LIVRO INTENSIVO on-line

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Somos amigos, professores e compartilhamos de uma mesma paixão: ensinar!

Nosso objetivo é desmistificar a matemática e mostrar que um ensino de qualidade pode andar de mãos dadas com aulas leves e descontraídas.

Marcelo, é o nosso MESTRE mais engraçado. Papyto da Luísa e da Laura e companheiro da Fernanda, ama viajar com a família. Seu maior sonho é carimbar o seu passaporte em 50 países diferentes, atualmente já está caminhando para o vigésimo país. Acordar tarde é uma de suas paixões, junto com a culinária japonesa, apesar de seu prato preferido ser um belo bobó de camarão! Morre de preguiça de malhar, todo dia é uma batalha contra a balança...rsrsrrs. Um amante do cinema que atualmente só assiste filmes infantis com suas filhas. Seu maior tesouro são sua família e seus amigos e seu lema de vida é: CARPE DIEM.

Luiz é o nosso MESTRE mais estudioso, pai do Tiago e parceiro da Flávia, Luiz tem na família suas grandes referências. Adora matemática e principalmente ENSINAR matemática. Acredita que é possível trabalhar os conceitos de um forma leve e precisa, aliando clareza e objetividade, respeitando e valorizando o aluno. Acredita que a literatura e a filosofia são fundamentais para uma boa formação.

Conhecido por suas "saídas rápidas" nos exercícios, Serginho é um MESTRE que adora todos os esportes, principalmente o tênis. é ligado na cultura e ama o cinema, a arte e a música. Adora viajar pelas praias desse Brasil, com a Fabricia, sua esposa e o Raulzinho que também ama os esportes radicais. Seus favoritos no Spotify circulam pelas faixas de rock e jazz.

Se tem alguém incrivelmente bom em números é o Renato, nosso MESTRE é autor do livro: Teoria dos Números. Um super paizão, que está sempre acompanhando o Tomás e o Gabriel nas competições de natação. Além, de saber a música “Let It Go” completa do Frozen, uma das paixões da Eduarda. Gosta muito de música, futebol e da sua parceira Valéria, com quem adora degustar uns bons vinhos. Ninguém tem mais camisas do Atlético Mineiro que ele, sua paixão é tão grande que foi estampada na pele.

Seja muito bem-vindo ao lado MESTRES da força e ao nosso LIVRO MESTRES.

Índice

MAT 3

MAT 4

MAT 1

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Conjuntos Numéricos

1) CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS $(\mathbb{N})$

O conjunto dos números Naturais nasceu da necessidade do ser humano de contar as coisas e esse conjunto foi representado por $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,...\}$, alguns matemáticos preferem usar os números Naturais sem o zero, definindo o conjunto $\mathbb{N}^*=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,...\}$.

PROPRIEDADES ALGÉBRICAS

1) Fechamento: $a+b$ é um número natural e $a\cdot b$ é um número natural

2) Associatividade: $a+(b+c)=(a+b)+c$ e $a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$

3) Comutatividade: $a+b=b+a$ e $a\cdot b=b\cdot a$

4) Existência de um Elemento neutro: $a+0=a$ e $a\cdot 1=a$

5) Distributividade: $a\cdot(b+c)=(a\cdot b)+(a\cdot c)$

6) Nenhum divisor de zero: Se $a\cdot b=0 \Rightarrow a=0$ ou $b=0$

Dentro do conjunto dos números naturais existem alguns tipos de números muito especiais, vejamos agora alguns deles.

Números Pares: números que deixam resto 0 na divisão por 2.

$\{0,2,4,6,8,10,12,...\} \Rightarrow P=\{x=2n\,/\,n\in\mathbb{N}\}$

Números Ímpares: números que deixam resto 1 na divisão por 2.

$\{1,3,5,7,9,11,13,...\} \Rightarrow I=\{x=2n+1\,/\,n\in\mathbb{N}\}$

Números múltiplos de três

$\{0,3,6,9,12,...\} \Rightarrow M(3)=\{x=3n\,/\,n\in\mathbb{N}\}$

NÚMEROS COMPOSTOS: Um número natural positivo é composto quando ele possui mais de dois divisores naturais. Os números 6, 28, 125, 1448 são alguns exemplos de números compostos.

NÚMEROS PRIMOS: Um número natural n > 1 é primo quando ele possui apenas dois divisores naturais.

$\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,...\}$

Como reconhecer os números primos? Existe um algoritmo muito interessante para responder essa pergunta, veja: Sendo dado um número natural N tenta-se dividi-lo, sucessivamente, pelos números $n=2,3,...,$ até $\sqrt{N}$ (o maior inteiro inferior a $\sqrt{N}$), se nenhum desses números divide N, então N é primo.

EX: $n=373$

Como $19<\sqrt{373}<20$ então os números primos menores que $\sqrt{373}$ são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 e 19 mas como nenhum desses primos divide o 373, então concluímos que 373 é primo.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

DIVISÃO EUCLIDIANA

Sejam a e b números naturais não nulos onde $a > b$. Ao dividir a por b estamos procurando números naturais r e q, tais que $a = bq + r$ onde $0 \leq r < b$.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} r & q \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a = dividendo \\ b = divisor \\ q = quociente \\ r = resto \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \\ r = b - 1 \text{ é o maior resto possível} \end{cases}$$

OBS: Na divisão de 48 por 6, encontramos quociente igual a 8 e resto igual a 0, nesse caso dizemos que a divisão é exata e também podemos concluir que:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 6 \\ \cline{2-2} 0 & 8 \end{array} \Rightarrow 48 = 6 \cdot 8 + 0 \Rightarrow 48 = 6 \cdot 8 \Rightarrow \begin{cases} 48 \text{ é divisível por } 6 \\ 48 \text{ é múlitplo de } 6 \\ 6 \text{ é divisor de } 48 \\ 6 \text{ divide } 48 \end{cases}$$

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Divisibilidade por 2, 4 ou 8: Um número é divisível por 2, se seu último algarismo for divisível por 2. Por 4 se seus 2 últimos algarismos for divisível por 4. Por 8 se seus 3 últimos algarismos for um número divisível por 8.

34.742 $\rightarrow$ é divisível por 2, não é por 4 nem 8.
747.184 $\rightarrow$ é divisível por 2, 4 e 8.

Divisibilidade por 3 e 9: Um número é divisível por 3 (ou por 9) se a soma de seus algarismos for divisível por 3 (ou por 9).

7.478 $\rightarrow$ é divisível por 3 nem por 9.
146.103 $\rightarrow$ é divisível por 3 e não é por 9.

Divisibilidade por 5: Um número é divisível por 5 se ele terminar em 0 ou 5.

47.175 $\rightarrow$ é divisível por 5.
32.400 $\rightarrow$ é divisível por 5.

Divisibilidade por 10: Um número é divisível por 10 se ele terminar em 0.

52.380 $\rightarrow$ é divisível por 10.

Divisibilidade por 11: Um número é divisível por 11 se a soma dos algarismos de ordem ímpares menos a soma dos algarismos de ordem pares for divisível por 11.

1.721.379 $\rightarrow$ ordem ímpar: 9 + 3 + 2 + 1 = 15
ordem par: 7 + 1 + 7 = 15
15 – 15 = 0

0 é divisível por 11 (ok!)

Divisibilidade por 6 e 12:

Um número é divisível por 6 se for divisível por 2 e por 3.
Um número é divisível por 12 se for divisível por 3 e por 4.

OBS: De um modo geral se um número n é divisível por a e b com a e b primos entre si, n é divisível por $a \cdot b$.

Desse modo, um número é divisível por 15 se for divisível por 3 e 5; é divisível por 45 se for divisível por 5 e 9, e assim por diante.

Lembrete: Dois números são primos entre si se o único divisor comum a eles for 1.

OBS: Observe que os números 0 e 1 não são primos nem compostos.

TEOREMA FUNDAMENTAL DA ARITMÉTICA:

Todo número composto pode ser escrito de maneira única como um produto de fatores primos.
EX:

120	2	
60	2	
30	2	
15	3	
5	5	
1		$2^3 \times 3 \times 5$

420	2	
210	2	
105	3	
35	5	
7	7	
1		$2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

EX: Calcule quantos são e quais são os divisores de 75?

		1	
75	3	3	
25	5	5	15
5	5	25	75

Como $75 = 3^1 \cdot 5^2$, então o seu número de divisores será (1 + 1) (2 + 1) = 2. 3 = 6 divisores

D(75) = {1, 3, 5, 15, 25, 75}

Para calcular o número de divisores naturais de um número natural N, denotado por $d(N)$, devemos primeiro decompor o número N em fatores primos, ou seja, considere $N = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \cdot \cdots \cdot p_n^{\alpha_n}$ onde $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ são números primos distintos, então teremos que $d(N) = (\alpha_1 + 1) \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot (\alpha_3 + 1) \cdot \cdots \cdot (\alpha_n + 1)$.

EX: n = 1188. Decompondo n = 1188 em fatores primos, temos:

$1188 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 11 \Rightarrow d(1188) = (2+1) \cdot (3+1) \cdot (1+1) = 24$.

EX: n = 73500. Decompondo n = 73500 em fatores primos, temos:

$73500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \Rightarrow d(73500) = (2+1) \cdot (1+1) \cdot (3+1) \cdot (2+1) = 72$

MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)

DEFINIÇÃO: O máximo divisor comum d de um conjunto de números é o maior número que divide simultaneamente todos os números desse conjunto. Se existir outro número n que divide simultaneamente todos os números desse conjunto então n será um divisor de d.

Consideremos os divisores de 54 e 48.

D(54) = {1, 2, 3, <u>6</u>, 9, 18, 27, 54}

D(48) = {1, 2, 3, 4, <u>6</u>, 8, 12, 16, 24, 48}

O maior dos divisores comuns é 6 logo o M.D.C. (48, 54) = 6

REGRA PRÁTICA: Devemos fazer os seguintes procedimentos:

1º) Decomponha cada um dos números em fatores primos ou potências de primos;

2º) Pegar todos os fatores primos comuns na fatoração de cada número, com o menor expoente, e depois multiplica-los.

EX: MDC (108,84) $\begin{cases} 108 = 2^2 \cdot 3^3 \\ 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \end{cases} \Rightarrow MDC(108,84) = 2^2 \cdot 3 = 12$

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)

DEFINIÇÃO: O mínimo múltiplo comum m de um conjunto de números é o menor número que é divisível simultaneamente por todos os números desse conjunto. Se existir outro número n que é divisível simultaneamente por todos os números desse conjunto então n será um múltiplo de m.

Consideremos os múltiplos de 6 e 9.

M(6) = {0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...}

M(9) = {0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, ...}

O menor dos múltiplos comuns, diferente de zero, é o 18 logo o M.M.C. (6, 9) = 18

REGRA PRÁTICA: Devemos fazer os seguintes procedimentos:

1º) Decomponha cada um dos números em fatores primos ou potências de primos;

2º) Pegar todos os fatores primos comuns e não comuns na fatoração de cada número, com o maior expoente, e depois multiplica-los.

EX: MMC (120,42,36) $\begin{cases} 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \\ 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \\ 36 = 2^2 \cdot 3^2 \end{cases} \Rightarrow MMC(120,42,36) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$

OBS: Para a e b inteiros positivos temos, $MDC(a,b) \cdot MMC(a,b) = a \cdot b$

NÚMEROS NATURAIS ($\mathbb{N}$) - DIVISÃO EUCLIDEANA, NÚMEROS PRIMOS E FATORAÇÃO

1) (UFU-MG) Considere a e b dois números naturais, tais que $a - b = 23$. Sabendo-se que, na divisão de a por b, o quociente é 8 e o resto é o maior possível, então $a + b$ é igual a:

a) 29
b) 26
c) 32
d) 36

2) Numa divisão de naturais, o dividendo é 62, o quociente é o sucessor do divisor e o resto é o maior possível. O quociente dessa divisão é igual a:

a) 6
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10

3) Numa divisão por 12, o dividendo, quociente e resto são números inteiros positivos. Se o quociente é igual a raiz quadrada do resto, então o número de divisões possíveis e a soma dos possíveis dividendos, são, respectivamente:

a) 3 e 86

b) 3 e 81

c) 3 e 174

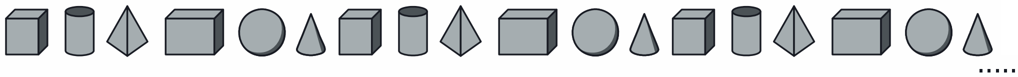
d) 4 e 174

e) 4 e 86

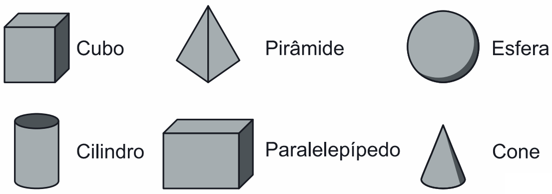
4) (UERJ 2016) Uma campanha de supermercado permite a troca de oito garrafas vazias, de qualquer volume, por uma garrafa de 1 litro cheia de guaraná. Considere uma pessoa que, tendo 96 garrafas vazias, fez todas as trocas possíveis. Após esvaziar todas as garrafas que ganhou, ela também as troca no mesmo supermercado. Se não são acrescentadas novas garrafas vazias, o total máximo de litros de guaraná recebidos por essa pessoa em todo o processo de troca equivale a:

a) 12
b) 13
c) 14
d) 15

5) Observe a sequência de sólidos geométricos:



Ela é formada por algumas figuras geométricas espaciais, a saber:



Ao continuarmos essa sequência, encontraremos na 7 40ª posição o sólido conhecido como

a) Esfera.
b) Cilindro.
c) Pirâmide.
d) Paralelepípedo.

6) Os números naturais estão dispostos em quadrados do seguinte modo:

1	2	3		10	11	12	19
4	5	6		13	14	15	
7	8	9		16	17	18	

Ao posicionarmos o número 650 de acordo com o padrão acima, podemos afirmar que o mesmo ocupará, em relação ao quadrado correspondente:

a) a primeira linha e a segunda coluna.

b) a segunda linha e a primeira coluna.

c) a terceira linha e a segunda coluna.

d) a segunda linha e a terceira coluna.

7) (UERJ 2016) O ano bissexto possui 366 dias e sempre é múltiplo de 4. O ano de 2012 foi o último bissexto. Porém, há casos especiais de anos que, apesar de múltiplos de 4
são múltiplos de 100 e não são múltiplos de 400 O ano de 1900 foi o último caso especial. A soma dos algarismos do próximo ano que será um caso especial é:

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6

8) (UNIFOR 2014) O dia 04 de julho de um certo ano ocorreu numa sexta-feira. Então, 06 de fevereiro do ano seguinte foi:

a) segunda-feira
b) terça-feira
c) quarta-feira
d) quinta-feira
e) sexta-feira

9) Sabe-se que se num determinado ano o mês de fevereiro possui 29 dias então esse ano possui um total de 366 dias e é denominado bissexto. Sabendo que o dia 15 de agosto de 2007 foi uma quarta-feira, em qual dos anos abaixo o dia 15 de agosto será uma segunda-feira?

a) 2018
b) 2019
c) 2020
d) 2021
e) 2022

10) (ESPM 2015) O número natural $N = 474747.....47X$ possui 47 algarismos e é múltiplo de 9. O valor do algarismo X é:

a) 4
b) 7
c) 3
d) 8
e) 5

11) (UECE 2016) A sequência de números inteiros $0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots$ é conhecida como sequência de Fibonacci. Esta sequência possui uma lógica construtiva que relaciona cada termo, a partir do terceiro, com os dois termos que lhe são precedentes. Se p e q são os menores números primos que são termos dessa sequência localizados após o décimo termo, então, valor de $p + q$ é:

a) 322
b) 312
c) 342
d) 332

12) (UNIFESP 2008) O número de inteiros positivos que são divisores do número $N = 21^4 \times 35^3$, inclusive 1 e N, é
a) 84
b) 86
c) 140
d) 160
e) 162

13) (UFCE) Se o número inteiro $64 \cdot 3^{p-1}$ possui 35 divisores naturais, então p é igual a:

a) 14

b) 10

c) 7

d) 5

e) 3

14) (INSPER 2012) O menor número inteiro e positivo que deve ser multiplicado por 2.012 para que o resultado obtido seja um cubo perfeito é

a) 8.048
b) 253.009
c) 506.018
d) 1.012.036
e) 4.048.144

15) (UFCE 2008) Os números naturais p = 2^{31} - 1 e q = 2^{61} - 1 são primos. Então, o número de divisores de 2pq é igual a:

a) 1
b) 2
c) 4
d) 6
e) 8

16) Seja $M = 2010^2 \cdot 3000 - 3000 \cdot 2008^2$. A única afirmativa FALSA é:

a) M é divisível por 3000.

b) Na sua fatoração, M possui exatamente 5 fatores primos.

c) M é divisível por 41.

d) M é divisível por 11.

oma é igual a 17) (ESPM) A diferença entre
esse número e o número que se obtém invertendo-se a ordem dos seus algarismos é igual a 27. A quantidade de divisores naturais de N é:

a) 4
b) 2
c) 8
d) 6
e) 12

18) Ada Byron (Condessa de Lovelace), filha do poeta inglês Lord Byron, viveu no século XIX e foi pioneira na história do desenvolvimento de programas para computador junto com Charles Babbage. Certo dia, ao lhe perguntarem a idade, ela respondeu: “Se trocarmos a ordem dos seus algarismos e elevarmos ao quadrado, obteremos justamente o ano em que estamos”.
(Ministério da Educação. *Explorando o Ensino da Matemática – Artigos*. Volume 1. Brasília, 2004, p.191. Adaptado)

Em 1977, após x anos de seu nascimento, Ada Byron foi homenageada: uma linguagem de programação foi desenvolvida recebendo o nome de ADA. O valor de x é
a) 119
b) 128
c) 137
d) 151
e) 162

19) (UERJ 2013) Em uma atividade escolar, qualquer número X, inteiro e positivo, é submetido aos procedimentos matemáticos descritos abaixo, quantas vezes forem necessárias, até que se obtenha como resultado final o número 1.

Se X é múltiplo de 3, deve-se dividi-lo por 3.
Se X não é divisível por 3, deve-se calcular X - 1.

A partir de X = 11, por exemplo, os procedimentos são aplicados quatro vezes. Veja a sequência dos resultados obtidos:

10	9	3	1

Iniciando-se com X = 43, o número de vezes que os procedimentos são utilizados é igual a:

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10

20) (PUCMG 2009) Em treinamento que realiza numa pista circular, certo ciclista gasta 21 minutos para completar cada volta, passando sempre pelos pontos A, B e C da pista, nessa ordem. Em cada volta, nos trechos entre A e B e entre B e C, ele gasta, respectivamente, o dobro e o triplo do tempo gasto no trecho entre C e A. Se esse ciclista passou pelo ponto B às 14 horas, pode-se estimar que às 16 horas ele estava:

a) em um dos pontos A, B ou C.
b) no trecho entre A e B.
c) no trecho entre B e C.
d) no trecho entre C e A.

NÚMEROS NATURAIS – DIVISÃO EUCLIDEANA, NÚMEROS PRIMOS E FATORAÇÃO									
1) A	2) C	3) A	4) B	5) B	6) A	7) A	8) E	9) E	10) D
11) A	12) D	13) D	14) C	15) E	16) D	17) E	18) A	19) A	20) B

NÚMEROS NATURAIS ($\mathbb{N}$) - MMC e MDC

21) (UFSM 2004) Estudos e simulações são necessários para melhorar o trânsito. Por exemplo, imagine que, de um terminal rodoviário, partam os ônibus de três empresas A, B e C. Os ônibus da empresa A partem a cada 15 minutos; da empresa B, a cada 20 minutos; da empresa C, a cada 25 minutos. Às 7 h, partem simultaneamente 3 ônibus, um de cada empresa. A próxima partida simultânea dos ônibus das 3 empresas será às

a) 9 h
b) 9 h 50min
c) 10 h 30min
d) 11 h
e) 12 h

22) (UTFPR 2012) Fernanda estava com uma forte inflamação na garganta e foi consultar um especialista. O médico receitou-lhe dois antibióticos. O primeiro deve ser tomado a cada uma hora e trinta minutos e o segundo a cada duas horas e trinta minutos. Sabendo que Fernanda iniciou o tratamento às 7h30min da manhã, tomando os dois medicamentos ao mesmo tempo então ela tomará à noite, os dois medicamentos juntos às:

a) 20 h
b) 21 h
c) 21 h 30 min
d) 22 h
e) 22 h 30 min

23) (UPE 2013) Três colegas caminhoneiros, Santos, Yuri e Belmiro, encontraram-se numa sexta-feira, 12 de agosto, em um restaurante de uma BR, durante o almoço. Santos disse que costuma almoçar nesse restaurante de 8 em 8 dias, Yuri disse que almoça no restaurante de 12 em 12 dias, e Belmiro, de 15 em 15 dias. Com base nessas informações, analise as afirmativas seguintes:

I. Os três caminhoneiros voltarão a se encontrar novamente no dia 13 de dezembro.
II. O dia da semana em que ocorrerá esse novo encontro é uma sexta-feira.
III. Santos e Yuri se encontrarão 4 vezes antes do novo encontro dos três colegas.

Está CORRETO o que se afirma, apenas, em
a) I
b) II
c) III
d) I e II
e) II e III

24) Joãozinho ganhou do seu tio uma lata cheia de bolas de gude, que se forem contadas de 18 em 18, 24 em 24 ou de 48 em 48 bolinhas, sempre sobrariam 8 bolinhas. Se existem entre 400 a 500 bolinhas de gude na lata, quantas latinhas, que comportam 22 bolinhas cada, seriam necessárias para Joãozinho guardar todas as suas bolinhas?

a) 20

b) 22

c) 25

d) 30

e) 35

25) (PUC MG) Um latifundiário decide lotear três terrenos com áreas de 145 ha, 174 ha e 232 ha, de modo que os lotes sejam de áreas iguais e cada um deles tenha a maior área possível. Nessas condições, o número de lotes, depois de feita a divisão, é

a) 15

b) 17

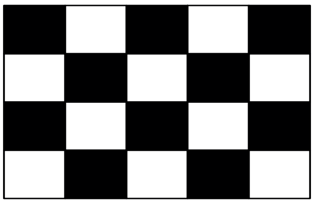
c) 19

d) 21

26) (IFPE 2016) Na Escola Pierre de Fermat, foi realizada uma gincana com o objetivo de arrecadar alimentos para a montagem e doação de cestas básicas. Ao fim da gincana, foram arrecadados 144 pacotes de feijão, 96 pacotes de açúcar, 192 pacotes de arroz e 240 pacotes de fubá. Na montagem das cestas, a diretora exigiu que fosse montado o maior número de cestas possível, de forma que não sobrasse nenhum pacote de alimento e nenhum pacote fosse partido. Seguindo a exigência da diretora, quantos pacotes de feijão teremos em cada cesta?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

27) (UFG 2012) Pretende-se decorar uma parede retangular com quadrados pretos e brancos, formando um padrão quadriculado semelhante ao de um tabuleiro de xadrez e preenchendo toda a parede de maneira exata (sem sobrar espaços ou cortar quadrados). A figura a seguir ilustra uma parte desse padrão quadriculado.
Considerando-se que a parede mede 8,80 m por 5,50 m, o número mínimo de quadrados que se pode colocar na parede é:



a) 40
b) 55
c) 70
d) 95
e) 110

28) Nas divisões dos números naturais 153, 228 e 453 pelo número natural n encontramos restos iguais a 3. Sabendo que n não é um quadrado perfeito, então podemos afirmar que a soma dos possíveis valores de n é igual a:

a) 95

b) 105

c) 120

d) 124

29) Numa quitanda há 1260 bananas, 735 laranjas e 840 caquis. Essas frutas foram agrupadas de tal modo que todos os grupos ficaram com o mesmo número de frutas, com uma só espécie de fruta e com o maior número possível de frutas. Quantos grupos foram formados?

a) 15

b) 20

c) 27

d) 14

e) 7

30) (UEPG 2010) Dois sinais luminosos acendem juntos num determinado instante. Um deles permanece aceso 1 minuto e apagado 30 segundos, enquanto o outro permanece aceso 1 minuto e apagado 20 segundos. A partir desse instante qual o número mínimo de minutos necessários para que os dois sinais voltem a acender juntos outra vez?

a) 8
b) 10
c) 12
d) 14

31) (FJP) Tenho três terrenos, com áreas de 90ha, 130ha e 160ha, respectivamente. Desejo dividi-los no menor número possível de chácaras, todas com a mesma área, e vender cada uma delas por R$ 6.000,00.

Nesse caso, o valor total da venda será de:

a) R$ 228.000,00
b) R$ 234.000,00
c) R$ 238.000,00
d) R$ 240.000,00

32) (UFTM) Márcia fabrica trufas de chocolate, que são vendidas em embalagens com 5, 8 ou 15 unidades. Renata, uma de suas vendedoras, possui em seu estoque 793 trufas, que serão todas vendidas em embalagens do mesmo tipo. Porém ela ainda não decidiu qual das três embalagens irá utilizar. Nessas condições, a menor quantidade de trufas que Márcia deverá acrescentar ao estoque de Renata de modo que, independentemente do tipo de embalagem utilizada, não sobre nenhuma trufa no estoque depois da confecção das embalagens, é igual a

a) 11

b) 23

c) 39

d) 47

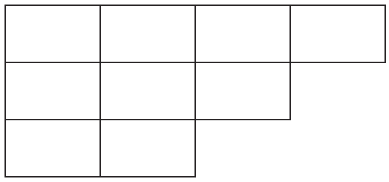
33) Um pedreiro trabalha com azulejos retangulares, de 20 cm por 24 cm. Ao revestir uma parede, ele sempre dispõe os azulejos numa mesma direção e emparelhados, como mostra a figura. O número mínimo de azulejos com os quis ele pode revestir, completamente, uma parede quadrada é

a) 24

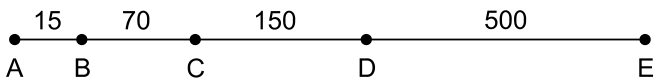
b) 30

c) 60

d) 120



34) (EPCAR 2011) Um agricultor fará uma plantação de feijão em canteiro retilíneo. Para isso, começou a marcar os locais onde plantaria as sementes. A figura abaixo indica os pontos já marcados pelo agricultor e as distâncias, em cm, entre eles.



Esse agricultor, depois, marcou outros pontos entre os já existentes, de modo que a distância d entre todos eles fosse a mesma e a maior possível. Se x representa o número de vezes que a distância d foi obtida pelo agricultor, então x é um número divisível por

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7

35) (CFTMG 2014) Em um campeonato esportivo, todos os jogos iniciarão em 15 de março de 2014. Os jogos de futebol acontecerão a cada 30 dias, os de basquete a cada 45 dias e os de vôlei, a cada 60 dias. Após o início das competições, o primeiro mês em que os jogos das três modalidades voltarão a coincidir é

a) agosto.
b) setembro.
c) novembro.
d) dezembro.

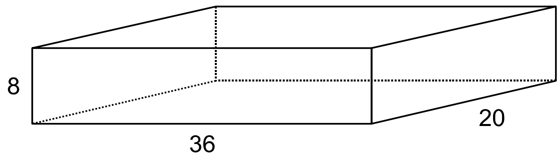
36) (UEPB 2014) Com relação ao movimento dos cometas no universo, sabemos que muitos deles passam pelo planeta Terra em períodos de anos definidos. Os cometas A e B passam de 20 em 20 anos e 35 em 35 anos respectivamente, e suas últimas aparições na Terra ocorreram em 1930. A próxima passagem dos dois pela Terra ocorrerá no ano de:

a) 2072
b) 2060
c) 2075
d) 2070
e) 2065

37) (ESPM 2014) As moedas de 10 e 25 centavos de real tem, praticamente, a mesma espessura. 162 moedas de 10 centavos e 90 moedas de 25 centavos serão empilhadas de modo que, em cada pilha, as moedas sejam do mesmo tipo e todas as pilhas tenham a mesma altura. O menor número possível de pilhas é:

a) 12
b) 13
c) 14
d) 15

38) (MACK 2012) Observe a figura:



O número mínimo de cubos de mesmo volume e dimensões inteiras, que preenchem completamente o paralelepípedo retângulo da figura, é

a) 64
b) 90
c) 48
d) 125
e) 100

39) Uma escola deverá distribuir um total de 1260 bolas de gude amarelas e 9072 bolas de gude verdes entre alguns de seus alunos. Cada aluno contemplado receberá o mesmo número de bolas amarelas e o mesmo número de bolas verdes. Se a escola possui 150 alunos e o maior número possível de alunos da escola deverá ser contemplado, qual o total de bolas que cada aluno contemplado receberá?

a) 84

b) 41

c) 82

d) 42

40) Um país lançou em 02/05/2010 os satélites artificiais A, B e C com as tarefas de fiscalizar o desmatamento em áreas de preservação, as nascentes dos rios e a pesca predatória no Oceano Atlântico. No dia 03/05/2010 podia-se observá-los alinhados, cada um em uma órbita aproximadamente circular diferente, tendo a Terra como centro. Se os satélites A, B e C levam, respectivamente, 6, 10 e 9 dias para darem uma volta completa em torno da terra, então o próximo alinhamento ocorrerá em:

a) 31/07/2010
b) 01/08/2010
c) 02/09/2010
d) 21/08/2010
e) 23/08/2010

NÚMEROS NATURAIS ($\mathbb{N}$) - MMC e MDC									
21) E	22) E	23) C	24) A	25) C	26) C	27) A	28) A	29) C	30) C
31) A	32) D	33) B	34) D	35) B	36) D	37) C	38) B	39) C	40) B

CONJUNTOS NUMÉRICOS

1) (Enem 2010) A classificação de um país no quadro de medalhas nos Jogos Olímpicos depende do número de medalhas de ouro que obteve na competição, tendo como critério de desempate o número de medalhas de prata seguido do número de medalhas de bronze conquistados. Nas Olimpíadas de 2004, o Brasil foi o décimo sexto colocado no quadro de medalhas, tendo obtido 5 medalhas de ouro, 2 de prata e 3 de bronze. Parte desse quadro de medalhas é reproduzida a seguir.

Classificação	País	Medalhas de ouro	Medalhas de prata	Medalhas de bronze	Total de medalhas
8º	Itália	10	11	11	32
9º	Coreia do Sul	9	12	9	30
10º	Grã-Bretanha	9	9	12	30
11º	Cuba	9	7	11	27
12º	Ucrânia	9	5	9	23
13º	Hungria	8	6	3	17

Se o Brasil tivesse obtido mais 4 medalhas de ouro, 4 de prata e 10 de bronze, sem alterações no número de medalhas dos demais países mostrados no quadro, qual teria sido a classificação brasileira no quadro de medalhas das Olimpíadas de 2004?

a) 13°
b) 12°
c) 11°
d) 10°
e) 9°

2) (Enem 2012) A capacidade mínima, em BTU/h, de um aparelho de ar-condicionado, para ambientes sem exposição ao sol, pode ser determinada da seguinte forma:

• 600 BTU/h por m , considerando-se até duas pessoas no ambiente;
• para cada pessoa adicional nesse ambiente, acrescentar 600 BTU/h;
• acrescentar mais 600 BTU/h para cada equipamento eletrônico em funcionamento no ambiente.

Será instalado um aparelho de ar-condicionado em uma sala sem exposição ao sol, de dimensões iguais a 4 m x 5 m, em que permaneçam quatro pessoas e possua um aparelho de televisão em funcionamento. A capacidade mínima, em BTU/h, desse aparelho de ar-condicionado deve ser

a) 12 000
b) 12 600
c) 13 200
d) 13 800
e) 15 000

3) (Enem 2013) O ciclo de atividade magnética do Sol tem um período de 11 anos. O início do primeiro ciclo registrado se deu no começo de 1755 e se estendeu até o final de 1765. Desde então, todos os ciclos de atividade magnética do Sol têm sido registrados.

No ano de 2101, o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número

a) 32
b) 34
c) 33
d) 35
e) 31

4) (Enem 2015) O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano, serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos.

Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

1) cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
2) todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
3) não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

a) 2
b) 4
c) 9
d) 40
e) 80

5) (Enem 2015) Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1.080 cm, todas de mesma largura e espessura.

Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de comprimento nho possível, mas de modo que as novas peças ficassem menor que 2 m.

Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

a) 105 peças
b) 120 peças
c) 210 peças
d) 243 peças
e) 420 peças

6) (Enem 2015) Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres (Figura 2).

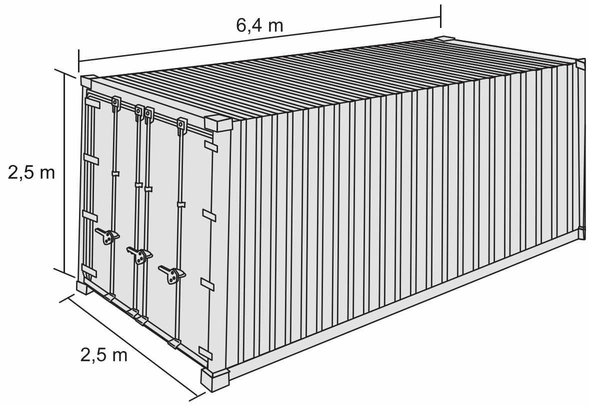


Figura 1

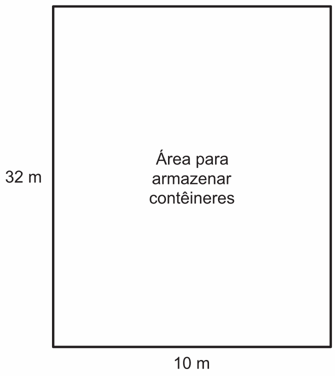


Figura 2

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrarem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo a norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é

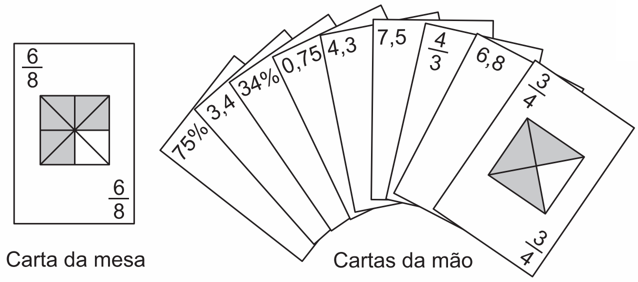
a) 12,5 m
b) 17,5 m
c) 25,0 m
d) 22,5 m
e) 32,5 m

devem te 7) (Enem 2015) Deseja-se comprar lentes para ócul spessuras mais próximas possíveis da medida 3 mm.

No estoque de uma loja, há lentes de espessuras: 3,10 mm, 3,021 mm, 2,96 mm, 2,099 mm e 3,07 mm. Se as lentes forem adquiridas nessa loja, a espessura escolhida será, em milímetros, de

a) 2,099
b) 2,96
c) 3,021
d) 3,07
e) 3,10

8) (Enem 2015) No contexto da matemática recreativa, utilizando diversos materiais didáticos para motivar seus alunos, uma professora organizou um jogo com um tipo de baralho modificado, No início do jogo, vira-se uma carta do baralho na mesa e cada jogador recebe em mãos nove cartas. Deseja-se formar pares de cartas, sendo a primeira carta a da mesa e a segunda, uma carta na mão do jogador, que tenha um valor equivalente àquele descrito na carta da mesa. O objetivo do jogo é verificar qual jogador consegue o maior número de pares. Iniciado o jogo, a carta virada na mesa e as cartas da mão de um jogador são como no esquema:



Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

a) 9
b) 7
c) 5
d) 4
e) 3

9) (Enem 2ª aplicação 2016) Nas construções prediais são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}$ e $\frac{5}{4}$.

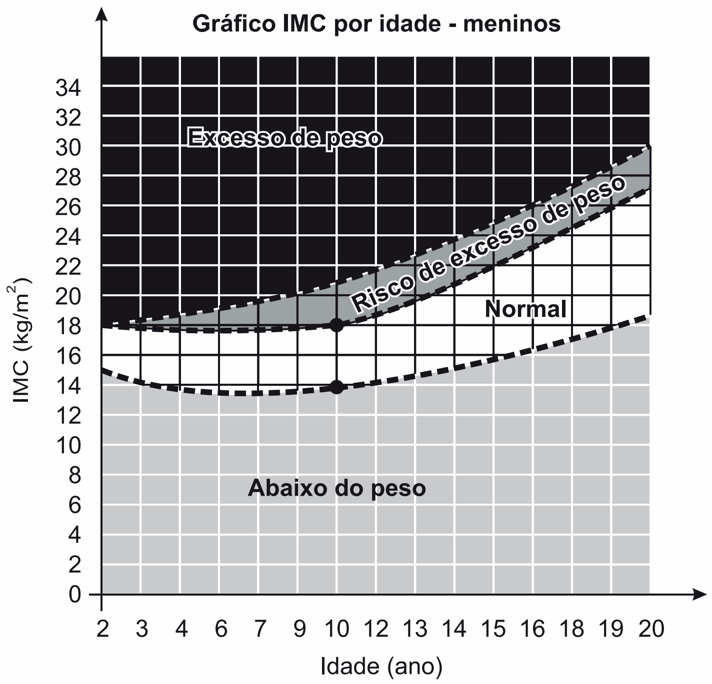
Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos

a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{4}$
b) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}$
c) $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}$
d) $\frac{3}{8}, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}$
e) $\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$

10) (Enem 2016) O Índice de Massa Corporal (IMC) pode ser considerado uma alternativa prática, fácil e barata para a medição direta de gordura corporal.

Seu valor pode ser obtido pela fórmula $IMC = \frac{\text{Massa}}{(\text{altura})^2}$ na qual a massa é em quilograma e a altura, em metro.

As crianças, naturalmente, começam a vida com um alto índice de gordura corpórea, mas vão ficando mais magras conforme envelhecem, por isso os cientistas criaram um IMC especialmente para as crianças e jovens adultos, dos dois aos vinte anos de idade, chamado de IMC por idade.



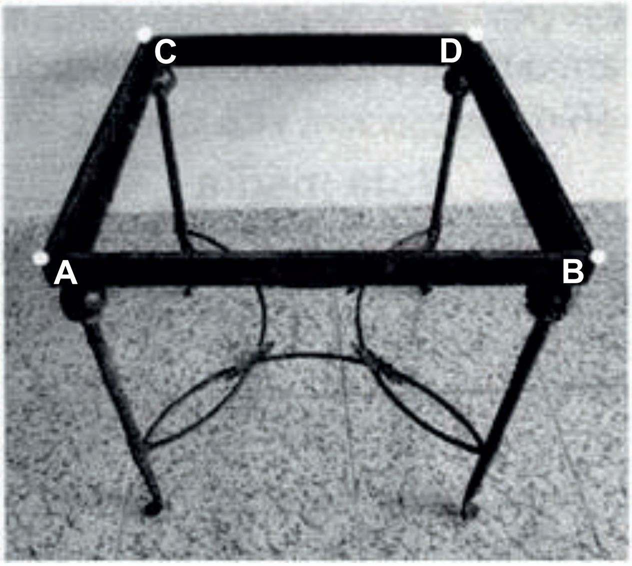
Uma mãe resolveu calcular o IMC de seu filho, um menino de dez anos de idade, com 1,20 m de altura e 30,92 kg.

Disponível em: http://saude.hsw.uol.com. Acesso em: 31 jul. 2012.

Para estar na faixa considerada normal de IMC, os valores mínimo e máximo que esse menino precisa emagrecer, em quilograma, devem ser, respectivamente,

a) 1,12 e 5,12
b) 2,68 e 12,28
c) 3,47 e 7,47
d) 5,00 e 10,76
e) 7,77 e 11,77

11) (Enem 2016) O proprietário de um restaurante deseja comprar um tampo de vidro retangular para a base de uma mesa, como ilustra a figura.



Sabe-se que a base da mesa, considerando a borda externa, tem a forma de um retângulo, cujos lados medem AC = 105 cm e AB = 120 cm.

Na loja onde será feita a compra do tampo, existem cinco tipos de opções de tampos, de diferentes dimensões, e todos com a mesma espessura, sendo:

Tipo 1: 110 cm x 125 cm
Tipo 2: 115 cm x 125 cm
Tipo 3: 115 cm x 130 cm
Tipo 4: 120 cm x 130 cm
Tipo 5: 120 cm x 135 cm

O proprietário avalia, para comodidade dos usuários, que se deve escolher o tampo de menor área possível que satisfaça a condição: ao colocar o tampo sobre a base, de cada lado da borda externa da base da mesa, deve sobrar uma região, correspondendo a uma moldura em vidro, limitada por um mínimo de 4 cm e máximo de 8 cm fora da base da mesa, de cada lado.

Segundo as condições anteriores, qual é o tipo de tampo de vidro que o proprietário avaliou que deve ser escolhido?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

12) (Enem 2016) Para que o pouso de um avião seja autorizado em um aeroporto, a aeronave deve satisfazer, necessariamente, as seguintes condições de segurança:

I. a envergadura da aeronave (maior distância entre as pontas das asas do avião) deve ser, no máximo, igual à medida da largura da pista;
II. o comprimento da aeronave deve ser inferior a 60 m;
III. a carga máxima (soma das massas da aeronave e sua carga) não pode exceder 110 t.

Suponha que a maior pista desse aeroporto tenha 0,045 km de largura, e que os modelos de aviões utilizados pelas empresas aéreas, que utilizam esse aeroporto, sejam dados pela tabela.

Modelo	Dimensões (comprimento x envergadura)	Carga máxima
A	44,57 m x 34,19 m	110.000 kg
B	44,00 m x 34,00 m	95.000 kg
C	44,50 m x 39,50 m	121.000 kg
D	61,50 m x 34,33 m	79.010 kg
E	44,00 m x 34,00 m	120.000 kg

Os únicos aviões aptos a pousar nesse aeroporto, de acordo com as regras de segurança, são os de modelos

a) A e C
b) A e B
c) B e D
d) B e E
e) C e E

13) (Enem 2016) Até novembro de 2011, não havia uma lei específica que punisse fraude em concursos públicos. Isso dificultava o enquadramento dos fraudadores em algum artigo específico do Código Penal, fazendo com que eles escapassem da Justiça mais facilmente.

Entretanto, com o sancionamento da Lei 12.550/11, é considerado crime utilizar ou divulgar indevidamente o conteúdo sigiloso de concurso público, com pena de reclusão de 12 a 48 meses (1 a 4 anos). Caso esse crime seja cometido por um funcionário público, a pena sofrerá um aumento de 1/3.

Disponível em: www.planalto.gov.br. Acesso em: 15 ago. 2012.

Se um funcionário público for condenado por fraudar um concurso público, sua pena de reclusão poderá variar de

a) 4 a 16 meses
b) 16 a 52 meses
c) 16 a 64 meses
d) 24 a 60 meses
e) 28 a 64 meses

14) (Enem 2016) A tabela apresenta parte do resultado de um espermograma (exame que analisa as condições físicas e composição do sêmen humano).

Espermograma						
Características	**Padrão**	**30/11/2009**	**23/03/2010**	**09/08/2011**	**23/08/2011**	**06/03/2012**
Volume (mL)	2,0 a 5,0	2,5	2,5	2,0	4,0	2,0
Tempo de liquefação (min)	Até 60	35	50	60	59	70
pH	7,2 a 7,8	7,5	7,5	8,0	7,6	8,0
Espermatozoide (unidade / mL)	> 20 000 000	9 400 000	27 000 000	12 800 000	24 200 000	10 200 000
Leucócito (unidade / mL)	Até 1 000	2 800	1 000	1 000	900	1 400
Hemácia (unidade / mL)	Até 1 000	800	1 200	200	800	800

Para analisar o exame, deve-se comparar os resultados obtidos em diferentes datas com o valor padrão de cada característica avaliada.

O paciente obteve um resultado dentro dos padrões no exame realizado no dia

a) 30/11/2009
b) 23/03/2010
c) 09/08/2011
d) 23/08/2011
e) 06/03/2012

15) (Enem 2016) O quadro apresenta a ordem de colocação dos seis primeiros países em um dia de disputa nas Olimpíadas. A ordenação é feita de acordo com as quantidades de medalhas de ouro, prata e bronze, respectivamente.

País	Ouro	Prata	Bronze	Total
1º China	9	5	3	17
2º EUA	5	7	4	16
3º França	3	1	3	7
4º Argentina	3	2	2	7
5º Itália	2	6	2	10

Se as medalhas obtidas por Brasil e Argentina fossem reunidas para formar um único país hipotético, qual a posição ocupada por esse país?

a) 1ª
b) 2ª
c) 3ª
d) 4ª
e) 5ª

16) (Enem 2017) Duas amigas irão fazer um curso no exterior durante 60 dias e usarão a mesma marca de xampu. Uma delas gasta um frasco desse xampu em 10 dias enquanto que a outra leva 20 dias para gastar um frasco com o mesmo volume. Elas combinam de usar, conjuntamente, cada frasco de xampu que levarem.

O número mínimo de frascos de xampu que deverão levar nessa viagem é

a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 9

17) (Enem 2018) O artigo 33 da lei brasileira sobre drogas prevê a pena de reclusão de 5 a 15 anos para qualquer pessoa que seja condenada por tráfico ilícito ou produção não autorizada de drogas.

Entretanto, caso o condenado seja réu primário, com bons antecedentes criminais, essa pena pode sofrer uma redução de um sexto a dois terços.

Suponha que um réu primário, com bons antecedentes criminais, foi condenado pelo artigo 33 da lei brasileira sobre drogas.

Após o benefício da redução de pena, sua pena poderá variar de

a) 1 ano e 8 meses a 12 anos e 6 meses
b) 1 ano e 8 meses a 5 anos
c) 3 anos e 4 meses a 10 anos
d) 4 anos e 2 meses a 5 anos
e) 4 anos e 2 meses a 12 anos e 6 meses

18) (Enem 2018) Um edifício tem a numeração dos andares iniciando no térreo (T) e continuando com primeiro, segundo, terceiro, …, até o último andar. Uma criança entrou no elevador e, tocando no painel, seguiu uma sequência de andares, parando, abrindo e fechando a porta em diversos andares.

A partir de onde entrou a criança, o elevador subiu sete andares, em seguida desceu dez, desceu mais treze, subiu nove, desceu quatro e parou no quinto andar, finalizando a sequência.

Considere que, no trajeto seguido pela criança, o elevador parou uma vez no último andar do edifício.

De acordo com as informações dadas, o último andar do edifício é o

a) 16º
b) 22º
c) 23º
d) 25º
e) 32º

19) (Enem 2018) Na teoria das eleições, o Método de Borda sugere que, em vez de escolher um candidato, cada juiz deve criar um *ranking* de sua preferência para os concorrentes (isto é, criar uma lista com a ordem de classificação dos concorrentes). A este *ranking* é associada uma pontuação: um ponto para o último colocado no *ranking*, dois pontos para o penúltimo, três para o antepenúltimo e assim sucessivamente. Ao final, soma-se a pontuação atribuída a cada concorrente por cada um dos juízes. Em uma escola houve um concurso de poesia no qual cinco alunos concorreram a um prêmio, sendo julgados por 25 juízes. Para a escolha da poesia vencedora foi utilizado o Método de Borda. Nos quadros, estão apresentados os *rankings* dos juízes e a frequência de cada *ranking*.

Colocação	*Ranking*			
	I	II	III	IV
1º	Ana	Dani	Bia	Edu
2º	Bia	Caio	Ana	Ana
3º	Caio	Edu	Caio	Dani
4º	Dani	Ana	Edu	Bia
5º	Edu	Bia	Dani	Caio

Ranking	Frequência
I	4
II	9
III	7
IV	5

A poesia vencedora foi a de

a) Edu
b) Dani
c) Caio
d) Bia
e) Ana

20) (Enem 2018) Em um aeroporto, os passageiros devem submeter suas bagagens a uma das cinco máquinas de raio-X disponíveis ao adentrarem a sala de embarque. Num dado instante, o tempo gasto por essas máquinas para escanear a bagagem de cada passageiro e o número de pessoas presentes em cada fila estão apresentados em um painel, como mostrado na figura.

Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4	Máquina 5
35 segundos 5 pessoas	25 segundos 6 pessoas	22 segundos 7 pessoas	40 segundos 4 pessoas	20 segundos 8 pessoas

Um passageiro, ao chegar à sala de embarque desse aeroporto no instante indicado, visando esperar o menor tempo possível, deverá se dirigir à máquina
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

CONJUNTOS NUMÉRICOS									
1) B	**2) D**	**3) A**	**4) C**	**5) E**	**6) A**	**7) C**	**8) E**	**9) C**	**10) D**
11) C	**12) B**	**13) C**	**14) D**	**15) B**	**16) E**	**17) A**	**18) C**	**19) E**	**20) B**

Estatística e Médias

MÉDIAS

MÉDIAS: Dados n > 1 números reais positivos $a_1, a_2, \dots, a_n$, então:

MÉDIA ARITMÉTICA: M_A , de $a_1, a_2, \dots, a_n$ como o número $M_A = \dfrac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$.

EX: A média aritmética dos números 4, 6 e 9 é $M_A = \dfrac{4+6+9}{3} = \dfrac{19}{3}$.

MÉDIA GEOMÉTRICA: M_G, de $a_1, a_2, \dots, a_n$ como o número $M_G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n}$.

EX: A média geométrica dos números 4, 6 e 9 é $M_G = \sqrt[3]{4 \cdot 6 \cdot 9} = \sqrt[3]{216} = 6$.

MÉDIA HARMÔNICA: M_H , de $a_1, a_2, \dots, a_n$ como o número $M_H = \dfrac{n}{\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \cdots + \dfrac{1}{a_n}}$.

EX: A média harmônica dos números 4, 6 e 9 é $M_H = \dfrac{3}{\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{9}} = \dfrac{108}{19}$.

MÉDIA PONDERADA: Dados n > 1 números reais positivos $a_1, a_2, \dots, a_n$ cujos pesos são, respectivamente, $p_1, p_2, \dots, p_n$ definimos a média ponderada, M_P, de $a_1, a_2, \dots, a_n$ como o número $M_P = \dfrac{a_1 \cdot p_1 + a_2 \cdot p_2 + \cdots + a_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}$.

EX: A média ponderada dos números 6, 9 e 18 cujos pesos são 3, 4 e 2, respectivamente, é $M_P = \dfrac{6 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 18 \cdot 2}{3+4+2} = 10$.

DESIGUALDADE DAS MÉDIAS

Para todo n > 1 números reais positivos $a_1, a_2, \dots, a_n$ temos que $M_H \le M_G \le M_A$, valendo a igualdade quando $a_1 = a_2 = \cdots = a$.

Vamos mostrar o caso n = 2, assim temos: $M_A = \dfrac{a+b}{2}$, $M_G = \sqrt{ab}$ e $M_H = \dfrac{2ab}{a+b}$.

Temos que $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 \ge 0 \Rightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \ge 0 \Rightarrow \dfrac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$.

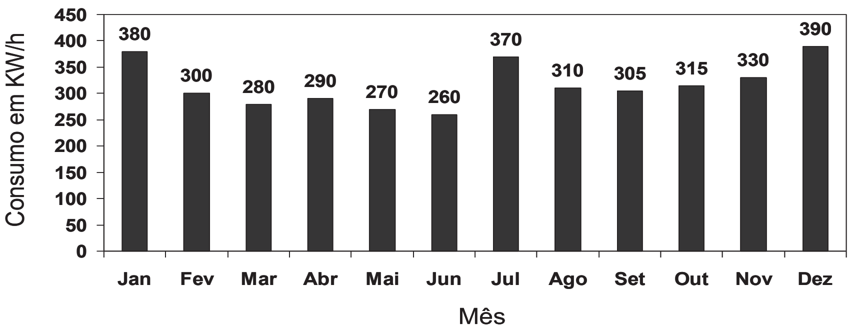
Como temos que $\dfrac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab} \Rightarrow 1 \ge \dfrac{2\sqrt{ab}}{a+b} \Rightarrow \sqrt{ab} \ge \dfrac{2ab}{a+b}$, logo concluímos que $\dfrac{2ab}{a+b} \le \sqrt{ab} \le \dfrac{a+b}{2}$.

ESTATÍSTICA

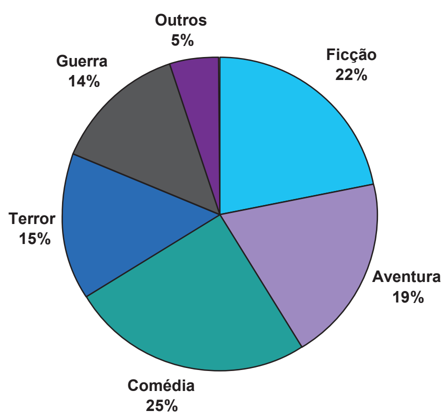
1) DEFINIÇÃO: A Estatística é uma ciência que engloba diversas técnicas de coleta de dados e processamento de informações. Tal conhecimento é de vital importância em diversas áreas do conhecimento, tais como pesquisas científicas, censos demográficos, pesquisas de preferência, controle de qualidade, dentre outros. Há dois tipos básicos de medidas em estatística, as medidas de Tendência Central e as medidas de Dispersão.

2) GRÁFICO: Em estatística, gráfico é a tentativa de se expressar visualmente estatísticas simplificadas, matemáticas ou não de algum (uns) dados ou valores obtidos, assim facilitando a compreensão. Gráficos são recursos visuais muito utilizados para facilitar a leitura e a compreensão de informações sobre fenômenos e processos naturais, sociais e econômicos. No cotidiano, jornais, revistas e livros, além de telejornais e programas educativos, mostram o quanto esse recurso é explorado pelos meios de comunicação. Existem vários tipos de de gráficos e os mais utilizados são os de colunas, os de linhas e os circulares.

2.1) GRÁFICO DE COLUNAS: O gráfico de colunas, ou histograma, é composto por duas linhas ou eixos, um vertical e outro horizontal. No eixo horizontal são construídas as colunas que representam a variação de um fenômeno ou de um processo de acordo com sua intensidade. Essa intensidade é indicada pelo eixo vertical. As colunas devem sempre possuir a mesma largura e a distância entre elas deve ser constante.

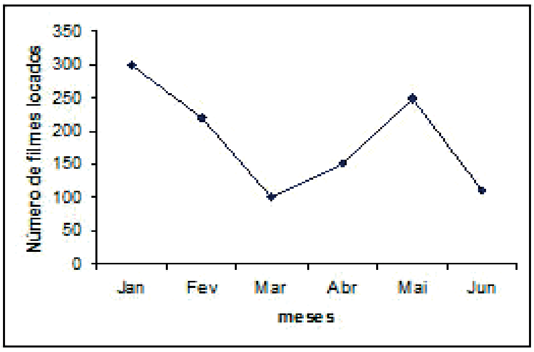


2.2) GRÁFICO DE SETOR: Os gráficos de setor (ou pizza) são representados por círculos divididos proporcionalmente de acordo com os dados do fenômeno ou do processo a ser representado. Os valores são expressos em números ou em percentuais (%).



Gênero	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Ficção	88	22%
Aventura	76	19%
Comédia	100	25%
Terror	60	15%
Guerra	56	14%
Outros	20	5%

2.3) GRÁFICO DE LINHAS: O gráfico de linha é composto por dois eixos, um vertical e outro horizontal, e por uma linha que mostra a evolução de um fenômeno ou processo, isto é, o seu crescimento ou diminuição no decorrer de determinado período.



Mês	Número de filmes locados
Jan	300
Fev	220
Mar	100
Abr	150
Mai	250
Jun	110

3) MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

3.1) MÉDIA ARITMÉTICA (MA): É dada pelo quociente entre a soma dos valores do conjunto e o número total destes valores, ou seja, $MA = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$, onde $x_1,\ x_2, \ldots,\ x_n$ são os dados analisados.

3.2) MÉDIA PONDERADA (MP): Sejam $x_1,\ x_2, \ldots,\ x_n$ os dados analisados e sejam $p_1,\ p_2,\ \ldots,\ p_n$ os seus respectivos pesos. A média ponderada desse conjunto de dados é igual a $MP = \dfrac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}$.

3.3) MEDIANA (Me): Sejam $x_1,\ x_2, \ldots,\ x_n$ os dados analisados. Colocando-os em ordem crescente, a mediana é igual ao valor central. Se o número de dados é par, a mediana é dada pela média aritmética dos dois valores centrais.

3.4) MODA (Mo): A moda é o valor mais freqüente em um conjunto de dados. Convém ressaltar que um conjunto de dados pode apresentar mais de uma moda, ou seja, vários valores modais.

4) MEDIDAS DE DISPERSÃO

4.1) VARIÂNCIA (Var): Sejam $x_1,\ x_2, \ldots,\ x_n$ os dados analisados e seja $\bar{x}$ a sua média aritmética. A variância (V) é dada por $V_{ar} = \dfrac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$

4.2) DESVIO PADRÃO (σ): O desvio padrão σ é dado pela raiz quadrada da variância (Var), ou seja, $\sigma = \sqrt{V_{ar}}$

1) (FJP) Durante três meses consecutivos, o consumo médio de água na residência de Lídia foi de 27 m^3. Sabe-se que o consumo médio dos dois últimos meses desse trimestre foi de 23,5 m^3. Assim sendo, na residência de Lídia, o consumo de água do primeiro mês, em m^3, foi de:

a) 28
b) 32
c) 34
d) 36

2) (UFMG) No início de uma partida de futebol, a altura média dos 11 jogadores de um dos times era de 1,72 m. Ainda no primeiro tempo, um desses jogadores, com 1,77 m de altura, foi substituído. Em seu lugar, entrou outro que media 1,68 m de altura. No segundo tempo, outro jogador do mesmo time, com 1,73 m de altura, foi expulso. Ao terminar a partida, a altura média dos 10 jogadores desse time era:

a) 1,72 m
b) 1,69 m
c) 1,70 m
d) 1,71 m

3) (UFMG) Os 40 alunos de uma turma fizeram uma prova de Matemática valendo 100 pontos. A nota média da turma foi de 70 pontos e apenas 15 dos alunos conseguiram a nota máxima. Seja M a nota média dos alunos que não obtiveram a nota máxima. Então, é CORRETO afirmar que o valor de M é:

a) 50
b) 51
c) 52
d) 53

4) (PUC) A média aritmética das idades de um grupo de médicos e advogados é 40 anos. A média aritmética das idades dos médicos é 35 anos e a dos advogados é 50 anos. Pode-se, então, afirmar que:

a) O número de advogados é o dobro do número de médicos.
b) O número de médicos é o dobro do número de advogados.
c) Existem as mesmas quantidades de médicos e advogados no grupo.
d) Há um médico a mais no grupo.

5) Um colégio possui 40 professores. Dois dos mais velhos desses professores são irmãos gêmeos e resolveram se aposentar juntos. Sabendo que para seus lugares foram contratados dois jovens mestres um com 26 anos e outro com 28 anos e com isso a média das idades dos professores diminuiu 2 anos, então a idade dos gêmeos ao se aposentarem é igual a:

a) 60
b) 62
c) 65
d) 67

6) (INSPER) Uma empresa tem 15 funcionários e a média dos salários deles é igual a R$ 4.000,00. A empresa é dividida em três departamentos, sendo que:

- A média dos salários dos 6 funcionários administrativos é igual a R$ 3.750,00.
- A média dos salários dos 4 funcionários de desenvolvimento de produto é igual a R$ 4.125,00.

A média dos salários dos outros funcionários, do departamento comercial, é igual a:
a) R$ 3800,00
b) R$ 3900,00
c) R$ 4000,00
d) R$ 4100,00
e) R$ 4200,00

7) Após a revisão das provas de uma turma de 25 alunos, um único aluno teve sua nora alterada, passando para 80 pontos. Com isto, o professor verificou que a média das notas da turma aumentou em 1 ponto. Podemos dizer que a nota desse aluno antes da revisão era:

a) 20 pontos
b) 35 pontos
c) 45 pontos
d) 55 pontos

8) (FUVEST) Em uma classe com 14 alunos, 8 são mulheres e 6 são homens. A média das notas das mulheres no final do semestre ficou 1 ponto acima da média da classe. A soma das notas dos homens foi metade da soma das notas das mulheres. Então, a média das notas dos homens ficou mais próxima de

a) 4,3
b) 4,5
c) 4,7
d) 4,9
e) 5,1

9) (UPE) Um professor de matemática costuma aplicar, durante o ano letivo, quatro provas para seus alunos, sendo uma prova com um peso por cada bimestre. A tabela abaixo representa as notas com seus respectivos pesos, obtidas por um determinado aluno nos quatro bimestres. Se o aluno foi aprovado com média anual final igual a 7,0(sete), a nota obtida por esse aluno na prova do I bimestre foi de

Provas	Nota	Peso
I bimestre	?	1
II bimestre	7,3	2
III bimestre	7,5	3
IV bimestre	6,5	2

a) 5,3
b) 5,9
c) 6,2
d) 6,7
e) 7,0

10) (EPCAR) As seis questões de uma prova eram tais, que as quatro primeiras valiam 1,5 ponto cada, e as duas últimas valiam 2 pontos cada. Cada questão, ao ser corrigida, era considerada certa ou errada. No caso de certa, era atribuída a ela o total de pontos que valia e, no caso de errada, a nota 0 (zero). Ao final da correção de todas as provas, foi divulgada a seguinte tabela:

Número da Questão	1	2	3	4	5	6
Percentual de Acertos	40%	50%	10%	70%	5%	60%

A média aritmética das notas de todos os que realizaram tal prova é

a) 3,70
b) 3,85
c) 4,00
d) 4,15
e) 4,85

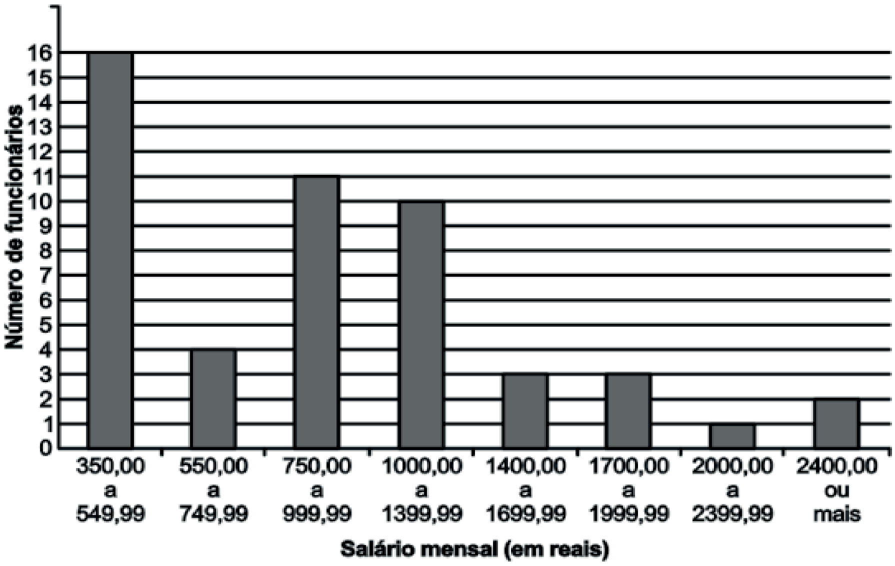
11) (EFEI) Numa empresa com 20 funcionários, a distribuição dos salários está representada no quadro abaixo:

Número de empregados	Número de Salário (em Reais)
10	1540
5	1860
3	2120
2	3440

O salário médio (em reais) dos empregados dessa empresa é:

a) 1680
b) 1742
c) 1786
d) 1831
e) 1897

😄 12) (MACK) O salário mensal dos funcionários de uma empresa está distribuído segundo o gráfico acima. A porcentagem de funcionários que recebem, no mínimo, R$ 1.700,00 por mês, é



a) 3
b) 4
c) 8
d) 10
e) 12

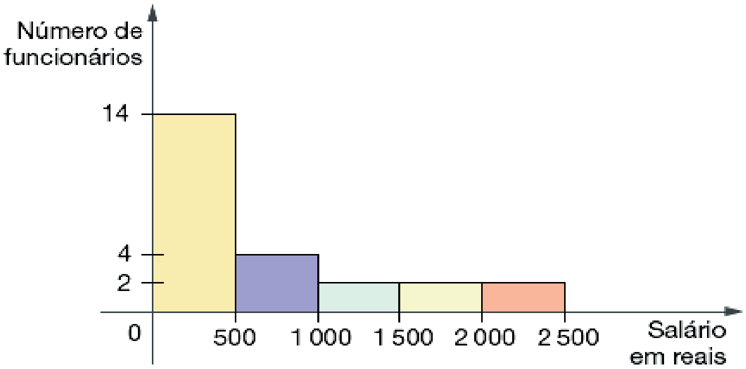
😄 13) (FGV) A tabela a seguir apresenta a distribuição de frequências dos salários de um grupo de 50 empregados de uma empresa, num certo mês.

Número da classe	Salário do mês em reais	Número de empregados
1	[1000,2000[	20
2	[2000,3000[	18
3	[3000,4000[	9
4	[4000,5000[	3

O salário médio desses empregados, nesse mês, foi de:

a) R$2637,00
b) R$2520,00
c) R$2500,00
d) R$2420,00
e) R$2400,00

14) (PUC) O histograma abaixo apresenta a distribuição de frequências das faixas salariais numa pequena empresa.



Com os dados disponíveis, pode-se concluir que a média desses salários é, aproximadamente:

a) R$ 420,00
b) R$ 536,00
c) R$ 562,00
d) R$ 640,00
e) R$ 708,00

15) (UFU) Para estimar a intensidade luminosa de uma fonte, os estudantes de uma turma obtiveram 50 valores experimentais, cuja média aritmética resultou em 9 lux. O professor observou que entre estes 50 resultados apenas dois eram discrepantes, a saber, um deles igual a 13 lux e o outro igual a 17 lux. Sendo assim, a média aritmética dos 48 valores não discrepantes é igual a:

a) 8,4 lux
b) 9,375 lux
c) 8,25 lux
d) 8,75 lux

16) (UFRN) Uma prova foi aplicada em duas turmas distintas. Na primeira, com 30 alunos, a média aritmética das notas foi 6,40. Na segunda, com 50 alunos, foi 5,20. A média aritmética das notas dos 80 alunos foi:
a) 5,65
b) 5,70
c) 5,75
d) 5,80

17) (UFU) Pedro é um dos 18 funcionários de uma microempresa. Ele resolve aposentar-se e, em seu lugar, um novo funcionário de 22 anos de idade é contratado. Sabendo-se que, com a saída de Pedro e a entrada desse novo funcionário, a média aritmética das idades dos funcionários dessa microempresa diminui em 2 anos, pode-se afirmar que Pedro se aposentou com:

a) 62 anos
b) 56 anos
c) 60 anos
d) 58 anos

18) (UFPR) Em levantamento feito numa sala de aula de um curso da UFPR verificou-se que a média das idades dos 42 alunos matriculados era de 20,5 anos. Nesse levantamento foram considerados apenas os anos completos e desconsideradas todas as frações (meses, dias etc.). Passadas algumas semanas, a coordenação do curso verificou que um aluno havia desistido, e que a média das idades caiu para 20 anos. Como nesse período nenhum dos alunos da turma fez aniversário, qual a idade do aluno que desistiu?

a) 41 anos
b) 25 anos
c) 29 anos
d) 33 anos
e) 37 anos

19) (UNIMONTES) O serviço meteorológico registrou, em alguns estados brasileiros, as seguintes temperaturas:

Estado	Temperatura (em °C)
Mato Grosso do Sul	21
Amazonas	40
Pará	39
Piauí	38
Maranhão	39
Paraná	8
Rio Grande do Sul	8
Santa Catarina	8
São Paulo	15

A moda e mediana dessas temperaturas são, respectivamente,

a) 39ºC e 24ºC
b) 8ºC e 39ºC
c) 8ºC e 21ºC
d) 21ºC e 8ºC

20) (UNESP) Num concurso vestibular para dois cursos, A e B, compareceram 500 candidatos para o curso A e 100 candidatos para o curso B. Na prova de matemática, a media aritmética geral, considerando os dois cursos, foi 4,0. Mas considerando-se apenas os candidatos ao curso A, a média cai pra 3,8. A média dos candidatos ao curso B, na prova de matemática, foi:

a) 4,2
b) 5,0
c) 5,2
d) 6,0
e) 6,2

21) (UNIMONTES) Qual a média aritmética (M_a), a moda (M_o) e a mediana (M_e), respectivamente, dos dados da tabela de frequências abaixo?

Idade dos alunos da 7.ª A – Escola Gama – 2007

Idade	Freqüência
13	3
14	2
15	4
16	1
TOTAL	10

a) 14,3; 15; 14,5
b) 14,5; 15; 14,3
c) 14,5; 15; 14,5
d) 14,3; 14,5; 15

22) (UFU) Uma empresa seleciona 16 funcionários fumantes e promove um ciclo de palestras com os mesmos para esclarecimentos sobre os efeitos prejudiciais do cigarro à saúde.

Após essas palestras, são coletados dados sobre a quantidade de ciganos que cada um desses fumantes está consumindo diariamente. Tais dados são expressos da seguinte maneira:

10,1,10,11,13,10, 34,13,13,12,12,11,13,11,12,12

Os dados 1 e 3 4 são chamados discrepantes, pois são dados muito menores ou muito maiores que a maioria dos dados obtidos. Segundo essa coleta de dados, pode-se afirmar que:

a) os cálculos da media, da mediana e da moda não sofrem influência dos dados discrepantes.
b) o cálculo da mediana sofre influência dos dados discrepantes que surgiram.
c) o cálculo da moda sofre influência dos dados discrepantes que surgiram.
d) o cálculo da média sofre influência dos dados discrepantes que surgiram.

23) (FGV) Sejam os números 7, 8, 3, 5, 9 e 5 seis números de uma lista de nove números inteiros.

O maior valor possível para a mediana dos nove números da lista é

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

24) (UFPEL) Na busca de solução para o problema da gravidez na adolescência, uma equipe de orientadores educacionais de uma instituição de ensino pesquisou um grupo de adolescentes de uma comunidade próxima a essa escola e obteve os seguintes dados:

Idade (em anos)	Freqüência Absoluta de Adolescentes Grávidas
13	4
14	3
15	2
16	5
17	6

Com base na tabela, é correto afirmar, em relação às idades das adolescentes grávidas, que:

a) a média é 15 anos.
b) a mediana é 15,3 anos.
c) a mediana 16,1 anos.
d) a moda é 16 anos.
e) a média é 15,3 anos.

25) (UFJF) Uma empresa com 20 funcionários torna público os salários de seus funcionários, ocultando o salário de seu diretor, conforme a tabela a seguir:

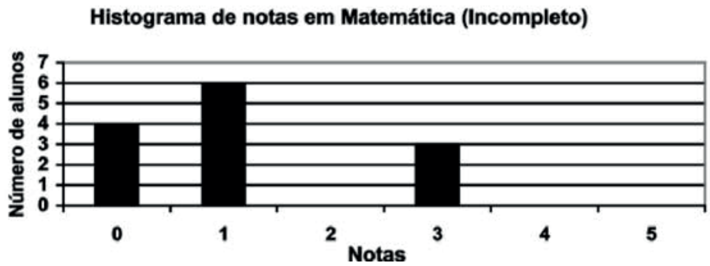
Função	Salários	Número de funcionários
Auxiliar	R$ 1.000,00	10
Secretária	R$ 1.500,00	5
Consultor	R$ 2.000,00	4
Diretor	*	1

A empresa promoveu um aumento salarial de 10% sobre os valores da tabela para todas as funções. Foi divulgado que a nova média salarial da empresa passou a ser de R$ 1.952,50. Qual é o novo salário de diretor?

a) R$ 2.500,00
b) R$ 4.500,00
c) R$ 10.000,00
d) R$ 11.000,00
e) R$ 25.500,00

26) (FGV) Quatro amigos calcularam a média e a mediana de suas alturas, tendo encontrado como resultado 1,72 m e 1,70 m, respectivamente. A média entre as alturas do mais alto e do mais baixo, em metros, é igual a:
a) 1,70
b) 1,71
c) 1,72
d) 1,73
e) 1,74

27) (UFJF) Um professor de matemática elaborou, através do computador, um histograma das notas obtidas pela turma em uma prova cujo valor era 5 pontos. Entretanto, o histograma ficou incompleto, pois este professor esqueceu-se de fornecer o número de alunos que obtiveram notas iguais a 2, 4 ou 5.



Total de alunos que fizeram a prova: 40, Média aritmética das notas: 2,6, Mediana das notas: 2,5

A moda dessas notas é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

28) (UFU) O Departamento de Comércio Exterior do Banco Central possui 30 funcionários com a seguinte distribuição salarial em reais.

Nº de funcionários	Salário em R$
10	2.000,00
12	3.600,00
5	4.000,00
3	6.000,00

Quantos funcionários que recebem R$ 3.600,00 devem ser demitidos para que a mediana desta distribuição e salários seja de R$ 2.800,00?
a) 8
b) 11
c) 9
d) 10

29) (UFU) As 10 medidas colhidas por um cientista num determinado experimento, todas na mesma unidade, foram as seguintes:

1,2 1,2 1,4 1,5 1,5 2,0 2,0 2,0 2,0 2,2.

Ao trabalhar na análise estatística dos dados, o cientista esqueceu-se, por descuido, de considerar uma dessas medidas. Dessa forma, comparando os resultados obtidos pelo cientista em sua análise estatística com os resultados corretos para esta amostra, podemos afirmar que:
a) a moda e a média foram afetadas.
b) a moda não foi afetada, mas a média foi.
c) a moda foi afetada, mas a média não foi.
d) a moda e a média não foram afetadas.

30) (UFPR) O serviço de atendimento ao consumidor de uma concessionária de veículos recebe as reclamações dos clientes via telefone. Tendo em vista a melhoria nesse serviço, foram anotados os números de chamadas durante um período de sete dias consecutivos. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Dia	Número de chamadas
domingo	3
segunda	4
terça	6
quarta	9
quinta	5
sexta	7
sábado	8

Sobre as informações contidas nesse quadro, considere as seguintes afirmativas:

I. O número médio de chamadas dos últimos sete dias foi 6. II. A variância dos dados é 4.
III. O desvio padrão dos dados é $\sqrt{2}$

Assinale a alternativa correta.
a) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
b) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
d) Somente a afirmativa I é verdadeira.

31) (UFPR) Considere as seguintes medidas descritivas das notas finais dos alunos de três turmas:

Turma	Número de alunos	Média	Desvio Padrão
A	15	6,0	1,31
B	15	6,0	3,51
C	14	6,0	2,61

Com base nesses dados, considere as seguintes afirmativas:
1- Apesar de as médias serem iguais nas três turmas, as notas dos alunos da turma B foram as que se apresentaram mais heterogêneas.
2- As três turmas tiveram a mesma média, mas com variação diferente.
3- As notas da turma A se apresentaram mais dispersas em torno da média.

Assinale a alternativa correta.
a) Somente a afirmativa 3 é verdadeira
b) Somente a afirmativa 2 é verdadeira
c) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras
d) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras

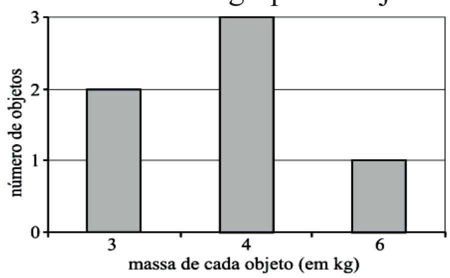
32) (FGV) Um conjunto de dados numéricos tem variância igual a zero. Pode-se concluir que:
a) a média também vale zero.
b) a mediana também vale zero.
c) a moda também vale zero
d) o desvio padrão também vale zero.
e) todos os valores desse conjunto são iguais à zero.

33) (UFPEL) Em um concurso, as notas finais dos candidatos foram as seguintes:

Número de Candidatos	Nota Final
7	6,0
2	7,0
1	9,0

Com base na tabela acima, é correto afirmar que a variância das notas finais dos candidatos foi de:
a) 0,75
b) 0,65
c) $\sqrt{0,65}$
d) $\sqrt{0,85}$
e) 0,85

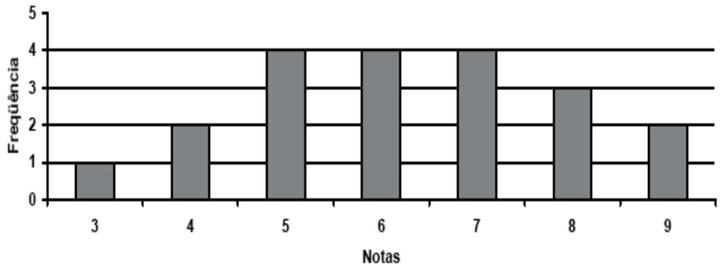
34) (FGV) O gráfico a seguir indica a massa de um grupo de objetos.



Acrescentando-se ao grupo n objetos de massa 4 kg cada, sabe-se que a média não se altera, mas o desvio padrão se reduz à metade do que era. Assim, é correto afirmar que n é igual a:

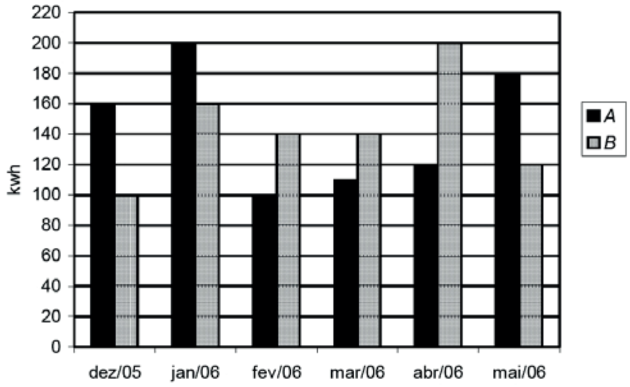
a) 18
b) 15
c) 12
d) 9

35) (UFJF) Um professor fez o levantamento das notas de uma turma composta de 20 alunos. As notas foram obtidas em uma prova cujo valor era 10 pontos. Veja o gráfico a seguir



Depois de confeccionado esse gráfico, o professor percebeu ter errado a nota de um dos alunos e verificou que, feita a correção, a média das notas dessa turma aumentaria em 0,2 pontos e a moda passaria a ser 7 pontos. A nota que estava errada era:
a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

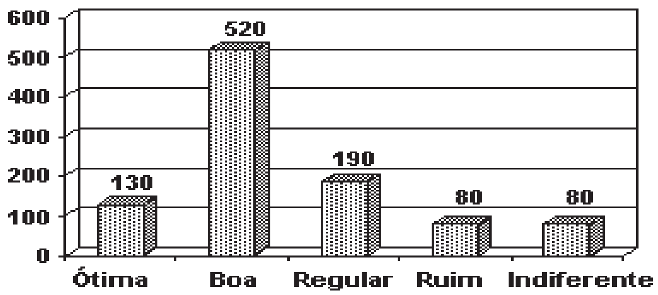
36) (EFOA) Observe o demonstrativo de consumo de energia elétrica nos meses de dezembro de 2005 a maio de 2006 nas residências A e B.



Com base no gráfico de barras acima, é CORRETO afirmar que:

a) houve um mês em que o consumo na residência A foi o dobro do consumo na residência B.
b) a diferença entre os consumos no semestre nas duas residências excedeu 20 kwh.
c) no semestre, o consumo total na residência A foi maior do que na residência B.
d) a média de consumo na residência B nos meses de dezembro e janeiro foi de 140 kwh.
e) no mês de dezembro, a diferença entre os consumos nas duas residências foi maior do que nos demais meses.

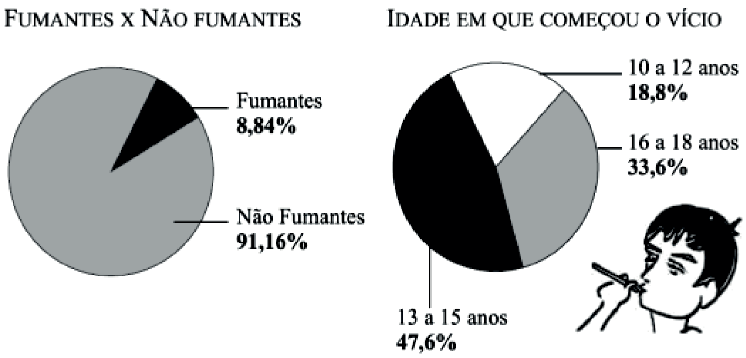
37) (UFRN) Numa pesquisa de opinião, feita para verificar o nível de aprovação de um governante, foram entrevistadas 1000 pessoas, que responderam sobre a administração da cidade, escolhendo uma - e apenas uma - dentre as possíveis respostas: ótima, boa, regular, ruim e indiferente. O gráfico abaixo mostra o resultado da pesquisa.



De acordo com o gráfico, pode-se afirmar que o percentual de pessoas que consideram a administração ótima, boa ou regular é de:

a) 28%
b) 65%
c) 71%
d) 84%
e) 90%

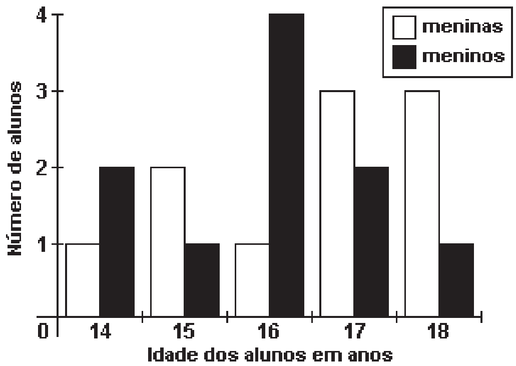
38) (UNINOVE) Os gráficos (*O Estado de S. Paulo*, 28.08.2008) mostram os resultados de uma pesquisa feita pela Sociedade Brasileira de Cardiologia, em parceria com a Secretaria de Estado da Educação, para traçar um perfil do tabagismo entre adolescentes e jovens nas escolas estaduais de ensino fundamental e médio em São Paulo.



Analisando-se esses gráficos, pode-se afirmar corretamente que:

a) mais de 1/8 dos entrevistados nessa pesquisa são fumantes.
b) 33,6% dos entrevistados nessa pesquisa começaram a fumar dos 16 aos 18 anos.
c) aproximadamente 4,2% dos entrevistados nessa pesquisa começaram a fumar dos 13 aos 15 anos.
d) 66,4% dos entrevistados nessa pesquisa começaram a fumar dos 10 aos 15 anos.
e) menos de $\frac{9}{10}$ dos entrevistados nessa pesquisa são não fumantes

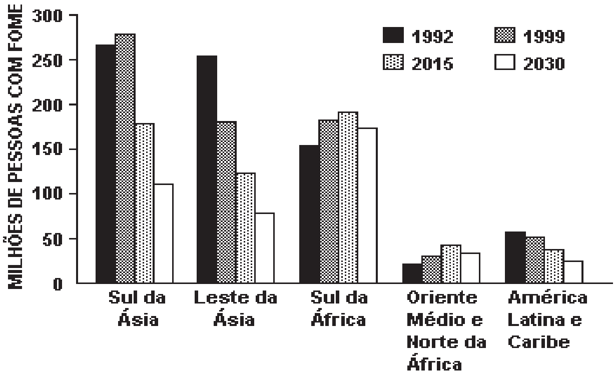
39) (UFSCAR) Num curso de iniciação à informática, a distribuição das idades dos alunos, segundo o sexo, é dada pelo gráfico seguinte.



Com base nos dados do gráfico, pode-se afirmar que:

a) o número de meninas com, no máximo, 16 anos é maior que o número de meninos nesse mesmo intervalo de idades.
b) o número total de alunos é 19.
c) a média de idade das meninas é 15 anos.
d) o número de meninos é igual ao número de meninas.
e) o número de meninos com idade maior que 15 anos é maior que o número de meninas nesse mesmo intervalo de idades.

40) (UFF) Segundo a Organização das Nações Unidas (ONU), o mundo não conseguirá atingir a meta de reduzir a fome pela metade em 2015. Nem mesmo em 2030 esse objetivo poderá ser alcançado. O gráfico a seguir mostra o número, em milhões, de pessoas com fome em cinco regiões do mundo, em diferentes anos (1992, 1999, 2015 e 2030), segundo dados e estimativas da ONU.
Com base nos dados fornecidos pelo gráfico, pode-se afirmar que:



a) em 2030, haverá mais de 700 milhões de pessoas com fome nas regiões destacadas no gráfico;
b) em cada região destacada no gráfico, o número de pessoas com fome em 2030 será menor do que em 1992;
c) em cada região destacada no gráfico, o número de pessoas com fome em 2030 será menor do que em 2015;
d) em cada região destacada no gráfico, o número de pessoas com fome em 2015 será menor do que em 1999;
e) em 2030, o número de pessoas com fome no Sul da África será maior do que três vezes o número de pessoas com fome no Sul da Ásia.

1) C	2) C	3) C	4) B	5) D	6) E	7) D	8) C	9) B	10) B
11) E	12) E	13) E	14) E	15) D	16) A	17) D	18) A	19) C	20) B
21) A	22) D	23) D	24) E	25) D	26) E	27) D	28) D	29) B	30) A
31) D	32) D	33) E	34) A	35) A	36) C	37) D	38) C	39) D	40) C

1) (Enem 2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para a classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular.

No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso

	Matemática	**Português**	**Conhecimentos Gerais**	**Média**	**Mediana**	**Desvio Padrão**
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

a) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
b) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
c) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português
d) Paulo, pois obteve maior mediana.
e) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

2) (Enem 2ª aplicação 2010) Em uma corrida de regularidade, a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa.

Um campeonato foi organizado em 5 etapas, e o tempo médio de prova indicado pelos organizadores foi de 45 minutos por prova.

No quadro, estão representados os dados estatísticos das cinco equipes mais bem classificadas

Dados estatísticos das equipes mais bem classificadas (em minutos)

Equipes	**Média**	**Moda**	**Desvio-Padrão**
Equipe II	45	41	4
Equipe III	45	44	1
Equipe IV	45	44	3
Equipe V	45	47	2

Utilizando os dados estatísticos do quadro, a campeã foi a equipe

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

3) (Enem 2011) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em ºC)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

a) 17°C,17°C e 13,5°C
b) 17°C,18°C e 13,5°C
c) 17°C,135°C e 18°C
d) 17°C,18°C e 21,5°C
e) 17°C, 13,5°C e 21,5°C

4) (Enem 2012) Uma pesquisa realizada por estudantes da Faculdade de Estatística mostra, em horas por dia, como os jovens entre 12 e 18 anos gastam seu tempo, tanto durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira), como no fim de semana (sábado e domingo). A seguinte tabela ilustra os resultados da pesquisa.

Rotina Juvenil	Durante a semana	No fim de semana
Assistir à televisão	3	3
Atividades domésticas	1	1
Atividades escolares	5	1
Atividades de lazer	2	4
Descanso, higiene e alimentação	10	12
Outras atividades	3	3

De acordo com esta pesquisa, quantas horas de seu tempo gasta um jovem entre 12 e 18 anos, na semana inteira (de segunda-feira a domingo), nas atividades escolares?

a) 20
b) 21
c) 24
d) 25
e) 27

5) (Enem 2013) Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.
O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

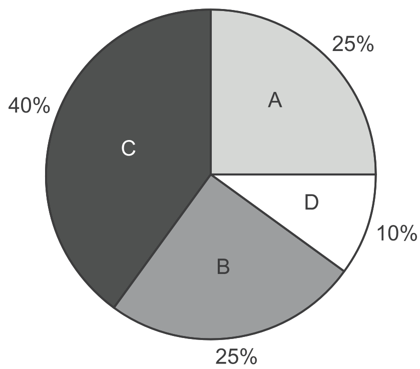
Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa

a) F
b) G
c) H
d) M
e) P

6) (Enem 2013) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária.

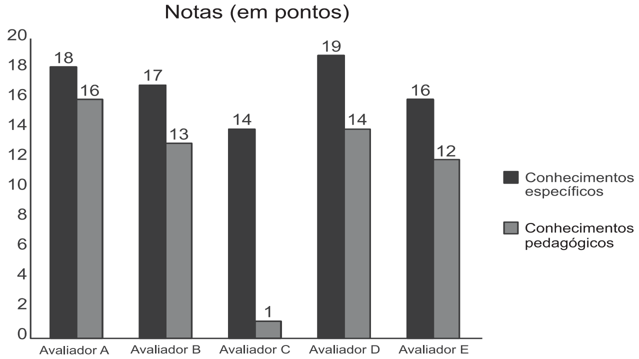
Os valores das diárias foram: A = R$ 200,00; B = R$ 300,00; C = R$ 400,00 e D = R$600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

a) 300,00
b) 345,00
c) 350,00
d) 375,00
e) 400,00

7) (Enem 2013) As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribui duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor. A nova média, em relação à média anterior, é

a) 0,25 ponto maior
b) 1,00 ponto maior
c) 1,00 ponto menor
d) 1,25 ponto maior
e) 2,00 pontos menor

8) Enem 2013) O índice de eficiência utilizado por um produtor de leite para qualificar suas vacas é dado pelo produto do tempo de lactação (em dias) pela produção média diária de leite (em kg), dividido pelo intervalo entre partos (em meses). Para esse produtor, a vaca é qualificada como eficiente quando esse índice é, no mínimo, 281 quilogramas por mês, mantendo sempre as mesmas condições de manejo (alimentação, vacinação e outros). Na comparação de duas ou mais vacas, a mais eficiente é a que tem maior índice. A tabela apresenta os dados coletados de cinco vacas: Dados relativos à produção de vacas

Vaca	Tempo de lactação (em dias)	Produção média diária de leite (em kg)	Intervalo entre partos (em meses)
Malhada	360	12,0	15
Mamona	310	11,0	12
Maravilha	260	14,0 12	
Mateira	310	13,0	13
Mimosa	270	12,0	11

Após a análise dos dados, o produtor avaliou que a vaca mais eficiente é a
a) Malhada.
b) Mamona.
c) Maravilha.
d) Mateira.
e) Mimosa.

9) (Enem 2014) Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante.
A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45.

Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas.

A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor

a) branca e os de número 38
b) branca e os de número 37
c) branca e os de número 36
d) preta e os de número 38
e) preta e os de número 37

10) (Enem PPL 2014) Em uma escola, cinco atletas disputam a medalha de ouro em uma competição de salto em distância. Segundo o regulamento dessa competição, a medalha de ouro será dada ao atleta mais regular em uma série de três saltos.

Os resultados e as informações dos saltos desses cinco atletas estão no quadro.

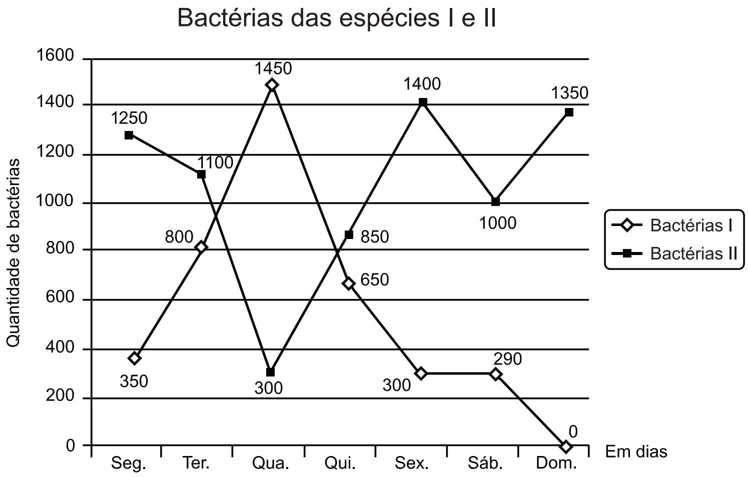
3,3 0,17

Atleta	1º salto	2º salto	3º salto	Média	Mediana	Desvio padrão
I	2,9	3,4	3,1	3,1	3,1	0,25
II	3,3	2,8	3,6	3,2	3,3	0,40
IV	2,3	3,3	3,4	3,0	3,3	0,60
V	3,7	3,5	2,2	3,1	3,5	0,81

A medalha de ouro foi conquistada pelo atleta número

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

11) (Enem 2014) Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1.250 bactérias da espécie II. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

a) Terça-feira
b) Quarta-feira
c) Quinta-feira
d) Sexta-feira
e) Domingo

12) (Enem 2014) Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes. O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados:

	Reagente 1	Reagente 2	Reagente 3	Reagente 4	Reagente 5
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
9 Experimento 3 6					
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

13) (Enem 2015) Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é

a) 20,70
b) 20,77
c) 20,82
d) 20,85
e) 20,90

14) (Enem PPL 2015) Cinco amigos marcaram uma viagem à praia em dezembro. Para economizar, combinaram de ir num único carro. Cada amigo anotou quantos quilômetros seu carro fez, em média, por litro de gasolina, nos meses de setembro, outubro e novembro. Ao final desse trimestre, calcularam a média dos três valores obtidos para escolherem o carro mais econômico, ou seja, o que teve a maior média. Os dados estão representados na tabela:

Carro	Desempenho médio mensal (km/litro)		
	Setembro	Outubro	Novembro
I	6,2	9,0	9,3
II	6,7	6,8	9,5
III	8,3	8,7	9,0
IV	8,5	7,5	8,5
V	8,0	8,0	8,0

Qual carro os amigos deverão escolher para a viagem?
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

15) (Enem 2ª aplicação 2016) Um vendedor de assinaturas de TV a cabo teve, nos 7 primeiros meses do ano, uma média mensal de 84 assi uma reestruturação da empresa, foi exigido que todos os vendedores tivessem, ao final do ano, uma média mensal de 99 assinaturas vendidas. Diante disso, o vendedor se viu forçado a aumentar sua média mensal de vendas nos 5 meses restantes do ano. Qual deverá ser a média mensal de vendas do vendedor, nos próximos 5 meses, para que ele possa cumprir a exigência da sua empresa?

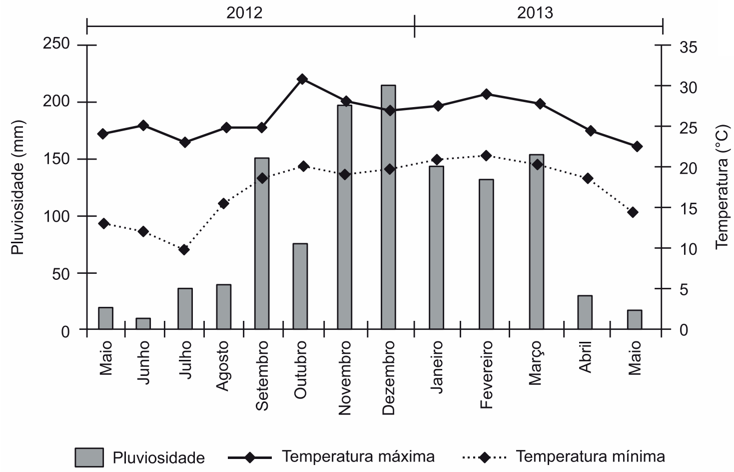
a) 91
b) 105
c) 114
d) 118
e) 120

SEÇÃO ENEM - ESTATÍSTICA E MÉDIAS

16) (Enem 2016) O cultivo de uma flor rara só é viável se do mês do plantio para o mês subsequente o clima da região possuir as seguintes peculiaridades:

- a variação do nível de chuvas (pluviosidade), nesses meses, não for superior a 50 mm;
- a temperatura mínima, nesses meses, for superior a 15 º C;
- ocorrer, nesse período, um leve aumento não superior a 5º C na temperatura máxima.

Um floricultor, pretendendo investir no plantio dessa flor em sua região, fez uma consulta a um meteorologista que lhe apresentou o gráfico com as condições previstas para os 12 meses seguintes nessa região.



Com base nas informações do gráfico, o floricultor verificou que poderia plantar essa flor rara. O mês escolhido para o plantio foi
a) janeiro.
b) fevereiro.
c) agosto.
d) novembro.
e) dezembro.

17) (Enem 2016) Preocupada com seus resultados, uma empresa fez um balanço dos lucros obtidos nos últimos sete meses, conforme dados do quadro.

Mês	I	II	III	IV	V	VI	VII
Lucro (em milhões de reais)	37	33	35	22	30	35	25

Avaliando os resultados, o conselho diretor da empresa decidiu comprar, nos dois meses subsequentes, a mesma quantidade de matéria-prima comprada no mês em que o lucro mais se aproximou da média dos lucros mensais dessa empresa nesse período de sete meses. Nos próximos dois meses, essa empresa deverá comprar a mesma quantidade de matéria-prima comprada no mês

a) I
b) II
c) IV
d) V
e) VII

18) (Enem 2016) Um posto de saúde registrou a quantidade de vacinas aplicadas contra febre amarela nos últimos cinco meses:

- 1º mês: 21;
- 2º mês: 22;
- 3º mês: 25;
- 4º mês: 31;
- 5º mês: 21.

No início do primeiro mês, esse posto de saúde tinha 228 vacinas contra febre amarela em estoque. A política de reposição do estoque prevê a aquisição de novas vacinas, no início do sexto mês, de tal forma que a quantidade inicial em estoque para os próximos meses seja igual a 12 vezes a média das quantidades mensais dessas vacinas aplicadas nos últimos cinco meses.

Para atender essas condições, a quantidade de vacinas contra febre amarela que o posto de saúde deve adquirir no início do sexto mês é

a) 156
b) 180
c) 192
d) 264
e) 288

19) (Enem 2016) O procedimento de perda rápida de "peso" é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três "pesagens" antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos "pesos". As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem	2ª pesagem	3ª pesagem	Média	Mediana	Desvio-padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três "pesagens", os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta.

A primeira luta foi entre os atletas

a) I e III
b) I e IV
c) II e III
d) II e IV
e) III e IV

20) (Enem 2016) A permanência de um gerente em uma empresa está condicionada à sua produção no semestre. Essa produção é avaliada pela média do lucro mensal do semestre. Se a média for, no mínimo, de 30 mil reais, o gerente permanece no cargo, caso contrário, ele será despedido. O quadro mostra o lucro mensal, em milhares de reais, dessa empresa, de janeiro a maio do ano em curso.

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
21	35	21	30	38

Qual deve ser o lucro mínimo da empresa no mês de junho, em milhares de reais, para o gerente continuar no cargo no próximo semestre?

a) 26
b) 29
c) 30
d) 31
e) 35

21) (Enem 2016) Em uma cidade, o número de casos de dengue confirmados aumentou consideravelmente nos últimos dias. A prefeitura resolveu desenvolver uma ação contratando funcionários para ajudar no combate à doença, os quais orientarão os moradores a eliminarem criadouros do mosquito *Aedes aegypti*, transmissor da dengue. A tabela apresenta o número atual de casos confirmados, por região da cidade.

Região	Casos confirmados
Oeste	237
Centro	262
Norte	158
Sul	159
Noroeste	160
Leste	278
Centro-Oeste	300
Centro-Sul	278

A prefeitura optou pela seguinte distribuição dos funcionários a serem contratados:

I. 10 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja maior que a média dos casos confirmados.
II. 7 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja menor ou igual à média dos casos confirmados.

Quantos funcionários a prefeitura deverá contratar para efetivar a ação?

a) 59
b) 65
c) 68
d) 71
e) 80

22) (Enem 2016) Ao iniciar suas atividades, um ascensorista registra tanto o número de pessoas que entram quanto o número de pessoas que saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha. O quadro apresenta os registros do ascensorista durante a primeira subida do térreo, de onde partem ele e mais três pessoas, ao quinto andar do edifício.

Número de pessoas	Térreo	1º andar	2º andar	3º andar	4º andar	5º andar
Que entram no elevador	4	4	1	2	2	2
Que saem do elevador	0	3	1	2	0	6

Com base no quadro, qual é a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

23) (Enem 2017) A avaliação de rendimento de alunos de um curso universitário baseia-se na média ponderada das notas obtidas nas disciplinas pelos respectivos números de créditos, como mostra o quadro:

Avaliação	Média de notas (M)
Excelente	$9 < M \leq 10$
Bom	$7 \leq M \leq 9$
Regular	$5 \leq M < 7$
Ruim	$3 \leq M < 5$
Péssimo	$M < 3$

Quanto melhor a avaliação de um aluno em determinado período letivo, maior sua prioridade na escolha de disciplinas para o período seguinte. Determinado aluno sabe que se obtiver avaliação “Bom” ou “Excelente” conseguirá matrícula nas disciplinas que deseja. Ele já realizou as provas de 4 das 5 disciplinas em que está matriculado, mas ainda não realizou a prova da disciplina I, conforme o quadro.

Disciplinas	Notas	Número de créditos
I		12
II	8,00	4
IV	5,00	8
V	7,50	10

Para que atinja seu objetivo, a nota mínima que ele deve conseguir na disciplina I é

a) 7,00
b) 7,38
c) 7,50
d) 8,25
e) 9,00

24) (Enem PPL 2017) Numa turma de inclusão de jovens e adultos na educação formal profissional (Proeja), a média aritmética das idades dos seus dez alunos é de 32 anos. Em determinado dia, o aluno mais velho da turma faltou e, com isso, a média aritmética das idades dos nove alunos presentes foi de 30 anos. Qual é a idade do aluno que faltou naquela turma?

a) 18
b) 20
c) 31
d) 50
e) 62

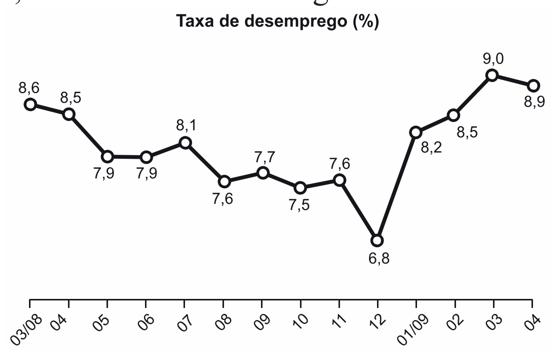
25) (Enem 2017) Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s)

a) apenas o aluno Y
b) apenas o aluno Z
c) apenas os alunos X e Y
d) apenas os alunos X e Z
e) os alunos X, Y e Z

26) (Enem 2017) O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.



IBGE. *Pesquisa mensal de emprego*. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 30 jul. 2012 (adaptado).

A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

a) 8,1%
b) 8,0%
c) 7,9%
d) 7,7%
e) 7,6%

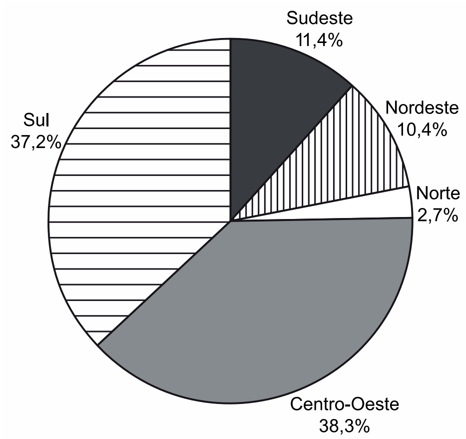
27) (Enem PPL 2017) Cinco regiões de um país estão buscando recursos no Governo Federal para diminuir a taxa de desemprego de sua população. Para decidir qual região receberia o recurso, foram colhidas as taxas de desemprego, em porcentagem, dos últimos três anos. Os dados estão apresentados na tabela.

Taxa de desemprego (%)					
	Região A	Região B	Região C	Região D	Região E
Ano I	12,1	12,5	11,9	11,6	8,2
Ano II	11,7	10,5	12,7	9,5	12,6
Ano III	12,0	11,6	10,9	12,8	12,7

Ficou decidido que a região contemplada com a maior parte do recurso seria aquela com a maior mediana das taxas de desemprego dos últimos três anos. A região que deve receber a maior parte do recurso é a

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

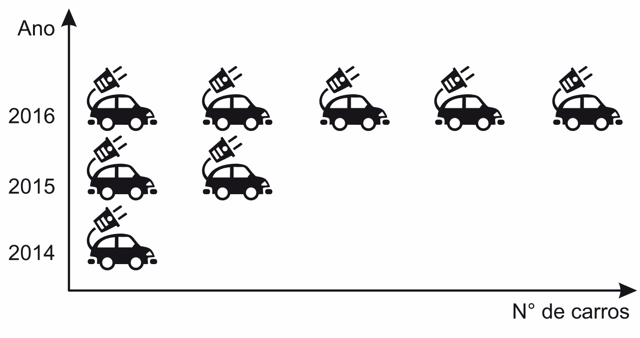
28) (Enem PPL 2017) Estimativas do IBGE para a safra nacional de cereais, leguminosas e oleaginosas, em 2012, apontavam uma participação por região conforme indicado no gráfico.



As estimativas indicavam que as duas regiões maiores produtoras produziriam, juntas, um total de 119,9 milhões de toneladas dessas culturas, em 2012. De acordo com esses dados, qual seria o valor mais próximo da produção, em milhão de tonelada, de cereais, leguminosas e oleaginosas, em 2012, na Região Sudeste do país?

a) 10,3
b) 11,4
c) 13,6
d) 16,5
e) 18,1

29) (Enem 2018) De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de Energia (AIE), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011. No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico.



Disponível em: www.tecmundo.com.br. Acesso em: 5 dez. 2017.

A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

a) 192
b) 240
c) 252
d) 320
e) 420

30) (Enem 2018) A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (CIPA) de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos, fez, a pedido da diretoria, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários. Essa pesquisa, realizada com uma amostra de 100 funcionários, norteará as ações da empresa na política de segurança no trabalho. Os resultados obtidos estão no quadro.

Número de acidentes sofridos	Número de trabalhadores
0	50
1	17
2	15
3	10
5	2

A média do número de acidentes por funcionário na amostra que a CIPA apresentará à diretoria da empresa é

a) 0,15
4 b) 0,30 6
c) 0,50
d) 1,11
e) 2,22

ESTATÍSTICA									
1) B	2) C	3) B	4) E	5) B	6) C	7) B	8) D	9) A	10) C
11) A	12) B	13) D	14) C	15) E	16) A	17) D	18) B	19) C	20) E
21) D	22) D	23) D	24) D	25) B	26) B	27) E	28) E	29) D	30) D

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Análise Combinatória

1) FATORIAL

Se n é um número natural $(n \geq 2)$, chamamos fatorial de n (símbolo: n!) o produto de todos os números naturais consecutivos, tomados de n até 1.

$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Exemplos: $\begin{cases} 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \\ 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \\ 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \end{cases}$

OBS: $0! = 1$ e $1! = 1$

2) PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC)

Se uma decisão d_1 pode ser tomada de x maneiras e se, uma vez tomada à decisão d_1, a decisão d_2 puder ser tomada de y maneiras então o número de maneiras de se tomarem as decisões d_1 e d_2 é $x \cdot y$.

3) ARRANJO SIMPLES: Dado um conjunto A, com n elementos distintos, chama-se arranjo simples dos n elementos, tomados p a p (com $p \leq n$), cada um dos agrupamentos ordenados que possam ser formados contendo, sem repetição, p elementos de A.

De modo geral, o número de arranjos simples de n elementos, tomados p a p, pode ser representado por $A_{n,p}$ ou A_n^p, cuja fórmula é dada por: $A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$.

4) PERMUTAÇÕES SIMPLES: Dado um conjunto A com n elementos distintos, chama-se permutação simples dos n elementos cada um dos agrupamentos ordenados que podem ser formados contendo, sem repetição, todos os n elementos de A.

De modo geral, o número de permutações simples de n elementos é representado por P_n.

$$P_n = A_{n,n} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

5) COMBINAÇÕES SIMPLES: Dado um conjunto A, com n elementos distintos, chama-se combinação simples dos n elementos, tomados p a p (com $p \leq n$), cada um dos agrupamentos não ordenados que possam ser formados contendo, sem repetição, p elementos de A.

De modo geral, o número de combinações simples de n elementos, tomados p a p, pode ser indicado por $C_{n,p}$ ou C_n^p, cuja fórmula é dada por: $C_{n,p} = \dfrac{n!}{(n-p)! \cdot p!}$.

6) PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO: Considere um conjunto com n símbolos onde um determinado símbolo repete a vezes, outro b vezes, outro c vezes, e assim por diante, com $a+b+c+\cdots=n$, então teremos que $P_n^{a,b,c,\ldots}=\dfrac{n!}{a!\cdot b!\cdot c!\ldots}$.

7) PERMUTAÇÃO CIRCULAR: Considere n objetos distintos ao redor de uma mesa circular, ou em forma de uma roda de ciranda, por exemplo, então o número de permutações circulares desses n objetos

é igual a $PC_n=\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$.

OBS:

$$\text{Tipos de Agrupamentos} \Rightarrow \begin{cases} \text{Ordem dos objetos importa} \Rightarrow \begin{cases} \text{PFC} \\ \text{Arranjo} \\ \text{Permutação Simples} \\ \text{Permutação com repetição} \\ \text{Permutação Circular} \end{cases} \\ \text{Ordem dos objetos não importa} \Rightarrow \{\text{Combinação} \end{cases}$$

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

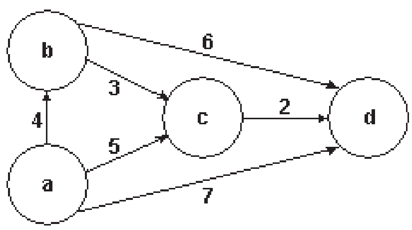
1) Um auditório em forma de um salão circular dispõe de 6 portas, que podem ser utilizadas tanto como entrada ou para saída do salão. De quantos modos distintos uma pessoa que se encontra fora do auditório pode entrar e sair do mesmo, utilizando como porta de saída uma porta diferente da que utilizou para entrar?

a) 6
b) 11
c) 12
d) 30
e) 36

2) (UEG) Uma montadora de carros oferece a seus clientes as seguintes opções na montagem de um carro: 2 tipos de motores (1.8 ou 2.0), 2 tipos de câmbios (manual ou automático), 6 cores (branco, preto, vermelho, azul, cinza ou prata) e 3 tipos de acabamento (simples, intermediário ou sofisticado). De quantas maneiras distintas pode-se montar esse carro?

a) 4
b) 13
c) 24
d) 36
e) 72

3) (UFAL) Desde o fim da última era glacial até hoje, a humanidade desenvolveu a agricultura, a indústria, construiu cidades e, por fim, com o advento da Internet, experimentou um avanço comercial sem precedentes. Quase todos os produtos vendidos no planeta atravessam alguma fronteira antes de chegar ao consumidor. No esquema adiante, suponha que os países a, b, c e d estejam inseridos na logística do transporte de mercadorias com o menor custo e no menor tempo.



Os números indicados representam o número de rotas distintas de transporte aéreo disponíveis, nos sentidos indicados. Por exemplo, de a até b são 4 rotas; de c até d são 2 rotas, e assim por diante.
Nessas condições, o número total de rotas distintas, de a até d é igual a

a) 66
b) 65
c) 64
d) 63
e) 62

4) (UNESP) Um turista, em viagem de férias pela Europa, observou pelo mapa que, para ir da cidade A à cidade B, havia três rodovias e duas ferrovias e que, para ir de B até uma outra cidade, C, havia duas rodovias e duas ferrovias. O número de percursos diferentes que o turista pode fazer para ir de A até C, passando pela cidade B e utilizando rodovia e trem obrigatoriamente, em qualquer ordem, é:

a) 9
b) 10
c) 12
d) 15
e) 20

5) (UFJF) Uma empresa escolherá um chefe para cada uma de suas repartições A e B. Cada chefe deve ser escolhido entre os funcionários das respectivas repartições e não devem ser ambos do mesmo sexo. Abaixo é apresentado o quadro de funcionários das repartições A e B.

FUNCIONÁRIOS	REPARTIÇÕES	
	A	B
Mulheres	4	7
Homens	6	3

De quantas maneiras é possível ocupar esses dois cargos?

a) 12
b) 24
c) 42
d) 54
e) 72

6) (EPCAR) Um baralho é composto por 52 cartas divididas em 4 naipes distintos (copas, paus, ouros e espadas). Cada naipe é constituído por 13 cartas, das quais 9 são numeradas de 2 a 10, e as outras 4 são 1 valete (J), 1 dama (Q), 1 rei (K) e 1 ás (A).
Ao serem retiradas desse baralho duas cartas, uma a uma e sem reposição, a quantidade de sequências que se pode obter em que a primeira carta seja de ouros e a segunda não seja um ás é igual a

a) 612
b) 613
c) 614
d) 615

7) (FGV) Deseja-se criar uma senha para os usuários de um sistema, começando por três letras escolhidas entre as cinco A, B, C, D e E, seguidas de quatro algarismos escolhidos entre 0, 2, 4, 6 e 8. Se entre as letras puder haver repetição, mas se os algarismos forem todos distintos, o número total de senhas possíveis é:
a) 78.125
b) 7.200
c) 15.000
d) 6.420
e) 50

8) (UFRGS) Tomando os algarismos ímpares para formar números com quatro algarismos distintos, a quantidade de números divisíveis por 5 que se pode obter é

a) 12
b) 14
c) 22
d) 24
e) 26

9) (PUC) Cada um dos participantes de uma corrida de bicicleta é identificado por meio de um número, múltiplo de cinco, formado por três algarismos. O algarismo das centenas é tirado do conjunto A = {1,2,3,4} e os demais pertencem ao conjunto B = {0,5,6,7,8,9}. O número máximo de ciclistas participantes dessa corrida é:

a) 40
b) 48
c) 120
d) 144
e) 180

10) (UECE) A quantidade de números inteiros positivos menores que 400 que podemos formar, utilizando somente os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, de modo que não figurem algarismos repetidos é

a) 36

b) 56

c) 61

d) 85

11) (PUC) Com os algarismos 1, 2, 3 e 4, sem repeti-los, podemos escrever "x" números maiores que 2400. O valor de x é:

a) 6
b) 12
c) 14
d) 18
e) 24

12) (ESPM) Com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 podemos formar 60 números naturais de 3 algarismos distintos. Desse total, a quantidade dos que são divisíveis por 6 é:

a) 10
b) 12
c) 5
d) 8
e) 7

13) (FGV) O total de números pares não negativos de até quatro algarismos que podem ser formados com os algarismos 0, 1, 2 e 3, sem repetir algarismos, é igual a
a) 26
b) 27
c) 28
d) 29
e) 30

14) (FGV) Uma pessoa vai retirar dinheiro num caixa eletrônico de um banco, mas na hora de digitar a senha, esquece-se do número. Ela lembra que o número tem 5 algarismos, começa com 6, não tem algarismos repetidos e tem o algarismo 7 em alguma posição. O número máximo de tentativas para acertar a senha é
a) 1 680
b) 1 344
c) 720
d) 224
e) 136

15) (UECE) No Brasil, os veículos de pequeno, médio e grande porte que se movimentam sobre quatro ou mais pneus são identificados com placas alfanuméricas que possuem sete dígitos, dos quais três são letras do alfabeto português e quatro são algarismos de 0 a 9, inclusive estes. Quantos desses veículos podem ser emplacados utilizando somente letras vogais e algarismos pares?

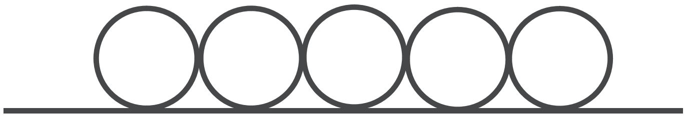
a) 78.625
b) 78.125
c) 80.626
d) 80.125

16) (UFRN) De acordo com o Conselho Nacional de Trânsito - CONTRAN, os veículos licenciados no Brasil são identificados externamente por meio de placas cujos caracteres são três letras do alfabeto e quatro algarismos. Nas placas a seguir, as letras estão em sequência e os algarismos também. O número de placas que podemos formar com as letras e os algarismos distribuídos em sequência, como nos exemplos, é

a) 192
b) 168
c) 184
d) 208

17) Um palíndromo ou capicua é um número, que se lê da mesma maneira nos dois sentidos, ou seja, da esquerda para a direita ou ao contrário, como 333, 1661 e 28482. Assinale a alternativa correspondente à quantidade de palíndromos que são números pares de cinco algarismos do nosso sistema de numeração.
a) 300
b) 400
c) 500
d) 600
e) 700

18) (MACK) Cada um dos círculos da figura deverá ser pintado com uma cor, escolhida dentre três disponíveis. Sabendo que dois círculos consecutivos nunca serão pintados com a mesma cor, o número de formas de se pintar os círculos é



a) 72
b) 68
c) 60
d) 54
e) 48

19) (UNESP) Um certo tipo de código usa apenas dois símbolos, o número zero (0) e o número um (1) e, considerando esses símbolos como letras, podem-se formar palavras. Por exemplo: 0, 01, 00, 001 e 110 são algumas palavras de uma, duas e três letras desse código. O número máximo de palavras, com cinco letras ou menos, que podem ser formadas com esse código é:

a) 120
b) 62
c) 60
d) 20
e) 10

20) (UFU) A prova de um concurso é composta somente de 10 questões de múltipla escolha, com as alternativas A, B, C e D por questão. Sabendo-se que, no gabarito da prova, não aparece a letra A e que a letra D aparece apenas uma vez, quantos são os gabaritos possíveis de ocorrer?

a) 4^{10}
b) 2^{10}
c) 2^{9}
d) 4^{9}
e) 10.2^{9}

21) (UEMG) "Genius era um brinquedo muito popular na década de 1980 (...). O brinquedo buscava estimular a memorização de cores e sons. Com formato semelhante a um OVNI, possuía 4 botões de cores distintas que emitiam sons harmônicos e se iluminavam em sequência. Cabia aos jogadores repetir o processo sem errar".
Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre. (Adaptado).

Considerando uma fase aleatória e em sequência, do jogo em que 3 luzes ir
podendo cada cor acender mais de uma vez. O número máximo de formas que essa sequência de 3 luzes poderá acender é:

a) 12
b) 24
c) 36
d) 64

22) (FUVEST) Participam de um torneio de voleibol, 20 times distribuídos em 4 chaves, de 5 times cada. Na 1ª fase do torneio, os times jogam entre si uma única vez (um único turno), todos contra todos em cada chave, sendo que os 2 melhores de cada chave passam para a 2ª fase. Na 2ª fase, os jogos são eliminatórios; depois de cada partida, apenas o vencedor permanece no torneio. Logo, o número de jogos necessários até que se apure o campeão do torneio é

a) 39
b) 41
c) 43
d) 45
e) 47

23) (FUVEST) Numa primeira fase de um campeonato de xadrez cada jogador joga uma vez contra todos os demais. Nessa fase foram realizados 78 jogos. Quantos eram os jogadores?

a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

24) (ESPM) Em uma classe há 25 alunos. Podemos afirmar, com certeza, que:

a) Algum aluno faz aniversário em janeiro.
b) Em algum mês haverá 4 aniversários.
c) Pelo menos 3 alunos fazem aniversário no mesmo mês.
d) Pelo menos 2 alunos aniversariam em dezembro.
e) No máximo 4 alunos fazem aniversário em um mesmo mês.

25) (UERJ) Uma máquina contém pequenas bolas de borracha de 10 cores diferentes, sendo 10 bolas de cada cor. Ao inserir uma moeda na máquina, uma bola é expelida ao acaso.
Observe a ilustração:

Para garantir a retirada de 4 bolas de uma mesma cor, o menor número de moedas a serem inseridas na máquina corresponde a:

a) 5
b) 13
c) 31
d) 40

GABARITO												
1) D	2) E	3) B	4) B	5) D	6) A	7) C	8) D	9) B	10) C	11) C	12) D	13) B
14) B	15) B	16) B	17) B	18) E	19) B	20) E	21) D	22) E	23) D	24) C	25) C	

PERMUTAÇÕES

1) (UFF) Com as letras da palavra PROVA podem ser escritos x anagramas que começam por vogal e y anagramas que começam e terminam por consoante. Os valores de x e y são, respectivamente:

a) 48 e 36
b) 48 e 72
c) 72 e 36
d) 24 e 36
e) 72 e 24

2) (UERJ) No quadrinho abaixo as quatro pessoas que conversavam no banco da praça poderiam estar sentadas em outra ordem. Considerando que o fumante ficou sempre numa das extremidades, o número de ordenações possíveis é:

a) 4
b) 6
c) 12
d) 24
e) 48

(O Globo, 03/01/93)

3) (MACK) Um trem de passageiros é constituído de uma locomotiva e seis vagões distintos, sendo um deles restaurante. Sabendo que a locomotiva deve ir à frente e o vagão-restaurante não pode ser colocado imediatamente após a locomotiva, o número de maneiras de montar a composição é

a) 120

b) 320

c) 720

d) 600

4) (UFAM) João Carlos possui 10 livros distintos, sendo 5 de geometria, 2 de álgebra e 3 de análise. O número de maneiras pelos quais João pode arrumar esses livros em uma estante, de forma que os livros de mesmo assunto permaneçam juntos, é:

a) 1728
b) 8640
c) 288
d) 1440
e) 720

5) Dos anagramas da palavra CASTELO, quantos têm as vogais em ordem alfabética e juntas?

a) 180
b) 144
c) 120
d) 720
e) 360

6) (UFMG) Para montar a programação de uma emissora de rádio, o programador musical conta com 10 músicas distintas, de diferentes estilos, assim agrupadas: 4 de MPB, 3 de Rock e 3 de Pop.
Sem tempo para fazer essa programação, ele decide que, em cada um dos programas da emissora, serão tocadas, de forma aleatória, todas as 10 músicas. Assim sendo, é CORRETO afirmar que o número de programas distintos em que as músicas vão ser tocadas agrupadas por estilo é dado por:

a) $4!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 3!$
b) $\dfrac{10!}{7!}$
c) $4!\cdot 3!\cdot 3!$
d) $\dfrac{10!}{7!\cdot 3!}$

7) (UNIFESP) As permutações das letras da palavra PROVA foram listadas em ordem alfabética, como se fossem palavras de cinco letras em um dicionário. A 73ª palavra nessa lista é:

a) PROVA
b) VAPOR
c) RAPOV
d) ROVAP
e) RAOPV

8) (ESPCEX) Um grupo é formado por oito homens e cinco mulheres. Deseja-se dispor essas oito pessoas em uma fila, conforme figura abaixo, de modo que as cinco mulheres ocupem sempre as posições 1, 2, 3, 4 e 5, e os homens as posições 6,7 e 8.

figura ilustrativa – fora de escala

Quantas formas possíveis de fila podem ser formadas obedecendo a essas restrições?

a) 56
b) 456
c) 40.320
d) 72.072
e) 8.648.640

9) (FEEVALE) Considerando a ordem crescente dos números com cinco algarismos distintos que podemos formar com os algarismos 3,5,6,7 e 8, em qual posição está o número 57.638?

a) 33ª posição
b) 38ª posição
c) 39ª posição
d) 40ª posição
e) 41ª posição

10) (FUVEST) Um lotação possui três bancos para passageiros, cada um com três lugares, e deve transportar os três membros da família Sousa, o casal Lúcia e Mauro e mais quatro pessoas.

Além disso,

✓ a família Sousa quer ocupar um mesmo banco;
✓ Lúcia e Mauro querem sentar-se lado a lado.

