}}{3 \cdot 10.000 \text{ m}^2} = \frac{1{,}5}{3} \text{ saca/hectare} \Rightarrow \sigma = 0{,}5 \text{ saca/hectare}$$

Logo, a variância σ^2 é dada por:

$$\sigma^2 = (0{,}5 \text{ saca/hectare})^2 = 0{,}25 \text{ (saca/hectare)}^2$$

Alternativa **e**.

49. **a)** Sendo $\overline{x}_A$ e $\overline{x}_B$ o consumo médio dos veículos A e B, respectivamente, temos:

- Automóvel A:

$$\overline{x}_A = \frac{10{,}3 + 12{,}7 + 11{,}2}{3} \text{ km/L} = 11{,}4 \text{ km/L}$$

- Automóvel B:

$$\overline{x}_B = \frac{10{,}8 + 11{,}6 + 11{,}8}{3} \text{ km/L} = 11{,}4 \text{ km/L}$$

Logo, as médias são iguais a 11,4 km/L.

b) Automóvel A:

$$\sigma_A^2 = \frac{(10{,}3 - 11{,}4)^2 + (12{,}7 - 11{,}4)^2 + (11{,}2 - 11{,}4)^2}{3} = \frac{1{,}21 + 1{,}69 + 0{,}04}{3}$$

$$\therefore \sigma_A^2 = \frac{2{,}94}{3} = 0{,}98$$

Automóvel B:

$$\sigma_B^2 = \frac{(10{,}8 - 11{,}4)^2 + (11{,}6 - 11{,}4)^2 + (11{,}8 - 11{,}4)^2}{3} = \frac{0{,}36 + 0{,}04 + 0{,}16}{3}$$

$$\therefore \sigma_B^2 = \frac{0{,}56}{3} \approx 0{,}19$$

c) O desempenho do automóvel B foi melhor que o do A, pois $\sigma_B^2 < \sigma_A^2$.

50. (01) F, pois os conjuntos $A = \{1, 3\}$ e $B = \{-1, 5\}$ têm a mesma média aritmética, 2, e suas variâncias são dadas, respectivamente, por:

$$\sigma_A^2 = \frac{(1-2)^2 + (3-2)^2}{2} = 1 \text{ e } \sigma_B^2 = \frac{(-1-2)^2 + (5-2)^2}{2} = 6{,}5$$

(02) V, pois, se dois conjuntos numéricos A e B têm desvios padrão σ_A e σ_B, respectivamente, com $\sigma_A = \sigma_B$, então $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$. Como o quadrado do desvio padrão é a variância do respectivo conjunto, concluímos que A e B têm a mesma variância caso tenham também o mesmo desvio padrão.

(04) F, pois pelo menos 50% dos alunos tiveram nota menor ou igual a 4, que é o valor da mediana.

(08) V, de acordo com a justificativa a seguir.

Indicando o conjunto de n elementos por $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n\}$, com $a_1 = a_2 = a_3 = 10{,}5$, isto é, $A = \{10{,}5; 10{,}5; 10{,}5; a_4; ...; a_n\}$, temos:

$$\begin{cases} \dfrac{3 \cdot 10{,}5 + a_4 + a_5 + ... + a_n}{n} = 6{,}5 \\ \dfrac{a_4 + a_5 + ... + a_n}{n-3} = 5{,}5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_4 + a_5 + ... + a_n = 6{,}5n - 31{,}5 \\ a_4 + a_5 + ... + a_n = 5{,}5(n-3) \end{cases}$$

Assim:

$6{,}5n - 31{,}5 = 5{,}5(n - 3) \Rightarrow n = 15$

(16) F, de acordo com a justificativa a seguir.
Indicando por $\overline{x}$ e σ^2 a média aritmética e a variância do conjunto de funcionários, antes da contratação dos dois novos, temos:

$$\overline{x} = \frac{300 \cdot 6 + 450 \cdot 4 + 500 \cdot 3 + 1.000 \cdot 7}{6 + 4 + 3 + 7} = 605$$

e

$$\sigma^2 = \frac{(300 - 605)^2 \cdot 6 + (450 - 605)^2 \cdot 4 + (500 - 605)^2 \cdot 3 + (1.000 - 605)^2 \cdot 7}{6 + 4 + 3 + 7}$$

