DIVISIBILIDADE

PEGANDO PESADO

QUESTÃO 01
(ITA_2016)

Seja n > 6 um inteiro positivo não divisível por 6. Se, na divisão de n^2 por 6, o quociente é um número ímpar, então o resto da divisão de n por 6 é

Ⓐ 1.
Ⓑ 2.
Ⓒ 3.
Ⓓ 4.
Ⓔ 5.

QUESTÃO 02
(IME_2012_ADAPTADA)

Seja F o conjunto cujos elementos são os valores de $n!$, onde n é um número natural. Se G é subconjunto de F que **não contém** elementos que são múltiplos de 27.209, determine o número máximo de elementos que o conjunto G pode ter.

QUESTÃO 03
(FUVEST_2015)

Na cidade de São Paulo, as tarifas de transporte urbano podem ser pagas usando o bilhete único. A tarifa é de R$3,00 para uma viagem simples (ônibus ou metrô/trem) e de R$ 4,65 para uma viagem de integração (ônibus e metrô/trem). Um usuário vai recarregar seu bilhete único, que está com um saldo de R$12,50 O menor valor de recarga para o qual seria possível zerar o saldo do bilhete após algumas utilizações é

Ⓐ R$ 0,85
Ⓑ R$ 1,15
Ⓒ R$ 1,45
Ⓓ R$ 2,50
Ⓔ R$ 2,80

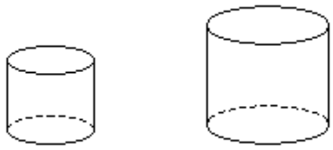
QUESTÃO 04
(FUVEST_2008)

Sabendo que os anos bissextos são os múltiplos de 4 e que o primeiro dia de 2007 foi segunda-feira, o próximo ano a começar também em uma segunda-feira será

Ⓐ 2012
Ⓑ 2014
Ⓒ 2016
Ⓓ 2018
Ⓔ 2020

QUESTÃO 05
(FUVEST_2007)

Uma empresa de construção dispõe de 117 blocos de tipo X e 145 blocos de tipo Y. Esses blocos têm as seguintes características: todos são cilindros retos, o bloco X tem 120 cm de altura e o bloco Y tem 150 cm de altura.



A empresa foi contratada para edificar colunas, sob as seguintes condições: cada coluna deve ser construída sobrepondo blocos de um mesmo tipo e todas elas devem ter a mesma altura. Com o material disponível, o número máximo de colunas que podem ser construídas é de

Ⓐ 55
Ⓑ 56
Ⓒ 57
Ⓓ 58
Ⓔ 59

QUESTÃO 06
(FUVEST_2002)

Maria quer cobrir o piso de sua sala com lajotas quadradas, todas com lado de mesma medida inteira, em centímetros. A sala é retangular, de lados 2 m e 5 m. Os lados das lajotas devem ser paralelos aos lados da sala, devendo ser utilizadas somente lajotas inteiras. Quais são os possíveis valores do lado das lajotas?

QUESTÃO 07

Quantos valores de $k \in \mathbb{Z}$ existem, tais que $\frac{113k+7}{K+1}$ é um número inteiro?

Ⓐ 4
Ⓑ 5
Ⓒ 6
Ⓓ 7
Ⓔ 8

Gabarito:

Resposta da questão 1: [C]

Todo número inteiro positivo n que não é múltiplo de 6 poderá ser escrito utilizando uma das formas abaixo:

$n = 6k + 1 \Rightarrow n2 = 6.(6k^2 + 2k) + 1$

$n = 6k + 2 \Rightarrow n2 = 6.(6k^2 + 4k) + 4$

$\underline{n = 6k + 3 \Rightarrow n2 = 6.(\mathbf{6k^2 + 6k + 1}) + 3}$

$n = 6k + 4 \Rightarrow n2 = 6.(6k^2 + 12k + 2) + 4$

$n = 6k + 5 \Rightarrow n2 = 6.(6k^2 + 10k + 4) + 1$

Dos números acima, os únicos cujos quadrados terão quociente ímpar quando divididos por 6 são os da forma 6k + 3; logo, o resto da divisão de n por 6 será 3.

Resposta da questão 2: Questão anulada no gabarito oficial.

$27209 = 7 \cdot 13^2 \cdot 23$, assim $n!$ não pode ter o fator 13^2 para fazer parte de G.
$n!$ deve ser menor que $26!$, que possui o fator 13^2.

Portanto, $G = \{0!, 1!, 2!, 3!, 4!, 5! \ldots 22!, 23!, 24!, 25!\}$.
Ou seja, G terá no máximo 26 elementos.

Resposta da questão 3: [B]

Sejam t, m e n, respectivamente, o total gasto, o número de viagens simples e o número de viagens de integração. Logo, devemos calcular o valor mínimo de t que satisfaça $t = 3 \cdot m + 4,65 \cdot n$ e $t > 12,5$.

Observando que $4,65 \cdot 3 > 12,5$, basta tomarmos $n \leq 3$ e um valor conveniente de m para obtermos o resultado desejado. Com efeito, vejamos:

❶ se $n = 3$ e $m = 0$, temos $t = 3 \cdot 4,65 = 13,95$;
❷ se $n = 2$ e $m = 2$, temos $t = 3 \cdot 2 + 4,65 \cdot 2 = 15,30$;
❸ se $n = 1$ e $m = 3$, temos $t = 3 \cdot 3 + 4,65 \cdot 1 = 13,65$;
❹ se $n = 0$ e $m = 5$, temos $t = 3 \cdot 5 = 15,00$.

Portanto, segue que o menor valor de recarga para o qual seria possível zerar o saldo do bilhete após algumas utilizações é $13,65 - 12,5 = R\$\ 1,15$.

Resposta da questão 4: [D]

Resposta da questão 5: [E]

Resposta da questão 6: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 e 100

Resposta da questão 7: [E]