Nessas condições, o número de maneiras distintas de dispor os nove passageiros no lotação é igual a

a) 928
b) 1152
c) 1828
d) 2412
e) 3456

11) (UNIFOR) Três homens e três mulheres vão ocupar 3 degraus de uma escada para tirar uma foto. Essas pessoas devem se colocar de maneira que em cada degrau fique apenas um casal.

Nessas condições, de quantas maneiras diferentes elas podem se arrumar?

a) 1080
b) 720
c) 360
d) 288
e) 144

12) Os alunos do curso de Computação Gráfica estão desenvolvendo um vídeo com todos os anagramas da palavra CARNAVAL.

Se cada anagrama é mostrado durante 0,5 s na tela, a animação completa dura

a) menos de 1 minuto.
b) menos de 1 hora.
c) menos de meia hora.
d) menos de 10 minutos.
e) mais de 1 hora.

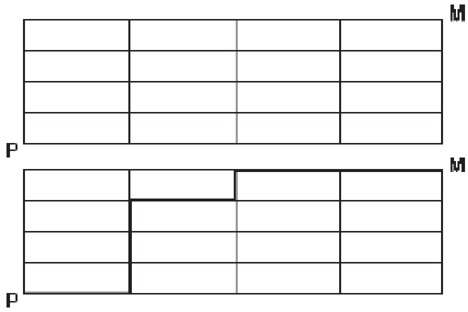
13) (PUC) Seja *n* a quantidade de anagramas da palavra FILOSOFIA que possuem todas as vogais juntas. Temos que *n* vale:

a) 1.800
b) 3.600
c) 4.800
d) 181.440
e) 362.880

14) (CESGRANRIO) Na figura a seguir, temos uma "malha" formada por 16 retângulos iguais. Uma partícula deve ir do ponto P ao ponto M, percorrendo a menor distância possível, deslocando-se somente por sobre as linhas da figura e com velocidade média de 2cm/s.

Como exemplo, temos, a seguir, uma representação de um desses caminhos.

Quantos são os possíveis caminhos que tal partícula poderá percorrer?



a) 256
b) 128
c) 120
d) 70
e) 56

15) Uma formiga está na origem do sistema cartesiano ortogonal de eixos OX e OY. Caminhando sempre uma unidade para o leste ou uma unidade para o norte, quantos caminhos distintos existem até o ponto (4, 4), sendo que ela deve passar pelo ponto (3, 2) obrigatoriamente?

a) 70

b) 30

c) 12

d) 35

16) (ITA) Considere todos os números de cinco algarismos formados pela justaposição de 1, 3, 5, 7 e 9, em qualquer ordem, sem repetição. A soma de todos esses números esta entre:

a) 5×10^6 e 6×10^6
b) 6×10^6 e 7×10^6
c) 7×10^6 e 8×10^6
d) 9×10^6 e 10×10^6
e) 10×10^6 e 11×10^6

17) Considere um conjunto formado por 6 pessoas. De quantas maneiras estas 6 pessoas poderão se acomodar em uma mesa redonda com 6 cadeiras?

a) 720
b) 360
c) 120
d) 24

18) Considere um conjunto formado por 10 pessoas, sendo 5 meninos e 5 meninas. Se os 5 meninos e as 5 meninas formarem uma roda, de quantas maneiras poderão dar as mãos, com a condição de que as meninas e os meninos fiquem sempre intercalados.

a) $(5!)^2$
b) $(4!)\cdot(5!)$
c) $(4!)^2$
d) $4\cdot(5!)$

19) Considere um conjunto formado por 8 pessoas, sendo 4 meninos e 4 meninas. Se os 4 meninos e as 4 meninas formarem uma roda, de quantas maneiras poderão dar as mãos, com a condição de que pelo menos duas meninas estejam juntas?

a) $7!-4!$
b) $7!-3\cdot4!$
c) $7!-6\cdot4!$
d) $7!-5!$

20) Um grupo formado por 5 casais irão se sentar numa mesa redonda com 10 lugares. O número de maneiras desses 5 casais se sentarem nessa mesa, de modo que cada homem permaneça ao lado da sua mulher é igual a:

a) 768

b) 384

c) 192

d) 96

e) 48

GABARITO									
1) A	2) C	3) D	4) B	5) C	6) A	7) E	8) C	9) C	10) E
11) D	12) B	13) A	14) D	15) B	16) B	17) C	18) B	19) C	20) A

COMBINAÇÕES

1) Um aluno do Instituto Federal de Alagoas (IFAL), deseja praticar dois esportes, durante o ano letivo de 2017. Sabendo que o IFAL oferece os esportes: futebol de campo, futsal, voleibol de quadra, voleibol de praia, handebol, basquete e judô, de quantas maneiras esse aluno pode fazer sua escolha?

a) 14
b) 21
c) 42
d) 49
e) 128

2) (PUC) Admita que certa cidade brasileira tenha 8 *canais* de TV aberta, todos com transmissões diárias. Se uma pessoa pretende assistir três dos oito canais em um mesmo dia, ela pode fazer isso de x maneiras diferentes sem levar em consideração a ordem em que assiste os canais, e pode fazer de y maneiras diferentes levando em consideração a ordem em que assiste os canais.

Sendo assim, $y - x$ é igual a

a) 112
b) 280
c) 224
d) 56
e) 140

3) (FCM) Num determinado setor de um hospital trabalham 5 médicos e 10 enfermeiros. Quantas equipes distintas constituídas cada uma de um médico e 4 enfermeiros podem ser formadas nesse setor?

a) 210
b) 1050
c) 5050
d) 10080
e) 25200

4) (PUC) O técnico da seleção brasileira de futebol precisa convocar mais 4 jogadores, dentre os quais exatamente um deve ser goleiro.

Sabendo que na sua lista de possibilidades para essa convocação existem 15 nomes, dos quais 3 são goleiros, qual é o número de maneiras possíveis dele escolher os 4 jogadores?

a) 220
b) 660
c) 1.980
d) 3.960
e) 7.920

5) Uma padaria faz sanduíches, segundo a escolha do cliente, oferecendo três tipos diferentes de pães e dez tipos diferentes de recheios. Se o cliente pode escolher o tipo de pão e um, dois ou três recheios diferentes, o número de possibilidades de compor o sanduíche é:

a) 450
b) 375
c) 525
d) 735

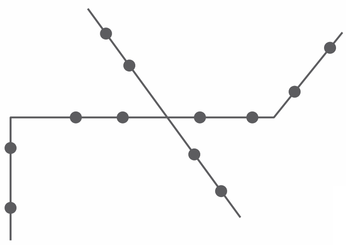
6) (UFES) Uma lanchonete faz vitaminas com uma, duas, três, quatro ou cinco frutas diferentes, a saber: laranja, mamão, banana, morango e maçã. As vitaminas podem ser feitas com um só tipo de fruta ou misturando-se os tipos de fruta, de acordo com o gosto do freguês. Desse modo, quantas opções de vitaminas a lanchonete oferece?

a) 10
b) 25
c) 31
d) 35

7) (UFOP) Numa sala de aula com 15 alunos, 10 são rapazes e 5 são moças. Dentre esses alunos, existe um único casal de namorados. Serão formados grupos de 6 rapazes e 3 moças. O número de grupos que podem ser formados com a presença desse casal de namorados é:

a) 336
b) 504
c) 756
d) 1596

8) (FUVEST) Doze pontos são assinalados sobre quatro segmentos de reta de forma que três pontos sobre três segmentos distintos nunca são colineares, como na figura.



O número de triângulos distintos que podem ser desenhados com os vértices nos pontos assinalados é

a) 200
b) 204
c) 208
d) 212
e) 220

9) Numa escola há 6 professores de matemática e 5 de química. De quantas maneiras pode-se formar uma comissão de 5 professores, tendo pelo menos um de química?

a) 456

b) 460

c) 461

d) 462

10) (FGV) Uma empresa tem 3 diretores e 5 gerentes. Quantas comissões de 5 pessoas podem ser formadas, contendo no mínimo 1 diretor?

a) 500
b) 720
c) 4500
d) 25
e) 55

11) Em uma escola que possui 10 professores, um grupo de 4 será selecionado para ir a um congresso de educação. De quantas maneiras o grupo poderá ser formado se dois dos 10 são marido e mulher e só irão juntos?

a) 165
b) 98
c) 126
d) 122

12) (UFMG) A partir de um grupo de oito pessoas, quer-se formar uma comissão constituída de quatro integrantes. Nesse grupo, incluem-se Gustavo e Danilo, que, sabe-se, não se relacionam um com o outro. Portanto, para evitar problemas, decidiu-se que esses dois, juntos, não deveriam participar da comissão a ser formada. Nessas condições, de quantas maneiras distintas se pode formar essa comissão?

a) 70
b) 35
c) 45
d) 55

13) (FUVEST) Uma ONG decidiu preparar sacolas, contendo 4 itens distintos cada, para distribuir entre a população carente. Esses 4 itens devem ser escolhidos entre 8 tipos de produtos de limpeza e 5 tipos de alimentos não perecíveis. Em cada sacola, deve haver pelo menos um item que seja alimento não perecível e pelo menos um item que seja produto de limpeza. Quantos tipos de sacolas distintas podem ser feitos?

a) 360
b) 420
c) 540
d) 600
e) 640

14) (UFMG) O jogo de dominó possui 28 peças distintas. Quatro jogadores repartem entre si essas 28 peças, ficando cada um com 7 peças. De quantas maneiras distintas se pode fazer tal distribuição?

a) $\dfrac{28!}{(7!)(4!)}$

b) $\dfrac{28!}{(4!)(24!)}$

c) $\dfrac{28!}{(7!)^4}$

d) $\dfrac{28!}{(7!)(21!)}$

15) (UNIBH) Uma senha de 5 símbolos deve ser feita de forma a conter dois elementos distintos do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} e três elementos distintos do conjunto {U, N, I, B, H}, em qualquer ordem. Por exemplo, duas possíveis senhas são U43NB ou 2BH9N. O número total de senhas que podem ser formadas nesse sistema é

a) 1.080
b) 4.320
c) 5.520
d) 43.200

GABARITO									
1) B	2) B	3) B	4) B	5) C	6) C	7) C	8) D	9) A	10) E
11) B	12) D	13) E	14) C	15) D					

1) (Enem 2002) O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe a seguir um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.

Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001

Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010

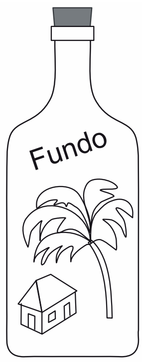
No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima.

Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas as escuras, é

a) 14
b) 12
c) 8
d) 6
e) 4

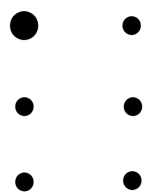
2) (Enem 2004) No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.

O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é



a) 6
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10

3) (Enem 2005) A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caractere é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais. Por exemplo, a letra A é representada por



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é

a) 12
b) 31
c) 36
d) 63
e) 720

4) (Enem 2007) Estima-se que haja, no Acre, 209 espécies de mamíferos, distribuídas conforme a tabela a seguir.

Grupos taxonômicos	Número de espécies
Artiodáctilos	4
Carnívoros	18
Cetáceos	2
Quirópteros	103
Lagomorfos	1
Marsupiais	16
Perissodáctilos	1
Primatas	20
Roedores	33
Sirênios	1
Edentados	10
Total	209

T & C Amazônia, ano 1, n.º 3, dez./2003.

Deseja-se realizar um estudo comparativo entre três dessas espécies de mamíferos - uma do grupo Cetáceos, outra do grupo Primatas e a terceira do grupo Roedores. O número de conjuntos distintos que podem ser formados com essas espécies para esse estudo é igual a

a) 1.320
b) 2.090
c) 5.845
d) 6.600
e) 7.245

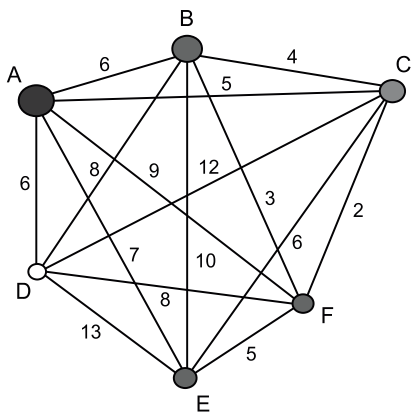
5) (Enem 2009) Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de

a) uma combinação e um arranjo, respectivamente.
b) um arranjo e uma combinação, respectivamente.
c) um arranjo e uma permutação, respectivamente.
d) duas combinações.
e) dois arranjos.

6) (Enem 2010) João mora na cidade A e precisa visitar cinco clientes, localizados em cidades diferentes da sua. Cada trajeto possível pode ser representado por uma sequência de 7 letras. Por exemplo, o trajeto ABCDEFA, informa que ele saíra da cidade A, visitando as cidades B, C, D, E e F nesta ordem, voltando para a cidade A. Além disso, o número indicado entre as letras informa o custo do deslocamento entre as cidades.

A figura mostra o custo de deslocamento entre cada uma das cidades.



Como João quer economizar, ele precisa determinar qual o trajeto de menor custo para visitar os cinco clientes. Examinando a figura, percebe que precisa considerar somente parte das sequências, pois os trajetos ABCDEFA e AFEDCBA têm o mesmo cust examinar uma
sequência e descartar sua simétrica, conforme apresentado.

O tempo mínimo necessário para João verificar todas as sequências possíveis no problema é de

a) 60 min
b) 90 min
c) 120 min
d) 180 min
e) 360 min

7) (Enem 2010) Considere que um professor de arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados na tabela a seguir.

Museus nacionais	Museus internacionais
Masp — São Paulo	Louvre — Paris
MAM — São Paulo	Prado — Madri
Ipiranga — São Paulo	British Museum — Londres
Imperial — Petrópolis	Metropolitan — Nova York

De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para visitar?

a) 6
b) 8
c) 20
d) 24
e) 36

8) (Enem 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares. Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75.913 é

a) 24
b) 31
c) 32
d) 88
e) 89

9) (Enem 2012) O designer português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados poliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem ser associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.

De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?

a) 14
b) 18
c) 20
d) 21
e) 23

10) (Enem 2013) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta corrente pela internet. Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres. Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo. O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

a) $\dfrac{62^6}{10^6}$

b) $\dfrac{62!}{10!}$

c) $\dfrac{62!\cdot 4!}{10!\cdot 56!}$

d) $62!-10!$

e) 62^6-10^6

11) (Enem 2013) Considere o seguinte jogo de apostas:
Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela. O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R$500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:
- Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
- Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
- Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
- Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
- Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são
a) Caio e Eduardo
b) Arthur e Eduardo
c) Bruno e Caio
d) Arthur e Bruno
e) Douglas e Eduardo

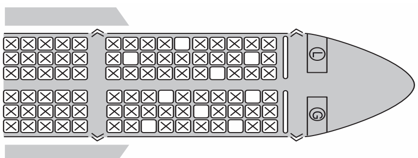
12) (Enem 2014) Um procedimento padrão para aumentar a capacidade do número de senhas de banco é acrescentar mais caracteres a essa senha. Essa prática, além de aumentar as possibilidades de senha, gera um aumento na segurança. Deseja-se colocar dois novos caracteres na senha de um banco, um no início e outro no final. Decidiu-se que esses novos caracteres devem ser vogais e o sistema conseguirá diferenciar maiúsculas de minúsculas. Com essa prática, o número de senhas possíveis ficará multiplicado por

a) 100
b) 90
c) 80
d) 25
e) 20

13) (Enem 2014) Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido. De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

a) $20 \times 8! + (3!)^2$
b) $8! \times 5! \times 3!$
c) $\dfrac{8! \times 5! \times 3!}{2^8}$
d) $\dfrac{8! \times 5! \times 3!}{2^2}$
e) $\dfrac{16!}{2^8}$

14) (Enem 2015) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o site de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo site as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

a) $\dfrac{9!}{2!}$
b) $\dfrac{9!}{7! \times 2!}$
c) $7!$
d) $\dfrac{5!}{2!} \times 4!$
e) $\dfrac{5!}{4!} \times \dfrac{4!}{3!}$

15) (Enem 2015) Numa cidade, cinco escolas de samba (I, II, III, IV e V) participaram do desfile de Carnaval. Quatro quesitos são julgados, cada um por dois jurados, que podem atribuir somente uma dentre as notas 6,7,8,9 ou 10. A campeã será a escola que obtiver mais pontuação na soma de todas as notas emitidas. Em caso de empate, a campeã será a que alcançar a maior soma das notas atribuídas pelos jurados no quesito Enredo e Harmonia.

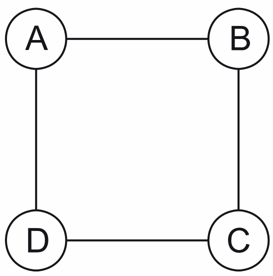
A tabela mostra as notas do desfile desse ano no momento em que faltava somente a divulgação das notas do jurado B no quesito Bateria.

Quesitos	1. Fantasia e Alegoria		2. Evolução e Conjunto		3. Enredo e Harmonia		4. Bateria		Total
Jurado	A	B	A	B	A	B	A	B	
Escola I	6	7	8	8	9	9	8		55
Escola II	9	8	10	9	10	10	10		66
Escola III	8	8	7	8	6	7	6		50
Escola IV	9	10	10	10	9	10	10		68
Escola V	8	7	9	8	6	8	8		54

Quantas configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado B no quesito Bateria tornariam campeã a Escola II?

a) 21
b) 90
c) 750
d) 1.250
e) 3.125

16) (Enem 2016) Para estimular o raciocínio de sua filha, um pai fez o seguinte desenho e o entregou à criança juntamente com três lápis de cores diferentes. Ele deseja que a menina pinte somente os círculos, de modo que aqueles que estejam ligados por um segmento tenham cores diferentes.



De quantas maneiras diferentes a criança pode fazer o que o pai pediu?

a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 72

17) (Enem 2016) Para cadastrar-se em um site, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha. O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse site é dado por

a) $10^2 \cdot 26^2$

b) $10^2 \cdot 52^2$

c) $10^2 \cdot 52^2 \cdot \dfrac{4!}{2!}$

d) $10^2 \cdot 26^2 \cdot \dfrac{4!}{2! \cdot 2!}$

e) $10^2 \cdot 52^2 \cdot \dfrac{4!}{2! \cdot 2!}$

18) (Enem 2016) O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro. Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos. Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

a) $\dfrac{10!}{2! \times 8!} - \dfrac{4!}{2! \times 2!}$

b) $\dfrac{10!}{8!} - \dfrac{4!}{2!}$

c) $\dfrac{10!}{2! \times 8!} - 2$

d) $\dfrac{6!}{4!} + 4 \times 4$

e) $\dfrac{6!}{4!} + 6 \times 4$

19) (Enem 2017) Desde 1999 houve uma significativa mudança nas placas dos carros particulares em todo o Brasil. As placas, que antes eram formadas apenas por seis caracteres alfanuméricos, foram acrescidas de uma letra, passando a ser formadas por sete caracteres, sendo que os três primeiros caracteres devem ser letras (dentre as 26 letras do alfabeto) e os quatro últimos devem ser algarismos (de 0 a 9). Essa mudança possibili acional unificado de todos os veículos licenciados e ainda aumentou significativamente a quantidade de combinações possíveis de placas. Não são utilizadas placas em que todos os algarismos sejam iguais a zero. Nessas condições, a quantidade de placas que podem ser utilizadas é igual a

a) $26^3 + 9^4$

b) $26^3 \times 9^4$

c) $26^3 \cdot (10^4 - 1)$

d) $(26^3 + 10^4) - 1$

e) $(26^3 \times 10^4) - 1$

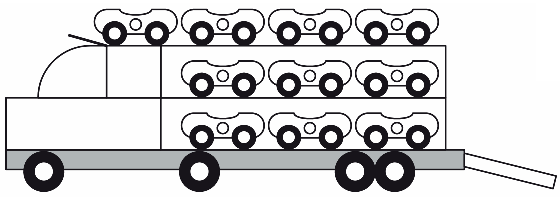
20) (Enem 2017) Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que L e D representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDD
V	LLLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetir em qualquer das opções. A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes. A opção que mais se adéqua às condições da empresa é

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

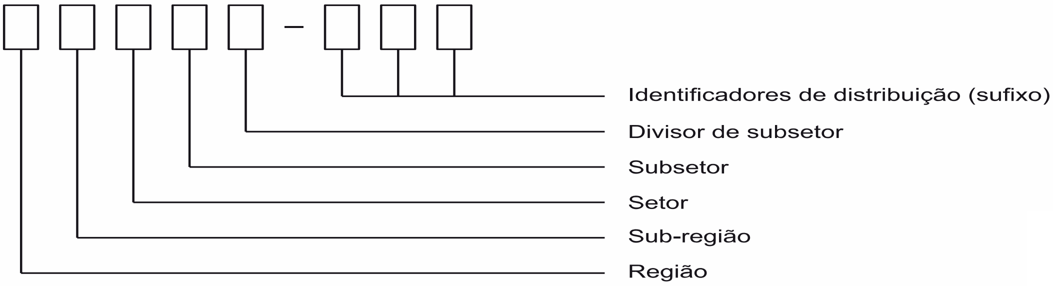
21) (Enem 2017) Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo. Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

a) $C_{6,4}$
b) $C_{9,3}$
c) $C_{10,4}$
d) 6^4
e) 4^6

22) (Enem Libras 2017) O Código de Endereçamento Postal (CEP) código numérico constituído por oito algarismos. Seu objetivo é orientar e acelerar o encaminhamento, o tratamento e a distribuição de objetos postados nos Correios. Ele está estruturado segundo o sistema métrico decimal, sendo que cada um dos algarismos que o compõe codifica região, sub-região, setor, subsetor, divisor de subsetor e identificadores de distribuição conforme apresenta a ilustração.



O Brasil encontra-se dividido em dez regiões postais para fins de codificação. Cada região foi dividida em dez sub-regiões. Cada uma dessas, por sua vez, foi dividida em dez setores. Cada setor, dividido em dez subsetores. Por fim, cada subsetor foi dividido em dez divisores de subsetor. Além disso, sabe-se que os três últimos algarismos após o hífen são denominados de sufixos e destinam-se à identificação individual de localidades, logradouros, códigos especiais e unidades dos Correios. A faixa de sufixos utilizada para codificação dos logradouros brasileiros inicia em 000 e termina em 899.

Quantos CEPs podem ser formados para a codificação de logradouros no Brasil?

a) $5 \cdot 0 + 9 \cdot 10^2$
b) $10^5 + 9 \cdot 10^2$
c) $2 \cdot 9 \cdot 10^7$
d) $9 \cdot 10^2$
e) $9 \cdot 10^7$

23) (Enem 2017) Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando videogame. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

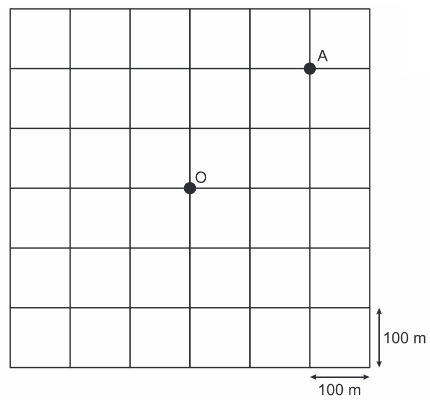
6 7

Quantidade de						
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?

a) 64
b) 56
c) 49
d) 36
e) 28

24) (Enem Libras 2017) As ruas de uma cidade estão representadas por linhas horizontais e verticais na ilustração. Para um motorista trafegando nessa cidade, a menor distância entre dois pontos não pode ser calculada usando o segmento ligando esses pontos, mas sim pela contagem do menor número de quadras horizontais e verticais necessárias para sair de um ponto e chegar ao outro. Por exemplo, a menor distância entre o ponto de táxi localizado no ponto O e o cruzamento das ruas no ponto A, ambos ilustrados na figura, é de 400 metros.



Um indivíduo solicita um táxi e informa ao taxista que está a 300 metros do ponto O, segundo a regra de deslocamentos citada, em uma determinada esquina. Entretanto, o motorista ouve apenas a informação da distância do cliente, pois a bateria de seu celular descarregou antes de ouvir a informação de qual era a esquina. Quantas são as possíveis localizações desse cliente?

a) 4
b) 8
c) 12
d) 16
e) 20

25) (Enem 2018) O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em design e tecnologia. Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante. Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

a) A_{10}^{4}
b) C_{10}^{4}
c) $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$
d) $A_4^2 \times A_6^2 \times 2 \times 2$
e) $C_4^2 \times C_6^2$

ANÁLISE COMBINATÓRIA									
1) D	**2) B**	**3) D**	**4) A**	**5) A**	**6) B**	**7) D**	**8) E**	**9) C**	**10) A**
11) A	**12) A**	**13) B**	**14) A**	**15) C**	**16) C**	**17) E**	**18) A**	**19) C**	**20) E**
21) B	**22) E**	**23) E**	**24) C**	**25) C**					

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Probabilidade

1) EXPERIMENTO ALEATÓRIO: É aquele que aparente sob o mesmo conjunto de condições iniciais, podem apresentar resultados diferentes, ou seja, você não pode prever ou reproduzir o resultado exato de cada experimento particular.

2) ESPAÇO AMOSTRAL: Dado um experimento aleatório, isto é, experimento sujeito às leis do acaso, então chamaremos de espaço amostral ao conjunto de todos os resultados possíveis de ocorrer esse tal experimento. Podemos representá-lo pelas letras E, S ou Ω.

3) EVENTO: É qualquer subconjunto do espaço amostral.

4) PROBABILIDADE: Sendo $n(A)$ o número de elementos do evento A e $n(E)$ o número de elementos do espaço amostral E, a probabilidade do evento A ocorrer, que se indica por $P(A)$, é o número real: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(E)}$.

Podemos também definir uma probabilidade P por: $P=\dfrac{\text{nº de casos favoráveis}}{\text{nº total de casos}}$.

Propriedades:

1ª) $P(E)=1$ (evento certo)

2ª) $P(\varnothing)=0$ (evento impossível)

3ª) $0\le P(A)\le 1$

4ª) $P(A)+P(\overline{A})=1$ (eventos complementares)

5ª) Adição de probabilidades: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

Quando $A\cap B=\varnothing$, dizemos que os eventos A e B são mutuamente exclusivos e temos que: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

5) PROBABILIDADE CONDICIONAL: $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$, onde $P(A/B)$ é a probabilidade de ocorrer o evento A dado que ocorreu o evento B

6ª) Multiplicação de probabilidades: $P(A\cap B)=P(A/B)\cdot P(B)$

OBS: Se os eventos A e B forem independentes, temos que $P(A/B)=P(A)$, então teremos: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$.

1) (IFAL) Em uma das salas de aula do IFAL com 50 estudantes, sendo 28 do sexo masculino e 22 do sexo feminino, foi sorteado, aleatoriamente, um estudante para ser o representante da turma.
Qual a probabilidade de o estudante sorteado ser do sexo feminino?

a) 2%
b) 22%
c) 28%
d) 44%
e) 56%

2) (UNIRIO) Pesquisa realizada em quatro capitais brasileiras (São Paulo, Rio de Janeiro, Porto Alegre e Recife) perguntou aos entrevistados o que eles fariam, caso ganhassem um aumento de salário equivalente a 10%. Escolhendo-se ao acaso uma das pessoas entrevistadas, a probabilidade de ela ter respondido que pagaria dívidas ou que adquiriria certos produtos de higiene pessoal é de:

a) 50%

b) 28,7%

c) 27%

d) 24%

e) 20,3%

Respostas apresentadas	Total de pessoas
Compraria mais alimentos	192
Pagaria dívidas	120
Reformaria a casa	114
Gastaria com lazer	78
Compraria roupas	72
Adquiriria certos produtos de higiene pessoal que não são comprados hoje	24
Não saberia o que fazer	0

3) (UNIRIO) Numa urna existem bolas de plástico, todas do mesmo tamanho e peso, numeradas de 2 a 21, inclusive e sem repetição. A probabilidade de se sortear um número primo ao pegarmos uma única bola, aleatoriamente, é de:

a) 45%

b) 40%

c) 35%

d) 30%

e) 25%

4) (UFRGS) Considere os números naturais de 1 até 100. Escolhido ao acaso um desses números, a probabilidade de ele ser um quadrado perfeito é

a) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{4}{25}$

c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{1}{2}$

5) (USF) Em um hospital com 160 funcionários, 60% são graduados e 70% são do sexo masculino. Sabe-se ainda que $\frac{2}{3}$ das pessoas de sexo feminino são graduados. Escolhido ao acaso um desses funcionários, a probabilidade de ele ser do sexo masculino e graduado é igual a:

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{5}$

6) (UFTM) Em certo jogo de perguntas e respostas, o jogador ganha 3 pontos a cada resposta correta e perde 5 pontos a cada resposta errada. Paulo respondeu 30 perguntas e obteve um total de 50 pontos. Selecionando-se aleatoriamente uma das perguntas feitas a Paulo, a probabilidade de que ela seja uma das que tiveram resposta incorreta é de

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{7}$

d) $\frac{1}{6}$

7) Um baralho é composto por 52 cartas divididas em quatro naipes distintos: ouros e copas (vermelhos), espadas e paus (pretos). Cada naipe é constituído por 13 cartas: 9 cartas numeradas de 2 a 10, mais Valete, Dama, Rei e Ás, representadas, respectivamente, pelas letras J, Q, K e A. Gabriel retira, aleatoriamente, uma carta de um baralho e observa que é um Ás de ouros. Em seguida, sem recolocar o Ás de volta ao baralho, ele retira outra carta. Podemos afirmar corretamente que a probabilidade de que a segunda carta extraída por Gabriel seja:

a) vermelha é $\frac{1}{2}$

b) outro Ás é $\frac{3}{52}$

c) Ás de espadas é $\frac{3}{52}$

d) de espadas é $\frac{13}{51}$

8) (UNICAMP) Um dado não tendencioso de seis faces será lançado duas vezes. A probabilidade de que o maior valor obtido nos lançamentos seja menor do que 3 é igual a:

a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{5}$
c) $\frac{1}{7}$
d) $\frac{1}{9}$

9) No lançamento de dois dados honestos, qual a probabilidade de obter soma dos pontos menor que 6?

a) $\frac{5}{18}$
b) $\frac{1}{15}$
c) $\frac{1}{15}$
d) $\frac{1}{10}$

10) (FUVEST) Dois dados cúbicos, não viciados, com faces numeradas de 1 a 6, serão lançados simultaneamente. A probabilidade de que sejam sorteados dois números consecutivos, cuja soma seja um número primo, é de:

a) $\frac{2}{9}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{4}{9}$
d) $\frac{5}{9}$
e) $\frac{2}{3}$

11) (FATEC) Suponha que, na região em que ocorreu a passagem do Furacão Katrina, somente ocorrem três grandes fenômenos destrutivos da natureza, dois a dois mutuamente exclusivos: hidrometeorológicos (A), os geofísicos (B) e os biológicos (C). Se a probabilidade de ocorrer A é cinco vezes a de ocorrer B, e esta corresponde a 50% da probabilidade de ocorrência de C, então a probabilidade de ocorrer:

a) A é igual a duas vezes a de ocorrer C.

b) C é igual à metade da de ocorrer B.

c) B ou C é igual a 42,5%.

d) A ou B é igual a 75%.

e) A ou C é igual a 92,5%.

12) (UNICAMP) Lançando-se determinada moeda tendenciosa, a probabilidade de sair cara é o dobro da probabilidade de sair coroa. Em dois lançamentos dessa moeda, a probabilidade de sair o mesmo resultado é igual a

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{5}$

13) (MACK) Num lançamento de um dado viciado, os resultados 5 e 6 têm cada um, probabilidade $\frac{1}{4}$ de ocorrer.

Se cada um dos demais resultados é igualmente provável, a probabilidade de se obter soma 7 em dois lançamentos consecutivos desse dado é:

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{11}{30}$

c) $\frac{5}{64}$

d) $\frac{5}{32}$

14) Uma urna contém 10 bolas brancas, 8 vermelhas e 6 pretas, todas iguais e indistinguíveis ao tato. Retirando-se uma delas ao acaso, qual é a probabilidade de ela não ser preta?

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{8}$

15) (UFPE) Um saco contém 12 bolas verdes e 8 bolas amarelas. Quantas bolas azuis devem ser colocadas no saco, de modo que a probabilidade de retirarmos do mesmo, aleatoriamente, uma bola azul, seja $\frac{2}{3}$?

a) 5

b) 10

c) 20

d) 30

e) 40

16) (FUVEST) Em uma urna, há bolas amarelas, brancas e vermelhas. Sabe-se que:

I. A probabilidade de retirar uma bola vermelha dessa urna é o dobro da probabilidade de retirar uma bola amarela.
II. Se forem retiradas 4 bolas amarelas dessa urna, a probabilidade de retirar uma bola vermelha passa a ser $\frac{1}{2}$.
III. Se forem retiradas 12 bolas vermelhas dessa urna, a probabilidade de retirar uma bola branca passa a ser $\frac{1}{2}$.

A quantidade de bolas brancas na urna é

a) 8
b) 10
c) 12
d) 14
e) 16

17) (FGV) Uma urna contém 6 bolas vermelhas e 4 brancas. Três bolas são sucessivamente sorteadas, sem reposição. A probabilidade de observarmos 3 bolas brancas é:

a) $\frac{1}{15}$

b) $\frac{1}{20}$

c) $\frac{1}{25}$

d) $\frac{1}{30}$

e) $\frac{1}{35}$

18) (FGV) Um recipiente contém 4 balas de hortelã, 5 de morango e 3 de anis. Se duas balas forem sorteadas sucessivamente e sem reposição, a probabilidade de que sejam de mesmo sabor é:

a) $\frac{18}{65}$

b) $\frac{19}{66}$

c) $\frac{20}{67}$

d) $\frac{21}{68}$

e) $\frac{22}{69}$

19) (UERJ) Uma urna contém uma bola branca, quatro bolas pretas e x bolas vermelhas, sendo $x > 2$.

Uma bola é retirada ao acaso dessa urna, é observada e recolocada na urna. Em seguida, retira-se novamente, ao acaso, uma bola dessa urna.

Se $\frac{1}{2}$ é a probabilidade de que as duas bolas retiradas sejam da mesma cor, o valor de x é:

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6

20) (UFRJ) Uma caixa contém bombons de nozes e bombons de passas. O número de bombons de nozes é superior ao número de bombons de passas em duas unidades.

Se retirarmos, ao acaso, dois bombons dessa caixa, a probabilidade de que ambos sejam de nozes é $\frac{2}{7}$.

Assim se repartirmos, igualmente, o total de bombons dessa caixa por quatro crianças, é correto afirmar que:

a) Sobrarão dois bombons na caixa.

b) Não sobrarão bombons na caixa.

c) Sobrará apenas um bombom na caixa.

d) Sobrarão três bombons na caixa.

21) (UFMG) Leandro e Heloísa participam de um jogo em que se utilizam dois cubos. Algumas faces desses cubos são brancas e as demais, pretas. O jogo consiste em lançar, simultaneamente, os dois cubos e em observar as faces superiores de cada um deles quando param:

- se as faces superiores forem da mesma cor, Leandro vencerá; e
- se as faces superiores forem de cores diferentes, Heloísa vencerá.

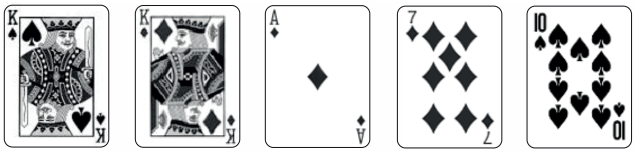
Sabe-se que um dos cubos possui cinco faces brancas e uma preta e que a probabilidade de Leandro vencer o jogo é de $\frac{11}{18}$. Então o outro cubo tem:

a) quatro faces brancas.
b) uma face branca.
c) duas faces brancas.
d) três faces brancas.

22) (FAMEMA) Um professor colocou em uma pasta 36 trabalhos de alunos, sendo 21 deles de alunos do 1º ano e os demais de alunos do 2º ano. Retirando-se aleatoriamente 2 trabalhos dessa pasta, um após o outro, a probabilidade de os dois serem de alunos de um mesmo ano é

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{5}$
e) $\frac{1}{6}$

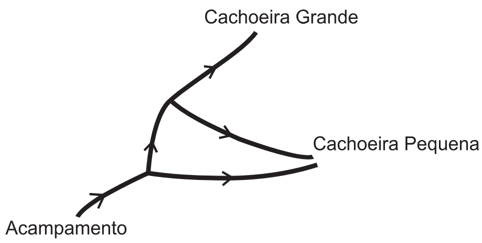
23) (UERJ) Cinco cartas de um baralho estão sobre uma mesa; duas delas são Reis, como indicam as imagens.



Após serem viradas para baixo e embaralhadas, uma pessoa retira uma dessas cartas ao acaso e, em seguida, retira outra. A probabilidade de sair Rei apenas na segunda retirada equivale a:

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{2}{5}$
d) $\frac{3}{10}$

24) (UFMG) Dois jovens partiram do acampamento em que estavam em direção à Cachoeira Grande e à Cachoeira Pequena, localizadas na região, seguindo a trilha indicada no esquema abaixo. Em cada bifurcação encontrada na trilha, eles escolhiam, com igual probabilidade, qualquer um dos caminhos e seguiam adiante. Então, é correto afirmar que a probabilidade de eles chegarem à Cachoeira Pequena é:



a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{5}{6}$

25) (FGV) Uma loteria consiste no sorteio de três números inteiros de 1 a 20; a ordem deles não é levada em consideração. Ganha um prêmio de R$ 100.000,00 o apostador que comprou o bilhete com os números sorteados. Não existem bilhetes com a mesma trinca de números. O ganho esperado do apostador que comprou um determinado bilhete é igual ao prêmio multiplicado pela probabilidade de ganho. Quem apostou na trinca {4,7,18} tem um ganho esperado de aproximadamente

a) R$ 88,00
b) R$ 89,00
c) R$ 90,00
d) R$ 91,00
e) R$ 92,00

26) (UFRGS) Considere um hexágono convexo com vértices A, B, C, D, E e F. Tomando dois vértices ao acaso, a probabilidade de eles serem extremos de uma diagonal do hexágono é

a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{2}{5}$
c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{4}{5}$

27) (FUVEST) Francisco deve elaborar uma pesquisa sobre dois artrópodes distintos. Eles serão selecionados, ao acaso, da seguinte relação: aranha, besouro, barata, lagosta, camarão, formiga, ácaro, caranguejo, abelha, carrapato, escorpião e gafanhoto. Qual é a probabilidade de que ambos os artrópodes escolhidos para a pesquisa de Francisco não sejam insetos?

a) $\frac{49}{144}$
b) $\frac{14}{33}$
c) $\frac{7}{22}$
d) $\frac{5}{22}$
e) $\frac{15}{144}$

28) (FMP) Em uma sala estão cinco estudantes, um dos quais é Carlos. Três estudantes serão escolhidos ao acaso pelo professor para participarem de uma atividade. Qual é a probabilidade de Carlos ficar de fora do grupo escolhido?

a) $\frac{2}{5}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{2}{3}$

29) (PUC) Um hospital dispõe de 10 enfermeiras (Vera é uma delas) e 6 médicos (Augusto é um deles). Deve permanecer de plantão, diariamente, uma equipe de 4 enfermeiras e 2 médicos. Considerando-se o número máximo de equipes diferentes que se podem formar com aqueles médicos e enfermeiras, qual a probabilidade de caírem juntos no mesmo plantão Vera e Augusto?

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{14}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{2}{15}$

30) (PUC) Em uma escola, 10 alunos (6 rapazes e 4 garotas) apresentam-se para compor a diretoria do Grêmio Estudantil, que deverá ter os seguintes membros: 1 presidente, 1 vice-presidente e 2 secretários. Os nomes dos candidatos são colocados em uma urna, da qual serão sorteados os membros que comporão a diretoria. A probabilidade de que na equipe sorteada o presidente ou o vice-presidente sejam do sexo masculino é:

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{13}{15}$

e) $\frac{27}{30}$

31) (UFPR) Um casal planeja ter 3 filhos. Sabendo que a probabilidade de cada um dos filhos nascerem do sexo masculino ou feminino é a mesma, considere as seguintes afirmativas:

I- A probabilidade de que sejam todos do sexo masculino é de 12,5%.

II- A probabilidade de o casal ter pelo menos dois filhos do sexo feminino é de 25%.

III- A probabilidade de que os dois primeiros filhos sejam de sexos diferentes é de 50%.

IV- A probabilidade de o segundo filho ser do sexo masculino é de 25%.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
b) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.
d) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
e) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.

32) (CEFET) A coordenação de Matemática de uma escola promoveu uma gincana, na qual uma das tarefas era resolver o seguinte problema: As faces de uma moeda são denominadas cara (K) e coroa (C). Se essa moeda for lançada 6 vezes, qual é a probabilidade de se obter 4 caras e 2 coroas?" A equipe marcaria ponto, nessa tarefa, se encontrasse:

a) $\frac{15}{64}$

b) $\frac{27}{64}$

c) $\frac{7}{32}$

d) $\frac{9}{32}$

e) $\frac{5}{16}$

33) (UERJ) Um jogo consiste em lançar cinco vezes um dado cúbico, cujas faces são numeradas de 1 a 6, cada uma com a mesma probabilidade de ocorrer. Um jogador é considerado vencedor se obtiver pelo menos três resultados pares. A probabilidade de um jogador vencer é:

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{2}$

34) (UFMG) Considere uma prova de Matemática constituída de quatro questões de múltipla escolha, com quatro alternativas cada uma, das quais apenas uma é correta. Um candidato decide fazer essa prova escolhendo, aleatoriamente, uma alternativa em cada questão. A probabilidade de esse candidato acertar, nessa prova, exatamente uma questão é igual a:

a) $\dfrac{27}{64}$

b) $\dfrac{27}{256}$

c) $\dfrac{9}{64}$

d) $\dfrac{9}{256}$

35) (ESPCEX) A probabilidade de um casal ter um filho de olhos azuis é igual a $\dfrac{1}{3}$. Se o casal pretende ter 4 filhos, a probabilidade de que no máximo dois tenham olhos azuis é

a) $\dfrac{1}{9}$

b) $\dfrac{7}{9}$

c) $\dfrac{8}{9}$

d) $\dfrac{2}{3}$

e) $\dfrac{1}{2}$

36) (FGV) Em uma comunidade, 80% dos compradores de carros usados são bons pagadores. Sabe-se que a probabilidade de um bom pagador obter cartão
40% a probabilidade de um mau pagador obter cartão de crédito. Selecionando-se ao acaso um comprador de carro usado dessa comunidade, a probabilidade de que ele tenha cartão de crédito é de:

a) 56%
b) 64%
c) 70%
d) 32%
e) 100%

37) (ESPM) Um técnico de futebol estimou que a chance de seu time vencer o jogo do próximo fim de semana é de 60% se não chover durante o jogo e de 40% se chover. O serviço de Meteorologia previu que a probabilidade de chuva no período em que ocorrerá o jogo é de 80%. Levando em consideração apenas esses dados, a probabilidade de o time vencer o jogo é:

a) 48%

b) 46%

c) 44%

d) 42%

e) 40%

38) (UFSCAR) Gustavo e sua irmã Caroline viajaram de férias para cidades distintas. Os pais recomendam que ambos telefonem quando chegarem ao destino. A experiência em férias anteriores mostra que nem sempre Gustavo e Caroline cumprem esse desejo dos pais. A probabilidade de Gustavo telefonar é 0,6 e a probabilidade de Caroline telefonar é 0,8. A probabilidade de pelo menos um dos filhos contactar os pais é:

a) 0,20

b) 0,48

c) 0,64

d) 0,86

e) 0,92

39) (UFPE) O vírus X aparece nas variantes X_1 e X_2. Se um indivíduo tem esse vírus, a probabilidade de ser a variante X_1 é de $\frac{3}{5}$. Se o indivíduo tem o vírus X_1, a probabilidade de esse indivíduo sobreviver é de $\frac{2}{3}$; mas, se o indivíduo tem o vírus X_2, a probabilidade de ele sobreviver é de $\frac{5}{6}$. Nessas condições, qual a probabilidade de o indivíduo portador do vírus X sobreviver?

a) $\frac{7}{15}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{2}{3}$

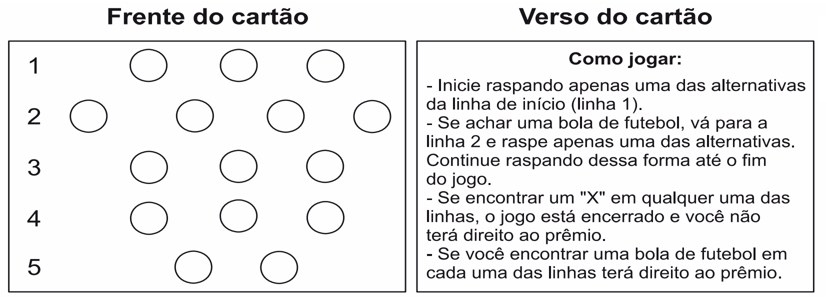
d) $\frac{11}{15}$

40) (PUC) Um piloto de corridas estima que suas chances de ganhar em uma dada prova são de 80% se chover no dia da prova, e de 40% se não chover. O serviço de meteorologia prevê que a probabilidade de chover durante a prova é de 75%. Desse modo, a probabilidade de o piloto não vencer a prova é de:

a) 10%
b) 20%
c) 30%
d) 60%
e) 70%

PROBABILIDADE									
1) D	2) D	3) B	4) A	5) B	6) D	7) D	8) D	9) A	10) A
11) D	12) B	13) D	14) B	15) E	16) C	17) D	18) B	19) A	20) A
21) A	22) A	23) D	24) C	25) A	26) C	27) C	28) A	29) A	30) D
31) D	32) A	33) D	34) A	35) C	36) B	37) C	38) E	39) D	40) C

1) (Enem 2001) Uma empresa de alimentos imprimiu em suas embalagens um cartão de apostas do seguinte tipo:



Cada cartão de apostas possui 7 figuras de bolas de futebol e 8 sinais de "X" distribuídos entre os 15 espaços possíveis, de tal forma que a probabilidade de um cliente ganhar o prêmio nunca seja igual a zero. Em determinado cartão existem duas bolas na linha 4 e duas bolas na linha 5. Com esse cartão, a probabilidade de o cliente ganhar o prêmio é

a) $\frac{1}{27}$

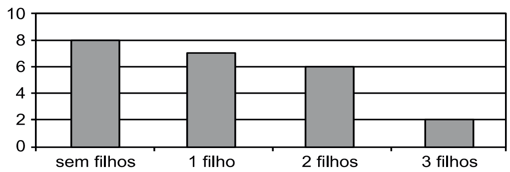
b) $\frac{1}{36}$

c) $\frac{1}{54}$

d) $\frac{1}{72}$

e) $\frac{1}{108}$

2) (Enem 2005) As 23 ex-alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico a seguir.



Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex-alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{7}{15}$

d) $\frac{7}{23}$

e) $\frac{7}{25}$

3) (Enem 2006) A tabela a seguir indica a posição relativa de quatro times de futebol na classificação geral de um torneio, em dois anos consecutivos.

O símbolo • significa que o time indicado na linha ficou, no ano de 2004, à frente do indicado na coluna.

O símbolo * significa que o time indicado na linha ficou, no ano de 2005, à frente do indicado na coluna.

A probabilidade de que um desses quatro times, escolhido ao acaso, tenha obtido a mesma classificação no torneio, em 2004 e 2005, é igual a

a) 0,00
b) 0,25
c) 0,50
d) 0,75
e) 1,00

	A	B	C	D
A				*
B	• *		•	• *
C	• *	*		*
D	•		•	

4) (Enem 2007) A queima de cana aumenta a concentração de dióxido de carbono e de material particulado na atmosfera, causa alteração do clima e contribui para o aumento de doenças respiratórias. A tabela adiante apresenta números relativos a pacientes internados em um hospital no período da queima da cana.

Pacientes	Problemas respiratórios causados pelas queimadas	Problemas respiratórios resultantes de outras causas	Outras doenças	Total
Idosos	50	150	60	260
Crianças	150	210	90	450

Escolhendo-se aleatoriamente um paciente internado nesse hospital por problemas respiratórios causados pelas queimadas, a probabilidade de que ele seja uma criança é igual a

a) 0,26, o que sugere a necessidade de implementação de medidas que reforcem a atenção ao idoso internado com problemas respiratórios.
b) 0,50, o que comprova ser de grau médio a gravidade dos problemas respiratórios que atingem a população nas regiões das queimadas.
c) 0,63, o que mostra que nenhum aspecto relativo à saúde infantil pode ser negligenciado.
d) 0,67 o que indica a necessidade de campanhas de conscientização que objetivem a eliminação das queimadas.
e) 0,75 o que sugere a necessidade de que, em áreas atingidas pelos efeitos das queimadas, o atendimento hospitalar no setor de pediatria seja reforçado.

5) (Enem 2009) Dados do Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas (IPEA) revelaram que no biênio 2004/2005, nas rodovias federais, os atropelamentos com morte ocuparam o segundo lugar no ranking de mortalidade por acidente. A cada 34 atropelamentos, ocorreram 10 mortes. Cerca de 4 mil atropelamentos/ano, um a cada duas horas, aproximadamente.

De acordo com os dados, se for escolhido aleatoriamente para investigação mais detalhada um dos atropelamentos ocorridos no biênio 2004/2005, a probabilidade de ter sido um atropelamento sem morte é

a) $\frac{2}{17}$
b) $\frac{5}{17}$
c) $\frac{2}{5}$
d) $\frac{3}{5}$
e) $\frac{12}{17}$

6) (Enem 2009) Um casal decidiu que vai ter 3 filhos. Contudo, quer exatamente 2 filhos homens e decide que, se a probabilidade fosse inferior a 50%, iria procurar uma clínica para fazer um tratamento específico para garantir que teria os dois filhos homens.

Após os cálculos, o casal concluiu que a probabilidade de ter exatamente 2 filhos homens é

a) 66,7%, assim ele não precisará fazer um tratamento
b) 50,0%, assim ele não precisará fazer um tratamento
c) 7,5%, assim ele não precisará fazer um tratamento
d) 25,0%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento
e) 37,5%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento

7) (Enem 2009) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%.

Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

a) $2\times(0,2\%)^4$
b) $4\times(0,2\%)^2$
c) $6\times(0,2\%)^2\times(99,8\%)^2$
d) $4\times(0,2\%)$
e) $6\times(0,2\%)\times(99,8\%)$

SEÇÃO ENEM - PROBABILIDADE

8) (Enem 2009) Em um determinado semáforo, as luzes completam um ciclo de verde, amarelo e vermelho em 1 minuto e 40 segundos. Desse tempo, 25 segundos são para a luz verde, 5 segundos para a amarela e 70 segundos para a vermelha.

Ao se aproximar do semáforo, um veículo tem uma determinada probabilidade de encontrá-lo na luz verde, amarela ou vermelha. Se essa aproximação for de forma aleatória, pode-se admitir que a probabilidade de encontrá-lo com uma dessas cores é diretamente proporcional ao tempo em que cada uma delas fica acesa.

Suponha que um motorista passa por um semáforo duas vezes ao dia, de maneira aleatória e independente uma da outra. Qual é a probabilidade de o motorista encontrar esse semáforo com a luz verde acesa nas duas vezes em que passar?

a) $\frac{1}{25}$
b) $\frac{1}{16}$
c) $\frac{1}{9}$
d) $\frac{1}{3}$
e) $\frac{1}{2}$

9) (Enem 2010) Os estilos musicais preferidos pelos jovens brasileiros são o samba, o *rock* e a MPB. O quadro a seguir registra o resultado de uma pesquisa relativa à preferência musical de um grupo de 1000 alunos de uma escola.

Alguns alunos disseram não ter preferência por nenhum desses três estilos.

Preferência musical	*rock*	samba	MPB	*rock* e samba
Número de alunos	200	180	200	70

Preferência musical	*rock* e MPB	samba e MPB	*rock,* samba e MPB
Número de alunos	60	50	20

Se for selecionado ao acaso um estudante no grupo pesquisado, qual é a probabilidade de ele preferir somente MPB?

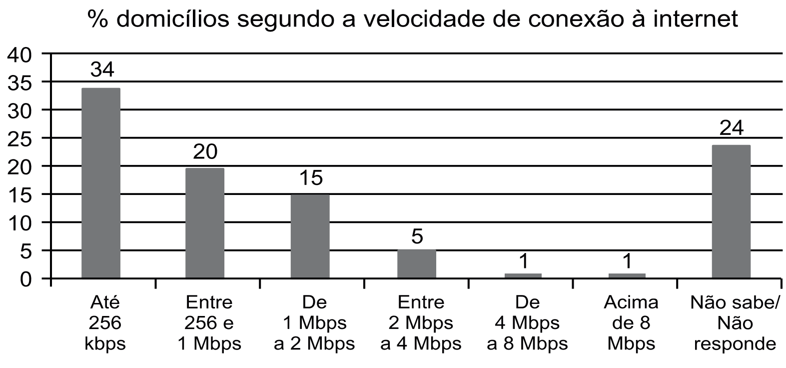
a) 2%
b) 5%
c) 6%
d) 11%
e) 20%

10) (Enem 2010) Para verificar e analisar o grau de eficiência de um teste que poderia ajudar no retrocesso de uma doença numa comunidade, uma equipe de biólogos aplicou-o em um grupo de 500 ratos, para detectar a presença dessa doença. Porém, o teste não é totalmente eficaz podendo existir ratos saudáveis com resultado positivo e ratos doentes com resultado negativo. Sabe-se, ainda, que 100 ratos possuem a doença, 20 ratos são saudáveis com resultado positivo e 40 ratos são doentes com resultado negativo.

Um rato foi escolhido ao acaso, e verificou-se que o seu resultado deu negativo. A probabilidade de esse rato ser saudável é

a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{4}{5}$
c) $\frac{19}{21}$
d) $\frac{19}{25}$
e) $\frac{21}{25}$

11) (Enem 2011) O gráfico mostra a velocidade de conexão à internet utilizada em domicílios no Brasil. Esses dados são resultado da mais recente pesquisa, de 2009, realizada pelo Comitê Gestor da Internet (CGI).



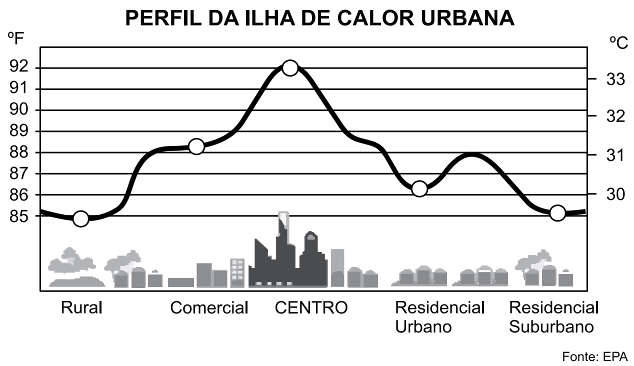
Disponível em: http://agencia.ipea.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se, aleatoriamente, um domicílio pesquisado, qual a chance de haver banda larga de conexão de pelo menos 1 Mbps neste domicílio?

a) 0,45
b) 0,42
c) 0,30
d) 0,22
e) 0,15

SEÇÃO ENEM - PROBABILIDADE

12) (Enem 2011) Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das “ilhas de calor” da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{3}{5}$

e) $\frac{3}{4}$

13) (Enem 2011) Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida).
O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada. Arthur, Bernardo e Caio escolheram os números 12, 17 e 22 como sendo resulta Com essa escolha,
quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é

a) Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.
b) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
c) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
d) Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.
e) Caio, pois a soma que escolheu é a maior.

14) (Enem 2011) Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suma (HIN1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emilio Ribas, de São Paulo, a imunização "deve mudar", no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo.

A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Campanha de vacinação contra a gripe suína

Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

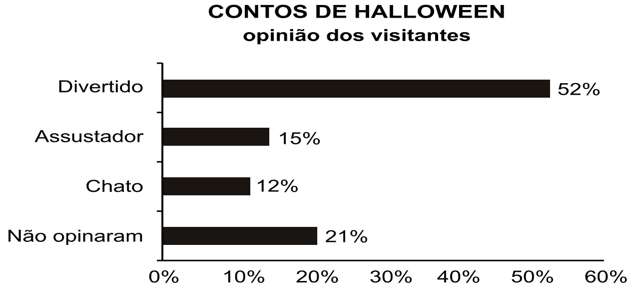
a) 8%
b) 9%
c) 11%
d) 12%
e) 22%

15) (Enem 2012) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente.

José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 8. acredita que sua soma será igual
Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

a) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
b) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.
c) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
d) José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.
e) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

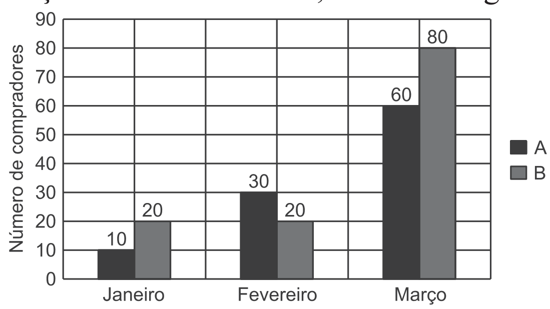
16) (Enem 2012) Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o *blog* registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem. O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do *blog* irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween". Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por

a) 0,09
b) 0,12
c) 0,14
d) 0,15
e) 0,18

17) (Enem 2013) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B. Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

a) $\frac{1}{20}$

b) $\frac{3}{242}$

c) $\frac{5}{22}$

d) $\frac{6}{25}$

e) $\frac{7}{15}$

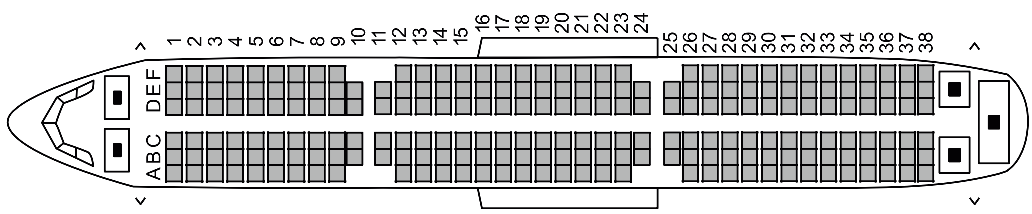
18) (Enem 2013) Uma fábrica possui duas máquinas que produzem o mesmo tipo de peça. Diariamente a máquina M produz 2.000 peças e a máquina N produz 3.000 peças. Segundo o controle de qualidade da fábrica, sabe-se que 60 peças, das 2.000 produzidas pela máquina M, apresentam algum tipo de defeito, enquanto que 120 peças, das 3.000 produzidas pela máquina N, também apresentam defeitos. Um trabalhador da fábrica escolhe ao acaso uma peça, e esta é defeituosa.

Nessas condições, qual a probabilidade de que a peça defeituosa escolhida tenha sido produzida pela máquina M?

a) $\frac{3}{100}$
b) $\frac{1}{25}$
c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{3}{7}$
e) $\frac{2}{3}$

19) (Enem 2013) Uma empresa aérea lança uma promoção de final de semana para um voo comercial. Por esse motivo, o cliente não pode fazer reservas e as poltronas serão sorteadas aleatoriamente.

A figura mostra a posição dos assentos no avião:



Avião com 38 fileiras de poltronas.

Por ter pavor de sentar entre duas pessoas, um passageiro decide que só viajará se a chance de pegar uma dessas poltronas for inferior a 30%.

Avaliando a figura, o passageiro desiste da viagem, porque a chance de ele ser sorteado com uma poltrona entre duas pessoas é mais aproximada de

a) 31%
b) 33%
c) 35%
d) 68%
e) 69%

20) (Enem 2013) Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol. Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas.

Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{5}{8}$
c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{5}{6}$
e) $\frac{5}{14}$

21) (Enem 2013) Uma fábrica de parafusos possui duas máquinas, I e II, para a produção de certo tipo de parafuso. Em setembro, a máquina I produziu $\frac{54}{100}$ do total de parafusos produzidos pela fábrica. Dos parafusos produzidos por essa máquina, $\frac{25}{1000}$ eram defeituosos. Por sua vez, $\frac{38}{1000}$ dos parafusos produzidos no mesmo mês pela máquina II eram defeituosos. O desempenho conjunto das duas máquinas é classificado conforme o quadro, em que P indica a probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso.

$0 \leq P < \frac{2}{100}$	Excelente
$\frac{2}{100} \leq P < \frac{4}{100}$	Bom
$\frac{4}{100} \leq P < \frac{6}{100}$	Regular
$\frac{6}{100} \leq P < \frac{8}{100}$	Ruim
$\frac{8}{100} \leq P \leq 1$	Péssimo

O desempenho conjunto dessas máquinas, em setembro, pode ser classificado como

a) excelente
b) bom
c) regular
d) ruim
e) péssimo

22) (Enem 2014) A probabilidade de um empregado permanecer em uma dada empresa particular por 10 anos ou mais é de $\frac{1}{6}$. Um homem e uma mulher começam a trabalhar nessa companhia no mesmo dia. Suponha que não haja nenhuma relação entre o trabalho dele e o dela, de modo que seus tempos de permanência na firma são independentes entre si.

A probabilidade de ambos, homem e mulher, permanecerem nessa empresa por menos de 10 anos é de

a) $\frac{60}{36}$
b) $\frac{25}{36}$
c) $\frac{24}{36}$
d) $\frac{12}{36}$
e) $\frac{1}{36}$

23) (Enem 2014) Para analisar o desempenho de um método diagnóstico, realizam-se estudos em populações contendo pacientes sadios e doentes. Quatro situações distintas podem acontecer nesse contexto de teste:

1. Paciente TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
2. Paciente TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.
3. Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
4. Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

Um índice de desempenho para avaliação de um teste diagnóstico é a sensibilidade, definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.
O quadro refere-se a um teste diagnóstico para a doença A, aplicado em uma amostra composta por duzentos indivíduos.

Resultado do Teste	Doença A	
	Presente	Ausente
Positivo	95	15
Negativo	5	85

Conforme o quadro do teste proposto, a sensibilidade dele é de

a) 47,5%
b) 85,0%
c) 86,3%
d) 94,4%
e) 95,0%

24) (Enem 2014) O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada.

Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é 0,20.

A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é

a) 0,02048
b) 0,08192
c) 0,24000
d) 0,40960
e) 0,49152

25) (Enem 2015) Um protocolo tem como objetivo firmar acordos e discussões internacionais para conjuntamente estabelecer metas de redução de emissão de gases de efeito estufa na atmosfera.

O quadro mostra alguns dos países que assinaram o protocolo, organizados de acordo com o continente ao qual pertencem.

Países da América do Norte	Países da Ásia
Estados Unidos da América	China
Canadá	Índia
México	Japão

Em um dos acordos firmados, ao final do ano, dois dos países relacionados serão escolhidos aleatoriamente, um após o outro, para verificar se as metas de redução do protocolo estão sendo praticadas. A probabilidade de o primeiro país escolhido pertencer à América do Norte e o segundo pertencer ao continente asiático é

a) $\frac{1}{9}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{3}{10}$
d) $\frac{2}{3}$
e) 1

26) (Enem 2015) Em uma escola, a probabilidade de um aluno compreender e falar inglês é de 30%. Três alunos dessa escola, que estão em fase final de seleção de intercâmbio, aguardam, em uma sala, serem chamados para uma entrevista. Mas, ao invés de chamá-los um a um, o entrevistador entra na sala e faz, oralmente, uma pergunta em inglês que pode ser respondida por qualquer um dos alunos. A probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é

a) 23,7%
b) 30,0%
c) 44,1%
d) 65,7%
e) 90,0%

27) (Enem 2015) No próximo final de semana, um grupo de alunos participará de uma aula de campo. Em dias chuvosos, aulas de campo não podem ser realizadas. A ideia é que essa aula seja no sábado, mas, se estiver chovendo no sábado, a aula será adiada para o domingo. Segundo a meteorologia, a probabilidade de chover no sábado é de 30% e a de chover no domingo é de 25%. A probabilidade de que a aula de campo ocorra no domingo é de

a) 5,0%
b) 7,5%
c) 22,5%
d) 30,0%
e) 75,0%

28) (Enem 2015) O HPV é uma doença sexualmente transmissível. Uma vacina com eficácia de 98% foi criada com o objetivo de prevenir a infecção por HPV e, dessa forma, reduzir o número de pessoas que venham a desenvolver câncer de colo de útero. Uma campanha de vacinação foi lançada em 2014 pelo SUS, para um público-alvo de meninas de 11 a 13 anos de idade. Considera-se que, em uma população não vacinada, o HPV acomete 50% desse público ao longo de suas vidas. Em certo município, a equipe coordenadora da campanha decidiu vacinar meninas entre 11 e 13 anos de idade em quantidade suficiente para que a probabilidade de uma menina nessa faixa etária, escolhida ao acaso, vir a desenvolver essa doença seja, no máximo, de 5,9%. Houve cinco propostas de cobertura, de modo a atingir essa meta:

Proposta I: vacinação de 90,0% do público-alvo.
Proposta II: vacinação de 55,8% do público-alvo.
Proposta III: vacinação de 88,2% do público-alvo.
Proposta IV: vacinação de 49,0% do público-alvo.
Proposta V: vacinação de 95,9% do público-alvo.

Para diminuir os custos, a proposta escolhida deveria ser também aquela que vacinasse a menor quantidade possível de pessoas. A proposta implementada foi a de número

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

😄 29) (Enem 2015) Um bairro residencial tem cinco mil moradores, dos quais mil são classificados como vegetarianos.

Entre os vegetarianos, 40% são esportistas, enquanto que, entre os não vegetarianos, essa porcentagem cai para 20%. Uma pessoa desse bairro, escolhida ao acaso, é esportista.

A probabilidade de ela ser vegetariana é

a) $\frac{2}{25}$

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{3}$

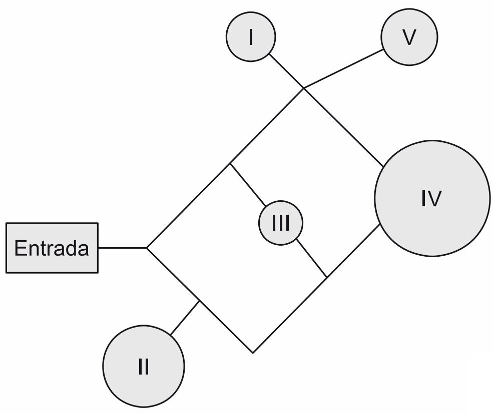
e) $\frac{5}{6}$

😄 30) (Enem 2016) Um adolescente vai a um parque de diversões tendo, prioritariamente, o desejo de ir a um brinquedo que se encontra na área IV, dentre as áreas I, II, III, IV e V existentes.

O esquema ilustra o mapa do parque, com a localização da entrada, das cinco áreas com os brinquedos disponíveis e dos possíveis caminhos para se chegar a cada área. O adolescente não tem conhecimento do mapa do parque e decide ir caminhando da entrada até chegar à área IV.

Suponha que relativamente a cada ramificação, as opções existentes de percurso pelos caminhos apresentem iguais probabilidades de escolha, que a caminhada foi feita escolhendo ao acaso os caminhos existentes e que, ao tomar um caminho que chegue a uma área distinta da IV, o adolescente necessariamente passa por ela ou retorna.

Nessas condições, a probabilidade de ele chegar à área IV sem passar por outras áreas e sem retornar é igual a



a) $\frac{1}{96}$

b) $\frac{1}{64}$

c) $\frac{5}{24}$

d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{5}{12}$

31) (Enem 2016) Um casal, ambos com 30 anos de idade, pretende fazer um plano de previdência privada. A seguradora pesquisada, para definir o valor do recolhimento mensal, estima a probabilidade de que pelo menos um deles esteja vivo daqui a 50 anos, tomando por base dados da população, que indicam que 20% dos homens e 30% das mulheres de hoje alcançarão a idade de 80 anos.
Qual é essa probabilidade?

a) 50%
b) 44%
c) 38%
d) 25%
e) 6%

32) (Enem 2016) Em um campeonato de futebol, a vitória vale 3 pontos, o empate 1 ponto e a derrota zero ponto. Ganha o campeonato o time que tiver maior número de pontos. Em caso de empate no total de pontos, os times são declarados vencedores. Os times R e S são os únicos com chance de ganhar o campeonato, pois ambos possuem 68 pontos e estão muito à frente dos outros times. No entanto, R e S não se enfrentarão na rodada final. Os especialistas em futebol arriscam as seguintes probabilidades para os jogos da última rodada:

- R tem 80% de chance de ganhar e 15% de empatar;
- S tem 40% de chance de ganhar e 20% de empatar.

Segundo as informações dos especialistas em futebol, qual é a probabilidade de o time R ser o único vencedor do campeonato?

a) 32%
b) 38%
c) 48%
d) 54%
e) 57%

33) (Enem 2016) Uma caixa contém uma cédula de R$ 5,00, uma de R$ 20,00 e duas de R$ 50,00 de modelos diferentes. Retira-se aleatoriamente uma cédula dessa caixa, anota-se o seu valor e devolve-se a cédula à caixa. Em seguida, repete-se o procedimento anterior. A probabilidade de que a soma dos valores anotados seja pelo menos igual a R$ 55,00 é

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{2}{9}$
e) $\frac{5}{9}$

34) (Enem 2017) Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região. Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

a) 0,075
b) 0,150
c) 0,325
d) 0,600
e) 0,800

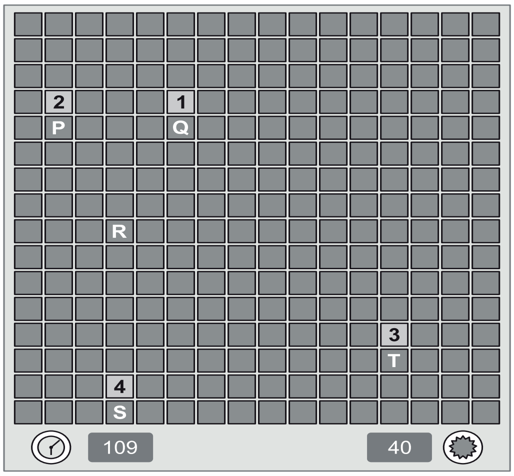
35) (Enem 2017) Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de $\frac{2}{3}$ e a de acusar a cor vermelha é de $\frac{1}{3}$. Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos. Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

a) $\frac{10 \times 2}{3^{10}}$
b) $\frac{10 \times 2^9}{3^{10}}$
c) $\frac{2^{10}}{3^{100}}$
d) $\frac{2^{90}}{3^{100}}$
e) $\frac{2}{3^{10}}$

36) (Enem 2017) Uma aluna estuda numa turma de 40 alunos. Em um dia, essa turma foi dividida em três salas, A, B e C, de acordo com a capacidade das salas. Na sala A ficaram 10 alunos, na B, outros 12 alunos e na C, 18 alunos. Será feito um sorteio no qual, primeiro, será sorteada uma sala e, posteriormente, será sorteado um aluno dessa sala. Qual é a probabilidade de aquela aluna específica ser sorteada, sabendo que ela está na sala C?

a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{18}$
c) $\frac{1}{40}$
d) $\frac{1}{54}$
e) $\frac{7}{18}$

37) (Enem 2017) A figura ilustra uma partida de Campo Minado, o jogo presente em praticamente todo computador pessoal. Quatro quadrados em um tabuleiro 16 x 16 foram abertos, e os números em suas faces indicam quantos dos seus 8 vizinhos contêm minas (a serem evitadas). O número 40 no canto inferior direito é o número total de minas no tabuleiro, cujas posições foram escolhidas ao acaso, de forma uniforme, antes de se abrir qualquer quadrado.



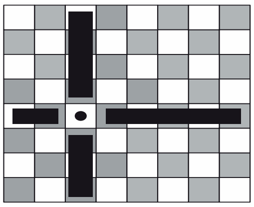
Em sua próxima jogada, o jogador deve escolher dentre os quadrados marcados com as letras P, Q, R, S e T um para abrir, sendo que deve escolher aquele com a menor probabilidade de conter uma mina. O jogador deverá abrir o quadrado marcado com a letra

a) P
b) Q
c) R
d) S
e) T

38) (Enem 2018) Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público. Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de 6 h 15 min da manhã. Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6 h 21 min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6 h 22 min. A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6 h 21 min da manhã é, no máximo,

a) $\frac{4}{21}$
b) $\frac{5}{21}$
c) $\frac{6}{21}$
d) $\frac{7}{21}$
e) $\frac{8}{21}$

39) (Enem 2018) Um *designer* de jogos planeja um jogo que faz uso de um tabuleiro de dimensão $n \times n$, com $n \geq 2$, no qual cada jogador, na sua vez, coloca uma peça sobre uma das casas vazias do tabuleiro. Quando uma peça é posicionada, a região formada pelas casas que estão na mesma linha ou coluna dessa peça é chamada de zona de combate dessa peça. Na figura está ilustrada a zona de combate de uma peça colocada em uma das casas de um tabuleiro de dimensão.



O tabuleiro deve ser dimensionado de forma que a probabilidade de se posicionar a segunda peça aleatoriamente, seguindo a regra do jogo, e esta ficar sobre a zona de combate da primeira, seja inferior a $\frac{1}{5}$. A dimensão mínima que o designer deve adotar para esse tabuleiro é

a) 4×4
b) 6×6
c) 9×9
d) 10×10
e) 11×11

40) (Enem 2018) Para ganhar um prêmio, uma pessoa deverá retirar, sucessivamente e sem reposição, duas bolas pretas de uma mesma urna. Inicialmente, as quantidades e cores das bolas são como descritas a seguir:

- Urna A – Possui três bolas brancas, duas bolas pretas e uma bola verde;
- Urna B – Possui seis bolas brancas, três bolas pretas e uma bola verde;
- Urna C – Possui duas bolas pretas e duas bolas verdes
- Urna D – Possui três bolas brancas e três bolas pretas.

A pessoa deve escolher uma entre as cinco opções apresentadas:

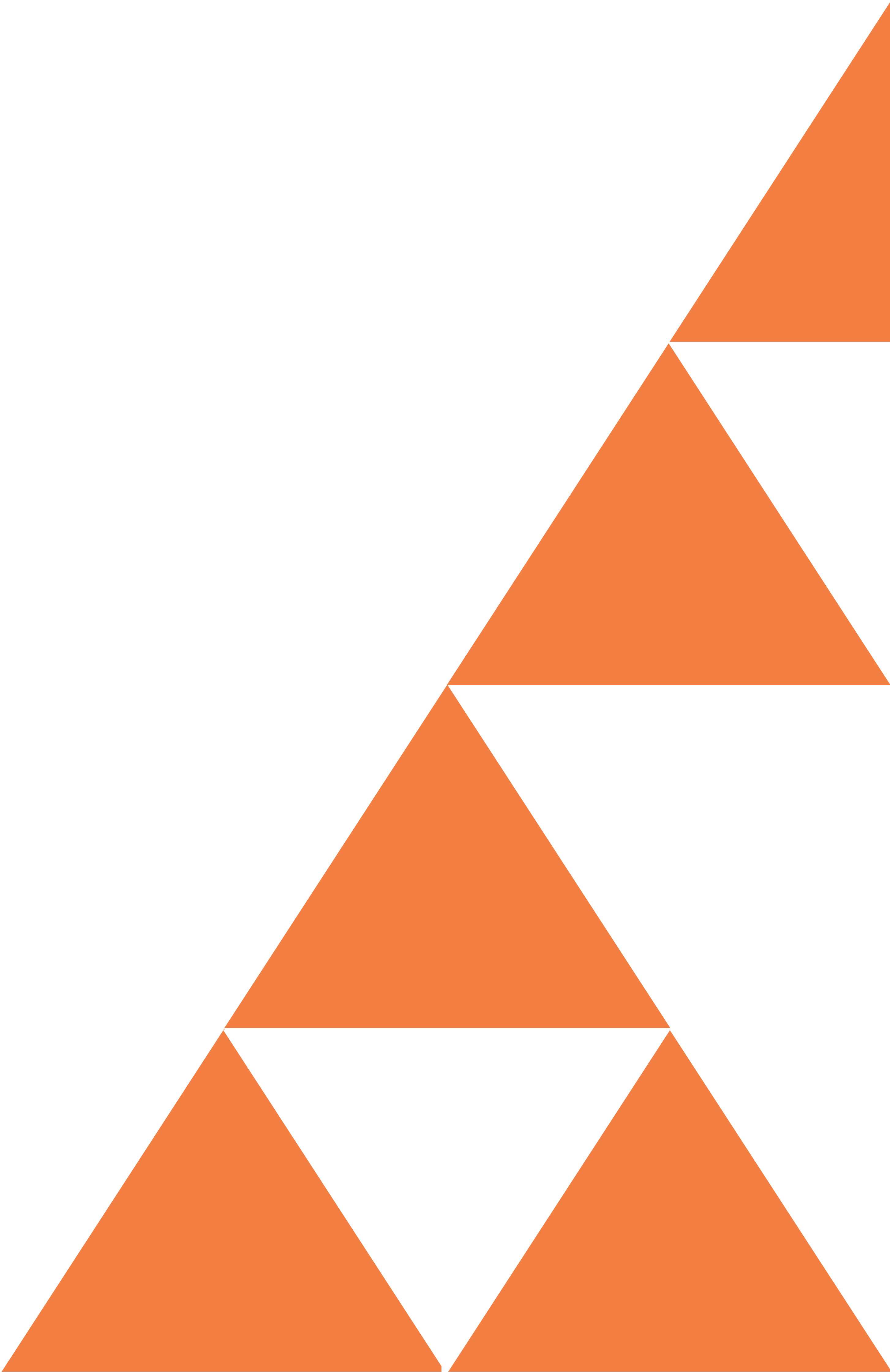
- Opção 1 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 2 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna B;
- Opção 3 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna A; então, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 4 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna D para a urna C; então, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna C;
- Opção 5 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna D; então, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna D.

Com o objetivo de obter a maior probabilidade possível de ganhar o prêmio, a pessoa deve escolher a opção

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

PROBABILIDADE									
1) C	2) E	3) A	4) E	5) E	6) E	7) C	8) B	9) D	10) C
11) D	12) E	13) C	14) C	15) D	16) D	17) A	18) C	19) A	20) A
21) B	22) B	23) E	24) B	25) C	26) D	27) C	28) A	29) D	30) C
31) B	32) D	33) C	34) C	35) A	36) D	37) B	38) D	39) D	40) E

MAT 2



MESTRES
DA MATEMÁTICA

Matemática Comercial

UNIDADES DE MEDIDA

	Múltiplos			Unidade	Submúltiplos		
Comprimento	km	hm	dam	**m**	dm	cm	mm
Superfície	km^2	hm^2	dam^2	$\mathbf{m^2}$	dm^2	cm^2	mm^2
Volume	km^3	hm^3	dam^3	$\mathbf{m^3}$	dm^3	cm^3	mm^3
Massa	kg	hg	dag	**g**	dg	cg	mg
Capacidade	kl	hl	daL	**L**	dL	cL	mL

Superfície:

$$\begin{cases} \text{Hectare}(\text{ha}) \Rightarrow 1 \text{ ha} = 10.000 \text{ m}^2 \\ \text{Are}(\text{a}) \Rightarrow 1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2 \\ \text{Centiare}(\text{Ca}) \Rightarrow 1 \text{ ca} = 1 \text{ m}^2 \end{cases}$$

Massa: Tonelada (T) $\Rightarrow$ 1 T = 1.000 kg = 1.000.000 g

Volume:

$$\begin{cases} 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L} \\ 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L} \\ 1 \text{cm}^3 = 1 \text{ mL} \end{cases}$$

RAZÃO: Chama-se razão entre dois números reais a e b, com $b \neq 0$, o quociente $\frac{a}{b}$.

OBS: Razões especiais: porcentagem, escala, densidade, velocidade.

PROPORÇÃO: Chama-se proporção, a igualdade entre duas razões: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ onde $b \neq 0$ e $d \neq 0$.

Propriedade fundamental: $a \cdot d = b \cdot c$ (produto dos meios é igual ao produto dos extremos)

EX: Teorema de Tales, Semelhança de Triângulos.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Duas grandezas diminuindo) a primeira, a segunda aumenta (ou diminui) na mesma razão.

Nº DE PORCOS	10	20	30	40	$\rightarrow y = kx$
RAÇÃO (kg)	50	100	150	200	

Definição: y é diretamente proporcional a x $\Leftrightarrow \frac{y}{x} = \text{constante}$

EX: Na transformação Isobárica, o Volume e a Temperatura são diretamente proporcionais.

EX: Na transformação Isovolumétrica, a Pressão e a Temperatura são diretamente proporcionais.

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Duas grandezas são inversamente proporcionais se aumentando (ou diminuindo) a primeira, a segunda diminui (ou aumenta) na mesma razão.

Nº DE OPERÁRIOS	5	10	15	20	$\rightarrow y = \frac{k}{x}$
Nº DE DIAS	12	6	4	3	

Definição: y é inversamente proporcional a x $\Leftrightarrow y \cdot x = \text{constante}$

EX: Na transformação Isotérmica, a Pressão e o Volume são inversamente proporcionais.

REGRA DE TRÊS SIMPLES: É o processo de cálculo mediante o qual são resolvidos problemas que envolvem duas grandezas direta ou inversamente proporcionais. A resolução de uma regra de três simples se reduz ao cálculo da “quarta proporcional”, ou seja, trata-se de calcular em uma proporção em que três termos são conhecidos, o quarto termo.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA: Problemas envolvendo três ou mais grandezas são resolvidos pela regra de três composta.

PORCENTAGEM: Porcentagem é uma razão da forma $\frac{a}{100}$, que também é escrita como a %.

EX: $2\% = \frac{2}{100} = 0{,}02$ EX: $40\% = \frac{40}{100} = 0{,}4$ EX: $112\% = \frac{112}{100} = 1{,}12$ EX: $\sqrt{4\%} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{2}{10} = 0{,}2 = 20\%$

JUROS SIMPLES: Quando emprestamos ou depositamos uma certa quantia (capital) a uma pessoa ou a uma instituição financeira, por um certo tempo, recebe-se como compensação uma outra quantia (juros). Se em cada unidade de tempo transcorrida, os juros são calculados sempre sobre o capital inicial, temos uma operação de juros simples.

$$j = c \cdot i \cdot t \Rightarrow \begin{cases} c = \text{capital} \\ i = \text{taxa de juros} \\ t = \text{tempo} \end{cases}$$, note que as grandezas i e t devem estar na mesma unidade de tempo.

JUROS COMPOSTOS: Se ao final de cada unidade de tempo, os juros do período são incorporados ao capital, temos uma operação de juros compostos.

$$M = c \cdot (1+i)^t \Rightarrow \begin{cases} M = \text{montante} \\ c = \text{capital} \\ i = \text{taxa de juros} \\ t = \text{tempo} \end{cases}$$ OBS: 1 mês $1\,\text{mês} = 30\ \text{dias}$ e $1\ \text{ano} = 360\ \text{dias}$

PAGAMENTOS PARCELADOS

1) Você sempre deve o preço à vista;

2) A taxa de juros incide sempre sobre o saldo devedor, ou seja, sobre o que ainda resta para você pagar;

EX: Se o preço à vista de uma mercadoria for de R$ 200,00 e você pagá-la em duas prestações iguais de

R$ 120,00, teremos:

i) Se for uma entrada e outra com 30 dias, seu saldo devedor será de R$ 80,00;

ii) Se for a primeira com 30 dias e a segunda com 60 dias após a compra, o saldo devedor será R$ 200,00;

MESTRES DA MATEMÁTICA

UNIDADES DE MEDIDAS

1) (UEG 2016) O Parque Ipiranga em Anápolis possui uma excelente pista de caminhada. Sr. João, morador das imediações desse parque, realiza caminhadas ali diariamente. Em uma dessas caminhadas ele observou que existem ao longo da pista três pontos principais: um quiosque para lanches rápido, um ponto de táxi e um viveiro. Ele então resolveu contar e observou que do quiosque até o ponto de táxi havia caminhado 3000 passos, do ponto de táxi até o viveiro 2400 passos e, do viveiro até o quiosque, 2800 passos. Sabendo-se que cada um dos passos do Sr. João mede 90 cm o comprimento total da pista é de

a) 8200 m
b) 7380 m
c) 3690 m
d) 3600 m
e) 3090 m

2) (PUC MG) Um reservatório, contendo 200 litros de água, está sendo esvaziado por meio de uma torneira cuja vazão é de 200 cm^3 por minuto. O tempo necessário para esvaziar completamente o reservatório, em minutos, é:

a) 1
b) 10
c) 100
d) 1000
e) 10000

3) (UNESP) Um determinado medicamento deve ser administrado a um doente três vezes ao dia, em doses de 5 mL cada vez, durante 10 dias. Se cada frasco contém 100 cm^3 do medicamento, o número de frascos necessários é:

a) 2,5
b) 1,0
c) 1,5
d) 2,0
e) 3,0

4) (UEPB 2014) Os organizadores de um show sobre música popular brasileira, a ser realizado em uma praça com área livre e plana de 10.000 m^2, tomaram como padrão que o espaço ocupado por uma pessoa equivaleria a um retângulo de dimensões 40 cm por 50 cm. Considerando que toda a área livre da praça seja ocupada pelo público presente, conclui-se que o número de pessoas presentes ao evento será aproximadamente:

a) 60.000
b) 40.000
c) 50.000
d) 55.000
e) 30.000

5) (IMED 2015) Após a limpeza de um aquário, que tem o formato de um paralelepípedo, com dimensões internas de 1,20 m de comprimento, 1 m de largura e 50 cm de profundidade, constatou-se que o nível da água atingiu 80% de sua altura máxima. Nessa situação, a quantidade de água que falta para encher completamente o aquário, em litros, corresponde a:

a) 80
b) 100
c) 120
d) 240
e) 480

6) (UEPB 2014) A velocidade da luz, que é de trezentos mil quilômetros por segundo, expressa em centímetros por segundo, será igual a:

a) 3×10^9 cm / s
b) 3×10^8 cm / s
c) 3×10^{10} cm / s
d) 3×10^{11} cm / s
e) 3×10^6 cm / s

7) (UNIRIO 2004) Uma área de 2 x 10^4 km^2, numa certa região do Estado do Rio, possui 20% de terras cultiváveis e improdutivas. Essas terras cultiváveis e improdutivas deverão ser usadas no assentamento de famílias de agricultores sem-terra. Considerando que cada família receba 40 hectares (1ha = 10^4 m^2), o número total de famílias será de:

a) 40000
b) 20000
c) 10000
d) 4000
e) 1000

8) (UFMG) Uma lavoura de grãos com 10 km^2 de área plantada teve uma produção de 5 toneladas por hectare. Sabendo-se que as máquinas usadas colheram 2 000 toneladas por dia, o tempo gasto na colheita foi:

a) 2,5 dias
b) 5 dias
c) 10 dias
d) 25 dias
e) 50 dias

9) Na impressão de um livro de 320 páginas em formato de 20 cm x 25 cm, foi utilizado papel cuja gramatura é igual a 75 g / m^2. A massa aproximada de um exemplar desse livro é:

a) 0,3 g
b) 0,45 kg
c) 0,6 kg
d) 1,2 kg

10) (FCMMG) Em 1957, a Lagoa da Pampulha tinha 18.000.000 m^3 de água e atualmente tem 11.000.000 m^3. Considerando um caminhão pipa de 7.000 L de capacidade, o número de vezes que se deveria encher este caminhão para transportar a quantidade da água necessária para que a Lagoa voltasse a ter o mesmo volume do ano de 1957 é:

a) 10.000
b) 100.000
c) 1.000.000
d) 10,000.000

11) (UFMG) Um lago tem superfície de área 12 km^2 e 10 m de profundidade média. Sabe-se que o volume do lago é dado pelo produto da área de sua superfície por sua profundidade média. Uma certa substância está dissolvida nesse lago, de modo que cada metro cúbico de água contém 5 g da substância. Assim sendo, a quantidade total dessa sustância no lago é de

a) 6 x 10^8 g
b) 6 x 10^9 g
c) 6 x 10^{10} g
d) 6 x 10^{11} g

12) (UFMG) O Açude de Orós, no Ceará, um dos maiores reservatórios do Brasil, tem capacidade para armazenar $2 \times 10^9\ m^3$ de água.

Sabe-se que o Rio Amazonas lança no Oceano Atlântico 50 milhões de litros de água por segundo.

Com base nesses dados, é CORRETO afirmar que o tempo que o Rio Amazonas leva para lançar no Oceano Atlântico um volume de água igual à capacidade do Açude de Orós é:

a) maior que 20 horas.
b) menor que 5 horas.
c) maior que 5 horas e menor que 10 horas.
d) maior que 10 horas e menor que 20 horas.

13) Marta chegou em casa após 30 dias de viagem, e notou que uma torneira estava um pouco aberta, gotejando água em intervalos de tempo constantes. Em tempos de economia de água, ela, preocupada, resolveu medir o desperdício, e, para isso, usou um copo de 200 mL que a torneira encheu em 20 minutos. Deste modo, o total desperdiçado, em litros, foi, no mínimo, igual a:

a) 43,2
b) 432
c) 600
d) 720
e) 4320

14) (UFMG) Um mapa está desenhado em uma escala em que 2 cm correspondem a 5 km. Uma região assinalada nesse mapa tem a forma de um quadrado de 3 cm de lado. A área total dessa região é de:

a) 37,50 km²
b) 56,25 km²
c) 67,50 km²
d) 22,50 km²

15) (UNA MG) A planta cadastral de uma cidade está na escala 1 : 2000. Nessa cidade, Carlos tem um terreno em forma de retângulo, com as seguintes dimensões: o lado maior mede, na planta, 2,5 cm; e o perímetro do terreno mede 160 m.

A Prefeitura Municipal determinou que, para facilitar o escoamento da água pluvial, não pode haver nenhuma edificação em 50% da área do terreno. Nessas condições, a área do terreno de Carlos liberada para a construção é de:

a) 500 m^2
b) 600 m^2
c) 750 m^2
d) 900 m^2

16) (PUC) Na maquete de uma casa, feita na escala 1 : 500, uma sala tem 8 mm de largura, 10 mm de comprimento e 8 mm de altura. A capacidade, em litros, dessa sala é:

a) 640
b) 6 400
c) 800
d) 8000
e) 80000

17) A maquete é uma ferramenta importante para os arquitetos. Ela reproduz em escala reduzida o projeto que se vai executar, portanto ela mostra melhor o conjunto da obra. É um modelo ou “boneco” do projeto.

Para representar um bairro, uma área de intervenção urbanística é comum o uso da escala 1 : 5000, 1 : 1000.

Para um lote grande ou um clube, por exemplo, utiliza-se 1 : 500, 1 : 250.

Para representar uma casa é usual a escala 1 : 50.

Suponha que uma casa tenha sido representada numa maquete na escala sugerida no texto.

Se a piscina dessa casa terá capacidade para 60.000 Litros, qual deve ser o volume dessa piscina, na maquete?

a) 480 mL
b) 1200 mL
c) 120 mL
d) 415 mL
e) 450 mL

18) Um aluno do curso de Mecânica, do IFPE, recebeu o desenho de uma peça, fez as devidas medições e, a partir de sua escala, fabricou a peça.

Se a largura da peça no desenho tinha 1,5 mm e a largura da peça já fabricada tinha 45 cm qual a escala do desenho?

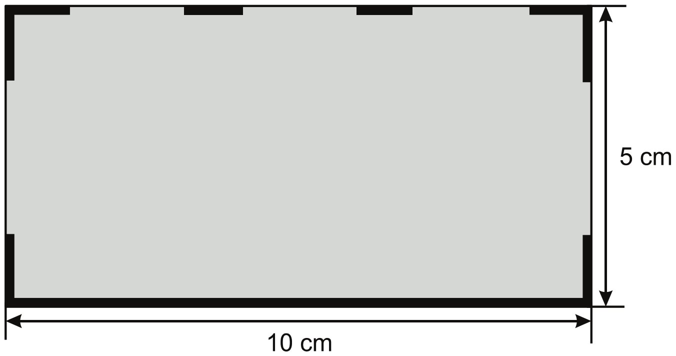
a) 1 : 3
b) 1 : 30
c) 1 : 300
d) 1 : 3000
e) 1 : 30000

19) Um táxi cobra de seus fregueses um valor fixo de R$ 30,00 para corridas intermunicipais mais R$ 1,75 pelo quilômetro rodado. Renato pretende viajar nesse táxi de Juatuba à Itaúna. Para estimar o valor que deve ser cobrado pelo taxista, ele observa parte do mapa do estado de Minas Gerais (representado a seguir), cujo original estava na escala 1 : 1.600.000 e considera que o trajeto a ser percorrido é aproximadamente um segmento de reta e o mede com uma régua obtendo 7,5 cm.

Qual o valor aproximado a ser cobrado pelo taxista?

a) R$ 210,00
b) R$ 225,00
c) R$ 240,00
d) R$ 275,00
e) R$ 315,00

20) (UNESP 2015) Para divulgar a venda de um galpão retangular de 5000 m^2 uma imobiliária elaborou um anúncio em que constava a planta simplificada do galpão, em escala, conforme mostra a figura.



O maior lado do galpão mede, em metros,

a) 200
b) 25
c) 50
d) 80
e) 100

UNIDADES DE MEDIDAS									
1) B	2) D	3) C	4) C	5) C	6) C	7) C	8) A	9) D	10) C
11) A	12) D	13) B	14) B	15) C	16) E	17) A	18) C	19) C	20) E

RAZÕES E PROPORÇÕES

1) (PUCRJ 2015) Os sócios de uma empresa decidem dividir o lucro de um determinado período, pelos seus três gerentes, de modo que cada um receba uma parte diretamente proporcional ao seu tempo de serviço. Sabendo que o lucro que será dividido é de R$ 18500,00 e que o tempo de serviço de cada um deles é, respectivamente 5, 7 e 8 anos, podemos afirmar que o mais antigo na empresa receberá:

a) R$ 4625,00
b) R$ 5125,00
c) R$ 6475,00
d) R$ 7400,00
e) R$ 9250,00

2) (UFU) Paulo, Ana e Luís formaram uma sociedade e investiram, respectivamente, R$ 2500,00, R$ 3500,00 e R$4000,00 num fundo de investimentos. Após um ano, a aplicação estava com um saldo de R$ 12.500,00. Se os três investidores resgatarem somente o rendimento e dividirem-no em partes diretamente proporcionais aos valores investidos, a diferença entre os valores recebidos por Ana e Paulo será igual a

a) R$ 125,00
b) R$ 1000,00
c) R$ 1250,00
d) R$ 1500,00

3) (M. CAMPOS) Três irmãos, Marcelo, Leandro e Júnior, jogaram em um só cartão na loteria esportiva, R$ 2,00, R$ 5,00 e R$ 3,00, respectivamente. O resultado deste teste foi favorável aos três e couberam a Leandro R$ 105.000,00. Se o prêmio foi distribuído proporcionalmente ao que cada um apostou, podemos afirmar que Marcelo recebeu, em reais:

a) 44 000
b) 40 000
c) 45 000
d) 38 000
e) 42 000

4) (UFV) As prefeituras das cidades A. B e C construíram uma ponte sobre um rio próximo a estas cidades. A ponte dista 10 km de A, 12 km de B e 18 km de C. O custo da construção, R$ 8.600.000,00 foi dividido em partes inversamente proporcionais às distâncias das cidades à ponte. Com a construção, a prefeitura da cidade A teve um gasto de:

a) R$ 3 200 000,00
b) R$ 3 600 000,00
c) R$ 3 000 000,00
d) R$ 3 800 000,0
e) RS 3 400 000,00

5) A margem de erro em uma pesquisa eleitoral é inversamente proporcional à raiz quadrada do tamanho da amostra. Se, em uma pesquisa com 8100 eleitores, a margem de erro é de 4% em uma pesquisa com 25600 eleitores, ela será de

a) 2,25%
b) 2,50%
c) 2,80%
d) 3,00%
e) 3,50%

6) Um pai deixou como herança, uma fazenda de 130 ha. No testamento, uma parte da terra ficou para sua esposa. O restante foi dividido entre seus 3 filhos, em partes inversamente proporcionais a suas idades: 3 anos, 4 anos e 6 anos. Se o filho mais novo recebeu 52 ha, sua esposa ficou com uma área de:

a) 130.000 m^2
b) 13.000 m^2
c) 260.000 m^2
d) 26.000 m^2

7) (PUC SP 2015) Três irmãs – Jasmim, Flora e Gardênia – reservaram para as compras de Natal as quantias de 600 reais, 360 reais e 120 dólares, respectivamente. Antes de sair às compras, as três fizeram o seguinte acordo: o total de reais reservados por Jasmim e Flora seria igualmente dividido entre as três, enquanto que, os dólares reservados por Gardênia seriam totalmente repassados a Jasmim e Flora em partes proporcionais às quantias que cada uma delas tinha inicialmente. Considerando que o acordo foi cumprido, quantos dólares Jasmim recebeu a mais do que Flora?
a) 20
b) 25
c) 30
d) 35
e) 40

8) (UEG 2015) Um edifício de 4 andares possui 4 apartamentos por andar, sendo que em cada andar 2 apartamentos possuem 60 m^2 e 2 apartamentos possuem 80 m^2. O gasto mensal com a administração do edifício é de R$ 6720,00 Sabendo-se que a cota de condomínio deve ser dividida proporcionalmente à área de cada apartamento, logo quem possui um apartamento de 80 m^2 deve pagar uma cota de:

a) R$ 400,00
b) R$ 420,00
c) R$ 460,00
d) R$ 480,00

9) (COL.NAVAL 2016) Adão, Beto e Caio uniram-se num mesmo investimento e combinaram que, em janeiro de cada ano, repartiriam o lucro obtido em partes diretamente proporcionais ao tempo de investimento e ao valor investido. Adão investiu R$ 10.000,00 há nove meses; Beto R$ 15.000,00 há oito meses e Caio R$ 12.000,00 há cinco meses. Se o lucro a ser repartido é de R$ 54.000,00 o maior recebimento será de:

a) R$ 10.000,00
b) R$ 12.000,00
c) R$ 15.000,00
d) R$ 18.000,00
e) R$ 24.000,00

10) A Pizzaria Italiana vende pizzas inteiras ou em porções (fatias). A tabela abaixo apresenta o número de fatias e o diâm

Tipo da Pizza	Número de Fatias	Diâmetro (cm)
Broto	6	30
Grande	8	35
Gigante	10	40

Se uma pizza Broto inteira custa R$ 27,00 qual deve ser o preço de cada fatia da pizza Gigante?

a) R$ 6,50
b) R$ 4,80
c) R$ 4,50
d) R$ 3,90
e) R$ 3,50

11) (UFMG) O risco de contrair uma determinada doença é proporcional à razão entre o número de pessoas infectadas por essa doença e a população da cidade, nessa ordem. Numa cidade A de 40.000 habitantes com 600 infectados, o risco de se contrair essa doença é de 0,06. Numa cidade que tem 2% de sua população infectada e em que a constante de proporcionalidade é a mesma da cidade A, o risco de se contrair essa doença é

a) 0,015

b) 0,02

c) 0,06

d) 0,08

12) Em tempos de escassez de água, toda medida de economia é bem-vinda. Num banho de 15 minutos com chuveiro aberto são gastos cerca de 135 litros de água.

Daniel resolveu reduzir seu banho para 9 minutos, obtendo assim uma economia de água a cada banho.

Se Daniel tomar apenas um banho por dia, em um mês ele terá economizado (considere 1 mês como tendo 30 dias)

a) 1620 litros
b) 2510 litros
c) 5700 litros
d) 3250 litros

13) Sabe-se que uma única máquina foi usada para abrir uma vala. Se essa máquina gastou 45 minutos para remover 5/8 do volume de terra do terreno, então é esperado que o restante da terra seja removido em:

a) 1 hora.
b) 27 minutos.
c) 1 hora e 10 minutos.
d) 30 minutos.
e) 35 minutos.

14) A latinha de alumínio é o material mais reciclado nas grandes cidades. Um quilograma de latinhas é formado, em média, por 75 latinhas.

Considerando que o quilograma de latinhas pode ser vendido por R$ 4,50 e sabendo que o salário mínimo nacional tem
mero necessário de latinhas vendidas,
por dia, para se atingir esse valor é de

a) 225
b) 450
c) 500
d) 1250

Fonte: https://blogwyda.files.wordpress.com/2010/07/foto_reciclagem_aluminio2.gif?w=450. Acessado em 19/11/2015

15) (UERJ 2015) Na imagem da etiqueta, informa-se o valor a ser pago por 0,256 kg de peito de peru.

O valor, em reais, de um quilograma desse produto é igual a:

a) 25,60
b) 32,76
c) 40,00
d) 50,00

16) Uma fábrica de produtos químicos acondiciona uma substância homogênea de densidade igual a 2g/cm^3 em latas de 10 litros. Sabendo que a fábrica produz mensalmente uma tonelada dessa substância, quantas latas são necessárias para acondicionar toda a produção mensal dessa substância?

a) 5
b) 50
c) 500
d) 5000
e) 50000

17) (ALBERT EINSTEIN 2016) João tem dois relógios com defeitos: um que atrasa 10 segundos a cada 4 horas de funcionamento e outro, que adianta 10 segundos a cada 2 horas.

Embora até hoje não tenha consertado esses dois relógios, João costuma acertá-los semanalmente, apenas aos sábados pontualmente às 12 horas.

Se às 12 horas de certo sábado, João acertou os dois relógios, então a diferença entre os horários que eles marcavam às 12 horas do sábado seguinte era de

a) 24 minutos.
b) 21 minutos.
c) 560 segundos.
d) 640 segundos.

18) (UFMG) Supondo-se que 48 quilogramas de chumbo custam o mesmo que 56.000 gramas de aço e 7 quilogramas de aço custam R$ 3,00 o preço de 150 quilogramas de chumbo é

a) R$ 75,00

b) R$ 90,00

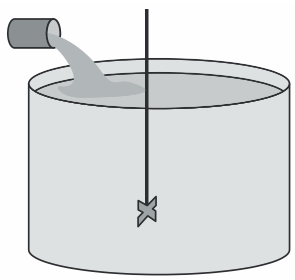
c) R$ 126,00

d) R$ 135,00

19) (UFU 2015) Um grande tanque de capacidade 500 litros contém, inicialmente, 100 litros de uma solução aquosa de cloreto de sódio, cuja concentração é de 5 gramas por litro. Esse tanque é abastecido com uma solução aquosa de cloreto de sódio, com concentração de 1 grama por litro, a uma vazão de 10 litros por minutos, e um mecanismo de agitação mantém homogênea a solução no tanque. A concentração no tanque é a razão entre a quantidade do cloreto de sódio (em gramas g) e o volume de solução (em litros L)

Logo, a concentração no tanque, em g/L no instante em que ele começa a transbordar, é:

a) $\frac{9}{5}$
b) $\frac{10}{5}$
c) $\frac{54}{50}$
d) $\frac{4}{5}$



20) (UERJ 2017) Um anel contém 15 gramas de ouro 16 quilates. Isso significa que o anel contém 10 g de ouro puro e 5 g de uma liga metálica. Sabe-se que o ouro é considerado 18 quilates se há a proporção de 3 g de ouro puro para 1 g de liga metálica. Para transformar esse anel de ouro 16 quilates em outro de 18 quilates, é preciso acrescentar a seguinte quantidade, em gramas, de ouro puro:

a) 6
b) 5
c) 4
d) 3

21) (UFMG) Uma empresa tem 750 empregados e comprou marmitas individuais congeladas suficientes para o almoço durante 25 dias. Se essa empresa tivesse mais 500 empregados, a quantidade de marmitas já adquiridas seria suficiente para um número de dias igual a:

a) 10
b) 12
c) 15
d) 18
e) 20

22) (MACK) Uma engrenagem de 36 dentes movimenta uma outra de 48 dentes. Se a segunda engrenagem executar 120 voltas, a pri

a) 90 voltas
b) 108 voltas
c) 126 voltas
d) 160 voltas

23) Em uma empresa, 10 funcionários produzem 150 peças em 30 dias úteis. O número de funcionários que a empresa vai precisar para produzir 200 peças, em 20 dias úteis, é igual a

a) 18
b) 20
c) 22
d) 24

24) Em uma fábrica, quatro máquinas empacotam 10.000 balas por hora. Se quisermos empacotar 50.000 balas em meia hora, é CORRETO afirmar que o número de máquinas necessárias para executar esse trabalho será

a) 30
b) 20
c) 40
d) 60
e) 18

25) Numa fábrica de peças de automóvel, 200 funcionários, trabalhando 8 horas por dia, produzem 5000 peças por dia. Devido à crise, essa fábrica demitiu 80 desses funcionários e a jornada de trabalho dos restantes passou a ser de 6 horas diárias.

Nessas condições, o número de peças produzidas por dia passou a ser de

a) 1666
b) 2250
c) 3000
d) 3750

26) Em 3 dias, 72000 bombons são embalados, usando-se duas máquinas embaladoras, funcionando 8 horas por dia. Se a fábrica usar 3 máquinas iguais às primeiras, funcionando 6 horas por dia, em quantos dias serão embalados 108000 bombons?

a) 3,0
b) 3,5
c) 4,0
d) 5,0

27) (EPCAR 2017) Certa máquina, funcionando normalmente 5 horas por dia, gasta 3 dias para produzir 1200 embalagens. Atualmente está com esse tempo de funcionamento diário reduzido em 20% trabalhando, assim, apenas T horas por dia.

Para atender uma encomenda de 1840 embalagens, aproveitando ao máximo em todos os dias o seu tempo T de funcionamento, ela gastará no último dia

a) 120 minutos
b) 150 minutos
c) 180 minutos
d) 200 minutos

28) (UFRN) Um café é preparado e, logo depois, é servido em quatro xícaras, nas quais é colocado o mesmo tipo de açúcar.
A primeira xícara recebe 50 ml de café e 2 g de açúcar; a segunda, 70 ml de café e 3 g de açúcar; a terceira, 90 ml de café e 4 g de açúcar; a quarta, 120 ml de café e 5 g de açúcar.

O café se apresentará mais doce na:

a) Primeira xícara
b) Segunda xícara
c) Terceira xícara
d) Quarta xícara

29) (UNICAMP 2015) A tabela abaixo informa alguns valores nutricionais para a mesma quantidade de dois alimentos, A e B.

Alimento	A	B
Quantidade	20 g	20 g
Valor Energético	60 kcal	80 kcal
Sódio	10 mg	20 mg
Proteína	6 g	1 g

Considere duas porções isocalóricas (de mesmo valor energético) dos alimentos A e B. A razão entre a quantidade de proteína em A e a quantidade de proteína em B é igual a:

a) 4
b) 6
c) 8
d) 10

30) Um tanque de combustível está cheio com 1000 litros de uma mistura homogênea de álcool e gasolina, dos quais 500 litros é álcool.

Serão feitas retiradas de 200 litros da mistura da seguinte maneira:

Retiram-se 200 litros da mistura e completa-se o tanque com 200 litros de gasolina pura.

Em seguida retiram-se outros 200 litros da nova mistura e completa-se o tanque com 200 litros de gasolina pura.

Qual o percentual de álcool restante na mistura final?

a) 28%
b) 32%
c) 36%
d) 40%
e) 50%

31) (PUCRS 2016) Todo atleta tem como rotina o controle do seu Índice de Massa Corporal (IMC).

Esse índice, que é apenas um indicador de massa ideal, será conhecido ao realizar-se a divisão da massa (em quilogramas) pelo quadrado da altura (em metros).

Um atleta A possui IMC = 25 enquanto que um atleta B de outra modalidade de esporte, apresenta um IMC = 36. Sabendo que ambos possuem a mesma massa, a razão entre as alturas do primeiro e do segundo é

a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{5}{6}$
c) $\frac{6}{5}$
d) $\frac{25}{36}$
e) $\frac{36}{25}$

32) A família de Lúcio viajou de carro nas férias de Janeiro da cidade de Teófilo Otoni em Minas Gerais até Salvador na Bahia, o percurso total de ida foi 480 Km. Na viagem de ida, durante a primeira metade da viagem o uso do ar condicionado não foi necessário, pois o clima estava fresco e o computador de bordo do carro indicou o consumo de 12 Km/L. No entanto, durante toda a segunda metade da viagem, a temperatura aumentou e o consumo do carro passou a ser de 8 Km/L, pois o ar condicionado ficou ligado durante todo o tempo. O consumo médio de combustível do carro da família de Lúcio na viagem de ida para o nordeste foi

a) 10,0 Km/L
b) 9,9 Km/L
c) 9,8 Km/L
d) 9,6 Km/L
e) 8,8 Km/L

33) (UFMG) Um menino percorre, de bicicleta, 7 km em 35 min, com velocidade constante. Aumentando essa velocidade de 1/5 do seu valor, o tempo que leva, em minutos, para percorrer 12 km, é

a) 30
b) 40
c) 50
d) 60
e) 72

34) (UFMG) Dois ciclistas que se deslocam com velocidades constantes de 30 km/h e 27 km/h, respectivamente, percorrem a mesma distância. Para percorrê-la, um deles gasta 18 minutos a mais que o outro. A distância percorrida por qualquer um deles, em km, é

a) 9
b) 27
c) 36
d) 81

35) (UFMG) Uma das extremidades de uma barra de ferro de comprimento L recebe um golpe forte. Uma pessoa, na outra extremidade, ouve dois sons: um originado da onda que se propagou através da barra, e o outro, da onda que se propagou no ar. O intervalo de tempo decorrido entre os dois sons foi de 1 segundo. Considere as velocidades de propagação do som na barra de ferro e no ar iguais a 5130 m/s e 330 m/s, respectivamente. O valor de L, em metros, é tal que:

a) $260 \leq L \leq 320$

b) $320 \leq L \leq 380$

c) $380 \leq L \leq 440$

d) $440 \leq L \leq 500$

RAZÕES E PROPORÇÕES									
1) D	2) C	3) E	4) B	5) A	6) A	7) C	8) D	9) E	10) B
11) D	12) A	13) B	14) B	15) D	16) B	17) B	18) A	19) A	20) B
21) C	22) D	23) B	24) C	25) B	26) C	27) C	28) C	29) C	30) B
31) C	32) D	33) C	34) D	35) B					

PORCENTAGEM E JUROS

1) Uma mistura contém 3,2 litros de gasolina e 12,8 litros de álcool. O percentual de gasolina na mistura é:

a) 12%
b) 15%
c) 20%
d) 25%

2) (PUC) Em um grupo de pessoas, 30% tem mais de 45 anos, 50% tem idade entre 30 e 40 anos, e as 16 restantes tem menos de 20 anos. O número de pessoas com mais de 45 anos é:

a) 12
b) 16
c) 20
d) 24

3) Em uma determinada cidade, as mulheres constituem 60% da população. Sabe-se ainda que 10% dos homens e 15% das mulheres são analfabetos. O percentual de habitantes alfabetizados dessa cidade é de:

a) 12%
b) 13%
c) 85%
d) 87%

4) Numa comunidade, 32% das pessoas fumam. Se 3 em cada 8 fumantes pararem de fumar, a porcentagem de fumantes nessa comunidade passará a ser de

a) 20%
b) 18%
c) 15%
d) 12%

5) (UECE 2015) Em um empreendimento imobiliário, o centro comercial e o parque de estacionamento ocupam, respectivamente, 42% e 53% da área do terreno. A área restante, que corresponde a 3000 m^2 é destinada a jardins e vias de circulação. Nestas condições, a medida da área do terreno ocupada pelo centro comercial, em m^2 é

a) 24.800
b) 25.000
c) 25.200
d) 25.400
e) 25.600

6) (MILTOM CAMPOS) Manuela empregou 1/3 do seu capital em caderneta de poupança, a 2,7% ao mês, e o restante em CDB, a 3 % ao mês. O total por ela empregado foi de R$ 3.000,00. Nestas condições, podemos afirmar que, ao final do mês, ela recebeu de juros:

a) R$ 67,00
b) R$ 87,00
c) R$ 57,00
d) R$ 97,00
e) R$ 47,00

7) (PUC MG) Um galão de dez litros está cheio de um combustível resultante de uma mistura que tem 14% de álcool e 86% de gasolina; um outro galão de 20 litros está cheio com uma outra mistura que tem 20% de álcool e 80% de gasolina. Despejando-se o conteúdo dos dois galões em um só recipiente, obtém-se uma nova mistura cuja porcentagem de gasolina é:

a) 75,0%
b) 76,0%
c) 77,0%
d) 79,0%
e) 82,0%

8) (UERJ 2016) No ano letivo de 2014, em uma turma de 40 alunos, 60% eram meninas. Nessa turma, ao final do ano, todas as meninas foram aprovadas e alguns meninos foram reprovados. Em 2015, nenhum aluno novo foi matriculado, e todos os aprovados confirmaram suas matrículas. Com essa nova composição, em 2015, a turma passou a ter 20% de meninos. O número de meninos aprovados em 2014 foi igual a:

a) 4
b) 5
c) 6
d) 8
e) 10

9) (UEG 2016) Com a alta da inflação e para não repassar aos clientes o aumento dos gastos na produção de suco de laranja, um empresário decidiu que no próximo mês 10% do volume desse suco será composto por água, volume que atualmente é de apenas 4% Se hoje são consumidos 10000 litros de água no volume de suco de laranja produzido, mantendo-se a mesma quantidade produzida, no próximo mês a quantidade de água consumida no volume desse suco será de

a) 10.000 litros
b) 12.500 litros
c) 14.000 litros
d) 16.000 litros
e) 25.000 litros

10) Uma liga metálica de 10 kg é constituída de 20% de ouro e 80% de prata. Quantos quilogramas de ouro puro devem ser adicionados a essa liga para que o percentual de prata passe a ser de 40%?

a) 4
b) 6
c) 8
d) 10

11) (FUVEST) Uma mistura de leite natural e leite de soja, num total de 200 litros, apresentam 25% de leite natural. Pergunta-se: que quantidade de leite de soja deve ser acrescentada a essa mistura para que o leite natural passe a representar 20% do volume final?

a) 25 litros
b) 40 litros
c) 50 litros
d) 100 litros
e) 200 litros

12) (IBMEC 2013) Um recipiente contém 2565 litros de uma mistura de combustível, sendo 4% constituídos de álcool puro. Quantos litros desse álcool devem ser adicionados ao recipiente, a fim de termos 5% de álcool na mistura?

a) 29
b) 27
c) 25
d) 23
e) 20

13) (UNESP 2012) Um quilo de tomates é constituído por 80% de água. Essa massa de tomate $(\text{polpa} + H_2O)$ é submetida a um processo de desidratação, no qual apenas a água é retirada, até que a participação da água na massa de tomate se reduza a 20%. Após o processo de desidratação, a massa de tomate, em gramas, será de:

a) 200
b) 225
c) 250
d) 275
e) 300

14) (UFMG) Em um grupo de pessoas, 32 % têm idade entre 30 e 40 anos; 48 % estão entre 41 e 50 anos; e os demais 20 %, entre 51 e 60 anos. Dos que têm de 30 a 40 anos, 30 % praticam exercícios regularmente. Esse número sobe para 40 % na faixa dos que estão entre 41 e 50 anos, mas só 22 % daqueles que têm entre 51 e 60 anos praticam exercícios regularmente. Considere, agora, apenas as pessoas desse grupo que têm entre 30 e 50 anos. Nesta faixa etária, as pessoas que fazem exercícios regularmente correspondem a:

a) 25%
b) 27,2 %
c) 33,2 %
d) 34 %
e) 36 %

15) (FCMMG) Uma passagem de avião custa R$ 132,00. A empresa aérea está fazendo a seguinte promoção: na compra de duas passagens, dá um desconto de 10% no preço de cada passagem; no caso de aposentados, dá mais 5% de desconto sobre o preço da passagem e no caso de estudantes, dá mais 3% de desconto sobre o preço da passagem. Maria, que é aposentada, comprou duas passagens, uma para si e outra para seu filho, que é estudante. O valor total pago por Maria foi de:

a) R$ 240,2
b) R$ 227,04
c) R$ 224,64
d) R$ 216,38

16) (PUC MG) O custo de um imóvel é composto de 40% para a mão de obra, 30% para o terreno, 25% para o material e 5% para a administração. Se houver um aumento de 15% no preço da mão de obra e de 10% no preço do material, o custo do imóvel sofrerá um reajuste de:

a) 8,5%
b) 10,0%
c) 12,5%
d) 15,0%
e) 25,0%

17) (FGV 2015) Dos animais de uma fazenda, 40% são bois, 30% vacas, e os demais são caprinos. Se o dono da fazenda vende 30% dos bois e 70% das vacas, o total de animais da fazenda se reduz em:

a) 30%
b) 33%
c) 45%
d) 60%
e) 66%

18) (FUVEST) Numa barraca de feira, uma pessoa comprou maçãs, bananas, laranjas e peras. Pelo preço normal da barraca, o valor pago pelas maçãs, bananas, laranjas e peras corresponderia a 25%, 10%, 15% e 50% do preço total, respectivamente. Em virtude de uma promoção, essa pessoa ganhou um desconto de 10% no preço das maçãs e de 20% no preço das peras. O desconto assim obtido no valor total de sua compra foi de:

a) 7,5%
b) 10%
c) 12,5%
d) 15%
e) 17,5%

19) Um investidor, deparando-se com um cenário de incertezas em relação à economia brasileira, decidiu montar uma carteira de investimentos com a seguinte configuração:

Renda fixa (Baixo risco)	Renda variável (Maior risco)
60% do capital	40% do capital

O investidor aplicou o seu capital de acordo com as porcentagens planejadas. Após determinado período, ele percebeu que suas aplicações em renda fixa haviam lhe propiciado um lucro de 10% sobre o capital investido. Por outro lado, as aplicações em renda variável provocaram um prejuízo de 10% sobre o valor investido. Com base nas informações, em relação ao capital total do investidor, suas aplicações provocaram um:

a) lucro de 2%
b) lucro de 5%
c) prejuízo de 6%
d) prejuízo de 10%
e) prejuízo de 12%

20) (UFMG) Em março de 1988, o preço de um determinado produto correspondia a 15% do salário de um certo funcionário. O preço do produto teve, no mesmo ano, um aumento de 10% em abril e de 20% em maio.

No entanto, o salário desse funcionário ficou congelado por dois meses, ou seja, em maio, era o mesmo de março. Depois do aumento do preço do produto em maio, a porcentagem do salário do funcionário a que corresponde o preço do produto é

a) 19,8%
b) 25%
c) 30%
d) 32%
e) 35%

21) (UFSM) A figura a seguir mostra a Vênus de Milo, atualmente exposta no museu do Louvre em Paris. Cópias dessa famosa estátua são encontradas em diversos locais. Sabe-se que a empresa produtora dessas cópias recolhe, em imposto e *royalties*, 25% sobre o valor de cada cópia comercializada.

PROENÇA, Graça. *História da arte*. SP: Ática, 2009. p.39. (adaptado)
Interbits®
MUSEU DO LOUVRE, PARIS

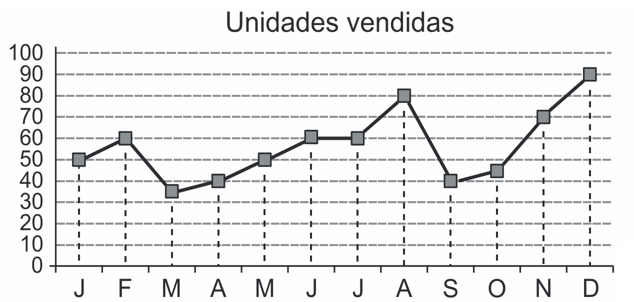
Uma cópia da Vênus de Milo tem custo de produção de R$ 360,00 e é comercializada por R$ 600,00. Qual é o percentual do lucro referente ao valor de comercialização dessa cópia?

a) 50%
b) 33%
c) 25%
d) 15%
e) 12,5%

22) (ESPM 2015) O gráfico abaixo mostra a variação da quantidade de unidades vendidas por uma pequena fábrica de pranchas de *surf*, durante um ano.

De acordo com o gráfico, podemos concluir que o aumento nas vendas do 2º trimestre para o 3º trimestre foi de:

a) 10%
b) 15%
c) 20%
d) 25%
e) 30%



23) (FUNDAÇÃO JOÃO PINHEIRO) Suponha que o governo pretende aumentar o imposto sobre consumo de 20% para 24%. Assim sendo, o acréscimo percentual do aumento deve ser de:

a) 4%
b) 6%
c) 8%
d) 12%
e) 20%

24) (UFMG) A uma barra de metal
em função de sua temperatura t, em graus Celsius (^{0}C).

Essa barra, inicialmente à temperatura de 50º C, sofre um aquecimento e sua temperatura é, então, aumentada em 20%.

O aumento percentual correspondente, no comprimento da barra, é de:

a) 0,02 %
b) 0,05 %
c) 0,06 %
d) 0,04 %
e) 0,08 %

25) Dois mercados vendem a lata de óleo pelo mesmo preço e estão fazendo as seguintes promoções:

Mercado A: Compre 4 latas e leve 5.
Mercado B: Compre 4 latas e pague 3.

É correto afirmar que o:

a) Desconto no Mercado A é de 25 %.
b) Desconto do Mercado B é de 33,3 %.
c) Mercado A oferece um desconto maior.
d) Mercado A oferece um desconto menor.