Como os salários dos dois novos funcionários contratados são iguais à média aritmética anterior, $\overline{x}$, temos que a média aritmética continuará a mesma, com a inclusão dos dois novos salários. Assim, a variância σ'^2, com a inclusão dos dois novos salários, é calculada por:

$$\sigma'^2 = \frac{(300 - 605)^2 \cdot 6 + (450 - 605)^2 \cdot 4 + (500 - 605)^2 \cdot 3 + (1.000 - 605)^2 \cdot 7 + (605 - 605)^2 \cdot 2}{6 + 4 + 3 + 7 + 2}$$

Observamos que σ'^2, em relação a σ^2, manteve o mesmo numerador e aumentou o denominador; logo, $\sigma'^2 < \sigma^2$.

- A soma das alternativas corretas é: 02 + 08 = 10

51. a) Município A:

$$\overline{x}_A = \frac{54 + 171 + 75}{3} = \frac{300}{3} = 100$$

Assim:

$$\sigma_A^2 = \frac{(54 - 100)^2 + (171 - 100)^2 + (75 - 100)^2}{3} \Rightarrow \sigma_A^2 = \frac{2.116 + 5.041 + 625}{3} = \frac{7.782}{3} = 2.594$$

$\therefore\ \sigma_A = \sqrt{2.594}$

Município B:

$$\overline{x}_B = \frac{50 + 170 + 80}{3} = \frac{300}{3} = 100$$

Assim:

$$\sigma_B^2 = \frac{(50 - 100)^2 + (170 - 100)^2 + (80 - 100)^2}{3} \Rightarrow \sigma_B^2 = \frac{2.500 + 4.900 + 400}{3} = \frac{7.800}{3} = 2.600$$

$\therefore\ \sigma_B = \sqrt{2.600}$

b) A distribuição foi menos dispersa no município A que no município B, pois $\sigma_A < \sigma_B$.

52. Os pontos médios das classes são 500, 1.500, 2.500, 3.500 e 4.500. Assim, indicando, respectivamente, por $\overline{x}_A$ e $\overline{x}_B$ as médias salariais e por $Dam_{(A)}$ e $Dam_{(B)}$ os desvios absolutos médios das empresas A e B, temos:

$$\overline{x}_A = \frac{30 \cdot 500 + 20 \cdot 1.500 + 20 \cdot 2.500 + 15 \cdot 3.500 + 15 \cdot 4.500}{100} = 2.150$$

$$Dam_{(A)} = \frac{30|500 - 2.150| + 20|1.500 - 2.150| + 20|2.500 - 2.150| + 15|3.500 - 2.150| + 15|4.500 - 2.150|}{100} = 1.250$$

$$\overline{x}_B = \frac{25 \cdot 500 + 20 \cdot 1.500 + 20 \cdot 2.500 + 35 \cdot 3.500}{100} = 2.150$$

$$Dam_{(B)} = \frac{25|500 - 2.150| + 20|1.500 - 2.150| + 20|2.500 - 2.150| + 35|3.500 - 2.150|}{100} = 1.085$$

A empresa B tem melhor distribuição salarial que a empresa A, pois $Dam_{(B)} < Dam_{(A)}$.

53. a) A maior e a menor taxas de médicos por mil habitantes apresentadas na tabela são 4,09 e 0,71, que ocorrem no Distrito Federal (DF) e em Amazonas (AM), respectivamente.

b) As únicas unidades da federação que atingem a taxa considerada ideal são: Rio de Janeiro (RJ), São Paulo (SP) e Distrito Federal (DF) com taxas de 3,62, 2,64 e 4,09 médicos por mil habitantes, respectivamente.