26) (PUC) Uma loja promove dois descontos sucessivos no preço de um artigo: o primeiro de 5% e o segundo de 10%. O percentual total de desconto é

a) 14,0%
b) 14,5%
c) 15,0%
d) 15,5%
e) 16,0%

27) (UFMG) Em 01/02/95, o salário de um trabalhador era equivalente ao preço de 10 cestas básicas. Segundo um Instituto de Pesquisa, o reajuste da cesta básica foi de 4 % em fevereiro de 95 e de 3 % em março de 95. Em 01/04/95, o salário desse trabalhador foi reajustado para mantê-lo equivalente às mesmas 10 cestas básicas. O índice de reajuste do salário desse trabalhador, em 01/04/95, foi de:

a) 7,00 %
b) 7,12 %
c) 8,00 %
d) 12,00 %
e) 15,00 %

28) Uma mercadoria sofreu um reajuste de 20% e, em seguida um desconto de 10%, quando passou a custar R$ 270,00. O preço da mercadoria antes do reajuste era

a) R$ 245,45
b) R$ 250,00
c) R$ 246,00
d) R$ 248,00
e) R$ 254,00

29) O preço de venda de um produto é R$ 396,00. Qual o preço de custo se o lucro for de 10% do preço de custo?

a) R$ 356,40
b) R$ 350,00
c) R$ 360,00
d) R$ 345,60

30) O preço de custo de um produto é R$ 72,00. Qual o preço de venda se o lucro for de 20% do preço de venda?

a) R$ 90,00
b) R$ 80,00
c) R$ 86,40
d) R$ 76,40

31) Um comerciante, ao vender uma mercadoria por R$500,00, tem um ganho de 25% sobre o preço de custo desse bem. O valor do preço de custo é:

a) R$ 375,00
b) R$ 275,00
c) R$ 400,00
d) R$ 288,00

32) (PUC) Um objeto é vendido em uma loja por R$ 450,00. O dono da loja paga ao vendedor uma comissão de 5% sobre o preço de venda e ainda ganha 25% sobre o preço de custo. O preço de custo desse objeto é

a) R$ 342,00
b) R$ 346,15
c) R$ 361,50
d) R$ 392,00
e) R$ 400,00

33) Uma loja colocou um produto à venda com um lucro de 50% sobre o preço de custo. Ao perceber que as vendas do produto estavam fracas, o gerente da loja resolveu dar um desconto de 20% sobre o preço de tabela. Com essa oferta, o lucro da loja passou a ser de:

a) 30%
b) 28%
c) 25%
d) 20%

34) Durante sua viagem ao país das Maravilhas a altura de Alice sofreu quatro mudanças sucessivas da seguinte forma: primeiro ela tomou um gole de um líquido que estava numa garrafa em cujo rótulo se lia: "beba-me e fique 25% mais alta". A seguir, comeu um pedaço de uma torta onde estava escrito: "prove-me e fique 10% mais baixa"; logo após tomou um gole do líquido de outra garrafa cujo rótulo estampava a mensagem: "beba-me e fique 10% mais alta". Finalmente, comeu um pedaço de outra torta na qual estava escrito: "prove-me e fique 20% mais baixa". Após a viagem de Alice, podemos afirmar que ela ficou:

a) 1% mais baixa
b) 1% mais alta
c) 5% mais baixa
d) 10% mais alta

35) Ao optar por um itinerário 14% mais longo, um motorista poderá ganhar tempo, pois, poderá aumentar sua velocidade média em 20%. De quanto diminuirá o tempo de viagem?

a) 4 %
b) 5 %
c) 6 %
d) 7 %

36) (UFMG) Um mestre-de-obras e cinco pedreiros foram contratados para fazer um certo serviço, pelo qual receberiam a quantia de Q reais. Essa quantia seria repartida entre eles de modo que todos os pedreiros recebessem o mesmo valor e o mestre-de-obras ganhasse 60 % a mais que cada um deles. Na última hora, um dos pedreiros desistiu. Então, o mestre-de-obras e os quatro pedreiros restantes decidiram fazer sozinhos o serviço e combinaram uma nova divisão dos Q reais: os quatro pedreiros receberiam valores iguais, mas o mestre-de-obras ganharia, agora, 50 % a mais que cada um deles. Então, a quantia que cada um dos quatro pedreiros recebeu teve um aumento de

a) 30 %
b) 10 %
c) 20 %
d) 25 %

37) (FUVEST 2014) Um apostador ganhou um prêmio de R$ 1.000.000,00 na loteria e decidiu investir parte do valor em caderneta de poupança, que rende 6% ao ano, e o restante em um fundo de investimentos, que rende 7,5% ao ano. Apesar do rendimento mais baixo, a caderneta de poupança oferece algumas vantagens e ele precisa decidir como irá dividir o seu dinheiro entre as duas aplicações. Para garantir, após um ano, um rendimento total de pelo menos R$ 72.000,00 a parte da quantia a ser aplicada na poupança deve ser de, no máximo,

a) R$ 200.000,00
b) R$ 175.000,00
c) R$ 150.000,00
d) R$ 125.000,00
e) R$ 100.000,00

38) (UECE 2015) Se ao aumentarmos, na mesma proporção, o comprimento dos lados de um quadrado obtivermos um aumento de 69% em sua área, a porcentagem do aumento no comprimento de cada lado do quadrado deverá ser

a) 27,0 %
b) 30,0 %
c) 31,0 %
d) 34,5 %

39) (UNICAMP 2015) Uma compra no valor de 1000 reais será paga com uma entrada de 600 reais e uma mensalidade de 420 reais. A taxa de juros aplicada na mensalidade é igual a

a) 2%
b) 5%
c) 8%
d) 10%

40) (UERJ 2016) Na compra de um fogão, existem duas formas de pagamento:

- à vista, no valor de R$ 860,00
- em duas parcelas fixas de R$ 460,00 sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

a) 10%
b) 12%
c) 15%
d) 18%
e) 20%

41) (UFMG) Um consumidor adquiriu determinado produto em um plano de pagamento de 12 parcelas mensais iguais de R$ 462,00, a uma taxa de juros de 5 % ao mês. Ele pagou as 10 primeiras prestações no dia exato do vencimento de cada uma delas. Na data do vencimento da 11ª prestação, o consumidor decidiu quitar a última também, para liquidar sua dívida. Ele exigiu, então, que a última prestação fosse recalculada, para a retirada dos juros correspondentes ao mês antecipado, no que foi atendido. Depois de recalculado, o valor da última prestação passou a ser de

a) R$ 438,90
b) R$ 441,10
c) R$ 440,00
d) R$ 444,00

42) (FCMMG) Um liquidificador foi comprado segundo o seguinte plano de pagamento: uma entrada de R$ 20,60 e mais uma parcela de R$ 20,60 em 30 dias. Se o consumidor pagou efetivamente uma taxa de 3% ao mês, o valor à vista desse liquidificador era de

a) R$ 40,58
b) R$ 40,60
c) R$ 41,20
d) R$ 41,81

43) Um produto cujo o preço à vista era R$ 221,00, foi adquirido em duas parcelas de R$ 121,00, sendo a primeira no ato da compra e a segunda, 60 dias depois. Se a loja cobra juros com capitalização mensal, a taxa de juros mensais que ela cobra é

a) 10 %
b) 15 %
c) 20 %
d) 25 %

44) (CEFETMG 2015) Um homem solicitou a um Banco um empréstimo de R$ 600,00 para ser pago em dois meses, do seguinte modo: ao final do primeiro mês, usando a taxa de 5% ao mês, calculou o saldo devedor e pagou uma parcela de R$ 330,00. O valor restante foi pago ao final do mês seguinte a uma taxa de 2% ao mês. O valor total de juros pagos representa, em relação ao empréstimo inicial, um percentual de

a) 6%
b) 7%
c) 8%
d) 9%

45) (UFSM 2015) A chegada da televisão no Brasil facilitou o acesso à informação. Com o avanço da tecnologia, os aparelhos estão mais modernos e consequentemente mais caros. Um consumidor deseja adquirir uma televisão com tecnologia de última geração. Enquanto aguarda o preço da televisão baixar, ele aplica o seu capital disponível de R$ 3000,00 a juros simples de 0,8% ao mês em uma instituição financeira, por um período de 18 meses. O montante, ao final desse período, é igual a:

a) R$ 7320,00
b) R$ 5400,00
c) R$ 4320,00
d) R$ 3432,00

46) Um investidor aplica R$ 300,00 a uma taxa de juros simples de 3% ao mês durante um trimestre e faz outro investimento a uma taxa de juros simples de 4% ao mês durante um bimestre. Sabendo que em ambos os investimentos foi auferido o mesmo juro, o valor aplicado no segundo investimento foi:

a) R$317,50
b) R$327,50
c) R$337,50
d) R$347,50

47) (CEFET 2015) Uma cliente fez um empréstimo, a juros simples, de R$ 600,00 em um banco, a uma taxa de 4% ao mês, por dois meses. Quando ela foi pagar, o gerente do banco informou-lhe que poderia sortear uma taxa *i* para ter um desconto sobre o valor de sua dívida. Fez-se o sorteio e foi lhe concedido o desconto, resultando no pagamento de R$ 602,64. Dessa forma, o valor da taxa *i* sorteada foi de:

a) 5%
b) 6%
c) 7%
d) 8%

48) Um capital de R$ 80.000,00 foi aplicado sob juros compostos a uma taxa de i % ao ano. Sabendo que após dois anos o montante final foi de R$ 115.200,00, o valor de i é:

a) 15
b) 20
c) 25
d) 30

49) Uma empresa de cartões de crédito cobra juros compostos de 12% ao mês. Se um cliente deixa de pagar, no vencimento do cartão, uma dívida de R$1000,00, ele estará devendo 2 meses depois, em reais,

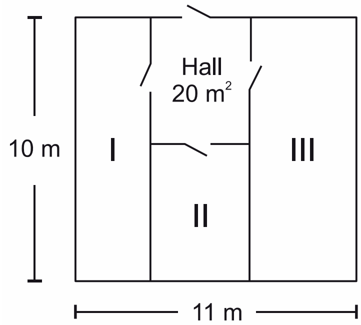
a) R$1024.00
b) R$1054,40
c) R$1240,00
d) R$1254,40

50) (UFMG) Um capital de R$ 30 000,00 foi dividido em duas aplicações: a primeira pagou uma taxa de 8% de juros anuais; a outra aplicação, de risco, pagou uma taxa de 12% de juros anuais. Ao término de um ano, observou-se que os lucros obtidos em ambas as aplicações foram iguais. Assim sendo, a diferença dos capitais aplicados foi de:

a) R$ 8 000,00
b) R$ 4 000,00
c) R$ 6 000,00
d) R$ 10 000,00

PORCENTAGEM E JUROS									
01) C	02) D	03) D	04) A	05) C	06) B	07) E	08) C	09) E	10) D
11) C	12) B	13) C	14) E	15) B	16) A	17) B	18) C	19) A	20) A
21) D	22) C	23) E	24) B	25) D	26) B	27) B	28) B	29) C	30) A
31) C	32) A	33) D	34) A	35) B	36) C	37) A	38) B	39) B	40) C
41) C	42) B	43) A	44) A	45) D	46) C	47) C	48) B	49) D	50) C

1) (Enem 2000) Em uma empresa, existe um galpão que precisa ser dividido em três depósitos e um *hall* de entrada de 20 m^2 conforme a figura abaixo. Os depósitos I, II e III serão construídos para o armazenamento de, respectivamente, 90, 60 e 120 fardos de igual volume, e suas áreas devem ser proporcionais a essas capacidades.



A largura do depósito III dever ser, em metros, igual a:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

2) (Enem 2004) Já são comercializados no Brasil veículos com motores que podem funcionar com o chamado combustível flexível, ou seja, com gasolina ou álcool em qualquer proporção. Uma orientação prática para o abastecimento mais econômico é que o motorista multiplique o preço do litro da gasolina por 0,7 e compare o resultado com o preço do litro de álcool. Se for maior, deve optar pelo álcool. A razão dessa orientação deve-se ao fato de que, em média, se com um certo volume de álcool o veículo roda dez quilômetros, com igual volume de gasolina rodaria cerca de
a) 7 km
b) 10 km
c) 14 km
d) 17 km
e) 20 km

3) (Enem 2009) Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região.

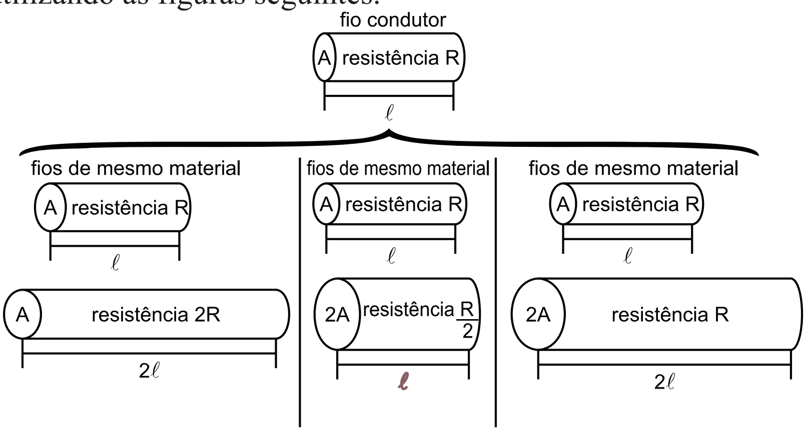
Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha.

Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de
a) 920 kg
b) 800 kg
c) 720 kg
d) 600 kg
e) 570 kg

4) (Enem 2010) A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre:

• resistência (R) e comprimento (ℓ), dada a mesma secção transversal (A);
• resistência (R) e área da secção transversal (A), dado o mesmo comprimento (ℓ) e
• comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A), dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes.



Disponivel em: http://www.efeitojoule.com. Acesso em: abr. 2010 (adaptado)

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R) e comprimento (ℓ), resistência (R) e área da secção transversal (A), e entre comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A) são, respectivamente,

a) direta, direta e direta.
b) direta, direta e inversa.
c) direta, inversa e direta.
d) inversa, direta e direta.
e) inversa, direta e inversa.

5) (Enem 2010) No monte de Cerro Armazones, no deserto de Atacama, no Chile, ficara o maior telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente Grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42 m de diâmetro, “o maior olho do mundo voltado para o céu”.

Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1 cm.

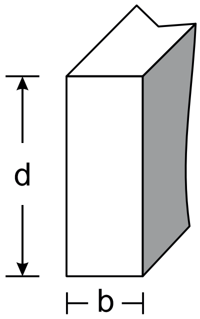
Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado?

a) 1 : 20
b) 1 : 100
c) 1 : 200
d) 1 : 1 000
e) 1 : 2 000

6) (Enem 2011) Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1: 250. Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?

a) 4,8 e 11,2
b) 7,0 e 3,0
c) 11,2 e 4,8
d) 28,0 e 12,0
e) 30,0 e 70,0

7) (Enem 2011) A resistência das vigas de dado comprimento é diretamente proporcional à largura (*b*) e ao quadrado da altura (*d*), conforme a figura. A constante de proporcionalidade *k* varia de acordo com o material utilizado na sua construção.



Considerando-se *S* como a resistência, a representação algébrica que exprime essa relação é

a) $S = k \cdot b \cdot d$
b) $S = b \cdot d^2$
c) $S = k \cdot b \cdot d^2$
d) $S = \dfrac{k \cdot b}{d^2}$
e) $S = \dfrac{k \cdot d^2}{b}$

8) (Enem 2011) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.
De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a

a) 4 mil
b) 9 mil
c) 21 mil
d) 35 mil
e) 39 mil

9) (Enem 2011) Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km^2 de área. Quando não chove, o homem do sertão precisa e sua família precisam caminhar quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo.

Disponível em: http://www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010.

Segundo este levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km^2, é de

a) 250
b) 25
c) 2,5
d) 0,25
e) 0,025

10) (Enem 2011) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm. Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de

a) 1:250
b) 1:2500
c) 1:25000
d) 1:250000
e) 1:25000000

11) (Enem 2012) José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um.

Na primeira parte do trajeto, José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 6:5:4 respectivamente.

Na segunda parte do trajeto, José, Carlos e Pa já na proporção 4:4:2 respectivamente.

Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?

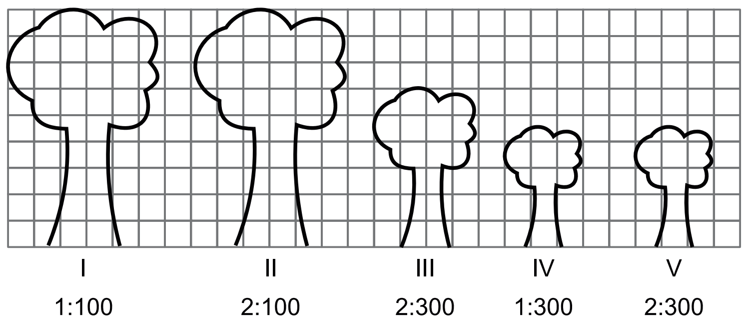
a) 600, 550, 350
b) 300, 300, 150
c) 300, 250, 200
d) 200, 200, 100
e) 100, 100, 50

12) (Enem 2012) O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.
Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.

Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?

a) 1:700
b) 1:7 000
c) 1:70 000
d) 1:700 000
e) 1:7 000 000

13) (Enem 2012) Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

14) (Enem 2013) A cotação de uma moeda em relação a uma segunda moeda é o valor que custa para comprar uma unidade da primeira moeda, utilizando a segunda moeda.

Por exemplo, se a cotação do dólar é 1,6 real, isso significa que para comprar 1 dólar é necessário 1,6 real.
Suponha que a cotação do dólar, em reais, seja de 1,6 real, a do euro, em reais, seja de 2,4 reais e a cotação da libra, em euros, seja de 1,1 euro. Qual é a cotação da libra, em dólares?

a) 4,224 dólares
b) 2,64 dólares
c) 1,65 dólar
d) 1,50 dólar
e) 1,36 dólar

15) (Enem 2013) No filme *O colecionador de ossos*, produzido pela Columbia Pictures Corporation — Universal Pictures, a pista deixada por um suspeito de certo delito foi a marca de uma pegada no chão.

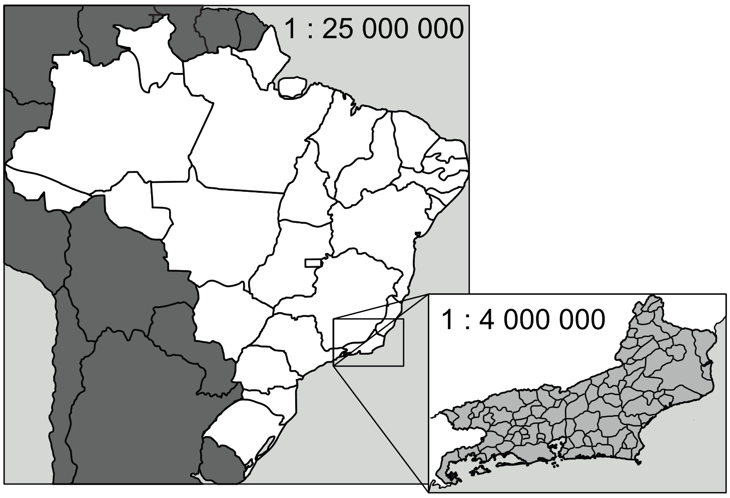
Uma personagem do filme, ciente de que a marca serviria de prova para a investigação, fotografou essa marca ao lado de uma nota de dólar, que mede aproximadamente 15 cm.

Disponível em: www.cinemenu.com.br. Acesso em: 15 jul. 2010 (adaptado).

Ao revelar a foto, essa personagem obteve uma imagem em que o comprimento da cédula de dólar media 3 cm e o da marca da pegada media 6 cm. Qual a relação numérica entre a marca no chão e a marca na imagem revelada?

a) 5 vezes maior
b) 5 centímetros maior
c) 9 centímetros maior
d) 12 centímetros maior
e) 12 vezes maior

16) (Enem 2013) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.

Esse número é
a) menor que 10
b) maior que 10 e menor que 20
c) maior que 20 e menor que 30
d) maior que 30 e menor que 40
e) maior que 40

17) (Enem PPL 2013) Em um folheto de propaganda foi desenhada uma planta de um apartamento medindo 6 m x 8 m na escala 1: 50.

Porém, como sobrou muito espaço na folha, foi decidido aumentar o desenho da planta, passando para a escala 1: 40.

Após essa modificação, quanto aumentou, em cm^2, a área do desenho da planta?

a) 0,0108
b) 108
c) 191,88
d) 300
e) 43.200

18) (Enem 2014) Um *show* especial de Natal teve 45.000 ingressos vendidos. Esse evento ocorrerá em um estádio de futebol que disponibilizará 5 portões de entrada, com 4 catracas eletrônicas por portão. Em cada uma dessas catracas, passará uma única pessoa a cada 2 segundos.

O público foi igualmente dividido pela quantidade de portões e catracas, indicados no ingresso para o *show*, para a efetiva entrada no estádio.

Suponha que todos aqueles que compraram ingressos irão ao *show* e que todos passarão pelos portões e catracas eletrônicas indicados.

Qual é o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas?

a) 1 hora
b) 1 hora e 15 minutos
c) 5 horas
d) 6 horas
e) 6 horas e 15 minutos

19) (Enem 2014) O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem.

O projeto da garagem, na escala 1:100 foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm.

O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

a) 6
b) 600
c) 6.000
d) 60.000
e) 6.000.000

20) (Enem 2014) A Figura 1 representa uma gravura retangular com 8 m de comprimento e 6 m de altura.

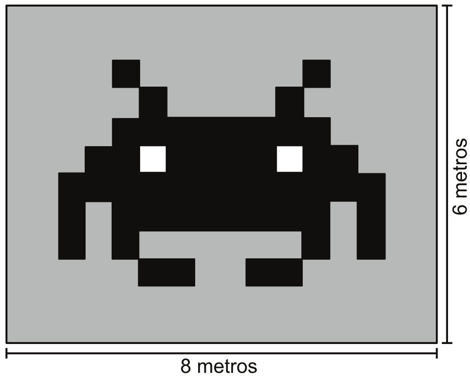


Figura 1

Deseja-se reproduzi-la numa folha de papel retangular com 42 cm de comprimento e 30 cm de altura, deixando livres 3 cm em cada margem, conforme a Figura 2.

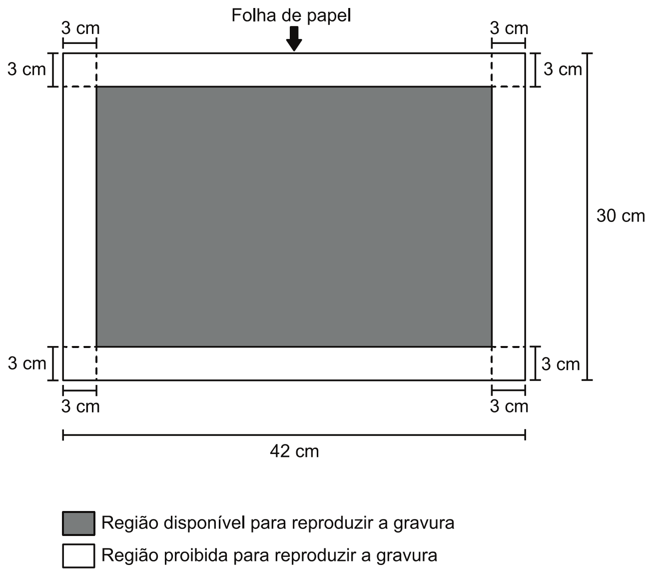


Figura 2

A reprodução da gravura deve ocupar o máximo possível da região disponível, mantendo-se as proporções da Figura 1.

PRADO, A. C. *Superinteressante*, ed. 301, fev. 2012 (adaptado).

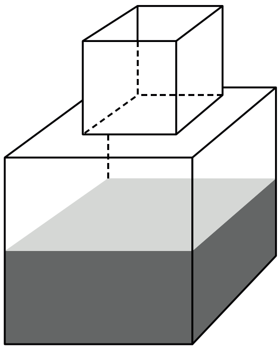
A escala da gravura reproduzida na folha de papel é

a) 1 : 3
b) 1 : 4
c) 1 : 20
d) 1 : 25
e) 1 : 32

21) (Enem 2014) Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura.

A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima.

A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo.



Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

a) 8
b) 10
c) 16
d) 18
e) 24

22) (Enem 2014) Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\frac{1}{8}$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura.

A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

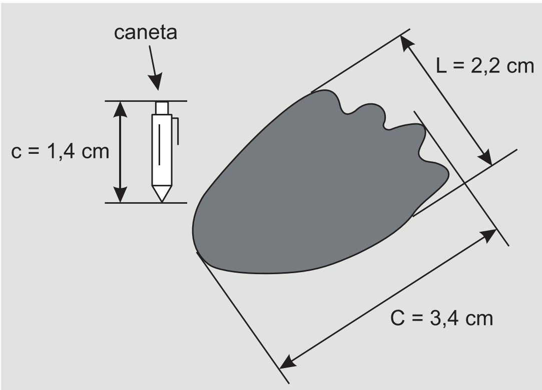
a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{7}{8}$
c) $\frac{8}{7}$
d) $\frac{8}{9}$
e) $\frac{9}{8}$

23) (Enem 2015) A insulina é utilizada no tratamento de pacientes com diabetes para o controle glicêmico. Para facilitar sua aplicação, foi desenvolvida uma “caneta” na qual pode ser inserido um refil contendo 3mL de insulina, como mostra a imagem.

Para controle das aplicações, definiu-se a unidade de insulina como 0,01 mL. Antes de cada aplicação, é necessário descartar 2 unidades de insulina, de forma a retirar possíveis bolhas de ar. A um paciente foram prescritas duas aplicações diárias: 10 unidades de insulina pela manhã e 10 à noite. Qual o número máximo de aplicações por refil que o paciente poderá utilizar com a dosagem prescrita?

a) 25
b) 15
c) 13
d) 12
e) 8

24) (Enem 2015) Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c) a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a

a) 4,9 e 7,6
b) 8,6 e 9,8
c) 14,2 e 15,4
d) 26,4 e 40,8
e) 27,5 e 42,5

25) (Enem 2015) Uma confecção possuía 36 funcionários, alcançando uma produtividade de 5.400 camisetas por dia, com uma jornada de trabalho diária dos funcionários de 6 horas. Entretanto, com o lançamento da nova coleção e de uma nova campanha de *marketing*, o número de encomendas cresceu de forma acentuada, aumentando a demanda diária para 21.600 camisetas. Buscando atender essa nova demanda, a empresa aumentou o quadro de funcionários para 96. Ainda assim, a carga horária de trabalho necessita ser ajustada. Qual deve ser a nova jornada de trabalho diária dos funcionários para que a empresa consiga atender a demanda?

a) 1 hora e 30 minutos
b) 2 horas e 15 minutos
c) 9 horas
d) 16 horas
e) 24 horas

26) (Enem 2016) Para a construção de isolamento acústico numa parede cuja área mede 9 m^2 sabe-se que, se a fonte sonora estiver a 3 m do plano da parede, o custo é de R$ 500,00. Nesse tipo de isolamento, a espessura do material que reveste a parede é inversamente proporcional ao quadrado da distância até a fonte sonora, e o custo é diretamente proporcional ao volume do material do revestimento. Uma expressão que fornece o custo para revestir uma parede de área *A* (em metro quadrado), situada a *D* metros da fonte sonora, é

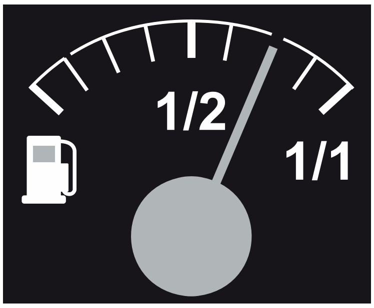
a) $\dfrac{500 \cdot 81}{A \cdot D^2}$
b) $\dfrac{500 \cdot A}{D^2}$
c) $\dfrac{500 \cdot D^2}{A}$
d) $\dfrac{500 \cdot A \cdot D^2}{81}$
e) $\dfrac{500 \cdot 3 \cdot D^2}{A}$

27) (Enem 2016) Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guarda-roupa nas dimensões 220 cm de altura, 120 cm de largura e 50 cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala 1:8 entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento da impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora para que a figura fosse reduzida em 20%.

A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão, respectivamente,

a) 22,00 cm, 12,00 cm e 5,00 cm
b) 27,50 cm, 15,00 cm e 6,50 cm
c) 34,37 cm, 18,75 cm e 7,81 cm
d) 35,20 cm, 19,20 cm e 8,00 cm
e) 44,00 cm, 24,00 cm e 10,00 cm

28) (Enem 2016) No tanque de um certo carro de passeio cabem até 50 L de combustível, e o rendimento médio deste carro na estrada é de 15 km/L de combustível. Ao sair para uma viagem de 600 km o motorista observou que o marcador de combustível estava exatamente sobre uma das marcas da escala divisória do medidor, conforme figura a seguir.



Como o motorista conhece o percurso, sabe que existem, até a chegada a seu destino, cinco postos de abastecimento de combustível, localizados a 150 km, 187 km, 450 km, 500 km e 570 km do ponto de partida. Qual a máxima distância, em quilômetro, que poderá percorrer até ser necessário reabastecer o veículo, de modo a não ficar sem combustível na estrada?

a) 570
b) 500
c) 450
d) 187
e) 150

29) (Enem 2016) Diante da hipótese do comprometimento da qualidade da água retirada do volume morto de alguns sistemas hídricos, os técnicos de um laboratório decidiram testar cinco tipos de filtros de água. Dentre esses, os quatro com melhor desempenho serão escolhidos para futura comercialização.

Nos testes, foram medidas as massas de agentes contaminantes, em miligrama, que não são capturados por cada filtro em diferentes períodos, em dia, como segue:

- Filtro 1 (F_1): 18 mg em 6 dias;
- Filtro 2 (F_2): 15 mg em 3 dias;
- Filtro 3 (F_3): 18 mg em 4 dias;
- Filtro 4 (F_4): 6 mg em 3 dias;
- Filtro 5 (F_5): 3 mg em 2 dias;

Ao final, descarta-se o filtro com a maior razão entre a medida da massa de contaminantes não capturados e o número de dias, o que corresponde ao de pior desempenho.

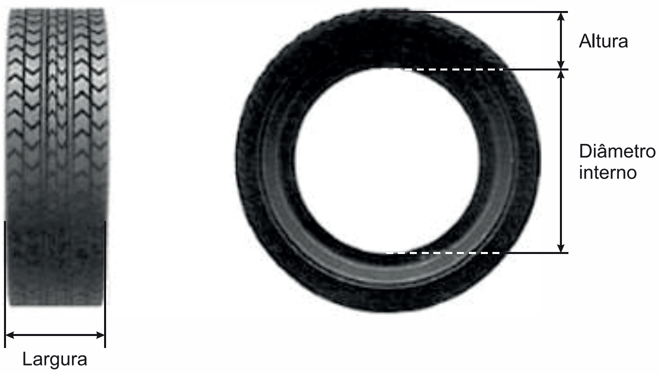
O filtro descartado é o

a) F_1
b) F_2
c) F_3
d) F_4
e) F_5

30) (Enem 2016) De forma geral, os pneus radiais trazem em sua lateral uma marcação do tipo *abc*/*de*R*fg*, como 185/65R15. Essa marcação identifica as medidas do pneu da seguinte forma:

- *abc* é a medida da largura do pneu, em milímetro;
- *de* é igual ao produto de 100 pela razão entre a medida da altura (em milímetro) e a medida da largura do pneu (em milímetro);
- R significa radial;
- *fg* é a medida do diâmetro interno do pneu, em polegada.

A figura ilustra as variáveis relacionadas com esses dados.



O proprietário de um veículo precisa trocar os pneus de seu carro e, ao chegar a uma loja, é informado por um vendedor que há somente pneus com os seguintes códigos: 175/65R15, 175/75R15, 175/80R15, 185/60R15 e 205/55R15. Analisando, juntamente com o vendedor, as opções de pneus disponíveis, concluem que o pneu mais adequado para seu veículo é o que tem a menor altura.
Desta forma, o proprietário do veículo deverá comprar o pneu com a marcação

a) 205/55R15
b) 175/65R15
c) 175/75R15
d) 175/80R15
e) 185/60R15

31) (Enem 2016) Para garantir a segurança de um grande evento público que terá início às 4 h da tarde, um organizador precisa monitorar a quantidade de pessoas presentes em cada instante. Para cada 2.000 pessoas se faz necessária a presença de um policial. Além disso, estima-se uma densidade de quatro pessoas por metro quadrado de área de terreno oc a manhã, o organizador verifica que a área de terreno já ocupada equivale a um quadrado com lados medindo 500 m. Porém, nas horas seguintes, espera-se que o público aumente a uma taxa de 120.000 pessoas por hora até o início do evento, quando não será mais permitida a entrada de público. Quantos policiais serão necessários no início do evento para garantir a segurança?

a) 360
b) 485
c) 560
d) 740
e) 860

SEÇÃO ENEM - RAZÃO E PROPORÇÃO

32) (Enem 2016) Densidade absoluta (d) é a razão entre a massa de um corpo e o volume por ele ocupado. Um professor propôs à sua turma que os alunos analisassem a densidade de três corpos: d_A, d_B e d_C.

Os alunos verificaram que o corpo A possuía 1,5 vez a massa do corpo B e esse, por sua vez, tinha 3/4 da massa do corpo C. Observaram, ainda, que o volume do corpo A era o mesmo do corpo B e 20% maior do que o volume do corpo C.

Após a análise, os alunos ordenaram corretamente as densidades desses corpos da seguinte maneira

a) $d_B < d_A < d_C$
b) $d_B = d_A < d_C$
c) $d_C < d_B = d_A$
d) $d_B < d_C < d_A$
e) $d_C < d_B < d_A$

33) (Enem 2016) Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):

- Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;
- Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;
- Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;
- Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão;
- Marca E: 7 g de fibras a cada 70 g de pão.

Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

Disponível em: www.blog.saude.gov.br. Acesso em: 25 fev. 2013.

A marca a ser escolhida é

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

34) (Enem 2017) Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1:400 e que seu volume é de 25 cm^3. O volume do monumento original, em metro cúbico, é de

a) 100
b) 400
c) 1.600
d) 6.250
e) 10.000

35) (Enem 2017) Para uma temporada das corridas de Fórmula 1, a capacidade do tanque de combustível de cada carro passou a ser de 100 kg de gasolina. Uma equipe optou por utilizar uma gasolina com densidade de 750 gramas por litro, iniciando a corrida com o tanque cheio. Na primeira parada de reabastecimento, um carro dessa equipe apresentou um registro em seu computador de bordo acusando o consumo de quatro décimos da gasolina originalmente existente no tanque. Para minimizar o peso desse carro e garantir o término da corrida, a equipe de apoio reabasteceu o carro com a terça parte do que restou no tanque na chegada ao reabastecimento. A quantidade de gasolina utilizada, em litro, no reabastecimento, foi

a) $\dfrac{20}{0,075}$

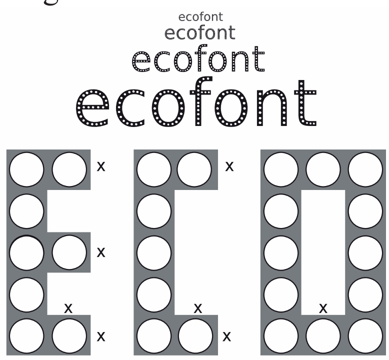
b) $\dfrac{20}{0,75}$

c) $\dfrac{20}{7,5}$

d) $20 \cdot 0,075$

e) $20 \cdot 0,75$

36) (Enem 2018) A Ecofont possui *design* baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos buraquinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



Disponível em: www.goo.gl. Acesso em: 2 dez. 2017 (adaptado).

Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras formadas por quadrados de lados x com furos circulares de raio $r = \dfrac{x}{3}$. Para que a área a ser pintada seja reduzida a $\dfrac{1}{16}$ da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte. Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção. Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será

a) 64
b) 48
c) 24
d) 21
e) 12

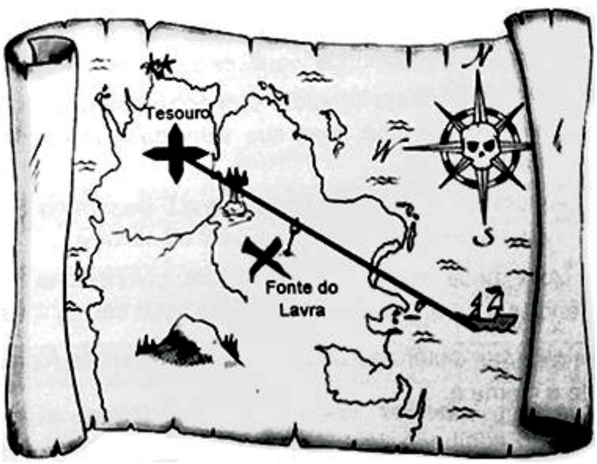
37) (Enem 2018) Os tipos de prata normalmente vendidos são 975, 950 e 925. Essa classificação é feita de acordo com a sua pureza. Por exemplo, a prata 975 é a substância constituída de 975 partes de prata pura e 25 partes de cobre em 1000 partes da substância. Já a prata 950 é constituída de 950 partes de prata pura e 50 de cobre em 1000 e a prata 925 é constituída de 925 partes de prata pura e 75 partes de cobre em 1000.

Um ourives possui 10 gramas de prata 925 e deseja obter 40 gramas de prata 950 para produção de uma joia.

Nessas condições, quantos gramas de prata e de cobre, respectivamente, devem ser fundidos com os 10 gramas de prata 925?

a) 29,25 e 0,75
b) 28,75 e 1,25
c) 28,50 e 1,50
d) 27,75 e 2,25
e) 25,00 e 5,00

38) (Enem 2018) Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real. Certo mapa tem escala 1: 58.000.000.



Disponível em: http://oblogdedaynabrigth.blogspot.com.br.
Acesso em: 9 ago. 2012.

Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm.

A medida real, em quilômetro, desse segmento de reta é

a) 4.408
b) 7.632
c) 44.080
d) 76.316
e) 440.800

39) (Enem 2018) Numa atividade de treinamento realizada no Exército de um determinado país, três equipes – Alpha, Beta e Gama – foram designadas a percorrer diferentes caminhos, todos com os mesmos pontos de partida e de chegada.

- A equipe Alpha realizou seu percurso em 90 minutos com uma velocidade média de 6,0 km/h.
- A equipe Beta também percorreu sua trajetória em 90 minutos, mas sua velocidade média foi de 5,0 km/h
- Com uma velocidade média de 6,5 km/h a equipe Gama concluiu seu caminho em 60 minutos.

Com base nesses dados, foram comparadas as distâncias d_{Beta}, d_{Alpha} e d_{Gama} percorridas pelas três equipes.

A ordem das distâncias percorridas pelas equipes Alpha, Beta e Gama é

a) $d_{Gama} < d_{Beta} < d_{Alpha}$
b) $d_{Alpha} = d_{Beta} < d_{Gama}$
c) $d_{Gama} < d_{Beta} = d_{Alpha}$
d) $d_{Beta} < d_{Alpha} < d_{Gama}$
e) $d_{Gama} < d_{Alpha} < d_{Beta}$

40) (Enem 2018) Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de 15 m de altura e uma esteira de 90 m de comprimento.

No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre 0,5 cm e 1 cm, enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a 4 cm. Todo o desenho deverá ser feito em uma escala 1: X.

Os valores possíveis para X são, apenas,

a) $X > 1500$
b) $X < 3000$
c) $1500 < X < 2250$
d) $1500 < X < 3000$
e) $2250 < X < 3000$

RAZÃO E PROPORÇÃO									
1) D	2) C	3) A	4) C	5) E	6) C	7) C	8) D	9) B	10) E
11) B	12) D	13) D	14) C	15) A	16) D	17) B	18) B	19) E	20) D
21) B	22) D	23) A	24) D	25) C	26) B	27) A	28) B	29) B	30) E
31) E	32) A	33) B	34) C	35) B	36) B	37) B	38) A	39) A	40) C

1) (Enem 2010) Uma empresa possui um sistema de controle de qualidade que classifica o seu desempenho financeiro anual, tendo como base o do ano anterior.

Os conceitos são: insuficiente, quando o crescimento e menor que 1%; regular, quando o crescimento é maior ou igual a 1% e menor que 5%; bom, quando o crescimento é maior ou igual a 5% e menor que 10%; ótimo, quando é maior ou igual a 10% e menor que 20%; e excelente, quando é maior ou igual a 20%. Essa empresa apresentou lucro de R$ 132 000,00 em 2008 e de R$ 145 000,00 em 2009.

De acordo com esse sistema de controle de qualidade, o desempenho financeiro dessa empresa no ano de 2009 deve ser considerado

a) insuficiente
b) regular
c) bom
d) ótimo
e) excelente

2) (Enem 2010) Um grupo de pacientes com Hepatite C foi submetido a um tratamento tradicional em que 40% desses pacientes foram completamente curados. Os pacientes que não obtiveram cura foram distribuídos em dois grupos de mesma quantidade e submetidos a dois tratamentos inovadores. No primeiro tratamento inovador, 35% dos pacientes foram curados e, no segundo, 45%.

Em relação aos pacientes submetidos inicialmente, os tratamentos inovadores proporcionaram cura de

a) 16%
b) 24%
c) 32%
d) 48%
e) 64%

3) (Enem 2010) Em 2006, a produção mundial de etanol foi de 40 bilhões de litros e a de biodiesel, de 6,5 bilhões. Neste mesmo ano, a produção brasileira de etanol correspondeu a 43% da produção mundial, ao passo que a produção dos Estados Unidos da América, usando milho, foi de 45%.

Disponível em: planetasustentavel.abril.com. Acesso em: 02 maio 2009.

Considerando que, em 2009, a produção mundial de etanol seja a mesma de 2006 e que os Estados Unidos produzirão somente a metade de sua produção de 2006, para que o total produzido pelo Brasil e pelos Estados Unidos continue correspondendo a 88% da produção mundial, o Brasil deve aumentar sua produção em, aproximadamente,

a) 22,5%
b) 50,0%
c) 52,3%
d) 65,5%
e) 77,5%

4) (Enem 2011) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês
Investimento B: 36% ao ano
Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$(1{,}03)^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

a) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuas são iguais a 36%.
b) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.
c) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
d) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
e) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

5) (Enem 2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retomo financeiro em uma aplicação de R$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário).
As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (Imposto de renda)
CDB	0,876	4% (sobre o ganho

TO

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

a) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 502,80
b) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 500,56
c) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,38
d) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,21
e) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 500,87

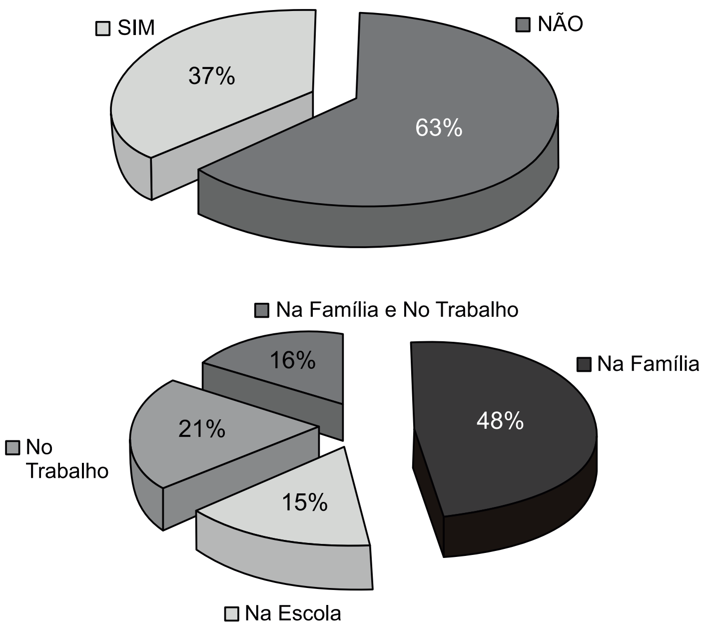
6) (Enem 2011) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido.

Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R$ 3.800,00 gerado pela aplicação.
A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de

a) R$ 4.222,22
b) R$ 4523,80
c) R$ 5.000,00
d) R$ 13.300,00
e) R$ 17.100,00

7) (Enem 2012) Uma pesquisa foi realizada com a intenção de conhecer o que as pessoas sabem sobre o diabetes. Nela, utilizou-se um questionário com 16 perguntas, respondidas pelas pessoas na entrada de estações do metrô de São Paulo. Os gráficos a seguir mostram, respectivamente, os percentuais de respostas dadas às seguintes perguntas do questionário:

"*Você conhece alguém com diabetes?*" e "*Caso conheça, indique onde.*"



Disponível em: www.diabetes.org.br (adaptado).

O percentual do número de entrevistados que conhecem pessoas diabéticas na escola é mais aproximado por

a) 6%
b) 15%
c) 37%
d) 41%
e) 52%

8) (Enem 2012) Uma loja resolveu fazer uma promoção de um determinado produto que em fevereiro custava R$ 100,00, da seguinte maneira: em março, ela deu um desconto de 10% sobre o preço do produto em fevereiro; em abril, deu mais 10% de desconto sobre o preço do produto em março. Tendo obtido uma venda substancial, a loja resolveu aumentar o preço do produto da seguinte maneira: em maio, a loja aumentou em 10% o preço de abril e, em junho, a loja aumentou em mais 10% o preço de maio. Desta forma, o preço deste produto, no final de junho, era

a) R$ 100,00
b) R$ 99,00
c) R$ 98,01
d) R$ 97,20
e) R$ 96,00

9) (Enem 2013) O tipo mais comum de bebida encontrado nos supermercados não é o suco, mas o néctar de frutas. Os fabricantes de bebida só podem chamar de suco os produtos que tiverem pelo menos 50% de polpa, a parte comestível da fruta. Já o néctar de frutas é mais doce e tem entre 20% e 30% de polpa de frutas.

Superinteressante, São Paulo, ago. 2011.

Uma pessoa vai ao supermercado e compra uma caixa de 1 litro de bebida. Em casa ela percebe que na embalagem está escrito “néctar de frutas com 30% de polpa”. Se essa caixa fosse realmente de suco, necessitaria de um aumento percentual de polpa de, aproximadamente,

a) 20%
b) 67%
c) 80%
d) 167%
e) 200%

10) (Enem 2013) O Conselho Monetário Nacional (CMN) determinou novas regras sobre o pagamento mínimo da fatura do cartão de crédito, a partir do mês de agosto de 2011. A partir de então, o pagamento mensal não poderá ser inferior a 15% do valor total da fatura. Em dezembro daquele ano, outra alteração foi efetuada: daí em diante, o valor mínimo a ser pago seria de 20% da fatura.

Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 29 fev. 2012.

Um determinado consumidor possu 2012, uma dívida de R$1.000,00 na fatura de seu cartão de crédito. Se não houver pagamento do valor total da fatura, são cobrados juros de 10% sobre o saldo devedor para a próxima fatura. Para quitar sua dívida, optou por pagar sempre o mínimo da fatura a cada mês e não efetuar mais nenhuma compra. A dívida desse consumidor em 01/05/2012 será de

a) R$ 600,00
b) R$ 640,00
c) R$ 722,50
d) R$ 774,40
e) R$ 874,22

11) (Enem 2013) O contribuinte que vende mais de R$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.
Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R$ 34 mil um lote de ações que custou R$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de
a) R$ 900,00.
b) R$ 1200,00.
c) R$ 2100,00.
d) R$ 3900,00.
e) R$ 5100,00.

12) (Enem 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

a) 15,00
b) 14,00
c) 10,00
d) 5,00
e) 4,00

13) (Enem 2014) O Brasil é um país com uma vantagem econômica clara no terreno dos recursos naturais, dispondo de uma das maiores áreas com vocação agrícola do mundo. Especialistas calculam que, dos 853 milhões de hectares do país, as cidades, as reservas indígenas e as áreas de preservação, incluindo florestas e mananciais, cubram por volta de 470 milhões de hectares.

Aproximadamente 280 milhões se destinam à agropecuária, 200 milhões para pastagens e 80 milhões para a agricultura, somadas as lavouras anuais e as perenes, como o café e a fruticultura.

FORTES, G. "Recuperação de pastagens é alternativa para ampliar cultivos". *Folha de S. Paulo*, 30 out. 2011.

De acordo com os dados apresentados, o percentual correspondente à área utilizada para agricultura em relação à área do território brasileiro é mais próximo de

a) 32,8%
b) 28,6%
c) 10,7%
d) 9,4%
e) 8,0%

14) (Enem 2014) Uma organização não governamental divulgou um levantamento de dados realizado em algumas cidades brasileiras sobre saneamento básico. Os resultados indicam que somente 36% do esgoto gerado nessas cidades é tratado, o que mostra que 8 bilhões de litros de esgoto sem nenhum tratamento são lançados todos os dias nas águas.

Uma campanha para melhorar o saneamento básico nessas cidades tem como meta a redução da quantidade de esgoto lançado nas águas diariamente, sem tratamento, para 4 bilhões de litros nos próximos meses.

Se o volume de esgoto gerado permanecer o mesmo e a meta dessa campanha se concretizar, o percentual de esgoto tratado passará a ser

a) 72%
b) 68%
c) 64%
d) 54%
e) 18%

15) (Enem 2014) Os vidros para veículos produzidos por certo fabricante têm transparências entre 70% e 90%, dependendo do lote fabricado. Isso significa que, quando um feixe luminoso incide no vidro, uma parte entre 70% e 90% da luz consegue atravessá-lo. Os veículos equipados com vidros desse fabricante terão instaladas, nos vidros das portas, películas protetoras cuja transparência, dependendo do lote fabricado, estará entre 50% e 70%. Considere que uma porcentagem P da intensidade da luz, proveniente de uma fonte externa, atravessa o vidro e a película.

De acordo com as informações, o intervalo das porcentagens que representam a variação total possível de P é

a) [35;63]
b) [40;63]
c) [50;70]
d) [50,90]
e) [70;90]

16) (Enem 2014) Uma pessoa compra semanalmente, numa mesma loja, sempre a mesma quantidade de um produto que custa R$ 10,00 a unidade. Como já sabe quanto deve gastar, leva sempre R$ 6,00 a
para omaisedonquaisadequantias necessária pa
extras. Entretanto, um dia, ao chegar à loja, foi informada de que o preço daquele produto havia aumentado 20%. Devido a esse reajuste, concluiu que o dinheiro levado era a quantia exata para comprar duas unidades a menos em relação à quantidade habitualmente comprada.

A quantia que essa pessoa levava semanalmente para fazer a compra era

a) R$ 166,00
b) R$ 156,00
c) R$ 84,00
d) R$ 46,00
e) R$ 24,00

17) (Enem 2014) De acordo com a ONU, da água utilizada diariamente,

- 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes.
- 33% são utilizados em descarga de banheiro.
- 27% são para cozinhar e beber.
- 15% são para demais atividades.

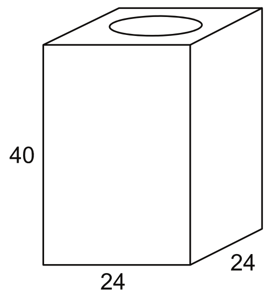
No Brasil, o consumo de água por pessoa chega, em média, a 200 litros por dia.
O quadro mostra sugestões de consumo moderado de água por pessoa, por dia, em algumas atividades.

Atividade	Consumo total de água na atividade (em litros)
Tomar banho	24,0
Dar descarga	18,0
Lavar as mãos	3,2
Escovar os dentes	2,4
Beber e cozinhar	22,0

Se cada brasileiro adotar o consumo de água indicado no quadro, mantendo o mesmo consumo nas demais atividades, então economizará diariamente, em média, em litros de água,

a) 30,0
b) 69,6
c) 100,4
d) 130,4
e) 170,0

18) (Enem 2014) Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual. Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

a) 14,4%
b) 20,0%
c) 32,0%
d) 36,0%
e) 64,0%

19) (Enem 2015) O fisiologista francês Jean Poiseulle estabeleceu, na primeira metade do século XIX, que o fluxo de sangue por meio de um vaso sanguíneo em uma pessoa é diretamente proporcional à quarta potência da medida do raio desse vaso. Suponha que um médico, efetuando uma angioplastia, aumentou em 10% o raio de um vaso sanguíneo de seu paciente.

O aumento percentual esperado do fluxo por esse vaso está entre

a) 7% e 8%
b) 9% e 11%
c) 20% e 22%
d) 39% e 41%
e) 46% e 47%

20) (Enem 2015) Segundo dados apurados no Censo 2010, para uma população de 101,8 milhões de brasileiros com 10 anos ou mais de idade e que teve algum tipo de rendimento em 2010, a renda média mensal apurada foi de R$ 1202,00. A soma dos rendimentos mensais dos 10% mais pobres correspondeu a apenas 1,1% do total de rendimentos dessa população considerada, enquanto que a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais ricos correspondeu a 44,5% desse total.

Disponível em: www.estadao.com.br. Acesso em: 16 nov. 2011(adaptado).

Qual foi a diferença, em reais, entre a renda média mensal de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais ricos e de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais pobres?

a) 240,40
b) 548,11
c) 1.723,67
d) 4.026,70
e) 5216,68

21) (Enem 2015) Um casal realiza um financiamento imobiliário de R$ 180.000,00 a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento).

Observe que não há
e considere que a cada pagamento, o saldo devedor se
prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

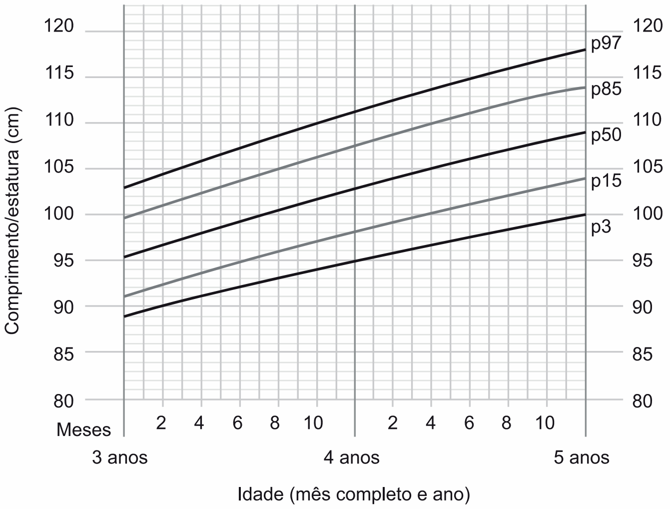
a) 2.075,00
b) 2.093,00
c) 2.138,00
d) 2.255,00
e) 2.300,00

SEÇÃO ENEM - PORCENTAGEM

22) (Enem 2016) Uma pessoa comercializa picolés. No segundo dia de certo evento ela comprou 4 caixas de picolés, pagando R$ 16,00 a caixa com 20 picolés para revendê-los no evento. No dia anterior, ela havia comprado a mesma quantidade de picolés, pagando a mesma quantia, e obtendo um lucro de R$ 40,00 (obtido exclusivamente pela diferença entre o valor de venda e o de compra dos picolés) com a venda de todos os picolés que possuía. Pesquisando o perfil do público que estará presente no evento, a pessoa avalia que será possível obter um lucro 20% maior do que o obtido com a venda no primeiro dia do evento. Para atingir seu objetivo, e supondo que todos os picolés disponíveis foram vendidos no segundo dia, o valor de venda de cada picolé, no segundo dia, deve ser

a) R$ 0,96
b) R$ 1,00
c) R$ 1,40
d) R$ 1,50
e) R$ 1,56

23) (Enem 2016) A fim de acompanhar o crescimento de crianças, foram criadas pela Organização Mundial da Saúde (OMS) tabelas de altura, também adotadas pelo Ministério da Saúde do Brasil. Além de informar os dados referentes ao índice de crescimento, a tabela traz gráficos com curvas, apresentando padrões de crescimento estipulados pela OMS. O gráfico apresenta o crescimento de meninas, cuja análise se dá pelo ponto de intersecção entre o comprimento, em centímetro, e a idade, em mês completo e ano, da criança.



Disponível em: www.aprocura.com.br. Acesso em: 22 out. 2015 (adaptado).

Uma menina aos 3 anos de idade tinha altura de 85 centímetros e aos 4 anos e 4 meses sua altura chegou a um valor que corresponde a um ponto exatamente sobre a curva p50.

Qual foi o aumento percentual da altura dessa menina, descrito com uma casa decimal, no período considerado?

a) 23,5%
b) 21,2%
c) 19,0%
d) 11,8%
e) 10,0%

24) (Enem 2017) Em certa loja de roupas, o lucro na venda de uma camiseta é de 25% do preço de custo da camiseta pago pela loja. Já o lucro na venda de uma bermuda é de 30% do preço de custo da bermuda, e na venda de uma calça o lucro é de 20% sobre o preço de custo da calça. Um cliente comprou nessa loja duas camisetas, cujo preço de custo foi R$ 40,00 cada uma, uma bermuda que teve preço de custo de R$ 60,00 e duas calças, ambas com mesmo preço de custo. Sabe-se que, com essa compra, o cliente proporcionou um lucro de R$ 78,00 para a loja. Considerando essas informações, qual foi o preço de custo, em real, pago por uma calça?

a) 90
b) 100
c) 125
d) 195
e) 200

25) (Enem 2017) Um empréstimo foi feito a taxa mensal de i% usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P.

O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é

a) $P \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)} + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}\right)$

b) $P \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)} + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{2i}{100}\right)}\right)$

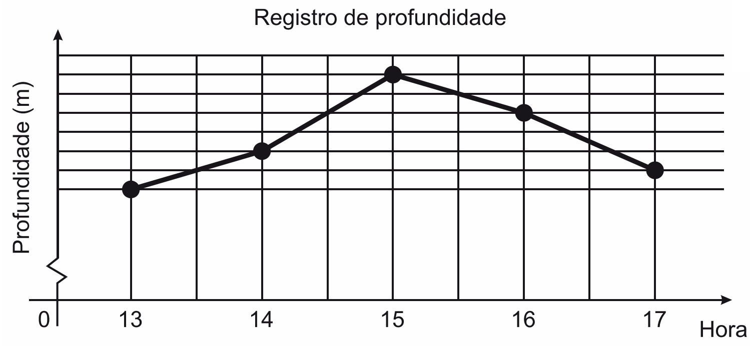
c) $P \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2} + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}\right)$

d) $P \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)} + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{2i}{100}\right)} + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{3i}{100}\right)}\right)$

e) $P \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)} + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2} + \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^3}\right)$

26) (Enem 2017) Num dia de tempestade, a alteração na profundidade de um rio, num determinado local, foi registrada durante um período de 4 horas.

Os resultados estão indicados no gráfico de linhas. Nele, a profundidade h, registrada às 13 horas, não foi anotada e, a partir de h, cada unidade sobre o eixo vertical representa um metro.



Foi informado que entre 15 horas e 16 horas, a profundidade do rio diminuiu em 10%.

Às 16 horas, qual é a profundidade do rio, em metro, no local onde foram feitos os registros?

a) 18
b) 20
c) 24
d) 36
e) 40

27) (Enem 2018) O gerente do setor de recursos humanos de uma empresa está organizando uma avaliação em que uma das etapas é um jogo de perguntas e respostas. Para essa etapa, ele classificou as perguntas, pelo nível de dificuldade, em fácil, médio e difícil, e escreveu cada pergunta em cartões para colocação em uma urna.

Contudo, após depositar vinte perguntas de diferentes níveis na urna, ele observou que 25% deles eram de nível fácil. Querendo que as perguntas de nível fácil sejam a maioria, o gerente decidiu acrescentar mais perguntas de nível fácil à urna, de modo que a probabilidade de o primeiro participante retirar, aleatoriamente, uma pergunta de nível fácil seja de 75%.

Com essas informações, a quantidade de perguntas de nível fácil que o gerente deve acrescentar à urna é igual a

a) 10
b) 15
c) 35
d) 40
e) 45

28) (Enem 2018) Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Balanço parcial nacional da vacinação contra a gripe			
Grupo de risco	População (milhão)	População já vacinada (milhão)	População já vacinada (%)
Crianças	4,5	0,9	20
Profissionais de saúde	2,0	1,0	50
Gestantes	2,5	1,5	60
Indígenas	0,5	0,4	80
Idosos	20,5	8,2	40

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

a) 12
b) 18
c) 30
d) 40
e) 50

29) (Enem 2018) O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu "colesterol bom" com a taxa do seu "colesterol ruim". Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de "colesterol bom", porém, taxa do "colesterol ruim" (também chamado LDL) de $280\ mg/dL$.
O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL mg/dL	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	190 ou mais

Disponível em: www.minhavida.oom.br. Acesso em: 15 out. 2015 (adaptado).

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL.

De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é
a) ótima
b) próxima de ótima
c) limite
d) alta
e) muito alta

30) (Enem 2018) Durante uma festa de colégio, um grupo de alunos organizou uma rifa. Oitenta alunos faltaram à festa e não participaram da rifa. Entre os que compareceram, alguns compraram três bilhetes, 45 compraram 2 bilhetes, e muitos compraram apenas um.

O total de alunos que comprou um único bilhete era 20% do número total de bilhetes vendidos, e o total de bilhetes vendidos excedeu em 33 o número total de alunos do colégio.

Quantos alunos compraram somente um bilhete?

a) 34
b) 42
c) 47
d) 48
e) 79

PORCENTAGEM									
1) C	2) B	3) C	4) C	5) D	6) C	7) A	8) C	9) B	10) D
11) B	12) E	13) D	14) B	15) A	16) B	17) C	18) D	19) E	20) E
21) D	22) C	23) A	24) B	25) A	26) A	27) D	28) D	29) D	30) D

MESTRES DA MATEMÁTICA

Progressão Aritmética

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

1) DEFINIÇÃO: Uma sequência $(a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_{n-1}, a_n)$ é uma PA, se e somente se, a diferença entre um termo e o anterior a ele for uma constante, ou seja, $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \cdots = a_n - a_{n-1} = r$, onde r é chamado de razão da PA.

EXEMPLOS:

$(1,3,5,7,...) \Rightarrow$ PA crescente de razão $r = 2$

$(10,7,4,1,...) \Rightarrow$ PA decrescente de razão $r = -3$

$(3,3,3,3,...) \Rightarrow$ PA constante de razão $r = 0$

2) TERMO GERAL DA PA

Considere a PA $(a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n) \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

3) PROPRIEDADES DA PA

P_1) Dados três termos consecutivos de uma PA, o termo central é média aritmética dos outros dois termos, ou seja, $PA\ (a_1, a_2, a_3) \Rightarrow a_2 = \dfrac{a_1 + a_3}{2}$.

P_2) Em toda PA finita a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual a soma dos extremos, ou seja, $PA\ (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6) \Rightarrow a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4$

4) NOTAÇÃO ESPECIAL

$$\begin{cases} 3\ TERMOS\ EM\ PA: (x-r, x, x+r) \\ 4\ TERMOS\ EM\ PA: (x-3r, x-r, x+r, x+3r) \\ 5\ TERMOS\ EM\ PA: (x-2r, x-r, x, x+r, x+2r) \end{cases}$$

5) SOMA DOS TERMOS DE UMA PA

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_{n-1} + a_n \Rightarrow S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

1) (PUC) Três números naturais estão em progressão aritmética de razão 20. Se $\frac{1}{3}$ da soma desses números é 30, o menor deles é:

a) o cubo de um número natural.
b) um múltiplo de três
c) um múltiplo de onze
d) um divisor de quinze
e) um divisor de vinte

2) (UFAL) As idades de três pessoas são numericamente iguais aos termos de uma progressão aritmética de razão 5.

Se daqui a 3 anos a idade da mais velha será o dobro da idade da mais jovem, nessa época, a soma das três idades será:

a) 36 anos
b) 38 anos
c) 42 anos
d) 45 anos
e) 48 anos

3) (UFU) Sejam x, y e z números reais positivos. Se os números $log_3 x$, $log_3 y$ e $log_3 z$ formam, nessa ordem, uma progressão aritmética, então:

a) $2y = x \cdot z$
b) $y^2 = x + z$
c) $2y = x + z$
d) $y^2 = x \cdot z$

4) (PUC) A soma dos mil primeiros números naturais, $1+2+3+\cdots+1000$, é igual a:

a) 100100
b) 200200
c) 300300
d) 400400
e) 500500

5) (PUC) As quantias, em reais, de cinco pessoas estão em progressão aritmética. Se a segunda e a quinta possuem, respectivamente, R$ 250,00 e R$ 400,00, a primeira possui:

a) R$ 200,00
b) R$ 180,00
c) R$ 150,00
d) R$ 120,00
e) R$ 100,00

MESTRES DA MATEMÁTICA

6) (UCSALVADOR) Quantos são os múltiplos de 5 compreendidos entre 99 e 1988?

a) 375
b) 376
c) 377
d) 378
e) 379

7) (VUNESP) Um estacionamento cobra R$ 15,00 pela primeira hora. A partir da segunda, cujo valor é R$ 10,00, até a décima segunda, cujo valor é R$ 4,00, os preços caem em progressão aritmética. Se um automóvel ficar estacionado 5 horas nesse local, quanto gastará seu proprietário?

a) R$ 45,80
b) R$ 54,00
c) R$ 51,40
d) R$ 48,50
e) R$ 53,40

8) (UFV) Numa caixa há 1.000 bolinhas de gude. Retiram-se 15 bolinhas na primeira vez, 20 na segunda, 25 na terceira e assim sucessivamente na mesma razão. Após a décima quinta retirada, sobrarão na caixa:

a) 200 bolinhas
b) 250 bolinhas
c) 300 bolinhas
d) 500 bolinhas
e) 750 bolinhas

9) (CESGRANRIO) A soma dos n primeiros termos de uma sucessão é dada por $S_n = n \cdot (n+1)$. Então o 20º termo da sucessão é:

a) 420
b) 380
c) 60
d) 40
e) 20

10) (UFRS) As medidas do lado, do perímetro e da área de um triângulo equilátero são, nessa ordem, números em progressão aritmética. A razão dessa progressão é:

a) $\frac{20\sqrt{3}}{3}$
b) 20
c) $\frac{40\sqrt{3}}{3}$
d) $20\sqrt{3}$
e) $40\sqrt{3}$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

11) (PUC) Um balão viaja a uma altitude de cruzeiro de 6600 m. Para atingir esta altitude, ele ascende 1000 m na primeira hora e, em cada hora seguinte, sobe uma altura 50 m menor que a anterior.

Quantas horas leva o balonista para atingir a altitude de voo?

a) 112 horas
b) 33 horas
c) 8 horas
d) 20 horas
e) 21 horas

12) (PUC) De segunda a sexta-feira, uma pessoa caminha na pista de 670 metros que contorna certa praça. A cada dia, ela percorre sempre uma volta a mais do que no dia anterior.

Se, após andar cinco dias, ela tiver percorrido um total de 23,45 km, pode-se afirmar que, no terceiro dia, essa pessoa deu x voltas em torno da praça.

O valor de *x* é:

a) 6
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10

13) (UERJ) Leia com atenção a história em quadrinhos.

("O Globo", 16/03/2001.)

Considere que o leão da história acima tenha repetido o convite por várias semanas. Na primeira, convidou a Lana para sair 19 vezes; na segunda semana, convidou 23 vezes; na terceira, 27 vezes e assim sucessivamente, sempre aumentando em 4 unidades o número de convites feitos na semana anterior. Imediatamente após ter sido feito o último dos 492 convites, o número de semanas já decorridas desde o primeiro convite era igual a:

a) 10
b) 12
c) 14
d) 16

14) (UEL) Uma decoradora usou 210 garrafas plásticas de 33 cm de altura para confeccionar uma árvore de natal em forma de triângulo. Para isto usou uma placa triangular na qual colou as garrafas da seguinte forma: uma garrafa na primeira fila, duas na segunda fila, e assim sucessivamente, acrescentando uma garrafa a cada fila. Qual deve ser a altura da placa, sabendo que não há sobreposição de garrafas, não há espaço entre uma fila e outra e que sobram 10 cm no topo e 10 cm na base da árvore?

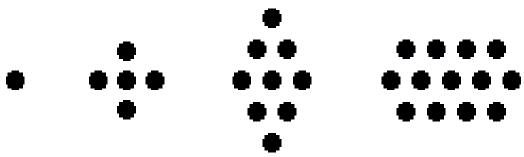
a) 3,8 m
b) 5,4 m
c) 6,6 m
d) 6,8m
e) 7,13m

15) (UNESP) Em 05 de junho de 2004, foi inaugurada uma pizzaria que só abre aos sábados. No dia da inauguração, a pizzaria recebeu 40 fregueses. A partir daí, o número de fregueses que passaram a frequentar a pizzaria cresceu em progressão aritmética de razão 6, até que atingiu a cota máxima de 136 pessoas, a qual tem se mantido. O número de sábados que se passaram, excluindo-se o sábado de inauguração, para que a cota máxima de fregueses fosse atingida pela primeira vez, foi:

a) 15
b) 16
c) 17
d) 18
e) 26

16) (UNESP) Num laboratório, foi feito um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Ao final de um minuto do início das observações, existia 1 elemento na população; ao final de dois minutos, existiam 5, e assim por diante.

A seguinte sequência de figuras apresenta as populações do vírus (representado por um círculo) ao final de cada um dos quatro primeiros minutos.



Supondo que se manteve constante o ritmo de desenvolvimento da população, o número de vírus no final de 1 hora era de:

a) 241
b) 238
c) 237
d) 233
e) 232

17) (UFOP) O "Multiplex Ouro Preto", que será inaugurado em agosto de 2002, contará com duas salas de cinema:

Sala Tiradentes, que possui 20 poltronas na primeira fila, 24 poltronas na segunda fila, 28 poltronas na terceira fila e assim por diante, num total de 10 filas;

Sala Inconfidência, que possui 20 poltronas na primeira fila, 25 poltronas na segunda fila, 30 poltronas na terceira fila e assim por diante, num total de 8 filas.

Para a sessão de inauguração, que será exibida em apenas uma das salas, pretende-se convidar 350 representantes da sociedade ouro-pretana.

Assim:

a) somente poderá ser usada a Sala Tiradentes.
b) somente poderá ser usada a Sala Inconfidentes.
c) poderá ser usada qualquer uma das salas.
d) deve-se, necessariamente, diminuir o número de convidados.
e) não poderá usar qualquer uma das salas.

18) (PUC) O lucro de certa empresa é dividido entre seus onze sócios, de modo que as quantias recebidas formem a progressão aritmética $\{s_1, s_2, ..., s_{11}\}$ em que s_n indica o total recebido pelo enésimo sócio. No ano de 2004, os sócios de número 1 e o de número 11 receberam juntos $s_1 + s_{11} = 120000$, em reais.

Com base nessas informações, pode-se afirmar que, em 2004, o lucro total dessa empresa foi de:

a) R$ 600.000,00
b) R$ 660.000,00
c) R$ 720.000,00
d) R$ 780.000,00
e) R$ 820.000,00

19) (FGV) Roberto obtém um financiamento na compra de um apartamento. O empréstimo deverá ser pago em 100 prestações mensais, de modo que uma parte de cada prestação é o juro pago.

Junto com a 1ª prestação, o juro pago é de R$ 2000,00; com a 2ª prestação, o juro pago é R$ 1980,00 e, genericamente, em cada mês, o juro pago é R$ 20,00 inferior ao juro pago na prestação anterior. Nessas condições, a soma dos juros pagos desde a 1ª até a 100º prestação vale:

a) R$ 100 000,00
b) R$ 101 000,00
c) R$ 102 000,00
d) R$ 103 000,00
e) R$ 104 000,00

20) (UFPB) Um produtor rural teve problema em sua lavoura devido à ação de uma praga. Para tentar resolver esse problema, consultou um engenheiro agrônomo e foi orientado a pulverizar, uma vez ao dia, um novo tipo de pesticida, de acordo com as seguintes recomendações:

- No primeiro dia, utilizar 3 litros desse pesticida.
- A partir do segundo dia, acrescentar 2 litros à dosagem anterior e, assim, sucessivamente.

Sabendo-se que, nesse processo, foram utilizados 483 litros de pesticida, conclui-se que esse produto foi aplicado durante:

a) 18 dias
b) 19 dias
c) 20 dias
d) 21 dias
e) 22 dias

PROGRESSÃO ARITMÉTICA									
1) E	2) D	3) D	4) E	5) A	6) D	7) C	8) B	9) D	10) C
11) C	12) B	13) B	14) D	15) B	16) C	17) A	18) B	19) B	20) D

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Progressão Geométrica

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

1) DEFINIÇÃO: Uma sequência $(a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_{n-1}, a_n)$ é uma PG, se e somente se, a razão entre um termo e o anterior a ele for uma constante, ou seja, $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \cdots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = q$, onde q é chamado de razão da PG.

EXEMPLOS:

$(2, 6, 18, 54, ...) \Rightarrow$ PG crescente de razão $q = 3$

$\left(4, 2, 1, \frac{1}{2}, ...\right) \Rightarrow$ PG decrescente de razão $q = \frac{1}{2}$

$(3, 3, 3, 3, ...) \Rightarrow$ PG constante de razão $q = 1$

$(1, -2, 4, -8, ...) \Rightarrow$ PG oscilante de razão $q = -2$

2) TERMO GERAL DA PG: Considere a PG $(a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n) \Rightarrow a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$

3) PROPRIEDADES DA PG

P_1) Dados três termos consecutivos de uma PG, o termo central ao quadrado é igual ao produto dos outros dois termos, ou seja, $PG\ (a_1, a_2, a_3) \Rightarrow (a_2)^2 = a_1 \cdot a_3$.

P_2) Em toda PG finita o produto de dois termos equidistantes dos extremos é igual ao produto dos extremos, ou seja, $PG\ (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6) \Rightarrow a_1 \cdot a_6 = a_2 \cdot a_5 = a_3 \cdot a_4$

4) NOTAÇÃO ESPECIAL

$$\begin{cases} 3\ TERMOS\ EM\ PG: \left(\frac{x}{q}, x, x \cdot q\right) \\ 4\ TERMOS\ EM\ PG: \left(\frac{x}{q^3}, \frac{x}{q}, x \cdot q, x \cdot q^3\right) \\ 5\ TERMOS\ EM\ PG: \left(\frac{x}{q^2}, \frac{x}{q}, x, x \cdot q, x \cdot q^2\right) \end{cases}$$

5) SOMA DOS TERMOS DE UMA PG

a) FINITA $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$ b) INFINITA $S_n = \frac{a_1}{1-q}$, $-1 < q < 1$

6) PRODUTO DOS TERMOS DE UMA PG: $P_n = a_1^{\,n} \cdot q^{\frac{n \cdot (n-1)}{2}}$

1) (CESGRANRIO) Os quatro números $x, 6, 3x+3$ e y formam, nessa ordem, uma progressão geométrica. Então, os dois possíveis valores de y são:

a) de sinais opostos
b) pares
c) ímpares
d) negativos
e) positivos

2) (UFBA) Sendo $(40, x, y, 5, ...)$ uma progressão geométrica de razão q e $(q, 8-a, \frac{7}{2}, ...)$ uma progressão aritmética, o valor de a é:

a) $\frac{19}{4}$
b) $\frac{21}{4}$
c) $\frac{43}{4}$
d) 6
e) 7

3) (FUVEST) Sejam a e b números reais tais que:

(i) a, b e $a+b$ formam, nessa ordem, uma PA;
(ii) 2^a, 16 e 2^b formam, nessa ordem, uma PG. Então o valor de a é:

a) $\frac{2}{3}$
b) $\frac{4}{3}$
c) $\frac{5}{3}$
d) $\frac{7}{3}$
e) $\frac{8}{3}$

4) (UFMG) Os números reais 3, a e b são, nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão aritmética cuja razão é positiva. Por sua vez, os números reais a, b e 8 são, também nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão geométrica. DETERMINE a e b.

5) (FUVEST) Três números positivos, cuja soma é 30, estão em progressão aritmética. Somando-se, respectivamente, 4, -4 e -9 aos primeiro, segundo e terceiro termos dessa progressão aritmética, obtemos três números em progressão geométrica. Então, um dos termos da progressão aritmética é:

a) 9
b) 11
c) 12
d) 13
e) 15

6) (MACKENZIE) O lado, a diagonal de uma face e o volume de um cubo são dados, nessa ordem, por três números em progressão geométrica. A área total desse cubo é:

a) 12
b) 18
c) 20
d) 24
e) 48

7) (FGV) Sabendo-se que o limite da soma $x+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{8}+\ldots$ é 100, determine x.

a) 1
b) 2
c) 10
d) 25
e) 50

8) (PUC) Considere o número $M=\log_2\left(3\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[8]{3}\cdot\ldots\cdot\sqrt[2n]{3}\right)$. O valor de M, quando n se torna arbitrariamente grande, é:

a) 2
b) $2\log_2 3$
c) 3
d) $3\log_2 3$
e) ∞

9) (PUC) A soma $1+\frac{3}{4}+\frac{9}{16}+\frac{27}{64}+\ldots$ é igual a:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

10) (FGV) Em um certo tipo de jogo, o prêmio pago a cada acertador é 18 vezes o valor de sua aposta. Certo apostador resolve manter o seguinte esquema de jogo: aposta R$ 1,00 na primeira tentativa e, nas seguintes, aposta sempre o dobro do valor anterior. Na 11ª tentativa ele acerta.

Assinale a alternativa que completa a frase: "O apostador..."

a) nessa tentativa apostou R$ 1.000,00.

b) investiu no jogo R$ 2.048,00.

c) recebeu de prêmio R$ 18.430,00.

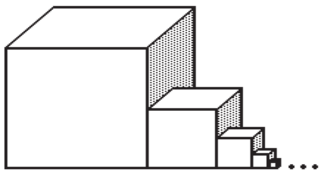
d) obteve um lucro de R$ 16.385,00

e) teve um prejuízo de R$ 1.024,00.

11) (ITA) Se a soma dos termos da P.G dada por $(0,3;\ 0,03;\ 0,003;...)$ é igual ao termo médio de uma P.A de três termos, então a soma dos termos da P.A vale

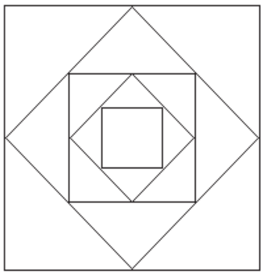
a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{2}{3}$
c) 1
d) 2
e) $\frac{1}{2}$

12) (UEL) Na figura abaixo, a aresta do cubo maior mede a, e os outros cubos foram construídos de modo que a medida da respectiva aresta seja a metade da aresta do cubo anterior. Imaginando que a construção continue indefinidamente, a soma dos volumes de todos os cubos será:



a) a^3
b) $\frac{a^3}{2}$
c) $\frac{7a^3}{8}$
d) $\frac{8a^3}{7}$
e) $2a^3$

13) (UFSM) No piso do hall de entrada de um shopping foi desenhado um quadrado Q1 de 10 m de lado, no qual está inscrito um segundo quadrado Q2, obtido da união dos pontos médios dos lados do quadrado anterior e assim sucessivamente, Q3, Q4,..., formando uma sequência infinita de quadrados, seguindo a figura.



Dessa forma, a soma das áreas dos quadrados é de:

a) $25\,m^2$
b) $25\sqrt{2}\,m^2$
c) $200\,m^2$
d) $50\sqrt{2}\,m^2$
e) $100\cdot\left(2+\sqrt{2}\right)m^2$

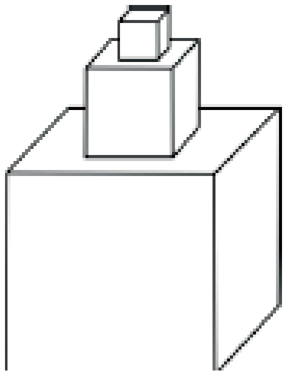
14) (UEL) O valor da soma infinita $\frac{3}{4}-\frac{4}{9}+\frac{9}{16}-\frac{8}{27}+\frac{27}{64}-\frac{16}{81}+\cdots$ é igual a:

a) $\frac{2}{3}$
b) $\frac{5}{6}$
c) $\frac{7}{6}$
d) $\frac{5}{3}$
e) $\frac{7}{3}$

15) (PUC) Considere a função $f(x)=2^x$, $a=3+1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+....$ e $\sqrt{2}=1,4$.
Nessas condições, o valor da $f(a)$ é:

a) 22,4
b) 22,8
c) 23,4
d) 23,8

16) (UFU) Cubos são colocados, uns sobre os outros, do maior para o menor, para formar uma coluna, como mostra a figura abaixo.



O volume do cubo maior e $1m^3$, e o volume de cada um dos cubos seguintes é igual a $\frac{1}{27}$ do volume do cubo sobre o qual ele está apoiado. Se fosse possível colocar uma infinidade de cubos, a altura da coluna seria igual a:

a) $\frac{27}{26}m$
b) $2m$
c) $1,5m$
d) $4,5m$

17) (UFRN) A sequência de figuras abaixo representa os cinco primeiros passos da construção do conjunto de Sierpinski.

Os vértices dos triângulos brancos construídos são os pontos médios dos lados dos triângulos escuros da figura anterior. Denominamos a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5, respectivamente, as áreas das regiões escuras da primeira, segunda, terceira, quarta e quinta figuras da sequência. Podemos afirmar que a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5, estão, nessa ordem, em progressão geométrica de razão:

a) $\frac{3}{4}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{4}$
e) $\frac{1}{5}$

18) (PUC) O volume de vendas nas três primeiras semanas de funcionamento de certa loja atingiu o total de R$ 36.000,00. Os valores apurados em cada uma dessas três semanas estão em progressão aritmética crescente. Se na terceira semana, essa loja tivesse vendido R$ 6.000,00 a mais, os valores apurados em cada semana formariam uma progressão geométrica. Com base nessas informações, na primeira semana de funcionamento, o volume de vendas dessa loja foi de:

a) R$ 6.000,00
b) R$ 8.000,00
c) R$ 12.000,00
d) R$ 24.000,00
e) R$ 48.000,00

19) (UFV) O interior de uma jarra é um cilindro circular reto e contém V litros de água. Se fosse retirado 1 litro dessa água, o raio, o diâmetro e a altura da água, nesta ordem, formariam uma progressão aritmética. Se, ao contrário, fosse adicionado 1 litro de água na jarra, essas grandezas, na mesma ordem, formariam uma progressão geométrica. O valor de V é:

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 9

20) (UFOP) Em um paralelepípedo retângulo, as medidas das arestas formam uma PG. Sabe-se que a soma dessas medidas vale $\frac{13}{2}$ e que o volume do paralelepípedo vale 1. Pode-se afirmar que a área total do paralelepípedo vale:

a) $\frac{13}{3}$
b) $\frac{13}{2}$
c) 13
d) 8

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA									
1) E	2) D	3) E	4)	5) C	6) A	7) E	8) B	9) D	10) D
11) C	12) D	13) C	14) D	15) A	16) C	17) A	18) A	19) D	20) C

4) $a = \frac{9}{2}$ e $b = 6$

1) (Enem 2ª aplicação 2010) O trabalho em empresas de exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal. Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.

☆	☆☆	☆☆☆	☆☆☆☆	☆☆☆☆☆	...
1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	150ª

Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:
Funcionário I: aproximadamente 200 estrelas
Funcionário II: aproximadamente 6 000 estrelas
Funcionário III: aproximadamente 12 000 estrelas
Funcionário IV: aproximadamente 22 500 estrelas
Funcionário V: aproximadamente 22 800 estrelas

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

2) (Enem 2ª aplicação 2010) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro. Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino. Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

a) 12 dias
b) 13 dias
c) 14 dias
d) 15 dias
e) 16 dias

3) (Enem 2011) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

a) 38 000
b) 40 500
c) 41 000
d) 42 000
e) 48 000

4) (Enem 2012) Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas. A quantidade de cartas que forma o monte é

a) 21
b) 24
c) 26
d) 28
e) 31

5) (Enem 2013) As projeções para a produção de arroz no período de 2012–2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual.

O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de

a) 497,25
b) 500,85
c) 502,87
d) 558,75
e) 563,25

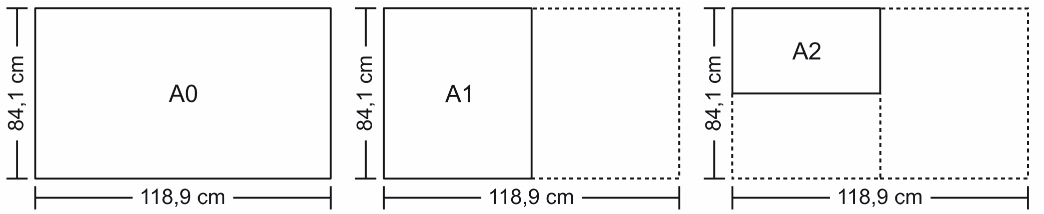
6) (Enem PPL 2013) Para um principiante em corrida, foi estipulado o seguinte plano de treinamento diário: correr 300 metros no primeiro dia e aumentar 200 metros por dia, a partir do segundo. Para contabilizar seu rendimento, ele utilizará um *chip*, preso ao seu tênis, para medir a distância percorrida nos treinos. Considere que esse *chip* armazene, em sua memória, no máximo 9,5 km de corrida/caminhada, devendo ser colocado no momento do início do treino e descartado após esgotar o espaço para reserva de dados. Se esse atleta utilizar o *chip* desde o primeiro dia de treinamento, por quantos dias consecutivos esse *chip* poderá armazenar a quilometragem desse plano de treino diário?

a) 7
b) 8
c) 9
d) 12
e) 13

7) (Enem PPL 2014) Um ciclista participará de uma competição e treinará alguns dias da seguinte maneira: no primeiro dia, pedalará 60 km; no segundo dia, a mesma distância do primeiro mais *r* km; no terceiro dia, a mesma distância do segundo mais *r* km; e, assim, sucessivamente, sempre pedalando a mesma distância do dia anterior mais *r* km. No último dia, ele deverá percorrer 180 km completando o treinamento com um total de 1560 km. A distância *r* que o ciclista deverá pedalar a mais a cada dia, em km é

a) 3
b) 7
c) 10
d) 13
e) 20

8) (Enem PPL 2016) O padrão internacional lSO 216 define os tamanhos de papel utilizados em quase todos os países, com exceção dos EUA e Canadá. O formato-base é uma folha retangular de papel, chamada de A0, cujas dimensões são 84,1 cm x 118,9 cm. A partir de então, dobra-se a folha ao meio, sempre no lado maior, obtendo os demais formatos, conforme o número de dobraduras.
Observe a figura: A1 tem o formato da folha A0 dobrada ao meio uma vez, A2 tem o formato da folha A0 dobrada ao meio duas vezes, e assim sucessivamente.



Disponível em: http://pt.wikipedia.org. Acesso em: 4 abr. 2012 (adaptado).

Quantas folhas de tamanho A8 são obtidas a partir de uma folha A0?

a) 8
b) 16
c) 64
d) 128
e) 256

9) (Enem 2ª aplicação 2016) Para comemorar o aniversário de uma cidade, a prefeitura organiza quatro dias consecutivos de atrações cult [illegible] que, de um dia para o outro, o número de visitantes no evento é triplicado. É esperada a presença de 345 visitantes para o primeiro dia do evento. Uma representação possível do número esperado de participantes para o último dia é

a) 3×345
b) $(3+3+3) \times 345$
c) $3^3 \times 345$
d) $3 \times 4 \times 345$
e) $3^4 \times 345$

10) (Enem 2016) Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício.

João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares 1, 3, 5, 7, ... e assim sucessivamente, de dois em dois andares.

Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares 1, 4, 7, 10, ... e assim sucessivamente, de três em três andares.

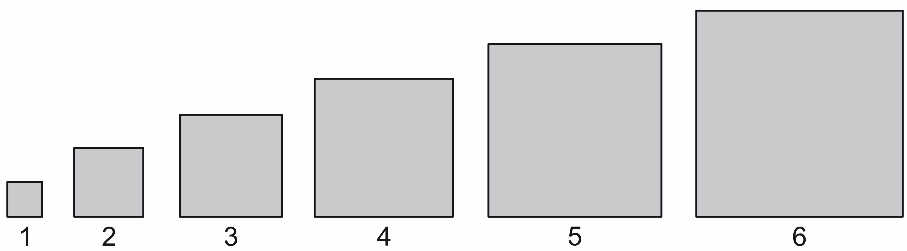
Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar.

Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra, em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro.

Qual é o número de andares desse edifício?

a) 40
b) 60
c) 100
d) 115
e) 120

11) (Enem 2ª aplicação 2016) Em um trabalho escolar, João foi convidado a calcular as áreas de vários quadrados diferentes, dispostos em sequência, da esquerda para a direita, como mostra a figura.



O primeiro quadrado da sequência tem lado medindo 1 cm, o segundo quadrado da sequência tem lado medindo 2 cm, o terceiro 3 cm e assim por diante. O objetivo do trabalho é identificar em quanto a área de cada quadrado da sequência excede a área do quadrado anterior. A área do quadrado que ocupa a posição n, na sequência, foi representada por A_n.

Para $n \geq 2$ o valor da diferença $A_n - A_{n-1}$ em centímetro quadrado, é igual a

a) $2n-1$
b) $2n+1$
c) $-2n+1$
d) $(n-1)^2$
e) n^2-1

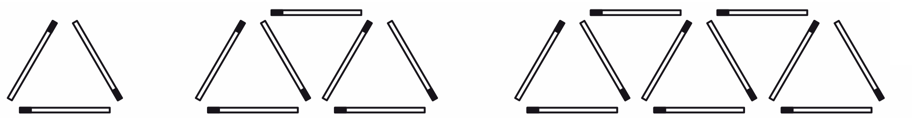
12) (Enem 2ª aplicação 2016) Com o objetivo de trabalhar a concentração e a sincronia de movimentos dos alunos de uma de suas turmas, um professor de educação física dividiu essa turma em três grupos (A, B e C) e estipulou a seguinte atividade: os alunos do grupo A deveriam bater palmas a cada 2 s os alunos do grupo B deveriam bater palmas a cada 3 s e os alunos do grupo C deveriam bater palmas a cada 4 s.

O professor zerou o cronômetro e os três grupos começaram a bater palmas quando ele registrou 1 s. Os movimentos prosseguiram até o cronômetro registrar 60 s.

Um estagiário anotou no papel a sequência formada pelos instantes em que os três grupos bateram palmas simultaneamente. Qual é o termo geral da sequência anotada?

a) $12n$ com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 5$
b) $24n$ com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 2$
c) $12(n - 1)$ com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 6$
d) $12(n - 1) + 1$ com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 5$
e) $24(n - 1) + 1$ com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 3$

13) (Enem Libras 2017) A figura ilustra uma sequência de formas geométricas formadas por palitos, segundo uma certa regra.



Continuando a sequência, segundo essa mesma regra, quantos palitos serão necessários para construir o décimo termo da sequência?

a) 30
b) 39
c) 40
d) 43
e) 57

14) (Enem 2018) Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa a 1ª fase o torneio conta com $2n$ competidores, então na 2ª fase restarão n competidores, e assim sucessivamente até a partida final.

Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas. Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por

a) 2×128
b) $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$
c) $128 + 64 + 32 + 16 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$
d) $128 + 64 + 32 + 16 + 16 + 8 + 4 + 2$
e) $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$

15) (Enem 2018) A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça, o segundo, a 100 metros, o terceiro, a 120 metros, e assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte metros entre os postes, até que o último poste seja colocado a uma distância de 1.380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R$ 8.000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

a) R$ 512.000,00
b) R$ 520.000,00
c) R$ 528.000,00
d) R$ 552.000,00
e) R$ 584.000,00

SEQUÊNCIAS									
1) C	**2) D**	**3) D**	**4) B**	**5) D**	**6) B**	**7) C**	**8) E**	**9) C**	**10) D**
11) A	**12) D**	**13) B**	**14) E**	**15) C**					

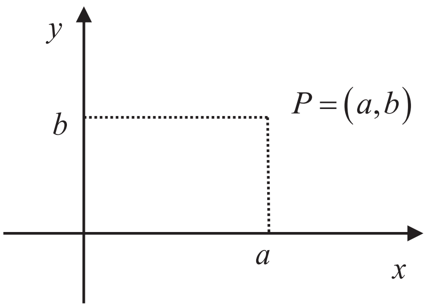
MESTRES

DA MATEMÁTICA

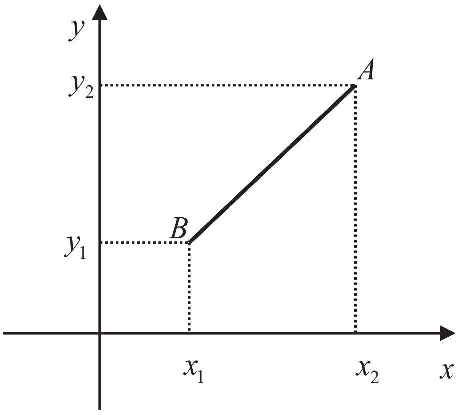
Geometria Analítica

PLANO CARTESIANO E PONTO

1) COORDENADAS CARTESIANAS

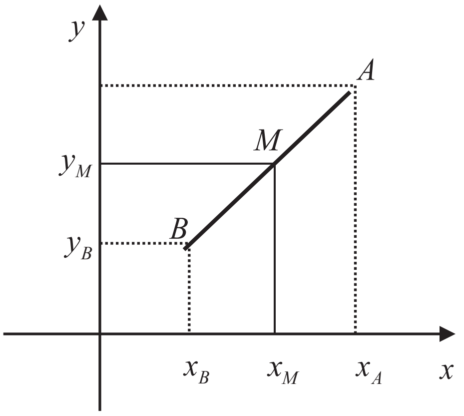


2) DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS NO PLANO



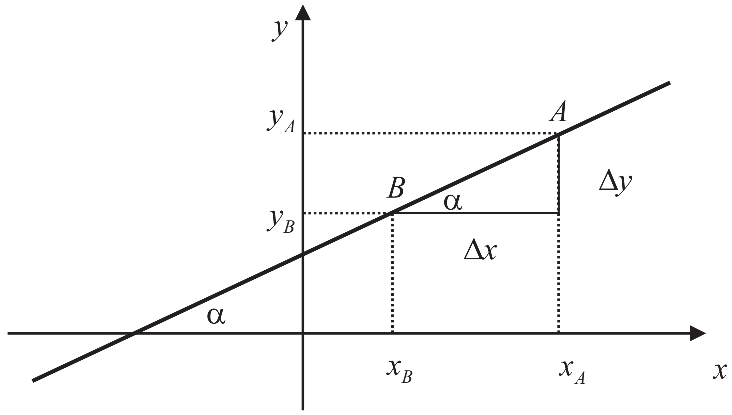
Considere os pontos: $B=(x_1,y_1),\ A=(x_2,y_2)\Rightarrow d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}$

3) PONTO MÉDIO DE UM SEGMENTO NO PLANO



Considere os pontos $B=(x_B,y_B),\ A=(x_A,y_B)\Rightarrow M=(x_M,y_M)=\left(\dfrac{x_A+x_B}{2},\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

4) COEFICIENTE ANGULAR DE UMA RETA



$$m = tg\alpha = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

5) EQUAÇÃO DA RETA: $\begin{cases} \text{Reduzida:} \quad y = mx + n \\ \text{Fundamental:} \quad y - y_0 = m \cdot (x - x_0) \\ \text{Geral:} \quad ax + by + c = 0 \end{cases}$

6) POSIÇÃO RELATIVA ENTRE DUAS RETAS:

$$\begin{cases} r : y = m_r x + n_r \\ s : y = m_s x + n_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r // s \Leftrightarrow m_r = m_s \\ r \perp s \Leftrightarrow m_r \cdot m_s = -1 \end{cases}$$

7) DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA:

Seja $P = (x_{0,} y_0)$ e $r : ax + by + c = 0$ então temos D = $d(P, r) = \dfrac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

8) ÁREA DE TRIÂNGULO:

Sejam $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3) \Rightarrow A = \dfrac{1}{2} \cdot \left\| \begin{matrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{matrix} \right\| = \dfrac{1}{2} \cdot |D|$.

OBS: Se $D = 0$, os pontos A, B e C são colineares.

1) (UFMG) A distância entre os pontos $A=(2a,-3a)$ e $B=(3,2)$ é $\sqrt{26}$. Pode-se afirmar que os possíveis valores de a são:

a) $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$
b) $1-\sqrt{2}$ e $1+\sqrt{2}$
c) – 1 e 1
d) – 2 e 2
e) – 3 e 2

2) (UFPR) Considere, no plano cartesiano, o triângulo de vértices $A=(0,0)$, $B=(3,1)$ e $C=(1,2)$ e avalie as afirmativas a seguir.

I. O triângulo ABC é isósceles.

II. O ponto D = (2, 1/2) pertence ao segmento AB.

III. A equação da reta que passa pelos pontos B e C é $2x+y=5$.

Assinale a alternativa correta:

a) Somente a afirmativa I é verdadeira.
b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
d) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
e) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.

3) (UFMG) Os pontos $A=(2,6)$ e $B=(3,7)$ são vértices do triângulo ABC, retângulo em A. O vértice C está sobre o eixo OX. A abscissa do ponto C é:

a) 8
b) 8,5
c) 9
d) 9,5

4) (UELPR) Considere a reta r, cuja equação é $x+2y-4=0$, e a reta s, cuja equação é $2x+y-5=0$. Então, a equação da reta determinada pelo ponto de coordenadas (1, 0) e pelo ponto de interseção das retas r e s é:

a) $x-y-1=0$
b) $x+4y-1=0$
c) $14x+5y-14=0$
d) $13x-14y-13=0$
e) $5x-12y-5=0$

5) (UEL) Quais são as coordenadas do ponto médio do segmento cujas extremidades são os vértices das parábolas $y = x^2 + 4x + 6$ e $y = -x^2 + 4x + 6$?

a) $(0,6)$
b) $(0,0)$
c) $(6,0)$
d) $(6,6)$
e) $(-6,6)$

6) (UFPEL) Na arquitetura, a Matemática é usada a todo momento. A Geometria é especialmente necessária no desenho de projetos. Essa parte da Matemática ajuda a definir a forma dos espaços, usando as propriedades de figuras planas e sólidas. Ajuda também a definir as medidas desses espaços. Uma arquiteta é contratada para fazer o jardim de uma residência, que deve ter formato triangular. Analisando a planta baixa, verifica-se que os vértices possuem coordenados $A = (8,4)$, $B = (4,6)$ e $C = (2,4)$. No ponto médio do lado formado pelos pontos A e C, é colocado um suporte para luminárias. Considerando o texto e seus conhecimentos, é correto afirmar que a distância do suporte até o ponto B mede, em unidades de comprimento,

a) $\sqrt{3}$
b) $\sqrt{5}$
c) $\sqrt{13}$
d) $\sqrt{17}$
e) $\sqrt{37}$

7) (UFMG) Sejam t e s as retas de equações $2x - y - 3 = 0$ e $3x - 2y + 1 = 0$, respectivamente. A reta r contêm o ponto $A = (5,1)$ e o ponto de interseção de t e s. A equação de r é

a) $5x - y - 24 = 0$
b) $5x + y - 26 = 0$
c) $x + 5y - 10 = 0$
d) $x - 5y = 0$

8) (PUC) A reta $y = x$ intercepta a parábola $y = x^2 - 2x$ nos pontos A e B. A soma das coordenadas dos pontos A e B é:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

9) (UFMG) A reta r é paralela à reta de equação $3x - y - 10 = 0$. Um dos pontos de interseção de r com a parábola de equação $y = x^2 - 4$ tem abscissa 1. A equação de r é:

a) $x + 3y + 8 = 0$
b) $3x - y + 6 = 0$
c) $3x - y - 6 = 0$
d) $x - 3y - 10 = 0$

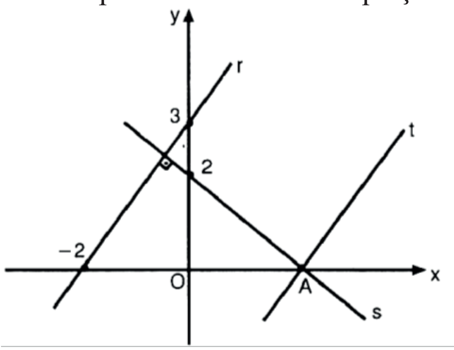
10) (SC-SP) Se o ponto $(-1, 2)$ é um dos vértices de um quadrado e $2x - 3y + 6 = 0$ é a equação da reta suporte de uma de suas diagonais, a equação da reta suporte da outra diagonal é:

a) $3x - 2y - 2 = 0$
b) $3x + 2y - 1 = 0$
c) $3x - 2y + 1 = 0$
d) $3x + 2y + 1 = 0$
e) $3x - 2y + 2 = 0$

11) (UFJF) Em uma planície, dois caçadores armados estão localizados nos pontos $A = (2,1)$ e $B = (14,2)$. Nos pontos de coordenadas $C = (4,7)$ e $D = (11,14)$, encontram-se duas árvores. Um ponto que está livre do alcance das balas de ambos os caçadores é:

a) $(43, -83)$
b) $(-7, 3)$
c) $(43, 83)$
d) $(-7, -22)$
e) $(9, 22)$

12) (FATEC) Na figura abaixo, a reta t é paralela à reta r. A equação da reta t é



a) $3y + 2x - 6 = 0$
b) $2y - 3x - 6 = 0$
c) $3y - 2x + 9 = 0$
d) $2y - 3x + 9 = 0$

13) (FMTM) São dados os pontos $A=(-2,1)$ e $B=(0,-1)$. A mediatriz do segmento AB intercepta o eixo y no ponto de ordenada:

a) –2
b) –1
c) 0
d) 1
e) 2

14) (UFMG) Sejam A e B dois pontos da reta de equação $y=2x+2$, que distam duas unidades da origem. Nesse caso, a soma das abscissas de A e B é:

a) $\frac{5}{8}$
b) $-\frac{5}{8}$
c) $\frac{8}{5}$
d) $-\frac{8}{5}$

15) (UFMG) Um triângulo tem como vértices os pontos $A=(0,1)$, $B=(0,9)$ e $C=(4,9)$. Sabe-se que a reta $x=k$ divide o triângulo ABC em duas regiões de mesma área. Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que o valor de k é igual a:

a) $2\sqrt{2}-2$
b) $4-2\sqrt{2}$
c) $4-\sqrt{2}$
d) $2-\sqrt{2}$

16) (UFMG) Considere as retas cujas equações são $y=-x+4$ e $y=mx$, em que m é uma constante positiva. Nesse caso, a área do triângulo determinado pelas duas retas e o eixo das abscissas é:

a) $\frac{4m^2}{2m-1}$
b) $4m^2$
c) $\frac{8m}{m+1}$
d) $\frac{2m+10}{2m+1}$

17) (UFMG) Um triângulo isósceles ABC tem como vértices da base os pontos $A=(4,0)$ e $B=(0,6)$. O vértice C está sobre a reta $y=x-4$. Assim sendo, a inclinação da reta que passa pelos vértices B e C é:

a) $\frac{7}{17}$
b) $\frac{10}{23}$
c) $\frac{9}{20}$
d) $\frac{12}{25}$

18) (UFMG) A reta r passa pelo ponto (16, 11) e não intercepta a reta de equação $y=\frac{x}{2}-5$. Considerando-se os seguintes pontos, o único que pertence à reta r é

a) $(7,6)$
b) $\left(7,\frac{13}{2}\right)$
c) $(7,7)$
d) $\left(7,\frac{15}{2}\right)$

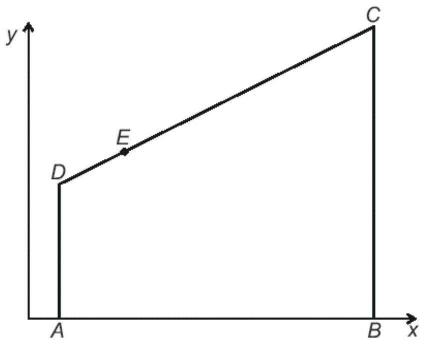
19) Sejam A e B os pontos onde a reta $r:3x+5y-15=0$ intercepta os eixos OY e OX, respectivamente, em que O é a origem do sistema cartesiano. Sendo P o ponto de interseção da reta r e da reta s de equação $s:y=mx$, $m>0$, qual deve ser o valor de m para que a área do triângulo OPB seja o dobro da área do triângulo OPA?

a) $\frac{3}{5}$
b) $\frac{6}{5}$
c) $\frac{5}{3}$
d) 2

20) Uma das diagonais de um losango é o segmento cujos extremos são os pontos $A=(1,4)$ e $B=(3,2)$. Então podemos afirmar que a outra diagonal está contida na reta de equação:

a) $x+y+9=0$
b) $x+y+1=0$
c) $x-y-5=0$
d) $x-y+1=0$

21) (UFMG) Neste plano cartesiano, está representado o quadrilátero ABCD:



Sabe-se que

- $A=(1,0)$, $C=(11,11)$ e $E=(3,7)$;
- O ponto B está no eixo x e o ponto E, no lado CD; e
- Os lados AD e BC são paralelos ao eixo y.

Então, é CORRETO afirmar que a área do quadrilátero ABCD é

a) 87,5
b) 82,5
c) 85
d) 86

22) A menor distância entre o ponto $A=(2,5)$ e a reta $3x+4y=5$ é calculada traçando-se uma perpendicular a esta reta, passando pelo ponto A. Dos pontos abaixo, o único que pertence a essa perpendicular que passa por A é:

a) $(3,8)$
b) $\left(\frac{1}{3},6\right)$
c) $(5,9)$
d) $(10,-1)$

23) A equação da reta que passa pelo ponto médio do seguimento de extremos $A=(2,6)$ e $B=(6,-2)$ e é paralela à reta de equação $5y-5x+17=0$ é dada por:

a) $2x-2y=5$
b) $3x-3y=6$
c) $3x+2y=16$
d) $x-y=4$

24) Sejam r e s duas retas perpendiculares que se interceptam em $P=(1,2)$. Se $Q=(-1,6)$ pertence a uma dessas retas, então a equação da outra reta é:

a) $x+2y-5=0$
b) $x-2y+3=0$
c) $2x-y=0$
d) $2x+2y+7=0$

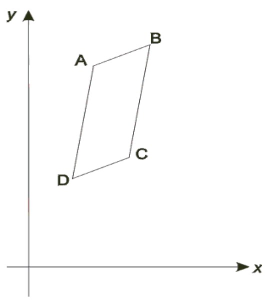
25) Duas retas, são perpendiculares em um ponto de abscissa -4, se a equação de uma é $3x-7y+5=0$, a soma dos coeficientes da equação geral da outra é:

a) 41
b) 42
c) 43
d) 44

26) Seja s uma reta que passa pelo ponto $P=(1,-4)$ e é perpendicular à reta de equação $2x+3y+4=0$. Podemos afirmar que a ordenada do ponto de abscissa -3 da reta s é:

a) -10
b) -11
c) -12
d) -13

27) (UFMG) Observe a figura.



Nessa figura, ABCD é um paralelogramo, as coordenadas do ponto C são $(6,10)$ e os lados AB e AD estão contidos, respectivamente, nas retas de equações $y=\frac{}{2}+14$ e $y=4x-2$. Nesse caso, as coordenadas do ponto B são:

a) $\left(7,\frac{35}{2}\right)$
b) $\left(9,\frac{37}{2}\right)$
c) $(8,18)$
d) $(10,19)$

28) Seja P a intersecção das retas r, de equação $y = 2x$, e s de equação $y = 4x - 8$. Se A e B são as intersecções respectivas dessas retas com o eixo das abscissas, a área do triângulo PAB é:

a) 6
b) 8
c) 10
d) 12

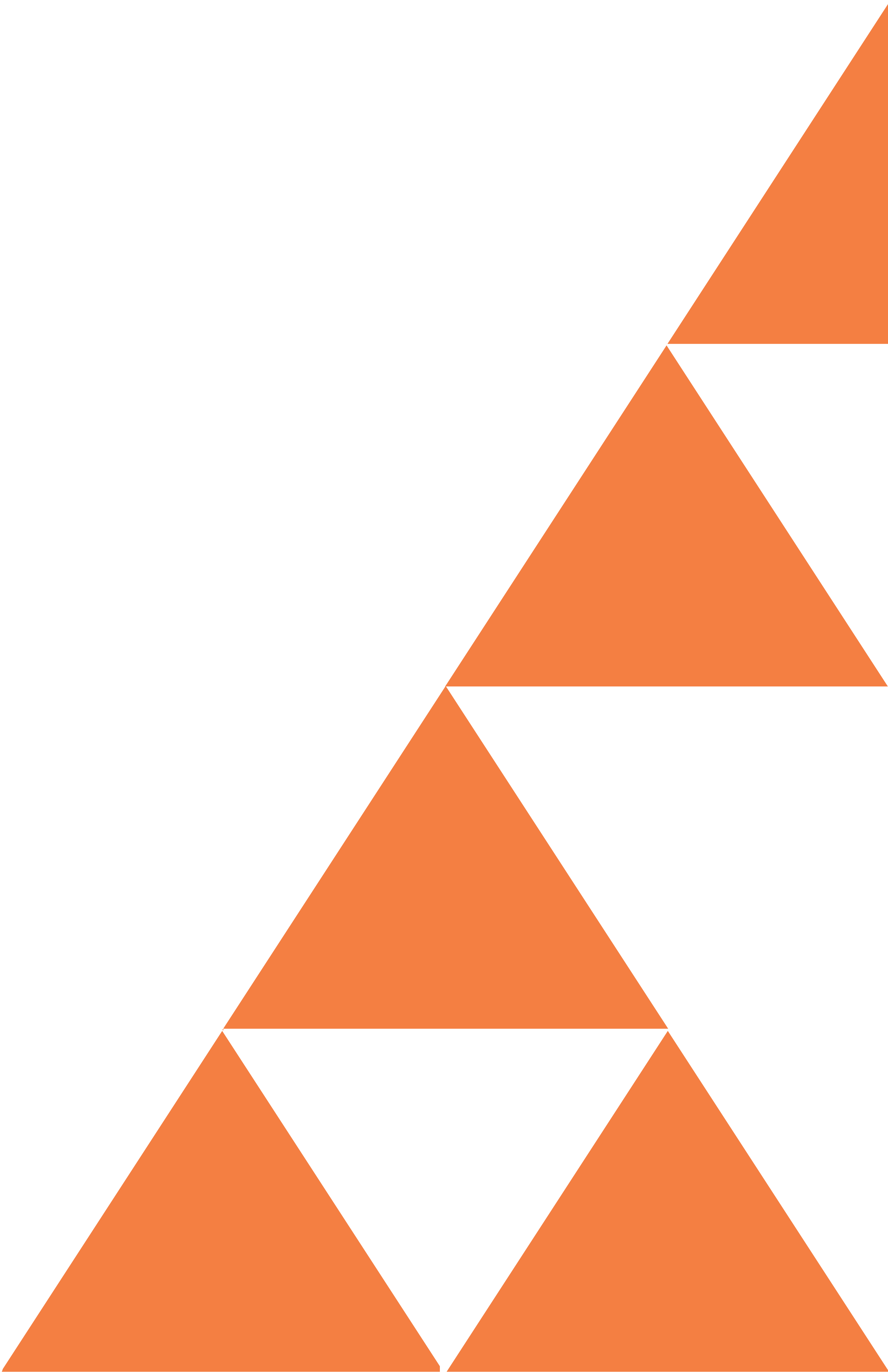
29) A reta r de equação $y = ax + b$ é paralela à reta $4x + 2y + 5 = 0$ e contém o ponto $(3,7)$. A intersecção de r com o eixo das abscissas é o ponto:

a) $(13,0)$
b) $\left(\frac{13}{2},0\right)$
c) $\left(\frac{-13}{2},0\right)$
d) $(-13,0)$

30) (FUVEST) Sejam a, b e c três números estritamente positivos em progressão aritmética. Se a área do triângulo ABC, cujos vértices são $A = (-a,\ 0)$, $B = (0,\ b)$ e $C = (c,\ 0)$, é igual a b, então o valor de b é:

a) 4
b) 3
c) 2
d) 1

GEOMETRIA ANALÍTICA									
1) C	2) A	3) A	4) A	5) A	6) B	7) A	8) E	9) C	10) B
11) E	12) D	13) B	14) D	15) B	16) C	17) A	18) B	19) B	20) D
21) C	22) C	23) B	24) B	25) A	26) A	27) C	28) B	29) B	30) D

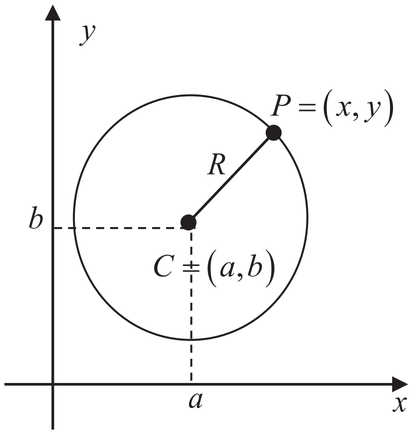


MESTRES DA MATEMÁTICA

Geometria Analítica na Circunferência

ESTUDO ANALÍTICO DA CIRCUNFERÊNCIA

I) DEFINIÇÃO: Circunferência é o lugar geométrico dos pontos do plano euclidiano que são equidistantes de um ponto, chamado centro da circunferência.



1) EQUAÇÃO REDUZIDA DA CIRCUNFERENCIA: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

EX: $(x-2)^2+(y-1)^2=9 \Rightarrow C=(2,1)$ e $R=3$

EX: $(x+1)^2+(y-5)^2=7 \Rightarrow C=(-1,5)$ e $R=\sqrt{7}$

EX: $(x-4)^2+y^2=4 \Rightarrow C=(4,0)$ e $R=2$

EX: $x^2+y^2=1 \Rightarrow C=(0,0)$ e $R=1$ (Ciclo Trigonométrico)

2) EQUAÇÃO GERAL DA CIRCUNFERENCIA: $x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-R^2=0$

EX: $x^2+y^2-4x-2y-4=0 \Rightarrow C=(2,1)$ e $R=3$

EX: $x^2+y^2+2x-10y+19=0 \Rightarrow C=(-1,5)$ e $R=\sqrt{7}$

EX: $x^2+y^2-8x+12=0 \Rightarrow C=(4,0)$ e $R=2$

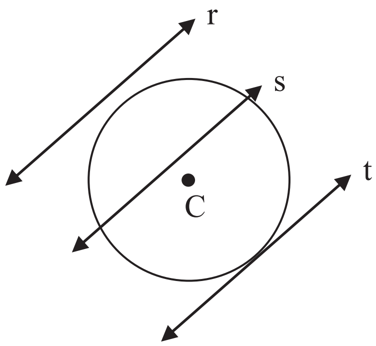
II) POSIÇÕES RELATIVAS

3) PONTO E CIRCUNFERENCIA

Dado o ponto $P=(x_{0,}y_0)$ e a circunferencia $\lambda:(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$, então:

$$\begin{cases} (x_0-a)^2+(y_0-b)^2=R^2 \Rightarrow P\in\lambda \\ (x_0-a)^2+(y_0-b)^2>R^2 \Rightarrow P \text{ é exterior a } \lambda \\ (x_0-a)^2+(y_0-b)^2<R^2 \Rightarrow P \text{ é interior a } \lambda \end{cases}$$

4) RETA E CIRCUNFERÊNCIA



$$\begin{cases} d(C,r) > R \Rightarrow r \text{ é exterior } (\Delta < 0) \\ d(C,s) < R \Rightarrow s \text{ é secante } (\Delta > 0) \\ d(C,t) = R \Rightarrow t \text{ é tangente } (\Delta = 0) \end{cases}$$

5) CIRCUNFERÊNCIA E CIRCUNFERÊNCIA

Sendo λ_1 a circunferência de centro C_1 e raio R_1 e λ_2 a circunferência de centro C_2 e raio R_2 temos

$$\begin{cases} D(c_1,c_2) > R_1 + R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são exteriores } (\Delta < 0) \\ D(c_1,c_2) = R_1 + R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são tangentes exteriores } (\Delta = 0) \\ R_1 - R_2 < D(c_1,c_2) < R_1 + R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são secantes } (\Delta > 0) \\ D(c_1,c_2) = R_1 - R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são tangentes interiores } (\Delta = 0) \\ D(c_1,c_2) < R_1 - R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são interiores } (\Delta < 0) \end{cases}$$

1) (UNIFESP) A equação $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 12 = 0$, em coordenadas cartesianas, representa uma circunferência de raio 1 e centro

a) $(-6, 4)$

b) $(6, 4)$

c) $(3, 2)$

d) $(-3, -2)$

e) $(6, -4)$

2) (PUC) O ponto $(2, b)$ pertence ao círculo de equação $x^2 + y^2 = 13$. Então, a soma dos possíveis valores de $(2+b)^2$ é:

a) 16
b) 26
c) 36
d) 46
e) 56

3) (FGV) No plano cartesiano, a circunferência que passa pelo ponto $P = (1, 3)$ e é concêntrica com a circunferência $x^2 + y^2 + 6x + 8y - 1 = 0$, tem a seguinte equação:

a) $x^2 + y^2 + 6x + 8y - 40 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 3x - 4y + 5 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$

d) $x^2 + y^2 + 3x + 4y - 25 = 0$

e) $x^2 + y^2 - 3x + 4y - 19 = 0$

4) (PUC) A distância do ponto de ordenada três da reta de equação $x - y - 1 = 0$ ao centro da circunferência $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ é igual a:

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

5) (FGV) A equação da circunferência que passa pelos pontos $(3,3)$ e $(-1,3)$ e cujo centro está no eixo das abscissas é:

a) $x^2+y^2-2x=12$

b) $x^2+y^2-2y=10$

c) $(x-1)^2+y^2=25$

d) $x^2+y^2+4x=46$

e) $x^2+y^2=1$

6) (CESESP) Os valores de m para os quais a reta da equação $x+y+m=0$ é tangente à circunferência de equação cartesiana $x^2+y^2=25$ são:

a) 4 ou 7

b) 3 ou 4

c) – 5 ou 5

d) $-5\sqrt{2}$ ou $5\sqrt{2}$

e) – 10 ou 10

7) (FGV) Uma das retas paralelas à reta $r: 3x-4y=0$ e tangente à circunferência de equação $(x-5)^2+(y-1)^2=4$ tem por equação:

a) $3x-4y-20=0$

b) $3x-4y-21=0$

c) $3x-4y-22=0$

d) $3x-4y-23=0$

e) $3x-4y-24=0$

8) (ITA) O ponto de circunferência $x^2+y^2+4x+10y+28=0$ que tem ordenada máxima é:

a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-2, -\frac{9}{2}\right)$

b) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}, -1\right)$

c) $\left(-\frac{3}{10}, -1\right)$

d) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-2, -2\right)$

e) $(-2,-4)$

9) (CESGRANRIO) As circunferencias $x^2+y^2-8x+6y=0$ e $x^2+y^2-16x-12y=0$ são:

a) exteriores
b) secantes
c) tangentes internamente
d) tangentes externamente
e) concêntricas

10) (VUNESP) A equação da circunferência com centro no ponto $C=(2,1)$ e que passa pelo ponto $P=(0,3)$ é dada por:

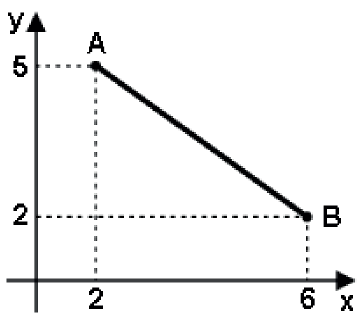
a) $x^2+(y-3)^2=0$
b) $(x-2)^2+(y-1)^2=4$
c) $(x-2)^2+(y-1)^2=8$
d) $(x-2)^2+(y-1)^2=16$
e) $x^2+(y-3)^2=8$

11) (UFPA) As circunferências $C_1: x^2+y^2-4x+3=0$ e $C_2: x^2+y^2-8x+12=0$ são:

a) exteriores
b) tangentes exteriores
c) tangentes interiores
d) concêntricas
e) secantes

12) (UFSM) O segmento AB da figura representa um diâmetro de uma circunferência. A equação dessa circunferencia é dada por:

a) $x^2+\ y^2\quad x\quad y$
b) $x^2-y^2+8x-7y+20=0$
c) $x^2+y^2=25$
d) $x^2+y^2-8x-7y+22=0$
e) $-x^2+y^2+8x+7y-22=0$



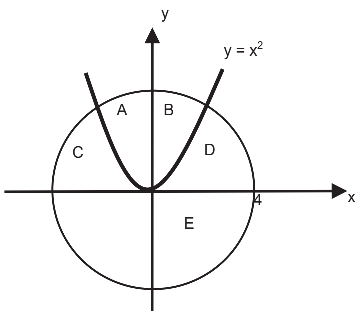
13) (UFSM) As retas r e s tangenciam a circunferência de equação $x^2+y^2-4x+3=0$, respectivamente, nos pontos P e Q e passam pelo ponto $O=(0,0)$. A medida do ângulo PÔQ vale:

a) 15°
b) 30°
c) 45°
d) 60°
e) 90°

14) (UNIFESP) A região do plano cartesiano, determinada simultaneamente pelas três condições

$$\begin{cases} x^2+y^2 \leq 16 \\ y \geq x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$ é aquela, na figura, indicada com a letra:

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E



15) Arnaldo, Beraldo, César e Danilo estão situados em um sistema cartesiano ortogonal com os eixos graduados em metros, nos pontos de coordenadas $A=(2,0), B=(0,2), C=(2,4)$ e $D=(4,2)$, respectivamente. Eles iniciam uma corrida andando no sentido horário, todos com velocidades iguais e constantes, sobre a circunferência de equação $(x-2)^2+(y-2)^2=4$. No exato momento em que Beraldo tiver percorrido 127π metros, é correto afirmar que o César estará no ponto de coordenadas igual a:

a) $(2,0)$
b) $(0,2)$
c) $(2,4)$
d) $(2,2)$
e) $(4,2)$

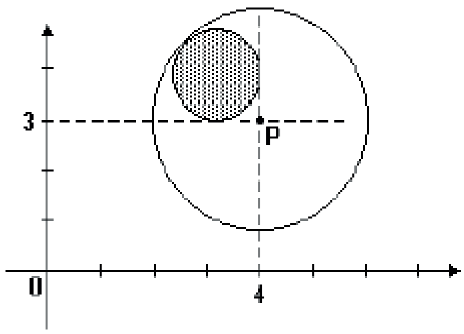
16) (FUVEST) Sendo $P=(a,b)$ um ponto qualquer da circunferência de centro na origem e raio 1, que satisfaça $b>0$ e $a \neq \pm b$, pode-se afirmar que $\log\left[\dfrac{b^3}{a^2-b^2}\cdot\left(\dfrac{a^4}{b^4}-1\right)\right]$ vale:

a) 0
b) 1
c) $-log(b)$
d) $log(b)$
e) $2log(b)$

17) (UFC) O segmento que une os pontos de interseção da reta $2x+y-4=0$ com os eixos coordenados determina um diâmetro de uma circunferência. A equação dessa circunferência é:

a) $(x-1)^2+(y-2)^2=5$
b) $(x-1)^2+(y-2)^2=20$
c) $(x-1)^2+(y-2)^2=25$
d) $(x+1)^2+(y+2)^2=5$
e) $(x+1)^2+(y+2)^2=20$

18) (PUC) A área da região assinalada na figura é 4π. A equação da circunferência de centro em P é, então:



a) $x^2+y^2-8x-6y-7=0$
b) $x^2+y^2-8x-6y+17=0$
c) $x^2+y^2-8x-6y+21=0$
d) $x^2+y^2-8x-6y+13-8\sqrt{2}=0$
e) $x^2+y^2-6x-8y+13-8\sqrt{2}=0$

19) (UEL) Na decoração de uma pré-escola são usadas placas com formas de figuras geométricas. Uma destas placas é formada por uma figura que pode ser definida por $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 28 \leq 0$ quando projetada em um plano cartesiano xy, onde x e y são dados em metros. Esta placa vai ser pintada usando duas cores, cuja separação é definida pela reta $y = x$ no plano xy. Considerando o plano cartesiano xy como referência, a região acima da reta será pintada de vermelho e a região abaixo da reta, de verde. Sabendo que a escola vai fazer 12 destas placas e que, é necessária uma lata de tinta para pintar 3 m^2 de placa, serão necessárias, no mínimo, quantas latas de tinta vermelha?

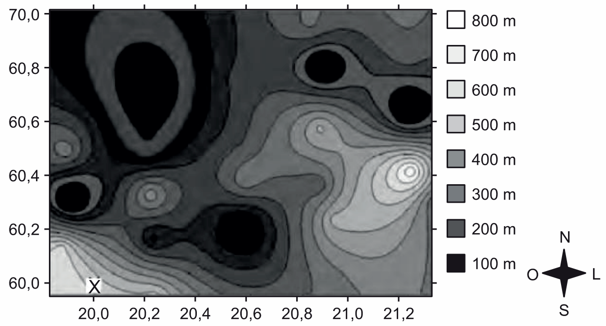
a) 12
b) 24
c) 26
d) 32
e) 48

20) (UFJF) Dadas a reta de equação $5x - 3y + 8 = 0$ e a circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$, a equação da reta perpendicular à reta dada, contendo o centro da circunferência, é:

a) $3x + 5y - 7 = 0$
b) $-2x + 3y - 2 = 0$
c) $3x + 5y - 4 = 0$
d) $4x + 6 = 0$
e) $-2x + 3y + 5 = 0$

CIRCUNFERÊNCIA									
1) D	2) B	3) A	4) B	5) A	6) D	7) B	8) E	9) B	10) C
11) E	12) D	13) D	14) B	15) B	16) C	17) A	18) D	19) C	20) A

1) (Enem 2010) A figura a seguir é a representação de uma região por meio de curvas de nível, que são curvas fechadas representando a altitude da região, com relação ao nível do mar. As coordenadas estão expressas em graus de acordo com a longitude, no eixo horizontal, e a latitude, no eixo vertical. A escala em tons de cinza desenhada à direita está associada à altitude da região.

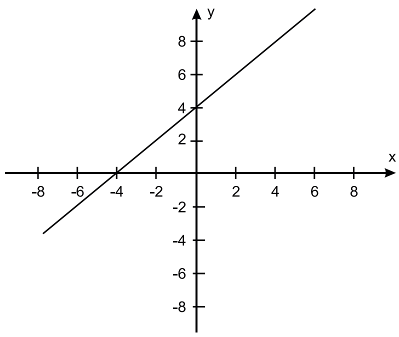


Um pequeno helicóptero usado para reconhecimento sobrevoa a região a partir do ponto X = (20;60). O helicóptero segue o percurso: $0,8°L \rightarrow 0,5°N \rightarrow 0,2°O \rightarrow 0,1°S \rightarrow 0,4°N \rightarrow 0,3°L$.

De acordo com as orientações, o helicóptero pousou em um local cuja altitude é

a) menor ou igual a 200 m
b) maior que 200 m e menor ou igual a 400 m
c) maior que 400 m e menor ou igual a 600 m
d) maior que 600 m e menor ou igual a 800 m
e) maior que 800 m

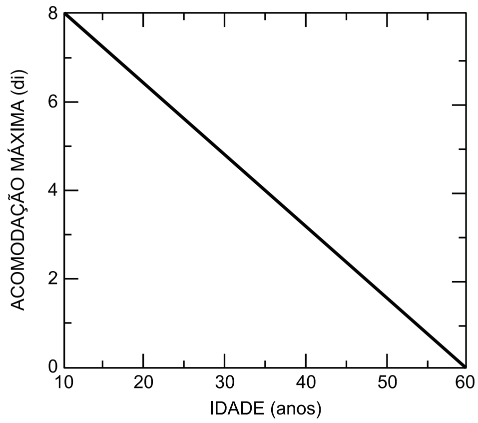
2) (Enem 2011) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto P = (- 5, 5) localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km. Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seja automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

a) (-5,0)
b) (-3,1)
c) (-2,1)
d) (0,4)
e) (2,6)

3) (Enem 2012) O cristalino, que é uma lente do olho humano, tem função de fazer ajuste fino na focalização, ao que se chame acomodação. À perda da capacidade de acomodação com a idade chamamos presbiopia. A acomodação pode ser determinada por meio da convergência do cristalino. Sabe-se que a convergência de uma lente, para pequena distância focal em metros, tem como unidade de medida a dioptria (di). A presbiopia, representada por meio da relação entre convergência máxima C_{max} (em di) e a idade T (em anos), mostrada na figura seguinte.



COSTA, E. V.; FARIA LEITE, C. A. F. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 20, n. 3, set. 1998.

Considerando esse gráfico, as grandezas convergência máxima C_{max} e idade T estão relacionadas algebricamente pela expressão

a) $C_{max} = 2^{-T}$
b) $C_{max} = T^2 - 70T + 600$
c) $C_{max} = \log_2(T^2 - 70T + 600)$
d) $C_{max} = 0{,}16T + 9{,}6$
e) $C_{max} = -0{,}16T + 9{,}6$

4) (Enem 2012) Uma família deseja realizar um jantar comemorativo de um casamento e dispõe para isso de um salão de festas de um clube, onde a área disponível para acomodação das mesas é de 500 m². As 100 mesas existentes no salão encontram-se normalmente agrupadas duas a duas, comportando 6 cadeiras. A área de cada mesa é de 1 m² e o espaço necessário em torno deste agrupamento, para acomodação das cadeiras e para circulação, é de 6 m²
isolada, comportando 4 pessoas cada. Nessa situação, o espaço necessário para acomodação das cadeiras e para circulação é de 4 m². O número de convidados previsto para o evento é de 400 pessoas. Para poder acomodar todos os convidados sentados, com as mesas existentes e dentro da área disponível para acomodação das mesas e cadeiras, como deverão ser organizadas as mesas?

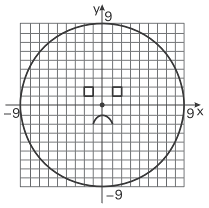
a) Todas deverão ser separadas.
b) Todas mantidas no agrupamento original de duas mesas.
c) Um terço das mesas separadas e dois terços agrupadas duas a duas.
d) Um quarto das mesas separadas e o restante em agrupamento de duas a duas.
e) Sessenta por cento das mesas separadas e quarenta por cento agrupadas duas a duas.

5) (Enem 2013) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas (x,y) e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:

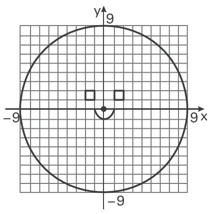
I. é a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$;
II. é a parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1;
III. é o quadrado formado pelos vértices $(-2, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, 2)$ e $(-2, 2)$;
IV. é o quadrado formado pelos vértices $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$ e $(1, 2)$;
V. é o ponto $(0, 0)$.

A seguir, o professor representa corretamente os cinco conjuntos sobre uma mesma malha quadriculada, composta de quadrados com lados medindo uma unidade de comprimento, cada, obtendo uma figura. Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?

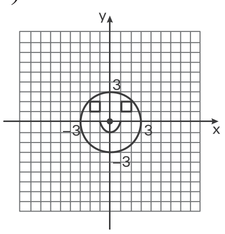
a)



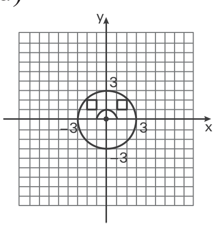
b)



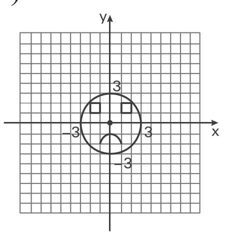
c)



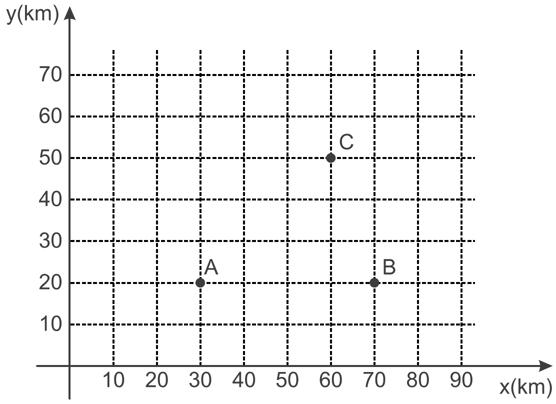
d)



e)



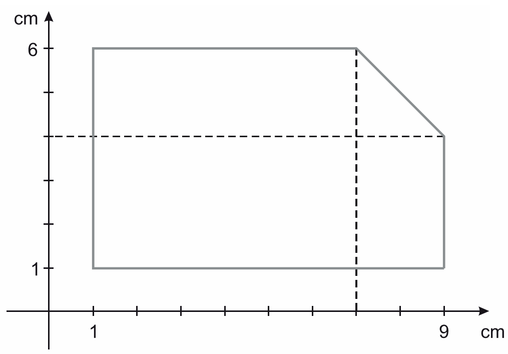
6) (Enem 2013) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:



A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas. O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas

a) (65 ; 35)
b) (53 ; 30)
c) (45 ; 35)
d) (50 ; 20)
e) (50 ; 30)

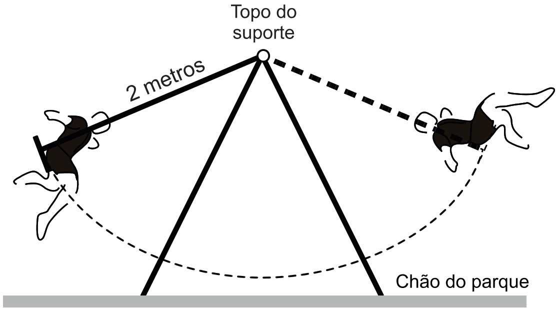
7) (Enem 2014) Um construtor pretende murar um terreno e, para isso, precisa calcular o seu perímetro. O terreno está representado no plano cartesiano, conforme a figura, no qual foi usada a escala 1:500. Use 2,8 como aproximação para $\sqrt{8}$.



De acordo com essas informações, o perímetro do terreno, em metros, é

a) 110
b) 120
c) 124
d) 130
e) 144

8) (Enem 2014) A figura mostra uma criança brincando em um balanço no parque. A corda que prende o assento do balanço ao topo do suporte mede 2 metros. A criança toma cuidado para não sofrer um acidente, então se balança de modo que a corda não chegue a alcançar a posição horizontal.



Na figura, considere o plano cartesiano que contém a trajetória do assento do balanço, no qual a origem está localizada no topo do suporte do balanço, o eixo x é paralelo ao chão do parque, e o eixo y tem orientação positiva para cima. A curva determinada pela trajetória do assento do balanço é parte do gráfico da função

a) $f(x) = -\sqrt{2-x^2}$

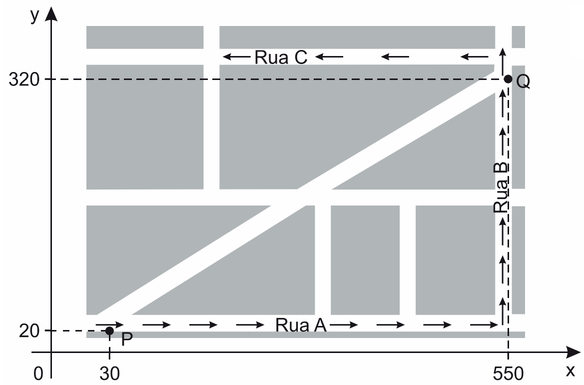
b) $f(x) = \sqrt{2-x^2}$

c) $f(x) = x^2 - 2$

d) $f(x) = -\sqrt{4-x^2}$

e) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

9) (Enem 2015) Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.



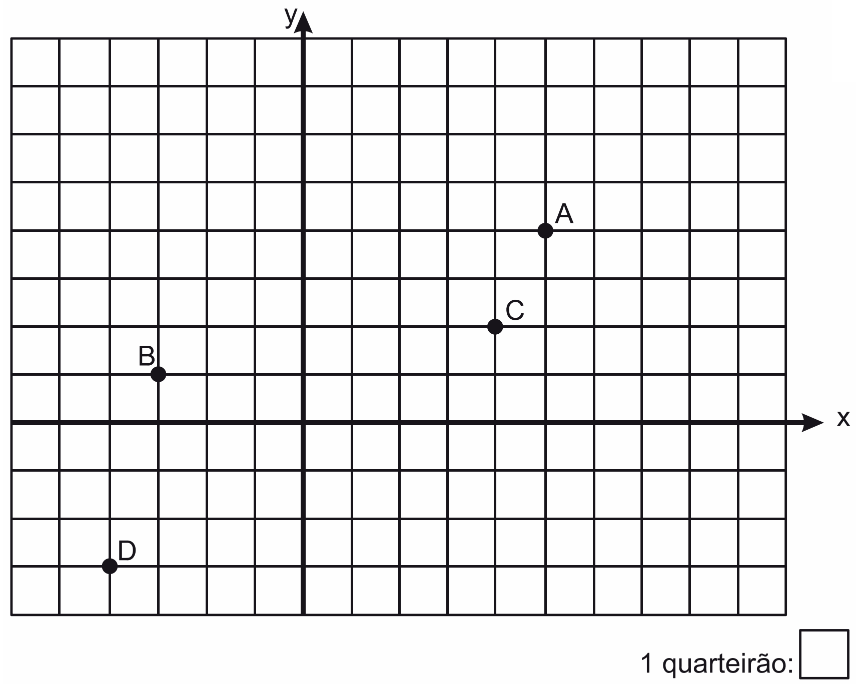
Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais. De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são

a) (290;20)
b) (410;0)
c) (410;20)
d) (440;0)
e) (440,20)

10) (Enem 2015) Considere que os quarteirões de um bairro tenham sido desenhados no sistema cartesiano, sendo a origem o cruzamento das duas ruas mais movimentadas desse bairro.

Nesse desenho, as ruas têm suas larguras desconsideradas e todos os quarteirões são quadrados de mesma área e a medida de seu lado é a unidade do sistema.

A seguir há uma representação dessa situação, em que os pontos *A*, *B*, *C* e *D* representam estabelecimentos comerciais desse bairro.



Suponha que uma rádio comunitária, de fraco sinal, garante área de cobertura para todo estabelecimento que se encontre num ponto cujas coordenadas satisfaçam à inequação:

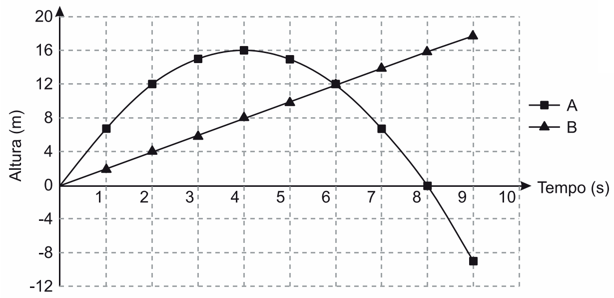
$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 31 \leq 0.$$

A fim de avaliar a qualidade do sinal, e proporcionar uma futura melhora, a assistência técnica da rádio realizou uma inspeção para saber quais estabelecimentos estavam dentro da área de cobertura, pois estes conseguem ouvir a rádio enquanto os outros não.

Os estabelecimentos que conseguem ouvir a rádio são apenas

a) A e C
b) B e C
c) B e D
d) A, B e C
e) B, C e D

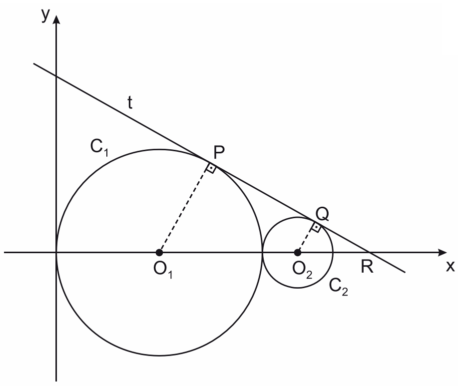
11) (Enem 2016) Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado. Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

a) diminuir em 2 unidades
b) diminuir em 4 unidades
c) aumentar em 2 unidades
d) aumentar em 4 unidades
e) aumentar em 8 unidades

12) (Enem 2016) Na figura estão representadas, em um plano cartesiano, duas circunferências: C_1 (de raio 3 e centro O_1) e C_2 (de raio 1 e centro O_2) tangentes entre si, e uma reta *t* tangente às duas circunferências nos pontos P e Q.



Nessas condições, a equação da reta *t* é

a) $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$

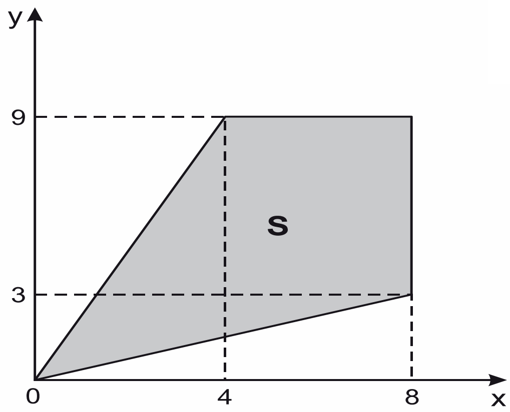
b) $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}x + 3\sqrt{3}$

c) $y = -x + 4$

d) $y = -\dfrac{2}{3}x + 4$

e) $y = -\dfrac{4}{5}x + 4$

13) (Enem 2016) Uma região de uma fábrica deve ser isolada, pois nela os empregados ficam expostos a riscos de acidentes. Essa região está representada pela porção destacada (quadrilátero de área S) na figura.



Para que os funcionários sejam orientados sobre a localização da área isolada, cartazes informativos serão fixados por toda a fábrica.

Para confeccioná-los, programador utilizará um software que permite desenhar essa região a partir de um conjunto de desigualdades algébricas.

As desigualdades que devem ser utilizadas no referido software, para o desenho da região de isolamento, são

a) $3y - x \leq 0;\ \ 2y - x \geq 0;\ \ y \leq 8;\ \ x \leq 9$
b) $3y - x \leq 0;\ \ 2y - x \geq 0;\ \ y \leq 9;\ \ x \leq 8$
c) $3y - x \geq 0;\ \ 2y - x \leq 0;\ \ y \leq 9;\ \ x \leq 8$
d) $4y - 9x \leq 0;\ \ 8y - 3x \geq 0;\ \ y \leq 8;\ \ x \leq 9$
e) $4y - 9x \leq 0;\ \ 8y - 3x \geq 0;\ \ y \leq 9;\ \ x \leq 8$

14) (Enem PPL 2016) Observou-se que todas as formigas de um formigueiro trabalham de maneira ordeira e organizada. Foi feito um experimento com duas formigas e os resultados obtidos foram esboçados em um plano cartesiano no qual os eixos estão graduados em quilômetros.

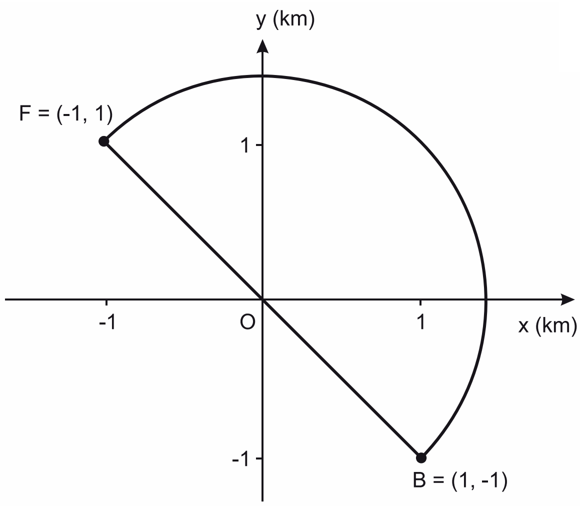
As duas formigas partiram juntas do ponto O, origem do plano cartesiana xOy.

a velocidade de 4 km/h. A outra Uma delas caminhou horizontalmente para o lado di
caminhou verticalmente para cima, à velocidade de 3 km/h

Após 2 horas de movimento, quais as coordenadas cartesianas das posições de cada formiga?

a) (8;0) e (0;6)
b) (4;0) e (0;6)
c) (4;0) e (0;3)
d) (0;8) e (6;0)
e) (0;4) e (3;0)

15) (Enem 2016) Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (F) até o reservatório de um novo bairro (B). Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas *xOy* da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de 1 m de galeria via segmento de reta demora 1,0 h, enquanto que 1 m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6 h. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro.

Use 3 como aproximação para π e 1,4 como aproximação para $\sqrt{2}$.

O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de

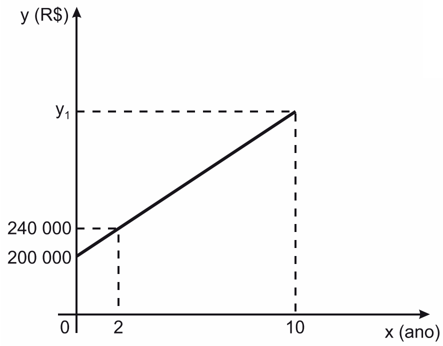
a) 1.260
b) 2.520
c) 2.800
d) 3.600
e) 4.000

16) (Enem Libras 2017) Foi utilizado o plano cartes a representação de um pavimento de lojas. A loja A está localizada no ponto A(1;2). No ponto médio entre a loja A e a loja B está o sanitário S, localizado no ponto S(5;10).

Determine as coordenadas do ponto de localização da loja B.

a) (-3; -6)
b) (-6; -3)
c) (3;6)
d) (9;18)
e) (18;9)

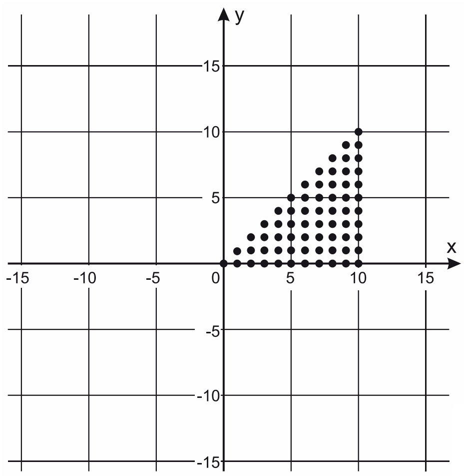
17) (Enem Libras 2017) Um sítio foi adquirido por R$ 200.000,00. O proprietário verificou que a valorização do imóvel, após sua aquisição, cresceu em função do tempo conforme o gráfico, e que sua tendência de valorização se manteve nos anos seguintes.



O valor desse sítio, no décimo ano após sua compra, em real, será de

a) 190.000,00
b) 232.000,00
c) 272.000,00
d) 400.000,00
e) 500.000,00

18) (Enem 2018) Para criar um logotipo, um profissional da área de *design* gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.



Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico. Esse conjunto é dado pelos pares ordenados $(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, tais que

a) $0 \leq x \leq y \leq 10$
b) $0 \leq y \leq x \leq 10$
c) $0 \leq x \leq 10,\ 0 \leq y \leq 10$
d) $0 \leq x + y \leq 10$
e) $0 \leq x + y \leq 20$

19 (Enem 2018) Para apagar os focos A e B de um incêndio, que estavam a uma distância de 30 m um do outro, os bombeiros de um quartel decidiram se posicionar de modo que a distância de um bombeiro ao foco A, de temperatura mais elevada, fosse sempre o dobro da distância desse bombeiro ao foco B, de temperatura menos elevada.

Nestas condições, a maior distância, em metro, que dois bombeiros poderiam ter entre eles é

a) 30
b) 40
c) 45
d) 60
e) 68

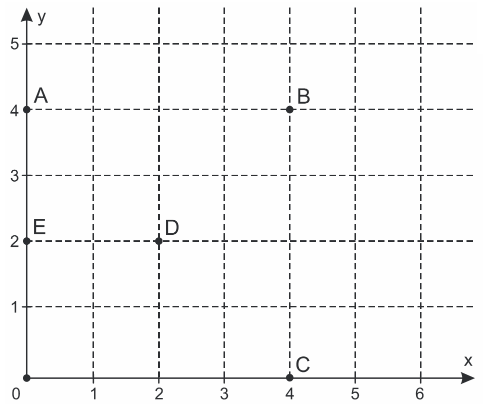
20) (Enem 2018) Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando "tiros", seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos.

Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas.

Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto.

Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados:

A(0;4), B(4;4), C(4;0), D(2;2) e E(0;2).



Passando pelo ponto A, qual a equação forneceria a maior pontuação?

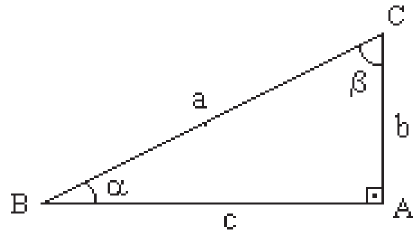
a) $x = 0$
b) $y = 0$
c) $x^2 + y^2 = 16$
d) $x^2 + (y-2)^2 = 4$
e) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$

GEOMETRIA ANALÍTICA									
1) A	2) B	3) E	4) A	5) E	6) E	7) C	8) D	9) E	10) D
11) C	12) B	13) E	14) A	15) B	16) D	17) D	18) B	19) B	20) E

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Trigonometria

1) RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO



$$\begin{cases} sen\alpha = \dfrac{b}{a} \\ \cos\alpha = \dfrac{c}{a} \\ tg\alpha = \dfrac{b}{c} \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} sen\beta = \dfrac{c}{a} \\ \cos\beta = \dfrac{b}{a} \\ tg\beta = \dfrac{c}{b} \end{cases}$$

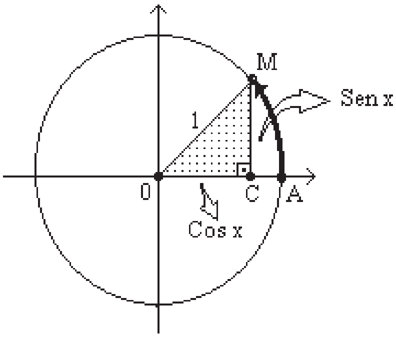
2) ÂNGULOS NOTÁVEIS

	30º	45º	60º
$sen\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

3) CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

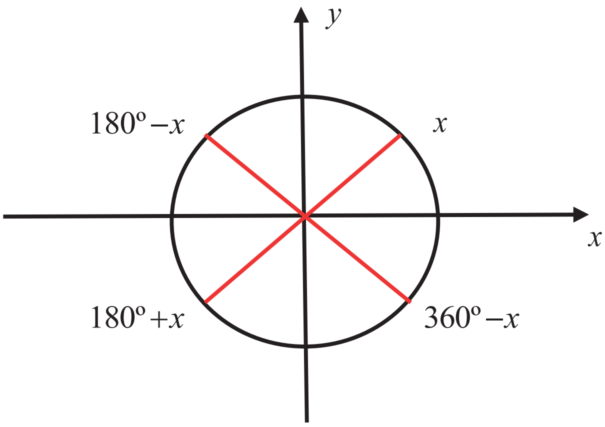
4) RELAÇÃO FUNDAMENTAL DA TRIGONOMETRIA

Seja x um ângulo representado na circunferência trigonométrica abaixo, sendo a medida do arco trigonométrico com extremidade no ponto M.

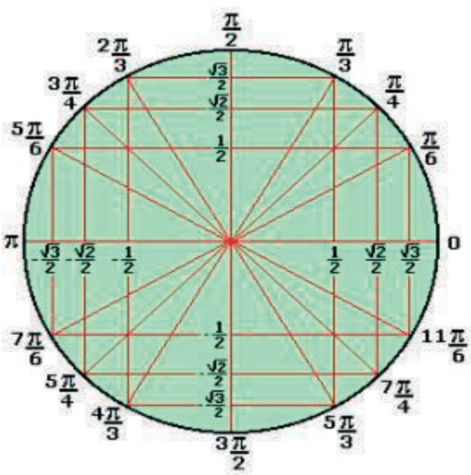


Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo OCM, temos a relação fundamental: $sen^2\alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

5) SIMETRIAS NO CICLO TRIGONOMÉTRICO

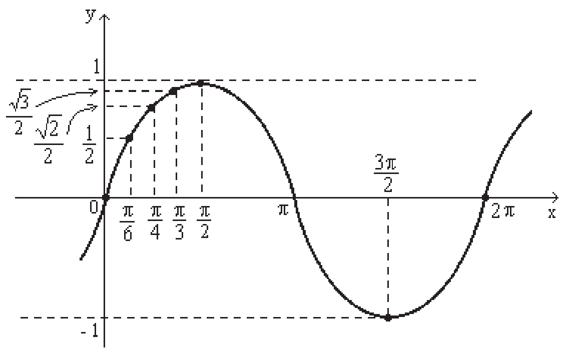


6) SIMETRIAS DOS ÂNGULOS NOTÁVEIS $30^o = \frac{\pi}{6}$, $45^o = \frac{\pi}{4}$ e $60^o = \frac{\pi}{3}$



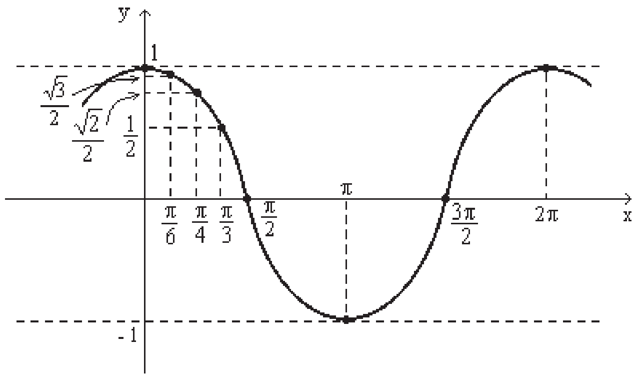
7) FUNÇÃO SENO: $f:\mathbb{R}\to[-1,1]$ tal que $f(x)=senx$.

GRÁFICO: $f(x)=senx$



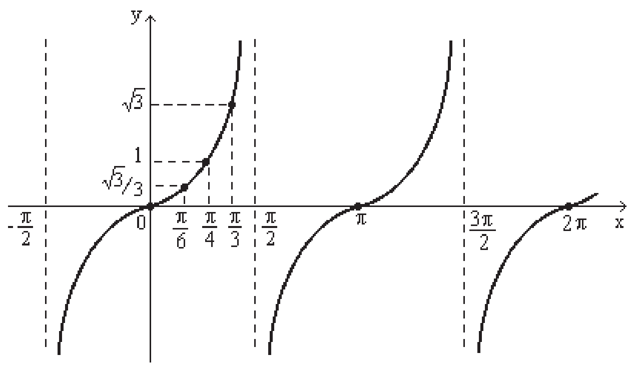
8) FUNÇÃO COSSENO: $f:\mathbb{R}\to[-1,1]$, tal que $f(x)=\cos x$.

GRÁFICO: $f(x)=\cos x$



9) FUNÇÃO TANGENTE: $f:D\to\mathbb{R}$ tal que $f(x)=tgx=\dfrac{senx}{\cos x}$, sendo $\cos x\neq 0$, ou seja, $D=\left\{x\in\mathbb{R}: x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}\right\}$.

GRÁFICO: $f(x)=tgx$



10) DEMAIS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

$$\text{cotg}(x)=\frac{1}{tg(x)}\ ,\ \sec(x)=\frac{1}{\cos(x)}\ ,\ \text{cossec}(x)=\frac{1}{sen(x)}$$

11) PERÍODO DAS FUNÇÕES SENO, COSSENO E TANGENTE

Uma função $y=f(x)$ é periódica de período P se $f(x+P)=f(x)$ para todo valor de x pertencente ao domínio da função.

Sabendo que os períodos das funções $f(x)=senx$, $f(x)=cosx$ e $f(x)=tgx\ x$, são respectivamente iguais a 2π, 2π e π, temos, no caso geral:

$$\begin{cases} f(x)=v+a\cdot sen(mx+h)\Rightarrow P=\dfrac{2\pi}{|m|} \\ f(x)=v+a\cdot cos(mx+h)\Rightarrow P=\dfrac{2\pi}{|m|} \\ f(x)=v+a\cdot tg(mx+h)\Rightarrow P=\dfrac{\pi}{|m|} \end{cases}$$

OBS: Cada uma das letras v,a,m e h representam, respectivamente, alterações no deslocamento vertical (v) do gráfico, amplitude (a)do gráfico, período do gráfico (m) e deslocamento horizontal (h).

12) FÓRMULAS DE ADIÇÃO DE ARCOS E ARCO DUPLO

$$\begin{cases} sen(a+b)=sen(a)\cos(b)+sen(b)\cos(a) \\ sen(a-b)=sen(a)\cos(b)-sen(b)\cos(a) \\ \cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-sen(a)sen(b) \\ \cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+sen(a)sen(b) \\ tg(a+b)=\dfrac{tg(a)+tg(b)}{1-tg\ \ a\ \ tg\ \ b} \\ tg(a+b)=\dfrac{tg(a)+tg(b)}{1-tg(a)tg(b)} \end{cases}$$

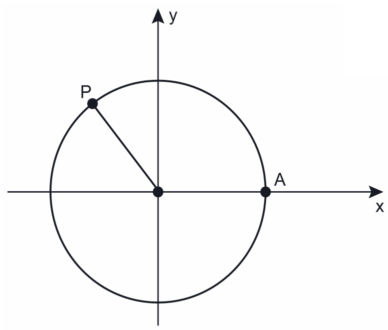
$$\begin{cases} sen(2x)=2sen(x)\cos(x) \\ tg(2x)=\dfrac{2tg(x)}{1-tg^2(x)} \\ \cos(2x)=\cos^2(x)-sen^2(x) \end{cases}$$

CICLO TRIGONOMÉTRICO E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

1) (EEAR) Gabriel verificou que a medida de um ângulo é $3\pi/10$. Essa medida é igual a

a) 48º
b) 54º
c) 66º
d) 72º

2) (UERJ) O círculo a seguir tem o centro na origem do plano cartesiano xy e raio igual a 1. Nele, AP determina um arco de 120º. As coordenadas de P são:



a) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ b) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ c) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ d) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

3) (UEG) Na competição de *skate* a rampa em forma de U tem o nome de *vert*, onde os atletas fazem diversas manobras radicais. Cada uma dessas manobras recebe um nome distinto de acordo com o total de giros realizados pelo skatista e pelo *skate*, uma delas é a "180 *allie frontside*", que consiste num giro de meia volta. Sabendo-se que 540º e 900º são côngruos a 180º, um atleta que faz as manobras 540 *Mc Tuist* e 900 realizou giros completos de

a) 1,5 e 2,5 voltas respectivamente.
b) 0,5 e 2,5 voltas respectivamente.
c) 1,5 e 3,0 voltas respectivamente.
d) 3,0 e 5,0 voltas respectivamente.
e) 1,5 e 4,0 voltas respectivamente.

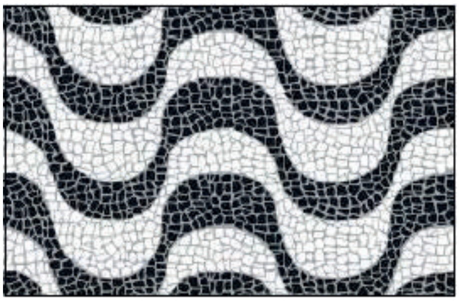
4) (PUCRJ) Assinale a alternativa correta

a) sen(1000º) < 0
b) sen(1000º) > 0
c) sen(1000º) = cos(1000º)
d) sen(1000º) = – sen(1000º)
e) sen(1000º) = – cos(1000º)

5) (PUCRJ) Assinale a alternativa correta:

a) cos(2000º) < 0
b) sen(2000º) > 0
c) sen(2000º) = cos(2000º)
d) sen(2000º) = – sen(2000º)
e) sen(2000º) = – cos(2000º)

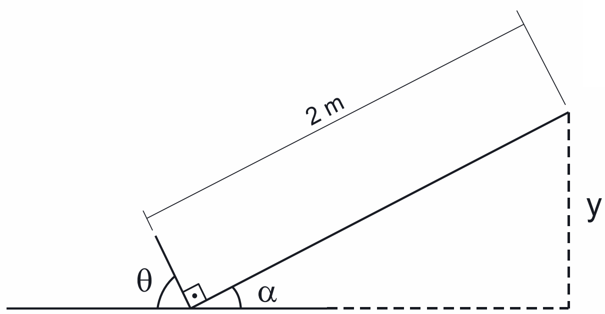
6) (PUCRS) O calçadão de Copacabana é um dos lugares mais visitados no Rio de Janeiro. Seu traçado é baseado na praça do Rocio, em Lisboa, e simboliza as ondas do mar.



Quando vemos seus desenhos, fica evidente que podemos pensar na representação gráfica de uma função

a) logarítmica.
b) exponencial.
c) seno ou cosseno.
d) polinomial de grau 1.
e) polinomial de grau 2.

7) (UNIFOR) Uma cama de hospital, equipada com um ajustador hidráulico, move-se de acordo com um controle manual de subir e descer.



A altura *y* que a cama varia em função de θ é de:

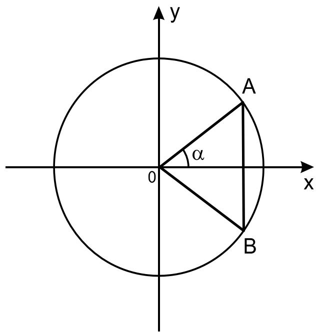
a) $y = 2\ \text{sen}\theta$
b) $y = 2\ \text{sen}\theta + 2$
c) $y = \text{tg}\theta + 2$
d) $y = 2\cos\theta$
e) $y = 2\cos\theta + 2$

8) (INSPER) Considere dois ângulos agudos cujas medidas a e b, em graus, são tais que $a + b = 90^\circ$ e $4\,\text{sen}a - 10\,\text{sen}b = 0$.

Nessas condições é correto concluir que

a) $\text{tg}a = 1$ e $\text{tg}b = 1$
b) $\text{tg}a = 4$ e $\text{tg}b = 1/4$
c) $\text{tg}a = 1/4$ e $\text{tg}b = 1$
d) $\text{tg}a = 2/5$ e $\text{tg}b = 5/2$
e) $\text{tg}a = 5/2$ e $\text{tg}b = 2/5$

9) (UPE) Na figura a seguir, estão representados o ciclo trigonométrico e um triângulo isósceles OAB.



Qual das expressões abaixo corresponde à área do triângulo OAB em função do ângulo α?

a) $\text{tg}\alpha \cdot \text{sen}\alpha$
b) $(\text{tg}\alpha \cdot \text{sen}\alpha) / 2$
c) $\text{sen}\alpha \cdot \cos\alpha$
d) $(\text{tg}\alpha \cdot \cos\alpha) / 2$
e) $\text{tg}\alpha \cdot \cos\alpha$

10) (UNISINOS) As funções seno e cosseno de qualquer ângulo x satisfazem a seguinte identidade: $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$. Se $\cos x = 0{,}5$ quais são os possíveis valores do seno deste ângulo x?

a) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ e $\frac{\sqrt{5}}{2}$
b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
c) $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$
d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\frac{\sqrt{2}}{2}$
e) $-\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{4}$

11) (UPF) Seja x um número real pertencente ao intervalo $]\ \pi/2\ ,\ \pi[$ .A expressão que representa um número real positivo é:

a) $\cos x - \operatorname{sen} x$
b) $\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{tg} x$
c) $\cos x \cdot \operatorname{sen} x$
d) $\operatorname{sen} x - \operatorname{tg} x$
e) $\cos x + \operatorname{tg} x$

12) (UPE) Num triângulo retângulo, temos que $\operatorname{tg} x = 3$. Se x é um dos ângulos agudos desse triângulo, qual o valor de $\cos x$?

a) $\frac{\sqrt{5}}{10}$
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{2}}{10}$
d) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

13) (MACKENZIE) Se $\cos x = 2/3$, onde $\frac{3\pi}{2} \le x \le 2\pi$, então o valor de $\operatorname{tg} x$ é igual a

a) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$
b) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

14) (UCS) Qual é o valor de $\operatorname{sen}(2\alpha)$ para α tal que $\operatorname{sen}\alpha = 1/4$ e $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$.

Dado: para todo número real x vale a identidade trigonométrica $\operatorname{sen}(2x) = 2 \cdot \operatorname{sen} x \cdot \cos x$.

a) $-\frac{\sqrt{15}}{4}$
b) $-\frac{\sqrt{15}}{8}$
c) $\frac{\sqrt{15}}{8}$
d) $\frac{\sqrt{15}}{4}$

15) (UNICAMP) Sejam k e θ números reais tais que $\operatorname{sen}\theta$ e $\cos\theta$ são soluções da equação quadrática $2x^2 + x + k = 0$. Então, k é um número

a) irracional
b) racional não inteiro
c) inteiro positivo
d) inteiro negativo

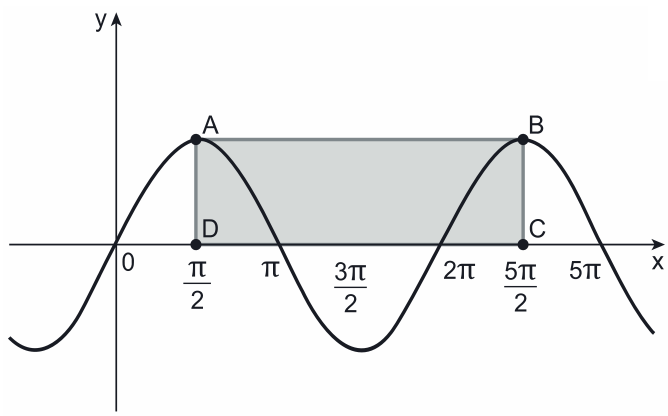
16) (MACHENZIE) Seja $g(x) = x^2 + x\cos\beta + \operatorname{sen}\beta$. Se $g(x) = 0$ e $\beta = \dfrac{3\pi}{2}$ então x vale

a) somente 1
b) somente –1
c) –1 ou 0
d) –1 ou 1
e) 1 ou 0

17) (IFCE) Para $x = \dfrac{\pi}{3}$, o valor da expressão $\dfrac{2\cos(x)+1}{\sec(3x)+\sec(2x)}$ é

a) 1/3
b) 3/2
c) – 1/2
d) – 2/3
e) – 3/2

18) (UERJ) O gráfico a seguir representa a função periódica definida por $f(x) = 2\operatorname{sen}(x)$, $x \in \mathbb{R}$. No intervalo $\left[\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{5\pi}{2}\right]$, A e B são pontos do gráfico nos quais $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = f\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)$ são valores máximos dessa função.



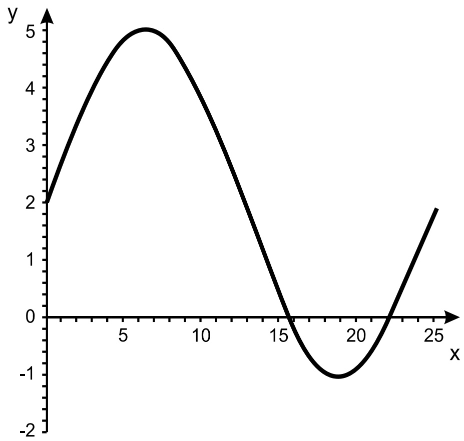
A área do retângulo ABCD é:

a) 6π
b) 5π
c) 4π
d) 3π

19) (UNISC) Se f é uma função real dada por $f(x) = 2 - \cos(2x)$, então é correto afirmar que:

a) $1 \leq f(x) \leq 3$ para todo x real.
b) O gráfico de f intercepta o eixo x.
c) $f(x) \leq 2$ para todo x real.
d) $f(0) = 2$.
e) $f(x) \geq 3$ para todo x real.

20) (PUCRS) A figura a seguir representa um esboço do gráfico de uma função $y = A + B\,\text{sen}\left(\dfrac{x}{4}\right)$, que é muito útil quando se estudam fenômenos periódicos, como, por exemplo, o movimento de uma mola vibrante. Então, o produto das constantes positivas A e B é igual a:



a) 6
b) 10
c) 12
d) 18
e) 50

21) (UFRGS) O período da função definida por $f(x) = \text{sen}\left(3x - \dfrac{\pi}{2}\right)$ é

a) π/2
b) 2π/3
c) 5π/6
d) π
e) 2π

22) (UERN) A razão entre o maior e o menor número inteiro que pertencem ao conjunto imagem da função trigonométrica $y = -4 + 2\cos\left(x - \dfrac{2\pi}{3}\right)$ é

a) 2
b) 1/3
c) – 3
d) – 1/2

23) (UFRGS) Considere a função real de variável real $f(x) = 3 - 5\text{sen}(2x + 4)$. Os valores de máximo, mínimo e o período de $f(x)$ são, respectivamente,

a) –2, 8 e π
b) 8, –2 e π
c) π, –2, 8
d) π, 8 e –2
e) 8, π e –2

24) (MACKENZIE) O maior valor que o número real $\dfrac{10}{2 - \dfrac{sen\ x}{3}}$ pode assumir é

a) $\dfrac{20}{3}$
b) $\dfrac{7}{3}$
c) 10
d) 6

25) (UECE) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{3}{2 + \text{sen}x}$. Se M e m são respectivamente os valores máximo e mínimo que a função f assume, o valor do produto M·m é

a) 2,0
b) 3,5
c) 3,0
d) 1,5

26) (IMED) A atração gravitacional que existe entre a Terra e a Lua provoca, entre outros fenômenos, o da chamada maré astronômica, que se caracteriza pelo periódico aumento e diminuição do nível do mar. Medindo e tabulando essas variações, os estudiosos do assunto podem descrever matematicamente o comportamento do nível do mar em determinado local por meio de uma função. A fórmula a seguir corresponde a medições feitas na cidade de Boston, no dia 10 de fevereiro de 1990.

$$h(t) = 1,5 + 1,4 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right)$$

Nessa função, $h(t)$ (em metros) corresponde à altura do nível do mar, e t, ao tempo transcorrido desde a meia-noite (em horas). Com base nessas informações, quantas horas se passaram desde o início da medição até que o nível do mar tenha atingido 2,2 metros pela primeira vez?

a) 2 horas
b) 3 horas
c) 4 horas
d) 5 horas
e) 6 horas

27) (PUCRS) A pressão arterial é a pressão que o sangue exerce sobre as paredes das artérias. Ela atinge o valor máximo (pressão sistólica) quando os ventrículos se contraem, e o valor mínimo (pressão diastólica) quando eles estão em repouso.

Suponhamos que a variação da pressão arterial (em mmHg) de um cidadão portoalegrense em função do tempo (em segundos) é dada por $P(t) = 100 - 20 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot t\right)$.

Diante disso, os valores da pressão diastólica e sistólica, em mmHg são iguais, respectivamente, a

a) 60 e 100
b) 60 e 120
c) 80 e 120
d) 80 e 130
e) 90 e 120

28) (UFSM) Em muitas cidades, os poluentes emitidos em excesso pelos veículos causam graves problemas a toda população. Durante o inverno, a poluição demora mais para se dissipar na atmosfera, favorecendo o surgimento de doenças respiratórias.

Suponha que a função $N(x) = 180 - 54\cos\left(\frac{\pi}{6}(x-1)\right)$ represente o número de pessoas com doenças respiratórias registrado num Centro de Saúde, com $x = 1$ correspondendo ao mês de janeiro, $x = 2$, ao mês de fevereiro e assim por diante.

A soma do número de pessoas com doenças respiratórias registrado nos meses de janeiro, março, maio e julho é igual a

a) 693
b) 720
c) 747
d) 774
e) 936

29) (FGV) A previsão de vendas mensais de uma empresa para 2011, em toneladas de um produto, é dada por $f(x) = 100 + 0,5x + 3sen\frac{\pi x}{6}$, em que $x = 1$ corresponde a janeiro de 2011, $x = 2$ corresponde a fevereiro de 2011 e assim por diante.

A previsão de vendas (em toneladas) para o primeiro trimestre de 2011 é:

(Use a aproximação decimal $\sqrt{3} = 1,7$)

a) 308,55
b) 309,05
c) 309,55
d) 310,05
e) 310,55

30) (UERN) Um determinado inseto no período de reprodução emite sons cuja intensidade sonora oscila entre o valor mínimo de 20 decibéis até o máximo de 40 decibéis, sendo t a variável tempo em segundos. Entre as funções a seguir, aquela que melhor representa a variação da intensidade sonora com o tempo I(t) é

a) $50 - 10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

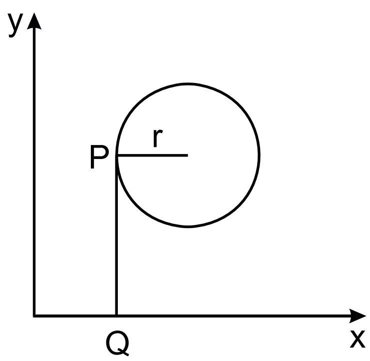
b) $30 + 10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

c) $40 + 20\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

d) $60 - 20\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

CICLO TRIGONOMÉTRICO E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS									
1) B	2) A	3) A	4) A	5) A	6) C	7) D	8) E	9) C	10) B
11) D	12) D	13) B	14) B	15) B	16) D	17) D	18) C	19) A	20) A
21) B	22) B	23) B	24) D	25) C	26) A	27) C	28) B	29) D	30) B

1) (Enem 2009) Considere um ponto P em uma circunferência de raio r no plano cartesiano. Seja Q a projeção ortogonal de P sobre o eixo x, como mostra a figura, e suponha que o ponto P percorra, no sentido anti-horário, uma distância $d \leq r$ sobre a circunferência. Então, o ponto Q percorrerá, no eixo x, uma distância dada por



a) $r \cdot \left(1 - sen\left(\frac{d}{r}\right)\right)$

b) $r \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{d}{r}\right)\right)$

c) $r \cdot \left(1 - tg\left(\frac{d}{r}\right)\right)$

d) $r \cdot sen\left(\frac{r}{d}\right)$

e) $r \cdot \cos\left(\frac{r}{d}\right)$

2) (Enem 2010) Um satélite de telecomunicações, t minutos após ter atingido sua órbita, está a r quilômetros de distância do centro da Terra. Quando r assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o *apogeu* e o *perigeu*, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de r em função de t seja dado por $r(t) = \dfrac{5865}{1 + 0{,}15 \cdot \cos(0{,}06t)}$.

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de r, no *apogeu* e no *perigeu*, representada por S.
O cientista deveria concluir que, periodicamente, S atinge o valor de

a) 12 765 km
b) 12 000 km
c) 11 730 km
d) 10 965 km
e) 5 865 km

3) (Enem PPL 2014) Uma pessoa usa um programa de computador que descreve o desenho da onda sonora correspondente a um som escolhido. A equação da onda é dada, num sistema de coordenadas cartesianas, por $y = a \cdot sen\left[b \cdot (x + c)\right]$, em que os parâmetros a, b e c são positivos.

O programa permite ao usuário provocar mudanças no som, ao fazer alterações nos valores desses parâmetros. A pessoa deseja tornar o som mais agudo e, para isso, deve diminuir o período da onda.

O(s) único(s) parâmetro(s) que necessita(m) ser alterado(s) é(são)

a) a
b) b
c) c
d) a e b
e) b e c

4) (Enem PPL 2015) Um técnico precisa consertar o termostato do aparelho de ar-condicionado de um escritório, que está desregulado.

A temperatura T, em graus Celsius, no escritório, varia de acordo com a função $T(h) = A + B \cdot sen\left(\frac{\pi}{12}(h-12)\right)$, sendo h o tempo, medido em horas, a partir da meia-noite $(0 \leq h \leq 24)$, A e B os parâmetros que o técnico precisa regular.

Os funcionários do escritório pediram que a temperatura máxima fosse 26ºC a mínima 18ºC e que durante a tarde a temperatura fosse menor do que durante a manhã.

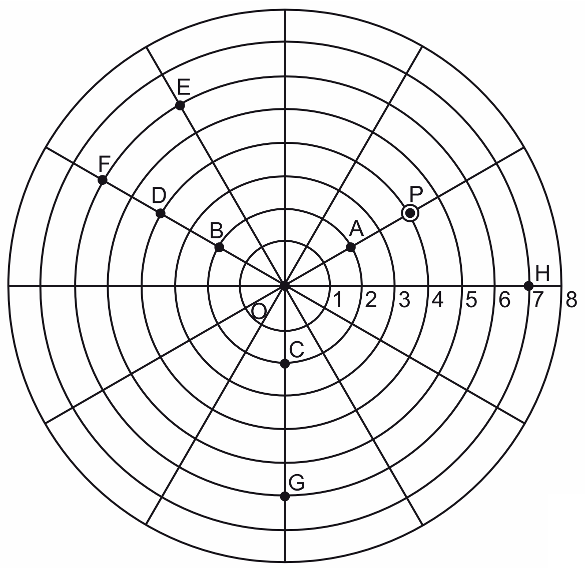
Quais devem ser os valores de A e de B para que o pedido dos funcionários seja atendido?

a) A = 18 e B = 8
b) A = 22 e B = - 4
c) A = 22 e B = 4
d) A = 26 e B = - 8
e) A = 26 e B = 8

5) (Enem PPL 2015) No jogo mostrado na figura, uma bolinha desloca-se somente de duas formas: Ao longo de linhas retas ou por arcos de circunferências centradas no ponto O e raios variando de 1 a 8.

Durante o jogo, a bolinha que estiver no ponto P deverá realizar a seguinte sequência de movimentos: 2 unidades no mesmo sentido utilizado para ir do ponto O até o ponto A e, no sentido anti-horário, um arco de circunferência cujo ângulo central é 120º.

Após a sequência de movimentos descrita, a bolinha estará no ponto



a) B
b) D
c) E
d) F
e) G

6) (Enem 2015) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), produtos sazonais são aqueles que apresentam ciclos bem definidos de produção, consumo e preço.

Resumidamente, existem épocas do ano em que a sua disponibilidade nos mercados varejistas ora é escassa, com preços elevados, ora é abundante, com preços mais baixos, o que ocorre no mês de produção máxima da safra.

A partir de uma série histórica, observou-se que o preço P, em reais, do quilograma de um certo produto sazonal pode ser descrito pela função $P(x) = 8 + 5\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right)$, onde x representa o mês do ano, sendo x = 1 associado ao mês de janeiro, x = 2 ao mês de fevereiro, até x = 12 associado ao mês de dezembro.

Na safra, o mês de produção máxima desse produto é

a) janeiro
b) abril
c) junho
d) julho
e) outubro

7) (Enem 2017) Um cientista, em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo $P(t) = A + B \cdot \cos(kt)$ em que A, B e k são constantes reais positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo.

Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas. Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função $P\ t$

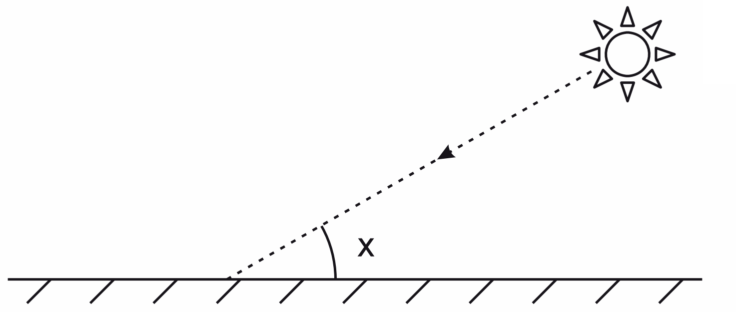
a) $P(t) = 99 + 21\cos(3\pi t)$
b) $P(t) = 78 + 42\cos(3\pi t)$
c) $P(t) = 99 + 21\cos(2\pi t)$
d) $P(t) = 99 + 21\cos(t)$
e) $P(t) = 78 + 42\cos(t)$

8) (Enem 2017) Raios de luz solar estão atingindo a superfície de um lago formando um ângulo x com a sua superfície, conforme indica a figura.

Em determinadas condições, pode-se supor que a intensidade luminosa desses raios, na superfície do lago, seja dada aproximadamente por $I(x) = k \cdot \text{sen}(x)$ sendo k uma constante, e supondo-se que x está entre 0º e 90º.

Quando $x = 30°$, a intensidade luminosa se reduz a qual percentual de seu valor máximo?

a) 33%
b) 50%
c) 57%
d) 70%
e) 86%

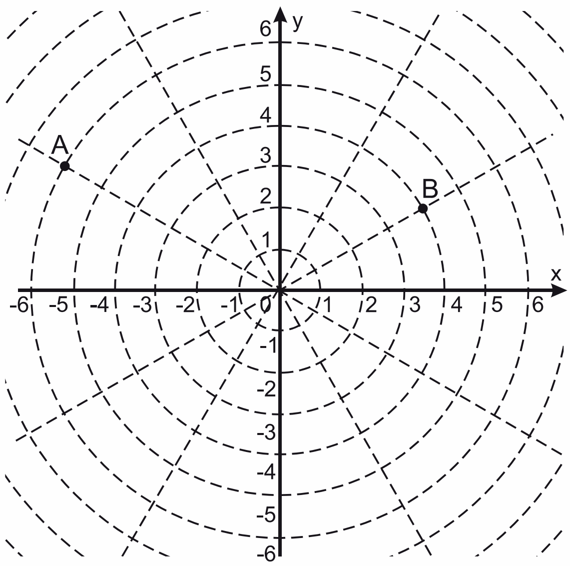


9) (Enem 2018) Sobre um sistema cartesiano considera-se uma malha formada por circunferências de raios com medidas dadas por números naturais e por 12 semirretas com extremidades na origem, separadas por ângulos de $\frac{\pi}{6}$ rad, conforme a figura.

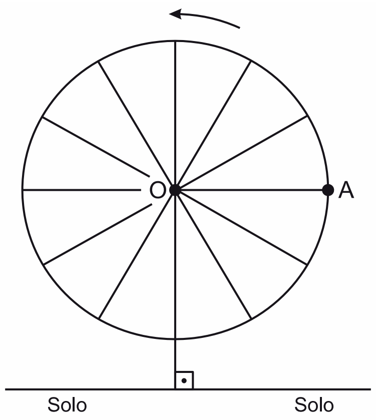
Suponha que os objetos se desloquem apenas pelas semirretas e pelas circunferências dessa malha, não podendo passar pela origem (0,0).

Considere o valor de π com aproximação de, pelo menos, uma casa decimal. Para realizar o percurso mais curto possível ao longo da malha, do ponto B até o ponto A um objeto deve percorrer uma distância igual a

a) $\frac{2 \cdot \pi \cdot 1}{3} + 8$
b) $\frac{2 \cdot \pi \cdot 2}{3} + 6$
c) $\frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{3} + 4$
d) $\frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{3} + 2$
e) $\frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{3} + 2$



10) (Enem 2018) Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a *High Roller*, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto A representa uma de suas cadeiras:

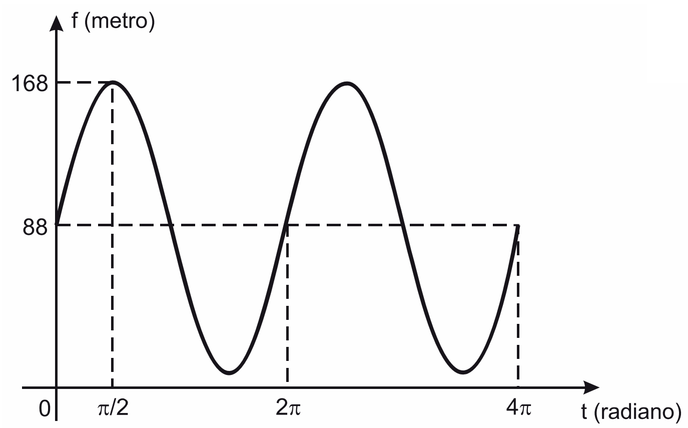


Disponível em: http://en.wikipedia.org.
Acesso em: 22 abr. 2014. (adaptado).

A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a *High Roller* no sentido anti-horário, em torno do ponto O.

Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t.

Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:



A expressão da função altura é dada por

a) $f(t) = 80 \cdot \text{sen}(t) + 88$
b) $f(t) = 80 \cdot \cos(t) + 88$
c) $f(t) = 88 \cdot \cos(t) + 168$
d) $f(t) = 168 \cdot \text{sen}(t) + 88 \cdot \cos(t)$
e) $f(t) = 88 \cdot \text{sen}(t) + 168 \cdot \cos(t)$

TRIGONOMETRIA									
1) B	**2) B**	**3) B**	**4) B**	**5) D**	**6) D**	**7) A**	**8) B**	**9) A**	**10) A**

MAT 3

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Equações e Problemas

1) (FJP) Um barbeiro cobra R$ 8,00 por corte de cabelo de adulto e R$ 6,00 pelo de criança. Em um determinado dia, atendeu 33 fregueses, recebendo um total de R$ 246,00. Nessas condições, a diferença entre o total de adultos e o total de crianças que ele atendeu, nesse dia, é de:

a) 15 atendimentos
b) 16 atendimentos
c) 17 atendimentos
d) 18 atendimentos
e) 19 atendimento

2) Em um jogo de perguntas e respostas um jogador ganha R$ 8,00 por pergunta respondida corretamente e perde R$ 5,00 por pergunta respondida errada. Sabe-se que Gabriel respondeu 40 perguntas e ganhou R$ 86,00 ao final do programa. Sabendo disso podemos afirmar que o número de perguntas que ele respondeu corretamente é um número:

a) primo
b) múltiplo de 11
c) quadrado perfeito
d) divisor de 40

3) (UFMG) Um estudante planejou fazer uma viagem de férias e reservou certa quantia em dinheiro para o pagamento de diárias. Ele tem duas opções de hospedagem: a Pousada A, com diária de R$ 25,00, e a Pousada B, com diária de R$ 30,00. Se escolher a Pousada A, em vez da Pousada B, ele poderá ficar três dias a mais de férias. Nesse caso, é correto afirmar que, para o pagamento de diárias, esse estudante reservou:

a) R$ 300,00
b) R$ 600,00
c) R$ 350,00
d) R$ 450,00

4) (UFMG) Num cinema, ingressos são vendidos a R$ 10,00 para adultos e a R$ 5,00 para crianças. Num domingo, na sessão da tarde, o número de ingressos vendidos para crianças foi o dobro do número vendido para crianças na sessão da noite. A renda da sessão da tarde foi R$ 300,00 a menos que a renda na sessão da noite e, em ambas as sessões, foi vendido o mesmo número de ingressos. Nesse domingo, o número de ingressos vendidos para crianças, na sessão da noite, foi:

a) 50
b) 55
c) 60
d) 65

5) (UFES) alhau Saither, a R$ 9,00 o quilo, e o bacalhau da Noruega, a R$ 23,00 o quilo. Uma dona de casa que comprou 1 kg de bacalhau e gastou R$ 14,60 adquiriu, do bacalhau Saither:

a) 800 g
b) 750 g
c) 600 g
d) 400 g
e) 350 g

6) (UFMG) Um grupo de pessoas pretende viajar num ônibus. Se, em cada banco do ônibus, forem sentadas 2 pessoas, ainda assim sobrariam 12 pessoas para viajarem em pé. No entanto, se, em cada banco, forem sentadas 3 pessoas, sobrariam 3 bancos desocupados. Com base nessas informações, pode-se afirmar que o número de pessoas que pretendem viajar no ônibus é:

a) 50
b) 54
c) 60
d) 72

7) (UFV) Uma certa quantidade de livros será embalada em caixas. Se forem colocados 3 livros por caixa, todas as caixas serão usadas e sobrará 1 livro. Se forem colocados 4 livros por caixa, sobrará uma caixa vazia. O número de livros é:

a) 16
b) 20
c) 24
d) 12

8) (UNESP) Em uma sala, havia certo número de jovens. Quando Paulo chegou, o número de rapazes presentes na sala ficou o triplo do número de garotas. Se, ao invés de Paulo, tivesse entrado na sala Alice, o número de garotas ficaria a metade do número de rapazes. O número de jovens que estavam inicialmente na sala (antes de Paulo chegar) era:

a) 11
b) 9
c) 8
d) 6
e) 5

9) (FJP) Pedro e Marcos têm, juntos R$ 60.000,00. Se Pedro der a Marcos a metade do que possui, este passará a ter o quádruplo da nova quantia de Pedro. Assim sendo, a diferença entre as quantias iniciais de Pedro e Marcos é de:

a) R$ 10.600,00
b) R$ 12.000,00
c) R$ 14.800,00
d) R$ 15.600,00
e) R$ 18.000,00

lher. 10) (UNI-BH) Considerando-se que,
quando nasceu o primeiro filho, que hoje tem 5 anos, a soma de suas idades era de 70 anos, a idade da mulher, em anos, é hoje de:

a) 25
b) 30
c) 35
d) 40

EQUAÇÕES E PROBLEMAS

11) (FUVEST) Um casal tem filhos e filhas. Cada filho tem o número de irmãos igual ao número de irmãs. Cada filha tem o número de irmãos igual ao dobro do número de irmãs. O número que representa o total de filhos e filhas do casal é:

a) Divisor de 294
b) Múltiplo de 5
c) Quadrado perfeito
d) Divisível por 3

12) (OBM) Há 18 anos Hélio tinha precisamente três vezes a idade de seu filho. Agora tem o dobro da idade desse filho. A soma das idades de Hélio e seu filho é:

a) 108
b) 54
c) 60
d) 75

13) Um orfanato recebeu uma quantidade x de brinquedos para ser distribuída entre as crianças. Se cada criança receber três brinquedos, sobrarão 70 brinquedos para serem distribuídos; mas, para que cada criança possa receber 5 brinquedos, serão necessários mais 40 brinquedos. O número de crianças do orfanato e a quantidade x de brinquedos que o orfanato recebeu são, respectivamente:

a) 50 e 290
b) 55 e 235
c) 55 e 220
d) 60 e 250

14) Gabriel tem hoje o triplo da idade que Valentina tinha, quando Gabriel tinha o dobro da idade que Valentina tem hoje. Se a soma das idades de Gabriel e Valentina, hoje, é igual a 26 anos, então é correto afirmar que a idade que Gabriel tem hoje é um número cuja soma dos algarismos é igual a:

a) 18
b) 12
c) 9
d) 6

15) As despesas com uma festa de formatura de uma classe totalizaram R$ 2.800,00. Cinco alunos, que são reprovados, obrigam os demais a pagar, além da sua parte, um adicional de R$ 10,00 cada um. O total de alunos dessa classe é:

a) 35
b) 40
c) 45
d) 50

16) Acabo de ler um livro de 480 páginas. Se tivesse lido 10 páginas a mais por dia, em média, teria terminado de ler o livro há 4 dias. Gastei, na leitura do livro:

a) 16 dias
b) 15 dias
c) 14 dias
d) 12 dias

17) No final de um dia de trabalho, os garçons de um restaurante, que são menos de 10, dividiram igualmente, entre si, R$ 175,00 de gorjetas. No dia seguinte, um dos garçons faltou ao trabalho e os demais dividiram igualmente entre si as gorjetas, que totalizaram R$144,00. Nesse dia, cada um recebeu R$ 1,00 a menos que no dia anterior. Quantos são os garçons desse restaurante?

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6

18) (UFMG) Dois nadadores, posicionados em lados opostos de uma piscina retangular e em raias adjacentes, começam a nadar em um mesmo instante, com velocidades constantes. Sabe-se que, nas duas primeiras vezes em que ambos estiveram lado a lado eles nadavam em sentidos opostos: na primeira vez, a 15 m de uma borda e, na segunda vez, a 12 m da outra borda. Considerando-se essas informações é correto afirmar que o comprimento dessa piscina e:

a) 21 m
b) 27 m
c) 33 m
d) 54 m

19) Em um jogo de perguntas e respostas, um jogador ganha R$ 30,00 por cada resposta certa e perde R$18,00 por resposta errada. Ao responder 26 perguntas, esse jogador faturou R$ 300,00. Quantas perguntas ele acertou?

a) 14
b) 15
c) 16
d) 17
e) 18

20) Em uma lanchonete são vendidos doces, salgados e refrigerantes. Sabe-se que:

- Valéria gastou R$ 15,10 na compra de 4 refrigerantes, 2 salgados e 1 doce;
- Renato gastou R$ 14,40 na compra de 3 refrigerantes e 5 doces;
- Gabriel gastou R$ 12,50 na compra de 5 salgados e 1 doce.

Comprando nessa mesma lanchonete, podemos afirmar que a quantia paga por uma pessoa que comprar 1 refrigerante, 1 salgado e 1 doce será igual a:

a) R$ 5,50
b) R$ 6,00
c) R$ 6,50
d) R$ 7,00
e) R$ 7,50

EQUAÇÕES E PROBLEMAS									
1) A	2) B	3) D	4) C	5) C	6) B	7) A	8) A	9) B	10) C
11) A	12) A	13) B	14) C	15) B	16) A	17) C	18) C	19) C	20) B

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Função Afim

FUNÇÃO AFIM

1) DEFINIÇÃO: Sejam a e b números reais, com $a \neq 0$, chamamos de função polinomial do 1º grau ou função afim, a toda função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax + b$, onde a é o coeficiente angular e b é o coeficiente linear.

OBS: Se $b = 0 \Rightarrow f(x) = ax$ (função linear).

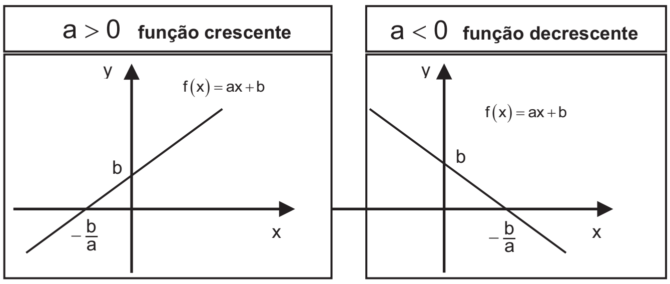
2) Raiz ou zero da função $f(x) = ax + b$.

$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{b}{a}$, então $x = -\dfrac{b}{a}$ indica a raiz da função $f(x) = ax + b$.

OBS: Graficamente, a raiz indica o valor de x para o qual o gráfico da função intersecta o eixo x, ou seja, quando $y = f(x) = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{b}{a}$,ou seja, $\left(-\dfrac{b}{a}, 0\right)$ é o ponto onde a função intersecta o eixo x.

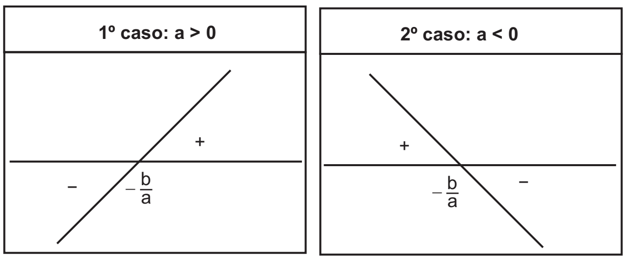
3) Gráfico e os coeficientes da função do 1º grau

O gráfico da função Afim é uma reta. O coeficiente angular vai indicar se a reta é crescente ou decrescente enquanto o coeficiente linear b indica o ponto onde essa reta intersecta o eixo y, ou seja, se $x = 0 \Rightarrow f(0) = b$, isto é, o ponto $(0, b)$ é onde a reta intersecta o eixo y.



4) Estudo do sinal do uma função do 1º grau

Os sinais da imagem da função $f(x) = ax + b$ com $a \neq 0$ dependem diretamente da raiz e do sinal do coeficiente angular. O estudo de sinal será dividido em



1) (PUC) Uma função do 1º grau é tal que, $f(-1)=5$ e $f(3)=-3$. Então $f(0)$ é igual a:

a) 2
b) 3
c) 4
d) −1

2) Considere a função afim tal que $f(1)=3$ e $f(3)=-5$. Das alternativas abaixo, assinale a única correta:

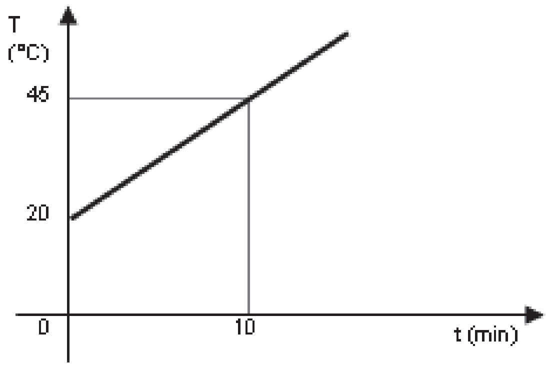
a) f é uma função crescente.
b) $f(0)=7$
c) $f(f(1))=5$
d) $f(x)>0 \Leftrightarrow x>\frac{7}{4}$

3) (PUC 2015) A função linear $R(t)=at+b$ expressa o rendimento R, em milhares de reais, de certa aplicação em que o tempo t é contado em meses.

Se $R(1)=-1$ e $R(2)=1.$, o rendimento obtido nessa aplicação, em quatro meses, é:

a) R$ 3.500,00
b) R$ 4.500,00
c) R$ 5.000,00
d) R$ 5.500,00

4) O comportamento da temperatura de uma sustância varia linearmente com o tempo, conforme o gráfico:



Após a análise do gráfico, pode-se constatar que todas as informações estão corretas, exceto:

a) A cada minuto, a temperatura dessa substância aumenta em 2,5°C.
b) O tempo necessário, para que a temperatura da substância chegue a 40°C é 8 min.
c) A temperatura inicial da substância era de 20°C.
d) Depois de 5 minutos aquecida, a temperatura da substância é de 30°C.

5) (PUC) Com base no gráfico da função $y = f(x)$, o valor $f(f(f(1)))$ é:

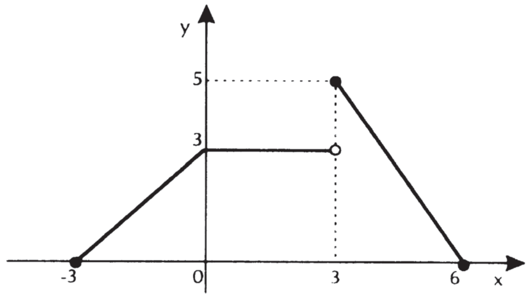
a) $-\frac{8}{3}$

b) $-\frac{5}{3}$

c) $\frac{8}{3}$

d) $\frac{5}{3}$

e) 5



6) (UEPA 2015) Segundo a Organização das Nações Unidas (ONU) a população da Terra atingiu a marca de 7,2 bilhões de habitantes em 2013, dados publicados no estudo “Perspectivas de População Mundial”. De acordo com as projeções de crescimento demográfico, seremos 8,1 bilhões de habitantes em 2025 e 9,6 bilhões de habitantes em 2050. Supondo que a partir de 2025, a população mundial crescerá linearmente, a expressão que representará o total de habitantes (H) em bilhões de pessoas, em função do número de anos (A) é:

a) $H = 0{,}060 \cdot A + 8{,}1$

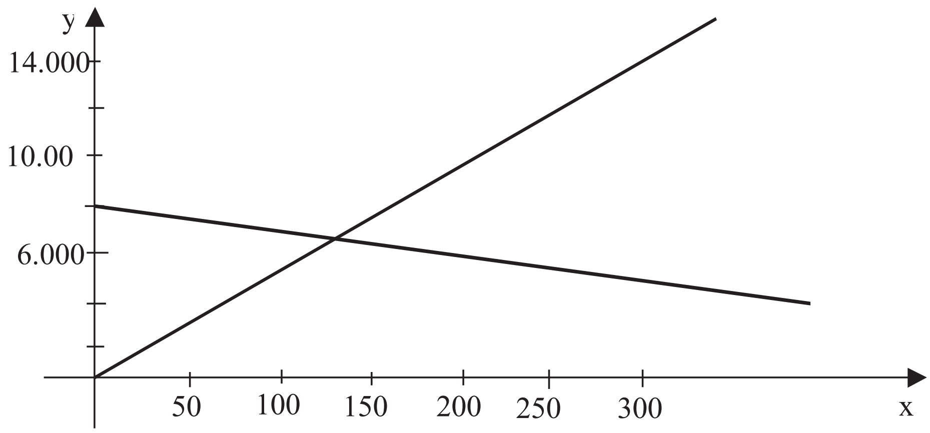
b) $H = 0{,}036 \cdot A + 7{,}2$

c) $H = 0{,}060 \cdot A + 9{,}6$

d) $H = 0{,}036 \cdot A + 8{,}1$

e) $H = 0{,}060 \cdot A + 7{,}2$

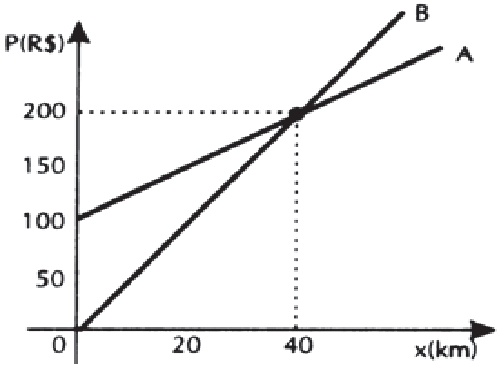
7) (UMA MG) Na figura abaixo estão representados os gráficos das funções $y = R(x)$ e $y = G(x)$ que representam, respectivamente, a receita obtida pela venda de produtos de uma empresa (função crescente) e os gastos que essa empresa tem que efetuar para produzir (função decrescente) onde x é a quantidade produzida.



O ponto comum aos dois gráficos possui coordenadas (130, 6700). Podemos afirmar que:

a) Para qualquer valor de x a empresa é lucrativa, isto é, não há prejuízo.
b) Para x = 130 o lucro é 6700.
c) Só há lucro quando a receita for maior que 130.
d) Só há lucro quando o gasto é menor que 6700.

8) (UNIUBE MG) O gráfico abaixo indica como varia o preço p do aluguel de um mesmo tipo de automóvel em duas locadoras A e B, em função do número x de quilômetros rodados.



Quanto ao aluguel desse automóvel, pode-se afirmar que:

a) a empresa B é mais vantajosa para o cliente qualquer que seja o número de quilômetros rodados.
b) a empresa A é mais vantajosa para o cliente se o número de quilômetros rodados for maior que 40.
c) a empresa B é mais vantajosa para o cliente se o número de quilômetros rodados for igual ou superior a 40.
d) o valor do aluguel na empresa A será R$ 300,00 se o número de quilômetros rodados for igual a 100.
e) o valor do aluguel na empresa B será R$ 240,00 se o número de quilômetros rodados for igual a 50.

9) (UFV) Duas empresas dispõem de ônibus com 60 lugares. Para uma excursão, a Águia Dourada cobra uma taxa fixa de R$ 400,00 mais R$ 25,00 por passageiro, enquanto a Cisne Branco cobra uma taxa fixa de R$ 250,00 mais R$ 29,00 por passageiro. O número mínimo de excursionistas para que o contrato com a Águia Dourada fique mais barato que o contrato com a Cisne Branco é:

a) 37
b) 41
c) 38
d) 39
e) 40

10) (PUC) Para produzir um objeto, uma firma gasta R$ 1,20 por unidade. Além disso, há uma despesa fixa de R$ 4.000,00, independente da quantidade produzida. O preço de venda é de R$ 2,00 por unidade. Qual é o número mínimo de unidades, a partir do qual a firma começa a ter lucro?

a) 1800
b) 2500
c) 3600
d) 4000
e) 5000

11) (UNIOESTE 2013) Uma empresa de telefonia celular possui somente dois planos para seus clientes optarem entre um deles. No plano A, o cliente paga uma tarifa fixa de R$ 27,00 e mais R$ 0,50 por minuto de qualquer ligação. No plano B, o cliente paga uma tarifa fixa de R$ 35,00 e mais R$ 0,40 por minuto de qualquer ligação. É correto afirmar que, para o cliente,

a) com 50 minutos cobrados, o plano B é mais vantajoso que o plano A.
b) a partir de 80 minutos cobrados, o plano B é mais vantajoso que o plano A.
c) 16 minutos de cobrança tornam o custo pelo plano A igual ao custo pelo plano B.
d) o plano B é sempre mais vantajoso que o plano A, independente de quantos minutos sejam cobrados.
e) o plano A é sempre mais vantajoso que o plano B, independente de quantos minutos sejam cobrados.

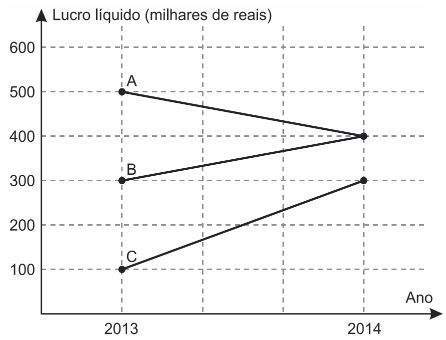
12) (EPCAR 2017) João, ao perceber que seu carro apresentara um defeito, optou por alugar um veículo para cumprir seus compromissos de trabalho. A locadora, então, lhe apresentou duas propostas:

- plano A no qual é cobrado um valor fixo de R$ 50,00 e mais R$ 1,60 por quilômetro rodado.
- plano B no qual é cobrado um valor fixo de R$ 64,00 mais R$ 1,20 por quilômetro rodado.

João observou que, para certo deslocamento que totalizava K quilômetros, era indiferente optar pelo plano A ou pelo plano B, pois o valor final a ser pago seria o mesmo. É correto afirmar que K é um número racional entre

a) 14,5 e 20
b) 20 e 25,5
c) 25,5 e 31
d) 31 e 36,5

13) (UNICAMP 2016) O gráfico abaixo exibe o lucro líquido (em milhares de reais) de três pequenas empresas A, B e C, nos anos de 2013 e 2014.



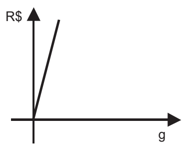
Com relação ao lucro líquido, podemos afirmar que

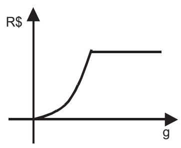
a) A teve um crescimento maior do que C.
b) C teve um crescimento maior do que B.
c) B teve um crescimento igual a A.
d) C teve um crescimento menor do que B.

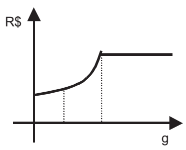
14) O dono de um restaurante resolveu modificar o tipo de cobrança, misturando o sistema a quilo com o preço fixo. Ele instituiu o seguinte sistema de preços para as refeições:

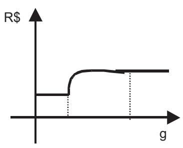
Até 300g	---	R$ 3,00 por refeição
Entre 300g e 1 kg	---	R$ 10,00 por quilo
Acima de um quilo	---	R$ 10,00 por refeição

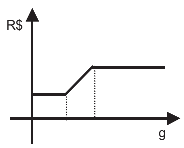
O gráfico que melhor representa o preço das refeições nesse restaurante é:

a)


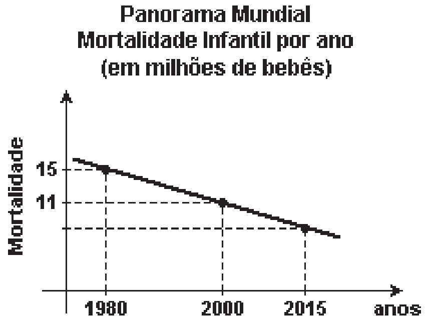
b)


c)


d)


e)


15) Todos os anos, no mundo, milhões de bebês morrem de causas diversas. É um número escandaloso, mas que vem caindo. O caminho para se atingir o objetivo dependerá de muitos e variados meios, recursos, políticas e programas - dirigidos não só às crianças, mas às suas famílias e comunidades.

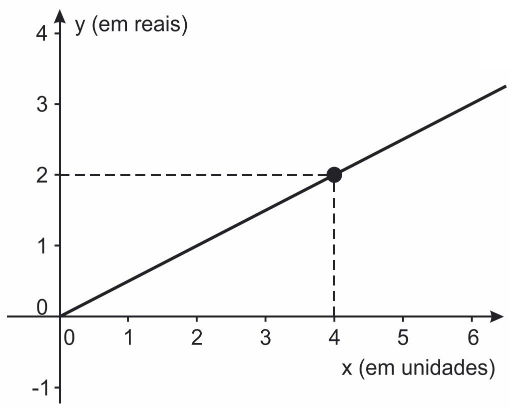


Fonte: *Relatório de Desenvolvimento Humano 2004* - PNUD (adaptado).

Admitindo-se que os pontos do gráfico acima pertencem a uma reta, a mortalidade infantil em 2015, em milhões, será igual a

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6
e) 5

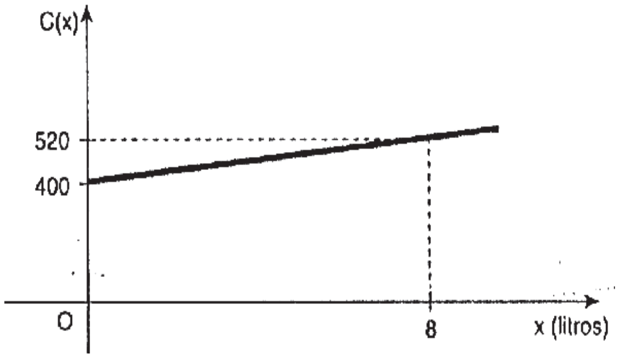
16) (IFSP 2016) O gráfico abaixo apresenta informações sobre a relação entre a quantidade comprada (x) e o valor total pago (y) para um determinado produto que é comercializado para revendedores.



Um comerciante que comprar 2350 unidades desse produto pagará, nessa compra, o valor total de:

a) R$ 4.700,00
b) R$ 2.700,00
c) R$ 3.175,00
d) R$ 8.000,00
e) R$ 1.175,00

17) O custo C de produção de x litros de certa substância é dado por uma função afim, cujo gráfico está representado abaixo. Nessas condições, o volume que corresponde a um custo de produção igual a R$ 700,00 é igual a:

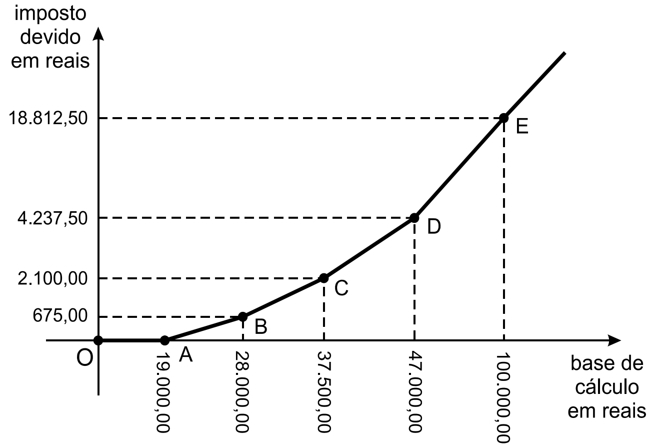


a) 9 litros
b) 15 litros
c) 20 litros
d) 25 litros

18) (PUC) O valor de um carro popular decresce linearmente com o tempo, devido ao desgaste. Sabendo-se que o preço de fábrica é R$ 7 500,00 e que, depois de 6 anos de uso, é R$ 1 200,00, seu valor após 4 anos de uso, em reais, é:

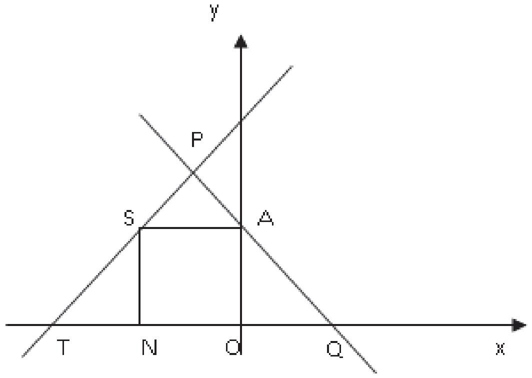
a) 2 100
b) 2 400
c) 3 150
d) 3 300
e) 3 750

19) (FUVEST 2013) O imposto de renda devido por uma pessoa física à Receita Federal é função da chamada *base de cálculo*, que se calcula subtraindo o valor das deduções do valor dos rendimentos tributáveis. O gráfico dessa função, representado na figura, é a união dos segmentos de reta $\overline{OA}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e da semirreta $\overrightarrow{DE}$. . João preparou sua declaração tendo apurado como base de cálculo o valor de R$ 43.800,00. Pouco antes de enviar a declaração, ele encontrou um documento esquecido numa gaveta que comprovava uma renda tributável adicional de R$ 1.000,00. Ao corrigir a declaração, informando essa renda adicional, o valor do imposto devido será acrescido de



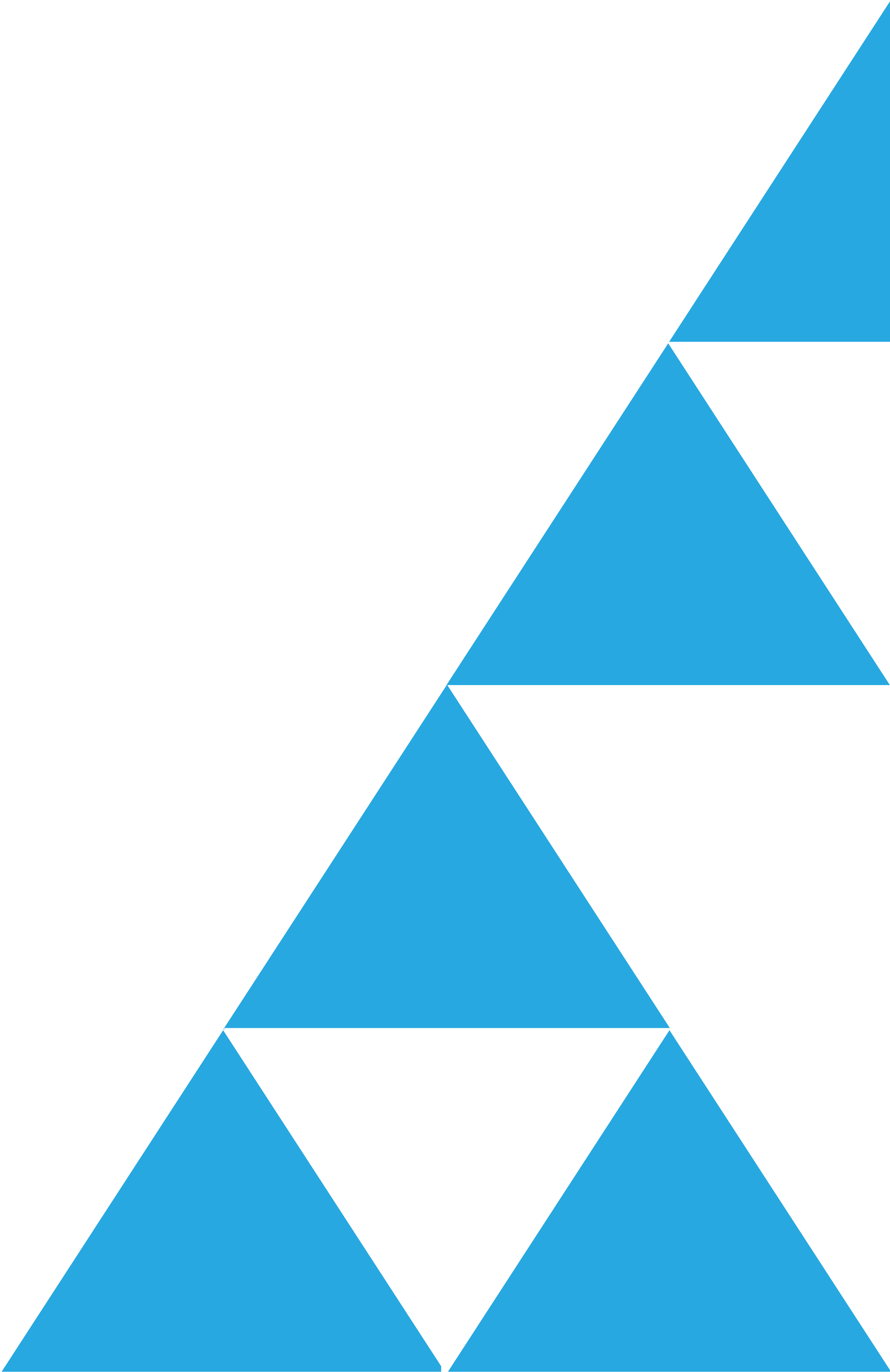
a) R$ 100,00
b) R$ 200,00
c) R$ 225,00
d) R$ 450,00
e) R$ 600,00

20) Na figura estão representadas as funções f(x) = mx + 8 e g(x) = ax + b. Sabendo que o quadrado ASNO, cujo perímetro é 16, está inscrito no triângulo PTQ e que a abscissa do ponto P é –2, pode-se afirmar que a área do trapézio ASTQ, em unidades de área, é:



a) 24
b) 28
c) 32
d) 36
e) 42

FUNÇÃO AFIM									
1) B	2) B	3) C	4) B	5) D	6) A	7) D	8) B	9) C	10) E
11) B	12) D	13) B	14) E	15) B	16) E	17) C	18) D	19) C	20) C



MESTRES DA MATEMÁTICA

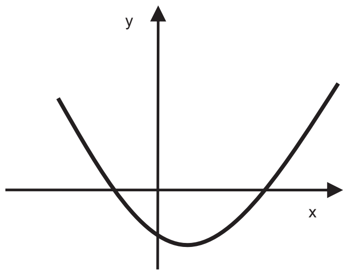
Função Quadrática

FUNÇÃO QUADRÁTICA

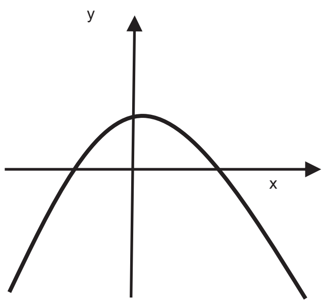
1) Definição: Sejam a, b e c números reais, com $a \neq 0$, chamamos de função polinomial do 2º grau ou função quadrática, a toda função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, representada por $f(x) = ax^2 + b\,x + c$.

2) Gráfico: O gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

Se a > 0, a concavidade da parábola está voltada para cima e a função admite mínimo.



Se a < 0, a concavidade da parábola está voltada para baixo e a função admite máximo.



3) Interseção com os eixos coordenados: Graficamente, as interseções da parábola com o eixo x evidenciam as raízes reais da função e a interseção com o eixo y é o ponto de coordenadas (0, c).

4) Raízes: Chama-se raiz ou zero da função do 2º grau aos elementos do domínio da função que possuem imagem nula, ou seja, todos os valores de *x* para os quais teremos $f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$.

Uma forma de encontrar as raízes da função do 2º grau é usar a fórmula de Báskara.

$$\begin{cases} a\,x^2 + bx + c = 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \quad (*)$$

O número de raízes de uma função do 2º grau será determinado pelo valor do discriminante Δ (delta) da função.

- Se $\Delta > 0 \Rightarrow$ a função apresenta duas raízes reais e distintas.
- Se $\Delta = 0 \Rightarrow$ a função apresenta duas raízes reais e iguais ou podemos dizer que a função apresenta uma raiz dupla.
- Se $\Delta < 0 \Rightarrow$ a função não apresenta raízes reais.

OBS: Relação de Girard

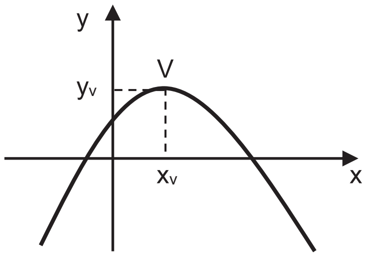
As relações de Soma e Produto das raízes das raízes da equação do segundo grau são conhecidas como relações de Girard, sendo $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$, essas relações são dadas por $\begin{cases} \text{Soma} = x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ \text{Produto} = x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$.

5) Forma fatorada da função do 2º grau.

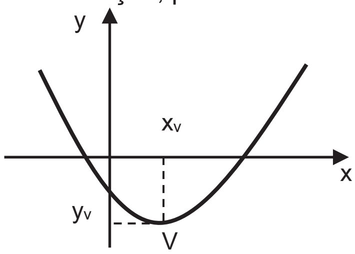
Uma função quadrática $f(x) = ax^2 + b\,x + c$ que possua raízes reais x_1 e x_2 pode ser escrita como um produto de duas funções do 1º grau: $f(x) = a(x - x_1)\cdot(x - x_2)$.

6) Vértice da Parábola: $V = (x_v, y_v)$, onde temos $x_v = \dfrac{x_1 + x_2}{2} = -\dfrac{b}{2a}$ e $y_v = f(x_v) = -\dfrac{\Delta}{4a}$.

1º caso: Se a < 0, y_v é o valor máximo da função, portanto $\operatorname{Im} f = \{y \in \mathbb{R} \,/\, y \leq y_v\}$.



2º caso: Se a > 0, y_v é o valor mínimo da função, portanto $\operatorname{Im} f = \{y \in \mathbb{R} \,/\, y \geq y_v\}$

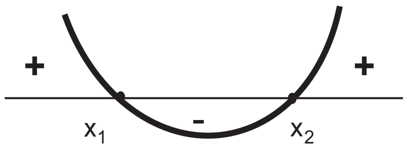


OBS: $\begin{cases} x_v & \text{é o valor de x que faz a função assumir o máximo ou o mínimo} \\ y_v & \text{é o valor máximo ou mínimo assumido pela função} \end{cases}$

7) Estudo de sinal da função do 2º grau

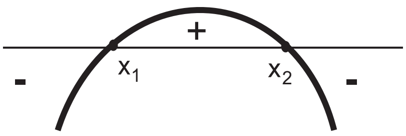
1º caso: $y = ax^2 + bx + c$, $\Delta > 0$ (duas raízes reais e distintas).

a) a > 0



$$\begin{cases} f(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_1 \text{ ou } x = x_2 \\ f(x) > 0 \Leftrightarrow x < x_1 \text{ ou } x > x_2 \\ f(x) < 0 \Leftrightarrow x_1 < x < x_2 \end{cases}$$

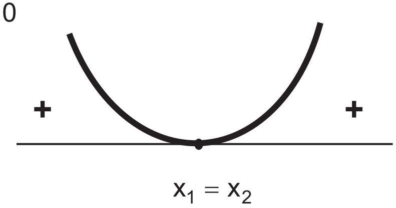
b) a < 0



$$\begin{cases} f(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_1 \text{ ou } x = x_2 \\ f(x) < 0 \Leftrightarrow x < x_1 \text{ ou } x > x_2 \\ f(x) > 0 \Leftrightarrow x_1 < x < x_2 \end{cases}$$

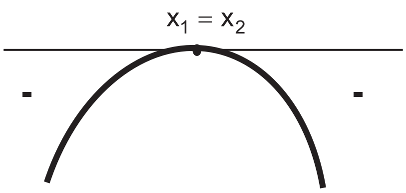
2º caso: $y = ax^2 + bx + c$, $\Delta = 0$ (uma raiz dupla)

a) a > 0



$$\begin{cases} f(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_1 = x_2 \\ f(x) > 0 \Leftrightarrow x \neq x_1 \end{cases}$$

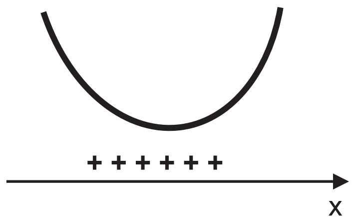
b) a > 0



$$\begin{cases} f(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_1 = x_2 \\ f(x) < 0 \Leftrightarrow x \neq x_1 \end{cases}$$

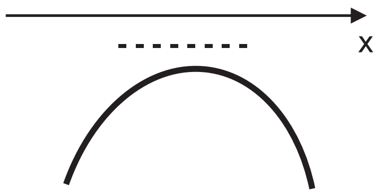
3º caso: $y = ax^2 + bx + c$, $\Delta < 0$ (a função nunca se anula).

a) a > 0



$f(x) > 0, \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$

b) a < 0



$f(x) < 0, \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$

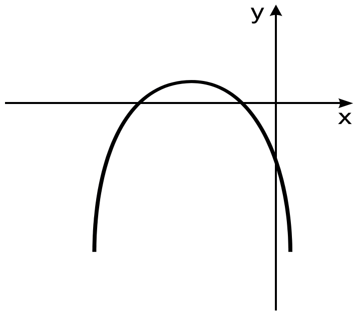
OBS: Demonstração da fórmula de Báskara:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow 4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0 \Leftrightarrow 4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

Fazendo $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 4a^2x^2 + 4abx + b^2 = \Delta$

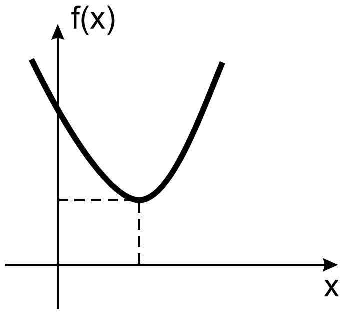
$$\Rightarrow (2ax + b)^2 = \Delta \Rightarrow 2ax + b = \pm\sqrt{\Delta} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

1) (UNIFOR 2014) Na figura abaixo, temos o gráfico da parábola $y = ax^2 + bx + c$. Os sinais dos produtos $a \cdot b$, $a \cdot c$ e $b \cdot c$ são, respectivamente



a) negativo, negativo e positivo.
b) negativo, positivo e negativo.
c) negativo, negativo e negativo.
d) positivo, positivo e positivo.
e) positivo, negativo e negativo.

2) (IFCE 2014) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função quadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde $a, b, c \in \mathbb{R}$ são constantes e cujo gráfico (parábola) está esboçado na figura.
É **correto** afirmar que



a) $a < 0$.
b) $b > 0$.
c) $c < 0$.
d) $b^2 < 4ac$.
e) $f(a^2 + bc) < 0$.

3) (CESGRARIO) Se m e n são raízes de $x^2 - 6x + 10 = 0$, então $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ vale:

a) 6
b) 2
c) 1
d) $\frac{3}{5}$
e) $\frac{1}{6}$

4) As raízes reais da equação $x^2 - px + p - 1 = 0$ são, em metros, os lados de um retângulo de 8 m^2 de área. O perímetro desse retângulo é igual a:

a) 9 m
b) 12 m
c) 15 m
d) 18 m

5) (CESGRANRIO) Seja 7 a diferença entre as raízes da equação $4x^2 - 20x + c = 0$. Então, o valor da constante c é:

a) – 24
b) – 20
c) – 16
d) 4
e) 5

6) Sabe-se que p e q, números reais não-nulos, são raízes da equação $x^2+(4-p)x+2q=0$. Os valores de p e q são respectivamente:

a) -2 e 8
b) -8 e 4
c) 2 e -6
d) 2 e -4

7) As raízes da equação $x^2-px+47=0$, de incógnita x, são números naturais. As raízes da equação $x^2-9x+q=0$, também de incógnita x, são números naturais primos. O valor de $p+q$ é:

a) 62

b) 58

c) 54

d) 52

8) Considere a equação $\frac{x}{x+1}+\frac{k}{x-1}=2$, de incógnita *x*. A soma de suas raízes é o dobro do produto delas. O valor de k é

a) -2

b) -1

c) 0

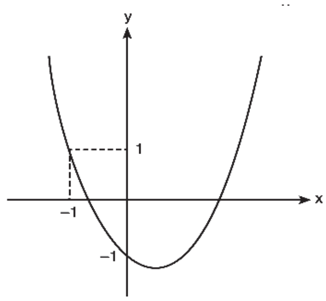
d) 1

9) (PUC) O gráfico da função $y=x^2+bx+b+3$ tangencia o eixo das abscissas. A soma dos possíveis valores de b é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

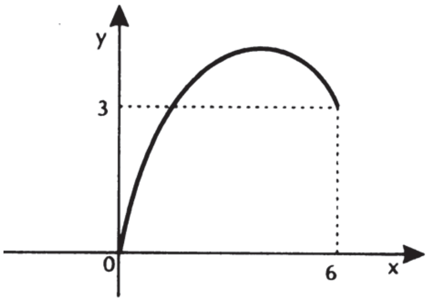
10) (MACKENZIE) Se a figura mostra o esboço do gráfico da função $f(x)=x^2+mx+n$, então $\frac{m}{n}$ é igual a:

a) 1
b) -1
c) 2
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{2}{3}$

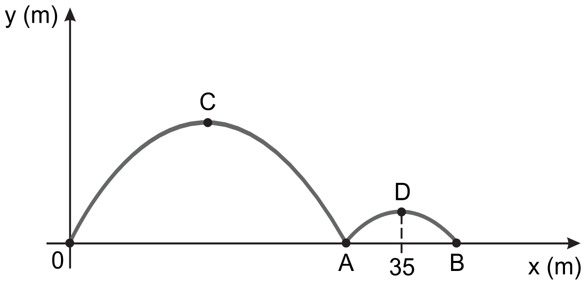


11) (FCC SP) Um menino está à distância 6 de um muro de altura 3 e chuta uma bola que vai bater exatamente sobre o muro. Se a equação da trajetória da bola em relação ao sistema de coordenadas indicado na figura é $y = ax^2 + (1 - 4a)x$, a altura máxima atingida pela bola é:

a) 5
b) 4,5
c) 4
d) 3,5
e) 3



12) (UERJ 2010) Uma bola de beisebol é lançada de um ponto 0 e, em seguida, toca o solo nos pontos A e B, conforme representado no sistema de eixos ortogonais:



Durante sua trajetória, a bola descreve duas parábolas com vértices C e D.

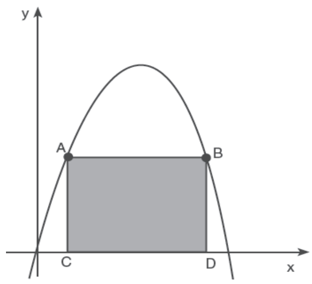
A equação de uma dessas parábolas é $y = \frac{-x^2}{75} + \frac{2x}{5}$.

Se a abscissa de D é 35 m, a distância do ponto 0 ao ponto B, em metros, é igual a:

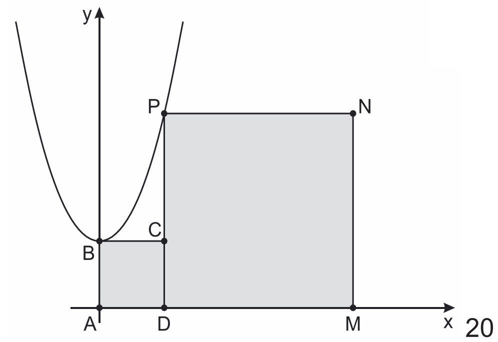
a) 38
b) 40
c) 45
d) 50

13) (FCMMG) Na figura, o retângulo ABCD tem os vértices A e B sobre a parábola de equação $y = -x^2 + 10x$ e os vértices C e D sobre o eixo x. Sabe-se que a abscissa de A é 3. A área do retângulo ABCD é:

a) 25
b) 70
c) 84
d) 147



14) (UERJ 2017) No plano cartesiano a seguir, estão representados o gráfico da função definida por $f(x) = x^2 + 2$, com $x \in \mathbb{R}$, e os vértices dos quadrados adjacentes ABCD e DMNP.



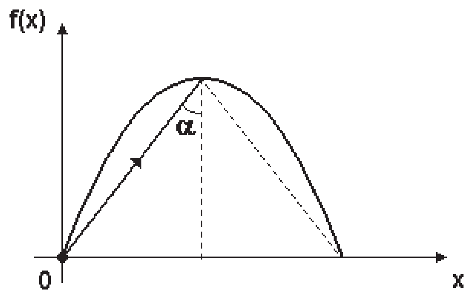
Observe que B e P são pontos do gráfico da função *f* e que A, B, D e M são pontos dos eixos coordenados. Desse modo, a área do polígono ABCPNM formado pela união dos dois quadrados, é:

a) 24
b) 28
c) 36
d) 40

15) (UECE 2016) No sistema de coordenadas cartesianas usual, o gráfico da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ é uma parábola cujo vértice é o ponto M. Se P e Q são as interseções desta parábola com o eixo das abscissas, então, a medida da área do triângulo MPQ em u.a. (unidade de área), é igual a

a) 1,5
b) 2,0
c) 2,5
d) 3,0

16) (UERJ 2001) A figura a seguir mostra um anteparo parabólico que é representado pela função $f(x) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)x^2 + 2\sqrt{3}x$



Uma bolinha de aço é lançada da origem e segue uma trajetória retilínea. Ao incidir no vértice do anteparo é refletida e a nova trajetória é simétrica à inicial, em relação ao eixo da parábola.
O valor do ângulo de incidência á corresponde a:

a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) 75°

17) (VUNESP) Uma função quadrática tem o eixo dos y como eixo de simetria. A distância entre os zeros da função é de 4 unidades, e a função tem –5 como valor mínimo. Esta função quadrática é:

a) $y = 5x^2 - 4x - 5$

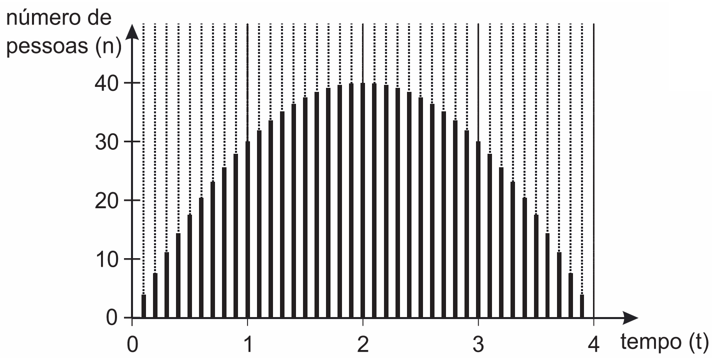
b) $y = 5x^2 - 20$

c) $y = \frac{5}{4}x^2 - 5x$

d) $y = \frac{5}{4}x^2 - 5$

e) $y = \frac{5}{4}x^2 - 20$

18) (INSPER 2015) O número *n* de pessoas presentes em uma festa varia ao longo do tempo t de duração da festa, em horas, conforme mostra o gráfico a seguir.



Das opções abaixo, aquela que melhor descreve a função n(t) é

a) $n(t) = -10t^2 + 4t + 50.$

b) $n(t) = -10t^2 + 40t + 50.$

c) $n(t) = -10t^2 + 4t.$

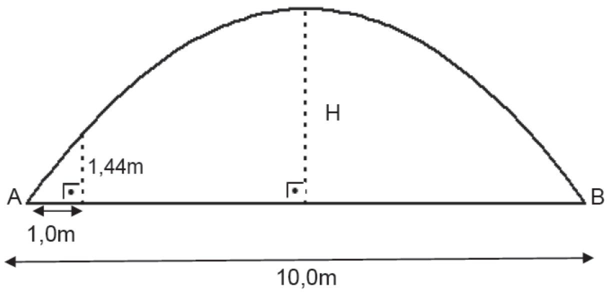
d) $n(t) = -t^2 + 40t.$

e) $n(t) = -10t^2 + 40t.$

19) (UECE 2016) Sejam $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funções quadráticas dadas por $f(x) = -x^2 + 8x - 12$ e $g(x) = x^2 + 8x + 17$. Se M é o valor máximo de *f* e *m* o valor mínimo de g então, o produto $M \cdot m$ é igual a

a) 8
b) 6
c) 4
d) 10

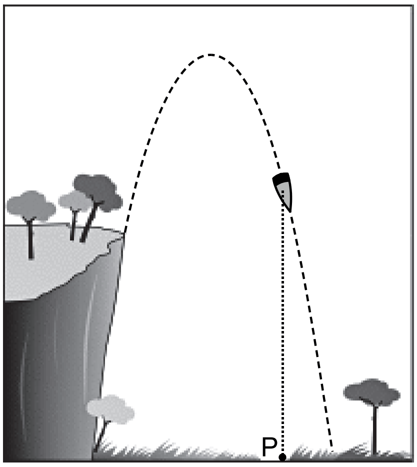
20) (UFOP) Considere que a entrada de um túnel tem o formato de uma parábola e que um estudante, dispondo apenas de uma fita métrica, resolve aplicar seus conhecimentos de Matemática na descoberta da altura máxima H dessa entrada. Para isso, ele faz algumas medidas: obtém a largura da base AB igual a 10 metros e, ao se afastar 1 metro do ponto A sobre a base, observa uma altura de 1.44m. Essas medidas estão representadas na figura abaixo:



Marque a alternativa que apresenta a altura H a ser encontrada pelo estudante se todas as suas medidas e cálculos estiverem corretos:

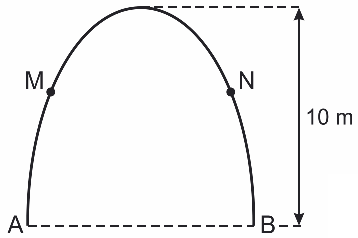
a) 7,2 m
b) 4,0 m
c) 6,0 m
d) 3,8 m

21) (FUVEST 2015) A trajetória de um projétil, lançado da beira de um penhasco sobre um terreno plano e horizontal, é parte de uma parábola com eixo de simetria vertical, como ilustrado na figura abaixo. O ponto P sobre o terreno, pé da perpendicular traçada a partir do ponto ocupado pelo projétil, percorre 30 m desde o instante do lançamento até o instante em que o projétil atinge o solo. A altura máxima do projétil, de 200 m acima do terreno, é atingida no instante em que a distância percorrida por P a partir do instante do lançamento, é de 10 m Quantos metros acima do terreno estava o projétil quando foi lançado?



a) 60
b) 90
c) 120
d) 150
e) 180

22) (ACAFE 2015) A figura abaixo representa um portal de entrada de uma cidade cuja forma e um arco de parábola. A largura da base AB do portal é 8 metros e sua altura é 10 metros. A largura MN em metros, de um vitral colocado a 6,4 metros acima da base é:



a) 5,2
b) 3,6
c) 6,0
d) 4,8

23) (UFES) Sabendo-se que a imagem da função $y = x^2 + 5x + (k + 4)$ é o conjunto $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -1\}$, podemos afirmar que o valor de k é`:

a) 0,25
b) 0,50
c) 0,75
d) 1,00
e) 1,25

24) (IMED 2016) Em um determinado mês, o lucro de uma indústria de cosméticos é expresso por $L(x) = -x^2 + 10x + 11$, em que x representa a quantidade de cosméticos vendidos e $L(x)$, o valor do lucro em reais. Nessas condições, o lucro máximo, em reais, atingido por essa indústria corresponde a:

a) 24
b) 36
c) 48
d) 56
e) 64

25) (UEG 2017) A temperatura, em graus Celsius, de um objeto armazenado em um determinado local é modelada máxima atingida por esse $\frac{x^2}{12}$ objeto nesse local de armazenamento é de

a) 0 °C
b) 10 °C
c) 12 °C
d) 22 °C
e) 24 °C

26) (PUC) O lucro de uma loja, pela venda diária de x peças, é dado por $L(x)=100\cdot(10-x)\cdot(x-4)$. O lucro máximo, por dia, é obtido com a venda de n peças e o valor do lucro correspondente é L. Os valores de n e L são, respectivamente:

a) 7 e 900
b) 10 e 0
c) 5 e 500
d) 6 e 800
e) 9 e 450

27) (UEMG 2016) O lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática $L=R-C$, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma fábrica de tratores produziu *n* unidades e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(n)=n^2-1000n$ e a receita representada por $R(n)=5000n-2n^2$.
Com base nas informações acima, a quantidade *n* de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo corresponde a um número do intervalo

a) $580<n<720$
b) $860<n<940$
c) $980<n<1300$
d) $1350<n<1800$

28) (EFOMM 2016) De acordo com conceitos administrativos, o lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática $L=R-C$, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma indústria produziu *x* peças e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(x)=x^2-500x+100$ e a receita representada por $R(x)=2000x-x^2$. Com base nessas informações, determine o número de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo.

a) 625
b) 781150
c) 1000
d) 250
e) 375

29) (ESPECEX 2014) Uma indústria produz mensalmente x lotes de um produto. O valor mensal resultante da venda deste produto é $V(x)=3x^2-12x$ e o custo mensal da produção é dado por $C(x)=5x^2-40x-40$. Sabendo que o lucro é obtido pela diferença entre o valor resultante das vendas e o custo da produção, então o número de lotes mensais que essa indústria deve vender para obter lucro máximo é igual a

a) 4 lotes
b) 5 lotes
c) 6 lotes
d) 7 lotes
e) 8 lotes

30) (ESPECEX 2015) Um fabricante de poltronas pode produzir cada peça ao custo de R$ 300,00. Se cada uma for vendida por *x* reais, este fabricante venderá por mês (600 – *x*) unidades, em que $0 \leq x \leq 600$.

Assinale a alternativa que representa o número de unidades vendidas mensalmente que corresponde ao lucro máximo.

a) 150
b) 250
c) 350
d) 450
e) 550

31) (PUCMG 2016) O transporte aéreo de pessoas entre as cidades de Belo Horizonte e Campinas é feito por uma única companhia em um único voo diário. O avião utilizado tem 180 lugares, e o preço da passagem *p* relaciona-se com o número *x* de passageiros por dia pela equação $p(x) = 285 - 0{,}95x$. Nessas condições, o número de passageiros que torna a receita máxima possível por viagem é:

a) 150
b) 160
c) 170
d) 180

32) (PUC 2009) Uma empresa de turismo fretou um avião com 200 lugares para uma semana de férias, devendo cada participante pagar R$ 500,00 pelo transporte aéreo, acrescidos de R$ 10,00 para cada lugar do avião que ficasse vago. Nessas condições, o número de passagens vendidas que torna máxima a quantia arrecadada por essa empresa é igual a:

a) 100
b) 125
c) 150
d) 180

33) (UNISINOS 2016) Os alunos de uma escola irão fretar um ônibus com 50 lugares para um passeio ao jardim zoológico. Cada aluno deverá pagar R$ 40,00 mais R$ 2,00 para cada lugar vago. Para que quantidade de passageiros a empresa terá receita máxima?

a) 35
b) 37
c) 39
d) 43
e) 45

34) (UFPE) Uma loja de discos vende 3.000 CDs por mês a um preço de R$13,00 a unidade. Uma pesquisa de mercado concluiu que, a cada aumento de R$0,50 no preço de cada CD, as vendas caem de 100 CDs por mês. Qual deve ser o preço de cada CD, para se maximizar o valor total das vendas?

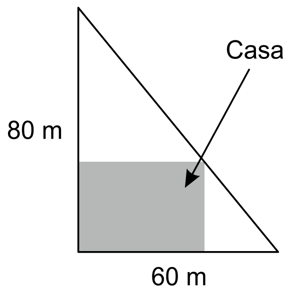
a) R$ 13,50
b) R$ 14,00
c) R$ 14,50
d) R$ 15,00
e) R$ 15,50

35) (ESPCEX) Um curral retangular será construído aproveitando-se um muro preexistente no terreno, por medida de economia. Para cercar os outros três lados, serão utilizados 600 metros de tela de arame. Para que a área do curral seja a maior possível, a razão entre a sua menor e maior dimensões será:

a) 0,25
b) 0,50
c) 0,75
d) 1,00
e) 1,25

36) (UPE 2014) Num terreno, na forma de triângulo retângulo, com catetos de medidas 60 metros e 80 metros, Sr. Pedro construiu uma casa retangular com a maior área possível, como na figura a seguir:
Qual é a medida da área do terreno destinado à construção da casa em metros quadrados?

a) 600
b) 800
c) 1 000
d) 1 200
e) 1 400



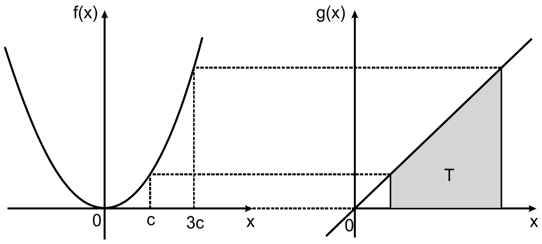
37) Observe a tabela que mostra a temperatura média de Belo Horizonte ao longo de um ano.

MÊS	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
TEMPERATURA MÉDIA(ºC)	22,9	23	22	20	18	17	16,5	19	21	21,8	21,9	22

Pesquisas recentes mostram que o número B de batimentos cardíacos por minuto de uma pessoa adulta em condições normais de saúde varia de acordo com a temperatura do ambiente em graus Celsius. A função que relaciona essas duas grandezas é $B(t) = \frac{t^2}{10} - 4t + 90$. Assim, o mês do ano em que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto que vive em Belo Horizonte é mínimo é

a) Janeiro
b) Fevereiro
c) Abril
d) Junho
e) Julho

38) (UPF 2014) A figura a seguir representa, em sistemas coordenados com a mesma escala, os gráficos das funções reais *f* e *g* com $f(x) = x^2$ e $g(x) = x$.



Sabendo que a região poligonal T demarca um trapézio de área igual a 160, o número real c é:

a) 2
b) 1,5
c) $\sqrt{2}$
d) 1
e) 0,5

39) Para que todos os pontos do gráfico da função $f(x) = x^2 - mx + 4$ estejam acima do eixo das abscissas, devemos ter

a) $m < -4$ ou $m > 4$
b) $m \leq -2$ ou $m \geq 2$
c) $-4 < m < 4$
d) $-4 \leq m \leq 4$

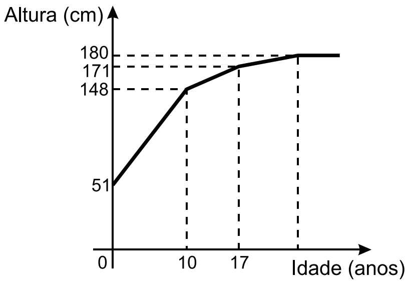
40) (FJP) Certa noite, observou-se que a temperatura em Diamantina, dada em graus centígrados, obedeceu à lei $T(h) = h^2 - 7h + 18$, em que h é medido em horas e T(h) é a temperatura correspondente. Durante um determinado intervalo de tempo, essa temperatura manteve-se abaixo de 8°C. Assim sendo, a duração desse intervalo de tempo foi de:

a) 2 h
b) 3 h
c) 4 h
d) 5 h
e) 6 h

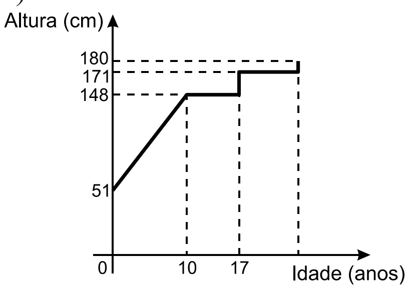
FUNÇÃO QUADRÁTICA									
1) D	2) D	3) D	4) D	5) A	6) D	7) A	8) B	9) D	10) A
11) C	12) B	13) C	14) D	15) B	16) A	17) D	18) E	19) C	20) B
21) D	22) D	23) E	24) B	25) D	26) A	27) C	28) A	29) D	30) A
31) A	32) B	33) A	34) B	35) B	36) D	37) C	38) C	39) C	40) B

1) (Enem 2010) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas. Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

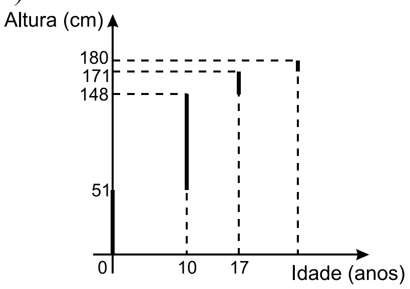
a)



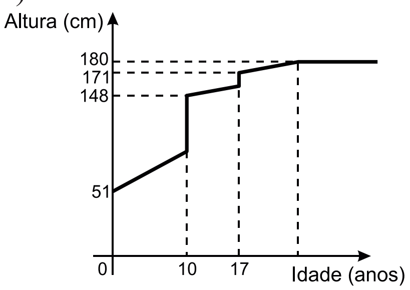
b)



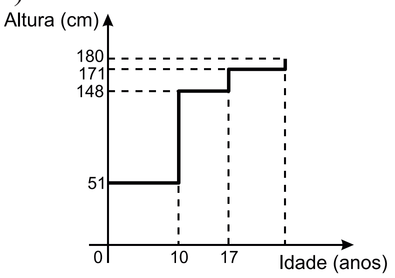
c)



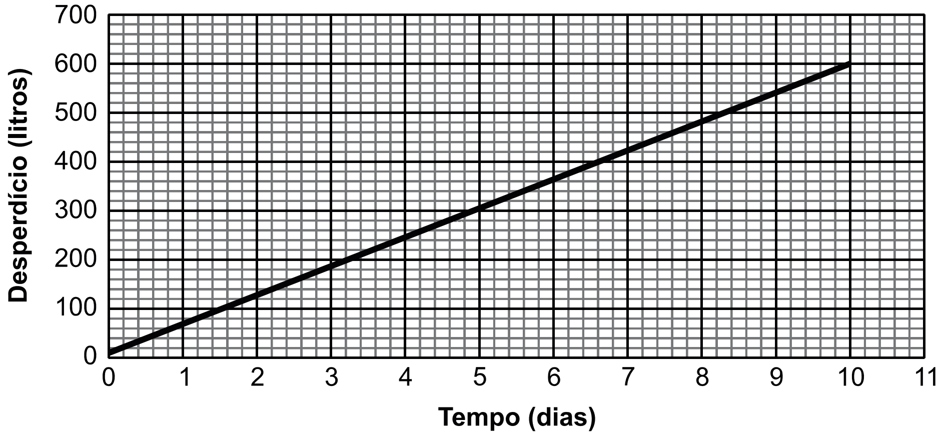
d)



e)



2) (Enem 2ª aplicação 2010) Uma torneira gotejando diariamente é responsável por grandes desperdícios de água. Observe o gráfico que indica o desperdício de uma torneira:



Se y representa o desperdício de água, em litros, e x representa o tempo, em dias, a relação entre x e y é

a) $y = 2x$

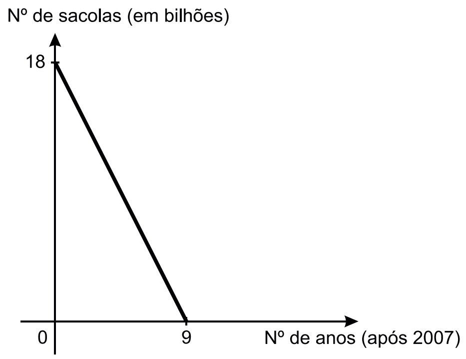
b) $y = \frac{x}{2}$

c) $y = 60x$

d) $y = 60x + 1$

e) $y = 80x + 50$

3) (Enem 2ª aplicação 2010) As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Observe o gráfico a seguir, em que se considera a origem como o ano de 2007.