c) Indicando por $\overline{x}_{Nt}$, $\overline{x}_{Nd}$, $\overline{x}_{Sd}$, $\overline{x}_{Sl}$ e $\overline{x}_{CO}$ as taxas médias de médicos por 1.000 habitantes das regiões Norte, Nordeste, Sudeste, Sul e Centro-Oeste, respectivamente, temos:

$$\overline{x}_{Nt} = \frac{1,08 + 1,12 + 0,95 + 0,84 + 1,19 + 1,38 + 1,36}{7} \Rightarrow \overline{x}_{Nt} \approx 1,13$$

$$\overline{x}_{Nd} = \frac{1,24 + 1,25 + 1,16 + 0,71 + 1,38 + 1,57 + 1,05 + 1,43 + 1,42}{9} \Rightarrow \overline{x}_{Nd} \approx 1,25$$

$$\overline{x}_{Sd} = \frac{2,17 + 2,04 + 3,62 + 2,64}{4} \Rightarrow \overline{x}_{Sd} \approx 2,62$$

$$\overline{x}_{Sl} = \frac{1,87 + 2,37 + 1,98}{3} \Rightarrow \overline{x}_{Sl} \approx 2,07$$

$$\overline{x}_{CO} = \frac{4,09 + 1,73 + 1,69 + 1,26}{4} \Rightarrow \overline{x}_{CO} \approx 2,19$$

d) Indicando por S_{Nt}, S_{Nd}, S_{Sd}, S_{Sl} e S_{CO} os desvios padrão da amostra de taxas das regiões Norte, Nordeste, Sudeste, Sul e Centro-Oeste, respectivamente, temos:

$$S_{Nt} \approx \sqrt{\frac{(1{,}08-1{,}13)^2+(1{,}12-1{,}13)^2+(0{,}95-1{,}13)^2+(0{,}84-1{,}13)^2+(1{,}19-1{,}13)^2+(1{,}38-1{,}13)^2+(1{,}36-1{,}13)^2}{7}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{Nt} \approx 0{,}18$$

$$S_{Nd} \approx \sqrt{\frac{(1{,}24-1{,}25)^2+(1{,}25-1{,}25)^2+(1{,}16-1{,}25)^2+(0{,}71-1{,}25)^2+(1{,}38-1{,}25)^2+(1{,}57-1{,}25)^2+(1{,}05-1{,}25)^2+(1{,}43-1{,}25)^2+(1{,}42-1{,}25)^2}{9}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{Nd} \approx 0{,}24$$

$$S_{Sd} \approx \sqrt{\frac{(2{,}17-2{,}62)^2+(2{,}04-2{,}62)^2+(3{,}62-2{,}62)^2+(2{,}64-2{,}62)^2}{4}} \Rightarrow S_{Sd} \approx 0{,}62$$

$$S_{Sl} \approx \sqrt{\frac{(1{,}87-2{,}07)^2+(2{,}37-2{,}07)^2+(1{,}98-2{,}07)^2}{3}} \Rightarrow S_{Sl} \approx 0{,}21$$

$$S_{CO} \approx \sqrt{\frac{(4{,}09-2{,}19)^2+(1{,}73-2{,}19)^2+(1{,}69-2{,}19)^2+(1{,}26-2{,}19)^2}{4}} \Rightarrow S_{CO} \approx 1{,}11$$

Pré-requisitos para o capítulo 2

1. a) O ponto médio é aquele que divide $\overline{AI}$ em dois segmentos congruentes, logo E é o ponto médio.

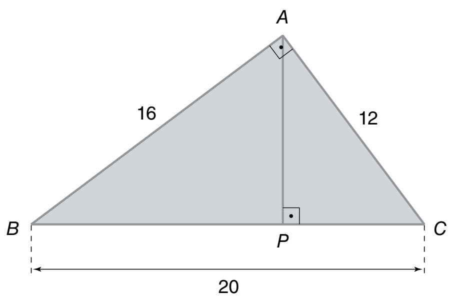
b) Seja u a medida de cada um dos oito segmentos congruentes. Assim, percorrendo o segmento $\overline{AI}$ de A para I, constatamos que antes de chegar ao ponto D percorremos três segmentos de medida u, e depois de passar por D percorremos cinco segmentos de medida u. Logo, o ponto D divide o segmento $\overline{AI}$, de A para I, na razão $\frac{3}{5}$.

c) Seja u a medida de cada um dos oito segmentos congruentes. Assim, percorrendo o segmento $\overline{AI}$ de I para A, constatamos que antes de chegar ao ponto F percorremos três segmentos de medida u, e depois de passar por F percorremos cinco segmentos de medida u. Logo, o ponto F divide o segmento $\overline{AI}$, de I para A, na razão $\frac{3}{5}$.