LUCENA, M. Guerra às sacolinhas. **Galileu.** n° 225, 2010.

De acordo com as informações, quantos bilhões de sacolas plásticas serão consumidos em 2011?

a) 4,0
b) 6,5
c) 7,0
d) 8,0
e) 10,0

4) (Enem 2ª aplicação 2010) Um laticínio possui dois reservatórios de leite. Cada reservatório é abastecido por uma torneira acoplada a um tanque resfriado.

O volume, em litros, desses reservatórios depende da quantidade inicial de leite no reservatório e do tempo t, em horas, em que as duas torneiras ficam abertas.

Os volumes são dados pelas funções $V_1(t) = 250t^3 - 100t + 3000$ e $V_2(t) = 150t^3 + 69t + 3000$.

Depois de aberta cada torneira, o volume de leite de um reservatório é igual ao do outro no instante t = 0 e, também, no tempo *t* igual a

a) 1,3 h
b) 1,69 h
c) 10,0 h
d) 13,0 h
e) 16,9 h

5) (Enem 2010) Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica, é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo.

Em uma indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função

$$\mathrm{T}(t) = \begin{cases} \dfrac{7}{5}t + 20, & \text{para } 0 \leq t < 100 \\ \dfrac{2}{125}t^2 - \dfrac{16}{5}t + 320, & \text{para } t \geq 100 \end{cases}$$

em que T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e *t* é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado.

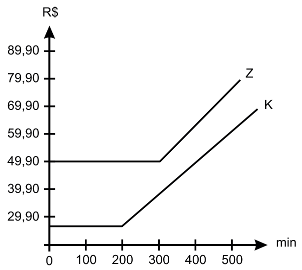
Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48º C e retirada quando a temperatura for 200º C.

O tempo de permanência dessa peça no forno é, em minutos, igual a

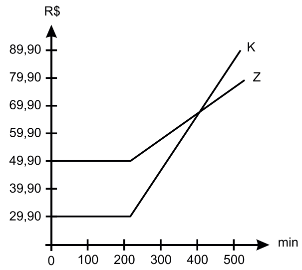
a) 100
b) 108
c) 128
d) 130
e) 150

6) (Enem 2011) Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga R$ 29,90 por 200 minutos mensais e R$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano Z, paga R$ 49,90 por 300 minutos mensais e R$ 0,10 por cada minuto excedente. O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é

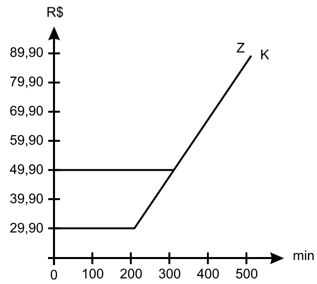
a)



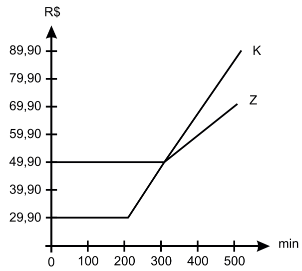
b)



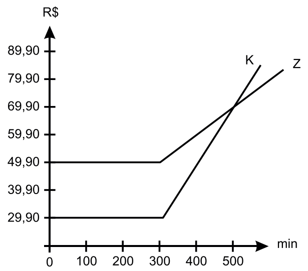
c)



d)



e)



7) (Enem 2011) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R$ 100000,00 por km construído(n), acrescidos de um valor fixo de R$ 350000,00, enquanto a segunda cobrou R$ 120000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 150000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada. Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

a) $100n+350=120n+150$

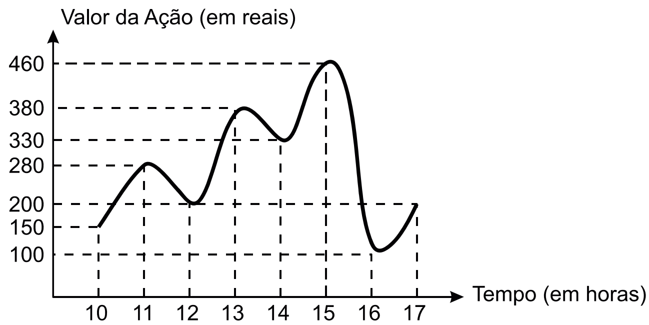
b) $100n+150=120n+350$

c) $100\cdot(n+350)=120\cdot(n+150)$

d) $100\cdot(n+350000)=120\cdot(n+150\ 000)$

e) $350\cdot(n+100000)=150\cdot(n+120000)$

8) (Enem 2012) O gráfico fornece os valores das ações da empresa *XPN*, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



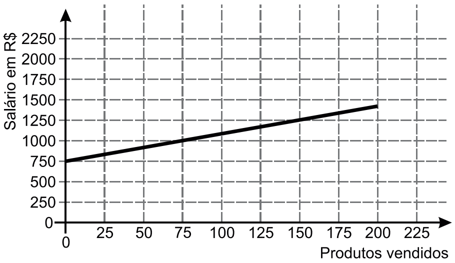
Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

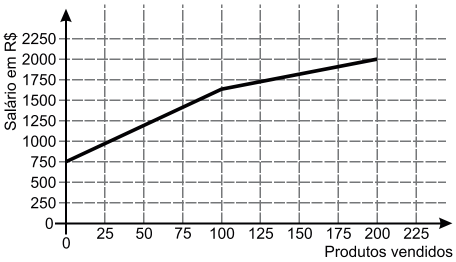
Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

9) (Enem 2012) Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R$750,00, mais uma comissão de R$3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R$9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido. Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é

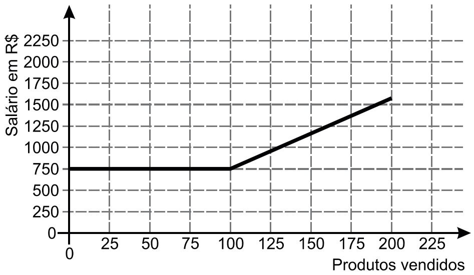
a)



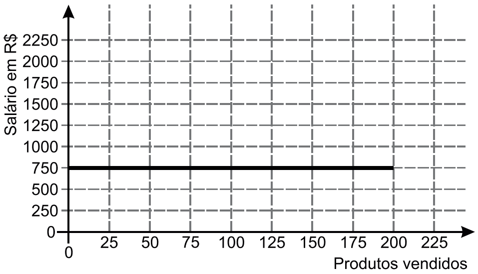
b)



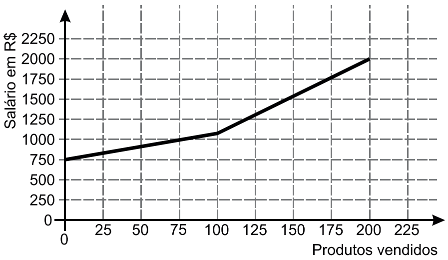
c)



d)



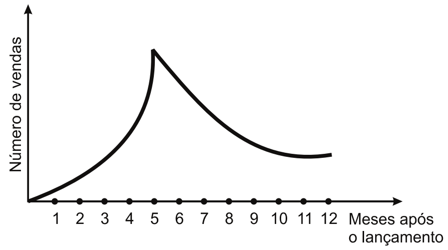
e)



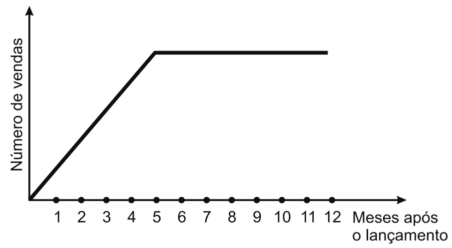
10) (Enem PPL 2012) Uma empresa analisou mensalmente as vendas de um de seus produtos ao longo de 12 meses após seu lançamento. Concluiu que, a partir do lançamento, a venda mensal do produto teve um crescimento linear até o quinto mês. A partir daí houve uma redução nas vendas, também de forma linear, até que as vendas se estabilizaram nos dois últimos meses da análise.

O gráfico que representa a relação entre o número de vendas e os meses após o lançamento do produto é

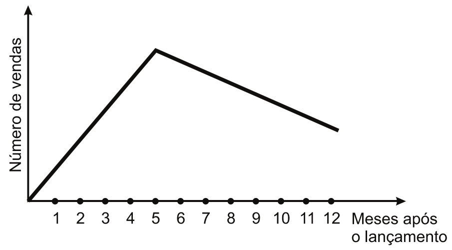
a)



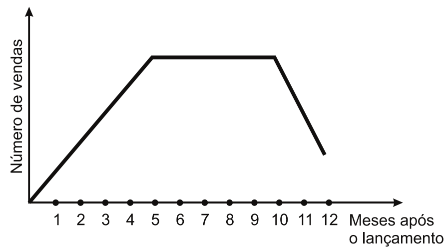
b)



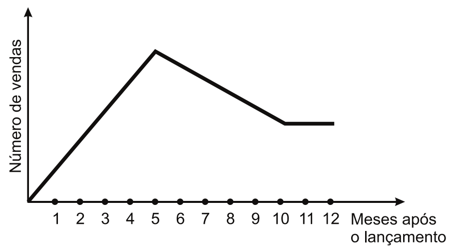
c)



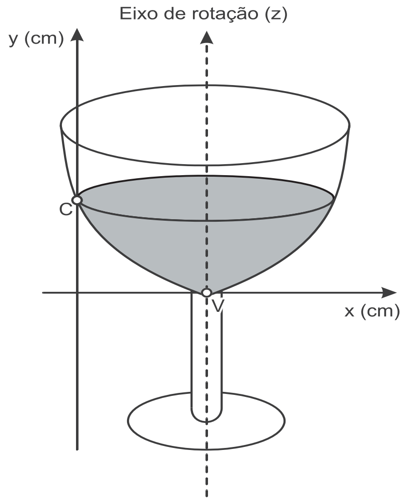
d)



e)



11) (Enem 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x)=\frac{3}{2}x^2-6x+C$,onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x.

Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

a) 1
b) 2
c) 4
d) 5
e) 6

12) (Enem PPL 2013) O proprietário de uma casa de espetáculos observou que, colocando o valor da entrada a R$ 10,00, sempre contava com 1.000 pessoas a cada apresentação, faturando R$ 10.000,00 com a venda dos ingressos. Entretanto, percebeu também que, a partir de R$ 10,00, a cada R$ 2,00 que ele aumentava no valor da entrada, recebia para os espetáculos 40 pessoas a menos.

Nessas condições, considerando P o número de pessoas presentes em um determinado dia e F o faturamento com a venda dos ingressos, a expressão que relaciona o faturamento em função do número de pessoas é dada por:

a) $F=-\frac{P^2}{20}+60P$

b) $F=\frac{P^2}{20}-60P$

c) $F=-P^2+1200P$

d) $F=-\frac{P^2}{20}+60$

e) $F=-P^2-1220P$

13) (Enem PPL 2013) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote.

A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a

a) 4
b) 6
c) 9
d) 10
e) 14

14) (Enem 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos.

Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°.

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

a) 19,0
b) 19,8
c) 20,0
d) 38,0
e) 39,0

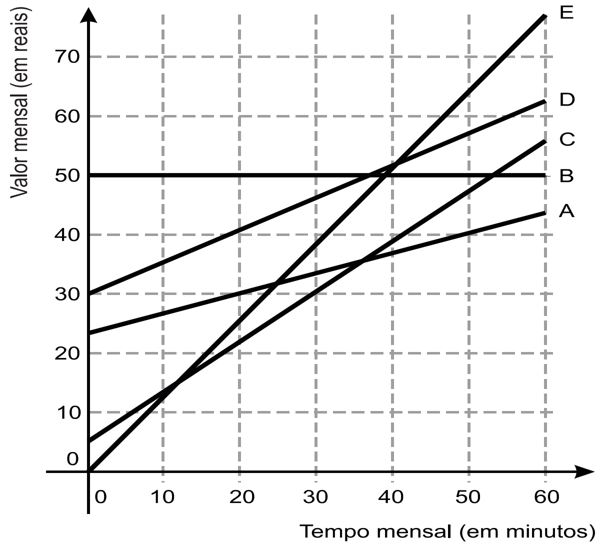
15) (ENEM PPL 2014) Os sistemas de cobrança dos serviços de táxi nas cidades A e B são distintos. Uma corrida de táxi na cidade A é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R$ 3,45 mais R$ 2,05 por quilômetro rodado. Na cidade B a corrida é calculada pelo valor fixo da bandeirada, que é de R$ 3,60 mais R$ 1,90 por quilômetro rodado.

Uma pessoa utilizou o serviço de táxi nas duas cidades para percorrer a mesma distância de 6 km.

Qual o valor que mais se aproxima da diferença, em reais, entre as médias do custo por quilômetro rodado ao final das duas corridas?

a) 0,75
b) 0,45
c) 0,38
d) 0,33
e) 0,13

16) (ENEM 2014) No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D, E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R$ 30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

17) (Enem PPL 2015) Um meio de transporte coletivo que vem ganhando espaço no Brasil é a *van*, pois realiza, com relativo conforto e preço acessível, quase todos os tipos de transportes: escolar e urbano, intermunicipal e excursões em geral. O dono de uma *van*, cuja capacidade máxima é de 15 passageiros, cobra para uma excursão até a capital de seu estado R$ 60,00 de cada passageiro. Se não atingir a capacidade máxima da *van*, cada passageiro pagará mais R$ 2,00 por lugar vago.

Sendo x o número de lugares vagos, a expressão que representa o valor arrecadado $V(x)$, em reais, pelo dono da *van*, para uma viagem até a capital é

a) $V(x) = 902x$

b) $V(x) = 930x$

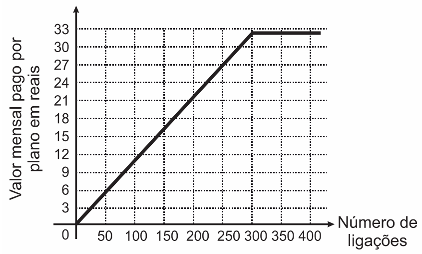
c) $V(x) = 900 + 30x$

d) $V(x) = 60 + 2x^2$

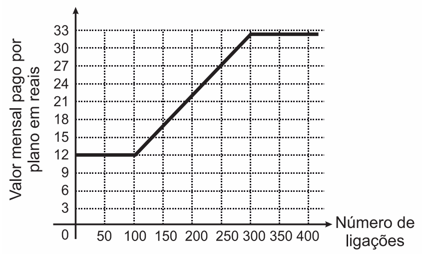
e) $V(x) = 900 - 30x - 2x^2$

18) (Enem 2015) Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R$ 12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R$ 32,00. Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:

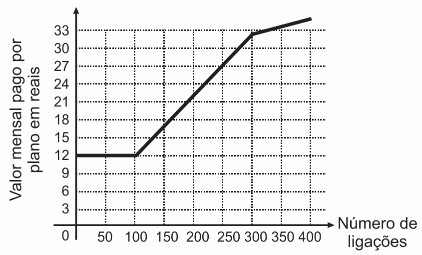
a)



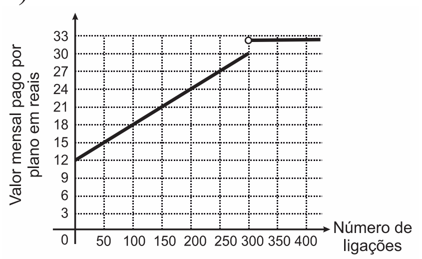
b)



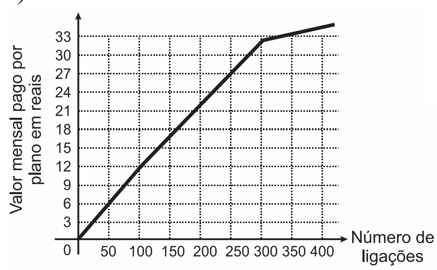
c)



d)



e)



19) (Enem 2015) Um investidor inicia um dia com x ações de uma empresa. No decorrer desse dia, ele efetua apenas dois tipos de operações, comprar ou vender ações. Para realizar essas operações, ele segue estes critérios:

I. vende metade das ações que possui, assim que seu valor fica acima do valor ideal (Vi)
II. compra a mesma quantidade de ações que possui, assim que seu valor fica abaixo do valor mínimo (Vm)
III. vende todas as ações que possui, quando seu valor fica acima do valor ótimo (Vo)

O gráfico apresenta o período de operações e a variação do valor de cada ação, em reais, no decorrer daquele dia e a indicação dos valores ideal, mínimo e ótimo.

Quantas operações o investidor fez naquele dia?

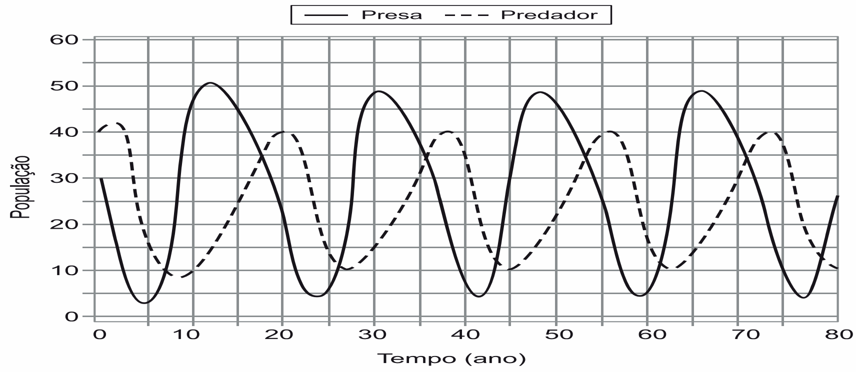
a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

20) (Enem 2015) Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = -h^2 + 22h - 85$ em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \le T \le 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \le T \le 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como
a) muito baixa.
b) baixa.
c) média.
d) alta.
e) muito alta.

21) (Enem PPL 2015) O modelo predador-presa foi proposto de forma independente por Alfred J. Lotka, em 1925, e Vito Volterra, em 1926. Esse modelo descreve a interação entre duas espécies, sendo que uma delas dispõe de alimentos para sobreviver (presa) e a outra se alimenta da primeira (predador). Considere que o gráfico representa uma interação predador-presa, relacionando a população do predador com a população da sua presa ao longo dos anos.

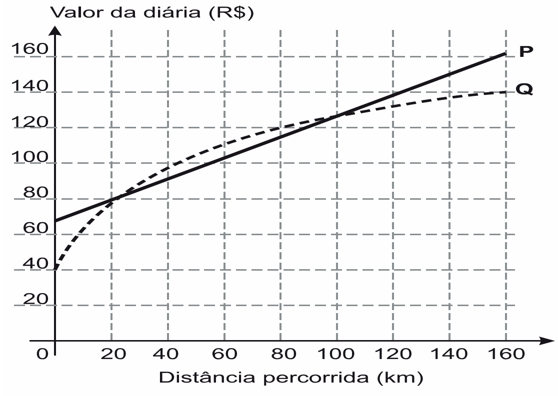


Disponível em: www.eventosufrpe.com.br. Acesso em: 22 mar. 2012 (adaptado)

De acordo com o gráfico, nos primeiros quarenta anos, quantas vezes a população do predador se igualou à da presa?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 9

22) (Enem 2015) Atualmente existem diversas locadoras de veículos, permitindo uma concorrência saudável para o mercado, fazendo com que os preços se tornem acessíveis. Nas locadoras P e Q o valor da diária de seus carros depende da distância percorrida, conforme o gráfico.

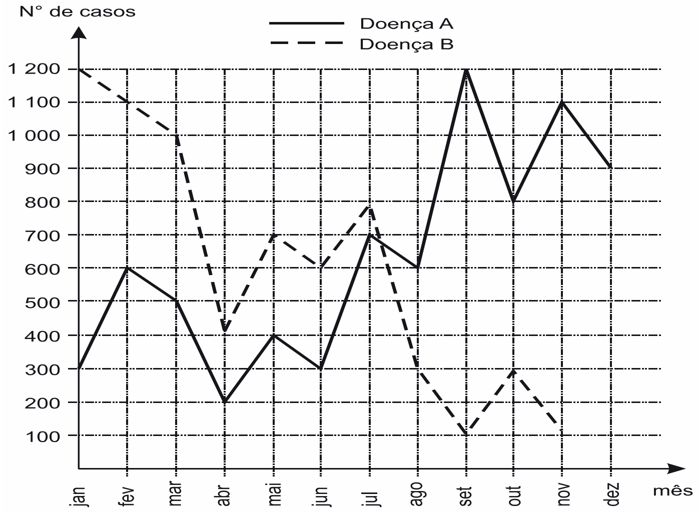


Disponível em: www.sempretops.com
Acesso em: 7 ago. 2010

O valor pago na locadora Q é menor ou igual àquele pago na locadora P para distâncias, em quilômetros, presentes em qual(is) intervalo(s)?

a) De 20 a 100
b) De 80 a 130
c) De 100 a 160
d) De 0 a 20 e de 100 a 160
e) De 40 a 80 e de 130 a 160

23) (Enem PPL 2015) Doenças relacionadas ao saneamento ambiental inadequado (DRSAI) podem estar associadas ao abastecimento deficiente de água, tratamento inadequado de esgoto sanitário, contaminação por resíduos sólidos ou condições precárias de moradia. O gráfico apresenta o número de casos de duas DRSAI de uma cidade:

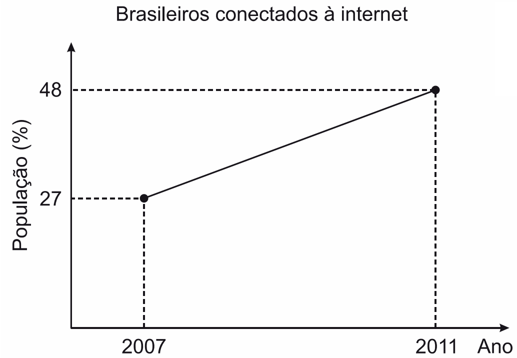


Disponível em: http://dados.gov.br. Acesso em: 7 dez. 2012 (adaptado).

O mês em que se tem a maior diferença entre o número de casos das doenças de tipo A e B é

a) janeiro.
b) abril.
c) julho.
d) setembro.
e) novembro.

24) (Enem PPL 2016) O percentual da população brasileira conectada à internet aumentou nos anos de 2007 a 2011. Conforme dados do Grupo Ipsos, essa tendência de crescimento é mostrada no gráfico.

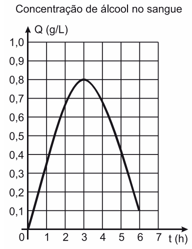


Suponha que foi mantida, para os anos seguintes, a mesma taxa de crescimento registrada no período 2007-2011. A estimativa para o percentual de brasileiros conectados à internet em 2013 era igual a

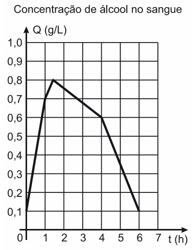
a) 56,40%
b) 58,50%
c) 60,60%
d) 63,75%
e) 72,00%

25) (Enem PPL 2016) O Código de Trânsito de certo país estabelece penas para quem conduzir veículo automotor na via pública, estando com concentração de álcool no sangue igual ou superior a 0,6 grama por litro. Um pesquisador monitorou um indivíduo que ingeriu bebida alcoólica somente após o jantar. Exames realizados no sangue desse indivíduo mostraram que a concentração Q de álcool no sangue, dada em grama por litro, aumentou durante 1 hora e meia. Depois disso, começou a diminuir e atingiu a concentração permitida para dirigir, três horas após a ingestão de álcool. Um gráfico que pode representar a relação entre o tempo após a ingestão e a concentração de álcool no sangue desse indivíduo é

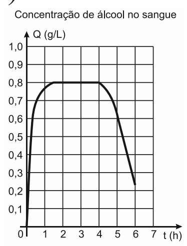
a)



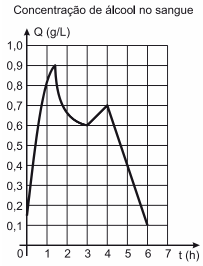
b)



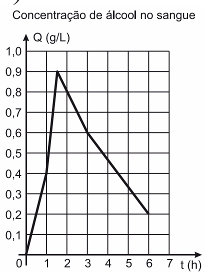
c)



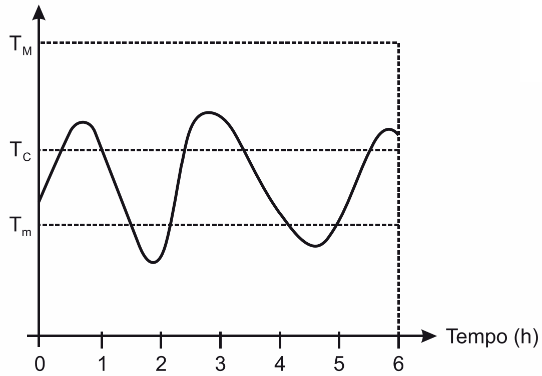
d)



e)



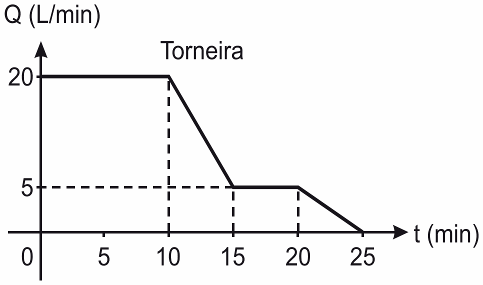
26) (Enem 2ª aplicação 2016) Alguns equipamentos eletrônicos podem “queimar” durante o funcionamento quando sua temperatura interna atinge um valor máximo T_M. Para maior durabilidade dos seus produtos, a indústria de eletrônicos conecta sensores de temperatura a esses equipamentos, os quais acionam um sistema de resfriamento interno, ligando-o quando a temperatura do eletrônico ultrapassa um nível crítico T_C e desligando-o somente quando a temperatura cai para valores inferiores a T_M. O gráfico ilustra a oscilação da temperatura interna de um aparelho eletrônico durante as seis primeiras horas de funcionamento, mostrando que seu sistema de resfriamento interno foi acionado algumas vezes.

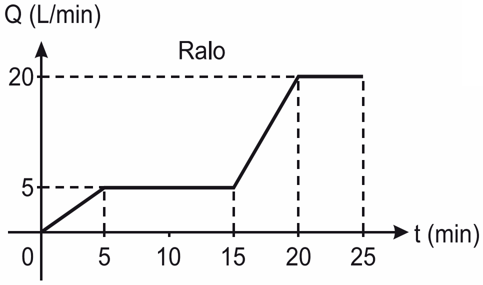


Quantas foram as vezes que o sensor de temperatura acionou o sistema, ligando-o ou desligando-o?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 9

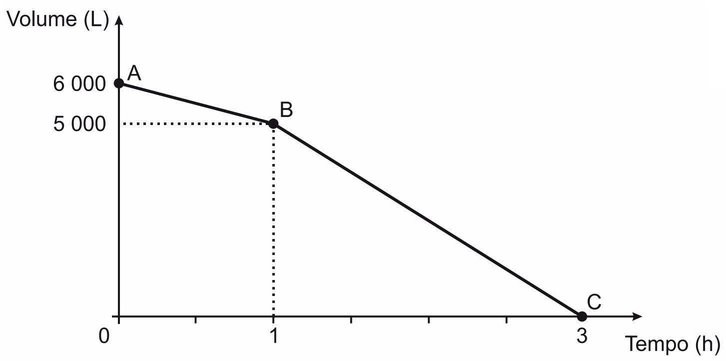
27) (Enem 2016) Um reservatório é abastecido com água por uma torneira e um ralo faz a drenagem da água desse reservatório. Os gráficos representam as vazões Q em litro por minuto, do volume de água que entra no reservatório pela torneira e do volume que sai pelo ralo, em função do tempo *t,* em minuto.





Em qual intervalo de tempo, em minuto, o reservatório tem uma vazão constante de enchimento?
a) De 0 a 10
b) De 5 a 10
c) De 5 a 15
d) De 15 a 25
e) De 0 a 25

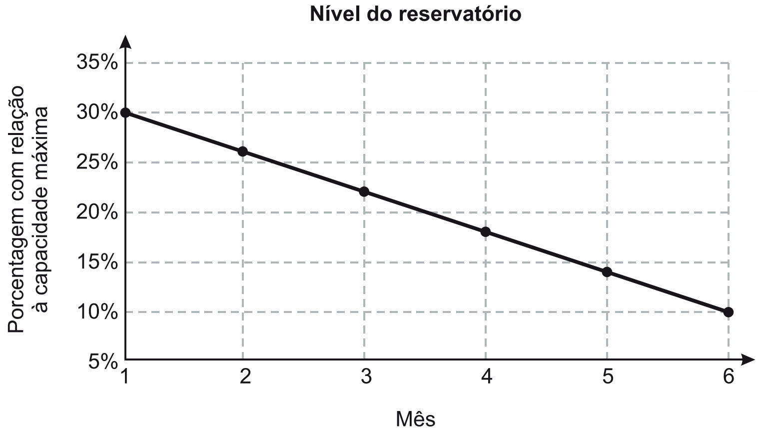
28) (Enem 2016) Uma cisterna de 6.000 L foi esvaziada em um período de 3 h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.



Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

a) 1.000
b) 1.250
c) 1.500
d) 2.000
e) 2.500

29) (Enem 2016) Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade?

a) 2 meses e meio
b) 3 meses e meio
c) 1 mês e meio
d) 4 meses
e) 1 mês

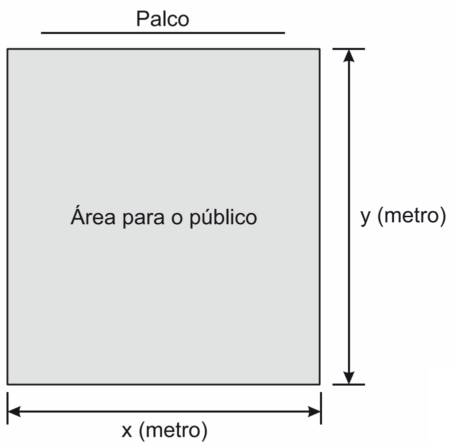
30) (Enem 2ª aplicação 2016) Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1.600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

A segunda dedetização começou no

a) 19º dia
b) 20º dia
c) 29º dia
d) 30º dia
e) 60º dia

31) (Enem 2ª aplicação 2016) Dispondo de um grande terreno, uma empresa de entretenimento pretende construir um espaço retangular para shows e eventos, conforme a figura.



A área para o público será cercada com dois tipos de materiais:

- nos lados paralelos ao palco será usada uma tela do tipo A, mais resistente, cujo valor do metro linear é R$ 20,00;
- nos outros dois lados será usada uma tela do tipo B, comum, cujo metro linear custa R$ 5,00.

A empresa dispõe de R$ 5.000,00 para comprar todas as telas, mas quer fazer de tal maneira que obtenha a maior área possível para o público. A quantidade de cada tipo de tela que a empresa deve comprar é

a) 50,0 m da tela tipo A e 800,0 m da tela tipo B
b) 62,5 m da tela tipo A e 250,0 m da tela tipo B
c) 100,0 m da tela tipo A e 600,0 m da tela tipo B
d) 125,0 m da tela tipo A e 500,0 m da tela tipo B
e) 200,0 m da tela tipo A e 200,0 m da tela tipo B

32) (Enem 2016) Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola:

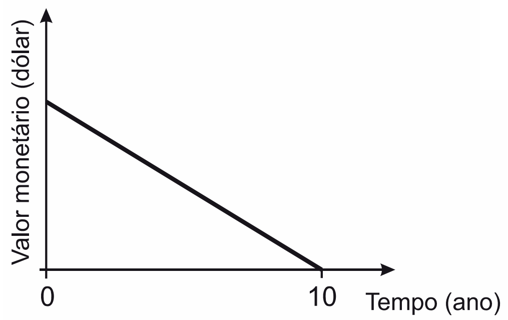
$y = 9 - x^2$ sendo x e y medidos em metros.

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $\frac{2}{3}$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.

Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

a) 18
b) 20
c) 36
d) 45
e) 54

33) (Enem PPL 2017) Um sistema de depreciação linear, estabelecendo que após 10 anos o valor monetário de um bem será zero, é usado nas declarações de imposto de renda de alguns países. O gráfico ilustra essa situação.



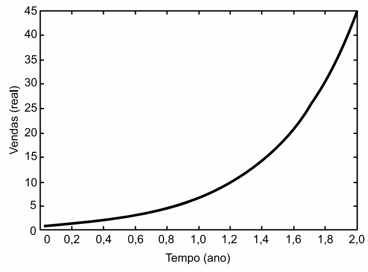
Uma pessoa adquiriu dois bens, A e B, pagando 1.200 e 900 dólares, respectivamente.

Considerando as informações dadas, após 8 anos, qual será a diferença entre os valores monetários, em dólar, desses bens?

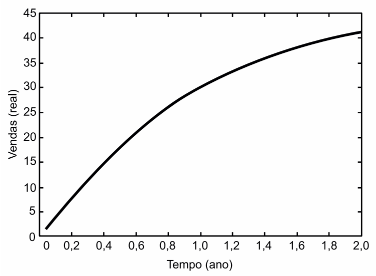
a) 30
b) 60
c) 75
d) 240
e) 300

34) (Enem PPL 2017) Ao abrir um negócio, um microempresário descreveu suas vendas, em milhares de reais (unidade monetária brasileira), durante os dois primeiros anos. No primeiro ano, suas vendas cresceram de modo linear. Posteriormente, ele decidiu investir em propaganda, o que fez suas vendas crescerem de modo exponencial. Qual é o gráfico que melhor descreve as vendas em função do tempo?

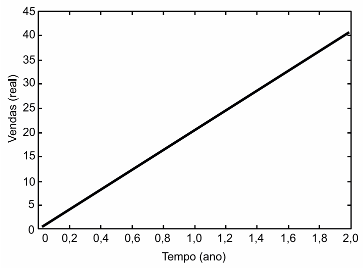
a)



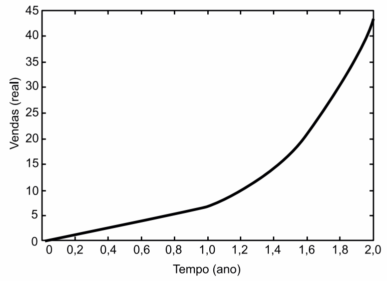
b)



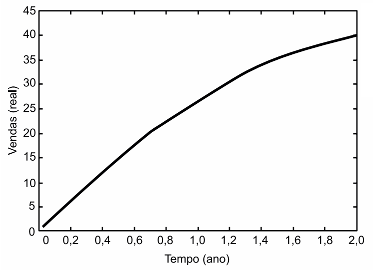
c)



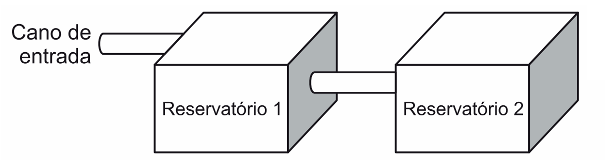
d)



e)

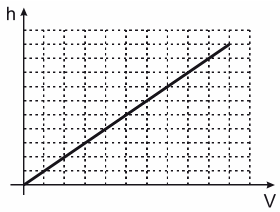


35) (Enem 2017) A água para o abastecimento de um prédio é armazenada em um sistema formado por dois reservatórios idênticos, em formato de bloco retangular, ligados entre si por um cano igual ao cano de entrada, conforme ilustra a figura.

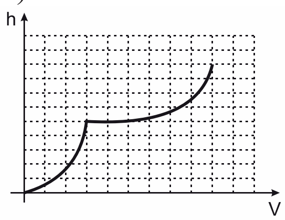


A água entra no sistema pelo cano de entrada no Reservatório 1 a uma vazão constante e, ao atingir o nível do cano de ligação, passa a abastecer o Reservatório 2. Suponha que, inicialmente, os dois reservatórios estejam vazios. Qual dos gráficos melhor descreverá a altura *h* do nível da água no Reservatório 1, em função do volume *V* da água no sistema?

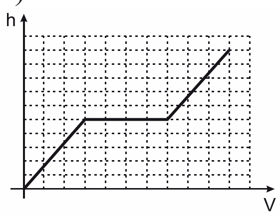
a)



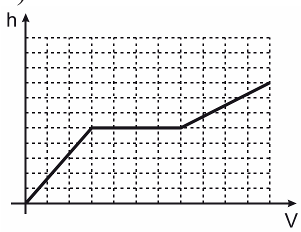
b)



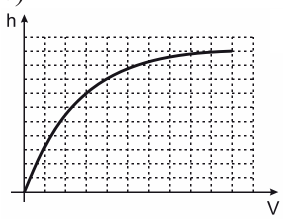
c)



d)



e)



www.mestresdamatematica.com.br

36) (Enem PPL 2017) Os consumidores X, Y e Z desejam trocar seus planos de internet móvel na tentativa de obterem um serviço de melhor qualidade. Após pesquisarem, escolheram uma operadora que oferece cinco planos para diferentes perfis, conforme apresentado no quadro.

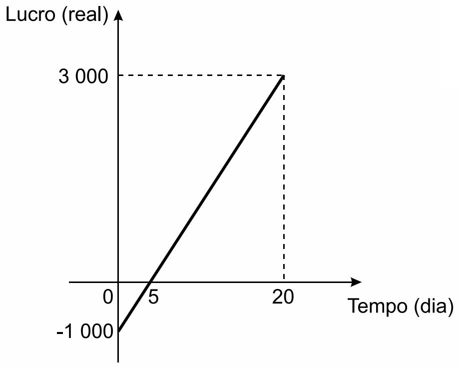
Plano	Franquia	Preço mensal de assinatura	Preço por MB excedente
A	150 MB	R$ 29,90	R$ 0,40
B	250 MB	R$ 34,90	R$ 0,10
C	500 MB	R$ 59,90	R$ 0,10
D	2 GB	R$ 89,90	R$ 0,10
E	5 GB	R$ 119,90	R$ 0,10

Dado: 1 GB = 1024 MB

Em cada plano, o consumidor paga um valor fixo (preço mensal da assinatura) pela franquia contratada e um valor variável, que depende da quantidade de MB utilizado além da franquia. Considere que a velocidade máxima de acesso seja a mesma, independentemente do plano, que os consumos mensais de X, Y e Z são de 190 MB, 450 MB e 890 MB, respectivamente, e que cada um deles escolherá apenas um plano. Com base nos dados do quadro, as escolhas dos planos com menores custos para os consumidores X, Y e Z, respectivamente, são

a) A, C e C
b) A, B e D
c) B, B e D
d) B, C e C
e) B, C e D

37) (Enem PPL 2017) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é

a) $L(t) = 20t + 3000$

b) $L(t) = 20t + 4000$

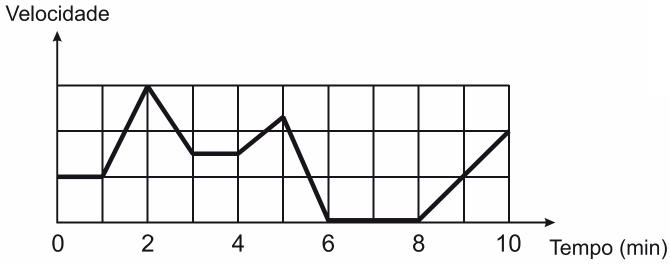
c) $L(t) = 200t$

d) $L(t) = 200t - 1000$

e) $L(t) = 200t + 3000$

www.mestresdamatematica.com.br

38) (Enem 2017) Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflige, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.



Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

a) 4
b) 3
c) 2
d) 1
e) 0

39) (Enem 2017) A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

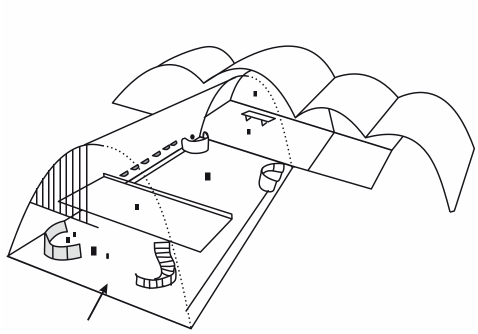


Figura 1

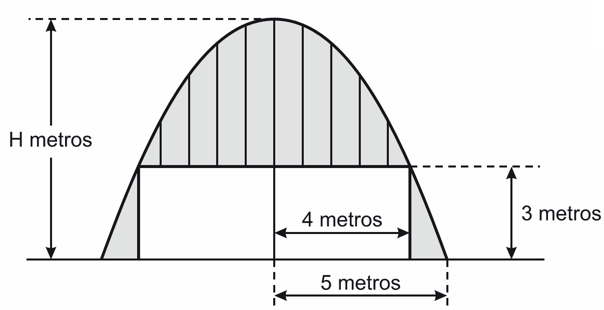


Figura 2

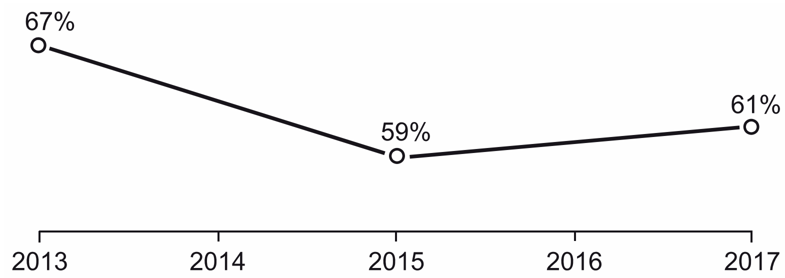
Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

a) $\frac{16}{3}$
b) $\frac{31}{5}$
c) $\frac{25}{4}$
d) $\frac{25}{3}$
e) $\frac{75}{2}$

40) (Enem 2018) A raiva é uma doença viral e infecciosa, transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana.

O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013, 2015 e 2017, no município de Belo Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los.

Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013 a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear.



Disponível em: http://pni.datasus.gov.br. Acesso em: 5 nov. 2017.

Qual teria sido a cobertura dessa campanha no ano de 2014?

a) 62,3%
b) 63,0%
c) 63,5%
d) 64,0%
e) 65,5%

FUNÇÕES									
1) A	**2) C**	**3) E**	**4) A**	**5) D**	**6) D**	**7) A**	**8) A**	**9) E**	**10) E**
11) E	**12) A**	**13) B**	**14) D**	**15) E**	**16) C**	**17) E**	**18) B**	**19) B**	**20) D**
21) C	**22) D**	**23) D**	**24) B**	**25) E**	**26) D**	**27) B**	**28) C**	**29) A**	**30) B**
31) D	**32) C**	**33) B**	**34) D**	**35) D**	**36) C**	**37) D**	**38) C**	**39) D**	**40) B**

MESTRES

DA MATEMÁTICA

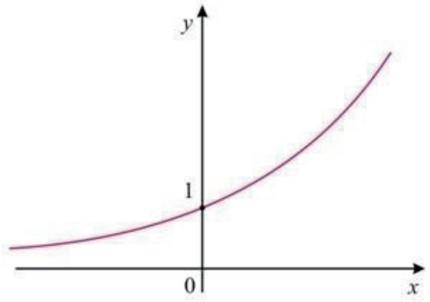
Exponencial

FUNÇÃO EXPONENCIAL

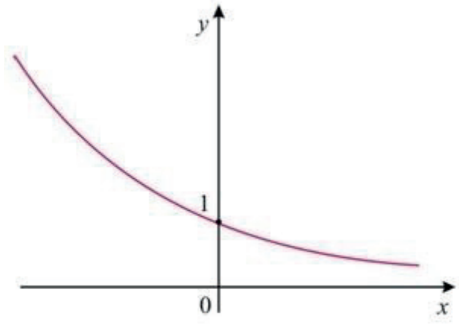
1) DEFINIÇÃO: Seja a um número real, onde $a > 0$ e $a \neq 1$, chamamos de função exponencial a toda função bijetora $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, representada por $f(x) = a^x$.

2) GRÁFICOS:

1º caso: $a > 1$ então f é crescente.



2º caso: $0 < a < 1$ então f é decrescente.



OBS: O eixo das abscissas é uma assíntota horizontal.

3) EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

São equações em que a variável aparece no expoente.

Para resolver uma equação exponencial basta reduzi-la a forma $a^x = a^y$, então teremos $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$.

4) INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

São inequações em que a variável aparece no expoente.

Para resolver uma inequação exponencial reduza-a a forma $a^x > a^y$.

$$a^x > a^y \Leftrightarrow \begin{cases} x > y \text{ se } a > 1 \\ x < y \text{ se } 0 < a < 1 \end{cases}$$

EXPONENCIAL

1) No início do ano de 2017, Carlos fez uma análise do crescimento do número de vendas de refrigeradores da sua empresa, mês a mês, referente ao ano de 2016. Com essa análise, ele percebeu um padrão matemático e conseguiu descrever a relação $V(x) = 5 + 2^x$, onde V representa a quantidade de refrigeradores vendidos no mês x. Considere: $x = 1$ referente ao mês de janeiro; $x = 12$ referente ao mês de dezembro. A empresa de Carlos vendeu, no 2º trimestre de 2016, um total de

a) 39 refrigeradores.
b) 13 refrigeradores.
c) 127 refrigeradores.
d) 69 refrigeradores.
e) 112 refrigeradores.

2) (PUC MG) Uma população de bactérias começa com 100 e dobra a cada três horas. Assim, o número de bactérias após t horas é dado pela função $N(t) = 100 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$. Nessas condições, pode-se afirmar que a população será de 51.200 bactérias depois de:

a) 1 dia e 3 horas
b) 1 dia e 9 horas
c) 1 dia e 14 horas
d) 1 dia e 19 horas

3) (UFJF 2006) Dada a equação $2^{3x-2} \cdot 8^{x+1} = 4^{x-1}$, podemos afirmar que sua solução é um número:

a) natural
b) maior que 1
c) de módulo maior do que 1
d) par
e) de módulo menor do que 1

4) (FGV) A raiz da equação $2^{x-1} + 2^{x+1} + 2^x = 7$ é:

a) um número primo
b) um número negativo
c) um número irracional
d) um número maior ou igual a 1
e) um múltiplo de 5

5) (CEFET-PR) Seja x o número real que é solução da equação $3^{x+1} + 3^{x-2} - 3^{x-3} + 3^{x-4} = 750$. Então, pode-se afirmar que $\sqrt{x}$ é igual a:

a) 3
b) $\sqrt{5}$
c) 2
d) $\sqrt{3}$
e) 4

6) (UFOP) O valor de x que satisfaz a equação seguinte $4^x - 15 \cdot 2^x - 16 = 0$ é um número:

a) ímpar
b) irracional
c) negativo
d) primo
e) par

7) (UFMG) O valor de x que satisfaz a equação $2^{4x} - 6 \cdot 2^{2x} = 16$ é tal que

a) $1 < x \leq 2$
b) $2 < x \leq 3$
c) $3 < x \leq 4$
d) $4 < x \leq 5$

8) (UFOP) Com relação à equação exponencial: $9^{y^2} - 4 \cdot 3^{1+y^2} + 27 = 0$, pode-se afirmar que ela admite:

a) duas raízes inteiras e positivas.
b) duas raízes irracionais e positivas.
c) duas raízes racionais e duas irracionais.
d) duas raízes inteiras e positivas e duas raízes irracionais e negativas.

9) (UEMG) Sejam as funções reais $f(x) = 3^{x+1} - 25$ e $g(x) = 18 \cdot 3^{-x}$. Pode-se afirmar que f e g se interceptam no ponto de coordenadas:

a) (–1,54)
b) (0,0)
c) (1,6)
d) (2,2)
e) (3,56)

10) (FAMEMA 2017) Em um plano cartesiano, o ponto $P(a, b)$, com a e b números reais, é o ponto de máximo da função $f(x) = -x^2 + 2x + 8$. Se a função $g(x) = 3^{-2x+k}$, com *k* um número real, é tal que $g(a) = b$, o valor de *k* é

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

11) (UNICAMP 2017) Considere as funções $f(x) = 3^x$ e $g(x) = x^3$, definidas para todo número real *x*. O número de soluções da equação $f(g(x)) = g(f(x))$ é igual a

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

12) (USF 2018) Em um experimento, o número de bactérias presentes nas culturas A e B, no instante *t*, em horas, é dado, respectivamente, por: $A(t) = 10 \cdot 2^{t-1} + 238$ e $B(t) = 2^{t+2} + 750$. De acordo com essas informações, o tempo decorrido, desde o início desse experimento, necessário para que o número de bactérias presentes na cultura A seja igual ao da cultura B é

a) 5 horas
b) 6 horas
c) 7 horas
d) 9 horas
e) 12 horas

13) (UFPR 2014) Uma pizza a 185°C foi retirada de um forno quente. Entretanto, somente quando a temperatura atingir 65°C será possível segurar um de seus pedaços com as mãos nuas, sem se queimar. Suponha que a temperatura T da pizza, em graus Celsius, possa ser descrita em função do tempo t, em minutos, pela expressão $T = 160 \times 2^{-0,8 \times t} + 25$.

Qual o tempo necessário para que se possa segurar um pedaço dessa pizza com as mãos nuas, sem se queimar?

a) 0,25 minutos
b) 0,68 minutos
c) 2,5 minutos
d) 6,63 minutos
e) 10,0 minutos

14) (UFRGS 2017) No estudo de uma população de bactérias, identificou-se que o número N de bactérias, *t* horas após o início do estudo, é dado por $N(t) = 20 \cdot 2^{1,5\,t}$. Nessas condições, em quanto tempo a população de bactérias duplicou?

a) 15 min
b) 20 min
c) 30 min
d) 40 min
e) 45 min

15) (PUC MG) O valor de certo tipo de automóvel decresce com o passar do tempo de acordo com a função $V(t) = A \cdot 2^{-\frac{2}{3}t}$, sendo t o tempo medido em anos, V o valor do carro no instante t e A o preço inicial do veículo. O tempo necessário para que esse automóvel passe a custar 1/8 de seu valor inicial, em anos, é:

a) 3,0
b) 3,5
c) 4,0
d) 4,5

16) (ACAFE 2012) Um dos perigos da alimentação humana são os microrganismos, que podem causar diversas doenças e até levar a óbito. Entre eles, podemos destacar a *Salmonella*. Atitudes simples como lavar as mãos, armazenar os alimentos em locais apropriados, ajudam a prevenir a contaminação pelos mesmos. Sabendo que certo microrganismo se prolifera rapidamente, dobrando sua população a cada 20 minutos, pode-se concluir que o tempo que a população de 100 microrganismos passará a ser composta de 3.200 indivíduos é:

a) 1 h e 35 min
b) 1 h e 40 mi
c) 1 h e 50 min
d) 1 h e 55 min

17) (PUCRJ) Cientistas brasileiros verificaram que uma determinada colônia de bactérias triplica a cada meia hora. Uma amostra de 10.000 bactérias por mililitro foi colocada em um tubo de ensaio e, após um tempo x verificou-se que o total era de $2,43 \times 10^6$ bactérias por mililitro. Qual é o valor de x?

a) duas horas
b) duas horas e 30 minutos
c) 3 horas e trinta minutos
d) 48 horas
e) 264 horas

18) (ULBRA 2016) Em um experimento de laboratório, 400 indivíduos de uma espécie animal foram submetidos a testes de radiação, para verificar o tempo de sobrevivência da espécie. Verificou-se que o modelo matemático que determinava o número de indivíduos sobreviventes, em função do tempo era $N_{(t)} = C \cdot A^t$, com o tempo t dado em dias e A e C dependiam do tipo de radiação. Três dias após o início do experimento, havia 50 indivíduos. Quantos indivíduos vivos existiam no quarto dia após o início do experimento?

a) 40
b) 30
c) 25
d) 20
e) 10

19) (FJP) A grande preocupação do povo e do governo dos Estados Unidos está voltada, atualmente, para o perigo de ações terroristas mediante uso de armas químicas e bacteriológicas. Suponha que um terrorista libere no espaço 1000 bactérias do tipo X, que se reproduz segundo uma taxa c. Sabe-se que, num certo tempo t, o número dessas bactérias é obtido segundo a fórmula $N = N_0 \cdot c^t$, em que N_0 é o número de bactérias existentes no instante inicial e t é o tempo de liberação das bactérias. Portanto, na situação proposta, 10 horas após esse terrorista liberar as bactérias, existiriam 5000 bactérias. Assim sendo, é correto afirmar que, 40 horas depois da ação terrorista, haveria no ar:

a) 20000 bactérias
b) 40000 bactérias
c) 125000 bactérias
d) 625000 bactérias

20) (UPE 2015) Os biólogos observaram que, em condições ideais, o número de bactérias $Q(t)$ em uma cultura cresce exponencialmente com o tempo t, de acordo com a lei $Q(t) = Q_0 \cdot e^{kt}$, sendo $k > 0$ uma constante que depende da natureza das bactérias; o número irracional e vale aproximadamente 2,718 e Q_0 é a quantidade inicial de bactérias. Se uma cultura tem inicialmente 6.000 bactérias e, 20 minutos depois, aumentou para 12.000 quantas bactérias estarão presentes depois de 1 hora?

a) $1,8 \times 10^4$
b) $2,4 \times 10^4$
c) $3,0 \times 10^4$
d) $3,6 \times 10^4$
e) $4,8 \times 10^4$

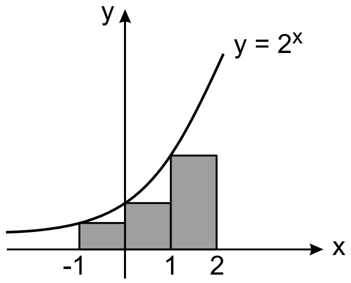
21) (CMMG 2017) Em 1798, Thomas Malthus, no trabalho “An Essay on the Principle of Population”, formulou um modelo para acompanhar o crescimento de populações ao longo do tempo t, fornece o tamanho $N(t)$ da população pela lei $N(t) = N_0 \cdot e^{kt}$, onde N_0 representa a população presente no instante inicial e k, uma constante que varia de acordo com a espécie de população. A população de certo tipo de bactéria está sendo estudada em um laboratório, segundo o modelo de Thomas Malthus. Inicialmente foram colocadas 2.000 bactérias em uma placa de Petri e, após 2 horas, a população inicial havia triplicado.

A quantidade de bactérias presente na placa 6 horas após o início do experimento deverá aumentar:

a) 6 vezes
b) 8 vezes
c) 18 vezes
d) 27 vezes

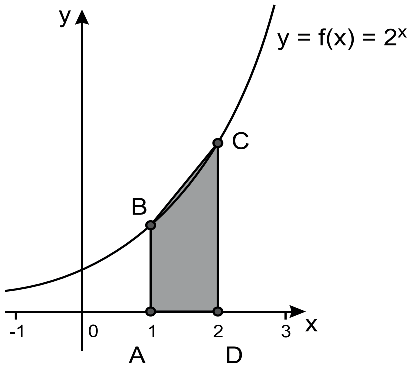
22) (ESPM 2012) A figura abaixo mostra o gráfico da função $f(x) = 2^x$. A área da região sombreada, formada por retângulos, é igual a:

a) 3,0
b) 3,5
c) 4,0
d) 4,5
e) 5,0

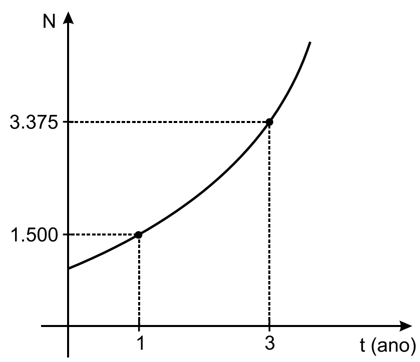


23) (UFJF 2012) Seja $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = 2^x$. Na figura abaixo está representado, no plano cartesiano, o gráfico de *f* e um trapézio ABCD, retângulo nos vértices A e D e cujos vértices B e C estão sobre o gráfico de f. A medida da área do trapézio ABCD é igual a:

a) 2
b) $\frac{8}{3}$
c) 3
d) 4
e) 6



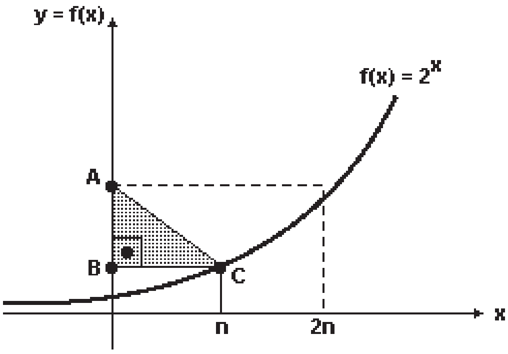
24) (UFSM 2014) As matas ciliares desempenham importante papel na manutenção das nascentes e estabilidade dos solos nas áreas marginais. Com o desenvolvimento do agronegócio e o crescimento das cidades, as matas ciliares vêm sendo destruídas. Um dos métodos usados para a sua recuperação é o plantio de mudas. O gráfico mostra o número de mudas $N(t) = b \cdot a^t$ $(0 < a \neq 1 \text{ e } b > 0)$ a serem plantadas no tempo t (em anos), numa determinada região.



De acordo com os dados, o número de mudas a serem plantadas, quando t = 2 anos é igual a

a) 2.137
b) 2.150
c) 2.250
d) 2.437
e) 2.500

25) (UFSCAR) Se a área do triângulo retângulo ABC, indicado na figura, é igual a 3n, conclui-se que f(n) é igual a



a) 2
b) $2\sqrt{2}$
c) 3
d) $3\sqrt{2}$
e) 4

EXPONENCIAL									
1) C	2) A	3) E	4) D	5) E	6) A	7) C	8) C	9) D	10) C
11) C	12) D	13) C	14) D	15) D	16) B	17) B	18) C	19) D	20) E
21) D	22) B	23) C	24) C	25) C					

MESTRES DA MATEMÁTICA

Logaritmo

1) DEFINIÇÃO: Dados os números reais positivos a e b, com $b \neq 1$, chamamos de logaritmo de a na base b, indicamos por $log_b a$, ao número x tal que $b^x = a$, ou seja, $log_b a = x \Leftrightarrow b^x = a$.

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA: $\begin{cases} a = \text{logaritmando} \Rightarrow a > 0 \\ b = \text{base} \Rightarrow 0 < b \neq 1 \\ x = \text{ logaritmo de } a \text{ na base } b \Rightarrow x \in \mathbb{R} \end{cases}$

EXEMPLOS: $\begin{cases} log_2 8 = 3, \text{ pois } 2^3 = 8 \\ log_5 25 = 2, \text{ pois } 5^2 = 25 \\ log_{10} 0{,}1 = -1, \text{ pois } 10^{-1} = 0{,}1 \end{cases}$

OBS: $\begin{cases} \text{Logaritmo decimal} \Rightarrow \log_{10} x = \log x \\ \text{Logaritmo neperiano} \Rightarrow \log_e x = \ln x \end{cases}$

2) CONSEQUÊNCIAS DA DEFINIÇÃO:

$C_1)\ log_b 1 = 0, \text{ pois } b^0 = 1$

$C_2)\ log_b b = 1, \text{ pois } b^1 = b$

$C_3)\ log_b b^n = n, \text{ pois } b^n = b^n$

$C_4)\ b^{\log_b a} = a$

Demonstração de C_4: Fazendo a mudança de variável $\log_b a = x$, teremos que $b^{\log_b a} = b^x$, mas como $\log_b a = x \Rightarrow a = b^x$, então teremos que $b^{\log_b a} = b^x = a$.

3) PROPRIEDADES

$P_1)\ \log_b (x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$

$P_2)\ \log_b \left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$

$P_3)\ \log_b x^n = n \log_b x$

$P_4)$ MUDANÇA DE BASE: $\log_b a \xrightarrow[base\, x]{} \frac{\log_x a}{\log_x b}$

$P_5)\ \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

$P_6)\ \log_{b^n} a = \frac{1}{n} \cdot \log_b a$

LOGARITMO

4) EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS

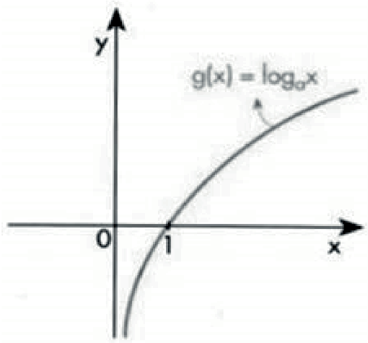
Uma equação é chamada de logarítmica se a variável ou incógnita fizer parte de um dos termos do logaritmo. Assim, para resolvê-las aplicaremos a definição, as condições de existência e as propriedades dos logaritmos, ou seja, $\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$.

5) FUNÇÃO LOGARÍTMICA

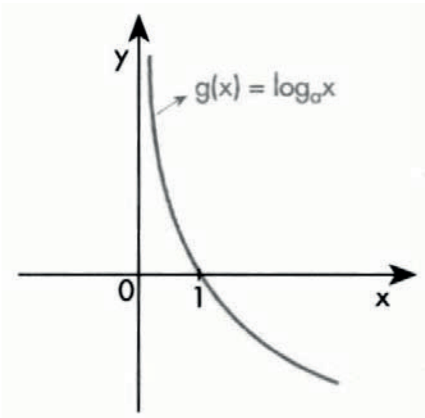
Chamamos de função logarítmica de base b, a função bijetora $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \log_b x$ onde temos que $0 < b \neq 1$.

6) GRÁFICOS

1º caso: $a > 1$ então f é crescente, $\operatorname{Im} f = \mathbb{R}, D = \mathbb{R}_+^*$.



2º caso: $0 < a < 1$ então f é decrescente, $\operatorname{Im} f = \mathbb{R}, D = \mathbb{R}_+^*$.



7) INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS

Para encontrarmos o conjunto-solução de uma inequação logarítmica, aplicaremos as propriedades do logaritmos e transformaremos a inequação em uma desigualdade de logaritmos de mesma base.

Se $a > 1 \Rightarrow \log_b x > \log_b y \Leftrightarrow x > y$ (conserva o sinal da desigualdade)

Se $0 < a < 1 \Rightarrow \log_b x > \log_b y \Leftrightarrow x < y$ (inverte o sinal da desigualdade)

1) Os alunos do curso de Meio Ambiente do campus Cabo de Santo Agostinho observaram que o número de flores em uma árvore X segue o modelo matemático $F(h) = 16 - \log_2(3h+1)$, onde $F(h)$ é a quantidade de flores após h horas de observação. Após quanto tempo de observação esta árvore estará com apenas 10 flores?

a) 6 horas
b) 25 horas
c) 20 horas
d) 21 horas
e) 64 horas

2) (PUC 2007) As indicações R_1 e R_2 de dois terremotos, na escala Richter, estão relacionadas pela fórmula $R_1 - R_2 = \log\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$, em que E_1 e E_2 medem as respectivas energias, liberadas pelos terremotos em forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Nessas condições, se $R_1 = 8{,}5$ e $R_2 = 7{,}0$, é correto afirmar que a razão entre E_1 e E_2, nessa ordem, é igual a:

a) 0,5
b) 1,5
c) $10^{0,5}$
d) $10^{1,5}$

3) (FUVEST 2017) Considere as funções $f(x) = x^2 + 4$ e $g(x) = 1 + \log_{\frac{1}{2}} x$, em que o domínio de f é o conjunto dos números reais e o domínio de g é o conjunto dos números reais maiores do que 0.
Seja $h(x) = 3f(g(x)) + 2g(f(x))$, em que $x > 0$. Então, $h(2)$ é igual a

a) 4
b) 8
c) 12
d) 16
e) 20

4) (INSPER) Psicólogos educacionais podem utilizar modelos matemáticos para investigar questões relacionadas à memória e retenção da informação. Suponha que um indivíduo tenha feito um teste e que, depois de t meses e sem rever o assunto do teste, ele tenha feito um novo teste, equivalente ao que havia feito anteriormente. O modelo matemático que descreve situação de normalidade na memória do indivíduo é dado por $y = 82 - 12\log(t+1)$, sendo y a quantidade de pontos feitos por ele no instante t. Considere agora que, após t meses da aplicação do teste inicial, a pontuação do indivíduo tenha caído 18 pontos na nova aplicação do teste. Adotando $\sqrt{10} \cong 3{,}16$, t é aproximadamente igual a

a) 25,1
b) 30,6
c) 32,3
d) 32,4
e) 28,8

5) (ALBERT EINSTEN 2016) Uma pesquisa foi desenvolvida a partir de 250 bactérias de uma cultura. Estimou-se então, de maneira aproximada, que, durante certo tempo, o aumento percentual do número de bactérias na cultura poderia ser obtido pela expressão $B(t) = -30 \cdot log_3(t+21)+150$, em que t é o tempo decorrido, em minutos, após o início da pesquisa, Nessas condições, ao fim da primeira hora da pesquisa, quantas bactérias havia em tal cultura?

a) 325
b) 400
c) 450
d) 525

6) (CMMG) Uma das formas de caracterizar uma substância relaciona-se com o conhecimento de seu pH que, matematicamente, pode ser obtido a partir de operações com logaritmos decimais. Ao categorizar um grupo de substâncias, um estudante deparou-se com a necessidade de solução da equação logarítmica $\log_2\left(9^x+3^x\right)+29=30$. Resolvendo adequadamente o problema, ele chegará ao resultado

a) $x=10^{-2}$
b) $x=10^{-1}$
c) $x=1$
d) $x=0$

7) (UFMG) Numa calculadora científica, ao se digitar um número positivo qualquer e, em seguida, se apertar a tecla log, aparece, no visor, o logaritmo decimal do número inicialmente digitado.

Digita-se o número 10.000 nessa calculadora e, logo após, aperta-se, N vezes, a tecla log, até aparecer um número negativo no visor.

Então, é CORRETO afirmar que o número N é igual a

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5

8) (UERJ 2017) Uma calculadora tem duas teclas especiais, A e B. Quando a tecla A é digitada, o número que está no visor é substituído pelo logaritmo decimal desse número. Quando a tecla B é digitada, o número do visor é multiplicado por 5. Considere que uma pessoa digitou as teclas BAB, nesta ordem, e obteve no visor o número 10. Nesse caso, o visor da calculadora mostrava inicialmente o seguinte número:

a) 20
b) 30
c) 40
d) 50

9) O potencial de hidrogênio (pH) das soluções é dado pela função: $pH = -\log[H^+]$, onde $[H^+]$ é a concentração do cátion H^+ ou H_3O^+ na solução.

Se, em uma solução, a concentração de H^+ é $2 \cdot 10^{-8}$, qual o pH dessa solução? Adote: $\log 2 = 0,3$.

a) 2,4
b) 3,8
c) 6,7
d) 7,7
e) 11

10) (UFSM) Se $log_{10} 5 = a$ e $log_{10} 7 = b$, então $log_{10}(122,5)$ é igual a

a) $a+b$
b) $a+b+1$
c) $a+b-1$
d) $2a+2b$
e) $2a+2b-1$

11) (UNESP 2013) Todo número inteiro positivo n pode ser escrito em sua notação científica como sendo $\mathrm{n} = \mathrm{k} \cdot 10^{\mathrm{x}}$, em que $\mathrm{k} \in \mathbb{R}^*$, $1 \leq \mathrm{k} < 10$ e $\mathrm{x} \in \mathbb{Z}$. Além disso, o número de algarismos de n é dado por $(x + 1)$.

Sabendo que $\log 2 \cong 0,30$, o número de algarismos de 2^{57} é

a) 16
b) 19
c) 18
d) 15
e) 17

12) (UFMG) O pH de uma solução aquosa é definido pela expressão $pH = -log\left[H^+\right]$, em que $[H^+]$ indica a concentração, em mol/l, de íons de Hidrogênio na solução e log, o logaritmo na base 10. Ao analisar determinada solução, um pesquisador verificou que, nela, a concentração de íons de Hidrogênio era $\left[H^+\right] = 5,4 \cdot 10^{-8} mol/l$. Para calcular o pH dessa solução, ele usou os valores aproximados de 0,30, para log 2, e de 0,48, para log 3. Então, o valor que o pesquisador obteve para o pH dessa solução foi:

a) 7,26
b) 7,32
c) 7,58
d) 7,74
e) 7,86

13) (UEPI) Para determinarmos valores de a e b, reais, tem-se que $log(a+b)=10$ e $log(a-b)=6$.

Então, o valor de $\log\sqrt{a^2-b^2}$ corresponde a:

a) 30
b) 16
c) 8
d) 4
e) 2

14) (UFMG) A grandeza M de uma estrela é definida pela fórmula $M=-2,5\cdot log_{10}(K\cdot I)$, sendo K uma constante positiva e I a intensidade da luz da estrela. Sírius, a estrela mais brilhante, tem uma grandeza de –1,6 e a estrela Betelgeuse tem uma grandeza de 0,9.

A razão entre as intensidades de luz de Sírius e de Betelgeuse, nessa ordem é

a) $-\dfrac{16}{9}$
b) $\dfrac{16}{9}$
c) 5
d) 10

15) (FUVEST 2019) Se $\log_2 y=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}\log_2 x$, para $x>0$, então

a) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{2}}$
b) $y=\sqrt{\dfrac{x^3}{2}}$
c) $y=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt[3]{x^2}$
d) $y=\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{x^2}$
e) $y=\sqrt{2x^3}$

16) O conjunto solução da equação $\log_2(x^2-7x+10)-\log_2(x-5)=\log_2 10$ é

a) $\{5,12\}$
b) $\{12\}$
c) $\{5\}$
d) $\varnothing$

17) (UFOP) A soma das raízes da equação $1+\log_2(1+x^2)=\log_2 5+\log_2 x$ é igual a:

a) 1
b) 1,5
c) 2,5
d) 3
e) 5

18) (UERJ 2003) O logaritmo decimal do número positivo x é representado por log$x$. Então, a soma das raízes de $\log^2 x-\log\left(x^3\right)=0$ é igual a:

a) 1
b) 101
c) 1000
d) 1001

19) (UFSCAR) Adotando-se $\log 2=\mathrm{a}$ e $\log 3=\mathrm{b}$, o valor de $\log_{1,5} 135$ é igual a

a) $\dfrac{3ab}{b-a}$
b) $\dfrac{2b-a+1}{2b-a}$
c) $\dfrac{3b-a}{b-a}$
d) $\dfrac{3b+a}{b-a}$
e) $\dfrac{3b-a+1}{b-a}$

20) (UEPB) Os átomos de um elemento químico radioativo possuem uma tendência natural de se desintegrarem, diminuindo, portanto, sua quantidade original com o passar do tempo. Suponha que certa quantidade de um elemento radioativo, com massa inicial m_0 (gramas), com $m_0 \neq 0$, decomponha-se conforme o modelo matemático $m(t)=m \cdot 10^{-\frac{t}{70}}$, em que $m(t)$ é a quantidade de massa radioativa restante no tempo t (anos).

Usando a aproximação $log_{10} 2=0,3$, a quantidade de anos para que esse elemento se decomponha até atingir $\dfrac{1}{8}$ da massa inicial será:

a) 60
b) 62
c) 64
d) 63
e) 70

21) (UFMG) Seja $n = 8^{2\log_2 15 - \log_2 45}$. Então, o valor de n é:

a) 5^2
b) 8^3
c) 2^5
d) 5^3

22) (FGV) Daqui a t anos o valor de um automóvel será $V(t) = 2000 \cdot (0,75)^t$ dólares.

A partir de hoje, daqui a quantos anos ele valerá a metade do que vale hoje?

Adote log 2 = 0,3 e log 3 = 0,48.

a) 3 anos
b) 6 anos
c) 2,5 anos
d) 4,5 anos
e) 5 anos

23) (UFU 2017) Um indivíduo com uma grave doença teve a temperatura do corpo medida em intervalos curtos e igualmente espaçados de tempo, levando a equipe médica a deduzir que a temperatura corporal T do paciente, em cada instante t, é bem aproximada pela função $T = 36 \cdot 10^{\frac{t}{100}}$ em que t é medido em horas, e T em graus Celsius.

Quando a temperatura corporal deste paciente atingir os 40 ºC a equipe médica fará uma intervenção, administrando um remédio para baixar a temperatura. Nestas condições, quantas horas se passarão desde o instante $t = 0$ até a administração do remédio? Utilize $\log_{10} 9 = 0,95$.

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8

24) (UNIFOR) Em 1995, em uma cooperativa de artesanato, os artefatos manufaturados geraram um lucro de R$ 16.000,00 e, a partir de então, observou-se que o lucro cresceu à taxa de 20% ao ano.

Nessas condições, o lucro anual dessa cooperativa chegou a R$ 81.000,00 no ano de:

(Use log 2 = 0,30 e log 3 = 0,48)

a) 2002
b) 2003
c) 2004
d) 2005
e) 2006

25) No instante $t = 0$, quando a quantidade presente de determinada substância radioativa começa a ser monitorada, registra-se Q_0 gramas da substância. Depois de t horas, a partir $t = 0$, a quantidade, em gramas, de substância remanescente é calculada através da equação $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-0,45t}$. Considerando-se $\log_e 2 = 0,69$, pode-se afirmar que o tempo necessário para que a quantidade presente dessa substância seja reduzida à metade da quantidade inicial é de

a) 54 min
b) 1 h e 20 min
c) 1 h e 32 min
d) 1 h e 45 min
e) 2 h e 9 min

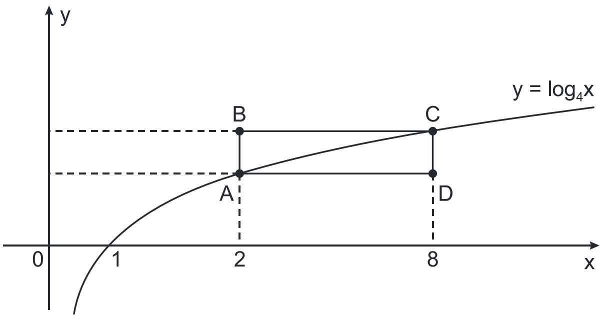
26) (PUC 2015) O número de bactérias N em um meio de cultura que cresce exponencialmente pode ser determinado pela equação $N = N_0 \cdot e^{kt}$ em que N_0 é a quantidade inicial, isto é, $N_0 = N(0)$ e k é a constante de proporcionalidade.

Se inicialmente havia 5000 bactérias na cultura e 8000 bactérias 10 minutos depois, quanto tempo será necessário para que o número de bactérias se torne duas vezes maior que o inicial?

(Dados: $ln 2 = 0,69$ e $ln 5 = 1,61$)

a) 11 minutos e 10 segundos
b) 11 minutos e 15 segundos
c) 15 minutos
d) 25 minutos
e) 25 minutos e 30 segundos

27) A curva do gráfico abaixo representa a função $y = \log_4 x$

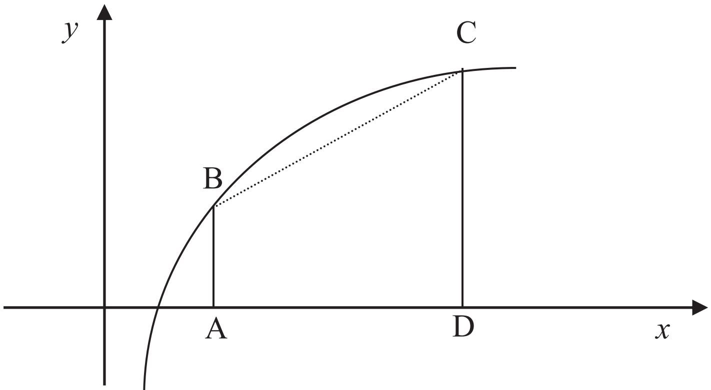


Desenho ilustrativo fora de escala

A área do retângulo ABCD é

a) 12
b) 6
c) 3
d) $6\log_4 \frac{3}{2}$
e) $\log_4 6$

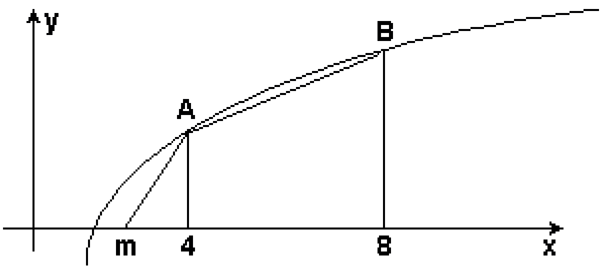
28) (UFMG) Observe a figura.



Nessa figura, os pontos B e C estão sobre o gráfico da função $y = log_2 x$, os pontos A e D têm abscissas iguais a $\frac{8}{3}$ e 12, respectivamente, e os segmentos AB e CD são paralelos ao eixo y. Então, a área do trapézio ABCD é

a) $\frac{80}{3}$
b) $\frac{64}{3}$
c) $\frac{70}{3}$
d) $\frac{74}{3}$

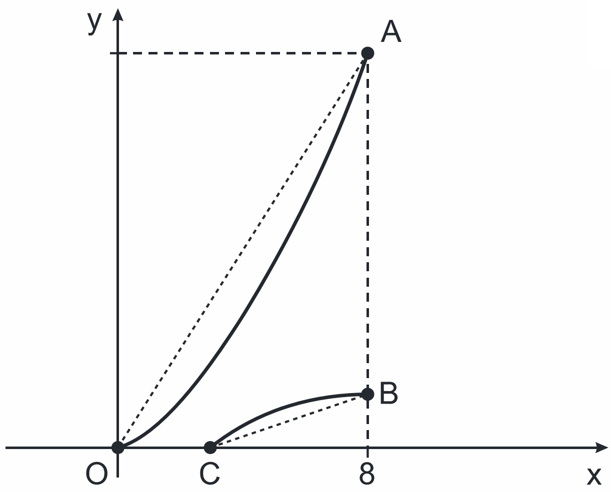
29) (PUC 2006) Na figura, os pontos A e B pertencem ao gráfico da função $y = log_2 x$. A medida da área do trapézio de vértices A, B, (4, 0) e (8, 0) é cinco vezes a medida da área do triângulo de vértices A, (4, 0) e (m, 0).



Então o valor de *m* é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

30) Na figura abaixo estão representadas as funções $f(x) = 2^x - 1$ e $g(x) = \log_2\left(\frac{x}{2}\right)$.

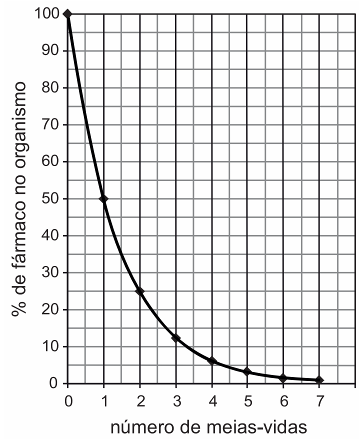


Sabendo-se que o ponto A tem abscissa 8, a área do quadrilátero OABC é

a) 53
b) 56
c) 1.014
d) 1.814

1) D	2) D	3) B	4) B	5) A	6) D	7) B	8) A	9) D	10) E
11) C	12) A	13) C	14) D	15) A	16) B	17) C	18) D	19) E	20) D
21) D	22) C	23) A	24) C	25) C	26) C	27) B	28) C	29) C	30) C

1) (Enem 2007) A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo.

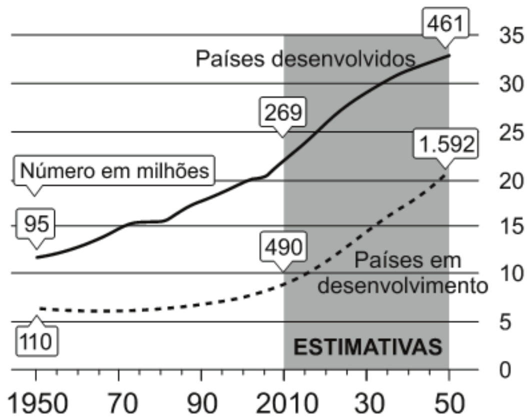


O gráfico ao lado representa, de forma genérica, o que acontece com a quantidade de fármaco no organismo humano ao longo do tempo. A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12 h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13 horas e 30 minutos será aproximadamente de

a) 10% b) 15% c) 25% d) 35% e) 50%

2) (Enem 2009) A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.

Suponha que o modelo exponencial $y = 363 \cdot e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no



Fonte: *Perspectivas da População Mundial*, ONU, 2009.
Disponível em: www.economist.com.
Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

Suponha que o modelo exponencial $y = 363 \cdot e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x, seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

a) 490 e 510 milhões
b) 550 e 620 milhões
c) 780 e 800 milhões
d) 810 e 860 milhões
e) 870 e 910 milhões.

3) (Enem 2011) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_W), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_W e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_W = -10,7 + \frac{2}{3} \cdot \log_{10}(M_0).$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir de registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina.cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude M_W = 7,3. Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina.cm)?

a) $10^{-5,10}$
b) $10^{-0,73}$
c) $10^{12,00}$
d) $10^{21,65}$
e) $10^{27,00}$

4) (Enem PPL 2013) Em um experimento, uma cultura de bactérias tem sua população reduzida pela metade a cada hora, devido à ação de um agente bactericida. Neste experimento, o número de bactérias em função do tempo pode ser modelado por uma função do tipo

a) afim
b) seno
c) cosseno
d) logarítmica crescente
e) exponencial

5) (Enem 2013) Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos, e a quantidade restante de massa de um ativo, após t anos, é calculada pela expressão $M(t) = A \cdot (2,7)^{kt}$, onde A é a massa inicial e k é uma constante negativa.

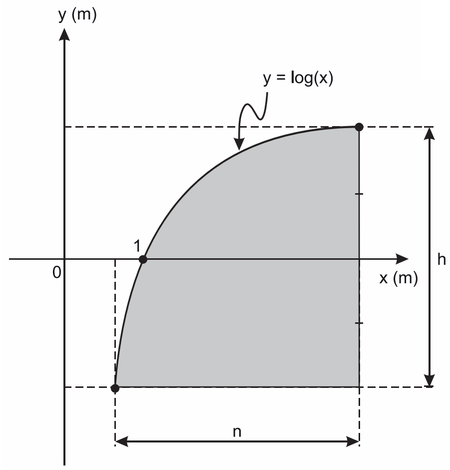
Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$. Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?

a) 27
b) 36
c) 50
d) 54
e) 100

6) (Enem PPL 2015) O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R$ 1.800,00 propondo um aumento percentual fixo por cada ano dedicado ao trabalho.
A expressão que corresponde à proposta salarial (s) em função do tempo de serviço (t) em anos, é $s(t) = 1.800 \cdot (1,03)^t$. De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de tempo de serviço será, em reais,

a) 7.416,00
b) 3.819,24
c) 3.709,62
d) 3.708,00
e) 1909,62

7) (Enem 2015) Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas superiores fossem representadas pela curva de equação $y = log(x)$, conforme a figura.



A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo *x* sempre divida ao meio a altura *h* do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo *x*. Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura *h* do vidro em função da medida *n* de sua base, em metros. A expressão algébrica que determina a altura do vidro é

a) $\log\left(\dfrac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right) - \log\left(\dfrac{n-\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

b) $\log\left(1+\dfrac{}{2}\right) - \log\left(1-\dfrac{}{2}\right)$

c) $\log\left(1+\dfrac{n}{2}\right) + \log\left(1-\dfrac{n}{2}\right)$

d) $\log\left(\dfrac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

e) $2 \cdot \log\left(\dfrac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

8) (Enem PPL 2016) A volemia (V) de um indivíduo é a quantidade total de sangue em seu sistema circulatório (coração, artérias, veias e capilares).

Ela é útil quando se pretende estimar o número total (N) de hemácias de uma pessoa, a qual é obtida multiplicando-se a volemia (V) pela concentração (C) de hemácias no sangue, isto é, $N = V \times C$.

Num adulto normal essa concentração é de 5.200.000 hemácias por mL de sangue, conduzindo a grandes valores de N.

Uma maneira adequada de informar essas grandes quantidades é utilizar a notação científica, que consiste em expressar N na forma $N = Q \cdot 10^n$ sendo $1 \le Q < 10$ e n um número inteiro.

Considere um adulto normal, com volemia de 5.000 mL.

Qual a quantidade total de hemácias desse adulto, em notação científica?

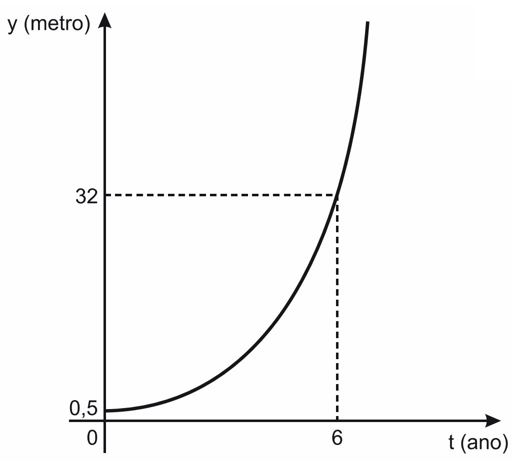
a) $2{,}6 \times 10^{-10}$
b) $2{,}6 \times 10^{-9}$
c) $2{,}6 \times 10^{9}$
d) $2{,}6 \times 10^{10}$
e) $2{,}6 \times 10^{11}$

9) (Enem PPL 2016) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função $y(t) = a^{t-1}$ na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1.

O gráfico representa a função y. Admita ainda que $y(0)$ fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio.

O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

a) 3
b) 4
c) 6
d) $\log_2 7$
e) $\log_2 15$



10) (Enem 2016) Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador *tsunami* no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por $M = \frac{2}{3} \cdot \log\left(\frac{E}{E_0}\right)$, sendo E a energia, em kWh liberada pelo terremoto e E_0 uma constante real positiva. Considere que E_1 e E_2 representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente. Qual a relação entre E_1 e E_2?

a) $E_1 = E_2 + 2$
b) $E_1 = 10^2 \cdot E_2$
c) $E_1 = 10^3 \cdot E_2$
d) $E_1 = 10^{\frac{9}{7}} \cdot E_2$
e) $E_1 = \frac{9}{7} \cdot E_2$

11) (Enem 2016) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população: $p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$ em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias. Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min a população será

a) reduzida a um terço
b) reduzida à metade
c) reduzida a dois terços
d) duplicada
e) triplicada

12) (Enem 2017) Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R$ 5.000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula $\frac{5000 \times 1{,}013^n \times 0{,}013}{(1{,}013^n - 1)}$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para log1,013; 2,602 como aproximação para log400; 2,525 como aproximação para log335. De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

a) 12
b) 14
c) 15
d) 16
e) 17

13) (Enem PPL 2017) Nas informações veiculadas nos órgão de comunicação quando da ocorrência de um terremoto, faz-se referência à magnitude (M) que se refere a quantos graus o fenômeno atingiu na escala Richter. Essa medida quantifica a energia liberada no epicentro do terremoto, e em seu cálculo utilizam-se como parâmetros as medidas da amplitude sísmica (A) em micrômetro, e da frequência (f) em hertz. Esses parâmetros são medidos por aparelhos especiais chamados sismógrafos, e relacionam-se segundo a função $M = \log\left(A \times f\right) + 3{,}3$. Pela magnitude do terremoto na escala Richter, pode-se estimar seus efeitos de acordo com o quadro, onde não estão considerados terremotos de magnitudes superiores a 7,9.

Magnitude (grau)	**Efeitos do terremoto segundo a escala Richter**
$M \leq 3{,}5$	Registrado (pelos aparelhos), mas não perceptível pelas pessoas.
$3{,}5 < M \leq 5{,}4$	Percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
$5{,}4 < M \leq 6{,}0$	Destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
$6{,}0 < M \leq 6{,}9$	Destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
$6{,}9 < M \leq 7{,}9$	Destrutivo, retiraram os edifícios de suas fundações, causam fendas no solo e danificam as tubulações contidas no subsolo.

Um terremoto teve sua amplitude e frequências medidas e obteve-se A = 1000 micrômetros e f = 0,2 hertz. Use – 0,7 como aproximação para log(0,2). Considerando o quadro apresentado, e analisando o resultado da expressão que fornece a magnitude desse terremoto, conclui-se que ele foi

a) registrado, mas não percebido pelas pessoas.
b) percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
c) destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
d) destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
e) destrutivo, com consequências nas fundações dos edifícios, fendas no solo e tubulações no subsolo.

14) (Enem 2018) Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões. Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100.000 transistores distribuídos em 0,25 cm^2 de área.

Desde então, o número de transistores por cent
processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore). Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$

Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

a) 1999
b) 2002
c) 2022
d) 2026
e) 2146

15) (Enem 2018) Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura.

Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i, por um período de tempo n, produz um valor futuro V determinado pela fórmula $V = P \cdot (1+i)^n$.

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R$ 820,00 a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$ e 0,0131 como aproximação para $\ln(1,0132)$.

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

a) 56ª
b) 55ª
c) 52ª
d) 51ª
e) 45ª

EXPONENCIAL E LOGARITMO									
1) D	2) E	3) E	4) E	5) E	6) E	7) E	8) D	9) B	10) C
11) D	12) D	13) C	14) C	15) C					

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Matriz

1) Definição de Matriz

De maneira geral, podemos definir uma matriz como uma tabela numérica na qual os elementos estão dispostos em linhas e colunas.

2) Representação Genérica

Consideremos a matriz genérica $A_{m \times n}$, ou seja, com *m* linhas e *n* colunas. Temos:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Cada elemento da matriz A é indicado por a_{ij}. O índice *i* indica a linha e o índice *j* a coluna correspondentes ao elemento pertence. As linhas são numeradas da esquerda para a direita enquanto as colunas são numeradas de cima para baixo. Por exemplo a_{23}, representa o elemento da linha 2 e coluna 3.

3) Tipos de Matrizes

a) Matriz linha:

É toda matriz que possui uma única linha (ordem $1 \times n$)

EX: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

b) Matriz coluna:

É toda matriz que possui uma única coluna (ordem $m \times 1$)

EX: $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

c) Matriz nula:

É toda matriz que possui todos os elementos iguais a zero.

EX: $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

OBS: Matriz Transposta

Dada uma matriz A do tipo $m \times n$, chama-se transposta de A, e indica-se por A^t, à matriz do tipo $n \times m$, que possui as linhas ordenadamente iguais às colunas de A e possui as colunas ordenadamente iguais às linhas de A.

EX: Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, então teremos $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

d) Matriz quadrada:

É toda matriz na qual o número de linhas é igual ao de colunas. A matriz quadrada do tipo $n \times n$ pode ser chamada de matriz de ordem *n*.

EX: $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

Por exemplo, tomemos uma matriz genérica 3×3, então teremos:

diagonal principal   diagonal secundária

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Observe que a diagonal principal é formada pelos elementos tais que $i = j$.

Tipos clássicos de Matrizes Quadradas:

1ª) Matriz diagonal:

É toda matriz quadrada onde os elementos situados fora da diagonal principal são nulos.

EX: $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

2ª) Matriz identidade:

É toda matriz quadrada onde os elementos situados fora da diagonal principal são nulos e os elementos da diagonal principal são iguais à unidade. Representamos a matriz unidade de ordem n por I_n.

$I_1 = [1]$ (Matriz identidade de ordem 1).

$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (Matriz identidade de ordem 2)

$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (Matriz identidade de ordem 3)

E assim por diante.

3ª) Matriz Simétrica:

É toda matriz quadrada onde $A = A^t$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } A^t = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = A^t$$

4ª) Matriz Antissimétrica:

É toda matriz quadrada onde $A = -A^t$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow -A^t = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A = -A^t$$

OBS: Igualdade de Matrizes: Sejam duas matrizes A e B de mesma ordem $m \times n$. As matrizes A e B são iguais se, e somente se, todos os elementos correspondentes de A e B são iguais.

$$\text{Se } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 5 \\ d = 7 \end{cases}$$

4) Operações com Matrizes

a) Adição e Subtração de Matrizes

Sejam A e B duas matrizes de mesma ordem m x n. Chamamos de soma das matrizes A e B, e escrevemos A + B a uma matriz C também do tipo m x n, tal que seus elementos sejam obtidos somando-se os elementos correspondentes das matrizes A e B.

Sejam A e B duas matrizes de mesma ordem m x n. Chamamos de subtração das matrizes A e B, e escrevemos A – B , a uma matriz C, também do tipo m x n, tal que seus elementos sejam obtidos subtraindo-se os elementos correspondentes das matrizes A e B.

b) Multiplicação de uma matriz por um número real k

Seja k um número real e A uma matriz do tipo m x n. Definimos o produto de k por A e escrevemos k·A, como uma matriz B, também do tipo m x n, definida por B = k·A, tal que seus elementos são obtidos multiplicando-se todos os elementos da matriz A pelo número k.

EX: Determine a matriz X tal que $X = 2A - 3B$, onde $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$.

$$X = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - 3 \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & 6 & 0 \\ 3 & 9 & 15 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} -10 & -2 & 6 \\ 5 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

c) Multiplicação de Matrizes

Sejam as matrizes $A_{m \times n}$ e $B_{n \times p}$ .Chama-se produto das matrizes A e B, nesta ordem, a matriz $C_{m \times p}$ tal que cada elemento C_{ij} da matriz C é obtido pela soma dos produtos dos elementos da linha *i* de A pelos da coluna *j* de B.

OBS: Somente é possível a multiplicação de duas matrizes, se o número de colunas da primeira matriz for igual ao número de linhas da segunda matriz, ou seja, $A_{m \times n} \cdot B_{n \times p} = C_{m \times p}$*, e como resultado, a matriz produto* $C_{m \times p}$*, tem o número de linhas igual ao número de linhas da primeira matriz e o número de colunas igual ao número de colunas da segunda matriz.*

Por exemplo, sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}_{2\times 2}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 3}$, então observamos que o produto $A \cdot B$ existe pois o número de colunas da matriz A é igual ao número de linhas da matriz B, nesse caso, igual a 2. Portanto o produto $A \cdot B$ será da ordem $[A \cdot B]_{2\times 3}$.

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\cdot 3 + 3\cdot 2 & 1\cdot 4 + 3\cdot(-1) & 1\cdot 1 + 3\cdot 0 \\ 0\cdot 3 + 4\cdot 2 & 0\cdot 4 + 4\cdot(-1) & 0\cdot 1 + 4\cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 8 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

5) Matriz Inversa A^{-1}

Sabe-se que uma matriz quadrada A é invertível, se e somente se $\det(A) \neq 0$, sendo invertível, teremos que $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$.

Se $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ então $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ pois $A \cdot A^{-1} = I$

1) (IMED 2018) Em uma grande cidade, para estudar o nível de ruído a que estavam expostos os habitantes, a prefeitura realizou quatro medições diárias durante cinco dias em um cruzamento de grande movimento.

Cada elemento a_{ij} da matriz a seguir representa o nível de ruído, em decibéis (db) registrado na medição i do dia j.

$$\begin{bmatrix} 45 & 62 & 68 & 44 & 63 \\ 51 & 49 & 72 & 48 & 68 \\ 39 & 52 & 71 & 52 & 62 \\ 51 & 45 & 63 & 40 & 69 \end{bmatrix}$$

De acordo com a Organização Mundial de Saúde (OMS), 50 db é o nível máximo recomendável à exposição do ouvido humano. Com as informações apresentadas, determine o nível médio de ruídos registrados no quarto dia e assinale a alternativa correta:

a) 46 db
b) 46,5 db
c) 52 db
d) 65,5 db
e) 68,5 db

2) Sejam $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 6 \end{pmatrix}$ e B^t a transposta de B. O produto da matriz A pela matriz B^t é:

a) $\begin{pmatrix} 9 & 2 & 10 \\ -8 & 6 & 0 \\ 21 & -21 & -6 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -6 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -1 & 11 \\ 20 & 10 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} -1 & 10 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

3) Considere as matrizes $M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $N = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$. A matriz $M \cdot N$ tem em sua segunda coluna elementos cujo produto vale

a) 56
b) 28
c) 0
d) 48
e) – 8

4) (ENEM 2012) Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as medias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir.

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

a) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

5) (ENEM 2018) A Transferência Eletrônica Disponível (TED) é uma transação financeira de valores entre diferentes bancos. Um economista decide analisar os valores enviados por meio de TEDs entre cinco bancos (1, 2, 3, 4 e 5) durante um mês. Para isso, ele dispõe esses valores em uma matriz $A = [a_{ij}]$, em que $1 \leq i \leq 5$ e $1 \leq j \leq 5$, e o elemento a_{ij} corresponde ao total proveniente das operações feitas via TED, em milhão de real, transferidos do banco i para o banco j durante o mês. Observe que os elementos $a_{ii} = 0$, uma vez que TED é uma transferência entre bancos distintos. Esta é a matriz obtida para essa análise:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Com base nessas informações, o banco que transferiu a maior quantia via TED é o banco

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

6) (ENEM 2019) Um professor aplica, durante os cinco dias úteis de uma semana, testes com quatro questões de múltipla escolha a cinco alunos. Os resultados foram representados na matriz.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz os elementos das linhas de 1 a 5 representam as quantidades de questões acertadas pelos alunos Ana, Bruno, Carlos, Denis e Érica, respectivamente, enquanto que as colunas de 1 a 5 indicam os dias da semana, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, em que os testes foram aplicados. O teste que apresentou maior quantidade de acertos foi o aplicado na

a) segunda-feira
b) terça-feira
c) quarta-feira
d) quinta-feira
e) sexta-feira

7) A distribuição dos n moradores de um pequeno prédio de apartamentos é dada pela matriz $\begin{bmatrix} 4 & x & 5 \\ 1 & 3 & y \\ 6 & y & x+1 \end{bmatrix}$, onde cada elemento a_{ij} representa a quantidade de moradores do apartamento j do andar i. Sabe-se que, no 1º andar, moram 3 pessoas a mais que no 2º e que os apartamentos de número 3 comportam 12 pessoas ao todo. O valor de n é:

a) 30
b) 31
c) 32
d) 33
e) 34

8) (FATEC 2019) João, Sílvia e Pedro são funcionários de uma empresa. Considere as matrizes:

$A = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 8 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 25 & 40 & 12 & 32 \\ 15 & 22 & 30 & 30 \\ 30 & 25 & 25 & 18 \end{pmatrix}$, em que:

- a matriz A representa o valor, em reais, recebido por hora trabalhada de João, Sílvia e Pedro, respectivamente;
- a matriz B representa a quantidade de horas trabalhadas por semana dos mesmos funcionários, em cada uma das quatro primeiras semanas no mês de julho de 2018;
- na matriz B as linhas 1 a 3 são para João, Sílvia e Pedro, respectivamente; e as colunas de 1 a 4 são, nessa ordem, para as quatro primeiras semanas do mês de julho, de modo que, por exemplo, o elemento b_{13} é a quantidade de horas que João trabalhou na terceira semana desse mês.

O valor pago pela empresa pelas horas trabalhadas por esses três funcionários na segunda semana de julho de 2018 será

a) R$ 670,00
b) R$ 680,00
c) R$ 864,00
d) R$ 980,00
e) R$ 984,00

9) (UNICAMP 2018) Sejam a e b números reais tais que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ satisfaz a equação $A^2 = aA + bI$, em que I é a matriz identidade de ordem 2. Logo, o produto ab é igual a

a) – 2
b) – 1
c) 1
d) 2

10) (FGV 2017) Uma matriz A de ordem 2 transmite uma palavra de 4 letras em que cada elemento da matriz representa uma letra do alfabeto.

A fim de dificultar a leitura da palavra, por se tratar de informação secreta, a matriz A é multiplicada pela matriz $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ obtendo-se a matriz codificada $B \cdot A$.

Sabendo que a matriz $B \cdot A$ é igual a $\begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$, podemos afirmar que a soma dos elementos da matriz A é:

a) 46
b) 48
c) 49
d) 47
e) 50

11) (FAC. ALBERT EINSTEIN) Uma matriz B possui i linhas e j colunas e seus elementos são obtidos a partir da expressão $b_{ij} = i - 2j$. Seja uma matriz $A = (a_{ij})_{2\times 3}$ cujos elementos da primeira coluna são nulos e I_2 a matriz identidade de ordem 2, tal que $AB = I_2$.

O valor numérico do maior elemento da matriz A é igual a

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

12) (FGVRJ 2012) Seja X a matriz que satisfaz a equação matricial *X.A* = *B*, em que:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 8 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ao multiplicar os elementos da matriz X, obteremos o número:

a) – 1
b) – 2
c) 1
d) 2
e) 0

13) (UERN2013) Sejam duas matrizes A e B: $A = (a_{ij})_{3\times 3}$, tal que $aij = \begin{cases} i \cdot j, \text{ se } i \le j \\ i + j, \text{ se } i > j \end{cases}$ e $B = A^2$.

Assim, a soma dos elementos da diagonal secundária de B é

a) 149
b) 153
c) 172
d) 194

14) (UEG 2016) Tatiana e Tiago comunicam-se entre si por meio de um código próprio dado pela resolução do produto entre as matrizes A e B, ambas de ordem 2 x 2 onde cada letra do alfabeto corresponde a um número, isto é, $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, $\ldots$, $z = 26$. Por exemplo, se a resolução de $A \cdot B$ for igual a $\begin{bmatrix} 1 & 13 \\ 15 & 18 \end{bmatrix}$, logo a mensagem recebida é **amor**. Dessa forma, se a mensagem recebida por Tatiana foi **flor** e a matriz $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, então a matriz A é

a) $\begin{bmatrix} -8 & 7 \\ -8 & 10 \end{bmatrix}$
b) $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -7 & 11 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} -8 & 5 \\ -7 & 11 \end{bmatrix}$
d) $\begin{bmatrix} -6 & -7 \\ 6 & 11 \end{bmatrix}$

15) (FGV 2016) Dada a matriz $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ e sabendo que a matriz $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ é a matriz inversa da matriz A, podemos concluir que a matriz X, que satisfaz a equação matricial AX = B tem como soma de seus elementos o número

a) 14
b) 13
c) 15
d) 12
e) 16

16) (UNICAMP 2017) Sendo a um número real, considere a matriz $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Então, A^{2017} é igual a

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
d) $\begin{pmatrix} 1 & a^{2017} \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

17) (FAMERP 2019) A matriz quadrada $M = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ representa uma mensagem codificada.

A mensagem decodificada é a matriz quadrada $M^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$, tal que M^{-1} é a inversa da matriz M Sendo assim, o valor de $x + y + z + w$ é

a) – 1
b) 0
c) 1
d) $\frac{1}{2}$
e) $-\frac{1}{2}$

18) (FUVEST 2012) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} a & 2a+1 \\ a-1 & a+1 \end{bmatrix}$ em que *a* é um número real. Sabendo que A admite inversa A^{-1} cuja primeira coluna é $\begin{bmatrix} 2a-1 \\ -1 \end{bmatrix}$, a soma dos elementos da diagonal principal de A^{-1} é igual a

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

19) (FGV 2018) Seja $A = (a_{ij})_{2x2}$ uma matriz tal que $a_{ij} = \begin{cases} -j^i, \text{ se } i = j \\ (-i)^j, \text{ se } i \neq j \end{cases}$.

A inversa da matriz A denotada por A^{-1}, é a matriz

a) $\begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$

20) (FUVEST 2013) Sejam α e β números reais com $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e $0 < \beta < \pi$. Se o sistema de equações, dado em notação matricial,

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{tg}\,\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2\sqrt{3} \end{bmatrix},$$

for satisfeito, então $\alpha + \beta$ é igual a

a) $-\frac{\pi}{3}$

b) $-\frac{\pi}{6}$

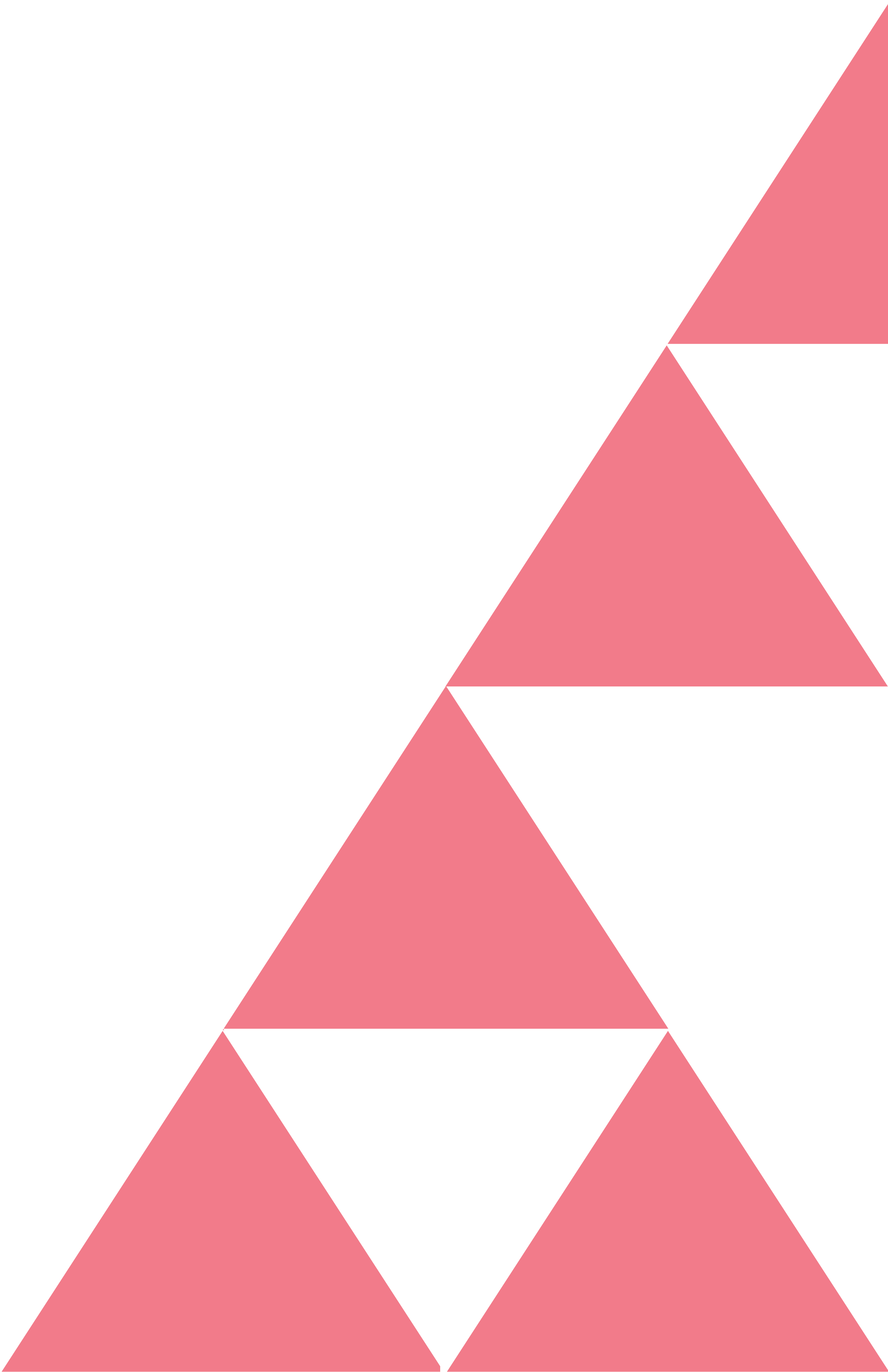
c) 0

d) $\frac{\pi}{6}$

e) $\frac{\pi}{3}$

MATRIZES									
1) A	2) D	3) B	4) E	5) A	6) A	7) C	8) C	9) A	10) D
11) B	12) B	13) A	14) B	15) B	16) B	17) E	18) A	19) E	20) B

MAT 4



MESTRES DA MATEMÁTICA

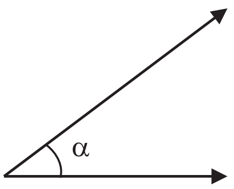
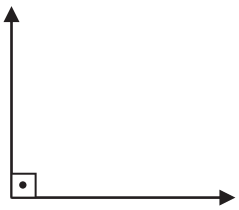
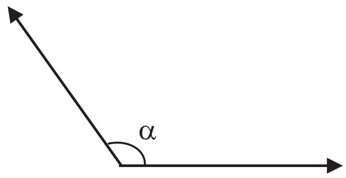
Geometria Plana

GEOMETRIA PLANA

1) INTRODUÇÃO

Conceitos primitivos: ponto, reta e plano.

Ângulos

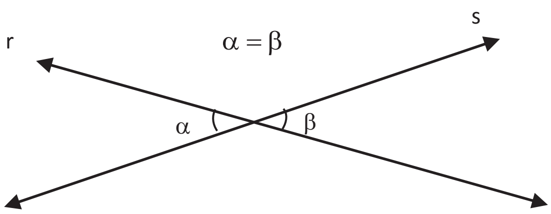
Agudo	Reto	Obtuso
		
$0° < \alpha < 90°$	$\alpha = 90°$	$90° < \alpha < 180°$

Ângulos complementares: $\alpha + \beta = 90°$

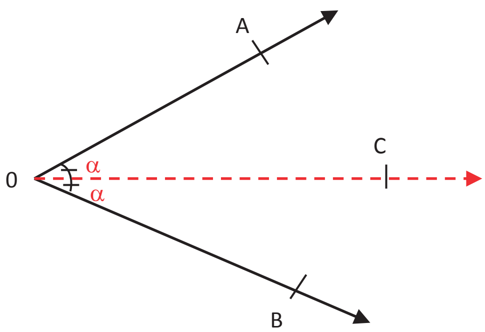
Ângulos suplementares: $\alpha + \beta = 180°$

OBS: Se α é um ângulo então seu complemento é $90° - \alpha$ e seu suplemento será $180° - \alpha$.

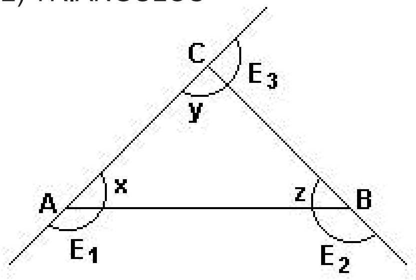
Ângulos opostos pelo vértice (O.P.V)



Bissetriz: Semirreta que divide o ângulo ao meio ou lugar geométrico de todos os pontos do plano que são equidistantes das semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.



2) TRIÂNGULOS



2.1) Soma dos ângulos internos

$S_i = x + y + z = 180^o$

2.2) Teorema do ângulo externo

$$\begin{cases} e_1 = y + z \\ e_2 = x + y \Rightarrow e_1 + e_2 + e_3 = 2 \cdot (x + y + z) = 360^o \\ e_3 = x + z \end{cases}$$

2.3) Condição de existência: Para que o triângulo exista, um lado tem que ser menor que a soma dos outros dois lados e maior que o módulo da diferença entre os outros dois lados, ou seja, $|b - c| < a < b + c$.

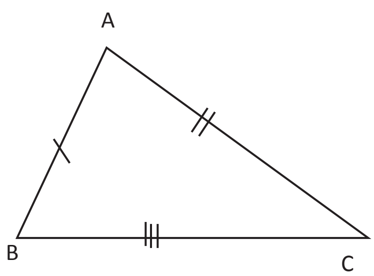
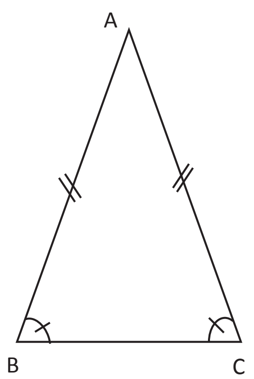
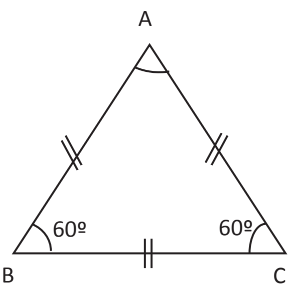
EX: Determine os possíveis valores inteiros de x para que exista um triângulo de lados 4, 7 e x.

Devemos ter $7 - 4 < x < 7 + 4 \Leftrightarrow 3 < x < 11 \Rightarrow x \in \{4,5,6,7,8,9,10\}$

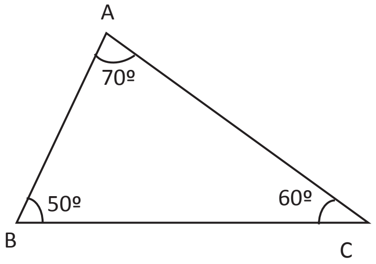
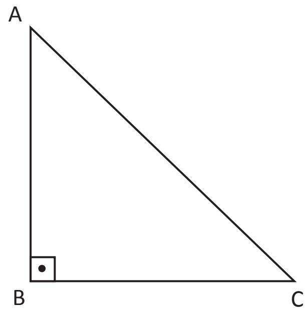
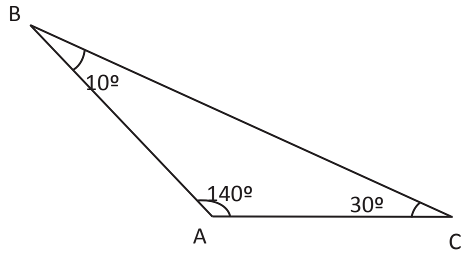
2.4) Classificação dos triângulos

1ª) Quanto aos lados:

60º

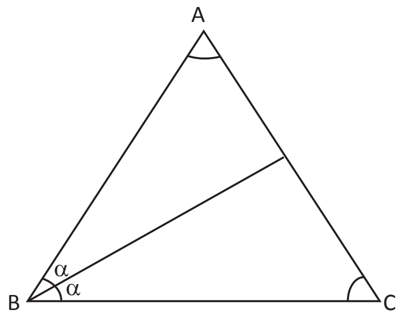
ESCALENO	ISÓSCELES	EQUILÁTERO
 $AB \neq AC \neq BC$	 AB = AC	 AB = AC = BC

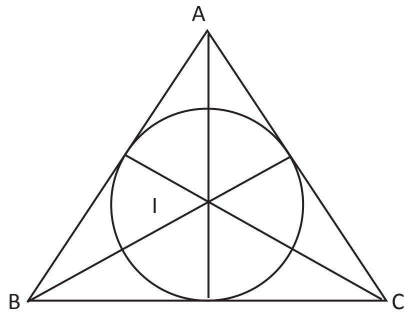
2ª) Quanto aos ângulos:

ACUTÂNGULO	RETÂNGULO	OBTUSÂNGULO
		

2.5) Segmentos notáveis de um triângulo

Bissetriz

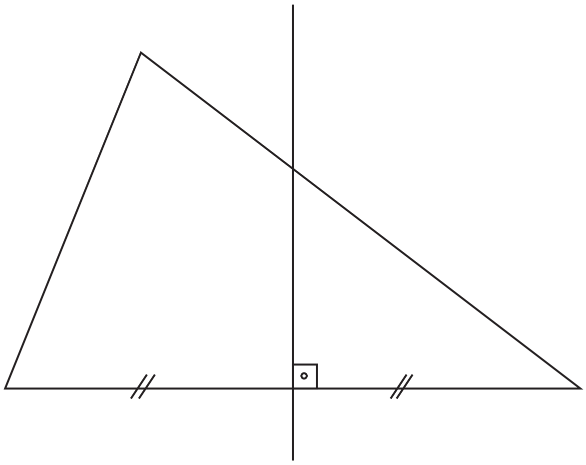


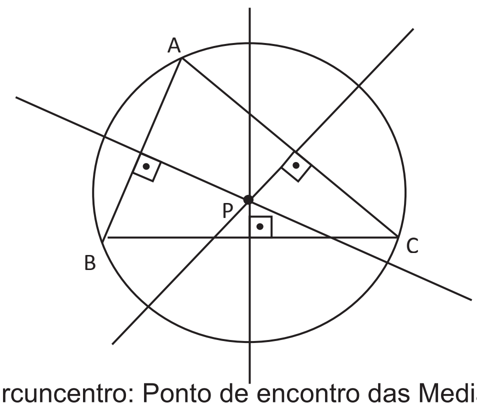


Incentro: Ponto de encontro das Bissetrizes.

Centro do círculo inscrito no triângulo

Mediatriz

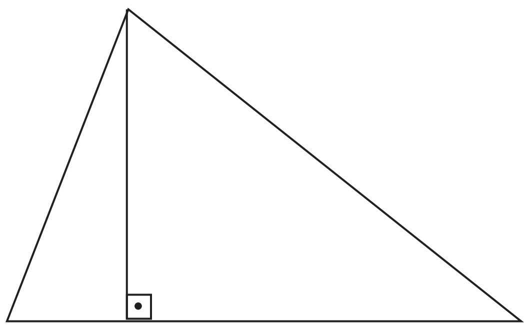


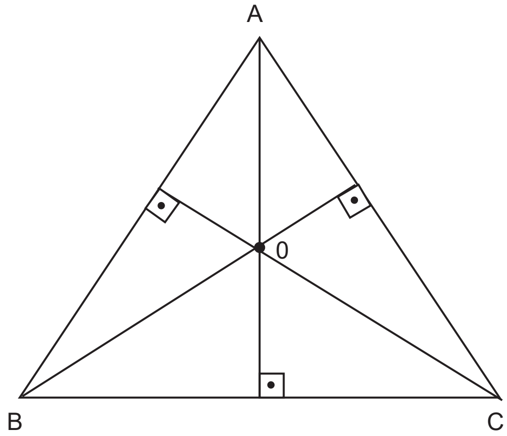


Circuncentro: Ponto de encontro das Mediatrizes.

Centro do círculo circunscrito no triângulo.

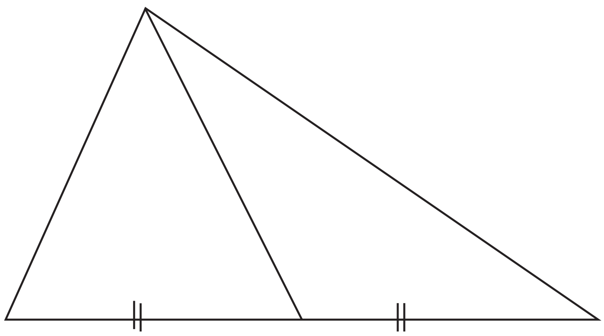
Altura

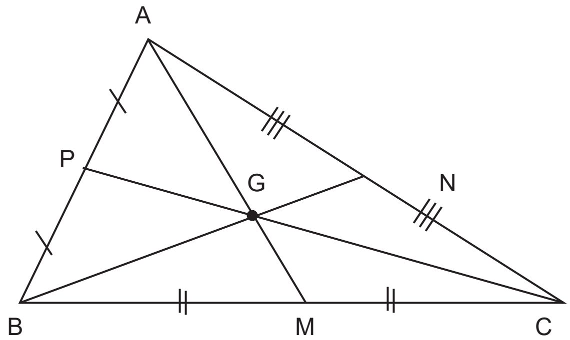




Ortocentro: Ponto de encontro das Alturas.

Mediana



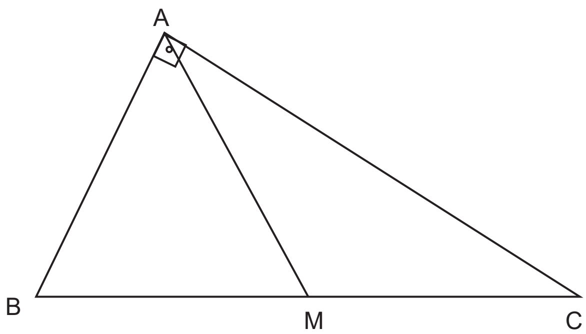


OBS: A mediana divide o triângulo em dois triângulos de mesma área.

Baricentro: Ponto de encontro das Medianas. Centro de Gravidade do triângulo

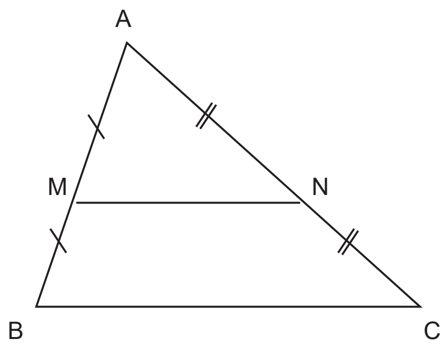
Temos que: $\begin{cases} AG = \dfrac{2}{3}AM \\ GM = \dfrac{1}{3}AM \end{cases}$

OBS: Mediana em relação à hipotenusa do triângulo retângulo



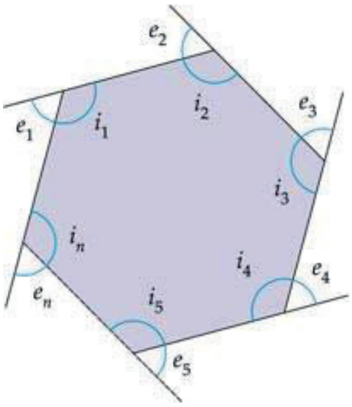
$$AM = BM = MC = \frac{BC}{2}$$

Base média



$$MN = \frac{BC}{2} \text{ e } MN\,//\,BC$$

3) POLÍGONOS



$$\text{Polígono qualquer} \Rightarrow \begin{cases} \text{Soma dos ângulos internos} \\ S_i = (n-2)\cdot 180^\circ \\ \text{Soma dos ângulos externos} \\ S_e = 360^\circ \\ \text{Número de diagonais} \\ d = \dfrac{n\cdot(n-3)}{2} \end{cases}$$

3.1) Polígonos Regulares: Todos os lados são iguais, todos os ângulos internos são iguais e todos os ângulos externos são iguais. São válidas todas as fórmulas acima e ainda:

$$\text{Polígonos regulares} \Rightarrow \begin{cases} i + e = 180^\circ \\ i = \dfrac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n} \\ e = \dfrac{360^\circ}{n} \end{cases}$$

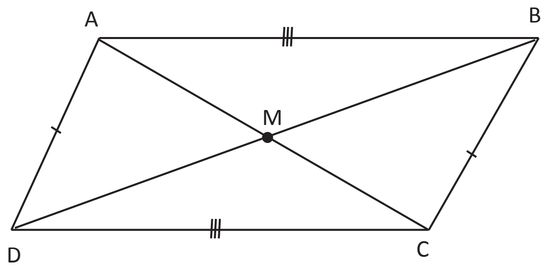
3.2) Nomenclatura:

$$\begin{cases} n = 3 & \text{triângulo} \\ n = 4 & \text{quadrilátero} \\ n = 5 & \text{pentágono} \\ n = 6 & \text{hexágono} \\ n = 7 & \text{heptágono} \\ n = 8 & \text{octógono} \\ n = 9 & \text{eneágono} \\ n = 10 & \text{decágono} \\ n = 12 & \text{dodecágono} \\ n = 15 & \text{pentadecágono} \\ n = 20 & \text{icoságono} \end{cases}$$

4) QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS

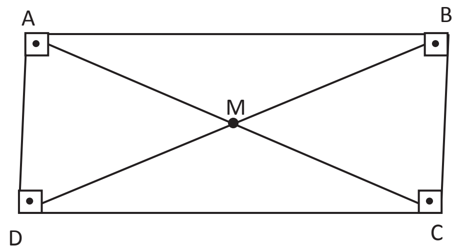
4.1) Paralelogramo

Lados opostos congruentes
Ângulos opostos congruentes
Diagonais que se cortam ao meio



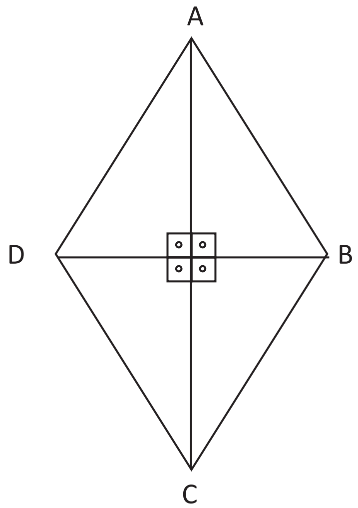
4.2) Retângulo

Todos os ângulos congruentes
Diagonais congruentes
Todo retângulo é um paralelogramo



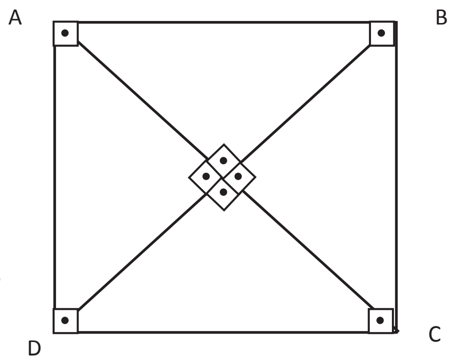
4.3) Losango

Todos os lados congruentes
Diagonais perpendiculares
Diagonais bissetrizes dos ângulos internos
Todo losango é um paralelogramo

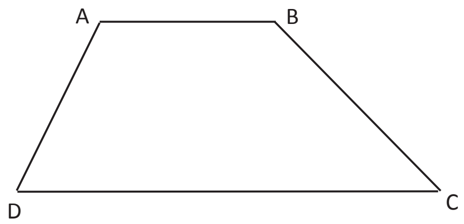


4.4) Quadrado

Todos os lados congruentes
Todos os lados congruentes
Diagonais perpendiculares
Diagonais bissetrizes dos ângulos internos
Todo quadrado é um paralelogramo, um retângulo e um losango



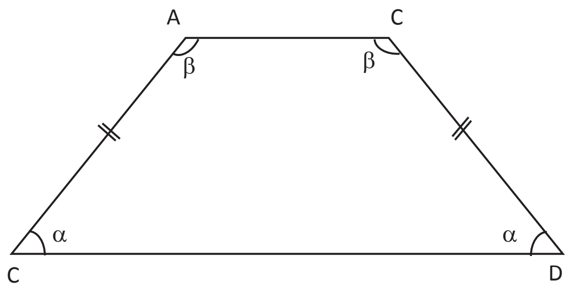
4.5) Trapézio



$$\begin{cases} \text{Dois lados opostos paralelos e dois lados opostos não paralelos} \\ AB \text{ é a base menor e } CD \text{ é a base maior} \end{cases}$$

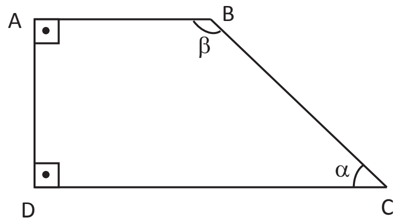
Trapézio Isósceles:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 180^\circ \\ \text{Os lados não paralelos são congruentes} \\ \text{Os ângulos das bases são congruentes} \\ \text{Suas diagonais são congruentes} \end{cases}$$



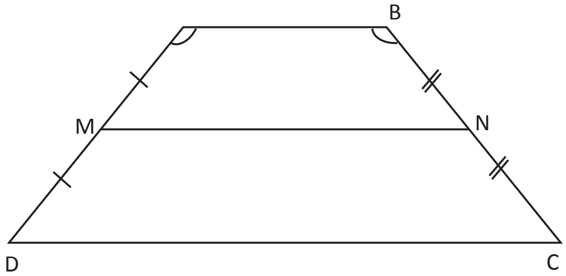
Trapézio retângulo:

$$\begin{cases} \text{Possui dois ângulos de } 90^\circ, \text{ ou seja, um dos lados} \\ \text{não paralelos é perpendicular à base} \\ \alpha + \beta = 180^\circ \end{cases}$$



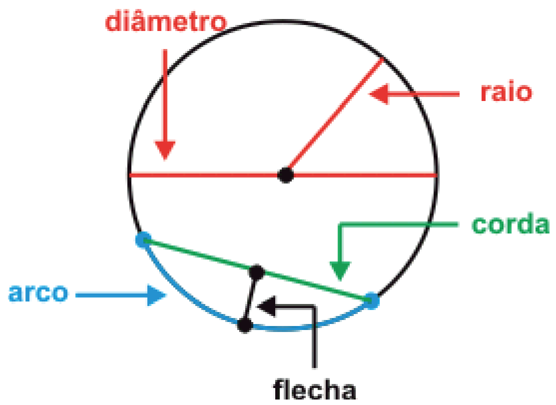
Base média de Trapézio:

$$\begin{cases} MN = \dfrac{AB + CD}{2} \\ MN // AB // CD \end{cases}$$



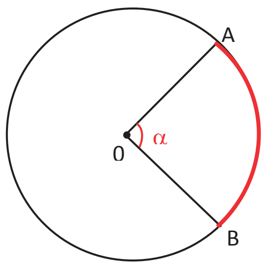
5) CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

5.1) Elementos



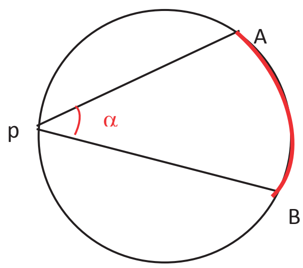
5.2) Ângulos no círculo

Central



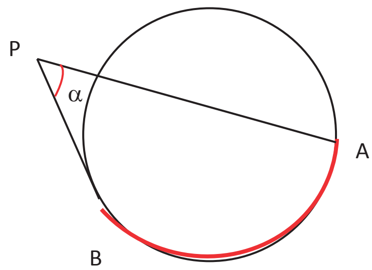
$AB = \alpha$

Inscrito



$AB = 2\alpha$

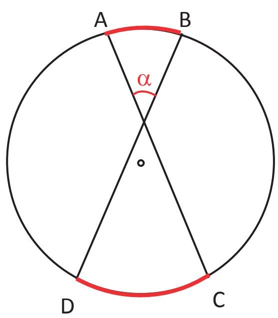
Semi-inscrito



$AB = 2\alpha$

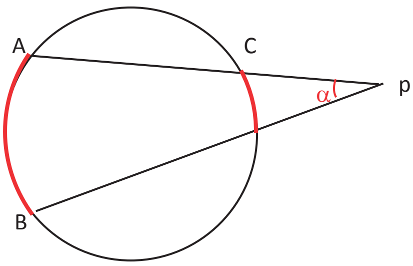
Vértice interior

D



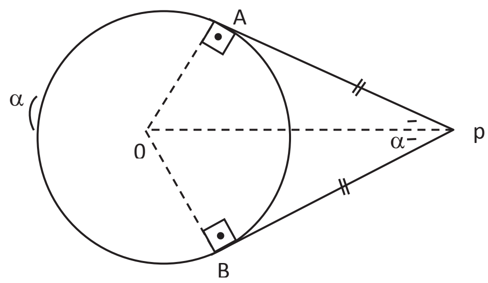
$$\frac{AB + CD}{2} = \alpha$$

Vértice exterior

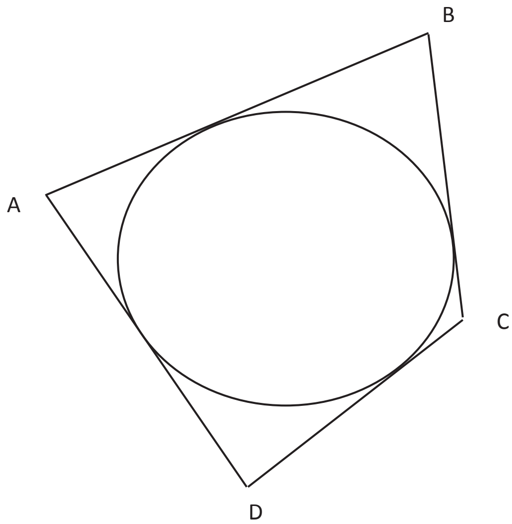


$$\frac{AB - CD}{2} = \alpha$$

5.3) Segmentos tangentes: PA = PB

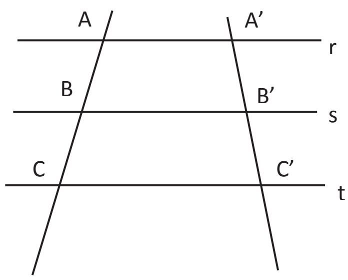


5.4) Teorema de PITOT: Um quadrilátero é circunscritível se, e somente se, $AB + CD = AD + BC$



OBS: Um quadrilátero é inscritível se, e somente se, seus ângulos opostos são suplementares.

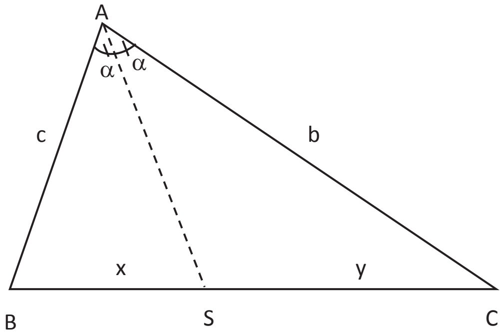
6) TEOREMA DE TALES



$$r//s//t \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

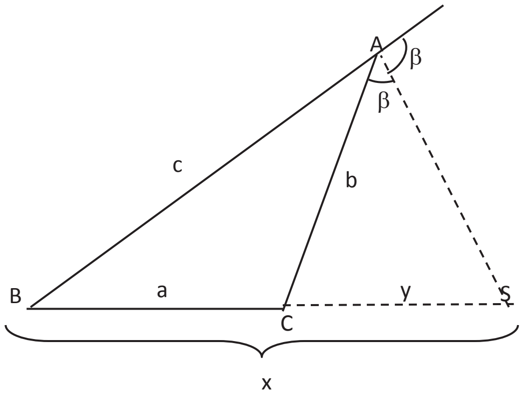
6.1) Teorema das bissetrizes

a) Bissetriz interna

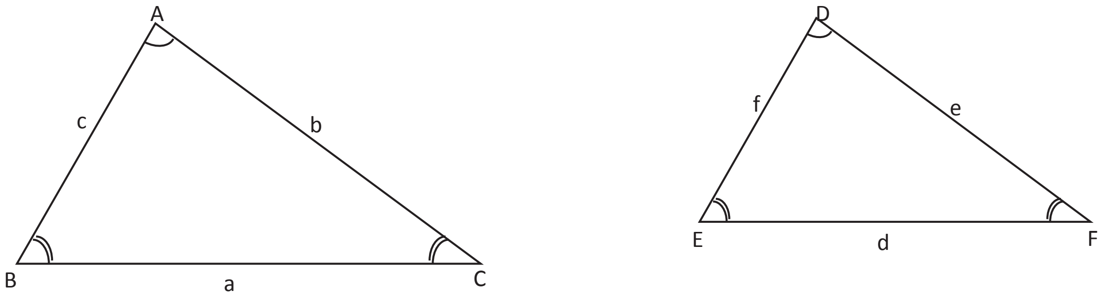


$$\leftarrow \frac{x}{c} = \frac{y}{b} \rightarrow$$

b) Bissetriz externa



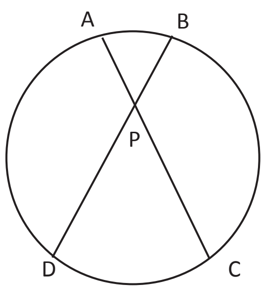
7) SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



Suponha $A = D$, $B = E$ e $C = F \Rightarrow \Delta ABC \approx \Delta DEF \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = \frac{2P\Delta_{ABC}}{2P\Delta_{DEF}} = k$

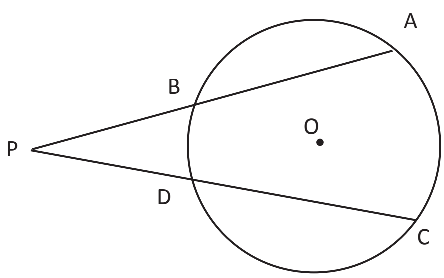
7.1) Relações métricas na circunferência

1ª) Corda-corda



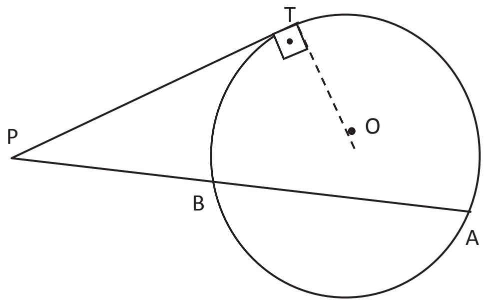
$PA \cdot PB = PC \cdot PD$

2ª) Secante-secante



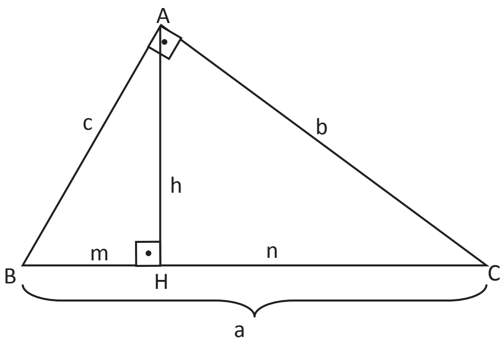
$PA \cdot PB = PC \cdot PD$

3ª) Secante - tangente: $(PT)^2 = PA \cdot PB$



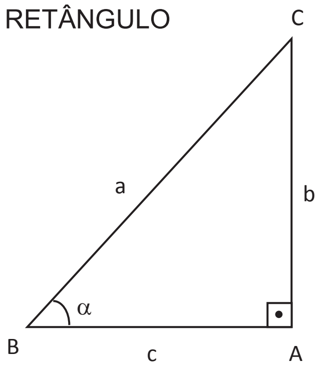
7.2) Relações métricas no triângulo retângulo

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ a \cdot h = b \cdot c \\ h^2 = m \cdot n \\ c^2 = a \cdot m \\ b^2 = a \cdot n \end{cases}$$



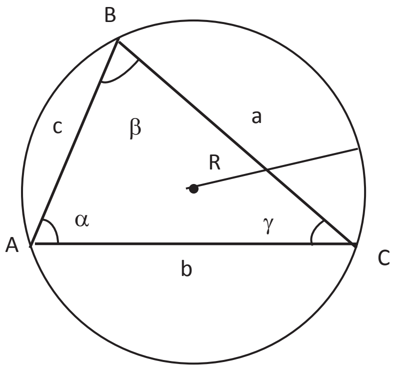
8) RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

$$\begin{cases} \text{sen}\alpha = \dfrac{b}{a} = \cos(90^\circ - \alpha) \Rightarrow \text{cossec}\,\alpha = \dfrac{a}{b} \\ \cos\alpha = \dfrac{c}{a} = \text{sen}(90^\circ - \alpha) \Rightarrow \sec\alpha = \dfrac{a}{c} \\ \text{tg}\alpha = \dfrac{b}{c} \Rightarrow \text{cotg}\,\alpha = \dfrac{c}{b} \\ \text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases}$$



	30º	45º	60º
Seno	$\frac{}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

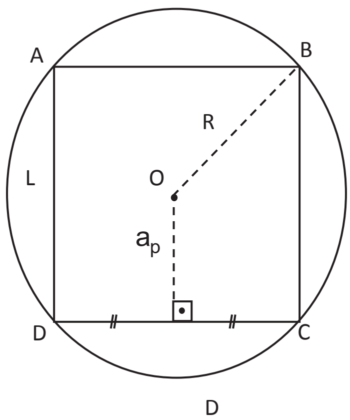
9) RELAÇÕES MÉTRICAS NUM TRIÂNGULO QUALQUER



$$\begin{cases} \text{Lei dos cossenos} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc\cos\alpha \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2\,ac\cos\beta \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\cos\gamma \end{cases} \\ \text{Leis dos senos} \Rightarrow \dfrac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \dfrac{c}{\operatorname{sen}\gamma} = 2R \end{cases}$$

10) POLÍGONOS REGULARES

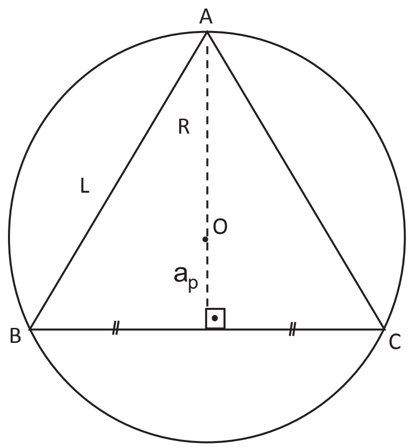
1º) Quadrado



$$R = \frac{L\sqrt{2}}{2}$$

$$a_p = \frac{L}{2}$$

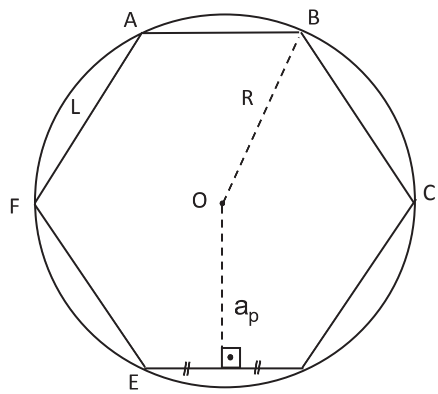
2º) Triângulo equilátero



$$R = \frac{2}{3}\cdot\frac{L\sqrt{3}}{2}$$

$$a_p = \frac{1}{3}\cdot\frac{L\sqrt{3}}{2}$$

3º) Hexágono regular

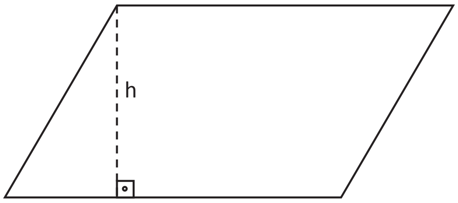


$$R = L$$

$$a_p = \frac{L\sqrt{3}}{2}$$

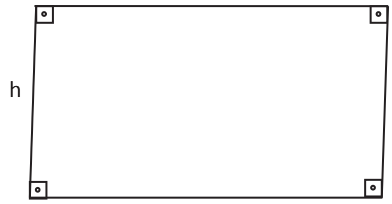
11) ÀREAS DE FIGURAS PLANAS

Paralelogramo



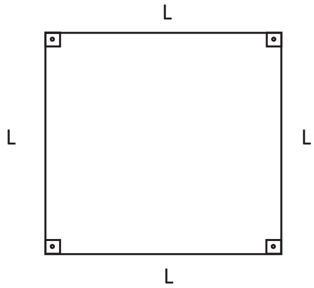
$A = b \cdot h$

Retângulo



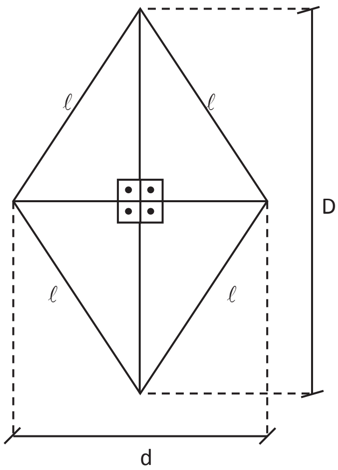
$A = b \cdot h$

Quadrado



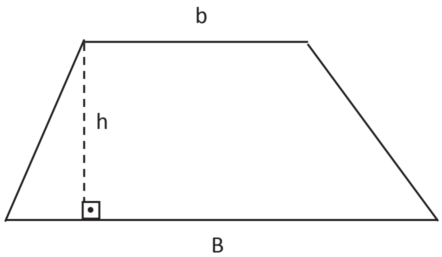
$A = L^2$

Losango



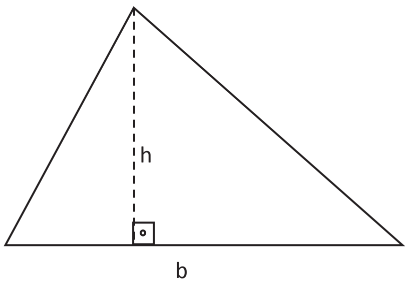
$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

Trapézio

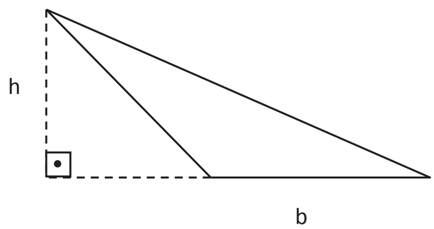


$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Triângulo

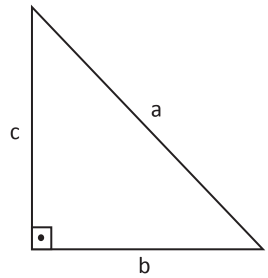


$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



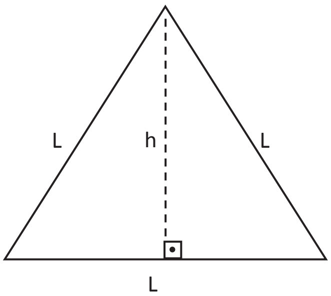
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Triângulo retângulo



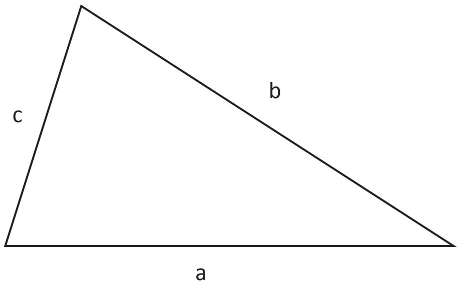
$$A = \frac{b \cdot c}{2}$$

Triângulo equilátero

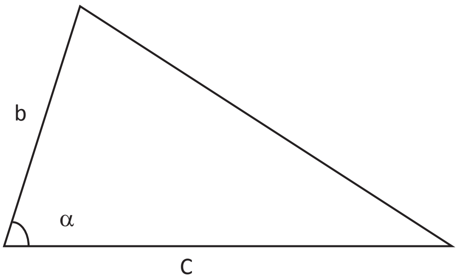


$$h = \frac{L\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

Triângulo qualquer (Fórmula de Heron)

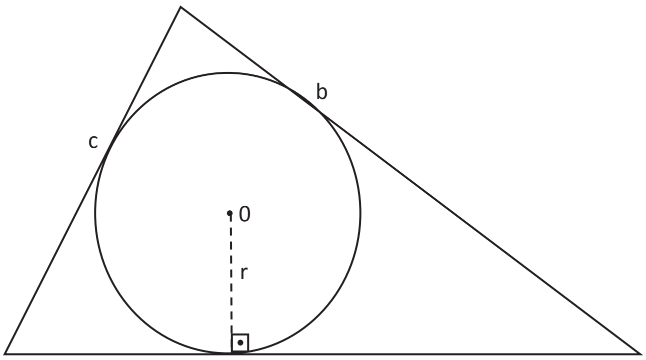


$$A = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} \text{ onde } p = \frac{a+b+c}{2}$$



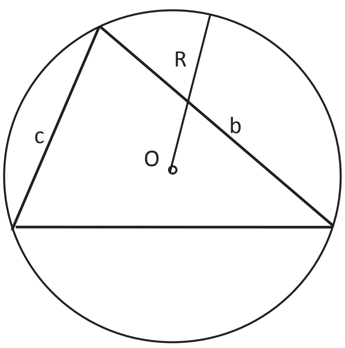
$$A = \frac{b \cdot c \cdot \operatorname{sen}\alpha}{2}$$

Triângulo circunscrito



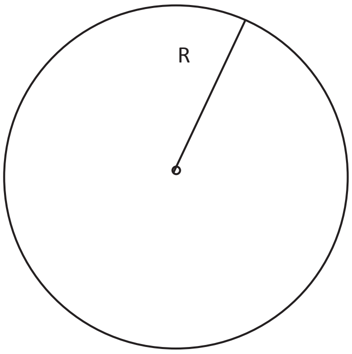
$$A = p \cdot r$$

Triângulo inscrito



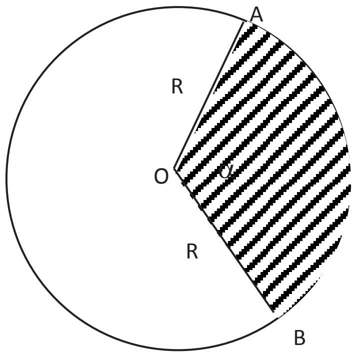
$$A = \frac{abc}{4R}$$

Círculo

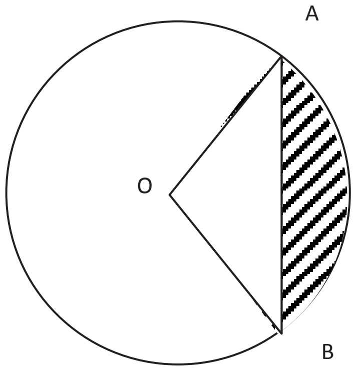


$$A = \pi R^2 \text{ e } C = 2\pi R$$

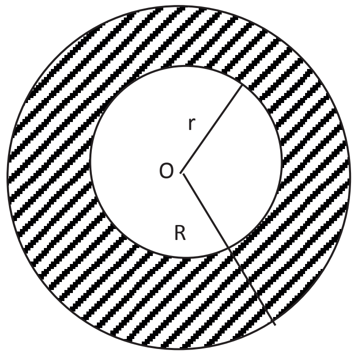
Setor circular



Segmento circular



Coroa circular



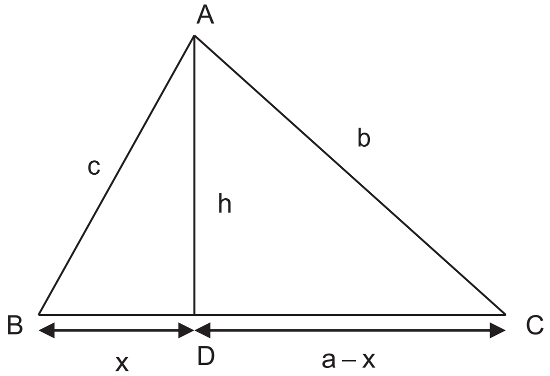
$$A_{setor} = \frac{\alpha \pi R^2}{360^o}$$

$$A_{segmento} = A_{setor} - A_{triângulo}$$

$$A_{coroa} = \pi R^2 - \pi r^2$$

OBS: Demonstração da fórmula de Heron:

Observe a figura:



Então vamos lá, Pitágoras e muita álgebra:

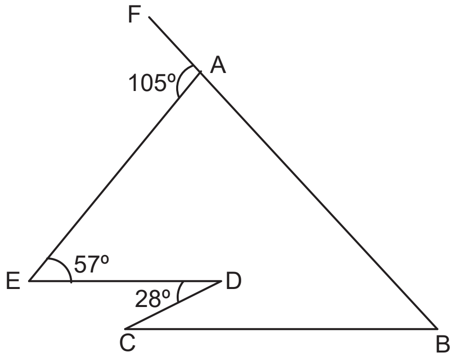
$$\begin{cases} 2p = a + b + c \;\; \text{e} \;\; A_{ABC} = \dfrac{ah}{2} \\ \begin{cases} c^2 = h^2 + x^2 \\ b^2 = h^2 + (a-x)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c^2 = h^2 + x^2 \\ b^2 = h^2 + x^2 - 2ax + a^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Rightarrow x = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2a} \Rightarrow h^2 = c^2 - \left(\dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \left(c + \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}\right) \cdot \left(c - \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}\right) \\ \Rightarrow h^2 = \left(\dfrac{(a^2 + 2ac + c^2) - b^2}{2a}\right) \cdot \left(\dfrac{b^2 - (a^2 - 2ac + c^2)}{2a}\right) \Rightarrow h^2 = \left(\dfrac{(a+c)^2 - b^2}{2a}\right) \cdot \left(\dfrac{b^2 - (a-c)^2}{2a}\right) \\ \Rightarrow h^2 = \left(\dfrac{\quad}{2a}\right) \cdot \left(\dfrac{\quad}{2a}\right) \\ \Rightarrow h^2 = \left(\dfrac{(a+b+c)(a+b+c-2b)}{2a}\right) \cdot \left(\dfrac{(a+b+c-2c)(a+b+c-2a)}{2a}\right) \\ \Rightarrow h^2 = \left(\dfrac{(2p)(2p-2b)}{2a}\right) \cdot \left(\dfrac{(2p-2c)(2p-2a)}{2a}\right) \Rightarrow h^2 = \dfrac{4}{a^2} p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c) \\ \Rightarrow h = \sqrt{\dfrac{4}{a^2} p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} \Rightarrow h = \dfrac{2}{a} \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} \Rightarrow A_{ABC} = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} \end{cases}$$

TRIÂNGULOS

1) (UFMG) Observe esta figura: Nessa figura, os pontos F, A e B estão em uma reta e as retas CB e ED são paralelas. Assim sendo, o ângulo ABC mede

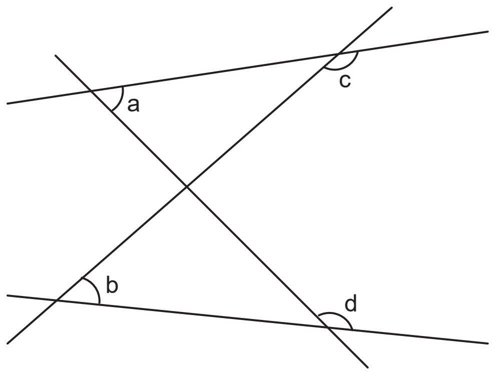
a) 39°
b) 44°
c) 47°
d) 48°



2) Observe a figura a seguir, em que destacamos os ângulos de medidas a, b, c e d, formados por quatro retas.

Podemos afirmar que

a) a + d = b + c
b) a + c = b + d
c) c + d – a – b = 90°
d) c + d – a + b = 180°

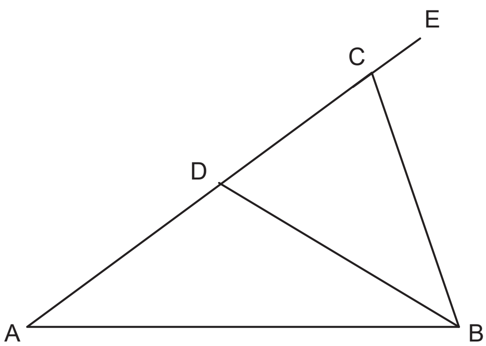


3) O ângulo B, no vértice de um triângulo isósceles ABC, é metade do ângulo A. A medida do ângulo C, em graus, é

a) 30°
b) 36°
c) 60°
d) 72°

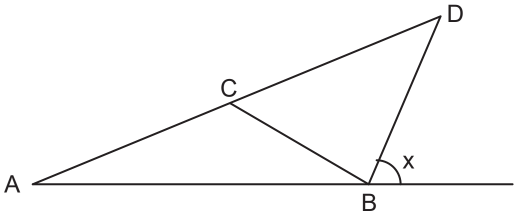
4) (UFMG) Na figura, BD é bissetriz de ABC, ECB = 2 (EÂB) e a medida do ângulo ECB é igual a 80°. A medida do ângulo CDB é

a) 40°
b) 50°
c) 55°
d) 60°



5) (UFMG) Na figura, AC = CB = BD e Â = 25°. O ângulo x mede

a) 50°
b) 70°
c) 75°
d) 80°



6) (UFMG) Observe a figura. Nessa figura, AD = DB, $\hat{C}$ = 60° e DÂC é o dobro de B.

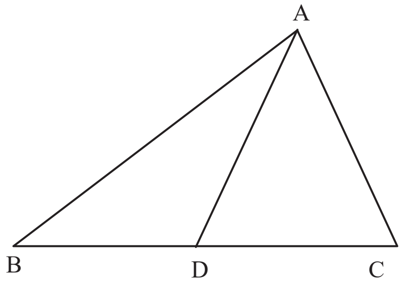
A razão $\dfrac{AC}{BC}$ é igual a

a) $\dfrac{1}{3}$

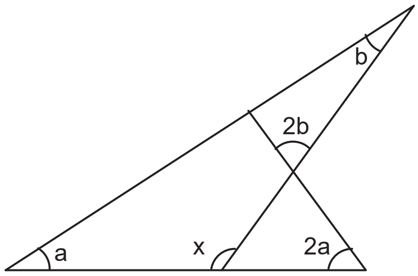
b) $\dfrac{1}{2}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$



7) (UFMG) Observe a figura.

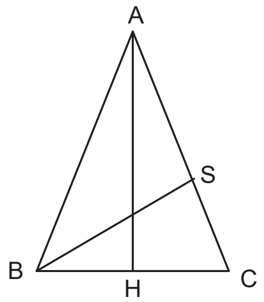


Nela, a, 2a, b, 2b e x representam as medidas, em graus, dos ângulos assinalados. O valor de x, em graus, é

a) 100°
b) 110°
c) 115°
d) 120°

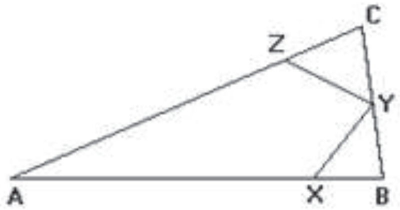
8) Na figura a seguir, ABC é um triângulo isósceles de base BC e o ângulo BAC mede 40°. BS é bissetriz do ângulo ABC e AH é altura relativa ao lado BC. O ângulo obtuso formado pelo encontro de AH e BS é:

a) 55°
b) 100°
c) 125°
d) 135°



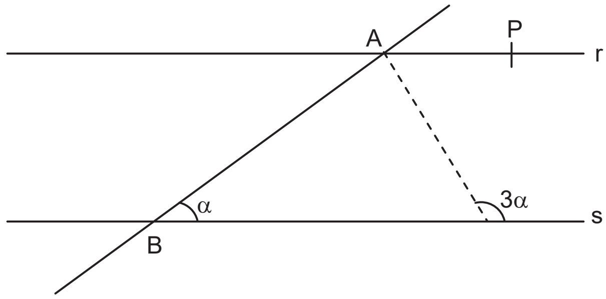
9) (FUVEST) Na figura adiante, AB = AC, BX = BY e CZ = CY. Se o ângulo A mede 40°, então o ângulo XYZ mede:

a) 40º
b) 50º
c) 60º
d) 70º
e) 90º



10) Na figura, as retas r e s são paralelas e o segmento tracejado está contido na bissetriz do ângulo PAB. O valor de α é

a) 36º
b) 38º
c) 40º
d) 42º

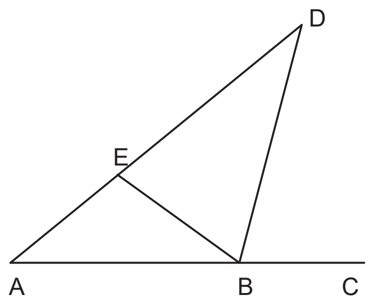


11) Num triângulo retângulo, as bissetrizes dos ângulos agudos se interceptam formando um ângulo obtuso de

a) 120°
b) 130°
c) 135°
d) 150°

12) (UFMG) Na figura, AB = BD = DE e BD é bissetriz de EBC. A medida de AEB, em graus, é

a) 96°
b) 100°
c) 104°
d) 108°



GEOMETRIA PLANA

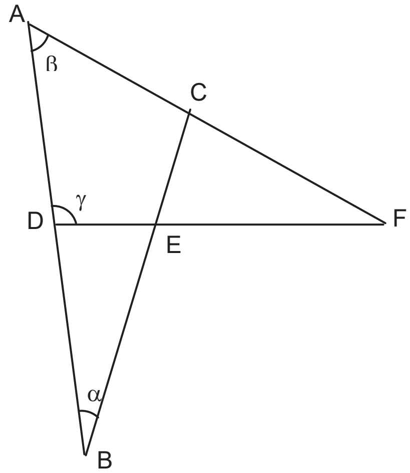
13) Considere a figura abaixo. Sabendo que FC = FE, pode-se afirmar que o valor de α em função de β e γ ($\beta < \gamma$) é

a) $\dfrac{\gamma + \beta}{2}$

b) $\dfrac{\gamma - \beta}{2}$

c) $\dfrac{\beta - \gamma}{2}$

d) $90^\circ - \dfrac{\beta - \gamma}{2}$



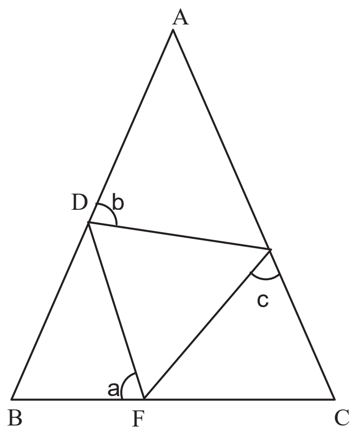
14) O triângulo ABC é isósceles, de base BC. Nele, está inscrito o triângulo DEF equilátero. Assim sendo, podemos afirmar que

a) $b = \dfrac{a+c}{2}$

b) $a = \dfrac{b+c}{2}$

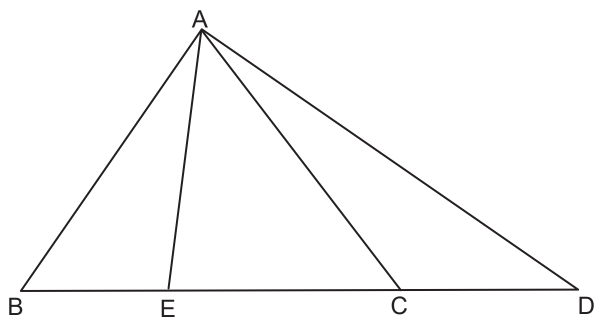
c) $b = \dfrac{a-c}{2}$

d) $c = \dfrac{a+b}{2}$



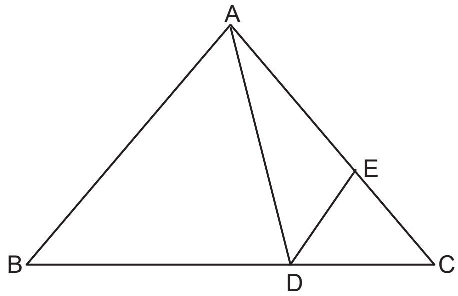
15) Observe a figura. Nela, AB = AC = CE = CD e BAE = 30º. A medida do ângulo CAE, em graus, é

a) 50°
b) 60°
c) 70°
d) 80°



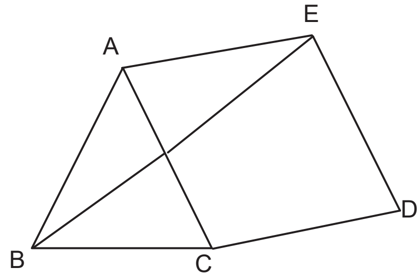
16) Na figura, ABC é um triângulo isósceles. Por um ponto D da base BC, traça-se DA e DE, tal que AE = AD. Se BAD = 40º, então, a medida do ângulo CDE, em graus, é

a) 20°
b) 25°
c) 30°
d) 40°



17) Observe a figura. Nela, ABC é um triângulo isósceles de base BC e ACDE é um quadrado. A medida do ângulo CBE, em graus é

a) 30°
b) 45º
c) 60°
d) 72°



18) Num triângulo ABC, escaleno, AB = 3 m, BC = 5 m e o perímetro, em metros, é um número inteiro. A soma dos possíveis valores do lado AC é

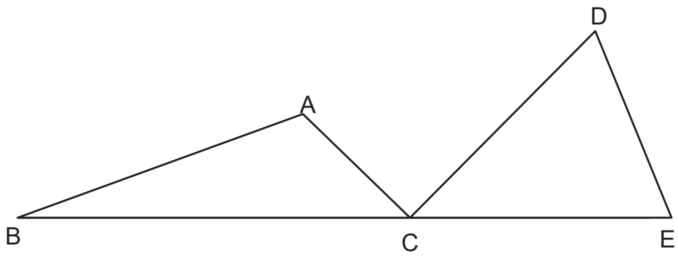
a) 35
b) 27
c) 25
d) 17
e) 15

19) Num triângulo escaleno ABC tem os lados AB = 6, AC = 10 e o lado BC é medido por um número inteiro. Sendo Â o maior ângulo do triângulo. A diferença entre a maior e a menor medida do lado BC é

a) 4
b) 5
c) 8
d) 9

20) Observe a figura abaixo, nela os pontos E, C e B são colineares, AB = 4 cm, AC = 3 cm, DC = 6 cm e DE = 5 cm. A maior medida inteira, possível em centímetros, do segmento BE é

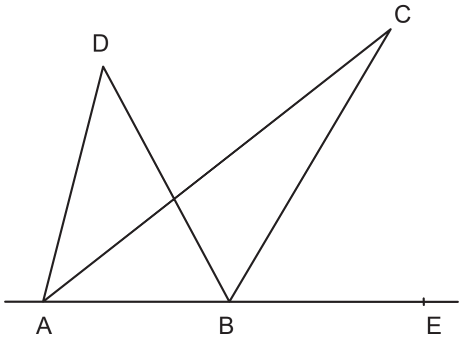
a) 18
b) 17
c) 16
d) 15



GEOMETRIA PLANA

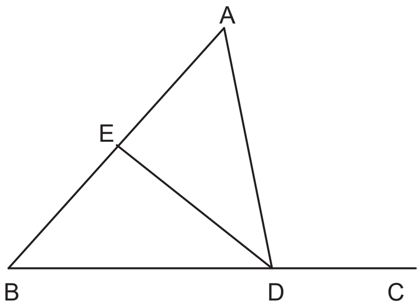
21) (UFPE) Na figura abaixo, BC, AC são bissetrizes dos ângulos DBE, DAB, respectivamente. Se o ângulo ACB mede 21°30', qual a medida em graus do ângulo ADB?

a) 40
b) 41
c) 43
d) 44



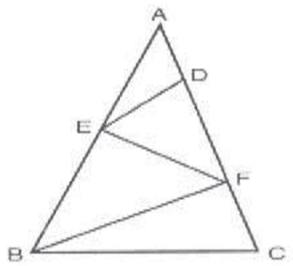
22) Na figura abaixo, AD = DE, EBD = EDA e ADC = 100º. O valor, em graus, do ângulo EDA é:

a) 10
b) 20
c) 30
d) 40



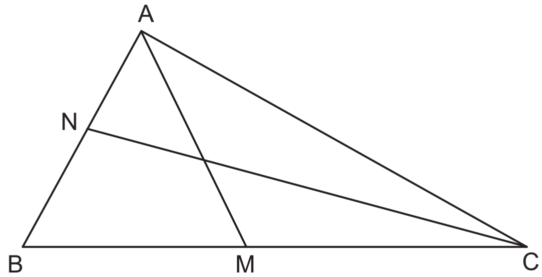
23) (FUVEST) Observe a figura. Nela, AB = AC e AD = DE = EF = FB = BC. A medida do ângulo Â, em graus, é

a) 20º
b) 30º
c) 36º
d) 45º
e) 60º



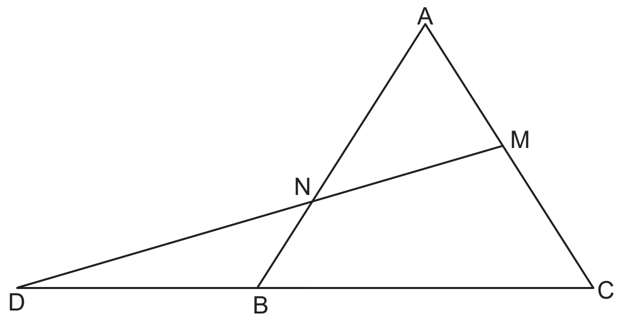
24) Observe a figura abaixo sendo AB = 8, AM = 6, CN mediar relativas aos lados BC e AB respectivamente, calcule a medida de CN.

a) 10
b) 12
c) 14
d) 16



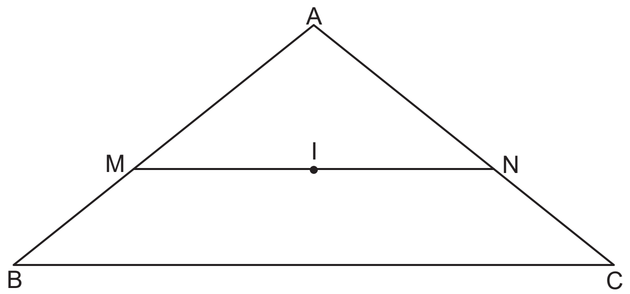
25) Na figura abaixo, DB = 15 cm e M é o ponto médio de AC. Se o perímetro do ΔABC equilátero é igual a 45 cm, calcule a medida de AN.

a) 10 cm
b) 12 cm
c) 11 cm
d) 5 cm



26) Observe a figura. Nela, o ponto **I** é o incentro do triângulo ABC e está sobre o segmento MN, paralelo à BC. Se AB = 10 e AC = 15, o perímetro do triângulo AMN vale

a) 25
b) 28
c) 30
d) 32



27) Em um triângulo retângulo, um ângulo agudo mede 20^o. O ângulo formado pela bissetriz do ângulo reto com a mediana relativa à hipotenusa mede, em graus,

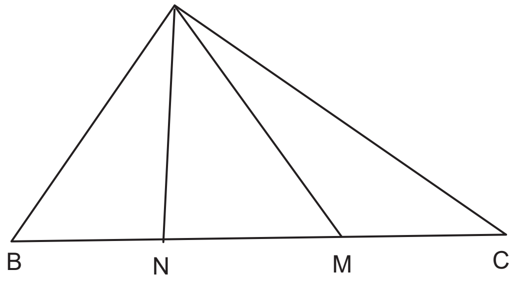
a) $22^o\ 30'$
b) 25^o
c) 20^o
d) 30^o

28) Em um triângulo retângulo ABC, a bissetriz e a altura relativas à hipotenusa formam um ângulo de 24°. O menor ângulo agudo deste triângulo mede, em graus:

a) 20
b) 21
c) 22
d) 23

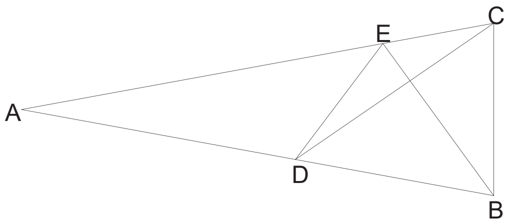
29) Na figura abaixo, AC = CN, AB = BM e Â = 110º. Determine a medida de MÂN.

a) 10º
b) 25º
c) 35º
d) 45º



30) Na figura abaixo, AC = AB, CÂB = EBC = 20º e BCD = 50º. Assim sendo, calcule a medida do ângulo EDC.

a) 10º
b) 15º
c) 20º
d) 25º



TRIÂNGULOS									
1) D	2) A	3) D	4) D	5) C	6) B	7) D	8) C	9) D	10) A
11) C	12) D	13) B	14) B	15) C	16) A	17) B	18) D	19) A	20) B
21) C	22) B	23) A	24) B	25) A	26) A	27) B	28) B	29) C	30) A

POLÍGONOS

1) Se, em um polígono convexo, o número de diagonais é quatro vezes o número de lados, então, a soma de seus ângulos internos, medida em retos, é

a) 9
b) 11
c) 16
d) 18

2) De um dos vértices de um polígono convexo podemos conduzir, no máximo, 9 diagonais. A soma de seus ângulos internos, em graus, é

a) 720º
b) 1080º
c) 1800º
d) 2160º

3) O número de lados de dois polígonos convexos são números pares consecutivos e um deles possui 11 diagonais a mais que o outro. A soma do número de lados desses polígonos é

a) 12
b) 14
c) 16
d) 18

4) (PUC) Qual polígono regular possui ângulo interno de 108^{o}?

a) Pentágono
b) Hexágono
c) Heptágono
d) Octógono

5) (PUC) O ângulo formado pelas bissetrizes internas de dois ângulos consecutivos de um polígono regular de 20 lados, em graus, é

a) 80
b) 72
c) 20
d) 18

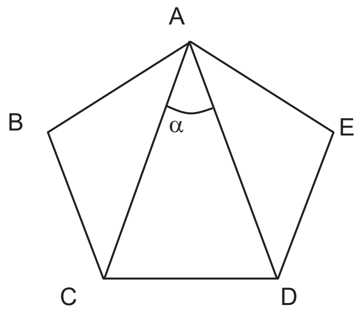
6) (FUVEST) A, B, C e D são vértices consecutivos de um hexágono regular. A medida, em graus, de um dos ângulos formados pelos diagonais AC e BD é

a) 100º
b) 110º
c) 120º
d) 150º

7) (FAAP) A medida mais próxima de cada ângulo externo do heptágono regular da moeda de R$ 0,25 é:

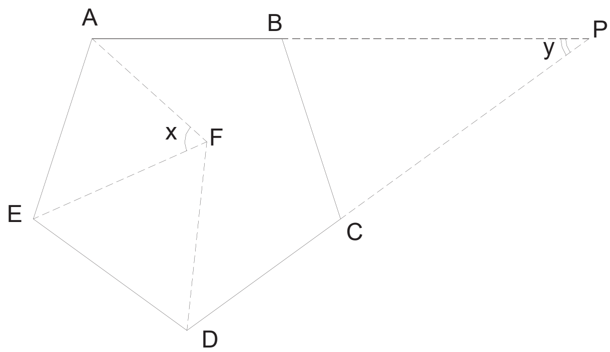
a) 60°
b) 45°
c) 36°
d) 83°
e) 51°

8) (FUVEST) Na figura, ABCDE é um pentágono regular. A medida, em graus, do ângulo α é



a) 32
b) 34
c) 36
d) 38
e) 40

9) Determine a medida de $x + y$, sendo ABCDE um pentágono regular e DEF um triângulo equilátero



a) 100º
b) 102º
c) 110º
d) 120º

10) (FUVEST) Dois ângulos internos de um polígono convexo medem 130º cada um e os demais ângulos internos medem 128º cada um. O número de lados do polígono é:

a) 6
b) 7
c) 13
d) 16
e) 20

11) Desenhamos um polígono convexo e traçamos todas as suas diagonais, verificamos então que a figura tem um total de 28 segmentos distintos. A soma dos ângulos internos do polígono, em graus, é?

a) 1080º
b) 1260º
c) 1440º
d) 1620º

12) Sejam ABCD... vértices consecutivos de um polígono regular. Calcule o número de diagonais desse polígono sabendo que o ângulo agudo formado pela mediatriz do lado BC com a bissetriz do ângulo B vale 6°.

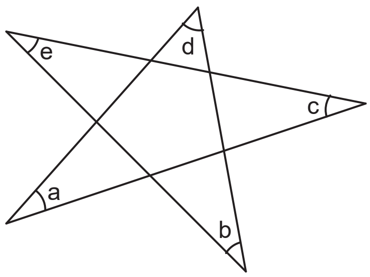
a) 170
b) 350
c) 405
d) 527

13) (MACK) Os lados de um polígono regular de n lados, n > 4, são prolongados para formar uma estrela. O número de graus em cada vértice da estrela é:

a) $\frac{360^{\circ}}{n}$
b) $\frac{(n-2)\cdot 180^{\circ}}{n}$
c) $\frac{(n-4)\cdot 180^{\circ}}{n}$
d) $180^{\circ}-\frac{90^{\circ}}{n}$

14) Na figura abaixo. O valor da soma a + b + c + d + e é igual a:

a) 120º
b) 150º
c) 180º
d) 210°



15) Determine o ângulo formado pelos prolongamentos dos lados AB e CD de um eneágono regular.

a) 80º
b) 100º
c) 110º
d) 120°

16) Calcule o número de diagonais distintas de um polígono regular ABCD..., sabendo que as mediatrizes dos lados AB e BC formam ângulo de 30º.

a) 12
b) 35
c) 44
d) 54

17) Considere a linha poligonal convexa ABCD..., AB // DE, ABC = 100º e BCD = 110º.
A medida do ângulo CDE é igual a:

a) 90º
b) 100º
c) 110º
d) 150°

18) (UFES) Um polígono regular possui a partir de cada um dos vértices tantas diagonais quantas são as diagonais de um hexágono. Cada ângulo interno deste polígono mede, em graus

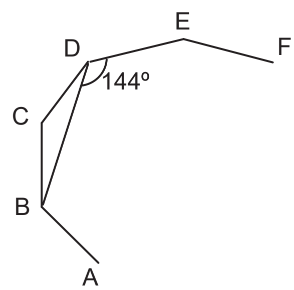
a) 140º
b) 150º
c) 155º
d) 170°

19) (ESCOLA NAVAL) Os pontos A, B, C, D, E são 5 vértices consecutivos em um decágono regular. A medida do ângulo BAE é igual a:

a) 60º
b) 54º
c) 45º
d) 36°

20) (UFGO) ABCDEF... é um polígono convexo regular. Determine o número de lados desse polígono, sabendo que o ângulo BDE mede 144º.

a) 10
b) 15
c) 18
d) 20



POLÍGONOS									
1) D	2) C	3) B	4) A	5) D	6) C	7) E	8) C	9) B	10) B
11) A	12) C	13) C	14) C	15) B	16) D	17) D	18) B	19) B	20) B

QUADRILÁTEROS

1) (UNESP) Considere as seguintes preposições:

- todo quadrado é um losango;
- todo retângulo é um paralelogramo;
- todo quadrado é um retângulo;
- todo triângulo equilátero é isósceles.

Pode-se afirmar que

a) só uma é verdadeira.
b) todas são verdadeiras.
c) só uma é falsa.
d) todas são falsas.

2) (UFMG) Seja P o conjunto de todos os paralelogramos.

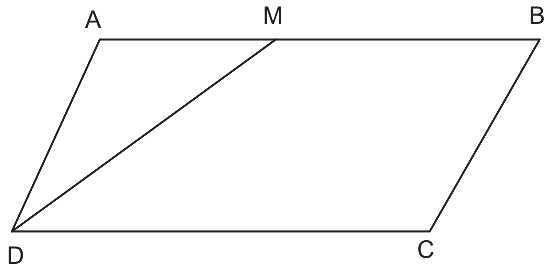
Seja R o conjunto de todos os retângulos.
Seja L o conjunto de todos os losangos.
Seja Q o conjunto de todos de quadrados.

Marque a alternativa incorreta

a) $R \subset P$
b) $L \subset P$
c) $Q - R = \varnothing$
d) $R \cup L = P$

3) No paralelogramo ABCD da figura, ABC é o dobro de AMD e AM = MB. Se o perímetro de ABCD é 24 cm, então, o lado BC, em centímetros, é

a) 4 cm
b) 5 cm
c) 6 cm
d) 8 cm

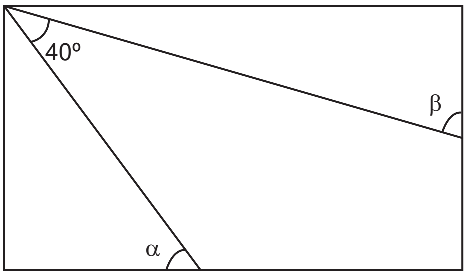


4) As bissetrizes de dois vértices não opostos de um paralelogramo cortam-se formando um ângulo de

a) 30º
b) 45º
c) 60º
d) 90º

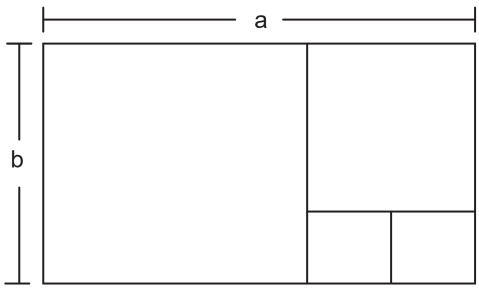
5) (FUVEST) No retângulo a seguir, o valor em graus, de $\alpha + \beta$ é igual a:

a) 90º
b) 120º
c) 130º
d) 220º



6) (UFMG) O retângulo de lados a e b se decompõe em quatro quadrados, conforme figura. O valor da razão $\frac{a}{b}$ é igual a

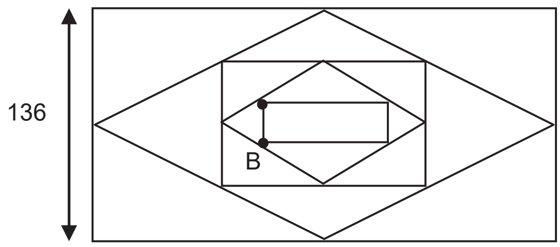
a) $\frac{5}{3}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{4}{5}$
d) $\frac{2}{5}$



7) Prolonga-se a diagonal BD de um quadrado ABCD de um segmento BE = AB. Calcule o maior ângulo do triângulo CDE.

a) 100º
b) 120º
c) 122º 30´
d) 135º

8) (UMC SP) Um tapete retangular de 136 cm de largura tem, na sua composição, retângulos e losangos, conforme figura abaixo.



Os losangos têm seus vértices nos pontos médios dos lados do retângulo que os contém e os retângulos têm seus vértices nos pontos médios dos lados do losango. A medida do lado AB, em centímetros, é

a) 17
b) 34
c) 42
d) 51

9) (UFMG) Num triângulo equilátero ABC, de 8 cm de lado, traça-se MN paralelo ao lado BC, de modo que ele se decomponha num trapézio e num novo triângulo.

O valor de MN para o qual o perímetro do trapézio é igual ao do triângulo AMN é

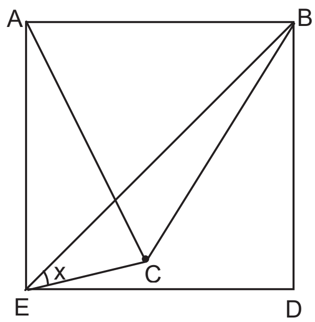
a) 3 cm
b) 4 cm
c) 5 cm
d) 6 cm

10) (UFES) Seja ABCD um trapézio retângulo. O ângulo formado pelas bissetrizes do seu ângulo reto e do ângulo consecutivo da base maior mede 92º. Os ângulos agudo e obtuso desse trapézio medem, respectivamente

a) 88º e 92º
b) 86º e 94º
c) 84º e 96º
d) 82º e 98º

11) Na figura, ABDE é um quadrado e ABC é um triângulo equilátero. A medida do ângulo *x*, em graus, é

a) 15º
b) 20º
c) 25º
d) 30º

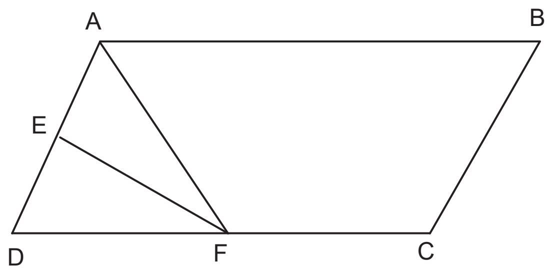


12) Num quadrilátero convexo ABCD, as diagonais AC e BC medem, respectivamente, 12 cm e 8 cm. Unindo-se os pontos médios dos lados do quadrilátero ABCD, obtemos um novo quadrilátero cujo perímetro, em centímetros, é

a) 10
b) 15
c) 20
d) 24

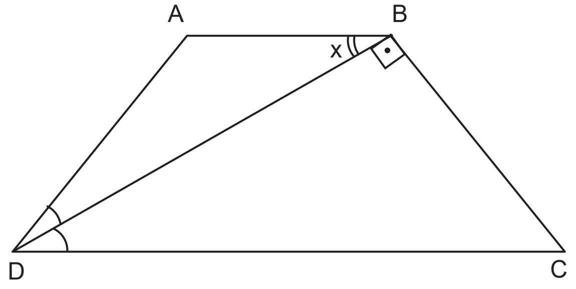
13) Na figura, ABCD é um paralelogramo, $EF \perp AD$ e AE = ED. Se $B\hat{A}F = 40^{\circ}$, então, $B\hat{C}D$, em graus, mede

a) 100º
b) 110º
c) 120º
d) 130º



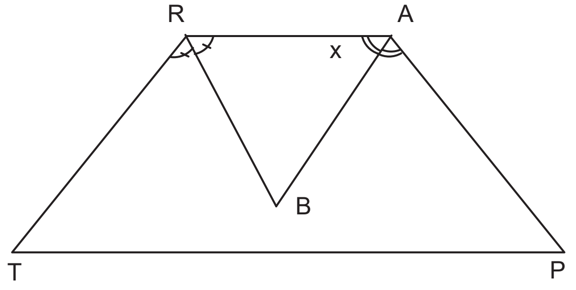
14) No trapézio isósceles da figura, DB é bissetriz de D e é perpendicular à BC. O ângulo *x* mede

a) 30º
b) 35º
c) 40º
d) 45º



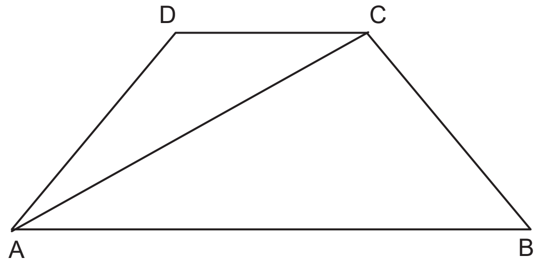
15) (FUVEST) No trapézio ARTP da figura, RB e AB estão contidos nas bissetrizes de R e A. Se B = 70°, o valor de P + T é

a) 140º
b) 130º
c) 120º
d) 110º



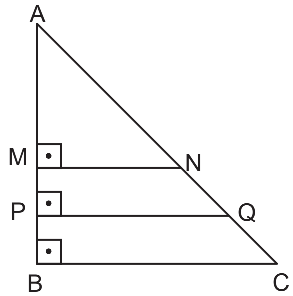
16) (UFMG) O trapézio ABCD é isósceles, com AB // DC, AD = BC. A diagonal AC é perpendicular ao lado BC. Os ângulos agudos do trapézio são a metade os seus ângulos obtusos. A base menor mede 2 cm. A medida de AD, em cm, é

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4



17) Na figura, M e P são, respectivamente, pontos médios de AB e MB. Se MN = 8, PQ mede

a) 10
b) 12
c) 16
d) 18



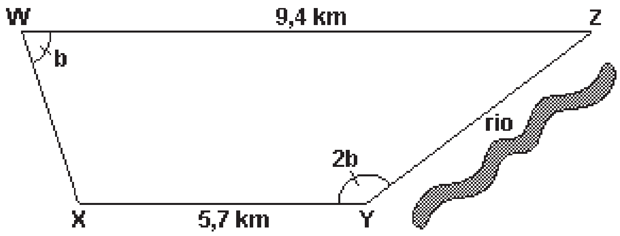
GEOMETRIA PLANA

18) Queremos desenhar no interior de um retângulo ABCD um losango AICJ, com o vértice I sobre o lado AB e o vértice J sobre o lado CD. Sendo AB= 25cm e BC= 15cm, calcule o perímetro desse losango.

a) 65 cm
b) 68 cm
c) 70 cm
d) 72 cm

19) (UNESP) Uma certa propriedade rural tem o formato de um trapézio como na figura. As bases WZ e XY do trapézio medem 9,4 km e 5,7 km, respectivamente, e o lado YZ margeia um rio. Se o ângulo X YZ é o dobro do ângulo X WZ, a medida, em km, do lado YZ que fica à margem do rio é:

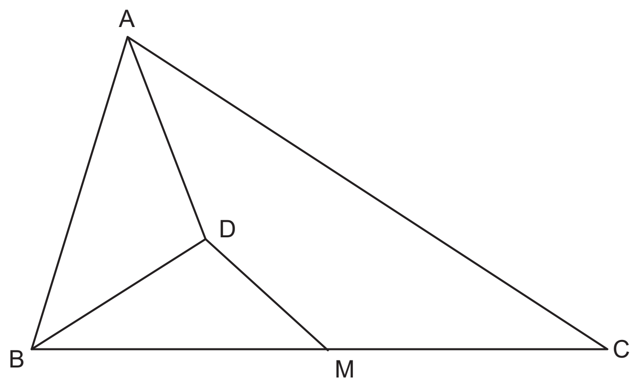
a) 7,5
b) 5,7
c) 4,7
d) 4,3
e) 3,7



(figura fora de escala)

20) Observe a figura, nela AB = 3 cm, AC = 9 cm, BÂD = CÂD, BDA = 1 reto e M é ponto médio de BC. O valor do segmento DM, em centímetros, é

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5

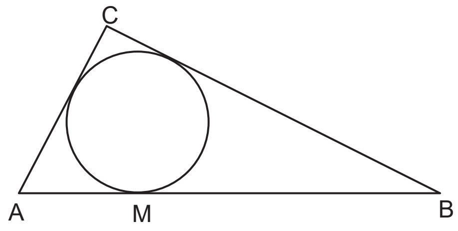


QUADRILÁTEROS									
1) B	2) D	3) A	4) D	5) C	6) A	7) C	8) B	9) D	10) B
11) D	12) C	13) B	14) A	15) A	16) B	17) B	18) B	19) E	20) B

CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

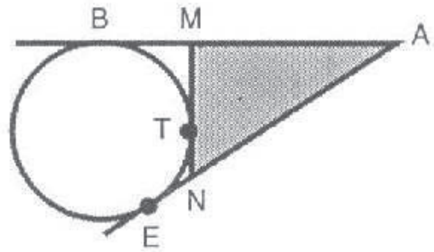
1) (UFMG) Na figura, o círculo está inscrito no triângulo ABC cujos lados medem AB = 9 cm, BC = 8 cm e AC = 5 cm e M é o ponto de tangência. A medida de MB é

a) 5,0 cm
b) 5,5 cm
c) 6,0 cm
d) 6,5 cm



2) (FEI) Se AB = 10 cm, então o perímetro hachurado vale (E, B e T são pontos de tangência)

a) 10 cm
b) 15 cm
c) 20 cm
d) 30 cm

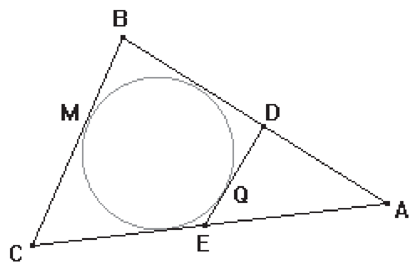


3) Considere um círculo inscrito em um trapézio isósceles de perímetro 36 cm. Sabendo que a base maior é o quíntuplo da base menor determine o diâmetro do círculo.

a) $\sqrt{5}$
b) $2\sqrt{5}$
c) $3\sqrt{5}$
d) 4

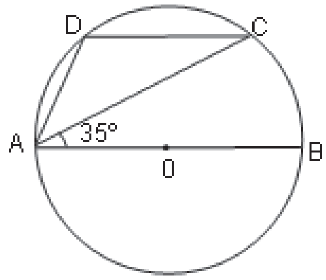
4) Na figura, o perímetro do triângulo ABC é 20 cm e BC mede 8 cm. Se DE é tangente á circunferência, o perímetro do triângulo ADE é

a) 4
b) 6
c) 8
d) 10



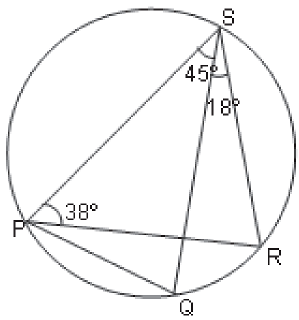
5) (FUVEST) A medida do ângulo ADC inscrito na circunferência de centro O é, em graus,

a) 100
b) 110
c) 115
d) 120
e) 125



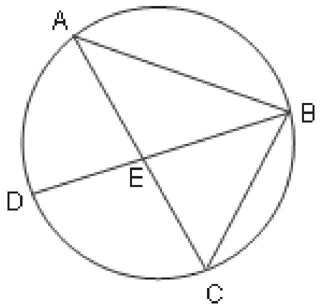
6) (UFMG) Suponha que as medidas dos ângulos PSQ, QSR, SPR, assinalados na figura, sejam 45°, 18° e 38°, respectivamente. A medida do ângulo PQS, em graus, é

a) 38
b) 63
c) 79
d) 87



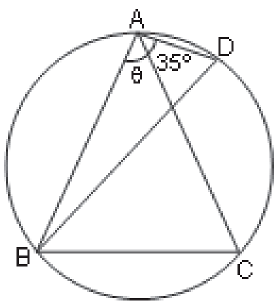
7) (UFMG) Nessa figura, BD é um diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo ABC, e os ângulos ABD e AED medem, respectivamente, 20° e 85°. Assim sendo, o ângulo CBD mede

a) 25°
b) 35°
c) 30°
d) 40°



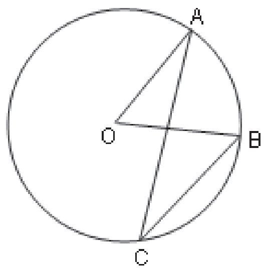
8) (U.C.SALVADOR) Na figura abaixo, o triângulo ABC é isósceles de base BC e BD é bissetriz do ângulo de vértice B. A medida do ângulo

a) 55º
b) 50º
c) 45º
d) 40º



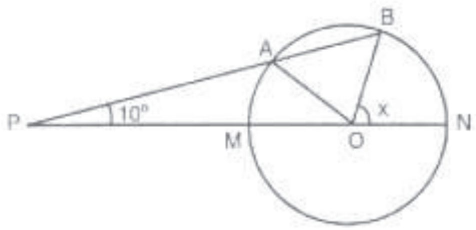
9) (PUC MG) Na figura A, B e C são pontos da circunferência de centro em O. Sabendo que OAC = a, OBC = b e ACB = c, podemos afirmar que

a) a = b + c
b) b = a + c
c) c = a + b
d) 2b = a – c



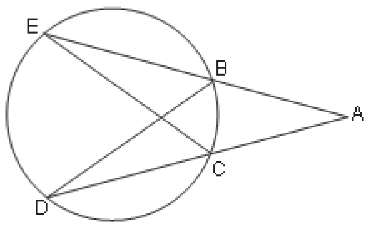
10) (UFMG) Na figura, O é o centro de uma circunferência cujo raio é igual a PA. O ângulo central *x* mede:

a) 80°
b) 40°
c) 35°
d) 30°
e) 20°



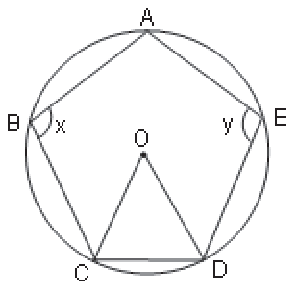
11) Observe a figura. Nela, os pontos E, D, C e B pertencem à circunferência. Se ADB = 40° e DCE = 50º então, a medida do ângulo DAE, em graus, é

a) 10°
b) 20°
c) 30°
d) 40°



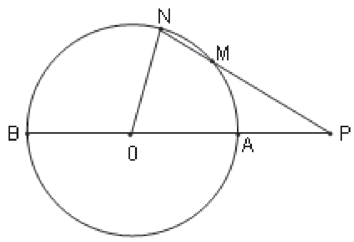
12) O pentágono ABCDE está inscrito em um círculo de centro O. O ângulo central CÔD mede 60º. Então, *x* + *y* é igual a

a) 180º
b) 190º
c) 200º
d) 210º



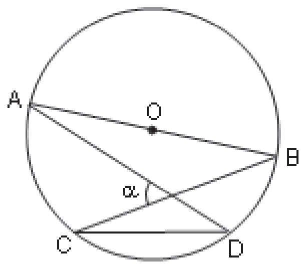
13) No círculo de centro O, M é o ponto médio do arco AMN, e a medida do ângulo NÔP é 80º. A medida do ângulo de vértice P, em graus, é

a) 10
b) 20
c) 30
d) 40



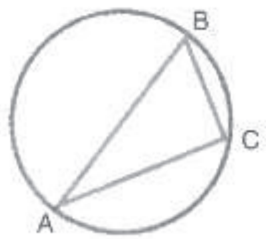
14) Na figura, O é o centro da circunferência e CD é a metade de AB. A medida α do ângulo assinalado é

a) 30º
b) 40º
c) 50º
d) 60º



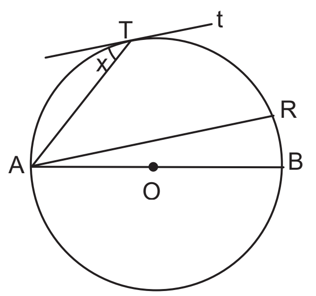
15) (FUVEST) Na figura, os pontos A, B e C pertencem à circunferência e BC é lado de um polígono regular inscrito nela. Sabendo-se que o ângulo BÂC mede 18°, podemos concluir que o número de lados do polígono é igual a:

a) 5
b) 6
c) 7
d) 10



16) Na figura, AB é um diâmetro da circunferência de centro O, a reta "t", paralela à corda AR é tangente à circunferência no ponto T e o ângulo BÂR mede 20°. Então, a medida do ângulo *x* formado pela reta t e pela corda AT é:

a) 25°
b) 35°
c) 40°
d) 45°



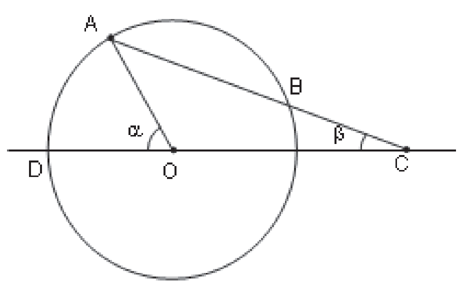
17) (UFMG) Na figura abaixo, a circunferência tem centro O e o seu raio tem a mesma medida do segmento BC. Sejam α a medida do ângulo AÔB e β a medida do ângulo ACD. A relação entre α e β é

a) $\alpha = \frac{5}{2}\beta$

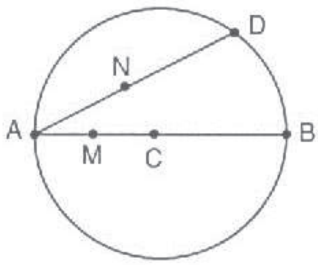
b) $\alpha = 3\beta$

c) $\alpha = \frac{7}{2}\beta$

d) $\alpha = 2\beta$



18) (UFMG) Observe a figura. Nessa figura, D é um ponto da circunferência de centro C e diâmetro AB, e M e N são pontos médios dos segmentos AC e AD, respectivamente. A medida MN em função do diâmetro AB é:



a) $\dfrac{AB}{5}$

b) $\dfrac{2AB}{5}$

c) $\dfrac{AB}{4}$

d) $\dfrac{AB}{3}$

e) $\dfrac{AB}{2}$

19) Um círculo está inscrito num triângulo retângulo de catetos 20 cm e 21 cm. O comprimento desse círculo, em cm, é

a) 6π
b) 10π
c) 12π
d) 20π
e) 36π

20) (UFLA) Um automóvel percorreu uma distância de 125,6 km. Sabendo-se que os pneus têm 0,5 m de diâmetro, o número de voltas dadas por um pneu foi aproximadamente:

a) 251.200
b) 125.600
c) 80.000
d) 40.000
e) 12.560

21) Os pontos A, B, C e D de uma circunferência λ estão dispostos de tal forma que o segmento AB seja lado de triângulo equilátero, o segmento BC seja lado de hexágono regular inscritos na circunferência λ e que o ângulo BCD = 105°.

Então, o valor do ângulo DÂC é, em graus:

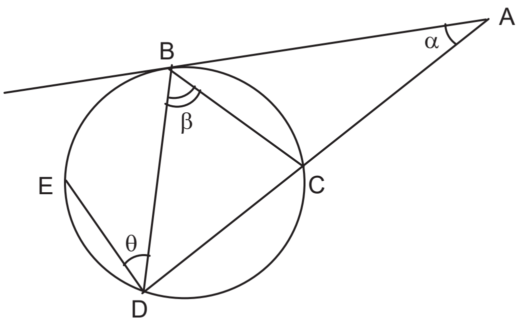
a) 30°
b) 60°
c) 45°
d) 55°

22) Considere os pontos A, B, C e D dispostos nessa ordem sobre uma circunferência de modo que AB e CD são lados respectivamente de um pentágono regular e de um icoságono regular inscritos na circunferência. Determine o menor ângulo formado pelas retas suportes de AD e BC.

a) 25°
b) 27°
c) 30°
d) 40°

23) Na figura, DE e CD são, respectivamente, lados do hexágono regular e do quadrado inscrito na circunferência. Se AB é tangente à circunferência e CBA = 50°, calcule o valor de $\alpha + \beta - \theta$.

a) 25°
b) 35°
c) 45°
d) 55°

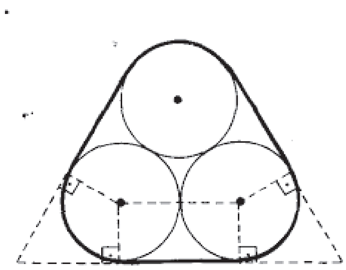


24) (ITA) Numa circunferência de centro O, os pontos A, B e C são vértices de um triângulo equilátero. Seja D um quarto ponto da circunferência não coincidente com os demais. Sobre a medida x do ângulo ADC, podemos afirmar que *x* vale

a) 60°
b) 60° ou 120°
c) 45°
d) 45° ou 150°

25) Três rodas, de mesmo raio R e tangentes entre si duas a duas, são envolvidas por uma correia, como mostra a figura. O comprimento total da correia é

a) $2R(\pi+3)$
b) $2R(\pi+2)$
c) $2R(\pi+4)$
d) $2R(2\pi+3)$

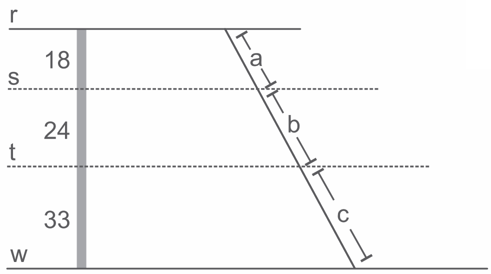


CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO									
1) C	2) C	3) C	4) A	5) E	6) C	7) A	8) D	9) B	10) D
11) A	12) D	13) C	14) D	15) D	16) B	17) B	18) C	19) C	20) C
21) C	22) B	23) A	24) B	25) A					

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

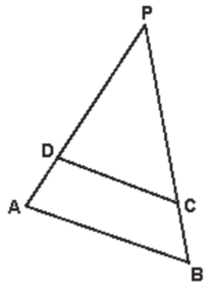
1) (PUC) Na figura a seguir, as retas r, s, t e w são paralelas e, a, b e c representam medidas dos segmentos tais que a + b + c + 100. Conforme esses dados, os valores de a, b e c são, respectivamente, iguais a

a) 24, 32 e 44
b) 24, 36 e 40
c) 26, 30 e 44
d) 26, 34 e 40



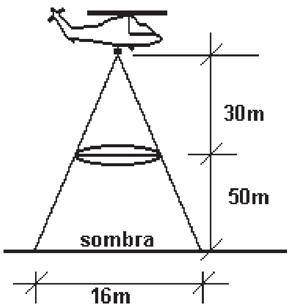
2) (PUC) Em um mapa, o parque turístico P e as cidades A, B, C e D estão dispostos conforme a figura a seguir, sendo AB paralelo a CD.
Sabendo-se que, na realidade, AB = 40 km, AD = 30 km e DC = 25 km, a distância da cidade A até o parque P, em quilômetros, é:

a) 65
b) 70
c) 75
d) 80
e) 85



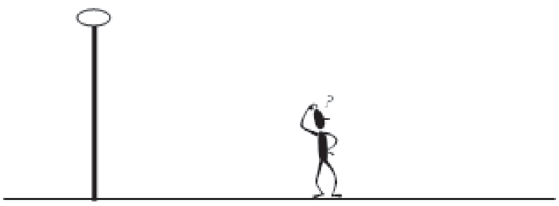
3) (UNIRIO) Numa cidade do interior, à noite, surgiu um objeto voador não identificado, em forma de disco, que estacionou a 50m do solo, aproximadamente. Um helicóptero do exército, situado a aproximadamente 30m acima do objeto, iluminou-o com um holofote, conforme mostra a figura anterior. Sendo assim, pode-se afirmar que o raio do disco-voador mede, em m, aproximadamente:

a) 3,0
b) 3,5
c) 4,0
d) 4,5
e) 5,0



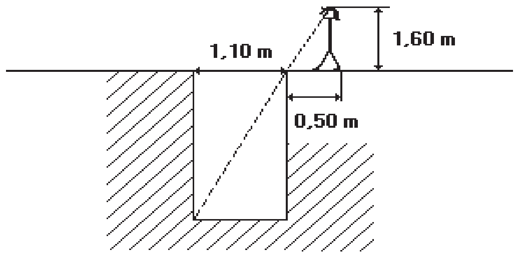
4) (PUC) Um homem de 1,70 m de altura está de pé, em uma calçada plana, a 2 m de distância de um poste vertical de 3 m de altura com uma luz no topo. O comprimento da sombra do homem, projetada na calçada, é aproximadamente:

a) 2,51 m
b) 2,52 m
c) 2,55 m
d) 2,61 m
e) 2,65 m



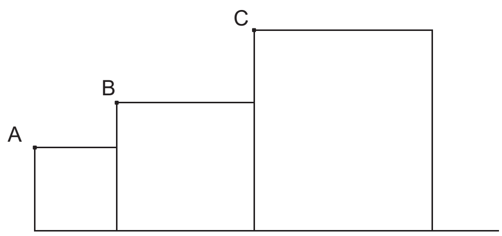
5) (UFRS) Para estimar a profundidade de um poço com 1,10 m de largura, uma pessoa cujos olhos estão a 1,60 m do chão posiciona-se a 0,50 m de sua borda. Desta forma, a borda do poço esconde exatamente seu fundo, como mostra a figura. Com os dados acima, a pessoa conclui que a profundidade do poço é:

a) 2,82 m
b) 3,00 m
c) 3,30 m
d) 3,52 m
e) 3,85 m



6) Na figura estão representados três quadrados. Sabendo que os lados dos quadrados menores têm medidas 4cm e 7cm, para que os pontos A, B e C fiquem alinhados, a medida do lado do quadrado maior deverá ser de:

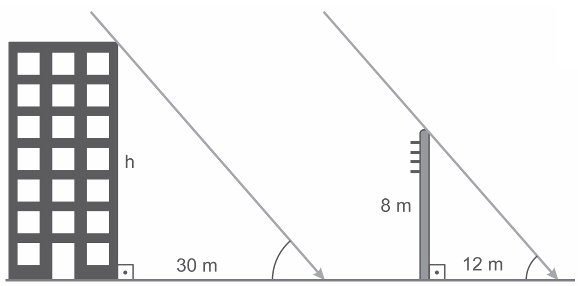
a) 11,75 cm
b) 12,00 cm
c) 13,00 cm
d) 10,00 cm
e) 12,25 cm



7) (IFSUL) A sombra de uma Torre mede 4,2 m de comprimento. Na mesma hora, a sombra de um poste de 3 m de altura é 12 cm de comprimento. Qual é a altura da torre?

a) 95 m
b) 100 m
c) 105 m
d) 110 m

8) (IFPE) Às 10 h 45 min de uma manhã ensolarada, as sombras de um edifício e de um poste de 8 metros de altura foram medidas ao mesmo tempo. Foram encontrados 30 metros e 12 metros, respectivamente, conforme ilustração abaixo.



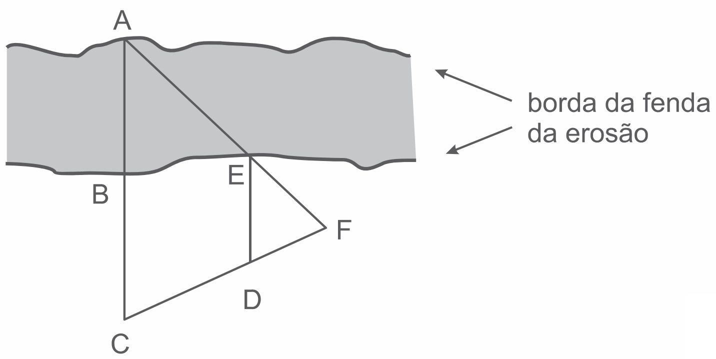
De acordo com as informações acima, a altura h do prédio é de

a) 12 metros
b) 14 metros
c) 16 metros
d) 18 metros
e) 20 metros

9) (CPS) A erosão é o processo de desgaste, transporte e sedimentação das rochas e, principalmente, dos solos. Ela pode ocorrer por ação de fenômenos da natureza ou do ser humano. A imagem mostra uma fenda no solo, proveniente de erosão.

<http://tinyurl.com/pdqj75z> Acesso em: 25.08.2015.
Original colorido.

Para determinar a distância entre os pontos A e B da fenda, pode-se utilizar o modelo matemático da figura.



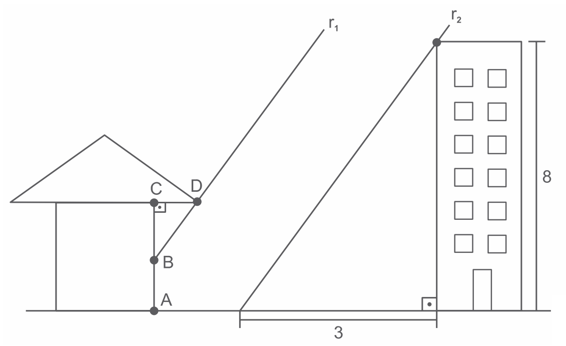
Na figura, tem-se:

- os triângulos AFC e EFD;
- o ponto E pertencente ao segmento AF;
- o ponto D pertencente ao segmento CF;
- os pontos C, D e F pertencentes ao terreno plano que margeia a borda da fenda; e
- as retas AC e ED que são paralelas entre si.

Sabendo-se que BC = 5 m, CD = 3 m, DF = 2 m e ED = 4,5 m, então, a distância entre os pontos A e B, em metros,

a) 6,25
b) 6,50
c) 6,75
d) 7,25
e) 7,75

10) (CEFET) Na figura a seguir, o segmento AC representa uma parede cuja altura é 2,9 m. A medida do segmento AB é 1,3 m, o segmento CD representa o beiral da casa. Os raios de sol r_1 e r_2 passam ao mesmo tempo pela casa e pelo prédio, respectivamente.

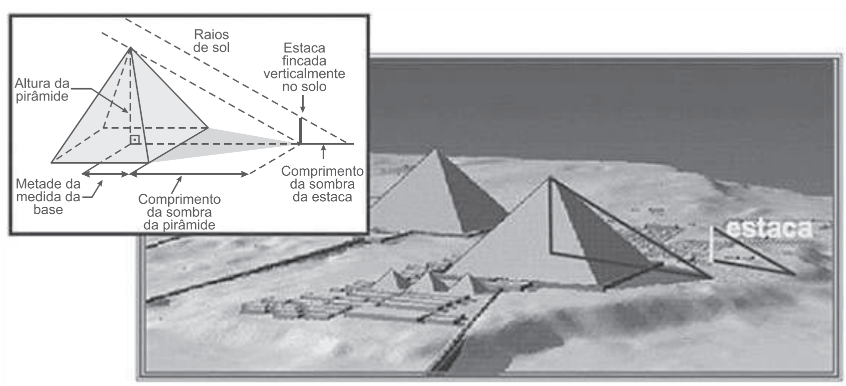


Se r_1 é paralelo com r_2, então, o comprimento do beiral, em metros, é

a) 0,60
b) 0,65
c) 0,70
d) 0,75

11) (CMRJ) Observe o texto e a imagem abaixo:

“Thales de Mileto (625 a 545 ac) terá sido o primeiro a colocar a questão básica: ‘de que é feito o mundo e como funciona? ‘. A resposta não a procurava nos deuses, mas na observação da natureza. Thales, que era comerciante, deslocava-se várias vezes ao Egito. Numa dessas viagens foi desafiado a medir a altura da pirâmide de Quéops.”



http://3.bp.blogspot.com/_sLjuDPITvUo/TDMxheh8wZI/AAAAAAAACAA/WYj0hO2eVnI/s1600/TalesPirâmideAltura.gif

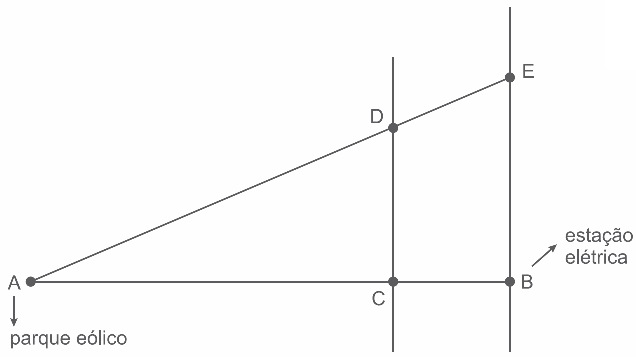
Para descobrir a altura da pirâmide, Thales valeu-se de uma estaca e das medidas das sombras e da base da pirâmide. A pirâmide de Quéops tem uma base quadrada de lado medindo 230 m e o comprimento de sua sombra mede 250 m. Sabendo que a estaca utilizada tem 2 m de comprimento e sua sombra 5 m, qual a altura encontrada por Thales?

a) 46 m
b) 100 m
c) 126 m
d) 146 m
e) 150 m

12) (CPS) Os parques eólicos marítimos apresentam vantagens em relação aos parques eólicos terrestres, pois neles não há problema com o impacto sonoro e o desgaste das turbinas é menor, devido a menor turbulência do vento. Na instalação dos parques eólicos marítimos, é preciso calcular sua distância até o continente, a fim de instalar os cabos condutores de eletricidade.

<http://tinyurl.com/jaz8hlw> Acesso em: 10.03.2016.
Original colorido.

Observe o esquema que representa um parque eólico (A), uma estação elétrica (B) no continente e pontos auxiliares C, D e E para o cálculo da distância do parque eólico até a estação elétrica no continente.



No esquema temos:

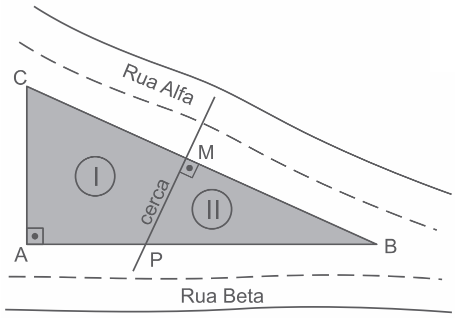
- Ponto A: parque eólico marítimo;
- Ponto B: estação elétrica no continente;
- Ponto C: ponto auxiliar
- Ponto D: ponto auxiliar
- Ponto E: ponto auxiliar;
- A medida do segmento CD é 150 metros;
- A medida do segmento BC é 100 metros;
- A medida do segmento BE é 200 metros;
- Os segmentos CD e BE são paralelos entre si.

Assim sendo, é correto afirmar que a distância do parque eólico marítimo até a estação elétrica no continente é, em metros,

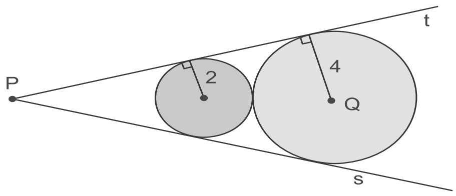
a) 75
b) 100
c) 300
d) 400
e) 425

13) (EPCAR) Um terreno com formato de um triângulo retângulo será dividido em dois lotes por uma cerca feita na mediatriz da hipotenusa, conforme mostra figura. Sabe-se que os lados AB e BC desse terreno medem, respectivamente, 80 m e 100 m. Assim, a razão entre o perímetro do lote **I** e o perímetro do lote **II**, nessa ordem, é

a) $\frac{5}{3}$
b) $\frac{10}{11}$
c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{11}{10}$



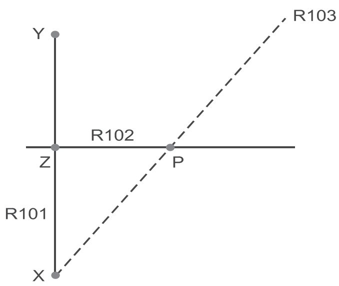
14) (UFRGS) Observe os discos de raios 2 e 4, tangentes entre si e às semirretas s e t, representados na figura abaixo.



A distância entre os pontos P e Q é

a) 10
b) 11
c) 12
d) 13

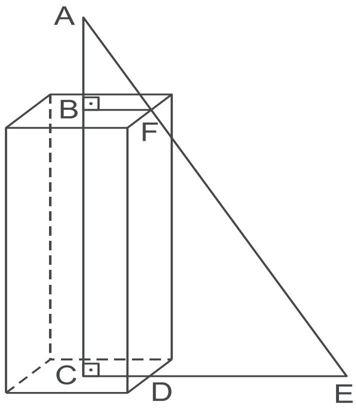
15) (INSPER) Duas cidades X e Y são interligadas pela rodovia R101, que é retilínea e apresenta 300 km de extensão. A 160 km de X, à beira da R101, fica a cidade Z, por onde passa a rodovia R102, também retilínea e perpendicular à R101. Está sendo construída uma nova rodovia retilínea, a R103, que ligará X à capital do estado. A nova rodovia interceptará a R102 no ponto P, distante 120 km da cidade Z.



O governo está planejando, após a conclusão da obra, construir uma estrada ligando a cidade Y até a R103. A menor extensão, em quilômetros, que esta ligação poderá ter é

a) 250
b) 240
c) 225
d) 200
e) 180

16) (CPS) Marcelo mora em um edifício que tem a forma de um bloco retangular e, no topo desse edifício, está instalada uma antena de 20 metros. Após uma aula de Matemática, cujo tema era Semelhança de Triângulos, Marcelo resolveu aplicar o que aprendeu para calcular a altura do prédio onde mora. Para isso, tomou algumas medidas e construiu o seguinte esquema:

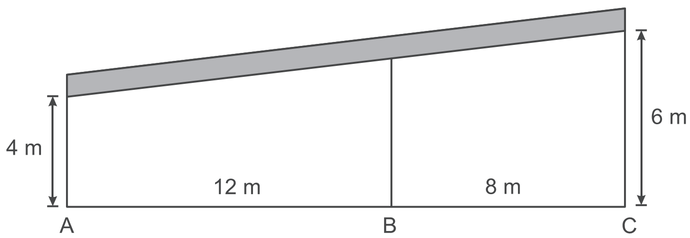


- O segmento AC é perpendicular aos segmentos BF e CE;
- o segmento AB representa a antena;
- o segmento BC representa a altura do prédio;
- os segmentos BC e FD são congruentes;
- a medida do segmento BF é 12 m;
- a medida do segmento DE é 36 m.

Assim, Marcelo determinou que a altura do prédio é, em metros,

a) 45
b) 50
c) 60
d) 65
e) 70

17) (UFPR) Um telhado inclinado reto foi construído sobre três suportes verticais de aço, colocados nos pontos A, B e C, como mostra a figura ao lado. Os suportes nas extremidades A e C medem, respectivamente, 4 metros e 6 metros de altura.

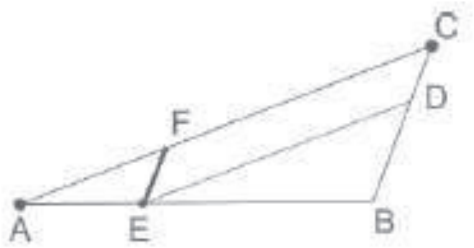


A altura do suporte em B é, então, de:

a) 4,2 metros
b) 4,5 metros
c) 5,0 metros
d) 5,2 metros
e) 5,5 metros

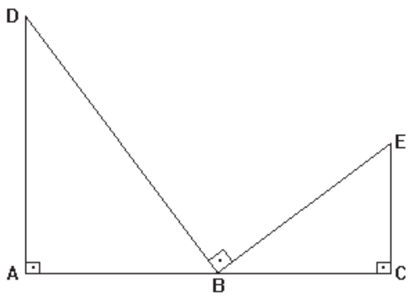
18) (SUPREMA) É dado um triângulo ABC, cujas medidas de seus lados são dadas por AB = 30 cm, BC = 20 cm e AC = 40 cm. Se AE = 6 cm, ED é paralelo a AC e EF é paralelo a BC, então o perímetro do paralelogramo CDEF, mede, em cm:

a) 36
b) 48
c) 64
d) 72



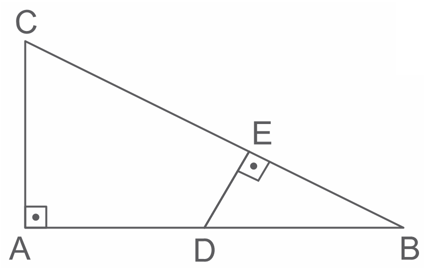
19) (UNESP) Na figura, B é um ponto do segmento de reta AC e os ângulos DAB, DBE e BCE são retos. Se o segmento AD = 6 dm, o segmento AC = 11 dm e o segmento EC = 3 dm, as medidas possíveis de AB, em dm, são:

a) 4,5 e 6,5
b) 7,5 e 3,5
c) 8 e 3
d) 7 e 4
e) 9 e 2



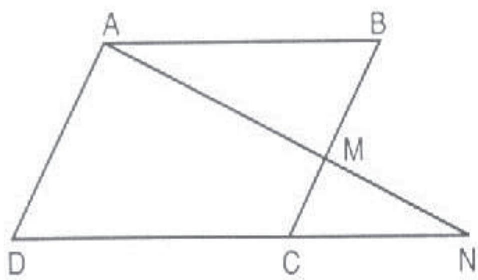
20) Na figura, os triângulos ABC e BDE são triângulos retângulos, onde AC = 2, $AB = 2\sqrt{3}$ e AD = 2DE. A medida do segmento CD é igual a

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $\sqrt{5}$
d) $\sqrt{7}$



1 = 2 m. segmento CN mede 21) (UFMG) No paralelogramo ABCD da figura, $\sqrt{\ }$

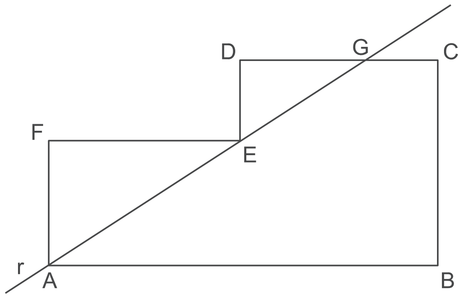
a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $2\sqrt{3}$
d) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$
e) $3\sqrt{3}$



MESTRES DA MATEMÁTICA

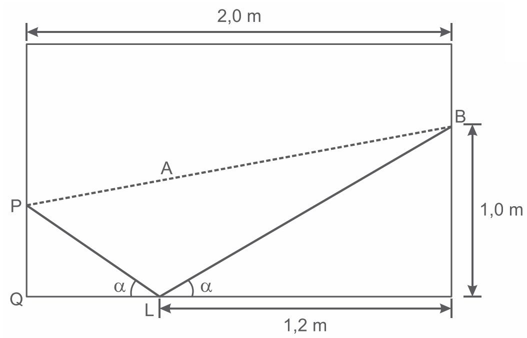
22) (CEFET) A figura mostra o polígono ABCDEF, no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto G está sobre o lado CD e a reta r. As medidas dos lados AB, BC, EF e FA são, respectivamente, 16 cm, 12 cm, 6 cm e 8 cm. O perímetro do polígono ABCG, em cm, é

a) 46
b) 48
c) 50
d) 52



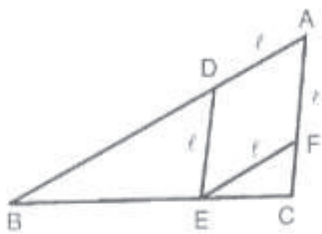
23) (CEFET) A ilustração a seguir representa uma mesa de sinuca retangular, de largura e comprimento iguais a 1,5 m e 2,0 m respectivamente. Um jogador deve lançar a bola branca do ponto B e acertar a preta no ponto P, sem acertar em nenhuma outra, antes. Como a amarela está no ponto A, esse jogador lançará a bola branca até o ponto L de modo que a mesma possa rebater e colidir com a preta. Se o ângulo da trajetória de incidência da bola na lateral da mesa e o ângulo de rebatimento são iguais, como mostra a figura, então a distância de P a Q em cm é aproximadamente

a) 67
b) 70
c) 74
d) 81



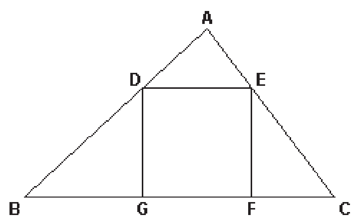
24) (CESGRANRIO) O losango ADEF está inscrito no triângulo ABC, como mostra a figura. Se AB = 12 m, BC = 8 cm e AC = 6 m, o lado ℓ do losango mede:

a) 3 m
b) 2 m
c) 4 m
d) 8 m



25) Na figura, ABC é um triângulo retângulo em A e DEFG é um quadrado inscrito nesse triângulo. Considerando-se que BG = 9 e CF = 4, o perímetro desse quadrado é igual a

a) 24
b) 28
c) 32
d) 36
e) 40



GEOMETRIA PLANA

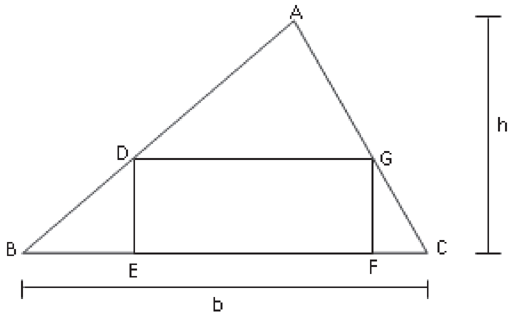
26) (FUVEST) O triângulo ABC tem altura h e base b (ver figura). Nele, está inscrito o retângulo DEFG, cuja base é o dobro da altura. Nessas condições, a altura do retângulo, em função de h e b, é dada pela fórmula:

a) $\dfrac{bh}{h+b}$

b) $\dfrac{2bh}{h+b}$

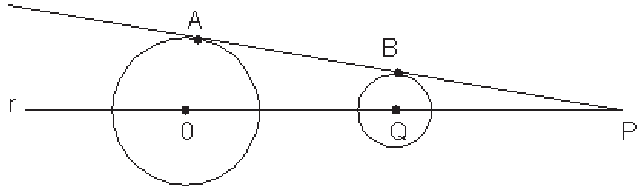
c) $\dfrac{bh}{h+2b}$

d) $\dfrac{bh}{2h+b}$



27) As duas circunferências exteriores de centro 0 e Q possuem raios de medidas 3 cm e 2 cm respectivamente. A reta r passa pelos centros e intercepta a tangente comum em P, sendo A e B os pontos de tangência. Sabendo que a distância entre os centros é 8 cm, determine a medida de PQ.

a) 8 cm
b) 12 cm
c) 16 cm
d) 24 cm



28) (UNESP) Uma gangorra é formada por uma haste rígida AB, apoiada sobre uma mureta de concreto no ponto C, como na figura. Quando a extremidade B da haste toca o chão, a altura da extremidade A em relação ao chão é:

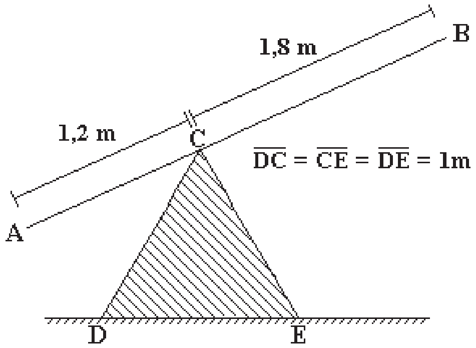
a) $\sqrt{3}$ m

b) $\dfrac{3}{\sqrt{3}}$ m

c) $\dfrac{6\sqrt{3}}{5}$ m

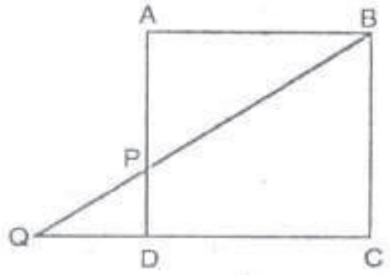
d) $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$ m

e) $2\sqrt{2}$ m



29) Na figura ABCD é um quadrado. Toma-se um ponto P sobre AD. Os prolongamentos de BP e CD se cortam em Q. Se BP = 30 e PQ = 10, o lado do quadrado mede

a) 18
b) 20
c) 22
d) 24
e) 25



30) (CEFET) Dois mastros verticais, com alturas de 2 m e 8 m, têm suas bases fixadas em um terreno plano, distantes 10 m um do outro. Se duas cordas fossem esticadas, unindo o topo de cada mastro com a base do outro, a quantos metros da superfície do terreno ficaria a intersecção das cordas?

a) 2,4
b) 2,2
c) 2,0
d) 1,8
e) 1,6

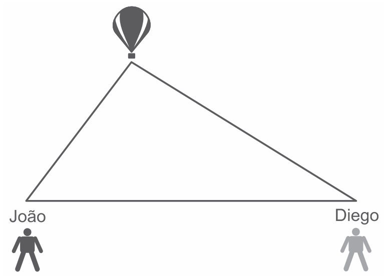
SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS									
1) A	2) D	3) E	4) D	5) D	6) E	7) C	8) E	9) A	10) A
11) B	12) D	13) D	14) C	15) C	16) C	17) D	18) D	19) E	20) D
21) C	22) C	23) A	24) C	25) A	26) D	27) C	28) D	29) D	30) E

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

1) Dois jovens pesquisadores, João e Diego, decidiram lançar um único balão meteorológico para fazer um estudo. Após o lançamento, em um dado momento, João estava a 6 Km do balão e Diego a 8 Km. Sabe-se que o balão subiu verticalmente durante todo o percurso e que a distância entre os pesquisadores naquele momento era de 10 Km.

Qual a altura exata do balão?

a) 2,8 km
b) 3,6 km
c) 4,0 km
d) 4,8 km
e) 5,0 km

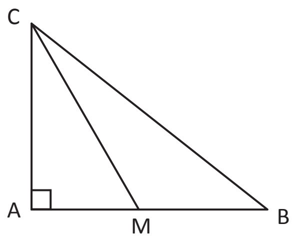


2) Para subir um muro de 12 m de altura, colocou-se uma escada de 20 m de comprimento de um lado e, do outro lado do muro, colocou-se uma outra escada de modo que elas ficaram perpendiculares no alto do muro. À distância, em m, do pé da segunda escada até o muro é:

a) 9
b) 15
c) 16
d) 25
e) 27

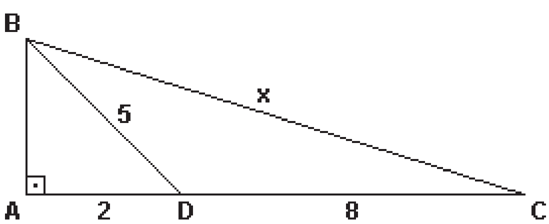
3) (PUC) No triângulo retângulo da figura, M é o ponto médio do cateto AB, AC = 4 cm e BC= $2\sqrt{13}$ cm. A medida de CM, em centímetros,

a) 3
b) $\sqrt{13}$
c) 4
d) $\sqrt{19}$
e) 5

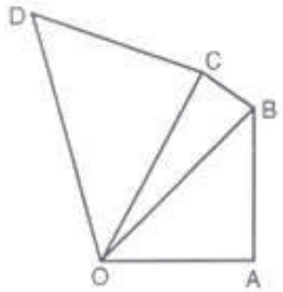


4) Na figura, o triângulo ABC é retângulo em Â. Sabe-se que AD = 2, CD = 8 e BD = 5, então a medida de BC é:

a) 11
b) 12
c) 13
d) 14
e) 15



5) (UFMG) Na figura abaixo, os triângulos OAB, OBC e OCD são triângulos retângulos em A, B e C, e AO = AB = BC = CD = 1 m. O segmento OD mede:

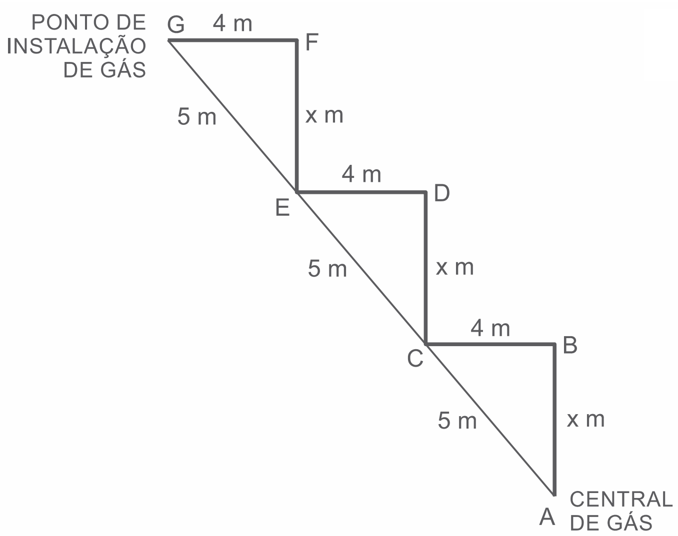


a) $\sqrt{2}$ m
b) $\sqrt{3}$ m
c) 2 m
d) $\sqrt{5}$ m
e) 4 m

6) Em um trapézio isósceles, as bases medem 14 m e 10 m e a altura mede 5 m. O valor da diagonal, em metros, é

a) 10
b) 12
c) 11
d) 13
e) 15

7) (IFSC) Pretende-se estender um fio de cobre de uma central de gás até o ponto de instalação de gás de uma residência. O fio de cobre deve ser instalado seguindo o percurso ABCDEFG conforme mostra a figura abaixo. Sabendo-se que cada metro de cobre custa R$ 2,50 e que os triângulos ABC, CDE e EFG são triângulos retângulos, calcule a metragem de cobre que será necessária para ligar a central de gás até o ponto de instalação de gás e qual valor será gasto na compra desse material.



Assinale a alternativa CORRETA.

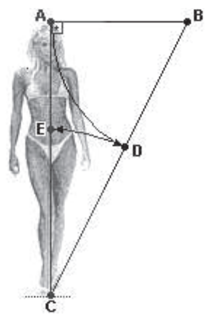
a) A metragem de cobre será 52,5 m e o valor gasto será igual a R$ 21,00.
b) A metragem de cobre será 52,5 m e o valor gasto será igual a R$ 42,00.
c) A metragem de cobre será 21 m e o valor gasto será igual a R$ 42,00.
d) A metragem de cobre será 21 m e o valor gasto será igual a R$ 52,50.
e) A metragem de cobre será 52,5 m e o valor gasto será igual a R$ 131,25.

8) Sabe-se que Marcelo caminhou 5 km para o norte, 5 km para o leste e 7 km para o norte, novamente. A que distância ele está do seu ponto de partida?

a) 5 km
b) 13 km
c) 20 km
d) 27 km

9) (UERJ) Depois de tirar as medidas de uma modelo, Jorge resolveu fazer uma brincadeira:

1°) esticou uma linha AB, cujo comprimento é metade da altura dela;
2°) ligou B ao seu pé no ponto C;
3°) fez uma rotação de BA com centro B, obtendo o ponto D sobre BC;
4°) fez uma rotação CD com centro C, determinando E sobre AC.

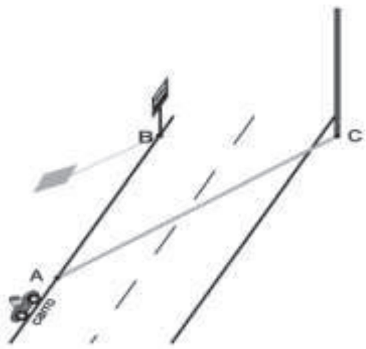


Para surpresa da modelo, CE é a altura do seu umbigo.

Tomando AB = 1 e considerando $\sqrt{5} = 2{,}2$, a medida da altura do umbigo da modelo é:

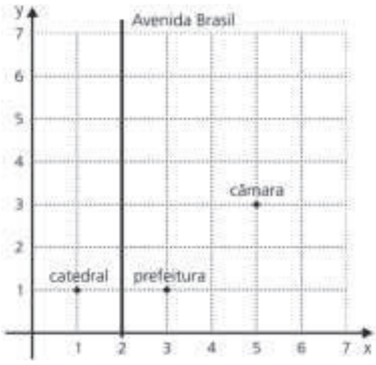
a) 1,3
b) 1,2
c) 1,1
d) 1,0
e) 0,9

10) Conforme a figura abaixo, um carro está estacionado em uma rua plana, 2m abaixo do ponto A, que é a extremidade da sombra do poste posicionado no ponto C. Nesse instante, uma caneta de tamanho 14 cm, posicionada verticalmente no solo, tem uma sombra sobre o solo de comprimento 21cm. Sabe-se que o segmento BC é perpendicular ao segmento AB, que o poste tem altura de 10m e que BC = 9m. A distância do carro ao ponto B é:



a) 13m
b) 14m
c) 15m
d) 16m

11) (UNICAMP) A figura abaixo apresenta parte do mapa de uma cidade, no qual estão identificadas a catedral, a prefeitura e a câmara de vereadores. Observe que o quadriculado não representa os quarteirões da cidade, servindo apenas para a localização dos pontos e retas no plano cartesiano. Nessa cidade, a Avenida Brasil é formada pelos pontos equidistantes da catedral e da prefeitura, enquanto a Avenida Juscelino Kubitschek (não mostrada no mapa) é formada pelos pontos equidistantes da prefeitura e da câmara de vereadores.



Sabendo que a distância real entre a catedral e a prefeitura é de 500 m, podemos concluir que a distância real, em linha reta, entre a catedral e a câmara de vereadores é de

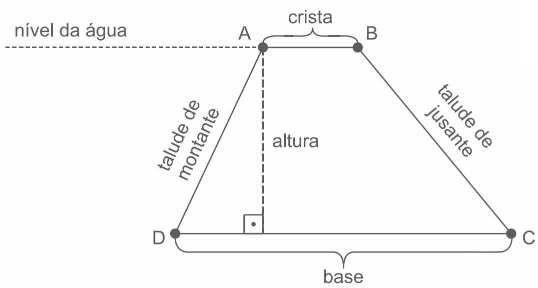
a) 1500 m

b) $500\sqrt{5}$ m

c) $1000\sqrt{2}$ m

d) $500 + 500\sqrt{2}$ m

12) (CPS) As barragens são elementos fundamentais para as usinas hidrelétricas.



O trapézio ABCD da imagem é um modelo matemático a um corte vertical de uma barragem.

Na imagem, a crista mede 10 metros, a altura mede 12 metros, o talude de montante mede 13 metros e o talude de jusante mede 15 metros. Assim sendo, podemos concluir que a medida da base do trapézio é, em metros,

a) 5

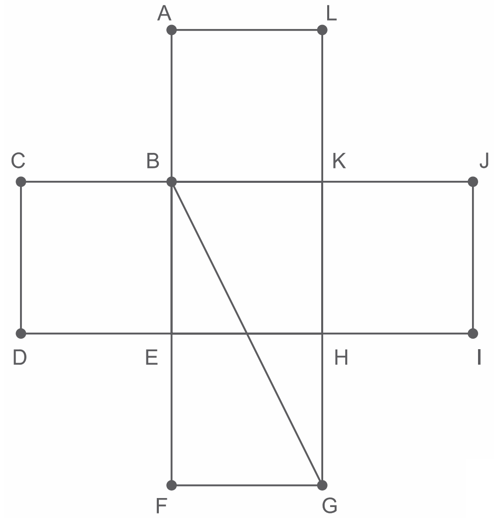
b) 9

c) 14

d) 24

e) 50

13) (CFTRJ) O quintal da casa de Manoel é formado por cinco quadrados ABKL, BCDE, BEHK, HIJK e EFGH, de igual área e tem a forma da figura abaixo. Se $BG=\sqrt{20}$ m então a área do quintal é:



a) 20 m^2
b) 30 m^2
c) 40 m^2
d) 50 m^2

14) (IFSC) Depois da festa de aniversário de seu irmão, Joãozinho resolve empilhar 15 latinhas de refrigerante vazias, conforme a figura abaixo:

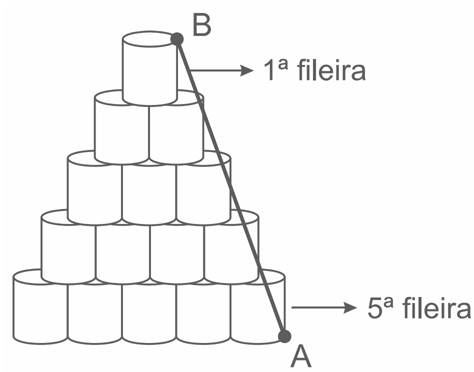


Imagem adaptada.
Disponível em: http://www.diadematematica.com/conteudo/LOGICA.htm. Acesso: 10 abr. 2014.

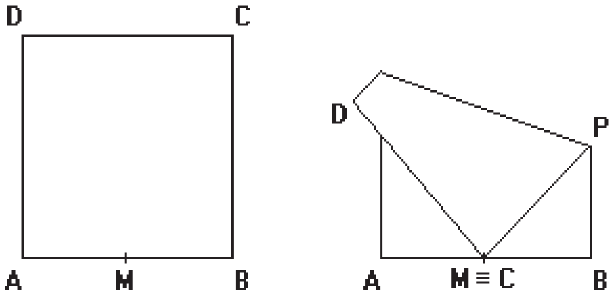
Sabendo que cada latinha fica centralizada em cima de exatamente duas latinhas da fileira de baixo e que cada latinha possui 8 cm de diâmetro e 12 cm de altura, assinale a alternativa que indica a distância **CORRETA** entre os pontos A e B marcados na figura.

a) $4\sqrt{241}$ cm
b) $16\sqrt{41}$ cm
c) $6\sqrt{241}$ cm
d) $16\sqrt{21}$ cm
e) 76 cm

15) Uma folha quadrada de papel ABCD é dobrada de modo que o vértice C coincide com o ponto M médio de AB.

Se o lado de ABCD é 1, o comprimento BP é:

a) 0,300
b) 0,325
c) 0,375
d) 0,450
e) 0,500



16) (MACK) A folha de papel retangular da figura 1 é dobrada como mostra a figura 2.
Assim o valor do segmento DP é

a) $12\sqrt{5}$
b) $10\sqrt{5}$
c) $8\sqrt{5}$
d) 21
e) 25

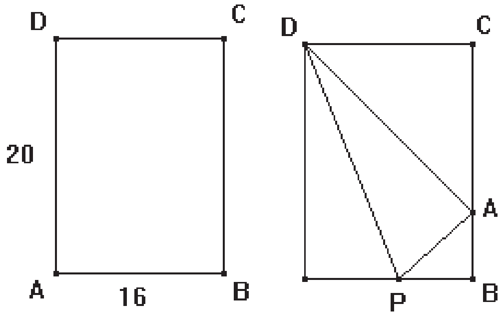
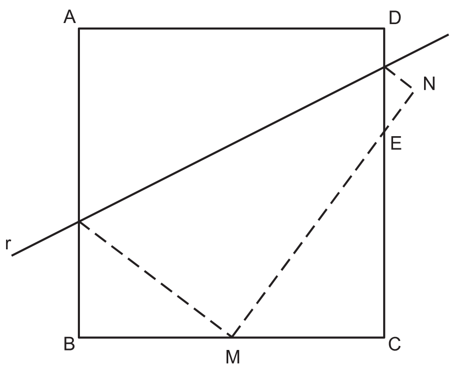


FIGURA 1 FIGURA 2

17) (UFMG) Uma folha de papel quadrada, ABCD, que mede 12 cm de lado, é dobrada na reta r, como mostrado nesta figura.

Feita essa dobra, o ponto D sobrepõe-se ao ponto N, e o ponto A, ao ponto médio M, do lado BC. É correto afirmar que, nessas condições, o segmento CE mede:

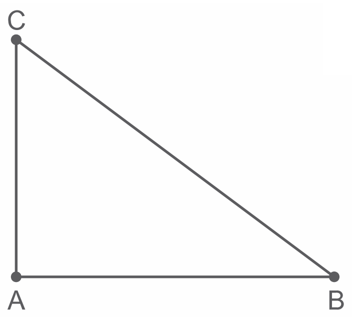
a) 7,2 cm
b) 7,5 cm
c) 8,0 cm
d) 9,0 cm
e) 9,5 cm



18) Observe o esquema a seguir, que representa certo trecho do Oceano Atlântico na costa brasileira. Um navio de pesquisas, situado inicialmente no ponto B, deve seguir rumo ao ponto C, em linha reta. Sabe-se que a distância BC é igual a 10 km.