2. $\alpha + 3\alpha + 10° + 2\alpha - 10° = 180° \Rightarrow \alpha = 30°$
$4\beta = \beta + 10° + 2\beta + 30° \Rightarrow \beta = 40°$

3. a) $(BC)^2 = 12^2 + 16^2 \Rightarrow BC = 20$

b)



Por uma das relações métricas do triângulo retângulo, temos:

$$20 \cdot (PB) = 16^2 \Rightarrow PB = 12{,}8$$

4. Como β é a medida de um ângulo obtuso e α é a medida de um ângulo agudo, temos que:
$\text{tg}\,\alpha > 0$ e $\text{tg}\,\beta < 0$
Alternativa **e**.

5. $\text{tg}\,(a+b) = \dfrac{\text{tg}\,a + \text{tg}\,b}{1 - \text{tg}\,a \cdot \text{tg}\,b} \Rightarrow 3 = \dfrac{2 + \text{tg}\,b}{1 - 2 \cdot \text{tg}\,b}$

$\therefore\ \text{tg}\,b = \dfrac{1}{7}$

Trabalhando em equipe

Matemática sem fronteiras

1. A escolha de diferentes escalas pode causar uma aparente diferença de crescimento nos gráficos. Alternativa **d**.

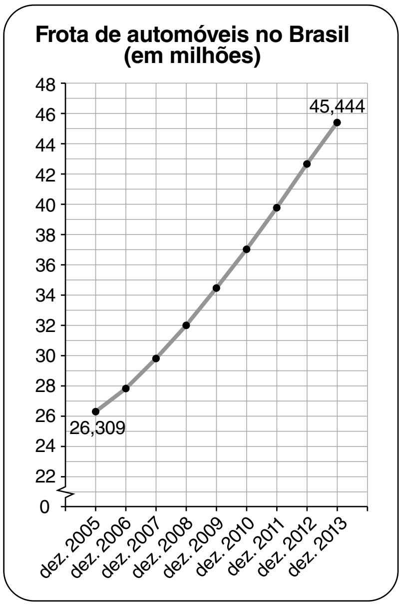
2. Resposta possível: As informações fornecidas são insuficientes para concluir que é mais seguro viajar no trecho paranaense do que no trecho catarinense, isso porque foram considerados valores absolutos (número de acidentes) e não valores relativos (percentuais). Se no trecho paranaense a razão do número de carros acidentados para o número de carros que trafegam nesse trecho for maior que a razão calculada de maneira equivalente no trecho catarinense, então é mais seguro viajar de carro no segundo trecho.

Análise da resolução

COMENTÁRIO: A comparação das taxas de variação por meio das inclinações entre os segmentos de reta que compõem o gráfico só pode ser feita se em cada eixo for adotado um mesmo comprimento para indicar a unidade. Assim a resolução do item **a** está correta, pois de 2005 a 2011 os segmentos que indicam 1 ano no eixo horizontal têm o mesmo comprimento. Porém, a resolução do item **b** está incorreta, pois de dezembro de 2005 a dezembro de 2011 o eixo horizontal foi dividido em segmentos de medida u, que indicam 1 ano, e de dezembro de 2011 a dezembro de 2013 cada segmento de medida u indica 1 mês.

Resolução correta:

b) Para poder comparar as inclinações dos segmentos de reta que compõem o gráfico, o aluno deveria adotar o mesmo comprimento de segmento para indicar 1 ano no eixo horizontal. Com essa correção, tem-se o gráfico:



Assim, observa-se que a inclinação do segmento de reta com extremos nos pontos correspondentes a dezembro de 2011 e dezembro de 2012 é maior que a inclinação do segmento de reta com extremos nos pontos correspondentes a dezembro de 2005 e dezembro de 2006. Logo, a taxa de crescimento da frota de automóveis no Brasil foi maior no período de dezembro de 2011 a dezembro de 2012 do que no período de dezembro de 2005 a dezembro de 2006.