No ponto A encontra-se uma ilha e o navio deve parar, na sua trajetória, em um ponto o mais próximo possível dessa ilha, para que uma equipe de biólogos siga em um barco auxiliar a fim de coletar algumas espécies de plantas nativas para análise.

Considere que a região limitada por AB, AC e BC seja plana e que o ângulo BAC meça 90º.



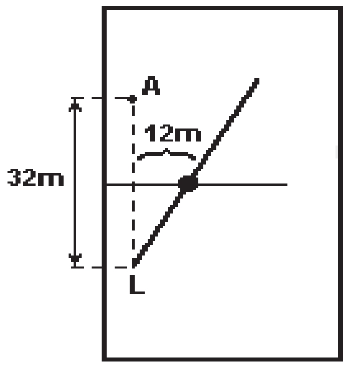
Se a distância do navio à ilha, ao iniciar sua trajetória em B, era de 8 km, podemos afirmar que, nesse percurso, a menor distância do navio à ilha será igual a

a) 5,2 km
b) 5,0 km
c) 4,8 km
d) 3,6 km
e) 2, 4 km

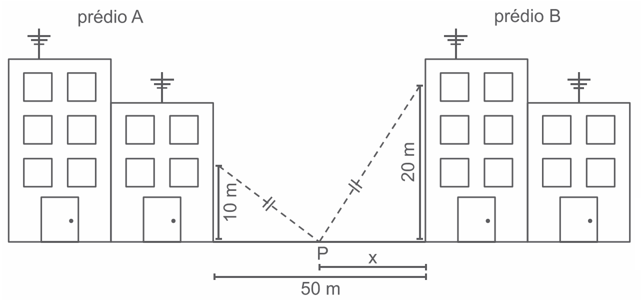
19) (FUVEST) Um lateral L faz um lançamento para um atacante A, situado 32 m à sua frente em uma linha paralela à lateral do campo de futebol. A bola, entretanto, segue uma trajetória retilínea, mas não paralela à lateral e quando passa pela linha de meio do campo está a uma distância de 12 m da linha que une o lateral ao atacante.

Sabendo-se que a linha de meio do campo está à mesma distância dos dois jogadores, a distância mínima que o atacante terá que percorrer para encontrar a trajetória da bola será de:

a) 18,8 m
b) 19,2 m
c) 19,6 m
d) 20,0 m
e) 20,4 m



20) (CEFET) Duas crianças, cada uma em um prédio diferente, brincam com canetas lasers nas janelas de seus apartamentos, apontando para um ponto na quadra situada entre os prédios. A criança do prédio A está a uma altura de 10 m e a do prédio B, a uma altura de 20 m do chão. A distância entre os prédios é de 50 m. Em um determinado momento, os lasers das crianças atingem, simultaneamente, um ponto P do pátio equidistante das crianças, tal como na ilustração abaixo:

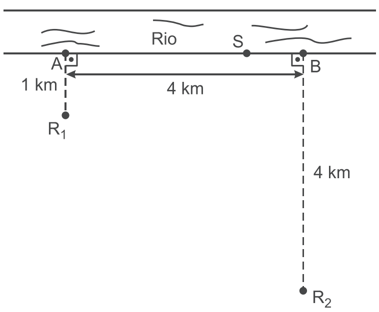


A distância *x*, em metros, deste ponto até o prédio B é

a) 22
b) 23
c) 25
d) 28

21) (UFPB) Duas vilas da zona rural de um município localizam-se na mesma margem de um trecho retilíneo de um rio. Devido a problemas de abastecimento de água, os moradores fizeram várias reivindicações à prefeitura, solicitando a construção de uma estação de bombeamento de água para sanar esses problemas. Um desenho do projeto, proposto pela prefeitura para a construção da estação, está mostrado na figura a seguir. No projeto, estão destacados:

• Os pontos R_1 e R_2, representando os reservatórios de água de cada vila, e as distâncias desses reservatórios ao rio.
• Os pontos A e B, localizados na margem do rio, respectivamente, mais próximos dos reservatórios R_1 e R_2.
• O ponto S, localizado na margem do rio, entre os pontos A e B, onde deverá ser construída a estação de bombeamento.

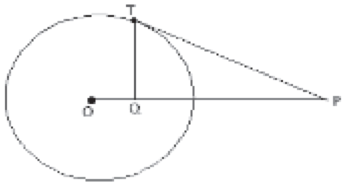


Com base nesses dados, para que a estação de bombeamento fique a uma mesma distância dos dois reservatórios de água das vilas, a distância entre os pontos A e S deverá ser de:

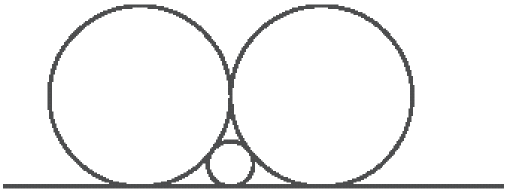
a) 3.775 m
b) 3.825 m
c) 3.875 m
d) 3.925 m
e) 3.975 m

22) (UFMG) Nessa figura, o círculo tem centro O e raio 6 e OP = 16. A reta PT é tangente ao círculo em T e o segmento TQ é perpendicular à reta OP. Assim sendo, o comprimento do segmento QP é:

a) 13,75
b) 13,85
c) 14,25
d) 14,50
e) 15,00



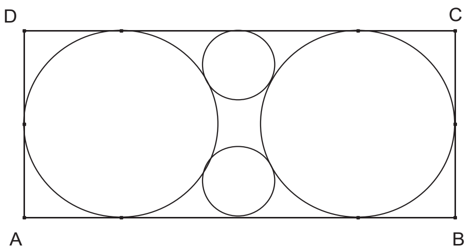
23) (UFMG) Nesta figura, estão representadas três circunferências, tangentes duas a duas, e uma reta tangente às três circunferências:



Sabe-se que o raio de cada uma das duas circunferências maiores mede 1 cm. Então a medida do raio da circunferência menor é igual a:

a) $\frac{1}{3}$cm
b) $\frac{1}{4}$cm
c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$cm
d) $\frac{\sqrt{2}}{4}$cm

24) Observe a figura.



Nela ABCD é um retângulo de lados AB = 21 e BC = 9; os círculos maiores são tangentes aos lados do retângulo e os círculos menores são idênticos e tangentes aos lados do retângulo e aos círculos maiores. Assim sendo determine o valor do raio dos círculos menores.

a) 1,0
b) 2,0
c) 2,5
d) 3,0
e) 3,5

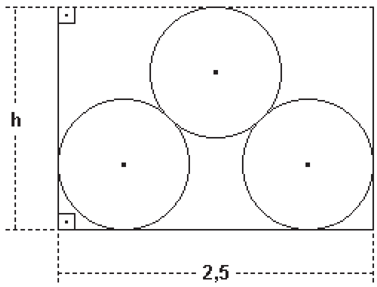
25) (FUVEST) Um lenhador empilhou 3 troncos de madeira num caminhão de largura 2,5 m, conforme a figura a seguir. Cada tronco é um cilindro reto, cujo raio da base mede 0,5 m. Logo, a altura h, em metros, é:

a) $1+\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

b) $1+\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

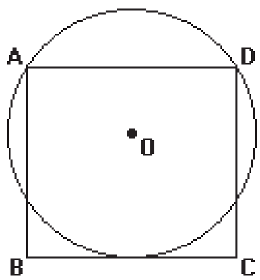
c) $1+\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

d) $1+\dfrac{\sqrt{7}}{5}$



26) (PUC) Um quadrado tem dois vértices numa circunferência e um lado tangente a ela, como mostra a figura a seguir. Se a área do quadrado é de 36 cm^2, o raio da circunferência é, em centímetros,

a) 2,5
b) 2,75
c) 3,25
d) 3,75



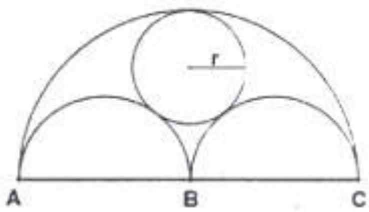
27) (UFMG) Nessa figura, a circunferência de raio r é tangente às três semicircunferências. Se AB = BC = a, o valor de r, em função de a, é

a) $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

b) $\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$

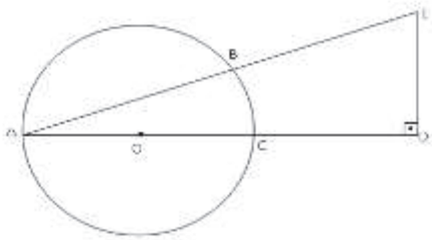
c) $\dfrac{a}{3}$

d) $\dfrac{a}{4}$

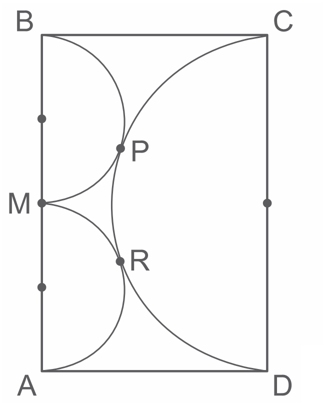


28) Nessa figura, o lado AD do triângulo retângulo ADE passa pelo centro O da circunferência. Sabendo-se que AD = 12 cm, DE = 9 cm e BE = 7 cm, então, o perímetro da circunferência, em cm, é:

a) 5π
b) 10π
c) 12π
d) 25π



29) (ALBERT EINSTEIN) Na figura abaixo, ABCD é um retângulo tal que BC = 6 cm e M é ponto médio do lado AB. A área de ABCD, em centímetros quadrados, é



a) $36\sqrt{3}$
b) $36\sqrt{2}$
c) $18\sqrt{3}$
d) $18\sqrt{2}$

30) (VUNESP) Seja ABCD um retângulo cujos lados têm medidas iguais a AB = CD = 6 cm e AC = BD = 1,2 cm. Se M é o ponto médio de AB, então o raio da circunferência determinada pelos pontos C, M e D mede

a) 4,35 cm
b) 5,35 cm
c) 3,35 cm
d) 5,34 cm
e) 4,45 cm

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO									
1) D	2) A	3) E	4) A	5) C	6) D	7) D	8) B	9) B	10) B
11) B	12) D	13) A	14) A	15) C	16) B	17) C	18) C	19) B	20) A
21) C	22) A	23) B	24) B	25) C	26) D	27) C	28) B	29) B	30) A

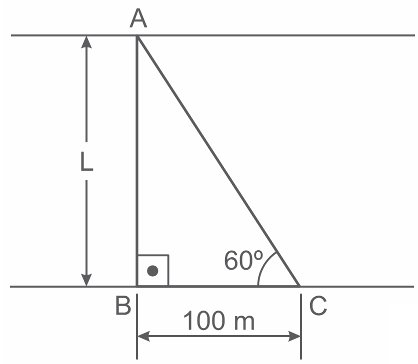
RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

1) (IFPE) Para determinar a largura L de um rio de margens paralelas, sem precisar atravessá-lo, um topógrafo utilizou o seguinte procedimento:

- A partir de um ponto B na margem em que se encontrava, avistou um ponto A na margem oposta, de modo que o segmento AB fosse perpendicular às margens (observe a figura);
- Deslocou-se 100 metros perpendicularmente a AB até o ponto C;
- Do ponto C, determinou a medida do ângulo BCA obtendo 60º.

Adotando $\sqrt{3} \approx 1,73$,qual o valor aproximado encontrado para L, em metros?

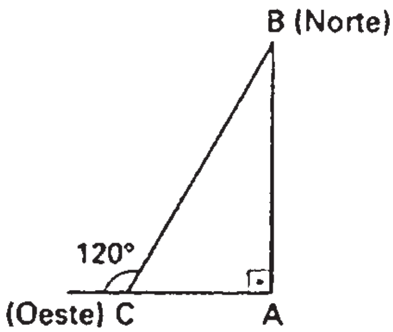
a) 153
b) 158
c) 163
d) 168
e) 173



2) Um pequeno avião deveria partir de uma cidade A rumo a uma cidade B ao norte, distante 60 quilômetros de A. Por um problema de orientação, o piloto seguiu erradamente rumo ao oeste. Ao perceber o erro, ele corrigiu a rota, fazendo um giro de 120º à direita em um ponto C, de modo que o seu trajeto, juntamente com o trajeto que deveria ter sido seguido, formaram, aproximadamente, um triângulo retângulo ABC, como mostra a figura.

Com base na figura, a distância em quilômetros que o avião voou, partindo de A até chegar a B, é:

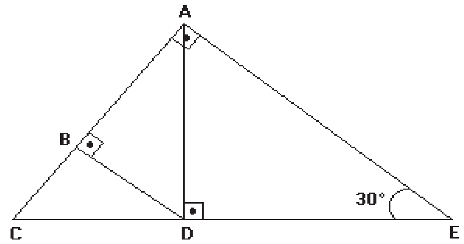
a) $30\sqrt{3}$
b) $40\sqrt{3}$
c) $60\sqrt{3}$
d) $80\sqrt{3}$



GEOMETRIA PLANA

3) (UFMG) Na figura a medida de CE é 80, o comprimento de BC é:

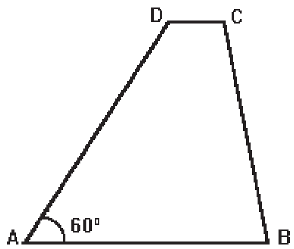
a) 40
b) 30
c) 20
d) 10



4) (UFMG) Na figura, o trapézio ABCD tem altura $2\sqrt{3}$ e bases AB = 4 e DC = 1.

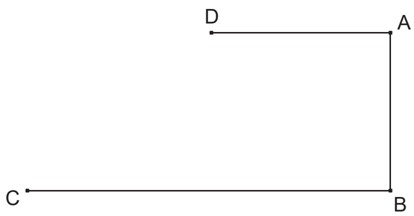
A medida do lado BC é

a) $\sqrt{15}$
b) $\sqrt{14}$
c) 4
d) $\sqrt{13}$
e) 5



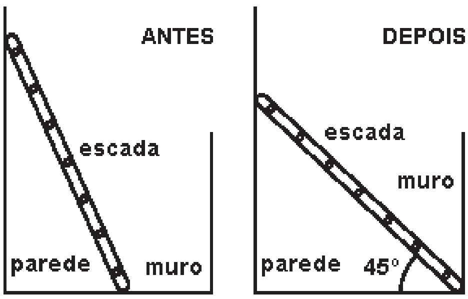
5) Considere o trapézio ABCD abaixo onde os ângulos CBA e BAD são retos e o ângulo ADC mede 135^0. Sendo $CD = 3\sqrt{2}$ e BC = 7, o valor do segmento BD é igual a

a) $3\sqrt{2}$
b) $\sqrt{31}$
c) $\sqrt{67}$
d) 5



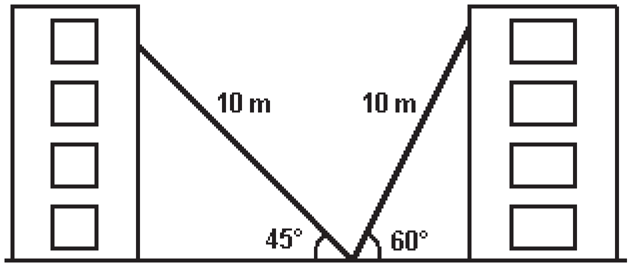
6) (UNICAMP) Para trocar uma lâmpada, Roberto encostou uma escada na parede de sua casa, de forma que o topo da escada ficou a uma altura de aproximadamente $\sqrt{14}$ m. Enquanto Roberto subia os degraus, a base da escada escorregou por 1 m, indo tocar o muro paralelo à parede, conforme ilustração a seguir. Refeito do susto, Roberto reparou que, após deslizar, a escada passou a fazer um ângulo de 45° com a horizontal. Qual é a distância en

a) 2,0 metros
b) 2,5 metros
c) 3,0 metros
d) 3,5 metros
e) 4,0 metros



7) (FAAP) Uma escada de 10 metros de comprimento forma ângulo de 60° com a horizontal quando encostada ao edifício de um dos lados da rua, e ângulo de 45° se for encostada ao edifício do outro lado, apoiada no mesmo ponto do chão. A largura da rua (em metros) é:

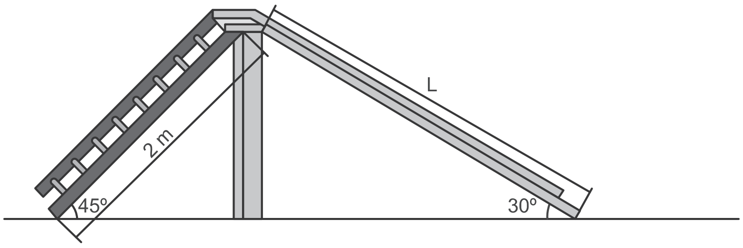
a) $10\sqrt{2}$
b) $10+3\sqrt{2}$
c) $10\sqrt{5}-5$
d) $5+5\sqrt{2}$
e) $5+10\sqrt{2}$



8) (FUVEST) Dois pontos A e B estão situados na margem de um rio e distantes 40 m um do outro. Um ponto C, na outra margem do rio, está situado de tal modo que o ângulo CÂB mede 75° e o ângulo ACB mede 75°. O valor, em metros, da largura do rio é igual a:

a) 40
b) 20
c) $20\sqrt{3}$
d) 30
e) 25

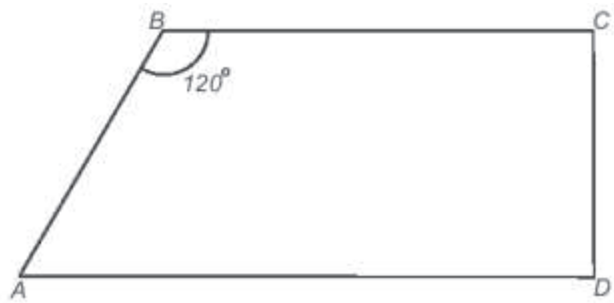
9) (UFPB) Em parques infantis, é comum encontrar um brinquedo, chamado escorrego, constituído de uma superfície plana inclinada e lisa (rampa), por onde as crianças deslizam, e de uma escada que dá acesso à rampa. No parque de certa praça, há um escorrego, apoiado em um piso plano e horizontal, cuja escada tem 2m de comprimento e forma um ângulo de 45º com o piso; e a rampa forma um ângulo de 30º com o piso, conforme ilustrado na figura a seguir.



De acordo com essas informações, é correto afirmar que o comprimento (L) da rampa é de:

a) $\sqrt{2}$ m
b) $2\sqrt{2}$ m
c) $3\sqrt{2}$
d) $4\sqrt{2}$ m
e) $5\sqrt{2}$ m

10) (UFMG) Esta figura representa o quadrilátero ABCD:



Sabe-se que

- AB = 1 cm e AD = 2 cm
- O ângulo ABC mede 120º e
- O segmento CD é perpendicular aos segmentos AD e BC.

Então a medida do comprimento do segmento BD é igual a:

a) $\sqrt{3}$

b) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

c) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

d) $\sqrt{2}$

11) Observe a figura abaixo, nela os ângulos BÂE e BCD são retos, BED = 60º e CBE = 105º. Sabendo que os segmentos AB e DE são paralelos e BC = CD = 4, o valor do segmento AE é

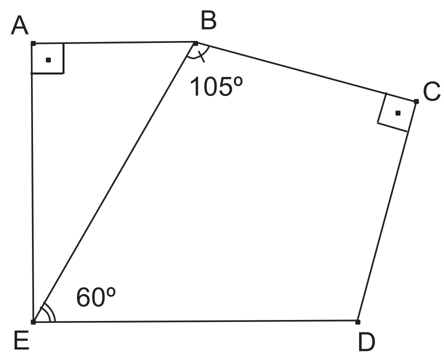
a) $2\sqrt{2}$

b) 2

c) $2\sqrt{6}$

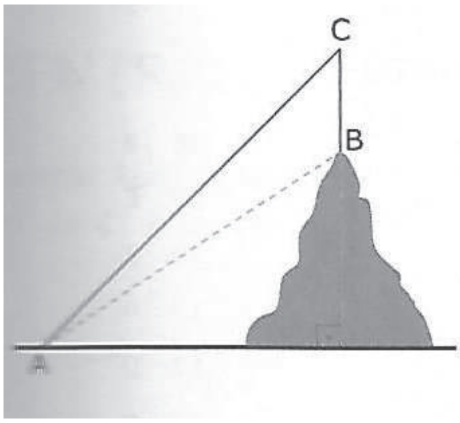
d) $2\sqrt{3}$

e) $3\sqrt{2}$



12) De um ponto A, no solo, visam-se a base B e o topo C de um bastão colocado verticalmente no alto de uma colina, sob um ângulos de 30º e 45º, respectivamente.
Se o bastão mede 4 m de comprimento, a altura da colina, em metros, é igual a

a) 2
b) $2\sqrt{3}$
c) $2\left(\sqrt{3}+1\right)$
d) $2\left(\sqrt{3}+3\right)$

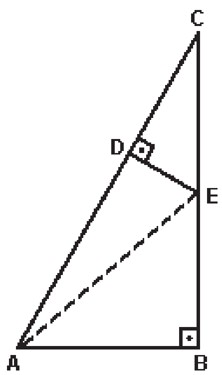


13) Seja um triângulo equilátero ABC cujo lado mede $8\sqrt{3}$ cm. Sobre o lado AB tomamos um ponto P e sobre o lado AC um ponto Q de modo que $PQ \perp AB$ e $QM \perp AC$ onde M é o ponto médio do lado BC. Calcule a medida de AP.

a) $2\sqrt{3}$ cm
b) $3\sqrt{3}$ cm
c) $4\sqrt{3}$ cm
d) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ cm
e) $5\sqrt{3}$ cm

14) (FUVEST) Na figura, ABC e CDE são triângulos retângulos, AB = 1, BC = $\sqrt{3}$ e BE = 2DE. Logo, a medida de AE é

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
b) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$
c) $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$
d) $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$
e) $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$



15) (CMMG) Observe a figura, nela temos AB diâmetro do círculo de centro em O e raio r = 1. A distância do ponto P ao diâmetro AB vale $\frac{\sqrt{7}}{4}$ e θ é a medida do ângulo PÂB.

O valor do $\cos\theta$ é:

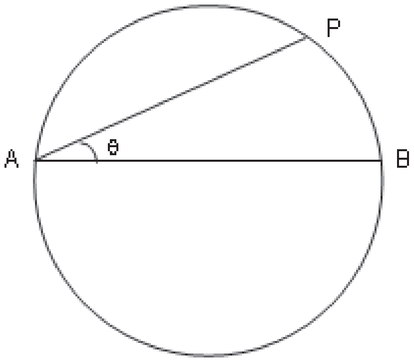
a) $\frac{\sqrt{7}}{8}$

b) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{7}{8}$

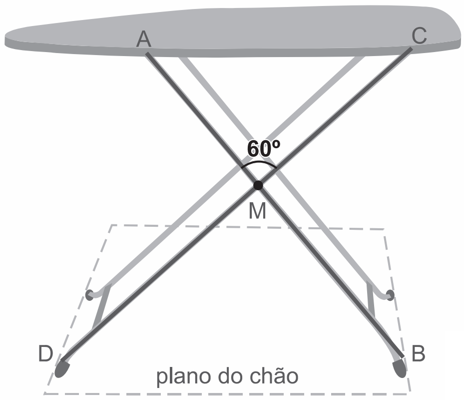
e) $\frac{\sqrt{14}}{4}$



16) (UNESP) Uma mesa de passar roupa possui pernas articuladas AB e CD, conforme indica a figura. Sabe-se que AB = CD = 1 m e que M é ponto médio dos segmentos coplanares AB e CD. Quando a mesa está armada, o tampo fica paralelo ao plano do chão e a medida do ângulo AMC é 60º.

Considerando-se desprezíveis as medidas dos pés e da espessura do tampo e adotando $\sqrt{3} = 1,7$ a altura do tampo dessa mesa armada em relação ao plano do chão, em centímetros, está entre

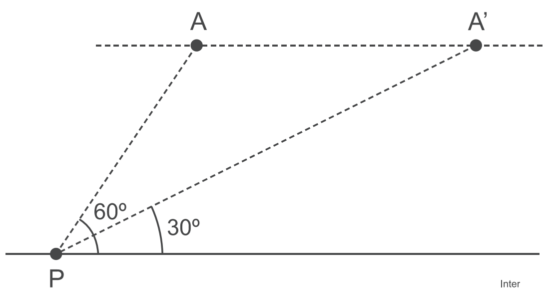
a) 96 e 99
b) 84 e 87
c) 80 e 83
d) 92 e 95
e) 88 e 91



17) Um avião voava a uma altitude e velocidade consta instante uando estava a 8 km de distância de um ponto P, no solo, ele podia ser visto sob um ângulo de elevação de 60° e, dois minutos mais tarde, esse ângulo passou a valer 30°, conforme mostra a figura abaixo.

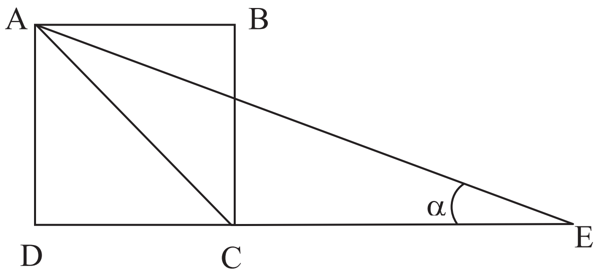
A velocidade desse avião era de:

a) 180 km/h
b) 240 km/h
c) 120 km/h
d) 150 km/h
e) 200 km/h



18) Na figura seguinte ABCD é um quadrado e AC = CE. A tangente do ângulo α vale:

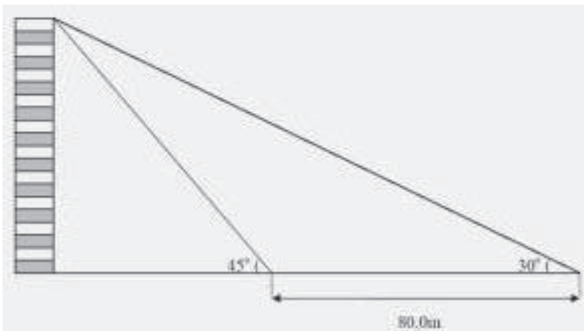
a) 1
b) $\sqrt{2}-1$
c) $\sqrt{3}-1$
d) $\sqrt{2}$
e) $\sqrt{3}$



19) (CEFET) Um topógrafo observa o topo de uma montanha sob um ângulo de 30° em relação à horizontal. Aproximando-se dois quilômetros, a mesma passa a ser observada sob o ângulo de 60°. O topógrafo então conclui que a distância, em linha reta, entre ele e o pé da montanha, a partir deste segundo ponto, em km, é igual a:

a) 1,0
b) 1,5
c) 2,0
d) 2,5
e) 3,0

20) (UFOP) Para se calcular a altura de um edifício, duas medidas de ângulo foram realizadas. Na primeira, constatou-se que o ângulo de elevação do ponto mais alto do edifício com relação ao solo era de 30º. Na segunda medida, realizada a oitenta metros mais próximos do edifício, constatou-se que o ângulo de elevação desse mesmo ponto com relação à horizontal era de 45º, conforme a figura a seguir:



Marque a alternativa que corresponde à altura (em metros) do edifício.

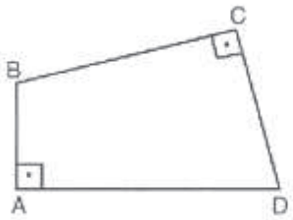
a) $40\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)$
b) $40\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)$
c) $80\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)$
d) $80\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)$

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO									
1) E	2) C	3) D	4) D	5) D	6) C	7) D	8) B	9) B	10) C
11) C	12) C	13) B	14) C	15) E	16) B	17) B	18) B	19) E	20) A

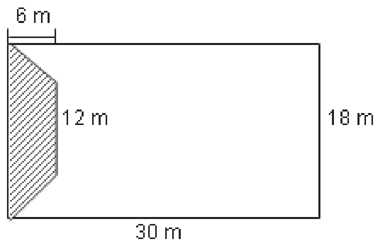
ÁREAS DE POLÍGONOS

1) (UFMG) Um terreno tem a forma da figura abaixo. Se AB ⊥ AD, BC ⊥ CD, AB = 10 m, BC = 70 m, CD = 40 m e AD = 80 m, então a área do terreno é

a) 1400 m^2
b) 1500 m^2
c) 1600 m^2
d) 1700 m^2
e) 1800 m^2



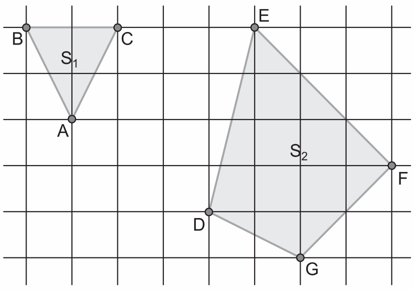
2) (UNIFESP) Um comício deverá ocorrer num ginásio de esportes, cuja área é delimitada por um retângulo, mostrado na figura. Por segurança, a coordenação do evento limitou a concentração, no local, a 5 pessoas para cada 2 m² de área disponível. Excluindo-se a área ocupada pelo palanque, com a forma de um trapézio (veja as dimensões da parte hachurada na figura), quantas pessoas, no máximo, poderão participar do evento?



a) 2700
b) 1620
c) 1350
d) 1125
e) 1050

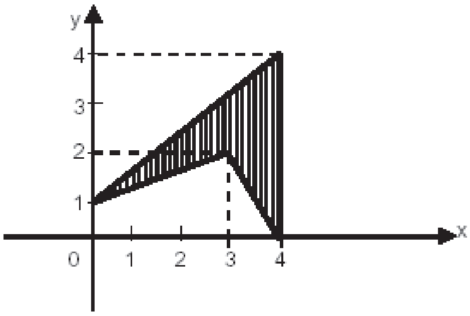
3) (UNESP) Os polígonos ABC e DEFG estão desenhados em uma malha formada por quadrados. Suas áreas são iguais a S_1 e S_2, respectivamente, conforme indica a figura.
Sabendo que os vértices dos dois polígonos estão exatamente sobre pontos de cruzamento das linhas da malha, é correto afirmar que $\frac{S_2}{S_1}$ é igual a:

a) 5,25.
b) 4,75.
c) 5,00.
d) 5,50.
e) 5,75.



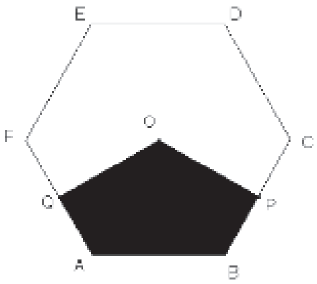
4) (UFOP) Na figura, a área da região hachurada é igual a:

a) 4,5
b) 4,0
c) 3,5
d) 3,0
e) 2,5



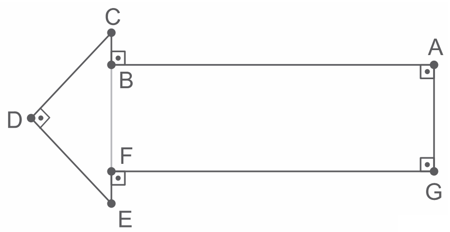
5) Na figura está representado um hexágono regular [ABCDEF] de centro O e lado 12. Sabendo que P e Q são pontos médios de BC e AF, respectivamente, o valor da área hachurada é igual a

a) $9\sqrt{3}$
b) $18\sqrt{3}$
c) $36\sqrt{3}$
d) $72\sqrt{3}$
e) $144\sqrt{3}$



6) (FGV) A seta indica um heptágono com $AB = GF = 2AG = 4BC = 4FE = 20\,cm$.
Sabe-se ainda que $CD = ED$, e que o ângulo $C\hat{D}E$ é reto. Nas condições dadas, a área da região limitada por essa seta, em cm^2, é

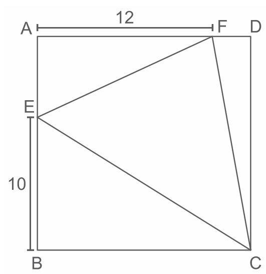
a) 250.
b) 260.
c) 280.
d) 300.
e) 320.



7) Na figura a seguir, ABCD é um quadrado de lado igual a $16\,cm$. Os segmentos AF e BE medem, respectivamente, 12 e $10\,cm$.

A área do triângulo CEF, em cm^2, é igual a

a) 54
b) 80
c) 108
d) 148

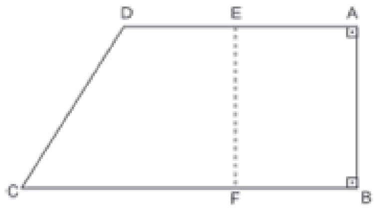


8) (UFPE) Um pintor cobra R$ 10,00 por metro quadrado de pintura. Ele recebe três painéis de materiais idênticos de 12 m de perímetro cada um. Um em forma de círculo, outro em forma de hexágono regular e um terceiro em forma de quadrado. O pintor, só tendo condições de pintar um deles, deve escolher o que lhe proporcionará maior renda. Assim:

a) terá maior renda se escolher o painel hexagonal.
b) terá menor renda se resolver pintar o painel hexagonal.
c) se escolher o painel circular, terá a maior renda.
d) qualquer painel que escolher, a renda será a mesma.
e) deverá escolher o painel quadrado para ter maior renda.

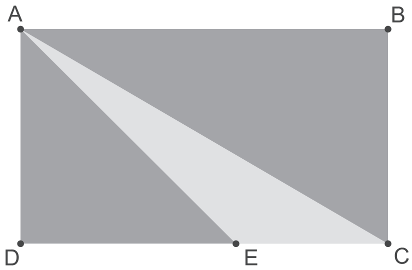
9) (UFOP) Um terreno na forma abaixo foi deixado como herança para duas pessoas. Deverá, portanto, ser dividido em duas partes de áreas iguais por uma reta EF, paralela ao lado AB. Sendo AD = 60 m, BC = 100m e CD = 50 m, DE medirá, em metros.

a) 10
b) 15
c) 20
d) 25
e) 30



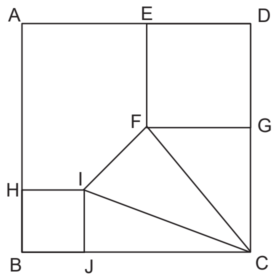
10) (UERJ) Considere uma placa retangular ABCD de acrílico, cuja diagonal AC mede 40 cm. Um estudante, para construir um par de esquadros, fez dois cortes retos nessa placa nas direções AE e AC, de modo que $D\hat{A}E = 45°$ e $B\hat{A}C = 30°$, conforme ilustrado a seguir: Após isso, o estudante descartou a parte triangular CAE, restando os dois esquadros. Admitindo que a espessura do acrílico seja desprezível e que $\sqrt{3} = 1{,}7$, a área, em cm^2, do triângulo CAE equivale a:

a) 80
b) 100
c) 140
d) 180
e) 200



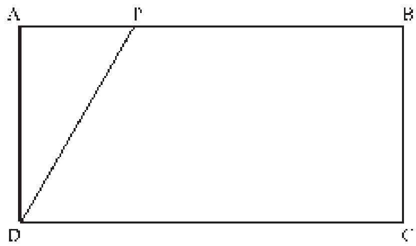
11) Nessa figura, ABCD, EFGD e HBJI são quadrados de lados 5 cm, 2 cm e 1 cm, respectivamente. O valor da área do triângulo ICF é

a) 5 cm^2
b) 6 cm^2
c) 7 cm^2
d) 8 cm^2



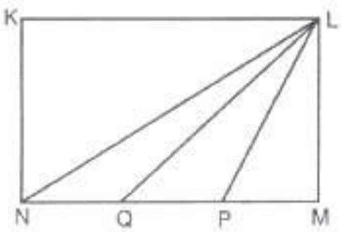
12) (UERJ) No retângulo ABCD, de área igual a 72 cm^2, AB mede 12 cm e o ponto P sobre o segmento AB pode variar de A até B. Conforme P se desloca sobre o segmento AB, diferentes triângulos ADP e diferentes trapézios PBCD vão sendo formados. Desse modo, quando DP medir 10 cm, qual será a razão entre a área do triângulo APD e a área do trapézio PBCD, nessa ordem?

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{6}$



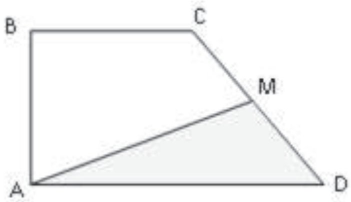
13) (UFMG) Considere $NQ = MP = \frac{MN}{3}$, sendo MN a base do retângulo KNML. Se a soma das áreas dos triângulos NQL e PLM é 16, a área do retângulo KNML é

a) 24
b) 32
c) 48
d) 72
e) 96



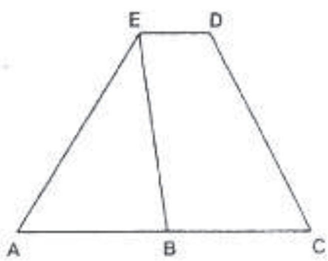
14) (PUC MG) O terreno da figura tem a forma de um trapézio retângulo. M é o ponto médio de CD e a medida do lado AD é o dobro da medida do lado BC. Se o preço total desse terreno é de R$ 60.000,00, pode-se estimar que o preço da parte do terreno correspondente ao triângulo AMD, em reais, é

a) 12.000
b) 15.000
c) 20.000
d) 25.000
e) 30.000



15) (UFMG) Na figura, $\overline{AC}$ é paralelo a $\overline{ED}$, AB = BC = 3 cm e $\frac{BC}{ED} = 2$. A área do triângulo ABE é igual a 3 cm^2. A área do trapézio BCDE, em cm^2, é igual a:

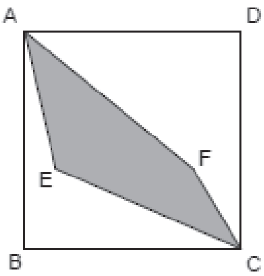
a) $\frac{9}{2}$
b) 6
c) 9
d) $\frac{11}{2}$
e) 12



16) O quadrado da figura tem 6 cm de lado, [EF] é paralelo a um dos lados e a área da região sombreada é a terça parte da área do quadrado.

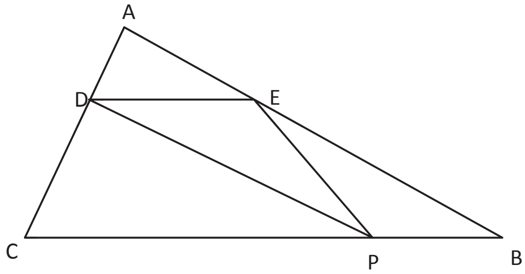
Qual o comprimento de EF?

a) 3,6 cm
b) 3,8 cm
c) 4 cm
d) 4,8 cm
e) 5 cm



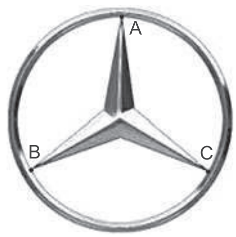
17) (FCMMG) A área do triângulo ABC é 100, CB = 50, $AD = \dfrac{AC}{5}$ e $AE = \dfrac{AB}{5}$. Sendo P um ponto do lado CB, a área do triângulo DEP é:

a) 10
b) 16
c) 20
d) 32



18) (UFSC 2014) No livro *A hora da estrela*, de Clarice Lispector, a personagem Macabéa é atropelada por um veículo cuja logomarca é uma estrela inscrita em uma circunferência, como mostra a figura. Se os pontos A, B e C dividem a circunferência em arcos de mesmo comprimento e a área do triângulo ABC é igual a $27\sqrt{3}\ \text{cm}^2$, a medida do raio desta circunferência, em centímetros, é igual a

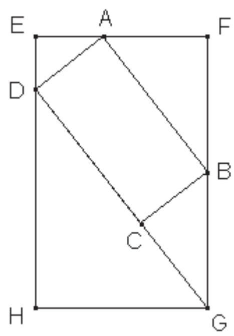
a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 8



19) A figura abaixo mostra dois retângulos ABCD e EFGH onde $AE = 3$ cm, B é o ponto médio de FG e $HD = HG$.

O valor da área do retângulo ABCD, em cm^2

a) 9
b) 18
c) 36
d) 60
d) 72



20) (UFU) Na Figura 1, o triângulo retângulo ABC possui ângulo reto em B, $AF = 1\,\text{cm}$, $AC = 10\text{ cm}$ e BDEF é um quadrado. Suponha que o quadrado BDEF seja transladado ao longo de AC, sem alterar a medida dos lados e ângulos ao longo dessa translação, gerando, dessa forma, um novo quadrado XYZW, em que coincidem os pontos C e Z conforme ilustra a Figura 2.

Nessas condições, qual é o valor (em cm^2) da área do triângulo HZW?

a) $\frac{5}{2}$

b) $\frac{13}{4}$

c) $\frac{3}{2}$

d) $\frac{15}{2}$

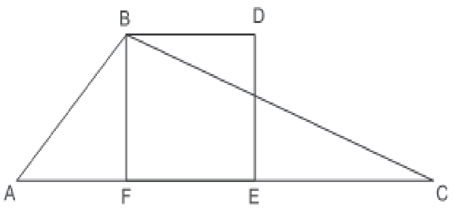


Figura 1

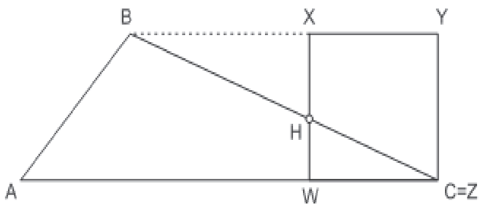
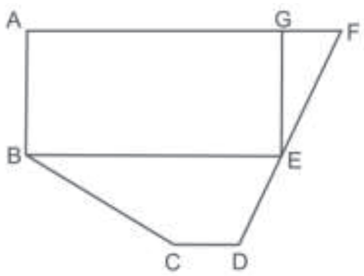


Figura 2

21) (FUVEST) O mapa da região utiliza a escala de 1: 200 000. A porção desse mapa, contendo uma Área de Preservação Permanente (APP), está representada na figura, na qual AF e DF são segmentos de reta, o ponto G está no segmento AF, o ponto E está no segmento DF, ABEG é um retângulo e BCDE é um trapézio.

Se AF = 15, AG = 12, AB = 6, CD = 3 e DF = $5\sqrt{5}$ indicam valores em centímetros no mapa real, então a área da APP é

a) 100 Km^2
b) 108 Km^2
c) 210 Km^2
d) 240 Km^2
e) 444 Km^2



Obs: Figura ilustrativa, sem escala.

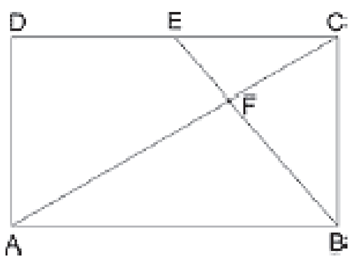
22) (FUVEST) Na figura está representado um retângulo ABCD, com AB = 5 e AD = 3. O ponto E está no segmento CD de maneira que CE = 1, e F é o ponto de interseção da diagonal AC com o segmento BE. Então a área do triângulo BCF vale

a) $\frac{6}{5}$

b) $\frac{5}{4}$

c) $\frac{4}{3}$

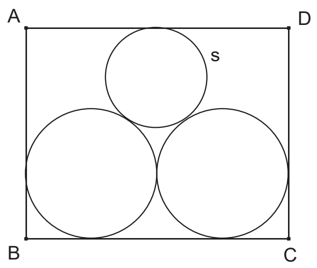
d) $\frac{7}{5}$



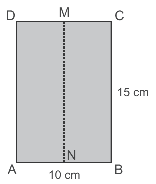
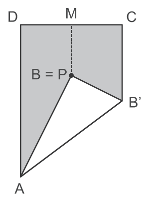
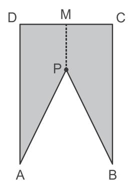
23) Na figura, as circunferências são tangentes duas a duas e tangentes aos lados do retângulo circunscrito ABCD. A circunferência S é diferente das outras duas circunferências, que são idênticas.

Sabendo que AB = 18 cm e BC = 24 cm, o valor da área de S, em cm^2, é:

a) 9π
b) 16π
c) 25π
d) $\frac{49\pi}{4}$
e) $\frac{81\pi}{4}$



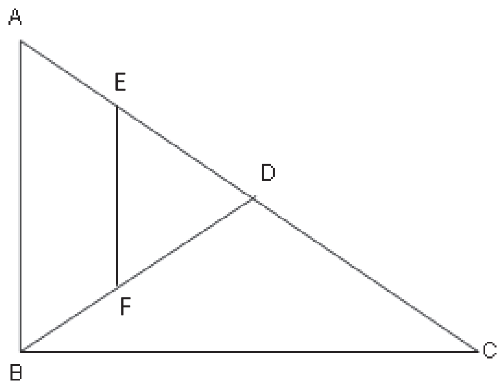
24) (UERJ) Para confeccionar uma bandeirinha de festa junina, utilizou-se um pedaço de papel com 10 cm de largura e 15 cm de comprimento, obedecendo-se às instruções abaixo.

1. Dobrar o papel ao meio, para marcar o segmento MN, e abri-lo novamente:	2. Dobrar a ponta do vértice B no segmento AB', de modo que B coincida com o ponto P do segmento MN:	3. Desfazer a dobra e recortar o triângulo ABP.
		

A área construída da bandeirinha APBCD, em cm^2, é igual a:

a) $25\left(4-\sqrt{3}\right)$
b) $25\left(6-\sqrt{3}\right)$
c) $50\left(2-\sqrt{3}\right)$
d) $50\left(3-\sqrt{3}\right)$

25) (UEL) Na figura, o segmento BD é a mediana relativa ao lado AC do triângulo ABC. E e F são os pontos médios dos segmentos AD e BD, respectivamente. Se S é a área do triângulo ABC, então a área do quadrilátero ABFE é



a) $\frac{3}{16}S$

b) $\frac{1}{4}S$

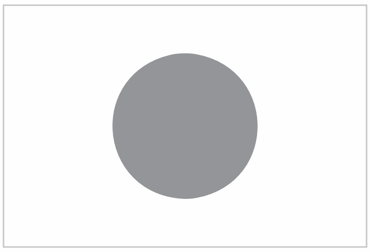
c) $\frac{5}{16}S$

d) $\frac{3}{8}S$

ÁREAS DE POLÍGONOS									
1) E	2) D	3) A	4) A	5) D	6) D	7) C	8) C	9) C	10) C
11) A	12) A	13) C	14) C	15) A	16) C	17) B	18) D	19) C	20) C
21) E	22) B	23) B	24) B	25) D					

ÁREAS DE CÍRCULO

1) (IFPE) A imagem abaixo reproduz a bandeira de uma das nações mais desenvolvidas em todo o mundo, o Japão.

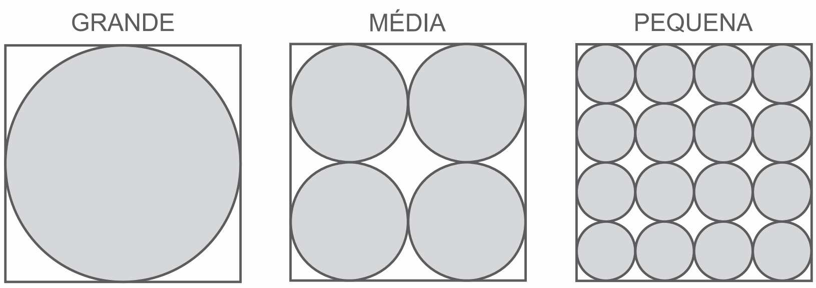


Disponível em: <http://www.br.emb-japan.go.jp/cultura/bandeira.html.>. Acesso em: 06 out 2017.

Sabendo que a bandeira tem formato retangular de dimensões 8 cm e 12 cm, e um círculo central de 2 cm de raio, usando $\pi = 3$, podemos afirmar que a área da bandeira pintada de branco, em centímetros quadrados, é

a) 96.
b) 84.
c) 12.
d) 72.
e) 90.

2) (UPF) Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas, conforme as figuras a seguir. Com o mesmo tamanho de chapa, pode produzir 1 tampa grande, 4 tampas médias ou 16 tampas pequenas.



A cada dia, é cortado, nessa empresa, o mesmo número de chapas para cada tamanho de tampas. As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas são doadas, respectivamente, a três entidades: A, B e C, que efetuam reciclagem do material. A partir dessas informações, é possível concluir que

a) a entidade A recebe mais material do que a entidade B.
b) a entidade B recebe o dobro de material do que a entidade C.
c) a entidade C recebe a metade de material do que a entidade A.
d) as três entidades recebem iguais quantidades de material.
e) as entidades A e C, juntas, recebem menos material do que a entidade B.

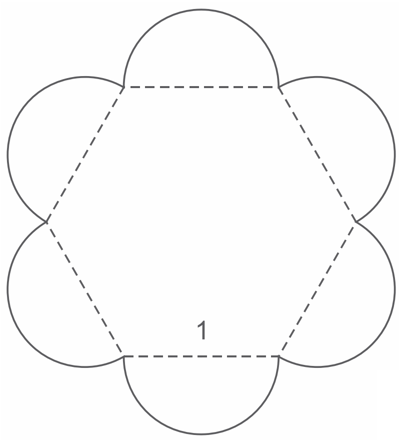
3) (PUC RS) Em muitas igrejas e casas antigas de Porto Alegre, podemos observar janelas de forma retangular encimadas por um semicírculo, como na figura.

Considerando que a parte retangular da figura possui x cm na base e altura correspondente a uma vez e meia essa medida, a função em que $A = f(x)$ e que determina a área total da janela, em cm^2, é

a) $1,5x^2 + \pi r^2$
b) $(1,5 + \pi)x^2$
c) $1,5x^2 + \dfrac{\pi}{8}$
d) $\left(1,5 + \dfrac{\pi}{8}\right)x^2$
e) $1,5 + \dfrac{\pi}{8}x^2$

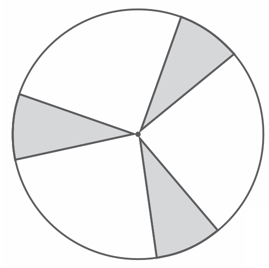
4) (UFRGS) Uma pessoa desenhou uma flor construindo semicírculos sobre os lados de um hexágono regular de lado 1, como na figura abaixo.

A área dessa flor é



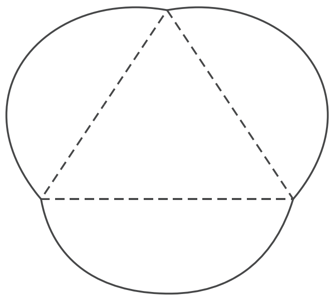
a) $\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{3} + \dfrac{\pi}{2}\right)$.
b) $\dfrac{3}{2}(\sqrt{3} + \pi)$.
c) $\dfrac{3}{4}\left(\sqrt{3} + \dfrac{\pi}{2}\right)$.
d) $\dfrac{3}{4}(\sqrt{3} + \pi)$.
e) $\dfrac{3}{2}(\sqrt{3} + 2\pi)$.

5) (PUCRS) Uma pracinha com formato circular ocupa uma área de $100\pi\ m^2$. No terreno dessa área, foram colocados 3 canteiros em forma de setor circular, cada um formado por um ângulo central de $30°$, como na figura. A área total ocupada pelos canteiros é, em m^2,



a) π
b) 3π
c) 25π
d) 50π
e) 75π

6) (UNIFOR) A prefeitura do município de Jaguaribe, no interior cearense, projeta fazer uma reforma na praça ao lado da igreja no distrito de Feiticeiro. A nova praça terá a forma de um triângulo equilátero de $40\ m$ de lado, sobre cujos lados serão construídas semicircunferências, que serão usadas na construção de boxes para a exploração comercial. A figura abaixo mostra um desenho da nova praça.



Com base nos dados acima, qual é aproximadamente a área da nova praça em m^2?

Obs.: use $\sqrt{3} \cong 1,7$ e $\pi \cong 3,1$

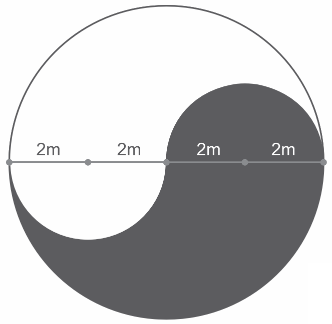
a) 2.430
b) 2.480
c) 2.540
d) 2.600
e) 2.780

7) (IFSC) *O fenômeno conhecido como Agroglifo, figuras geométricas ou grandes círculos, se repetiu em 2013 na cidade de Ipuaçu, no Oeste do Estado de Santa Catarina. Moradores avistaram dois desenhos em formatos diferentes e maiores que os do ano passado. Segundo os moradores, o fenômeno acontece na cidade desde 2008, sempre nesta época do ano e atrai curiosos e especialistas.*

Texto disponível em: http://diariocatarinense.clicrbs.com.br/sc/geral/noticia/2013/11/figuras-geometricas-e-circulos-surg mnovamente- na-cidade-de-ipuacu-oeste-do-estado-4321378.html. Acesso: 10 ago. 2014. Adaptado.

Suponha que uma das figuras encontradas na cidade de Ipuaçu seja a figura abaixo, formada por um círculo maior e dois semicírculos menores, cujas dimensões estão indicadas na figura. Sendo assim, é CORRETO afirmar que a área da região destacada em preto é de:

(Use $\pi = 3,14$)



a) $50,24\,m^2$

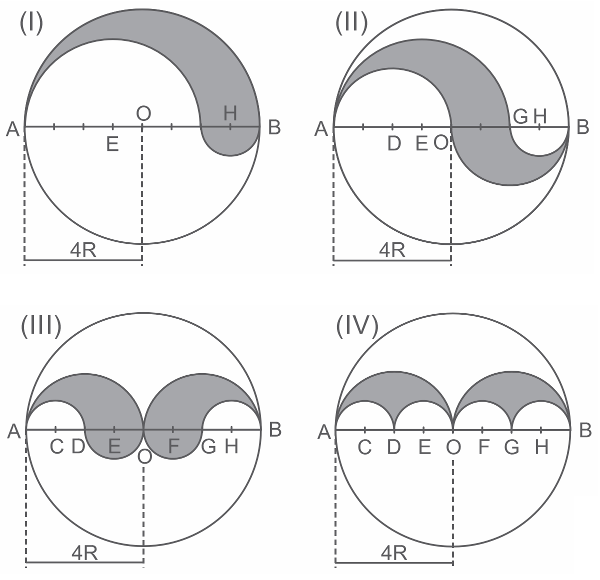
b) $25,12\,m^2$

c) $12,56\,m^2$

d) $100,48\,m^2$

e) $200,96\,m^2$

8) (EPCAR) Considere os círculos abaixo, de centro O e raio 4R, cujos diâmetros são divididos em oito partes iguais. Sabe-se que todos os arcos traçados nas quatro figuras são arcos de circunferência cujos diâmetros estão contidos no segmento $\overline{AB}$.



Sobre as áreas S_I, S_{II}, S_{III} e S_{IV} hachuradas nas figuras (I), (II), (III) e (IV), respectivamente, pode-se afirmar que

a) $S_I = S_{II} = S_{III} = S_{IV}$

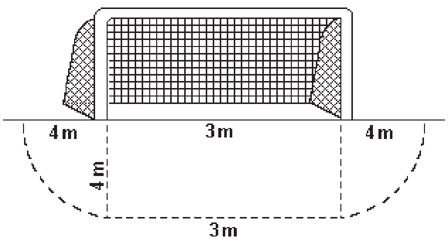
b) $S_{III} > S_I$

c) $S_{IV} = \frac{1}{2} S_{II}$

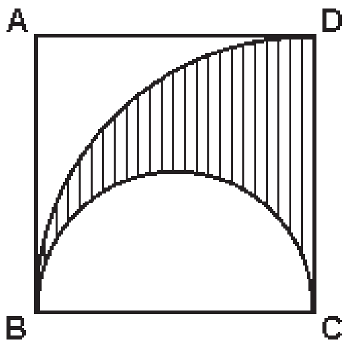
d) $S_{II} > S_{III}$

9) (CESGRANRIO) No futebol de salão, a área de meta é delimitada por dois segmentos de reta (de comprimento de 11m e 3m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4m), conforme a figura. A superfície da área de meta mede, aproximadamente:

a) 25 m^2
b) 34 m^2
c) 37 m^2
d) 41 m^2
e) 61 m^2



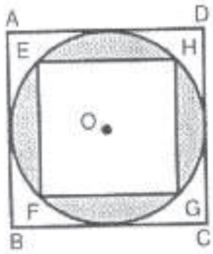
10) (UEL) Na figura, ABCD é um quadrado cujo lado mede a. Um dos arcos está contido na circunferência de centro C e raio a, e o outro é uma semicircunferência de centro no ponto médio de BC e de diâmetro a. A área da região hachurada é:



a) Um quarto da área do círculo de raio a.
b) Um oitavo da área do círculo de raio a.
c) O dobro da área do círculo de raio a/2.
d) Igual à área do círculo de raio a/2.
e) A metade da área do quadrado.

11) (PUC-MG) A figura representa os quadrados ABCD e EFGH circunscrito e inscrito na circunferência de centro O. Sendo o lado maior do quadrado igual a 4, a área hachurada, é

a) $4\pi - 4$
b) $4\pi - 8$
c) $4\pi + 8$
d) $2\pi + 8$
e) $16\pi - 8$



12) (UFMG) Nesta figura, o triângulo equilátero ABC está inscrito numa circunferência de raio 2.

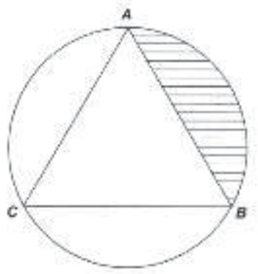
Então, a área da região hachurada é

a) $\dfrac{4\pi - 3\sqrt{3}}{3}$

b) $\dfrac{2\pi - 3\sqrt{3}}{3}$

c) $\dfrac{3\pi - 4\sqrt{3}}{3}$

d) $\dfrac{3\pi - 2\sqrt{3}}{3}$



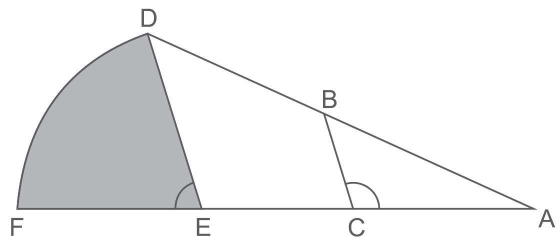
13) (EPCAR) Na figura abaixo, DE é paralelo a BC, DF é um arco de circunferência de centro E e raio DE. Sabendo que $\overline{BD} = 7$ cm, $\overline{AC} = 10$ cm, $\overline{BC} = 6$ cm e $A\hat{C}B = 120°$, a área do setor circular hachurado na figura, em cm^2, é igual a

a) 27π

b) $\dfrac{27\pi}{2}$

c) $\dfrac{9\pi}{2}$

d) 3π



14) (PUCMG) Na figura está a planta de um canteiro: ABCD é um quadrado de lado 2 m, BD e CE são arcos de circunferências centradas em A, de raios AD e AC, respectivamente. O quarto de círculo em branco deverá ser coberto de flores e a parte sombreada deverá ser gramada. Nas condições dadas, a medida da área que deverá ser gramada, em metros quadrados, é aproximadamente igual a:

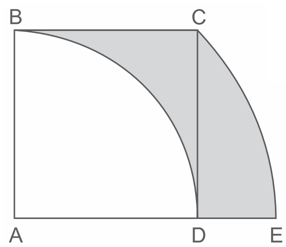
Considere: $\pi = 3,14$

a) 1,52

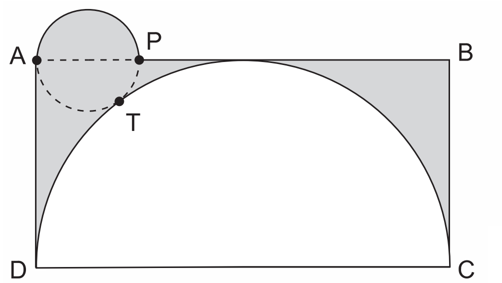
b) 1,60

c) 2,00

d) 3,13



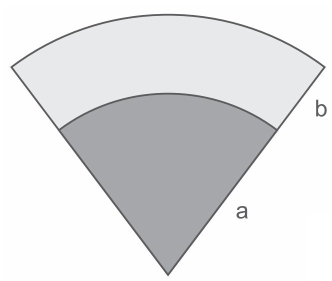
15) (FGV) A figura representa uma semicircunferência de diâmetro $\overline{CD}$, perfeitamente inscrita no retângulo ABCD. Sabe-se que P é um ponto de $\overline{AB}$, e que $\overline{AP}$ é diâmetro da circunferência que tangencia a semicircunferência maior em T.



Se $CD = 8$ cm, a área sombreada na figura é, em cm^2, igual a

a) $\dfrac{64-15\pi}{2}$
b) $32-8\pi$
c) $\dfrac{64-15\pi}{4}$
d) $32-9\pi$
e) $16-4\pi$

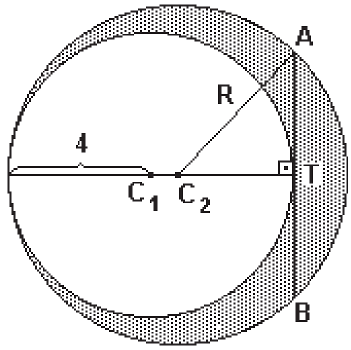
16) (UNICAMP) A figura abaixo exibe um setor circular dividido em duas regiões de mesma área. A razão $\dfrac{a}{b}$ é igual a



a) $\sqrt{3}+1$.
b) $\sqrt{2}+1$.
c) $\sqrt{3}$.
d) $\sqrt{2}$.

17) (UNIFESP) A figura mostra uma circunferência, de raio 4 e centro C_1, que tangencia internamente a circunferência maior, de raio R e centro C_2. Sabe-se que A e B são pontos da circunferência maior, AB mede 8 e tangencia a circunferência menor em T, sendo perpendicular à reta que passa por C_1 e C_2.

A área da região hachurada é:



a) 9π

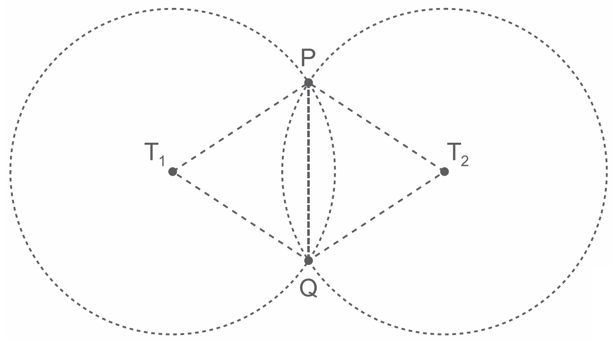
b) 12π.

c) 15π.

d) 18π.

e) 21π.

18) (PUC CAMPINAS) Na figura, T_1 e T_2 representam duas torres de transmissão de sinal de *conectividade* de internet. Cada torre transmite sinal até o raio de 6 km. Os pontos P e Q estão localizados no limite do raio de transmissão das duas torres, e distam 6 km um do outro.

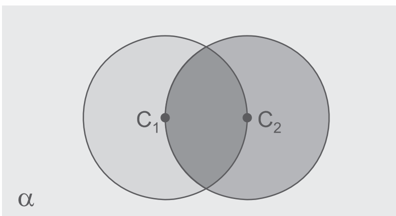


Sabendo-se que T_1, T_2, P e Q são pontos coplanares, a área desse plano atendida pelo sinal das duas torres, em km^2, é igual a

a) $9\pi - 12\sqrt{3}$.
b) $12\pi - 18\sqrt{3}$.
c) $12\pi - 8\sqrt{3}$.
d) $18\pi - 12\sqrt{3}$.
e) $24\pi - 12\sqrt{3}$.

19) (UERJ) Na figura abaixo, estão representados dois círculos congruentes, de centros C_1 e C_2, pertencentes ao mesmo plano α. O segmento $\overline{C_1C_2}$ mede 6 cm. A área da região limitada pelos círculos, em cm^2 possui valor aproximado de:

a) 108
b) 162
c) 182
d) 216



20) (UFMG) Observe a figura. Nessa figura, a região hachurada está delimitada pelos arcos BC, AC e AB das circunferências de centros A, B e C, respectivamente, e a medida do segmento BC é $\sqrt{2}$. A área dessa região é

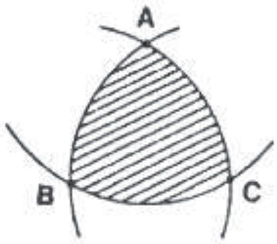
A) $\pi - \dfrac{3\sqrt{3}}{8}$

B) $\pi - \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

C) $\pi - \sqrt{3}$

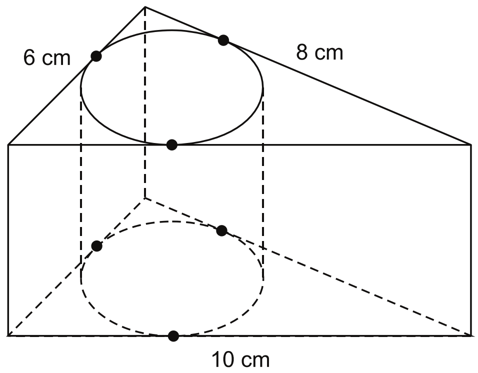
D) $\pi + \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

E) $\pi + \sqrt{3}$



ÁREAS DE CÍRCULO									
1) B	2) D	3) D	4) A	5) C	6) C	7) B	8) C	9) C	10) B
11) B	12) A	13) B	14) C	15) A	16) B	17) A	18) B	19) C	20) C

1) (Enem 2010) Uma metalúrgica recebeu uma encomenda para fabricar, em grande quantidade, uma peça com o formato de um prisma reto com base triangular, cujas dimensões da base são 6 cm, 8 cm e 10 cm e cuja altura é 10 cm. Tal peça deve ser vazada de tal maneira que a perfuração na forma de um cilindro circular reto seja tangente as suas faces laterais, conforme mostra a figura.



O raio da perfuração da peça é igual a

a) 1 cm
b) 2 cm
c) 3 cm
d) 4 cm
e) 5 cm

2) (Enem 2011) Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça.

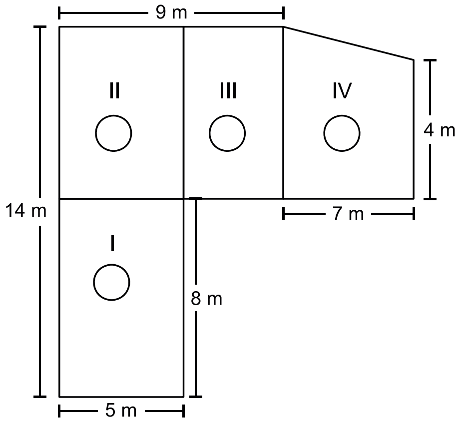
A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

Terreno 1: 55 m por 45 m
Terreno 2: 55 m por 55 m
Terreno 3: 60 m por 30 m
Terreno 4: 70 m por 20 m
Terreno 5: 95 m por 85 m

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

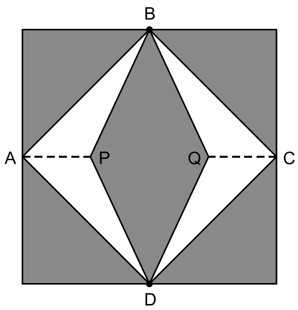
3) (Enem 2012) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m^2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m^2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos é um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários

a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

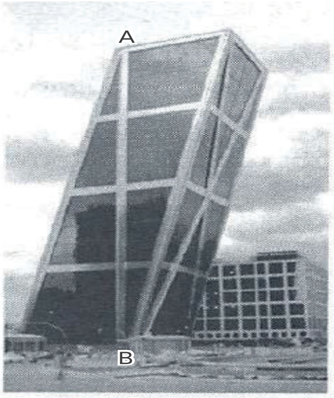
4) (Enem 2012) Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem 1/4 da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R$ 30,00 o m^2, e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R$ 50,00 o m^2. De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

a) R$ 22,50
b) R$ 35,00
c) R$ 40,00
d) R$ 42,50
e) R$ 45,00

5) (Enem 2013) As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15º com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB) Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.

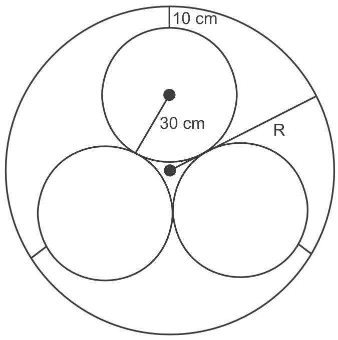


Disponível em: www.flickr.com.
Acesso em: 27 mar. 2012

Utilizando 0,26 como valor aproximado para tangente de 15º e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço

a) menor que 100 m^2
b) entre 100 m^2 e 300 m^2
c) entre 300 m^2 e 500 m^2
d) entre 500 m^2 e 700 m^2
e) maior que 700 m^2

6) (Enem 2013) Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R. Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:



Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$. O valor de R, em centímetros, é igual a

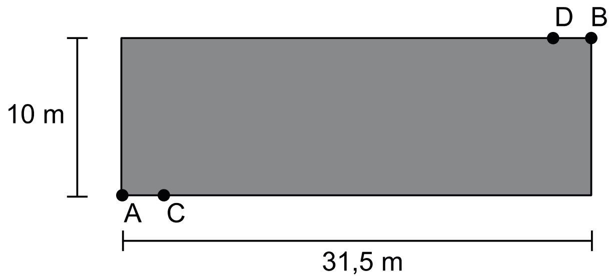
a) 64,0
b) 65,5
c) 74,0
d) 81,0
e) 91,0

7) (Enem 2013) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça. Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%.

Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em

a) 4%
b) 20%
c) 36%
d) 64%
e) 96%

8) (Enem PPL 2013) O proprietário de um terreno retangular medindo 10 m por 31,5 m deseja instalar lâmpadas nos pontos C e D, conforme ilustrado na figura:



Cada lâmpada ilumina uma região circular de 5 m de raio. Os segmentos AC e BD medem 2,5 m. O valor em m^2 mais aproximado da área do terreno iluminada pelas lâmpadas é
(Aproxime $\sqrt{3}$ para 1,7 e π para 3.)

a) 30
b) 34
c) 50
d) 61
e) 69

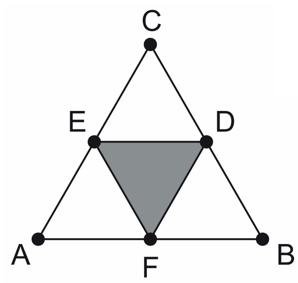
9) (Enem PPL 2014) Um homem, deter e, resolveu andar diariamente numa praça circular que há em frente à sua casa. Todos os dias ele dá exatamente 15 voltas em torno da praça, que tem 50 m de raio. Use 3 como aproximação para π.

Qual é a distância percorrida por esse homem em sua caminhada diária?

a) 0,30 km
b) 0,75 km
c) 1,50 km
d) 2,25 km
e) 4,50 km

10) (Enem PPL 2014) Um artista deseja pintar em um quadro uma figura na forma de triângulo equilátero ABC de lado 1 metro.

Com o objetivo de dar um efeito diferente em sua obra, o artista traça segmentos que unem os pontos médios E, E e F dos lados BC, AC E AB, respectivamente, colorindo um dos quatro triângulos menores, como mostra a figura.



Qual é a medida da área pintada, em metros quadrados, do triângulo DEF?

a) $\frac{1}{16}$
b) $\frac{\sqrt{3}}{16}$
c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

11) (Enem 2014) Diariamente, uma residência consome 20.160 Wh. Essa residência possui 100 células solares retangulares (dispositivos capazes de converter a luz solar em energia elétrica) de dimensões iguais a 6 cm x 8 cm.

Cada uma das tais células produz, ao longo do dia, 24 Wh por centímetro de diagonal.

O proprietário dessa residência quer produzir, por dia, exatamente a mesma quantidade de energia que sua casa consome.

Qual deve ser a ação desse proprietário para que ele atinja o seu objetivo?

a) Retirar 16 células
b) Retirar 40 células
c) Acrescentar 5 células
d) Acrescentar 20 células
e) Acrescentar 40 células

12) (Enem PPL 2015) O prefeito de uma cidade deseja promover uma festa popular no parque municipal para comemorar o aniversário de fundação do município.

Sabe-se que esse parque possui formato retangular, com 120 m de comprimento por 150 m de largura.

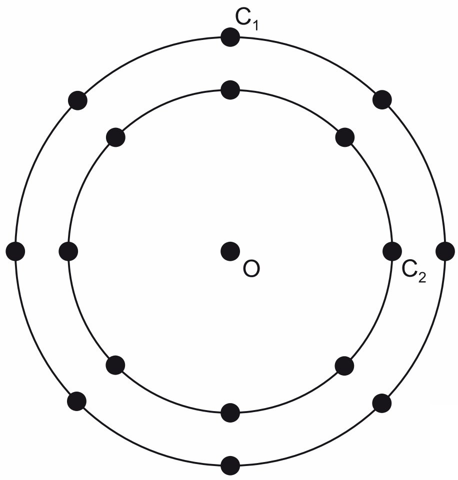
Além disso, para segurança das pessoas presentes no local, a polícia recomenda que a densidade média, num evento dessa natureza, não supere quatro pessoas por metro quadrado.

Seguindo as recomendações de segurança estabelecidas pela polícia, qual é o número máximo de pessoas que poderão estar presentes na festa?

a) 1.000
b) 4.500
c) 18.000
d) 72.000
e) 120.000

13) (Enem PPL 2015) A figura é uma representação simplificada do carrossel de um parque de diversões, visto de cima.

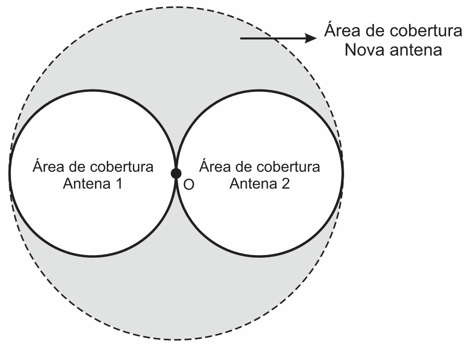
Nessa representação, os cavalos estão identificados pelos pontos escuros, e ocupam circunferências de raios 3 m e 4m, respectivamente, ambas centradas no ponto O. Em cada sessão de funcionamento, o carrossel efetua 10 voltas.



Quantos metros uma criança sentada no cavalo C_1 percorrerá a mais do que uma criança no cavalo C_2 em uma sessão? Use 3,0 como aproximação para π.

a) 55,5
b) 60,0
c) 175,5
d) 235,5
e) 240,0

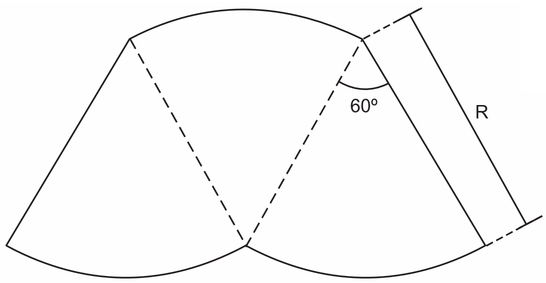
14) Enem 2015) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores. Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em

a) 8π
b) 12π
c) 16π
d) 32π
e) 64π

15) (Enem 2015) O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a 60º. O raio R deve ser um número natural.



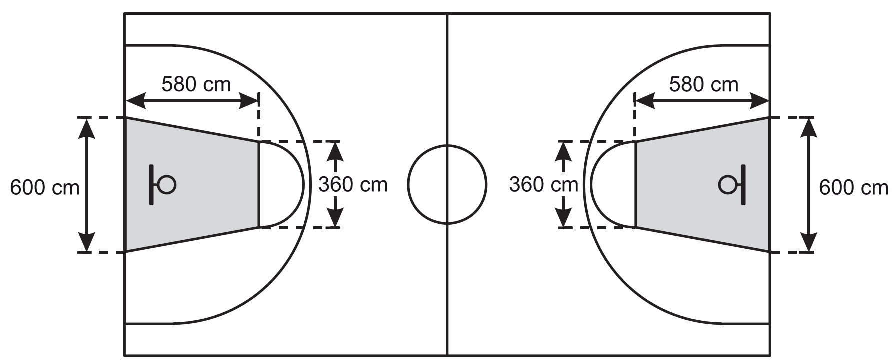
O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões 50 m x 24 m.

O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente. Considere 3,0 como aproximação para π. O maior valor possível para R, em metros, deverá ser

a) 16
b) 28
c) 29
d) 31
e) 49

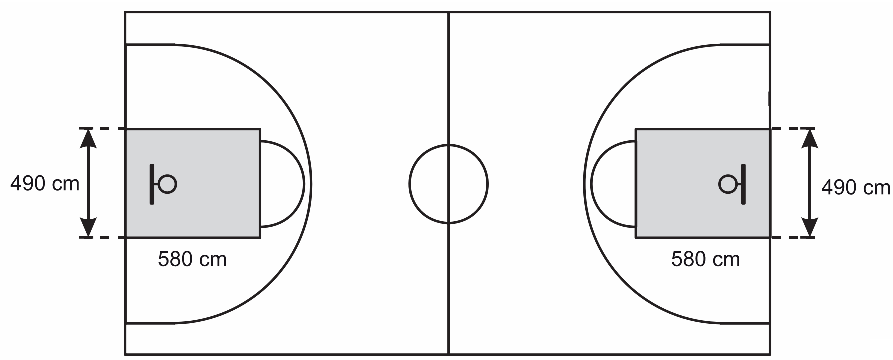
16) (Enem 2015) O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete.

Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.

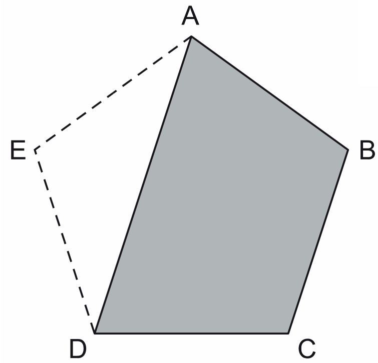


Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

a) aumento de 5.800 cm^2
b) aumento de 75.400 cm^2
c) aumento de 214.600 cm^2
d) diminuição de 63.800 cm^2
e) diminuição de 272.600 cm^2

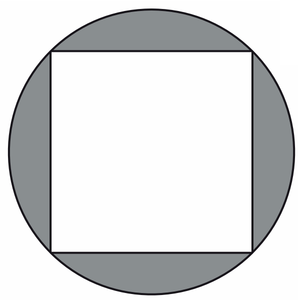
17) (Enem PPL 2016) Um gesseiro que trabalhava na reforma de uma casa lidava com placas de gesso com formato de pentágono regular quando percebeu que uma peça estava quebrada, faltando uma parte triangular, conforme mostra a figura.



Para recompor a peça, ele precisou refazer a parte triangular que faltava e, para isso, anotou as medidas dos ângulos $x = \mathrm{EAD}$, $y = \mathrm{EDA}$ e $z = \mathrm{AED}$ do triângulo ADE.
As medidas x, y e z, em graus, desses ângulos são, respectivamente,

a) 18, 18 e 108
b) 24, 48 e 108
c) 36, 36 e 108
d) 54, 54 e 72
e) 60, 60 e 60

18) (Enem PPL 2016) Um arquiteto deseja construir um jardim circular de 20 m de diâmetro. Nesse jardim, uma parte do terreno será reservada para pedras ornamentais. Essa parte terá a forma de um quadrado inscrito na circunferência, como mostrado na figura. Na parte compreendida entre o contorno da circunferência e a parte externa ao quadrado, será colocada terra vegetal. Nessa parte do jardim, serão usados 15 kg de terra para cada m^2. A terra vegetal é comercializada em sacos com exatos 15 kg cada. Use 3 como valor aproximado para π.



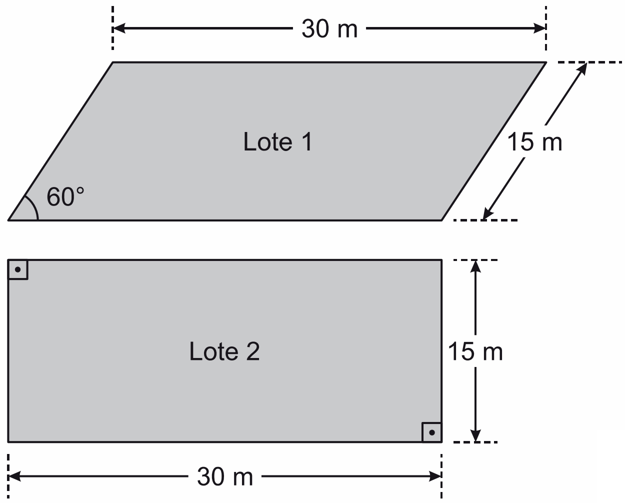
O número mínimo de sacos de terra vegetal necessários para cobrir a parte descrita do jardim é

a) 100
b) 140
c) 200
d) 800
e) 1000

19) (Enem PPL 2016) Um casal e seus dois filhos saíram, com um corretor de imóveis, com a intenção de comprar um lote onde futuramente construiriam sua residência.

No projeto da casa, que esta família tem em mente, irão necessitar de uma área de pelo menos 400 m^2.

Após algumas avaliações, ficaram de decidir entre os lotes 1 e 2 da figura, em forma de paralelogramos, cujos preços são R$ 100.000,00 e R$ 150.000,00 respectivamente.



Use $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}$ e 1,7 como aproximações respectivamente, para sen(60º), cos(60º) e $\sqrt{3}$.

Para colaborarem na decisão, os envolvidos fizeram as seguintes argumentações:

Pai: Devemos comprar o Lote 1, pois como uma de suas diagonais é maior do que as diagonais do Lote 2, o Lote 1 também terá maior área;

Mãe: Se desconsiderarmos os preços, poderemos comprar qualquer lote para executar nosso projeto, pois tendo ambos o mesmo perímetro, terão também a mesma área;

Filho 1: Devemos comprar o Lote 2, pois é o único que tem área suficiente para a execução do projeto;

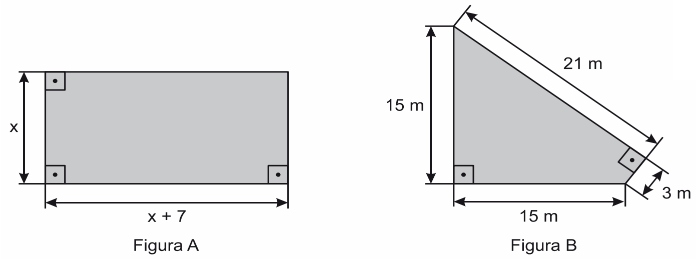
Filho 2: Devemos comprar o Lote 1, pois como os dois lotes possuem lados de mesma medida, terão também a mesma área, porém o Lote 1 é mais barato;

Corretor: Vocês devem comprar o Lote 2, pois é o que tem menor custo por metro quadrado.

A pessoa que argumentou corretamente para a compra do terreno foi o(a)

a) pai
b) mãe
c) filho 1
d) filho 2
e) corretor

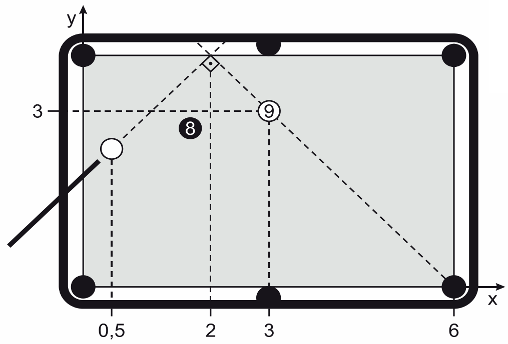
20) (Enem 2016) Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.



Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a

a) 7,5 e 14,5
b) 9,0 e 16,0
c) 9,3 e 16,3
d) 10,0 e 17,0
e) 13,5 e 20,5

21) (Enem PPL 2016) Em sua vez de jogar, um jogador precisa dar uma tacada na bola branca, de forma a acertar a bola 9 e fazê-la cair em uma das caçapas de uma mesa de bilhar. Como a bola 8 encontra-se entre a bola branca e a bola 9, esse jogador adota a estratégia de dar uma tacada na bola branca em direção a uma das laterais da mesa, de forma que, ao rebater, ela saia em uma trajetória retilínea, formando um ângulo de 90º com a trajetória da tacada, conforme ilustrado na figura.



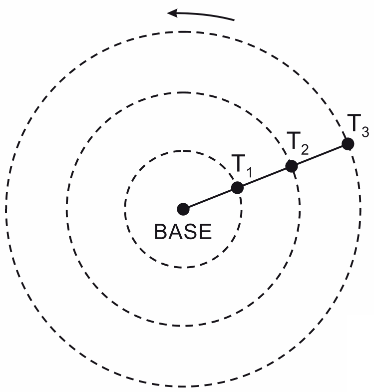
Com essa estratégia, o jogador conseguiu encaçapar a bola 9. Considere um sistema cartesiano de eixos sobre o plano da mesa, no qual o ponto de contato da bola com a mesa define sua posição nesse sistema. As coordenadas do ponto que representa a bola 9 são (3;3) o centro da caçapa de destino tem coordenadas (6;0) e a abscissa da bola branca é 0,5 como representados na figura. Se a estratégia deu certo, a ordenada da posição original da bola branca era

a) 1,3
b) 1,5
c) 2,1
d) 2,2
e) 2,5

22) (Enem 2017) Pivô central é um sistema de irrigação muito usado na agricultura, em que uma área circular é projetada para receber uma estrutura suspensa.

No centro dessa área, há uma tubulação vertical que transmite água através de um cano horizontal longo, apoiado em torres de sustentação, as quais giram, sobre rodas, em torno do centro do pivô, também chamado de base, conforme mostram as figuras.

Cada torre move-se com velocidade constante.



Um pivô de três torres T_1, T_2 e T_3 será instalado em uma fazenda, sendo que as distâncias entre torres consecutivas bem como da base à torre T_1 são iguais a 50 m.

O fazendeiro pretende ajustar as velocidades das torres, de tal forma que o pivô efetue uma volta completa em 25 horas.

Use 3 como aproximação para π.

Para atingir seu objetivo, as velocidades das torres T_1, T_2 e T_3 devem ser, em metro por hora, de

a) 12, 24 e 36
b) 6, 12 e 18
c) 2, 4 e 6
d) 300, 1200 e 2700
e) 600, 2400 e 5400

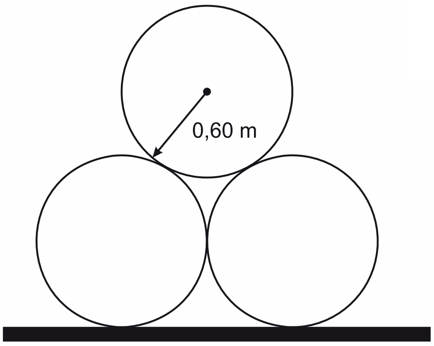
23) (Enem 2017) A manchete demonstra que o transporte de grandes cargas representa cada vez mais preocupação quando feito em vias urbanas.

Caminhão entala em viaduto no Centro

Um caminhão de grande porte entalou embaixo do viaduto no cruzamento das avenidas Borges de Medeiros e Loureiro da Silva no sentido Centro-Bairro, próximo à Ponte de Pedra, na capital. Esse veículo vinha de São Paulo para Porto Alegre e transportava três grandes tubos, conforme ilustrado na foto.

Disponivel em: www.caminhoes-e-carretas.com. Acesso em: 21 maio 2012 (adaptado).

Considere que o raio externo de cada cano da imagem seja 0,60 m e que eles estejam em cima de uma carroceria cuja parte superior está a 1,30 m do solo. O desenho representa a vista traseira do empilhamento dos canos.



A margem de segurança recomendada para que um veículo passe sob um viaduto é que a altura total altura do vão do viaduto do veículo com a carga seja, no mínimo, 0,50 m

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Qual deveria ser a altura mínima do viaduto, em metro, para que esse caminhão pudesse passar com segurança sob seu vão?

a) 2,82
b) 3,52
c) 3,70
d) 4,02
e) 4,20

24) (Enem PPL 2017) Um fabricante recomenda que, para cada m^2 do ambiente a ser climatizado, são necessários 800 BTUh, desde que haja até duas pessoas no ambiente.

A esse número devem ser acrescentados 600 BTUh para cada pessoa a mais, e também para casa aparelho eletrônico emissor de calor no ambiente.

A seguir encontram-se as cinco opções de aparelhos desse fabricante e suas respectivas capacidades térmicas:

Tipo I: 10.500 BTUh

Tipo II: 11.00 BTUh

Tipo III: 11.500 BTUh

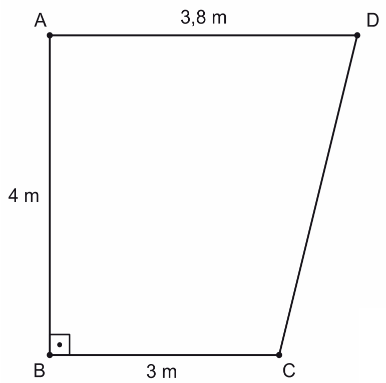
Tipo IV: 12.000 BTUh

Tipo V: 12.500 BTUh

O supervisor de um laboratório precisa comprar um aparelho para climatizar o ambiente.

Nele ficarão duas pessoas mais uma centrífuga que emite calor.

O laboratório tem forma de trapézio retângulo, com as medidas apresentadas na figura:

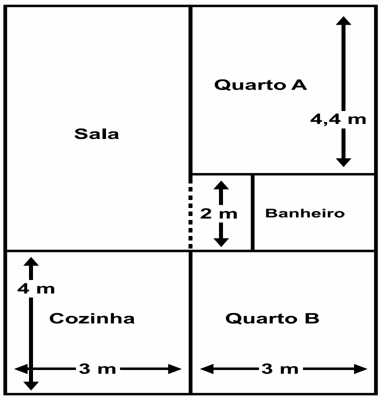


Para economizar energia, o supervisor deverá escolher o aparelho de menor capacidade térmica que atenda às necessidades do laboratório e às recomendações do fabricante.

A escolha do supervisor recairá sobre o aparelho do tipo

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

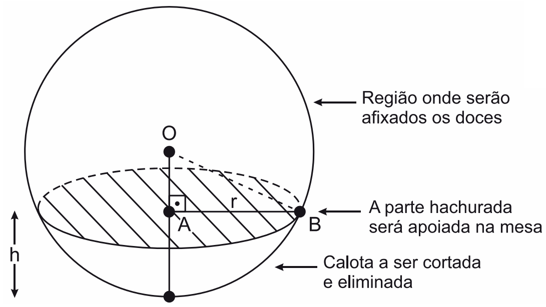
25) (Enem PPL 2017) A figura traz o esboço da planta baixa de uma residência. Algumas medidas internas dos cômodos estão indicadas. A espessura de cada parede externa da casa é 0,20 m e das paredes internas, 0,10 m.



Sabe-se que, na localidade onde se encontra esse imóvel, o Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) é calculado conforme a área construída da residência. Nesse cálculo, são cobrados R$ 4,00 por cada metro quadrado de área construída. O valor do IPTU desse imóvel, em real, é

a) 250,00
b) 250,80
c) 258,64
d) 276,48
e) 286,00

26) (Enem 2017) Para decorar uma mesa de festa infantil, um chefe de cozinha usará um melão esférico com diâmetro medindo 10 cm, o qual servirá de suporte para espetar diversos doces. Ele irá retirar uma calota esférica do melão, conforme ilustra a figura, e, para garantir a estabilidade deste suporte, dificultando que o melão role sobre a mesa, o chefe fará o corte de modo que o raio r da seção circular de corte seja de pelo menos 3 cm. Por outro lado, o chefe desejará dispor da maior área possível da região em que serão afixados os doces.

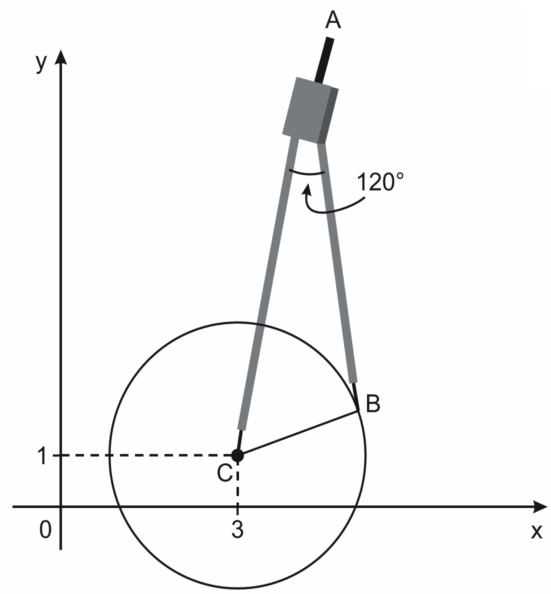


Para atingir todos os seus objetivos, o chefe deverá cortar a calota do melão numa altura h, em centímetro, igual a

a) $5-\dfrac{\sqrt{91}}{2}$
b) $10-\sqrt{91}$
c) 1
d) 4
e) 5

27) (Enem 2017) Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento das hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano.

Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso de forma que o ângulo formado por elas fosse de 120º. A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A conforme a figura.



Após concluir o desenho, ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados.

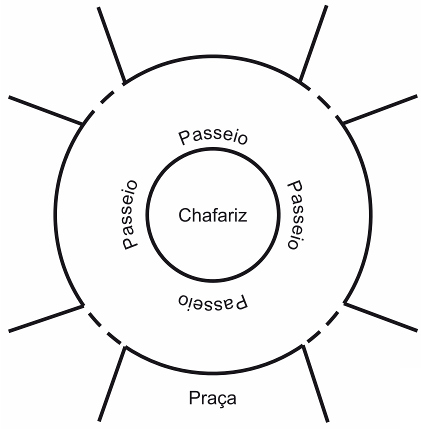
Tipo de material	Intervalo de valores de raio (cm)
I	$0 < R \le 5$
II	$5 < R \le 10$
III	$10 < R \le 15$
V	$21 < R \le 40$

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será

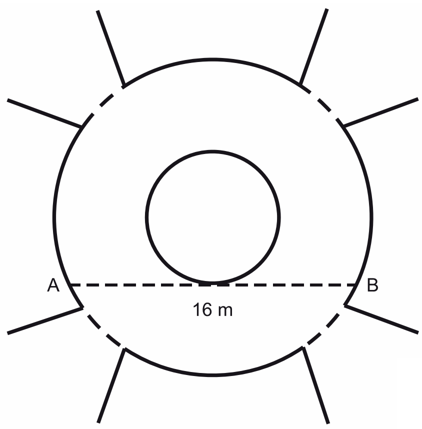
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

28) (Enem 2018) A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura.

Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB = 16 m.

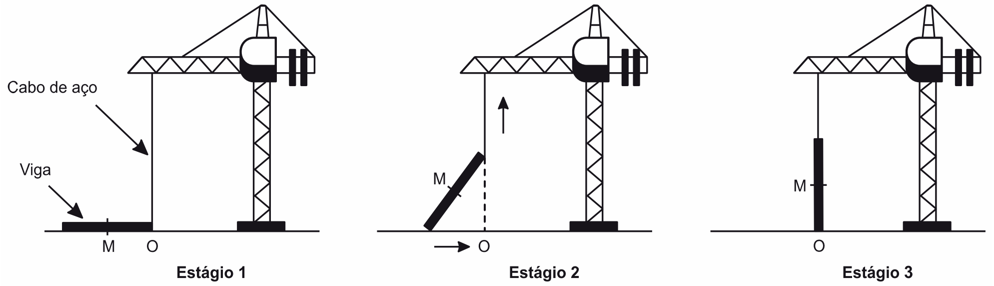


Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.

A medida encontrada pelo engenheiro foi

a) 4π
b) 8π
c) 48π
d) 64π
e) 192π

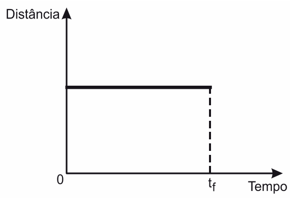
29) (Enem 2018) Os guindastes são fundamentais em canteiros de obras, no manejo de materiais pesados como vigas de aço. A figura ilustra uma sequência de estágios em que um guindaste iça uma viga de aço que se encontra inicial mente no solo.



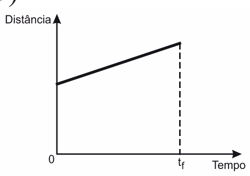
Na figura, o ponto O representa a projeção ortogonal do cabo de aço sobre o plano do chão e este se mantém na vertical durante todo o movimento de içamento da viga, que se inicia no tempo $t = 0$ (estágio 1) e finaliza no tempo t_f (estágio 3). Uma das extremidades da viga é içada verticalmente a partir do ponto O, enquanto que a outra extremidade desliza sobre o solo em direção ao ponto O. Considere que o cabo de aço utilizado pelo guindaste para içar a viga fique sempre na posição vertical. Na figura, o ponto M representa o ponto médio do segmento que representa a viga.

O gráfico que descreve a distância do ponto M ao ponto O, em função do tempo, entre $t = 0$ e t_f, é

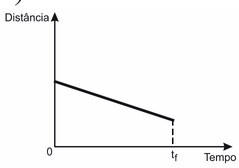
a)



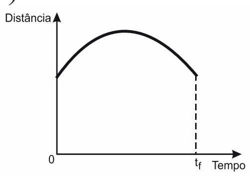
b)



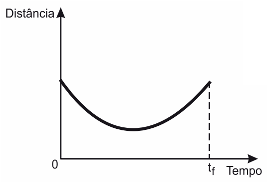
c)



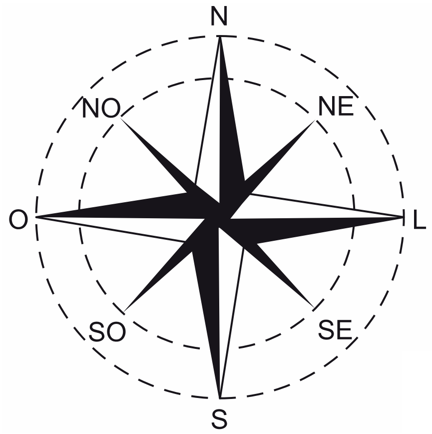
d)



e)



30) (Enem 2018) A rosa dos ventos é uma figura que representa oito sentidos, que dividem o círculo em partes iguais.



Uma câmera de vigilância está fixada no teto de um *shopping* e sua lente pode ser direcionada remotamente, através de um controlador, para qualquer sentido. A lente da câmera está apontada inicialmente no sentido Oeste e o seu controlador efetua três mudanças consecutivas, a saber:

- 1ª mudança: 135º no sentido anti-horário;
- 2ª mudança: 60º no sentido horário;
- 3ª mudança: 45º no sentido anti-horário.

Após a 3ª mudança, ele é orientado a reposicionar a câmera, com a menor amplitude possível, no sentido Noroeste (NO) devido a um movimento suspeito de um cliente.

Qual mudança de sentido o controlador deve efetuar para reposicionar a câmera?

a) 75º no sentido horário
b) 105º no sentido anti-horário
c) 120º no sentido anti-horário
d) 135º no sentido anti-horário
e) 165º no sentido horário

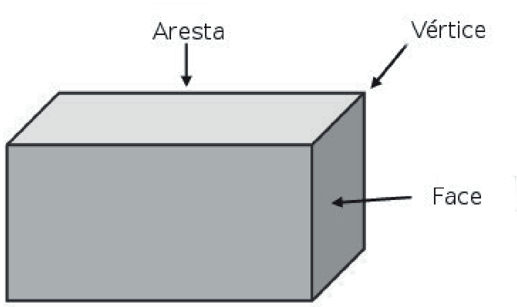
GEOMETRIA PLANA									
1) B	2) C	3) C	4) B	5) E	6) C	7) C	8) D	9) E	10) B
11) A	12) D	13) B	14) A	15) B	16) A	17) C	18) A	19) C	20) B
21) E	22) A	23) D	24) C	25) E	26) C	27) D	28) D	29) A	30) E

MESTRES
DA MATEMÁTICA

Geometria Espacial

POLIEDROS

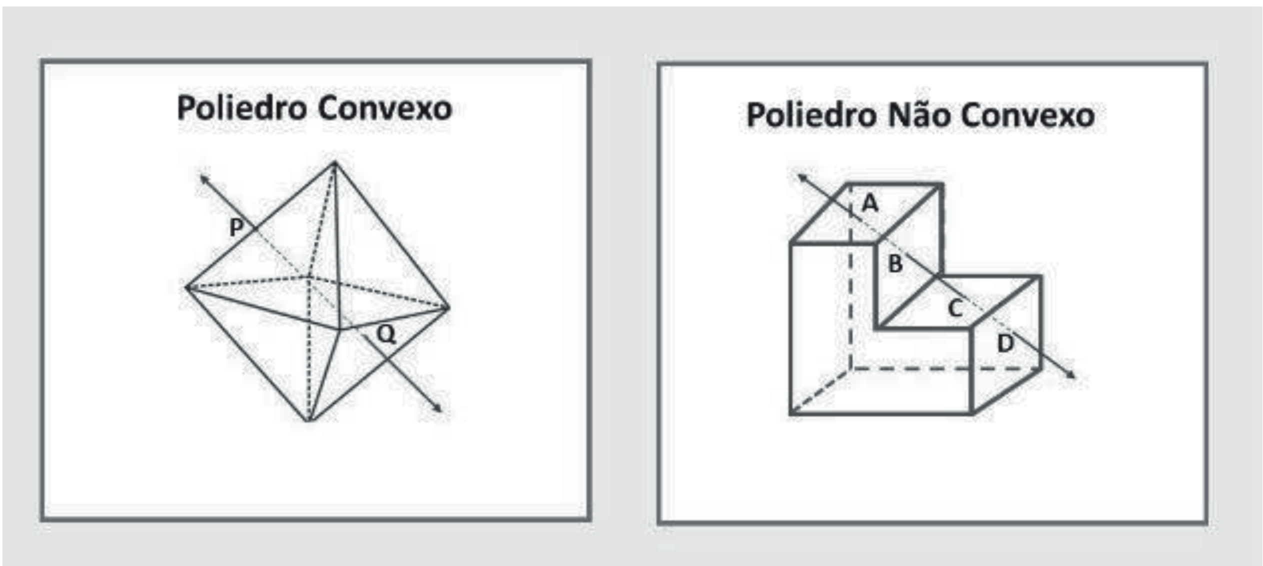
Os **poliedros** são sólidos geométricos limitados por um número finito de polígonos planos. Esses polígonos formam as faces do **poliedro**. A intersecção de duas faces é chamada de aresta e o ponto comum de três ou mais arestas é chamado de vértice.



Poliedro convexo e não convexo

Os poliedros podem ser convexos ou não convexos. Se qualquer segmento de reta que liga dois pontos de um poliedro estiver totalmente contido nele, então ele será convexo.

Uma outra forma de identificar um poliedro convexo é verificar que qualquer reta não contida em nenhuma das face e nem paralela a elas, corta os planos das faces em, no máximo, dois pontos.



Relação de Euler

É válida para os poliedros convexos e para alguns poliedros não-convexos. Este teorema estabelece a seguinte relação entre o número de faces, vértices e arestas:

$$\boxed{V - A + F = 2}$$

Sendo,

F: número de faces
V: número de vértices
A: número de arestas

Os poliedros em que a relação de Euler é válida são chamados de eulerianos. É importante notar que todo poliedro convexo é euleriano, porém nem todo poliedro euleriano é convexo.

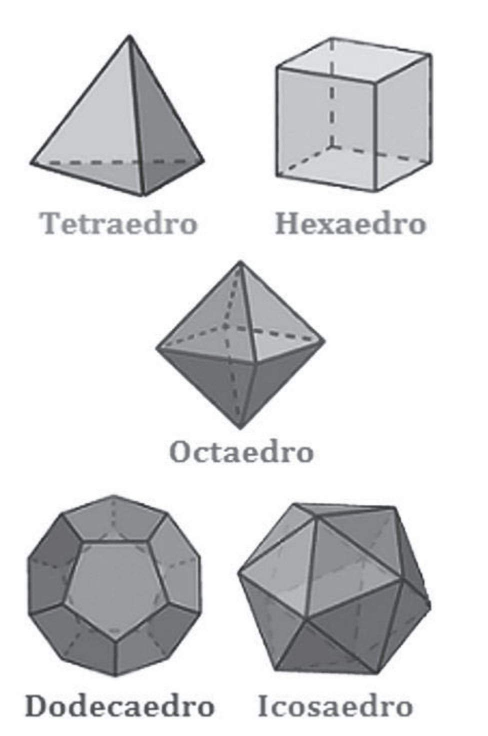
Soma dos ângulos de todas as faces:

$$\boxed{S = (V - 2) \cdot 360^0}$$

Poliedros de Platão

Características:

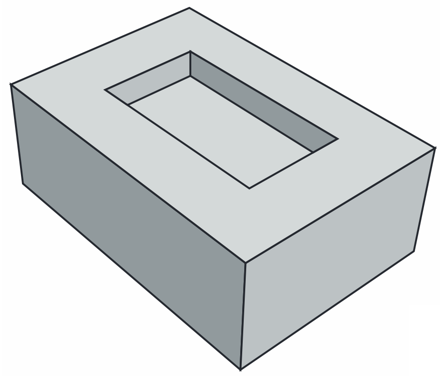
- Todas as suas faces devem ser polígonos, independente dos polígonos serem regulares (com todos os lados tendo o mesmo tamanho) ou não.
- Todas as pontas devem ser formadas com o mesmo número de arestas.
- O número de faces de um poliedro deve ser igual ou maior que 3.
- Obedecem à Relação de Euler



Obs: Poliedros Regulares

São Poliedros de Platão cujas faces são polígonos regulares

1) (Enem PPL 2019) No ano de 1751, o matemático Euler conseguiu demonstrar a famosa relação para poliedros convexos que relaciona o número de suas faces (F), arestas (A) e vértices (V): $V+F=A+2.$ No entanto, na busca dessa demonstração, essa relação foi sendo testada em poliedros convexos e não convexos. Observou-se que alguns poliedros não convexos satisfaziam a relação e outros não. Um exemplo de poliedro não convexo é dado na figura. Todas as faces que não podem ser vistas diretamente são retangulares.



Qual a relação entre os vértices, as faces e as arestas do poliedro apresentado na figura?

a) $V+F=A$
b) $V+F=A-1$
c) $V+F=A+1$
d) $V+F=A+2$
e) $V+F=A+3$

2) (Enem PPL 2017) O hábito cristalino é um termo utilizado por mineralogistas para descrever a aparência típica de um cristal em termos de tamanho e forma. A granada é um mineral cujo hábito cristalino é um poliedro com 30 arestas e 20 vértices. Um mineralogista construiu um modelo ilustrativo de um cristal de granada pela junção dos polígonos correspondentes às faces.

Supondo que o poliedro ilustrativo de um cristal de granada é convexo, então a quantidade de faces utilizadas na montagem do modelo ilustrativo desse cristal é igual a

a) $10.$
b) $12.$
c) $25.$
d) $42.$
e) $50.$

3) (Enem PPL 2016) Os sólidos de Platão são poliedros convexos cujas faces são todas congruentes a um único polígono regular, todos os vértices têm o mesmo número de arestas incidentes e cada aresta é compartilhada por apenas duas faces. Eles são importantes, por exemplo, na classificação das formas dos cristais minerais e no desenvolvimento de diversos objetos. Como todo poliedro convexo, os sólidos de Platão respeitam a relação de Euler $V - A + F = 2,$ em que V, A e F são os números de vértices, arestas e faces do poliedro, respectivamente.

Em um cristal, cuja forma é a de um poliedro de Platão de faces triangulares, qual é a relação entre o número de vértices e o número de faces?

a) $2V - 4F = 4$
b) $2V - 2F = 4$
c) $2V - F = 4$
d) $2V + F = 4$
e) $2V + 5F = 4$

4) (Enem 2ª aplicação 2016) Um lapidador recebeu de um joalheiro a encomenda para trabalhar em uma pedra preciosa cujo formato é o de uma pirâmide, conforme ilustra a Figura 1. Para tanto, o lapidador fará quatro cortes de formatos iguais nos cantos da base. Os cantos retirados correspondem a pequenas pirâmides, nos vértices P, Q, R e $S,$ ao longo dos segmentos tracejados, ilustrados na Figura 2.

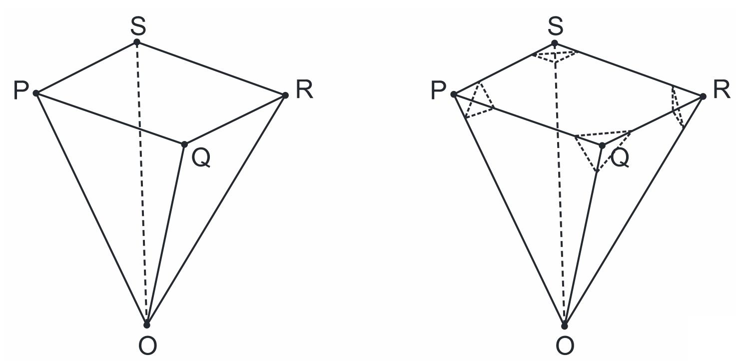


Figura 1 Figura 2

Depois de efetuados os cortes, o lapidador obteve, a partir da ra maior, uma joia poliédrica cujos números de faces, arestas e vértices são, respectivamente, iguais a

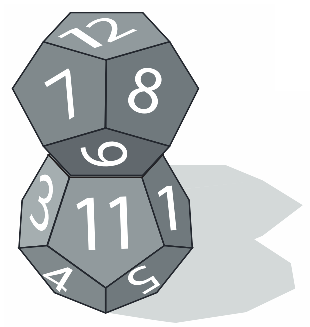
a) $9, 20$ e $13.$
b) $3, 24$ e $13.$
c) $7, 15$ e $12.$
d) $10, 16$ e $5.$
e) $11, 16$ e $5.$

5) (Enem 2015) Para o modelo de um troféu foi escolhido um poliedro $P,$ obtido a partir de cortes nos vértices de um cubo. Com um corte plano em cada um dos cantos do cubo, retira-se o canto, que é um tetraedro de arestas menores do que metade da aresta do cubo. Cada face do poliedro $P,$ então, é pintada usando uma cor distinta das demais faces.

Com base nas informações, qual é a quantidade de cores que serão utilizadas na pintura das faces do troféu?

a) 6
b) 8
c) 14
d) 24
e) 30

6) (Uerj 2016) Dois dados, com doze faces pentagonais cada um, têm a forma de dodecaedros regulares. Se os dodecaedros estão justapostos por uma de suas faces, que coincidem perfeitamente, formam um poliedro côncavo, conforme ilustra a figura.



Considere o número de vértices $V,$ de faces F e de arestas A desse poliedro côncavo.
A soma $V+F+A$ é igual a:

a) 102
b) 106
c) 110
d) 112

7) (Uece 2016) Um poliedro convexo com 32 vértices possui apenas faces triangulares. O número de arestas deste poliedro é

a) 100.
b) 120.
c) 90.
d) 80.

8) (Uema 2015) A bola de futebol evoluiu ao longo do tempo e, atualmente, é um icosaedro truncado, formado por 32 peças, denominadas de gomos e, geometricamente, de faces. Nessa bola, 12 faces são pentágonos regulares, e as outras, hexágonos, também regulares. Os lados dos pentágonos e dos hexágonos são iguais e costurados. Ao unirem-se os dois lados costurados das faces, formam-se as arestas. O encontro das arestas formam os vértices. Quando cheio, o poliedro é similar a uma esfera.

O número de arestas e o número de vértices existentes nessa bola de futebol são, respectivamente,

Pode ser utilizado o Teorema de Descartes-Euler, $A + 2 = V + F$

a) 80 e 60
b) 80 e 50
c) 70 e 40
d) 90 e 60
e) 90 e 50

9) (Uece 2014) Um poliedro convexo tem 32 faces, sendo 20 hexágonos e 12 pentágonos. O número de vértices deste polígono

a) 90.
b) 72.
c) 60.
d) 56.

10) (Upe 2011) Um poliedro convexo possui 8 (oito) faces, todas triangulares. Nestas condições, assumindo que tal poliedro exista, o número esperado de vértices para este será

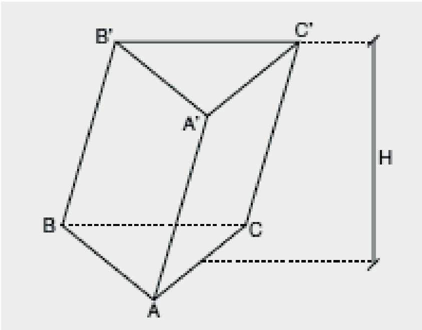
a) 10
b) 9
c) 8
d) 7
e) 6

1) E	2) B	3) C	4) A	5) C	6) D	7) C	8) D	9) C	10) E

GEOMETRIA ESPACIAL

I) PRISMAS

1) ELEMENTOS



$$\begin{cases} \text{Bases: } ABC \text{ e } A'B'C'. \\ \text{Arestas das bases: } AB,\ BC, AC \text{ e } A'B',\ A'C',\ B'C'. \\ \text{Arestas laterais: } AA',\ BB' \text{ e } CC'. \\ \text{Faces laterais: } ABB'A'\ ACC'A'',\ BCCB', \end{cases}$$

1.1) PRISMA RETO: O prisma pode ser classificado em reto quando suas arestas laterais são perpendiculares às bases, ou seja, sua aresta lateral é paralela à altura.

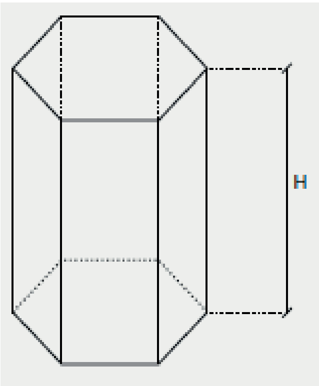
1.2) PRISMA REGULAR: É todo prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

$$\text{Área da base } (A_B) \Rightarrow \text{área do polígono da base}$$

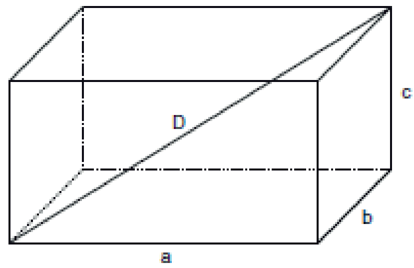
$$\text{Área lateral} (A_L) \Rightarrow A_L = n \cdot A_F \text{ , onde } \begin{cases} A_F = \text{área de uma face lateral} \\ n = \text{número de faces} \end{cases}$$

$$\text{Área Total } (A_T) \Rightarrow A_T = 2A_B + A_L$$

$$\text{Volume } (V) \Rightarrow V = A_B \cdot H$$

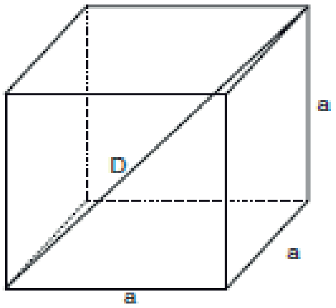


1.3) PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO (ORTOEDRO)



$$\begin{cases} \text{Área total} \Rightarrow A_T = 2ab + 2ac + 2bc \\ \text{Volume} \Rightarrow V = a \cdot b \cdot c \\ \text{Diagonal} \Rightarrow D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases}$$

1.4) CUBO (HEXAEDRO REGULAR)



$$\begin{cases} \text{Área total} \Rightarrow A_T = 6a^2 \\ \text{Volume} \Rightarrow V = a^3 \\ \text{Diagonal} \Rightarrow D = a\sqrt{3} \end{cases}$$

1) Um reservatório tem a forma de um paralelepípedo retângulo com 6 m de comprimento, 4 m de largura e 2 m de altura e está completamente cheio de água. Um ralo no fundo foi aberto, e retirou toda água em 1 dia e 16 horas. A vazão deste ralo, em litros por minuto, é de:

a) 20
b) 22
c) 24
d) 26
e) 28

2) (IFPE) Na residência de Laércio, há uma caixa d'água vazia com capacidade de 5 metros cúbicos. Ele vai encher a caixa trazendo água de um poço próximo, em uma lata cuja base é um quadrado de lado 40 cm e cuja altura é 50 cm. Qual é o número mínimo de vezes que Laércio precisará ir ao poço até encher integralmente a caixa d'água?

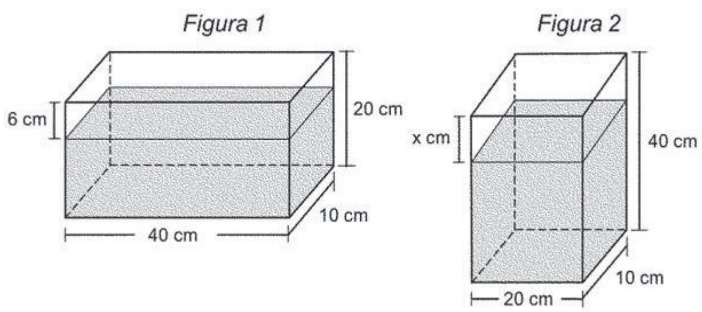
a) 67
b) 52
c) 55
d) 63
e) 56

3) (CESGRANRIO) Um tanque cúbico, com face inferior horizontal, tem de volume 1 m^3 e contém água até sua metade. Após mergulhar uma pedra de granito, o nível d'água subiu 8 cm. O volume dessa pedra é:

a) 80 cm^3
b) 800 cm^3
c) 8000 cm^3
d) 80000 cm^3
e) 800000 cm^3

4) (UFRJ) Observe o bloco retangular da figura 1, de vidro totalmente fechado com água dentro. Virando-o, como mostra a figura 2, podemos afirmar que o valor de x é:

a) 12 cm
b) 11 cm
c) 10 cm
d) 5 cm
e) 6 cm

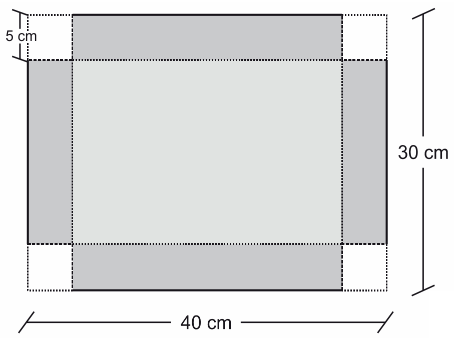


5) (PUCRS) Muitos prédios que estão sendo construídos em nossa cidade possuem caixas d'água com a forma de um paralelepípedo. Um construtor quer adquirir duas delas que tenham internamente a mesma altura, mas diferindo na base, que deverá ser quadrada em ambas. A primeira deverá ter capacidade para 16.000 litros, e a segunda para 25.000 litros. A razão entre a medida do lado da base da primeira e a da segunda, em decímetros, é

a) 0,08
b) 0,60
c) 0,75
d) 0,80
e) 1,25

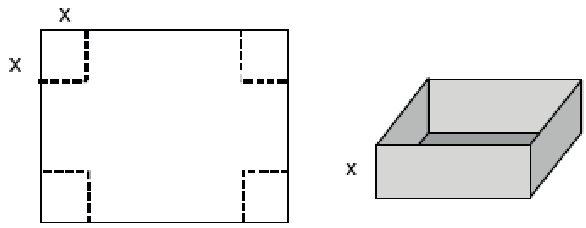
6) (IFPE) Uma folha retangular de papelão de 40 cm por 30 cm será utilizada para confeccionar uma caixa, sem tampa, em forma de paralelepípedo, de base retangular. Para isso, deve-se, a partir desta folha de papelão, retirar 4 quadrados de lado 5 cm de cada um dos vértices e, em seguida, dobrar os lados, conforme a figura abaixo. Determine, em litros, o volume dessa caixa.

a) 3 litros
b) 2 litros
c) 1 litro
d) 4 litros
e) 5 litros



7) Uma caixa sem tampa, deve ser construída destacando-se quadrados iguais de lado x dos quatro cantos de uma folha de papelão, medindo 4 cm por 8 cm e dobrando-se os lados para obter a caixa, mostrada na figura abaixo. Se a área total da caixa obtida é de 28 cm^2, então, o volume da caixa, em **cm^3**, é de:

a) 12
b) 14
c) 16
d) 18
e) 20



8) (UNIGRANRIO) Um prisma reto tem como base um hexágono regular, que pode ser inscrito em uma circunferência de raio 2 m. Se a altura desse prisma é igual ao dobro do lado do hexágono regular que forma a sua base, então, pode-se afirmar que seu volume, em m^3, é igual a:

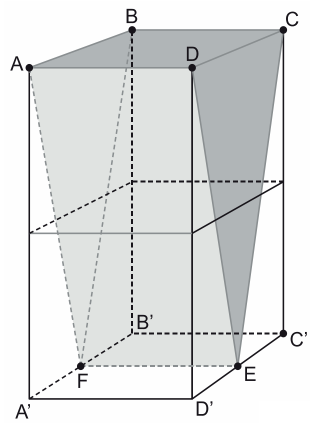
a) $4\sqrt{3}$
b) $6\sqrt{3}$
c) $24\sqrt{3}$
d) $30\sqrt{3}$
e) $48\sqrt{3}$

9) (PUCCAMP) Deseja-se construir um recipiente fechado com volume de 0,5 m^3. Seu formato deverá ser o de um paralelepípedo retângulo, com altura de y metros e base quadrada de aresta x metros. O material para a confecção das faces laterais custa R$ 1,50 o metro quadrado e o material para a tampa e a base custa R$ 2,50 o metro quadrado. Se P é o custo de todo o material usado, em reais, deve-se ter:

a) $P = 3x^2 + \dfrac{5}{x}$
b) $P = 5x^2 + \dfrac{3}{x}$
c) $P = 5x^2 + 3x$
d) $P = 3x^2 + 5x$
e) $P = 8x^2$

10) (UERJ) Dois cubos cujas arestas medem 2 cm são colados de modo a formar o paralelepípedo ABCDA`B`C`D` Esse paralelepípedo é seccionado pelos planos ADEF e BCEF que passam pelos pontos médios F e E das arestas A`B` e C`D` respectivamente. A parte desse paralelepípedo compreendida entre esses planos define o sólido ABCDEF conforme indica a figura a seguir.
O volume do sólido ABCDEF em cm^3 é igual a:

a) 4
b) 6
c) 8
d) 12
e) 16



11) (UNESP) Um cubo com aresta de medida igual a x centímetros foi seccionado, dando origem ao prisma indicado na figura 1. A figura 2 indica a vista superior desse prisma, sendo que AEB é um triângulo equilátero.

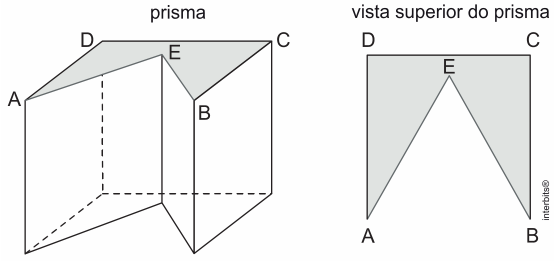


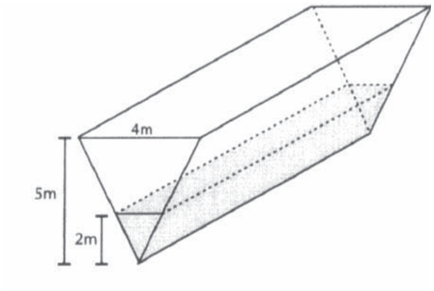
Figura 1 Figura 2

Sabendo-se que o volume do prisma da figura 1 é igual a $2 \cdot (4 - \sqrt{3})$ cm^3, x é igual a:

a) 2,0
b) 3,5
c) 3,0
d) 2,5
e) 1,5

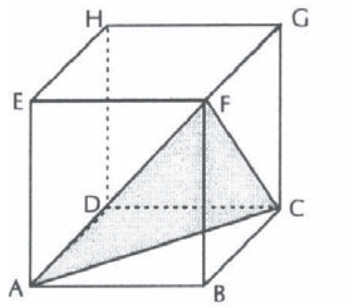
12) (PUC) Um reservatório tem a forma de um prisma triangular reto, de comprimento 20 metros e as secções retas são triângulos isósceles invertidos de base 4 metros e altura 5 metros, conforme figura. Se o nível da água no reservatório é de 2 metros, o volume de água, em m^3, é igual a:

a) 16
b) 24
c) 32
d) 36
e) 40



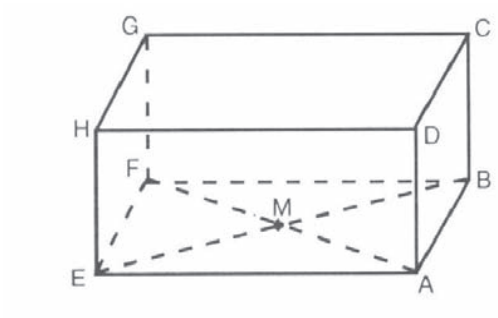
13) (PUC) A figura representa um cubo cuja aresta mede 6 cm. A área do triângulo ACF, em cm^2, é igual a:

a) $6\sqrt{2}$
b) $12\sqrt{2}$
c) $15\sqrt{3}$
d) $18\sqrt{3}$
e) 36



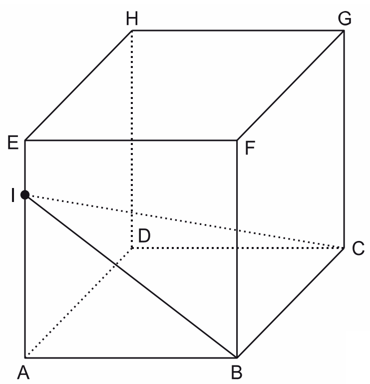
14) (PUC) No paralelepípedo reto retângulo da figura abaixo, sabe-se que AB = AD = a, AE = b e que M é a intersecção das diagonais da face ABFE. Se a medida de MC também é igual a b, o valor de b será:

a) $a\sqrt{2}$
b) $a\sqrt{\frac{3}{2}}$
c) $a\sqrt{\frac{7}{5}}$
d) $a\sqrt{\frac{5}{3}}$



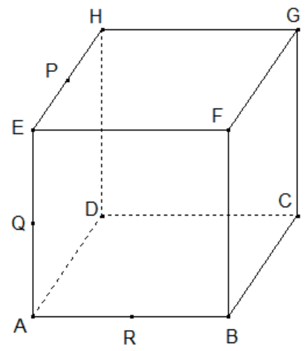
15) (PUC) No cubo abaixo, de aresta igual a 8, o segmento EI mede a quarta parte do segmento AE. A área do triângulo BCI é igual a

a) 24
b) 36
c) 40
d) 48
e) 80



16) Na figura está representado um cubo ABCDEFGH de aresta $2\sqrt{2}$ cm. Sabe-se que P, Q e R são os pontos médios das arestas EH, AE e AB, respectivamente.

O valor do ângulo PQR é



a) 120º

b) 135º

c) 150º

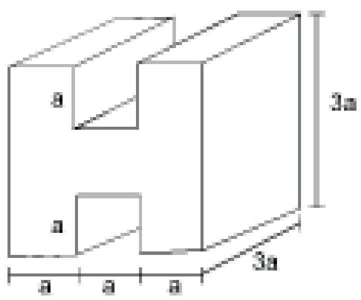
d) 125º

e) 100º

17) (UFES) As áreas de três faces de um paralelepípedo retangular medem 5 cm^2, 10 cm^2 e 14 cm^2. Podemos afirmar que o volume desse paralelepípedo é:

a) 14,0 cm^3
b) 14,5 cm^3
c) $10\sqrt{7}$ cm^3
d) 29,0 cm^3
e) $5\sqrt{5}$ cm^3

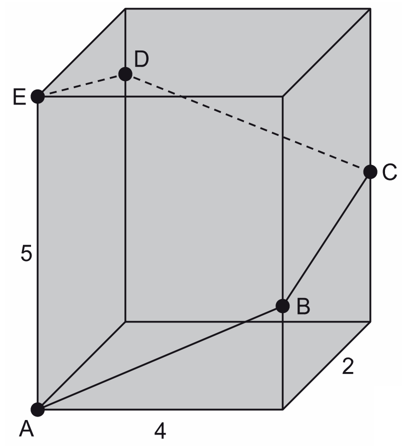
18) De um bloco cúbico de isopor de aresta 3a, recorta-se o sólido, em forma de H, mostrado na figura.



Qual o valor da área total da superfície do H mostrado na figura?

a) 54 a^2
b) 42 a^2
c) 63 a^2
d) 62 a^2
e) 60 a^2

19) (ESPM) Em volta do paralelepípedo reto-retângulo mostrado na figura abaixo será esticada uma corda do vértice A ao vértice E, passando pelos pontos B, C e D.



De acordo com as medidas dadas, o menor comprimento que essa corda poderá ter é igual a:

a) 15
b) 13
c) 16
d) 14
e) 17

20) (UFES) Uma formiga mora na superfície de um cubo de aresta a. O menor caminho que ela deve seguir para ir de um vértice ao vértice oposto tem comprimento:

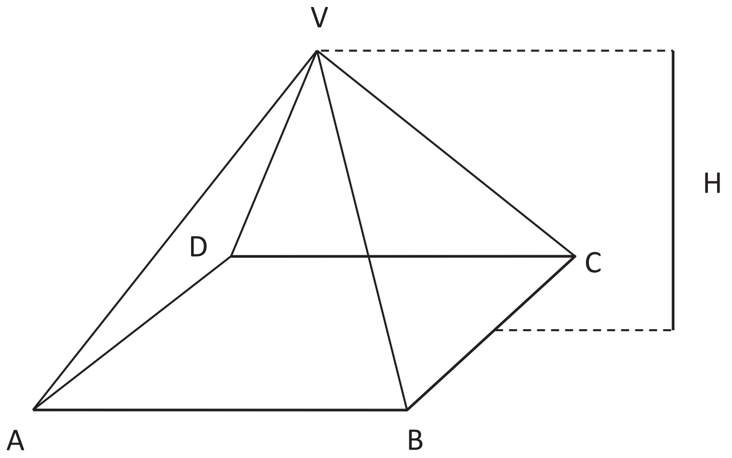
a) $a\sqrt{2}$
b) $a\sqrt{3}$
c) $a\sqrt{5}$
d) $a\sqrt{2}+a$
e) $3a$

1) A	2) D	3) D	4) A	5) D	6) A	7) A	8) C	9) B	10) C
11) A	12) C	13) D	14) D	15) C	16) A	17) C	18) D	19) B	20) C

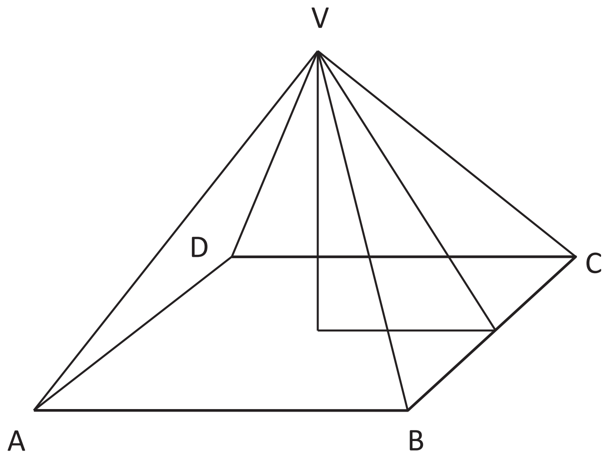
II) PIRÂMIDE

1) ELEMENTOS

$$\begin{cases} \text{Base: } ABCD \\ \text{Arestas da base: } AB,\ BC,\ CD \text{ e } DA \\ \text{Arestas laterais: } VA,\ VB,\ VC \text{ e } VD \\ \text{Faces laterais: } VAB,\ VBC,\ VCD \text{ e } VAD \\ \text{Altura} = H \end{cases}$$



1.1) PIRÂMIDE REGULAR: É toda pirâmide cuja base é um polígono regular e a projeção ortogonal do vértice V sobre a base for o centro do círculo circunscrito ao polígono da base.



$$\text{Temos que: } \begin{cases} (VM)^2 = (VO)^2 + (OM)^2 \\ OM = \text{ apótema da base } (\text{raio do círculo inscrito no polígono da base}) \\ VM = \text{ apótema da pirâmide } (\text{altura da face lateral da pirâmide}) \\ VO = \text{ altura da pirâmide} \end{cases}$$

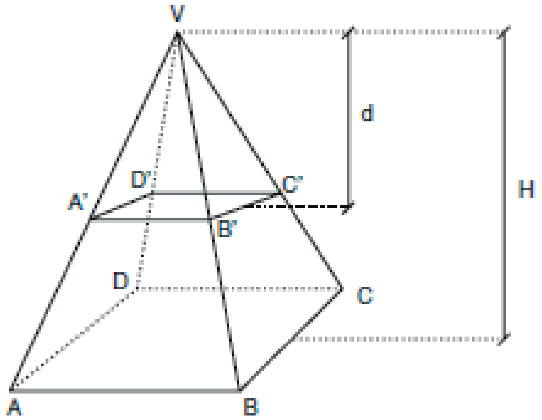
Área da base $(A_B) \Rightarrow$ área do polígono da base

Área lateral $(A_L) \Rightarrow A_L = n \cdot A_F$, onde $\begin{cases} A_F = \text{área de uma face lateral} \\ n = \text{número de faces} \end{cases}$

Área Total $(A_T) \Rightarrow A_T = A_B + A_L$

Volume $(V) \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$

2) SEÇÃO TRANSVERSAL

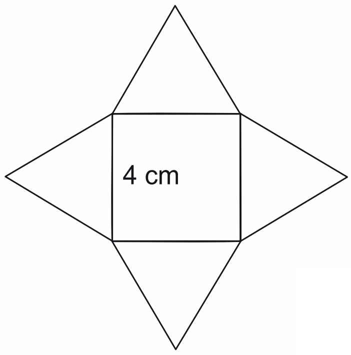


- $\frac{VA'}{VA} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{d}{H}$
- $\frac{\text{Área } A'B'C'D'}{\text{Área } ABCD} = \left(\frac{d}{H}\right)^2$
- $\frac{\text{Volume } VA'B'C'D'}{\text{Volume } VABCD} = \left(\frac{d}{H}\right)^3$

1) Considere uma pirâmide regular de base hexagonal cuja aresta mede 4. Se a altura da pirâmide mede 2, o valor do apótema dessa pirâmide é

a) $2\sqrt{5}$
b) 4
c) $4\sqrt{3}$
d) $2\sqrt{3}$
e) $\sqrt{3}$

2) (UFPR) Temos, abaixo, a planificação de uma pirâmide de base quadrada, cujas faces laterais são triângulos equiláteros. Qual é o volume dessa pirâmide?



a) $\frac{16}{3}\sqrt{3}\ cm^3$
b) $16\sqrt{3}\ cm^3$
c) $32\ cm^3$
d) $\frac{32}{3}\sqrt{2}\ cm^3$
e) $\frac{64}{3}\ cm^3$

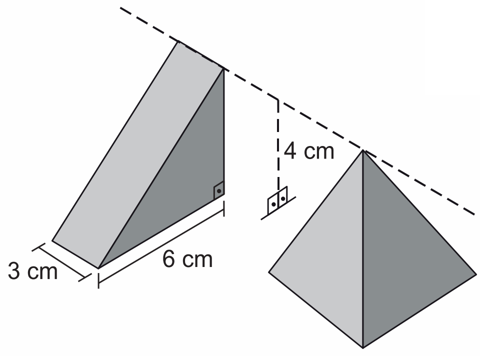
3) (UECE) Considere uma pirâmide regular hexagonal reta cuja medida da altura é 30 m e cuja base está inscrita em uma circunferência cuja medida do raio é igual a 10 m. Desejando-se pintar todas as faces triangulares dessa pirâmide, a medida da área a ser pintada, em m^2, é

a) $115\sqrt{39}$
b) $150\sqrt{39}$
c) $125\sqrt{39}$
d) $140\sqrt{39}$

4) (UFRGS) Se duplicarmos a medida da aresta da base de uma pirâmide quadrangular regular e reduzirmos sua altura à metade, o volume desta pirâmide

a) será reduzido à quarta parte.
b) será reduzido à metade.
c) permanecerá inalterado.
d) será duplicado.
e) aumentará quatro vezes.

5) (FAMERP) A figura indica um prisma reto triangular e uma pirâmide regular de base quadrada. A altura desses sólidos, em relação ao plano em que ambos estão apoiados, é igual a 4 cm, como indicam as figuras. Se os sólidos possuírem o mesmo volume, a aresta da base da pirâmide, em centímetros, será igual a



a) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

b) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

c) $\sqrt{3}$

d) $3\sqrt{3}$

e) $\dfrac{6\sqrt{3}}{5}$

6) (UFMG) Em uma indústria de velas, a parafina é armazenada em caixas cúbicas, cujo lado mede a. Depois de derretida, a parafina é derramada em moldes em formato de pirâmides de base quadrada, cuja altura e cuja aresta da base medem, cada uma, $\dfrac{a}{2}$. Considerando-se essas informações, a parafina armazenada em apenas uma dessas caixas, enche-se um total de

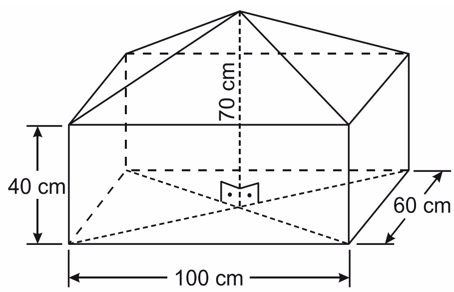
a) 6 moldes
b) 8 moldes
c) 24 moldes
d) 32 moldes

7) (UERJ) Leia os quadrinhos:

HAGAR, o horrível — Chris Browne

(*O Globo*, março 2000)

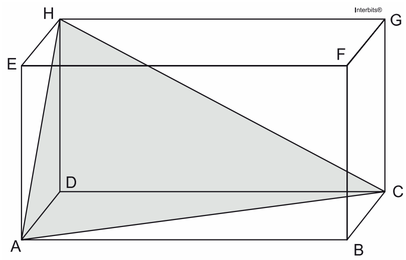
Suponha que o volume de terra acumulada no carrinho de mão do personagem seja igual ao do sólido esquematizado na figura a seguir, formado por uma pirâmide reta sobreposta a um paralelepípedo retângulo. Assim, o volume médio de terra que Hagar acumulou em cada ano de trabalho é, em dm^3, igual a:



a) 12
b) 13
c) 14
d) 15

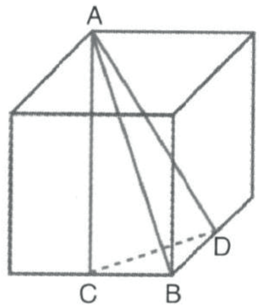
8) (UFRGS) Considere ABCDEFGH um paralelepípedo reto-retângulo conforme representado na figura abaixo. Se as arestas do paralelepípedo medem 3, 6 e 10, o volume do sólido ACDH é

a) 10
b) 20
c) 30
d) 60
e) 90

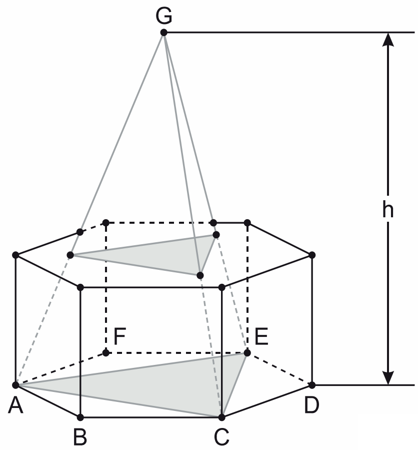


9) A figura mostra um cubo com volume igual a 216 cm^3. A e B são vértices; C e D são pontos médios das arestas. O volume da pirâmide ABCD é

a) 6 cm^3
b) 9 cm^3
c) 12 cm^3
d) 13,5 cm^3
e) 18 cm^3



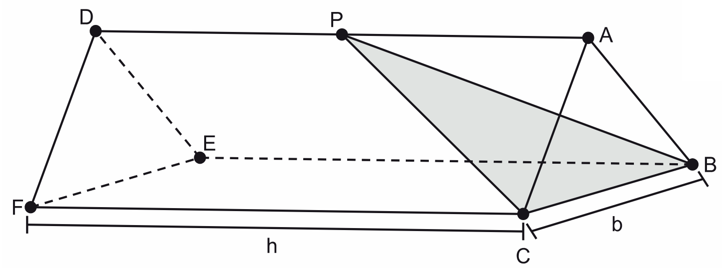
10) (UERJ) O esquema a seguir representa um prisma hexagonal regular de base ABCDEF com todas as arestas congruentes, e uma pirâmide triangular regular de base ACE e vértice G.



Sabe-se que os dois sólidos têm o mesmo volume e que a altura *h* da pirâmide mede 12 cm.
A medida da aresta do prisma, em centímetros, é igual a:

a) 1,5
b) $\sqrt{3}$
c) 2
d) $2\sqrt{3}$
e) 3

11) (UERJ) A imagem a seguir ilustra um prisma triangular regular. Sua aresta da base mede b e sua aresta lateral mede h. Esse prisma é seccionado por um plano BCP, de modo que o volume da pirâmide ABCP seja exatamente $\frac{1}{9}$ do volume total do prisma. Logo, a medida de AP é igual a:

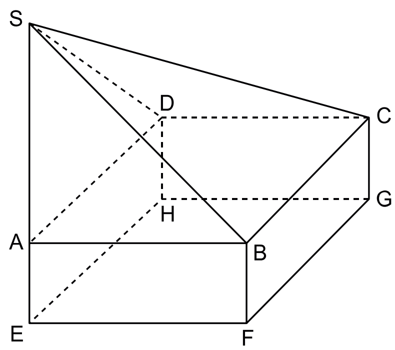


a) $\frac{h}{9}$
b) $\frac{h}{3}$
c) $\frac{2h}{3}$
d) $\frac{5h}{6}$

12) (FUVEST) O sólido da figura é formado pela pirâmide SABCD sobre o paralelepípedo reto ABCDEFGH.

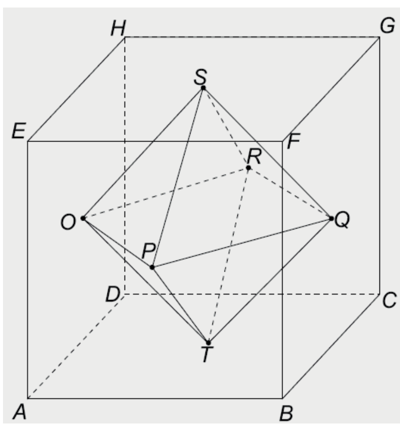
Sabe-se que S pertence à reta determinada por E e A, que AE = 2 cm, AD = 4 cm e AB = 5 cm

A medida do segmento SA que faz com que o volume do sólido seja igual a $\frac{4}{3}$ do volume da pirâmide SEFGH é



a) 2 cm
b) 4 cm
c) 6 cm
d) 8 cm
e) 10 cm

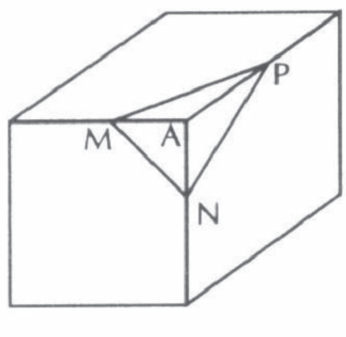
13) (UFMG) Nesta figura, estão representados o cubo ABCDEFGH e o sólido OPQRST. Cada aresta do cubo mede 4 cm e os vértices do sólido OPQRST são os pontos centrais das faces do cubo. Então, é CORRETO afirmar que a área lateral total do sólido OPQRST mede:



a) $8\sqrt{2}$
b) $8\sqrt{3}$
c) $16\sqrt{2}$
d) $16\sqrt{3}$

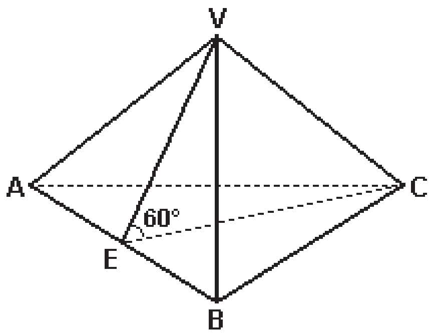
14) (VUNESP) Em cada um dos vértices de um cubo de madeira se recorta uma pirâmide AMNP, onde M, N e P são os pontos médios das arestas, como se mostra na figura. Se V é o volume do cubo, o volume do poliedro que resta ao retirar as 8 pirâmides é igual a:

a) $\frac{V}{2}$
b) $\frac{3V}{4}$
c) $\frac{2V}{3}$
d) $\frac{5V}{6}$
e) $\frac{3V}{8}$



15) A figura a seguir representa uma pirâmide de base triangular ABC e vértice C. Sabe-se que ABC e ABV são triângulos equiláteros de lado ℓ e que E é o ponto médio do segmento AB. Se a medida do ângulo VEC é 60°, então o volume da pirâmide é

a) $\frac{\sqrt{3}}{4}\ell^3$
b) $\frac{\sqrt{3}}{8}\ell^3$
c) $\frac{\sqrt{3}}{12}\ell^3$
d) $\frac{\sqrt{3}}{16}\ell^3$
e) $\frac{\sqrt{3}}{18}\ell^3$

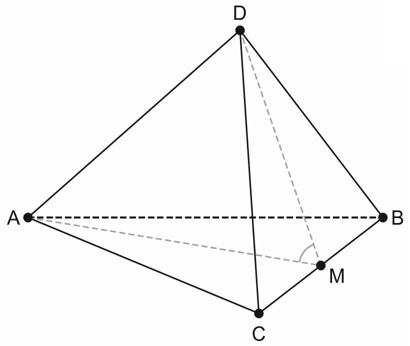


16) (MACK) A altura, em cm, de um tetraedro regular cuja área total mede $48\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ é

a) $2\sqrt{2}$
b) $4\sqrt{2}$
c) $2\sqrt{3}$
d) $4\sqrt{3}$
e) 6

17) (UERJ) Uma pirâmide com exatamente seis arestas congruentes é denominada tetraedro regular. Admita que a aresta do tetraedro regular ilustrado a seguir, de vértices ABCD, mede 6 cm e que o ponto médio da aresta BC é M. O cosseno do ângulo AMD equivale a:

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{2}{5}$



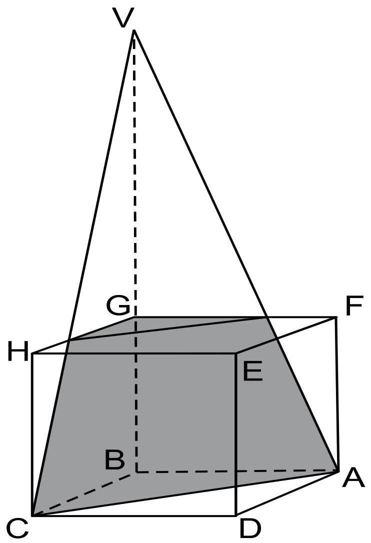
18) (UFMG) A altura de uma pirâmide é 3 m e sua base é um quadrado de lado 3 m. O volume do tronco obtido pela seção por um plano paralelo à base, distante 1 m desta, é:

a) $\frac{8}{3}$ m^3
b) $\frac{16}{3}$ m^3
c) $\frac{19}{3}$ m^3
d) 7 m^3

19) (UFRGS) Na figura abaixo, estão representados um cubo de aresta 3 e uma pirâmide triangular de altura 9. Os pontos A, B e C são vértices da pirâmide e do cubo, e V pertence ao prolongamento de BG.

O volume comum aos dois sólidos é

a) $\frac{15}{2}$
b) 8
c) $\frac{17}{2}$
d) 9
e) $\frac{19}{2}$



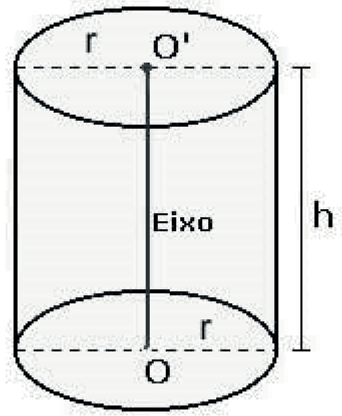
20) A Torre Eiffel, em Paris, tem 300 metros de altura e é feita de aço. Sua massa é de aproximadamente 8.000 toneladas. Uma miniatura perfeita da torre, feita exatamente do mesmo material e com 1 quilograma de massa, terá altura igual a:

a) 15 m
b) 1,5 m
c) 15 cm
d) 30 cm

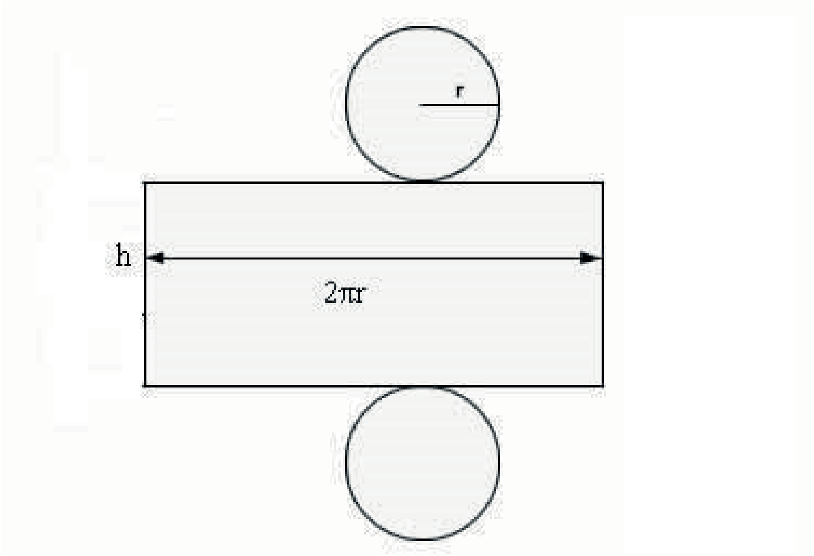
1) B	2) D	3) B	4) D	5) D	6) C	7) D	8) C	9) B	10) C
11) B	12) E	13) D	14) D	15) D	16) B	17) B	18) D	19) E	20) B

III) CILINDRO

1) ELEMENTOS



2) PLANIFICAÇÃO



3) CILINDRO RETO OU DE REVOLUÇÃO: Um cilindro circular reto, também chamado com menos frequência de cilindro de revolução, é um cilindro cujas geratrizes são perpendiculares às bases. Além do cilindro reto, dentro do estudo de geometria espacial há ainda o cilindro circular oblíquo.

Área da base $(A_B) \Rightarrow A_B = \pi r^2$

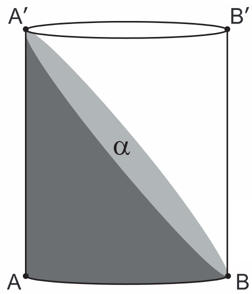
Área lateral $(A_L) \Rightarrow A_L = 2\pi rh$

Área Total $(A_T) \Rightarrow A_T = 2A_B + A_L = 2\pi r^2 + 2\pi rh$

Volume $(V) \Rightarrow V = A_B \cdot h = \pi r^2 h$

OBS: O Cilindro é chamado equilátero quando H = 2R, ou seja, a seção meridiana for um quadrado.

1) (UERJ) Um cilindro circular reto possui diâmetro AB de 4 cm e altura AA\` de 10 cm. O plano α, perpendicular à seção meridiana ABB\`A\` que passa pelos pontos B e A\` das bases, divide o cilindro em duas partes, conforme ilustra a imagem.



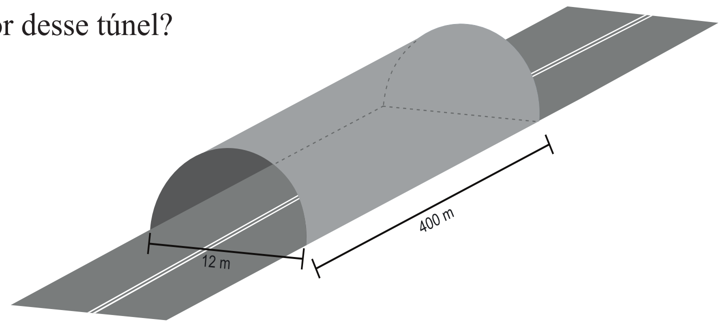
O volume da parte do cilindro compreendida entre o plano α e a base inferior, em cm^3 é igual a:

a) 8π
b) 12π
c) 16π
d) 20π

2) (UFSM) Uma alternativa encontrada para a melhoria da circulação em grandes cidades e em rodovias é a construção de túneis. A realização dessas obras envolve muita ciência e tecnologia.

Um túnel em formato semicircular, destinado ao transporte rodoviário, tem as dimensões conforme a figura a seguir.

Qual é o volume, em m^3, no interior desse túnel?



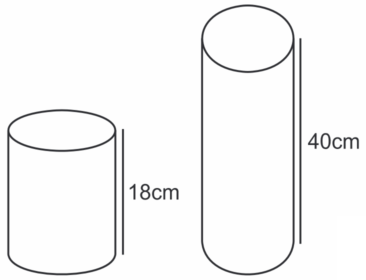
a) 4.800π
b) 7.200π
c) 14.400π
d) 28.800π
e) 57.600π

3) (IFSC) Uma Metalúrgica fabrica tanques em formato de cilindros retos para armazenar combustíveis. Um desses reservatórios tem área lateral de 5π metros quadrados e o seu volume possui a capacidade de 10π metros cúbicos. Nessas condições, a medida do raio da base desse reservatório é:

a) 16 m
b) 80 cm
c) 8 m
d) 40 dm
e) 4π m

4) Um cilindro de 18 cm de altura e raio da base igual a 5 cm contém água até a metade de sua altura. Por algum motivo, houve necessidade de despejar essa água em outro cilindro com 40 cm de altura, cujo raio da base mede 4 cm. Considerando $\pi = 3$, o valor que mais se aproxima da altura atingida pela água no segundo cilindro é

a) 14 cm
b) 16 cm
c) 20 cm
d) 24 cm

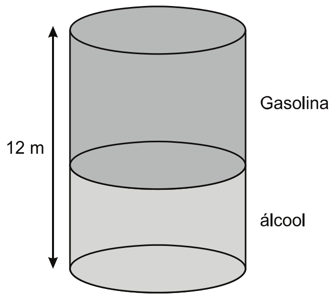


5) (UNIFOR) Um depósito cheio de combustível tem a forma de um cone circular reto. O combustível deve ser transportado por um único caminhão no qual o tanque transportador tem a forma de um cilindro circular reto, cujo raio da base mede metade do raio da base do depósito e altura $\frac{1}{3}$ da altura do depósito. Quantas viagens o caminhão deverá fazer para esvaziar completamente o depósito, se para cada viagem a capacidade do tanque é preenchida?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

6) (UNIFOR) Um posto de combustível inaugurado recentemente em Fortaleza usa tanque subterrâneo que tem a forma de um cilindro circular reto na posição vertical como mostra a figura abaixo. O tanque está completamente cheio com 42 m^3 de gasolina e 30 m^3 de álcool. Considerando que a altura do tanque é de 12 metros, a altura da camada de gasolina é:

a) 6 m
b) 7 m
c) 8 m
d) 9 m
e) 10 m

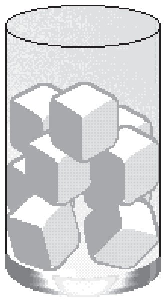


7) (FUVEST) A uma caixa d'água de forma cúbica com 1 metro de lado está acoplado um cano cilíndrico com 4 cm de diâmetro e 50 m de comprimento. Num certo instante, a caixa está cheia de água e o cano vazio. Solta-se a água pelo cano até que fique cheio. Qual o valor aproximado da altura da água na caixa no instante em que o cano ficou cheio?

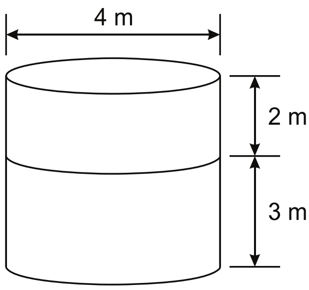
a) 90 cm
b) 92 cm
c) 94 cm
d) 96cm

8) (UFRN) Nove cubos de gelo, cada um com aresta igual a 3 cm, derretem dentro de um copo cilíndrico, inicialmente vazio, com raio da base também igual a 3 cm. Após o gelo derreter completamente, a altura do nível da água no copo será de aproximadamente:

a) 8,5 cm
b) 8,0 cm
c) 7,5 cm
d) 9,0 cm.



9) (CESGRANRIO) Um sólido totalmente maciço é composto pela união de dois cilindros circulares retos de mesmo diâmetro. As densidades do cilindro menor e do cilindro maior valem, respectivamente, 8900 kg/m^3 e 2700 kg/m^3. Considerando-se π = 3, a massa desse sólido, em toneladas, vale



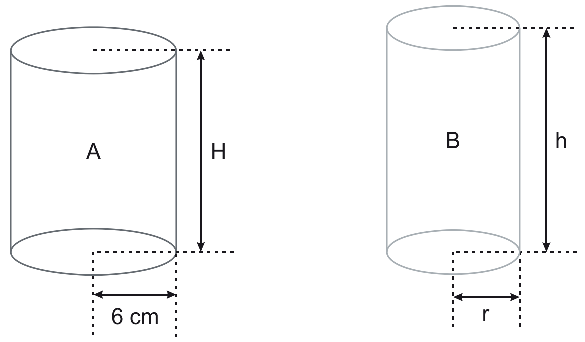
a) 97,2
b) 114,5
c) 213,6
d) 310,8
e) 320,4

10) (FGV) Após *t* horas do inicio de um vazamento de óleo de um barco em um oceano, constatou-se ao redor da embarcação a formação de uma mancha com a forma de um círculo cujo raio *r* varia com o tempo *t* mediante a função $r(t)=\frac{30}{\sqrt{\pi}}t^{0,5}$ metros. A espessura da mancha ao longo do circulo é de 0,5 cm. Desprezando a área ocupada pelo barco na mancha circular, podemos afirmar que o volume de óleo que vazou entre os instantes t = 4 horas e t = 9 horas foi de:

a) 12,5 m^3
b) 15 m^3
c) 17,5 m^3
d) 20 m^3
e) 22,5 m^3

11) (IFAL) Uma determinada empresa fabrica latas de óleo, em formato cilíndrico, com capacidade total de 1 litro e recebe uma encomenda para fabricar latas de mesmo formato, com capacidade total de 1/2 litro, mas que estas sejam da mesma altura das latas de 1 litro. Qual é a razão entre os diâmetros da lata de 1 litro e da nova lata de 1/2 litro?
a) 2
b) $\sqrt{2}$
c) π
d) $\sqrt{\pi}$
e) $\sqrt{3}$

12) (FAMEMA) Um cilindro circular reto A, com raio da base igual a 6 cm e altura H, possui a mesma área lateral que um cilindro circular reto B, com raio da base *r* e altura *h,* conforme mostram as figuras.



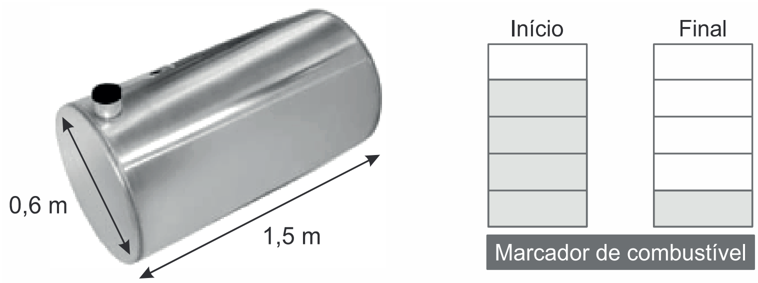
fora de escala

Se $\frac{h}{H} = 1,2$ e que o volume do cilindro B é $240\,\pi\ cm^3$, a diferença entre os volumes dos cilindros é

a) $50\,\pi\ cm^3$
b) $42\,\pi\ cm^3$
c) $45\,\pi\ cm^3$
d) $48\,\pi\ cm^3$
e) $37\,\pi\ cm^3$

13) (UFPE) A figura abaixo representa um tanque de combustível de certa marca de caminhão a diesel. Sabendo que esse veículo faz, em média, 3 km/L e, observando o marcador de combustível no início e no final de uma viagem, quantos quilômetros esse caminhão percorreu? Considere $\pi = 3$

a) 243 km
b) 425 km
c) 648 km
d) 729 km
e) 813 km



14) (IMED) Um reservatório de água tem o formato de um cilindro reto de volume igual a $54\,\pi\ m^3$. Supondo que esse cilindro está inscrito em um cubo de aresta igual ao dobro do raio, o volume desse cubo, em m^3 é igual a:

a) 108
b) 144
c) 216
d) 225
e) 343

15) Uma pirâmide é construída de forma que sua base é um quadrado inscrito na base de um cilindro circular reto de raio r e altura h; e seu vértice está localizado na base do cilindro oposta àquela em que se encontra sua base. Dessa maneira, o volume da pirâmide é

a) $\frac{2}{3}r^2h$

b) $\frac{1}{3}r^2h$

c) r^2h

d) $\frac{1}{2}r^2h$

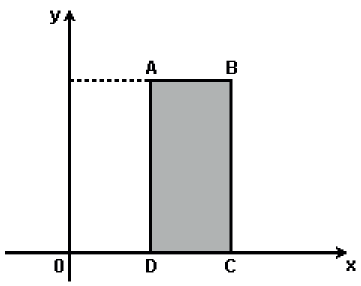
16) (UFG) Observe a charge a seguir.

Disponível em: <http://veronicauerj.blogspot.com.br>. Acesso em: 28 mar. 2012. [Adaptada].

Considerando-se que as toras de madeira no caminhão são cilindros circulares retos e idênticos, com 10 m de comprimento e que a altura da carga é de 2,7 m acima do nível da carroceria do caminhão, então a carga do caminhão corresponde a um volume de madeira, em metros cúbicos de, aproximadamente, Dados: $\sqrt{3} \cong 1,7$ e $\pi \cong 3,1$

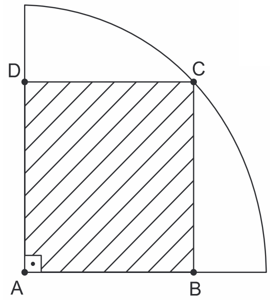
a) 17,2
b) 27,3
c) 37,4
d) 46,5
e) 54,6

17) (PUC) O retângulo ABCD seguinte, representado num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, é tal que $A=(2,8)$, $B=(4,8)$, $C=(4,0)$ e $D=(2,0)$.
Girando-se esse retângulo em torno do eixo das ordenadas, obtém-se um sólido de revolução cujo volume é:



a) 24 π
b) 32 π
c) 36 π
d) 48 π
e) 96 π

18) (CEFET) Na figura a seguir, ABCD é um retângulo inscrito em um setor circular de raio R com $AB = \frac{2}{3}R$. O volume do sólido de revolução gerado pela rotação desse retângulo em torno de um eixo que contenha o segmento AD, em função de R, é igual a



a) $\frac{\sqrt{5}\pi R^3}{3}$
b) $\frac{8\pi R^3}{9}$
c) $\frac{4\sqrt{5}\pi R^3}{27}$
d) $\frac{10\pi R^3}{49}$
e) $\frac{5\sqrt{5}\pi R^3}{54}$

19) (IFCE) Dentre todos os retângulos de perímetro P = 40 cm iremos rotacionar o de área máxima em torno de um de seus lados, gerando um cilindro. O volume deste cilindro, em cm^3 é

a) 500 π
b) 25 π
c) 50 π
d) 100 π
e) 1000 π

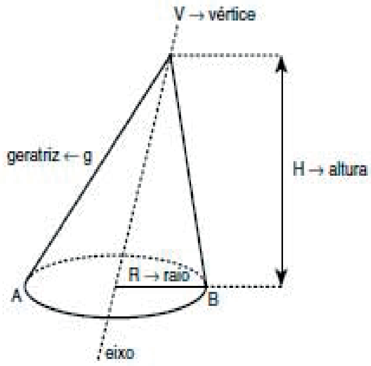
20) Um cilindro circular reto de 6 cm de altura foi secionado por um plano perpendicular às bases dividindo-o em dois novos sólidos. A seção determinada no cilindro é um retângulo de lados 6 cm e $2\sqrt{3}$ cm e cuja distância ao eixo do cilindro é de 1 cm. O volume do menor dos sólidos obtidos, em cm^3, é

a) $2\cdot\left(8\pi - 3\sqrt{3}\right)$
b) $2\cdot\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)$
c) $2\cdot\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)$
d) $2\cdot\left(2\pi - \sqrt{3}\right)$

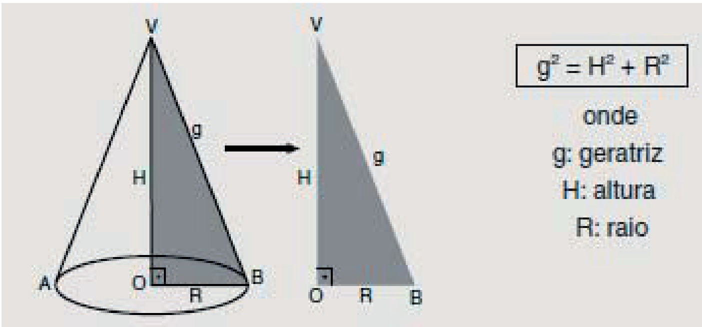
1) D	2) B	3) D	4) A	5) C	6) B	7) C	8) A	9) D	10) E
11) B	12) D	13) D	14) C	15) A	16) D	17) E	18) C	19) E	20) B

IV) CONE

1) ELEMENTOS



2) CONE RETO OU CONE DE REVOLUÇÃO



Área da base $(A_B) \Rightarrow A_B = \pi R^2$

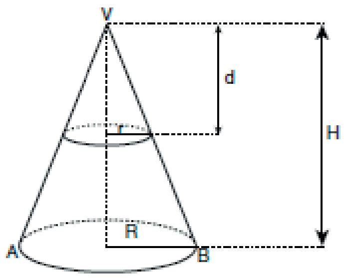
Área lateral $(A_L) \Rightarrow A_L = \pi R g$

Área Total $(A_T) \Rightarrow A_T = A_B + A_L = \pi R^2 + \pi R g$

Volume $(V) \Rightarrow V = \dfrac{A_B \cdot H}{3} = \dfrac{\pi R^2 H}{3}$

OBS: O Cone é chamado equilátero quando $g = 2R$, ou seja, a seção meridiana for um triângulo equilátero.

3) SEÇÃO TRANSVERSAL



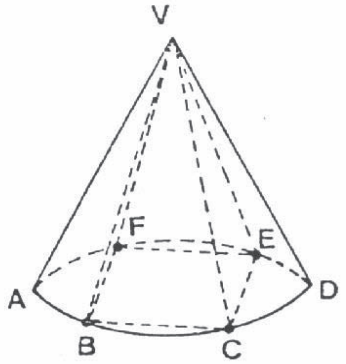
- $\dfrac{r}{R} = \dfrac{d}{H}$
- $\dfrac{\text{Área da seção}}{\text{Área da base}} = \left(\dfrac{d}{H}\right)^2$
- $\dfrac{V_{\text{cone menor}}}{V_{\text{cone maior}}} = \left(\dfrac{d}{H}\right)^3$

1) (UEFS) Se um cone circular reto tem altura igual a 4 cm e base circunscrita a um hexágono regular de lado medindo 2 cm, então a sua área lateral, em cm^2 mede,

a) $4\pi\sqrt{6}$
b) $4\pi\sqrt{5}$
c) 4π
d) $\pi\sqrt{3}$
e) $\pi\sqrt{2}$

2) (UFMG) Nessa figura a base da pirâmide VBCEF é um quadrado inscrito no círculo da base do cone de vértice V. A razão entre o volume do cone e o volume da pirâmide, nesta ordem, é:

a) $\pi/4$
b) $\pi/2$
c) π
d) 2π

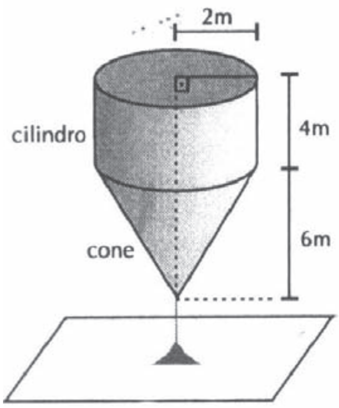


3) (UFRJ) Considerando um lustre de formato cônico com altura e raio da base igual a 0,25 m, a distância do chão (H) em que se deve pendurá-lo para obter um lugar iluminado em forma de círculo com área de 25π m^2, é de:

a) 12 m
b) 10 m
c) 8 m
d) 6 m
e) 5 m

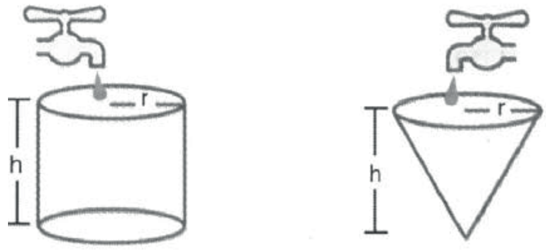
4) (FATEC) A fim de que não haja desperdício de ração e seus animais estejam sempre bem nutridos, um fazendeiro construiu um recipiente com uma pequena abertura na parte inferior, que permite a reposição automática da alimentação, conforme mostra a figura abaixo. A capacidade total de armazenagem do recipiente, em metros cúbicos, é:

a) $8\pi + \dfrac{40\pi}{3}$
b) 24π
c) 28π
d) 48π



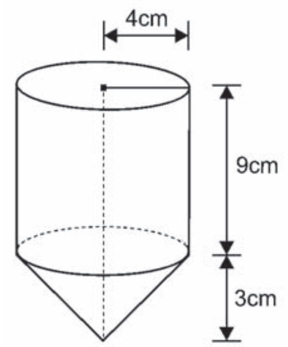
5) (CESGRANRIO) Na figura, dois reservatórios de altura h e raio r, um cilíndrico e outro cônico, estão totalmente vazios e cada um será alimentado por uma torneira, ambas de mesma vazão. Se o reservatório cilíndrico leva 2 horas e meia para ficar completamente cheio, o tempo necessário para que isso ocorra com o reservatório cônico será de:

a) 2 h
b) 1 h e 30 min
c) 1 h
d) 50 min



6) (UNESP) Um paciente recebe por via intravenosa um medicamento à taxa constante de 1,5 ml/min. O frasco do medicamento é formado por uma parte cilíndrica e uma parte cônica, cujas medidas são dadas na figura, e estava cheio quando se iniciou a medicação.

Após 4h de administração contínua, a medicação foi interrompida. Dado que 1 cm^3 = 1 mL, e usando a aproximação $\pi = 3$, o volume, em mL, do medicamento restante no frasco após a interrupção da medicação é, aproximadamente:



(figura fora de escala)

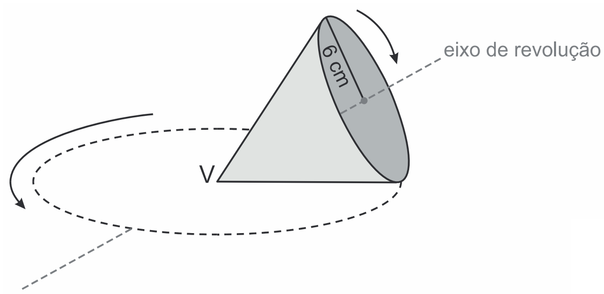
a) 120
b) 150
c) 160
d) 240
e) 360

7) (UNESP) Um cone circular reto, de vértice V e raio da base igual a 6 cm, encontra-se apoiado em uma superfície plana e horizontal sobre uma geratriz. O cone gira sob seu eixo de revolução que passa por V, deslocando-se sobre a superfície plana horizontal, sem escorregar, conforme mostra a figura.

O cone retorna à posição inicial após o círculo da sua base ter efetuado duas voltas completas de giro.

Considerando que o volume de um cone é calculado pela fórmula $\frac{^{2}}{3}$, o volume do cone da figura, em cm^3, é igual a

a) $72\sqrt{3}\pi$
b) $48\sqrt{3}\pi$
c) $36\sqrt{3}\pi$
d) $18\sqrt{3}\pi$
e) $12\sqrt{3}\pi$



8) (EPCAR) Se uma pirâmide hexagonal regular está inscrita num cone equilátero cujo volume é igual a $\frac{10\sqrt{3}}{7}\pi\ cm^3$ então o volume dessa pirâmide, em cm^3, é igual a

a) $\frac{45}{7}$

b) $\frac{15\sqrt{3}}{7}$

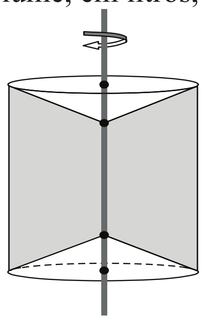
c) $\frac{30\sqrt{3}}{7}$

d) $\frac{135}{7}$

9) (UECE) O volume do sólido gerado pela rotação, em torno do eixo dos X da região do plano limitada pelo triângulo com vértices nos pontos (6,0), (8,0) e (8,9) é igual a

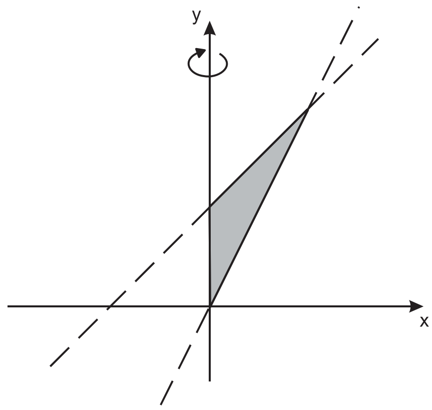
a) 81 π
b) 72 π
c) 64 π
d) 54 π

10) (UEMG) Uma empresa deseja fabricar uma peça maciça cujo formato é um sólido de revolução obtido pela rotação de um trapézio isósceles em torno da base menor, como mostra a figura a seguir. As dimensões do trapézio são: base maior igual a 15 cm, base menor igual a 7 cm e altura do trapézio igual a 3 cm. Considerando-se π = 3 o volume, em litros, da peça fabricada corresponde a



a) 0,212
b) 0,333
c) 0,478
d) 0,536

11) (UFMG) Nesta figura, está representada a região T, do plano cartesiano, limitada pelo eixo y e pelas retas $y = x + 1$ e $y = 3x$. Seja S o sólido obtido pela rotação da região T em torno do eixo y. Então, é correto afirmar que o volume de S é:



a) $\frac{\pi}{24}$

b) $\frac{\pi}{12}$

c) $\frac{\pi}{8}$

d) $\frac{\pi}{4}$

12) (INSPER)No filme “*Enrolados*”, os estúdios Disney recriaram a torre onde vivia a famosa personagem dos contos de fadas Rapunzel (figura 1). Nesta recriação, podemos aproximar o sólido onde se apoiava a sua morada por um cilindro circular reto conectado a um tronco de cone, com as dimensões indicadas na figura 2, feita fora de escala.

Figura 1
Disponível em: http://g1.globo.com/pop-arte/noticia/2010/08/disney-divulgaposter-de-rapunzel.html. Acesso em 16.10.15.

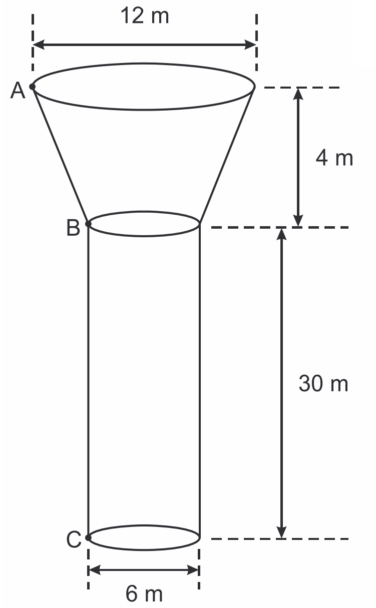
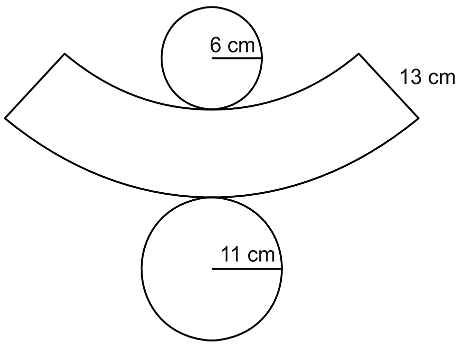


Figura 2

Para que o príncipe subisse até a torre, Rapunzel lançava suas longas tranças para baixo. Nesta operação, suponha que uma das extremidades da trança ficasse no ponto A, e a outra no ponto C, onde se encontrava o rapaz. Considerando que a trança ficasse esticada e perfeitamente sobreposta à linha poligonal formada pelos segmentos AB e BC, destacada em linha grossa na figura 2, o comprimento da trança de Rapunzel, em metros, é igual a

a) 35
b) 38
c) 40
d) 42
e) 45

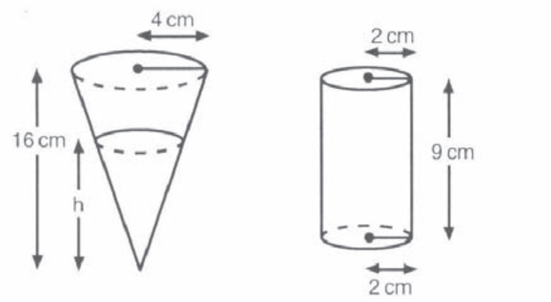
13) (ESPCEX) A figura abaixo representa a planificação de um tronco de cone reto com a indicação das medidas dos raios das circunferências das bases e da geratriz. A medida da altura desse tronco de cone é



Desenho fora de escala

a) 13 cm
b) 12 cm
c) 11 cm
d) 10 cm
e) 9 cm

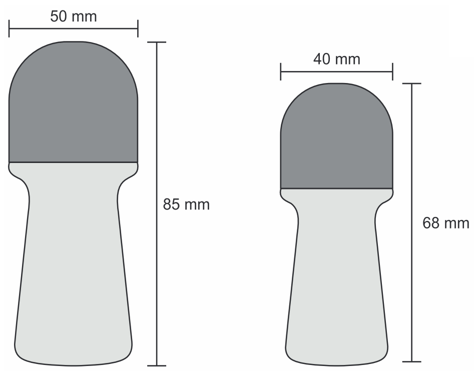
14) (FCMMG) Observe a figura.



Um aluno dispõe de dois recipientes: um em forma de cone, de vértice voltado para baixo, eixo vertical, e outro em forma de cilindro. O raio da base e a altura do cone medem, respectivamente, 4 cm e 16 cm; os do cilindro, 2 cm e 9 cm. O aluno encheu totalmente o recipiente cilíndrico com um líquido e entornou-o no cone. A altura atingida pelo líquido do cone, em cm, é igual a:

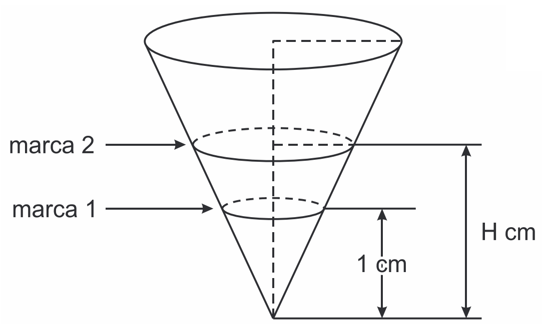
a) 8
b) 9
c) 10
d) 12

15) (FAMERP) Um desodorante é vendido em duas embalagens de tamanhos diferentes, porém de formatos matematicamente semelhantes. A figura indica algumas das medidas dessas embalagens. Se a capacidade da embalagem maior é de 100 mL, a capacidade da embalagem menor é de



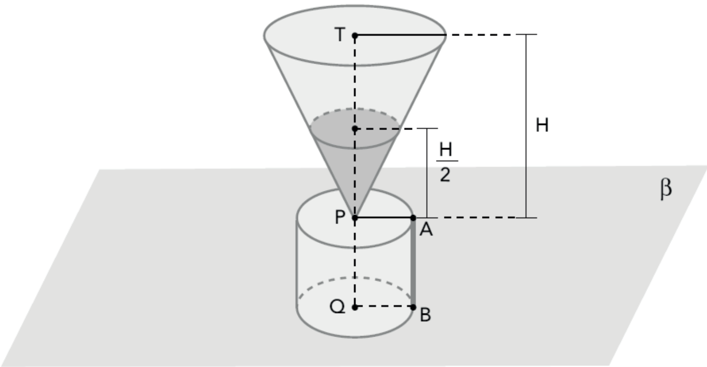
a) 64,0 mL
b) 48,6 mL
c) 56,4 mL
d) 80,0 mL
e) 51,2 mL

16) (UFU) Um recipiente cônico utilizado em experiências de química deve ter duas marcas horizontais circulares, uma situada a 1 centímetro do vértice do cone, marcando um certo volume V, e outra marcando o dobro deste volume, situada a H centímetros do vértice, conforme figura. Nestas condições, a distância H, em centímetros, é igual a:



a) $\sqrt[3]{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $\frac{4}{3}$
d) $\frac{3}{2}$

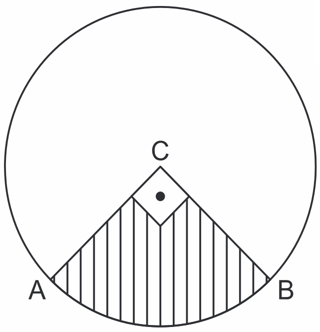
17) Um funil, com a forma de cone circular reto, é utilizado na passagem de óleo para um recipiente com a forma de cilindro circular reto. O funil e o recipiente possuem a mesma capacidade e a altura AB do recipiente mede 48 cm. De acordo com o esquema, os eixos dos recipientes estão contidos no segmento TQ, perpendicular ao plano horizontal β. Admita que o funil esteja completamente cheio do óleo a ser escoado para o recipiente cilíndrico vazio. Durante o escoamento, quando o nível do óleo estiver exatamente na metade da altura do funil, $\frac{H}{2}$, o nível do óleo no recipiente cilíndrico será



a) 42 cm
b) 12 cm
c) 10 cm
d) 8 cm
e) 6 cm

18) (ESPCEX) Corta-se de uma circunferência de raio 4 cm, um setor circular de ângulo $\frac{\pi}{2} rad$ (ver desenho ilustrativo), onde o ponto C é o centro da circunferência. Um cone circular reto é construído a partir desse setor circular ao se juntar os raios CA e CB. O volume desse cone, em cm^3 é igual a

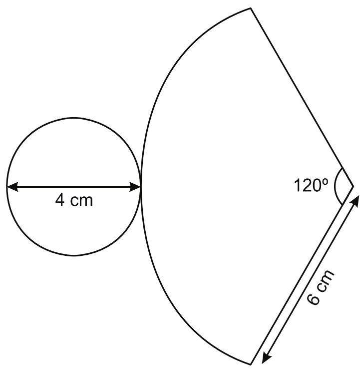
a) $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$
b) $\frac{\sqrt{3}}{5}\pi$
c) $\frac{\sqrt{15}}{3}\pi$
d) $\frac{\sqrt{15}}{5}\pi$
e) $\frac{\sqrt{5}}{5}\pi$



desenho ilustrativo – fora de escala

19) (PUCRS) Um desafio matemático construído pelos alunos do Curso de Matemática tem as peças no formato de um cone. A figura abaixo representa a planificação de uma das peças construídas. Qual a área dessa peça, em cm^2?

a) 10 π
b) 16 π
c) 20 π
d) 28 π
e) 40 π

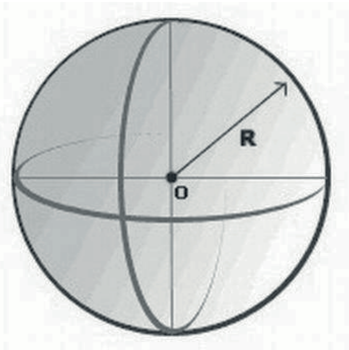


20) (FUVEST) Um pedaço de cartolina possui a forma de um semicírculo de raio 20 cm. Com essa cartolina um menino constrói um chapéu cônico e o coloca com a base apoiada sobre uma mesa. Qual a distância do bico do chapéu à mesa?

a) $10\sqrt{3}$ cm
b) $3\sqrt{10}$ cm
c) $20\sqrt{2}$ cm
d) 20 cm
e) 10 cm

1) B	2) A	3) E	4) B	5) D	6) A	7) A	8) A	9) D	10) B
11) B	12) A	13) B	14)	15) E	16) A	17) A	18) C	19) B	20) A

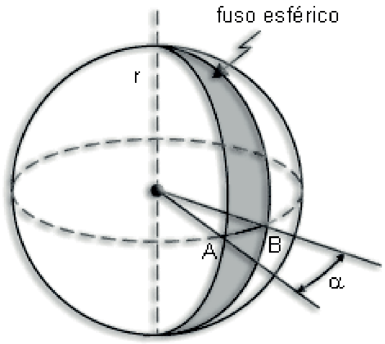
V) ESFERA



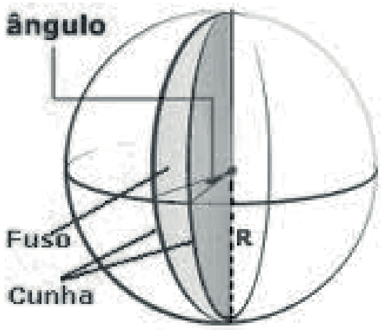
ÁREA DA SUPERFÍCIE ESFÉRICA: $A = 4\pi R^2$

VOLUME DA ESFERA: $V = \dfrac{4\pi R^3}{3}$

FUSO ESFÉRICO: $\begin{cases} 360^\circ & 4\pi R^2 \\ \alpha & A_{FUSO} \end{cases}$



CUNHA ESFÉRICA: $\begin{cases} 360^\circ & \dfrac{4\pi R^3}{3} \\ \alpha & V_{FUSO} \end{cases}$



1) (PUC) Três bolas metálicas e de mesmo diâmetro, quando jogadas dentro de um tambor cilíndrico cujo raio mede 24 cm, ficam totalmente submersas e fazem o nível da água, no interior do tambor, subir 12 cm. A medida do raio de cada esfera, em centímetros, é:

a) 4
b) 6
c) 8
d) 12

2) (UFC) Um vaso em forma de cilindro circular reto tem medida de raio da base 5 cm, altura 20 cm e contém água até a altura de 19 cm (despreze a espessura das paredes do vaso). Assinale a alternativa na qual consta o maior número de esferas de aço, de 1 cm de raio cada, que podemos colocar no vaso a fim de que a água não transborde.

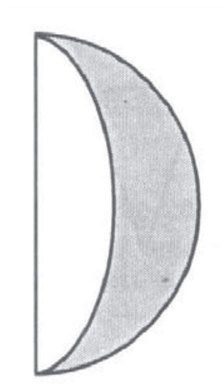
a) 14
b) 15
c) 16
d) 17
e) 18

3) Considere um cone circular reto, um cilindro circular reto e uma esfera, todos de raio igual a 1 metro. O cone e o cilindro têm a mesma área lateral sendo que o cilindro e a esfera têm o mesmo volume. Sendo h a altura do cone expressa em metros, podemos afirmar que:

a) $1 < h < 2$
b) $2 < h < 3$
c) $3 < h < 4$
d) $4 < h < 5$

4) (CESGRANRIO) Uma laranja pode ser considerada uma esfera de raio R, composta de 12 gomos exatamente iguais. A superfície total de cada gomo mede

a) $2\pi R^2$
b) $4\pi R^2$
c) $\dfrac{3\pi R^2}{4}$
d) $\dfrac{4\pi R^2}{3}$



5) (PUC) Um plano secciona uma esfera, determinando um círculo de raio igual à distância do plano ao centro da esfera. Se a área do círculo é 16 π cm^2, o raio da esfera, em cm, mede:

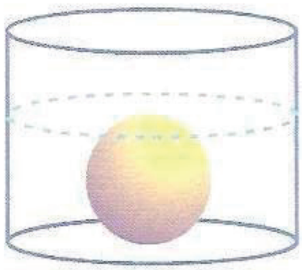
a) 4
b) $4\sqrt{2}$
c) $4\sqrt{3}$
d) $5\sqrt{2}$
e) $5\sqrt{3}$

6) (UFRGS) Se um jarro com capacidade para 2 litros está completamente cheio de água, a menor medida inteira, em cm, que o raio de uma bacia com a forma semiesférica deve ter para comportar toda a água do jarro é

a) 8
b) 10
c) 12
d) 14
e) 16

7) Uma esfera de raio 2 cm é mergulhada num copo cilíndrico de 4 cm de raio, até encostar no fundo, de modo que a água do copo recubra exatamente a esfera. Antes de a esfera ser colocada no copo, a altura da água era, em cm,

a) 27/8
b) 19/6
c) 18/5
d) 10/3



8) O sólido da figura é formado por dois hemisférios, acoplados às duas bases de um cilindro circular reto de 8 cm de altura. Se a área da superfície do sólido é 84 ^{2} ^{3}

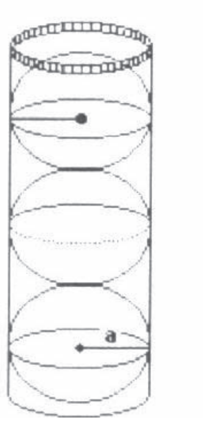
a) 108 π
b) 96 π
c) 84 π
d) 72 π

9) (UFRS) Duas bolas concêntricas têm raios medindo $\sqrt{2}$ e $\sqrt{6}$. A interseção da bola maior com um plano tangente à bola menor determina uma região plana de área:

a) π
b) 2π
c) 4π
d) 6π
e) 8π

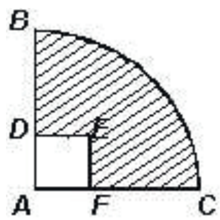
10) (UFSM) Bolas de tênis são vendidas, normalmente, em embalagens cilíndricas contendo 3 unidades. Supondo-se que as bolas têm raio a em centímetros e tangenciam as paredes internas da embalagem, o espaço interno dessa embalagem que não é ocupado pelas bolas é, em cm^3:

a) $2\pi a^3$
b) $\frac{4\pi a^3}{3}$
c) $\frac{\pi a^3}{3}$
d) a^3
e) $\frac{2\pi a^3}{3}$



11) (UFMG) Nessa figura, ABC é um quadrante de círculo de raio 3 cm e ADEF é um quadrado, cujo lado mede 1 cm. Considere o sólido gerado pela rotação de 360º, em torno da reta AB da região hachurada na figura. Assim sendo, esse sólido tem um volume de

a) 14 π cm^3
b) 15 π cm^3
c) 16 π cm^3
d) 17 π cm^3



12) Ao fazer um delicioso suco, Valéria usou 12 laranjas, na forma esférica, cujo raio tem medida igual a 6 cm. Considerando que apenas $\frac{5}{8}$ do volume de uma laranja seja realmente transformada em suco e que esse suco será colocado em copos cilíndricos, todos de raio igual a 3 cm e altura igual a 8 cm, então podemos afirmar que o número de copos usados para distribuir esse suco será igual a:

a) 31
b) 30
c) 29
d) 27

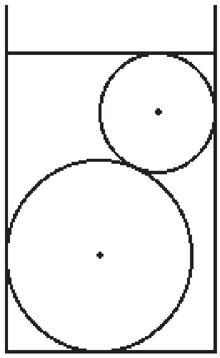
13) (N. PAIVA) Uma fábrica de biscoitos é contratada para fabricar casquinhas de sorvetes. Como os sorvetes são vendidos na forma esférica, com 4 cm de diâmetro, foi proposta à fábrica de biscoitos que:

- As casquinhas sejam cones ocos, com 4 cm de diâmetro na base.
- Como as casquinhas devem comportar duas bolas de sorvete, o cone comporte, no mínimo, 3/4 do sorvete, caso este derreta.

O menor valor da altura permitido para o cone será

a) igual ao diâmetro.
b) o dobro do diâmetro mais um terço dele.
c) 2 vezes e meia o diâmetro.
d) 3 vezes o diâmetro.
e) o dobro do diâmetro

14) (UERJ) Duas esferas metálicas maciças de raios iguais a 8 cm e 5 cm são colocadas, simultaneamente, no interior de um recipiente de vidro com forma cilíndrica e diâmetro da base medindo 18 cm. Neste recipiente despeja-se a menor quantidade possível de água para que as esferas fiquem totalmente submersas, como mostra a figura. Posteriormente, as esferas são retiradas do recipiente. A altura da água, em cm, após a retirada das esferas, corresponde, aproximadamente, a:



a) 10,6
b) 12,4
c) 14,5
d) 25,0
e) 27,0

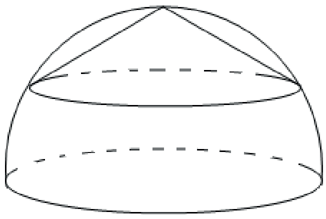
15) (UFMG) Um recipiente cúbico, sem tampa, cujas arestas medem 4 dm, contém 56 litros de água. Ao lado desse recipiente, estão os seguintes sólidos, todos de aço maciço:

- uma esfera de raio $\sqrt[3]{2}$ dm ;
- um cilindro circular reto com raio da base $\sqrt{2}$ dm e altura $\sqrt{2}$ dm ;
- um paralelepípedo retangular de dimensões $\sqrt{3}$ dm, $\sqrt{3}$ dm e $\sqrt{7}$ dm ; e
- uma pirâmide reta de altura $\sqrt{5}$ dm e de base quadrada com lado $\sqrt{12}$ dm .

Qual desses sólidos, quando colocado no recipiente, NÃO fará com que a água transborde?

a) A pirâmide
b) O cilindro
c) O paralelepípedo
d) A esfera

16) Na figura, o cone circular reto está inscrito no hemisfério. Sabe-se que a geratriz e o raio da base do cone medem $\sqrt{6}$ e $\sqrt{5}$, respectivamente. Assim, é correto afirmar que o volume desse hemisfério é:

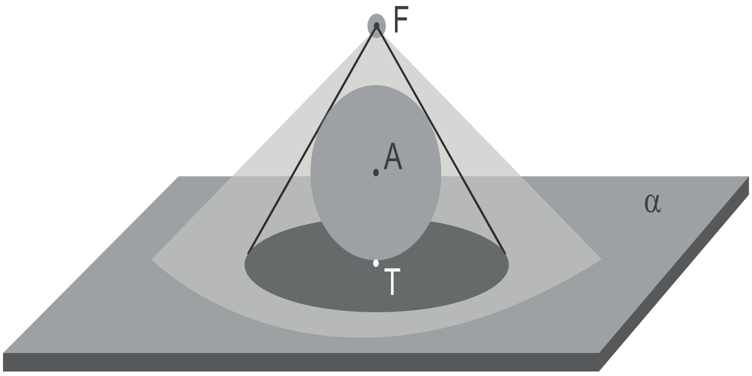


a) 72 π
b) 36 π
c) 18 π
d) 9 π

17) (UNICAMP) Um cilindro circular reto, cuja altura é igual ao diâmetro da base, está inscrito numa esfera. A razão entre os volumes da esfera e do cilindro é igual a

a) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
b) $\frac{4}{3}$
c) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$
d) $\sqrt{2}$

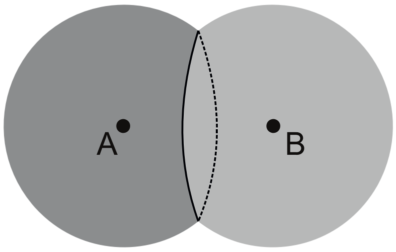
18) (UERJ) Uma esfera de centro A e raio igual a 3 dm é tangente ao plano α, de uma mesa em um ponto T. Uma fonte de luz encontra-se em um ponto F de modo que F, A e T são colineares. Observe a ilustração:



Considere o cone de vértice F cuja base é o círculo de centro T definido pela sombra da esfera projetada sobre a mesa. Se esse círculo tem área igual à da superfície esférica, então a distância FT, em decímetros, corresponde a:

a) 10
b) 9
c) 8
d) 7

19) (UERJ) Na fotografia abaixo, observam-se duas bolhas de sabão unidas. Quando duas bolhas unidas possuem o mesmo tamanho, a parede de contato entre elas é plana, conforme ilustra o esquema:



Considere duas bolhas de sabão esféricas, de mesmo raio R, unidas de tal modo que a distância entre seus centros A e B é igual ao raio R. A parede de contato dessas bolhas é um círculo cuja área tem a seguinte medida:

a) $\frac{\pi R^2}{2}$

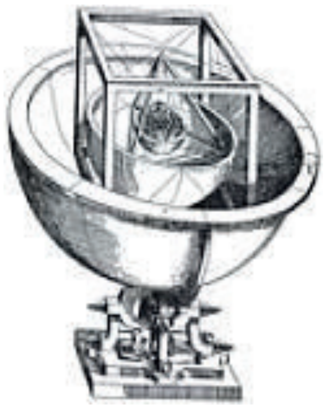
b) $\frac{3\pi R^2}{2}$

c) $\frac{3\pi R^2}{4}$

d) $\frac{4\pi R^2}{3}$

20) (UFF) Em 1596, em sua obra *Mysterium Cosmographicum*, Johannes Kepler estabeleceu um modelo do cosmos onde os cinco poliedros regulares são colocados um dentro do outro, separados por esferas. A ideia de Kepler era relacionar as órbitas dos planetas com as *razões harmônicas* dos poliedros regulares.

A *razão harmônica* de um poliedro regular é a razão entre o raio da esfera circunscrita e o raio da esfera inscrita no poliedro. *A esfera circunscrita* a um poliedro regular é aquela que contém todos os vértices do poliedro. A *esfera inscrita*, por sua vez, é aquela que é tangente a cada uma das faces do poliedro.

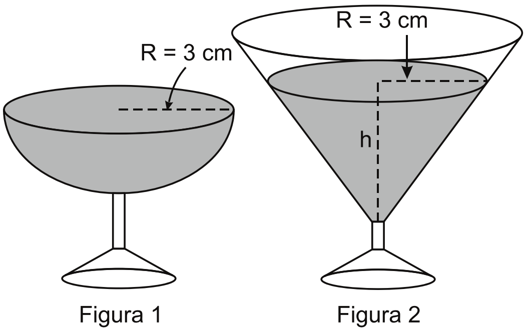


A razão harmônica de qualquer cubo é igual a:

a) 1
b) 2
c) $\sqrt{2}$
d) $\sqrt{3}$
e) $\sqrt[3]{2}$

1) D	2) E	3) B	4) D	5) B	6) B	7) D	8) C	9) C	10) A
11) D	12) C	13) D	14) C	15) C	16) C	17) A	18) C	19) C	20) D

1) (Enem 2010) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

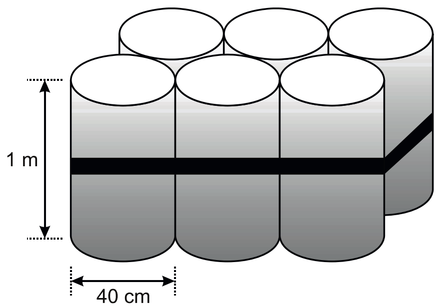


Considere: $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3$ e $V_{cone} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério e servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de

a) 1,33
b) 6,00
c) 12,00
d) 56,52
e) 113,04

2) (Enem 2ª aplicação 2010) O administrador de uma cidade, implantando uma política de reutilização de materiais descartados, aproveitou milhares de tambores cilíndricos dispensados por empresas da região e montou *kits* com seis tambores para o abastecimento de água em casas de famílias de baixa renda, conforme a figura seguinte. Além disso, cada família envolvida com o programa irá pagar somente R$ 2,50 por metro cúbico utilizado.



Uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do *kit* em um mês pagará a quantia de (considere $\pi = 3$)

a) R$ 86,40
b) R$ 21,60
c) R$ 8,64
d) R$ 7,20
e) R$ 1,80

3) (Enem 2ª aplicação 2010) Se pudéssemos reunir em esferas toda a água do planeta, os diâmetros delas seriam:

1385 km	Toda água do planeta 1,39 bilhões de km^3
406 km	Água doce do planeta 35,03 milhões de km^3
272 km	Água doce subterrânea 10,53 milhões de km^3
58 km	Água doce superficial 104,59 mil km^3

Guia do Estudante: Atualidades e Vestibulares+ENEM. Abril: São Paulo, 2009.

A razão entre o volume da esfera que corresponde à água doce superficial e o volume da esfera que corresponde à água doce do planeta é

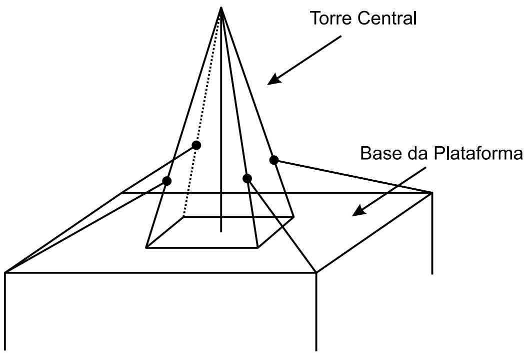
a) $\frac{1}{343}$
b) $\frac{1}{49}$
c) $\frac{1}{7}$
d) $\frac{29}{136}$
e) $\frac{136}{203}$

4) (Enem 2010) Para construir uma manilha de esgoto, um cilindro com 2 m de diâmetro e 4 m de altura (de espessura desprezível), foi envolvido homogeneamente por uma camada de concreto, contendo 20 cm de espessura.

Supondo que cada metro cúbico de concreto custe R$ 10,00 e tomando 3,1 como valor aproximado de π, então o preço dessa manilha é igual a

a) R$ 230,40
b) R$ 124,00
c) R$ 104,16
d) R$ 54,56
e) R$ 49,60

5) (Enem 2ª aplicação 2010) Devido aos fortes ventos, uma empresa exploradora de petróleo resolveu reforçar a segurança de suas plataformas marítimas, colocando cabos de aço para melhor afixar a torre central. Considere que os cabos ficarão perfeitamente esticados e terão uma extremidade no ponto médio das arestas laterais da torre central (pirâmide quadrangular regular) e a outra no vértice da base da plataforma (que é um quadrado de lados paralelos aos lados da base da torre central e centro coincidente com o centro da base da pirâmide), como sugere a ilustração.



Se a altura e a aresta da base da torre central medem, respectivamente, 24 m e $6\sqrt{2}$ m, e o lado da base da plataforma mede $19\sqrt{2}$ m, então a medida, em metros, de cada cabo será igual a

a) $\sqrt{288}$
b) $\sqrt{313}$
c) $\sqrt{328}$
d) $\sqrt{400}$
e) $\sqrt{505}$

6) (Enem PPL 2012) Uma prefeitura possui modelos de lixeira de forma cilíndrica, sem tampa, com raio medindo 10 cm e altura de 50 cm. Para fazer uma compra adicional, solicita à empresa fabricante um orçamento de novas lixeiras, com a mesma forma e outras dimensões. A prefeitura só irá adquirir as novas lixeiras se a capacidade de cada uma for no mínimo dez vezes maior que o modelo atual e seu custo unitário não ultrapassar R$ 20,00.

O custo de cada lixeira é proporcional à sua área total e o preço do material utilizado na sua fabricação é de R$ 0,20 para cada 100 cm^2.

A empresa apresenta um orçamento discriminando o custo unitário e as dimensões, com o raio sendo o triplo do anterior e a altura aumentada em 10 cm. (Aproxime π para 3.)

O orçamento dessa empresa é rejeitado pela prefeitura, pois

a) o custo de cada lixeira ficou em R$ 21,60
b) o custo de cada lixeira ficou em R$ 27,00
c) o custo de cada lixeira ficou em R$ 32,40
d) a capacidade de cada lixeira ficou 3 vezes maior
e) capacidade de cada lixeira ficou 9 vezes maior

7) (Enem PPL 2012) O Museu do Louvre, localizado em Paris, na França, é um dos museus mais visitados do mundo. Uma de suas atrações é a Pirâmide de Vidro, construída no final da década de 1980. A seguir tem-se, na Figura 1, uma foto da Pirâmide de Vidro do Louvre e, na Figura 2, uma pirâmide reta de base quadrada que a ilustra.

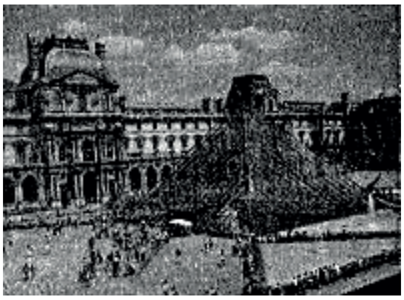


Figura 1

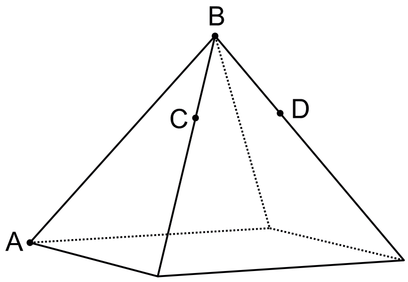
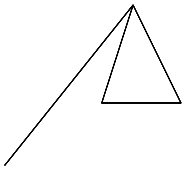


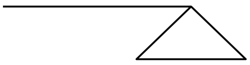
Figura 2

Considere os pontos A, B, C, D como na Figura 2. Suponha que alguns reparos devem ser efetuados na pirâmide. Para isso, uma pessoa fará o seguinte deslocamento: 1) partir do ponto A e ir até o ponto B. deslocando-se pela aresta AB; 2) ir de B até C, deslocando- se pela aresta que contém esses dois pontos; 3) ir de C até D, pelo caminho de menor comprimento; 4) deslocar se de D até B pela aresta que contém esses dois pontos.
A projeção do trajeto da pessoa no plano da base da pirâmide é melhor representada por

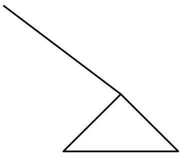
a)



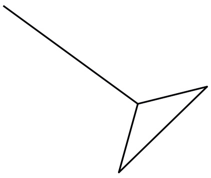
b)



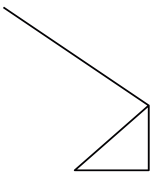
c)



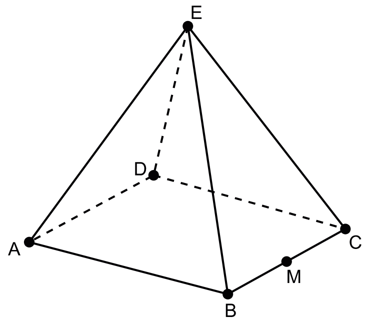
d)



e)

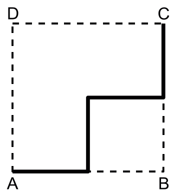


8) (Enem 2012) João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide regular a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.

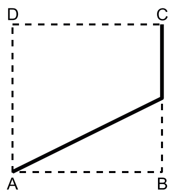


O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C. O desenho que Bruno deve fazer é

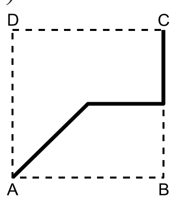
a)



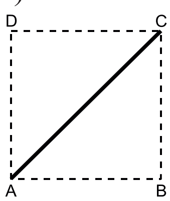
b)



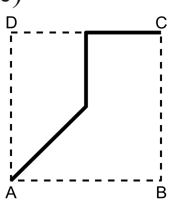
c)



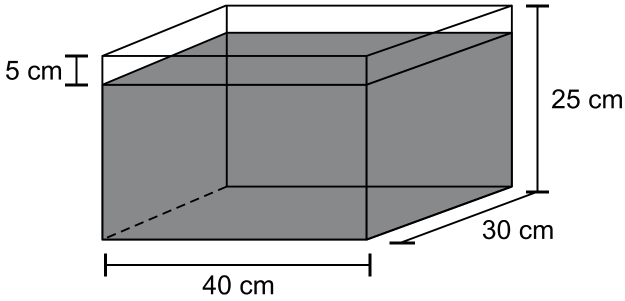
d)



e)



9) (Enem 2012) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.

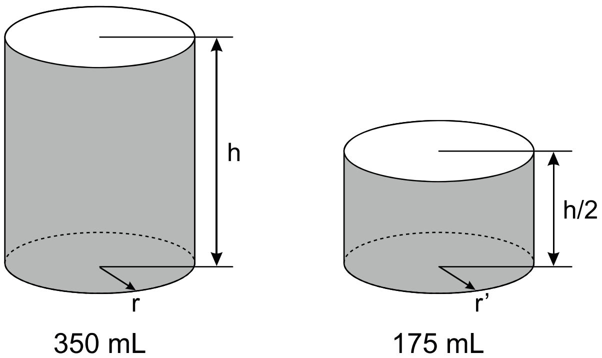


O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2 400 cm^3?

a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura
b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura
c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura
d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar
e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar

10) (Enem PPL 2013) Um fabricante de bebidas, numa jogada de *marketing*, quer lançar no mercado novas embalagens de latas de alumínio para os seus refrigerantes.

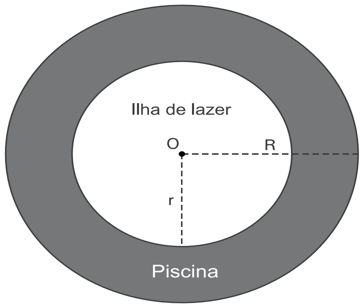
As atuais latas de 350 mL devem ser substituídas por uma nova embalagem com metade desse volume, conforme mostra a figura:



De acordo com os dados anteriores, qual a relação entre o raio r’ da embalagem de 175 mL e o raio **r** da embalagem de 350 mL?

a) $r' = \sqrt{r}$
b) $r' = \frac{r}{2}$
c) $r' = r$
d) $r' = 2r$
e) $r' = \sqrt[3]{r}$

11) (Enem 2013) Num parque aquático existe uma piscina infantil na forma de um cilindro circular reto, de 1 m de profundidade e volume igual a $12m^3$, cuja base tem um raio R e centro O. Deseja-se construir uma ilha de lazer seca no interior dessa piscina, também na forma de um cilindro circular reto, cuja base estará no fundo e com centro da base coincidindo com o centro do fundo da piscina, conforme a figura. O raio da ilha de lazer será r. Deseja-se que após a construção dessa ilha, o espaço destinado à água na piscina tenha um volume de, no mínimo, $4m^3$.

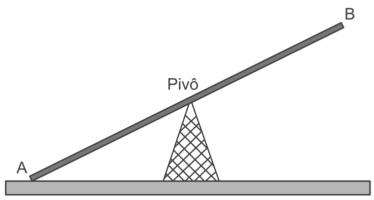


Considere 3 como o valor aproximado para π.

Para satisfazer as condições dadas, o raio máximo da ilha de lazer r, em metros, estará mais próximo de

a) 1,6
b) 1,7
c) 2,0
d) 3,0
e) 3,8

12) (Enem 2013) Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra. Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos A e B são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

a) 

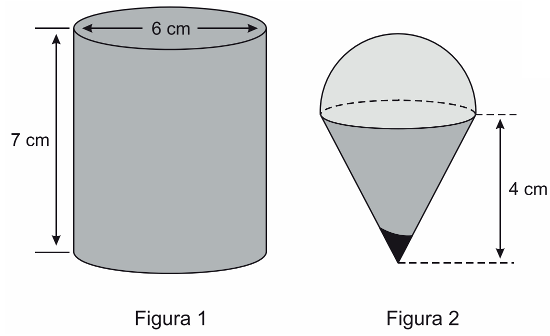
b) 

c) 

d) 

e) 

13) (Enem PPL 2014) Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.



O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada. Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

a) 45
b) 48
c) 72
d) 90
e) 99

14) (Enem 2014) Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10 mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado. Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas. Use 3 como valor aproximado para π. A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a

a) 168
b) 304
c) 306
d) 378
e) 514

15) (Enem PPL 2014) Uma pessoa comprou um aquário em forma de um paralelepípedo retângulo reto, com 40 cm de comprimento, 15 cm de largura e 20 cm de altura. Chegando em casa, colocou no aquário uma quantidade de água igual à metade de sua capacidade.

A seguir, para enfeitá-lo, irá colocar pedrinhas coloridas, de volume igual a 50 cm^3 cada, que ficarão totalmente submersas no aquário. Após a colocação das pedrinhas, o nível da água deverá ficar a 6 cm do topo do aquário.

O número de pedrinhas a serem colocadas deve ser igual a

a) 48
b) 72
c) 84
d) 120
e) 168

16) (Enem 2014) O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem.

O projeto da garagem, na escala 1:100 foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm.

O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

a) 6
b) 600
c) 6.000
d) 60.000
e) 6.000.000

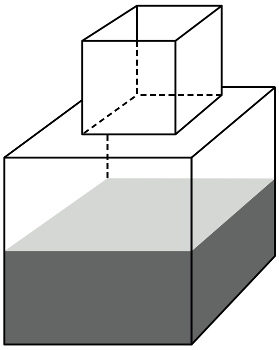
17) (Enem PPL 2014) A caixa-d'água de uma casa tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo e possui dimensões externas (comprimento, largura e altura) de, respectivamente, 4,0 m, 3,0 m e 2,5 m.

É necessária a impermeabilização de todas as faces externas dessa caixa, incluindo a tampa. O fornecedor do impermeabilizante informou ao dono da casa que seu produto é fornecido em galões, de capacidade igual a 4,0 litros. Informou, ainda, que
ermeabiliza uma área de 17,700 cm 2
são necessárias 3 demãos de produto para garantir um bom resultado.

Com essas informações, para obter um bom resultado no trabalho de impermeabilização, o dono da casa precisará comprar um número mínimo de galões para a execução desse serviço igual a

a) 9
b) 13
c) 19
d) 25
e) 45

18) (Enem 2014) Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura. A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo.



Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

a) 8
b) 10
c) 16
d) 18
e) 24

19) (Enem 2014) Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\frac{1}{8}$, preservando suas espessuras.

A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura.

A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{7}{8}$
c) $\frac{8}{7}$
d) $\frac{8}{9}$
e) $\frac{9}{8}$

20) (Enem PPL 2015) Um artesão fabrica vários tipos de potes cilíndricos. Mostrou a um cliente um pote de raio de base a e altura b. Esse cliente, por sua vez, quer comprar um pote com o dobro do volume do pote apresentado. O artesão diz que possui potes com as seguintes dimensões:

- Pote I: raio a e altura $2b$
- Pote II: raio $2a$ e altura b
- Pote III: raio $2a$ e altura $2b$
- Pote IV: raio $4a$ e altura b
- Pote V: raio $4a$ e altura $2b$

O pote que satisfaz a condição imposta pelo cliente é o

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

21) (Enem 2015) Uma fábrica de sorvetes utiliza embalagens plásticas no formato de paralelepípedo retangular reto. Internamente, a embalagem tem 10 cm de altura e base de 20 cm por 10 cm. No processo de confecção do sorvete, uma mistura é colocada na embalagem no estado líquido e, quando levada ao congelador, tem seu volume aumentado em 25% ficando com consistência cremosa. Inicialmente é colocada na embalagem uma mistura sabor chocolate com volume de 1.000 cm^3 e, após essa mistura ficar cremosa, será adicionada uma mistura sabor morango, de modo que, ao final do processo de congelamento, a embalagem fique completamente preenchida com sorvete, sem transbordar. O volume máximo, em cm^3, da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é

a) 450
b) 500
c) 600
d) 750
e) 1.000

22) (Enem 2015) Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que á comportar 81 m^3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada.

Utilize 3,0 como aproximação para π. Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

a) 0,5
b) 1,0
c) 2,0
d) 3,5
e) 8,0

23) (Enem PPL 2015) Uma empresa necessita colorir parte de suas embalagens, com formato de caixas cúbicas, para que possa colocar produtos diferentes em caixas distintas pela cor, utilizando para isso um recipiente com tinta, conforme Figura 1. Nesse recipiente, mergulhou-se um cubo branco, tal como se ilustra na Figura 2. Desta forma, a parte do cubo que ficou submersa adquiriu a cor da tinta.

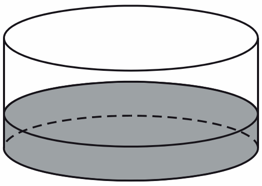


Figura 1

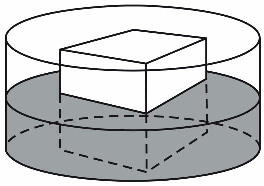
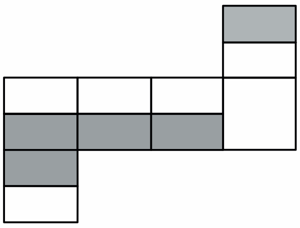
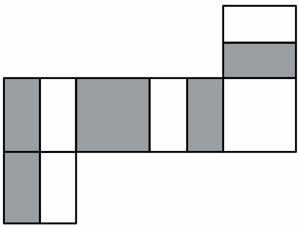
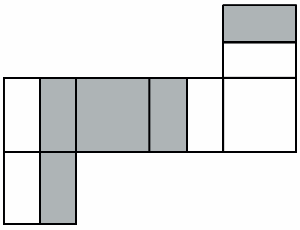


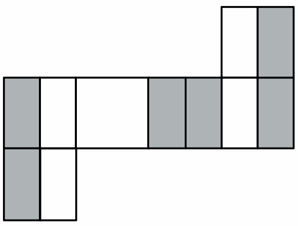
Figura 2

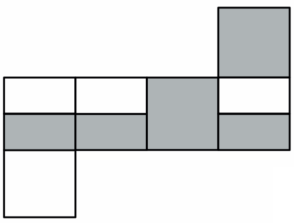
Qual é a planificação desse cubo após submerso?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

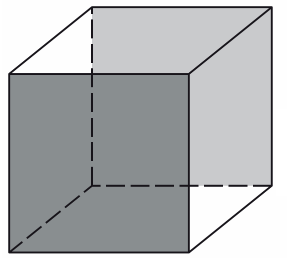
24) (Enem PPL 2015) Ao se perfurar um poço no chão, na forma de um cilindro circular reto, toda a terra retirada é amontoada na forma de um cone circular reto, cujo raio da base é o triplo do raio do poço e a altura é 2,4 metros.

Sabe-se que o volume desse cone de terra é 20% maior do que o volume do poço cilíndrico, pois a terra fica mais fofa após ser escavada.

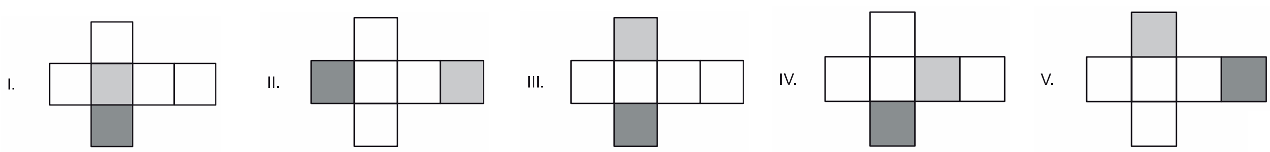
Qual é a profundidade, em metros, desse poço?

a) 1,44
b) 6,00
c) 7,20
d) 8,64
e) 36,00

25) (Enem PPL 2015) Uma empresa que embala seus produtos em caixas de papelão, na forma de hexaedro regular, deseja que seu logotipo seja impresso nas faces opostas pintadas de cinza, conforme a figura:



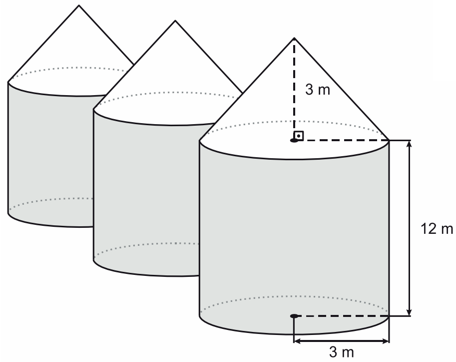
A gráfica que fará as impressões dos logotipos apresentou as seguintes sugestões planificadas:



Que opção sugerida pela gráfica atende ao desejo da empresa?

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

26) (Enem 2016) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposta por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento. Utilize 3 como aproximação para π



O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

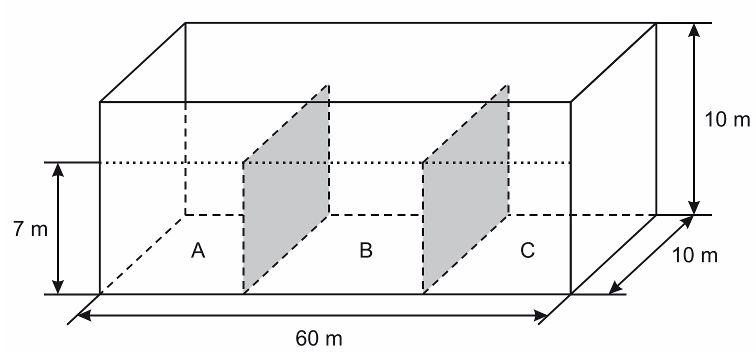
a) 6
b) 16
c) 17
d) 18
e) 21

27) (Enem PPL 2016) A figura mostra a pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade.
Possui aproximadamente 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando em média 2,5 toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base seja um quadrado com lados medindo 214 metros, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes e suas arestas laterais meçam 204 m.

Disponível em: www.mauroweigel.blogspot.com.
Acesso em: 23 nov. 2011.

O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é
a) 97,0
b) 136,8
c) 173,7
d) 189,3
e) 240,0

28) (Enem 2016) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C. Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias. Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de

a) $1,4 \times 10^3\ m^3$
b) $1,8 \times 10^3\ m^3$
c) $2,0 \times 10^3\ m^3$
d) $3,2 \times 10^3\ m^3$
e) $6,0 \times 10^3\ m^3$

29) (Enem 2ª aplicação 2016) O recinto das provas de natação olímpica utiliza a mais avançada tecnologia para proporcionar aos nadadores condições ideais. Isso passa por reduzir o impacto da ondulação e das correntes provocadas pelos nadadores no seu deslocamento.

Para conseguir isso, a piscina de competição tem uma profundidade uniforme de 3 m, que ajuda a diminuir a "reflexão" da água (o movimento) contra uma superfície e o regresso no sentido contrário, atingindo os nadadores, além dos já tradicionais 50 m de comprimento e 25 m de largura. Um clube deseja reformar sua piscina de 50 m de comprimento, 20 m de largura e 2 m de profundidade de forma que passe a ter as mesmas dimensões das piscinas olímpicas.

Após a reforma, a capacidade dessa piscina superará a capacidade da piscina original em um valor mais próximo de

a) 20%
b) 25%
c) 47%
d) 50%
e) 88%

30) (Enem 2ª aplicação 2016) Um lapidador recebeu de um joalheiro a encomenda para trabalhar em uma pedra preciosa cujo formato é o de uma pirâmide, conforme ilustra a Figura 1. Para tanto, o lapidador fará quatro cortes de formatos iguais nos cantos da base. Os cantos retirados correspondem a pequenas pirâmides, nos vértices P, Q, R e S, ao longo dos segmentos tracejados, ilustrados na Figura 2.

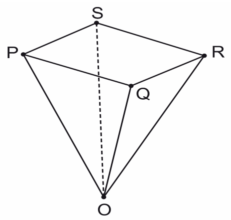


Figura 1

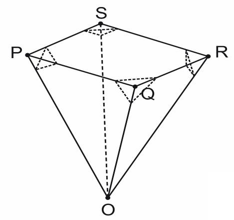


Figura 2

Depois de efetuados os cortes, o lapidador obteve, a partir da pedra maior, uma joia poliédrica cujos números de faces, arestas e vértices são, respectivamente, iguais a

a) 9,20 e 13
b) 3,24 e 13
c) 7,15 e 12
d) 10,16 e 5
e) 11,16 e 5

31) (Enem 2ª aplicação 2016) Um grupo de escoteiros mirins, numa atividade no parque da cidade onde moram, montou uma barraca conforme a foto da Figura 1. A Figura 2 mostra o esquema da estrutura dessa barraca, em forma de um prisma reto, em que foram usadas hastes metálicas.


Figura 1

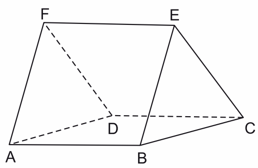
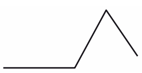
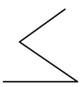


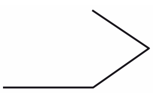
Figura 2

Após a armação das hastes, um dos escoteiros observou um inseto deslocar-se sobre elas, partindo do vértice A em direção ao vértice B, deste em direção ao vértice E e, finalmente, fez o trajeto do vértice E ao C. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os pontos. A projeção do deslocamento do inseto no plano que contém a base ABCD é dada por

a) 

b) 

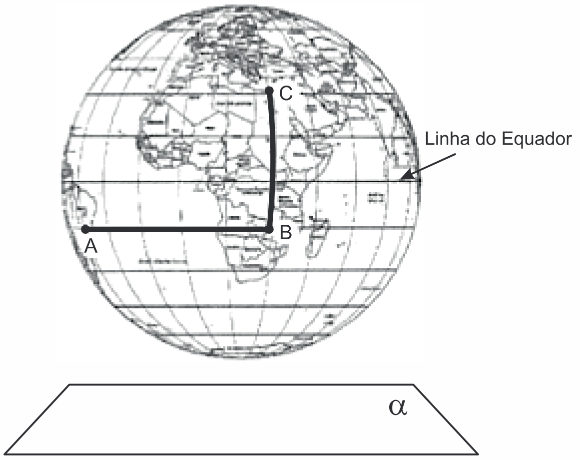
c) 

d) 

e) 

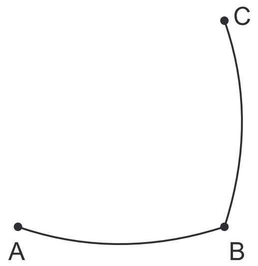
32) (Enem 2016) A figura representa o globo terrestre e nela estão marcados os pontos A, B e C. Os pontos A e B estão localizados sobre um mesmo paralelo, e os pontos B e C, sobre um mesmo meridiano. É traçado um caminho do ponto A até C, pela superfície do globo, passando por B, de forma que o trecho de A até B se dê sobre o paralelo que passa por A e B, o trecho de B até C se dê sobre o meridiano que passa por B e C.

Considere que o plano α é paralelo à linha do equador na figura.



A projeção ortogonal, no plano α, do caminho traçado no globo pode ser representada por

a)



b)

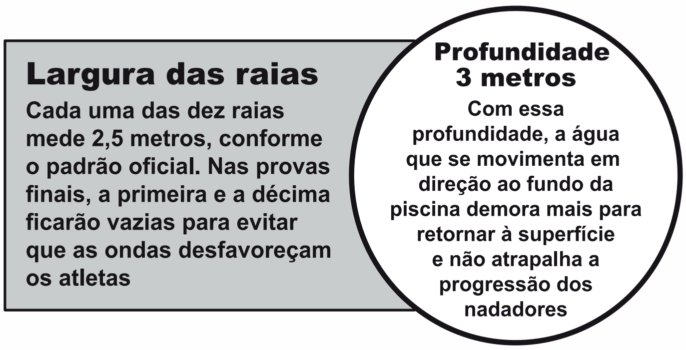
c)

d)

e)

Interbits®

33) (Enem PPL 2017) Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:



Veja, n. 2 278, jul. 2012 (adaptado).

A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a

a) 3.750
b) 1.500
c) 1.250
d) 375
e) 150

34) (Enem 2017) Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.

Figura 1

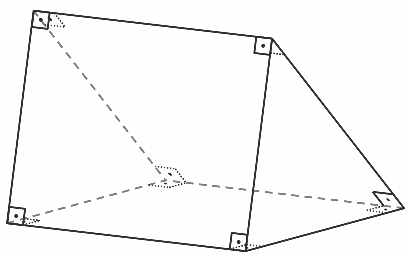


Figura 2

ROMERO, L. Tendências. *Superinteressante*, n. 315, fev. 2013 (adaptado).

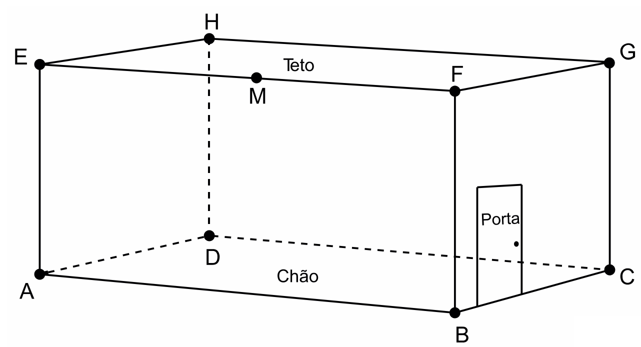
A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2 é

a) tetraedro
b) pirâmide retangular
c) tronco de pirâmide retangular
d) prisma quadrangular reto
e) prisma triangular reto

35) (Enem 2017) Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5 mL desse produto para cada 1.000 L de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7 m com largura e comprimento iguais a 3 m e 5 m, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50 cm da borda da piscina. A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada a essa piscina de modo a atender às suas especificações técnicas é

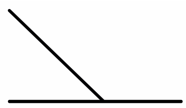
a) 11,25
b) 27,00
c) 28,80
d) 32,25
e) 49,50

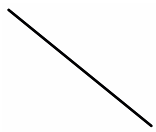
36) (Enem PPL 2017) Uma lagartixa está no interior de um quarto e começa a se deslocar. Esse quarto, apresentando o formato de um paralelepípedo retangular, é representado pela figura.

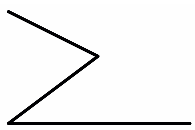


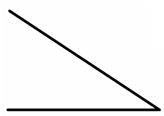
A lagartixa parte do ponto B e vai até o ponto A. A seguir, de A ela se desloca, pela parede, até o ponto M, que é o ponto médio do segmento EF. Finalmente, pelo teto, ela vai do ponto M até o ponto H**.** Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os respectivos pontos envolvidos. A projeção ortogonal desses deslocamentos no plano que contém o chão do quarto é dado por:

a)


b)


c)


d)

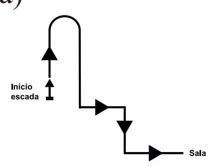

e)

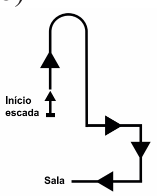
37) (Enem PPL 2017) O hábito cristalino é um termo utilizado por mineralogistas para descrever a aparência típica de um cristal em termos de tamanho e forma. A granada é um mineral cujo hábito cristalino é um poliedro com 30 arestas e 20 vértices. Um mineralogista construiu um modelo ilustrativo de um cristal de granada pela junção dos polígonos correspondentes às faces.

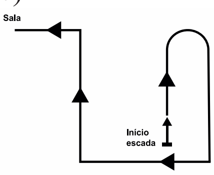
Supondo que o poliedro ilustrativo de um cristal de granada é convexo, então a quantidade de faces utilizadas na montagem do modelo ilustrativo desse cristal é igual a

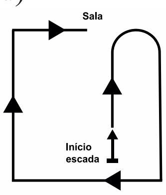
a) 10
b) 12
c) 25
d) 42
e) 50

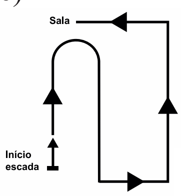
38) (Enem PPL 2017) Uma pessoa pede informação na recepção de um prédio comercial de como chegar a uma sala, e recebe as seguintes instruções: suba a escada em forma de U à frente, ao final dela vire à esquerda, siga um pouco à frente e em seguida vire à direita e siga pelo corredor. Ao final do corredor, vire à direita. Uma possível projeção vertical dessa trajetória no plano da base do prédio é:

a)


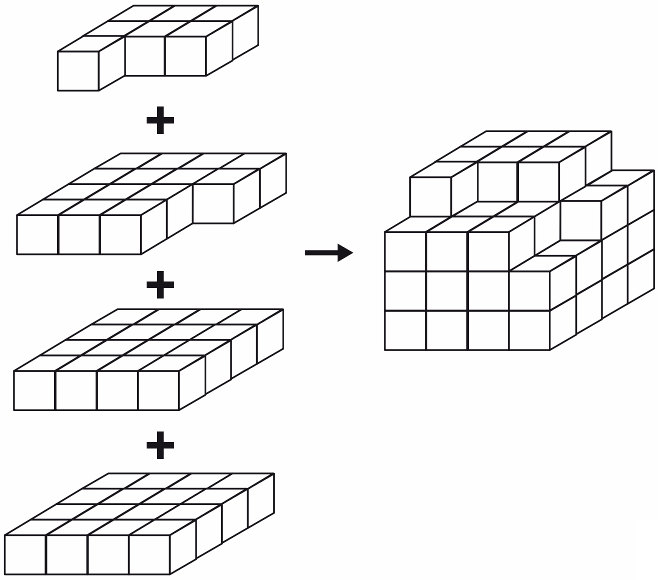
b)


c)


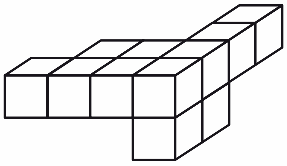
d)


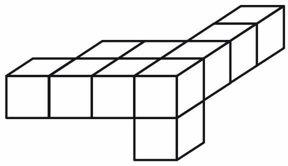
e)


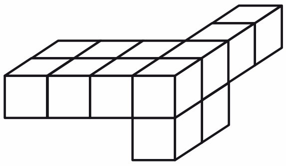
39) (Enem 2018) *Minecraft* é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos. Um jogador deseja construir um cubo com dimensões 4 x 4 x 4. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.

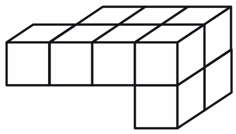


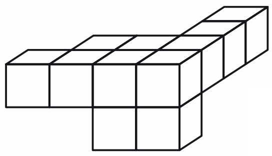
Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa. O formato da peça capaz de completar o cubo 4 x 4 x 4 é

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

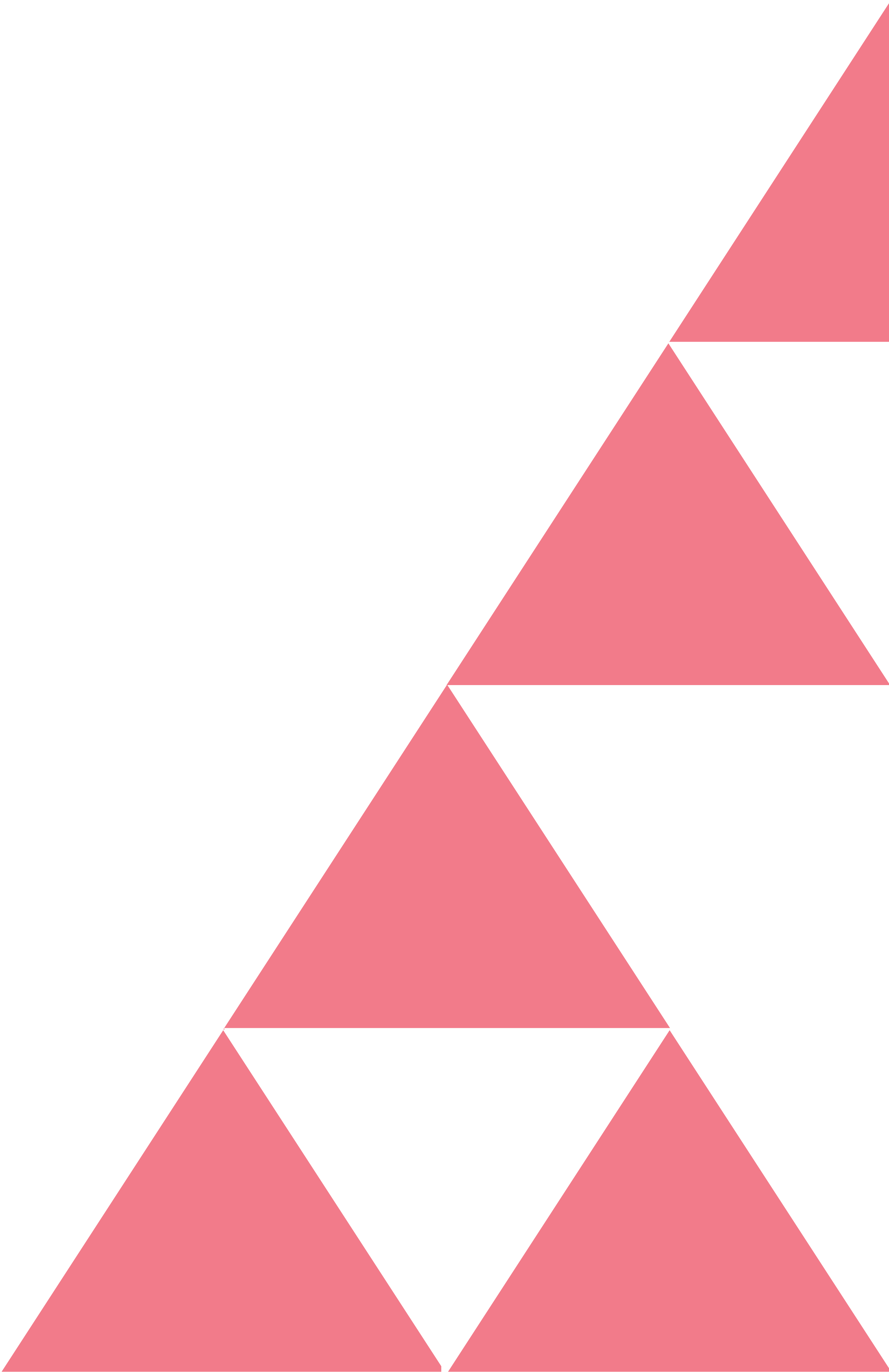
40) (Enem 2018) Um artesão possui potes cilíndricos de tinta cujas medidas externas são 4 cm de diâmetro e 6 cm de altura. Ele pretende adquirir caixas organizadoras para armazenar seus potes de tinta, empilhados verticalmente com tampas voltadas para cima, de forma que as caixas possam ser fechadas. No mercado, existem cinco opções de caixas organizadoras, com tampa, em formato de paralelepípedo reto retângulo, vendidas pelo mesmo preço, possuindo as seguintes dimensões internas:

Modelo	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
I	8	8	40
II	8	20	14
III	18	5	35
IV	20	12	12
V	24	8	14

Qual desses modelos o artesão deve adquirir para conseguir armazenar o maior número de potes por caixa?

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

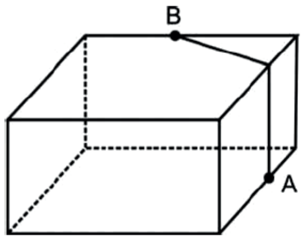
GEOMETRIA ESPACIAL									
1) B	**2) B**	**3) A**	**4) D**	**5) D**	**6) B**	**7) C**	**8) C**	**9) C**	**10) C**
11) A	**12) B**	**13) E**	**14) E**	**15) A**	**16) E**	**17) D**	**18) B**	**19) D**	**20) A**
21) C	**22) C**	**23) C**	**24) B**	**25) C**	**26) D**	**27) B**	**28) D**	**29) E**	**30) A**
31) E	**32) E**	**33) A**	**34) E**	**35) B**	**36) B**	**37) B**	**38) B**	**39) A**	**40) D**



MESTRES
DA MATEMÁTICA

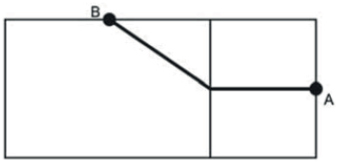
Projeções

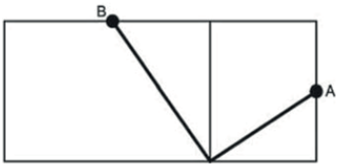
1) (ENEM 2010) A figura seguinte ilustra um salão de um clube onde estão destacados os pontos A e B.

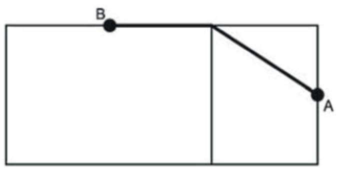


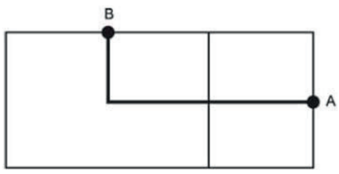
Nesse salão, o ponto em que chega o sinal da TV a cabo fica situado em A. A fim de instalar um telão para a transmissão dos jogos de futebol da Copa do Mundo, esse sinal deverá ser levado até o ponto B por meio de um cabeamento que seguirá na parte interna da parede e do teto.

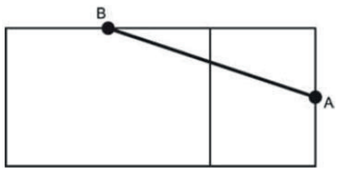
O menor comprimento que esse cabo deverá ter para ligar os pontos A e B poderá ser obtido por meio da seguinte representação no plano:

a) 

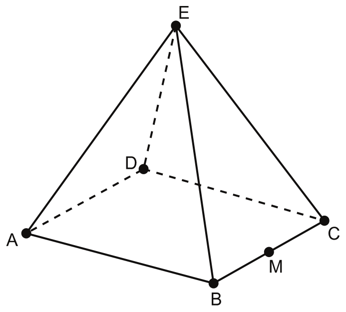
b) 

c) 

d) 

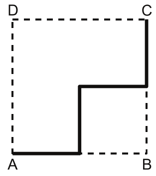
e) 

2) (ENEM 2012) João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.

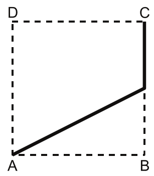


O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C. O desenho que Bruno deve fazer é:

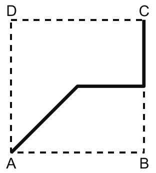
a)



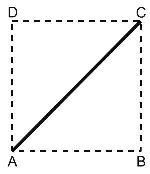
b)



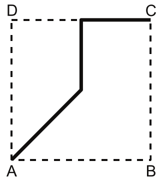
c)



d)



e)



3) (ENEM 2012) O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde motoqueiros andam com suas motos por dentro. A seguir, tem-se, na Figura 1, uma foto de um globo da morte e, na Figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.

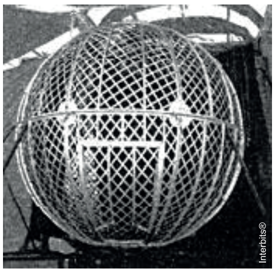


Figura 1

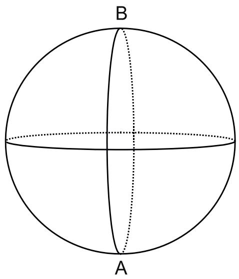
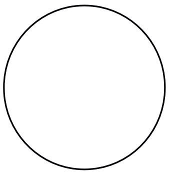


Figura 2

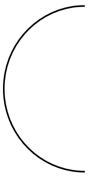
Na Figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um motoqueiro faça um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos A e B.

A imagem do trajeto feito pelo motoqueiro no plano do chão é melhor representada por:

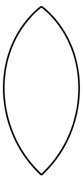
a)



b)



c)



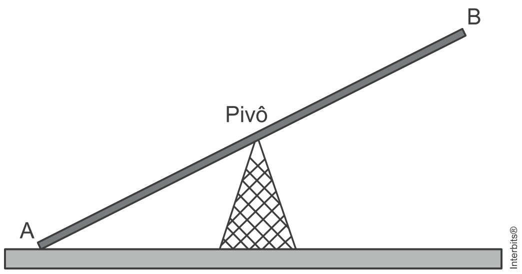
d)

e)

4) (ENEM 2013) Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô).

Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.

Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos A e B são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

5) (ENEM 2016) Um grupo de escoteiros mirins, numa atividade no parque da cidade onde moram, montou uma barraca conforme a foto da Figura 1. A Figura 2 mostra o esquema da estrutura dessa barraca, em forma de um prisma reto, em que foram usadas hastes metálicas.


Figura 1

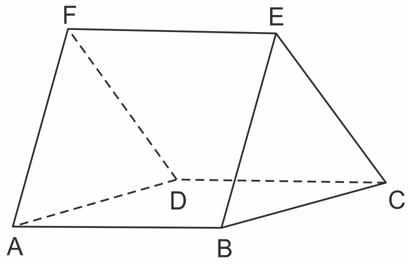
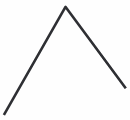
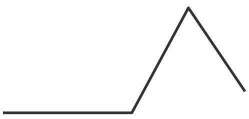
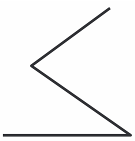


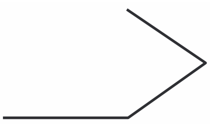
Figura 2

Após a armação das hastes, um dos escoteiros observou um inseto deslocar-se sobre elas, partindo do vértice A em direção ao vértice B deste em direção ao vértice E e, finalmente, fez o trajeto do vértice E ao C. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os pontos. A projeção do deslocamento do inseto no plano que contém a base ABCD é dada por

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

GABARITO

1) E	2) C	3) E	4) B	5) E

Nada melhor nesta vida do que poder realizar nossos sonhos, nossos objetivos, não é mesmo?

Na verdade, sonhar e desejar alguma coisa é mais que natural. É parte de todo ser humano.

Sabemos que as coisas que valem a pena serem conquistadas não caem do céu. É preciso ir à luta com muita garra e disposição.

Procurem mentalizar o momento da prova com a certeza de que tudo dará certo! Nossa mente projeta muitas coisas boas e muitas coisas ruins. Portanto, fiquem sempre do lado bom dos seus pensamentos para ter o sucesso esperado!

Lembrem-se de todas as pessoas que contribuíram com vocês

SIDADE, pois elas estarão

torcendo sempre por vocês.

Nós, os MESTRES DA MATEMÁTICA,
desejamos a vocês todo o sucesso do mundo!

Um grande abraço.

MESTRES

DA MATEMÁTICA